

Construcción de material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas en estudiantes de octavo grado de una institución oficial del municipio de Bucaramanga

Gerardo Gómez Medina



Universidad Autónoma de Bucaramanga

2016

Agradecimientos

Agradezco primeramente a Dios por permitirme llegar hasta esta instancia tan importante en mi vida, a la Universidad Autónoma de Bucaramanga por darme la oportunidad de continuar formándome integralmente, a los maestros que me acompañaron en este proceso en especial al Dr. Román y a mi director de proyecto Julián, a mis hermanos, tíos, primos y a las personas que ya no están en este mundo terrenal Cecilia, Fabiola, Arturo. A mi querida Madre Marlene y a mi Padre Gerardo, y todos los que hicieron posible que este sueño de ser Magister en Educación se hiciera realidad.

Y en especial afecto a mi Esposa Viviana Andrea y mi hijo Duván Mauricio que me impulsan cada día a superarme en la carrera de ofrecerles siempre lo mejor.

Por último quiero agradecer a mi tío Jaime Gómez Rueda que siempre estuvo presente en mi proceso de aprendizaje y sin su ayuda no hubiera sido posible cumplir este sueño.

Construcción de material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas en estudiantes de octavo grado de una institución oficial del municipio de Bucaramanga

Resumen

La construcción del material manipulativo se realizó con el fin de motivar a los estudiantes a aprender de una forma lúdica los contenidos matemáticos. Más concretamente en el aprendizaje de expresiones algebraicas, implementando el material manipulativo se despertó en los estudiantes el deseo de jugar aprendiendo y mejoró su desempeño académico en ésta asignatura. La enseñanza por medio del material manipulativo en la educación secundaria ayudó al estudiante a entender el tema y fomentó el aprendizaje activo y el pensamiento crítico. Así mismo, al aplicar el material manipulativo en el aula de clase, se pudo evidenciar el efecto positivo y el interés por la asignatura de álgebra. Por otra parte, al combinar el juego con el material permitió que el estudiante del grado octavo resolviera problemas casi de forma inconsciente. Es decir, pasando de un lenguaje común a uno algebraico.

Introducción

La presente investigación se focaliza en construir material manipulativo con el fin de determinar si existe diferencia entre el grupo experimental y grupo control, en el aprendizaje de expresiones algebraicas. En el siguiente documento se exponen los postulados teóricos y algunos conceptos clave que justifican la necesidad de abordar la articulación de material manipulativo con los métodos de enseñanza, en una asignatura de la matemática, en una institución educativa oficial. Este proyecto surge ante la problemática presentada en la enseñanza de las expresiones algebraicas, caracterizada por las dificultades en los procesos de apropiación que realizan los estudiantes.

La construcción del material manipulativo, obedece a principios pedagógicos propios del aprendizaje significativo, al dar prioridad a la experiencia del sujeto aprendiz con el conocimiento. El interés está en lograr que los estudiantes del grado octavo, cimenten los conceptos básicos del álgebra y logren así obtener el aprendizaje de todas aquellas asignaturas que requieran el uso de expresiones algebraicas.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. CAPITULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1. Antecedentes del Problema	1
1.2. Problema de Investigación	3
1.3. Objetivos de Investigación	8
1.3.1. Objetivo General.	8
<i>1.3.1.1. Objetivos Específicos.</i>	8
1.4. Hipótesis de Investigación.....	9
1.4.1. Hipótesis Nula.....	9
1.4.2. Hipótesis Alternativa.....	9
1.5. Justificación	9
1.6. Limitaciones y Delimitaciones	11
1.7. Definición de Términos	12
1.7.1. Material Manipulativo.	12
1.7.2. Estructuras Algebraicas.	12
1.7.3. Materiales Concretos.	12
1.7.4. Lúdica.	13
1.7.5. Lenguaje Abstracto.	13
1.7.6. Números Reales.	13
1.7.7. Perspectiva Holística.....	14
1.7.8. Grupo Control.	14
1.7.9. Grupo Experimental.	14
1.7.10. Situación de Aprendizaje.	14
1.7.11. Situaciones Problemáticas.	14
1.7.12. Competencia Matemática.	15
1.7.13. Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas.	15
1.7.14. El Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos.....	15
1.7.15. Sistema Algebraico.	16
1.7.16. Situaciones de Aprendizaje Significativo.	16
1.7.17. Recursos Didácticos.....	16

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	17
2.1. Revisión de Literatura	17
2.1.1. Nacionales	17
2.1.2. Latinoamericano.....	24
2.1.3. Internacionales	27
2.1.4. Empíricos.....	31
2.2. Contenido Delimitado Conceptualmente.....	32
2.2.1. Aplicaciones del Material Manipulativo como Estrategia	36
2.2.2. Desarrollo de los Materiales Manipulativos.	36
2.2.3. Elementos para el Trabajo con los Materiales Manipulativos.	36
2.2.4. Reseña Histórica sobre Materiales Manipulativos en Álgebra	37
2.2.5. Expresiones Algebraicas.....	38
2.3. Diversidad de Perspectivas	40
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	44
3.1. Método de la investigación.....	44
3.2. Población objeto de la investigación.....	47
3.2.1. Población, Participantes y Selección de la Muestra	47
3.3. Marco Contextual.....	48
3.4. Instrumentos de Recolección de Datos.....	48
3.5. Procedimiento en la Aplicación de Instrumentos.....	50
3.5.1. Datos.....	53
3.5.1.1. <i>Reglas de juego y Observaciones</i>	54
3.5.2. Dominó.....	55
3.5.2.1. <i>Reglas de juego y Observaciones</i>	55
3.5.3. Tarjetas	57
3.5.3.1. <i>Reglas de juego y Observaciones</i>	57
3.6. Análisis de Datos	58
3.7. Aspectos Éticos	63
CAPÍTULO IV. RESULTADOS	65
4.1. Resultados.....	65
4.2. Análisis de los Resultados Prueba Pos-test	67
4.2.1. Prueba Mediante Gráficos	68
4.2.2. Asimetría	71

4.2.3. Curtosis.....	71
4.2.4. Prueba de Hipótesis	71
4.2.4.1. <i>Normalidad</i>	73
4.2.4.2. <i>Igualdad de Varianza</i>	75
4.2.4.3. Prueba T para la Igualdad de Medias	76
4.2.4.4. <i>Decisión estadística: Prueba T Student para la igualdad de medias</i>	79
4.3. Preguntas de Investigación	80
4.3.1. Pregunta 1	80
4.3.2. Pregunta 2	80
4.3.3. Pregunta 3	81
4.3.4. Pregunta 4	82
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES	85
5.1. Resumen de Hallazgos	85
5.2. Recomendaciones	88
REFERENCIAS	91
APÉNDICE	97

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Calificación pre-test.	66
Tabla 2. Prueba mediante gráficos: pos-test de Normalidad.	68
Tabla 3. Casos	70
Tabla 4. Prueba mediante estadísticos (asimetría y curtosis).	70
Tabla 5. Prueba de Normalidad, kolmogorov-Smirnov	72
Tabla 6. Prueba de Normalidad	73
Tabla 7. Estadísticas de grupo	74
Tabla 8. Prueba de Levene	75
Tabla 9. Igualdad de varianzas	76
Tabla 10. Prueba de muestras independientes	77
Tabla 11. Prueba de muestras independientes	78
Tabla 12. Decisión estadística prueba T Student	79

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquema para la selección de áreas problemáticas cuya elección se plantea en el presente trabajo.	6
Figura 2. <i>Tomada de: Flores & Otros. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas.</i>	32
Figura 3. <i>Tomada de: Flores & Otros. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas.</i>	33
Figura 4. <i>Esquema de las categorías en las que clasifica el material manipulativo producto de la presente investigación.</i>	35
Figura 5. <i>Concepto de expresiones algebraicas.</i>	39
Figura 6. <i>Esquema del Procedimiento en la aplicación de instrumentos</i>	52
Figura 7. <i>Aplicación de dados en términos semejantes</i>	55
Figura 8. <i>Aplicación del dominó en el planteamiento y resolución de problemas</i>	56
Figura 9. <i>Aplicación del dominó en factorización</i>	57
Figura 10. <i>Aplicación de tarjetas</i>	58

1. CAPITULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes del Problema

Con el fin de comprender que se entiende por material manipulativo, Lobo (2012), citando a Alsina y Planas, (2008), señala:

La manipulación es mucho más que una manera divertida de desarrollar aprendizajes.

La manipulación de materiales es en ella misma una manera de aprender que ha de hacer más eficaz el proceso de aprendizaje sin hacerlo necesariamente más rápido.

Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que se limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del momento de aprendizaje. (p. 14).

Además, los materiales manipulativos contribuyen a la formación del pensamiento teórico y práctico del estudiante y son de gran ayuda para la formación de cualidades que debe reunir un individuo en el desempeño de sus funciones; capacidad para dirigir y tomar decisiones individuales y colectivas, así, es entonces una actividad naturalmente oportuna que desarrolla integralmente la personalidad del estudiante, y en particular su capacidad creadora.

En el instituto San José De La Salle se ha venido trabajado el calendario matemático, en apropiación al proyecto nacional de matemática recreativa, el cual consiste en una publicación mensual de ejercicios referidos al pensamiento lógico- matemático. Tiene como principal objetivo “Contribuir en el desarrollo del enfoque de planteamiento y resolución de problemas a través del trabajo de un problema cada día”. De ahí que el lema del calendario sea: “Un problema para cada día y un día para cada problema, el cual contribuye al

desarrollo y afianzamiento de una disciplina personal de trabajo” (Colombia Aprendiendo, 2015). Este proyecto se aplicó en el 2004 y se logró consolidar como política institucional, en el 2007.

En el marco del proyecto, se da importancia a los aportes que realizan los estudiantes frente a las situaciones propuestas, y así mismo el estudiante cuenta con un espacio de aprendizaje para consolidar hábitos de estudio y disciplina personal, que le permitan ser un sujeto autónomo y autodidacta en su proceso de aprendizaje. Por tanto, el calendario matemático aborda la estimulación de pensamiento geométrico y el trabajo transversal asociado a valores e interacción humana. En cuanto a las experiencias de investigación relacionadas, no se han llevado a cabo proyectos de investigación sobre matemáticas, por tanto este proyecto constituye el primer antecedente institucional referente a la matemática.

Así mismo, los antecedentes del problema a nivel nacional, son abordados por Agudelo, C (2005), (2007), en su divulgación hace una reflexión sobre la forma en que los maestros conciben los procesos de enseñanza del álgebra, dado que es una asignatura en las que se presenta pérdida académica y deserción. Además, la autora considera que el álgebra no se debe limitar a memorizar ni a repetir lo que está en el texto.

Mejía, G. (2006) propone utilizar material manipulativo, con el fin de mejorar y permitir que el estudiante modele una situación dada y gracias al material facilite el aprendizaje de las expresiones algebraicas.

Autores como Gamboa & otros (2012), afirman que se utilice el álgebra como una técnica matemática para resolver distintos problemas, a fin de no resolver de una manera aislada las expresiones algebraicas. De igual manera, Bustos & Forero (2010), muestran las

causas que posiblemente han contribuido a debilidades en la competencia de resolución de problemas.

Igualmente, se destacan estudios de Santeliz (2006), quien manifiesta que se requiere de un dominio de operaciones y contenidos básicos para introducir otros de mayor rigor y complejidad. De manera semejante, que no se debe introducir o establecer la notación formal antes de que una idea o técnica algebraica haya sido asimilada por los alumnos.

El problema de los modelos de enseñanza en álgebra es que deben ser creativos y motivar al estudiante al aprendizaje. Por otra parte, Matus & otros (2010), afirman que los materiales manipulativos deben ser llevados al aula para el aprendizaje de expresiones algebraicas.

En el capítulo dos se procederá a detallar cada uno de estos estudios. Se recogen como principales premisas que en diversas experiencias se ha percibido un impacto positivo en la utilización de materiales educativos para la enseñanza del álgebra, así mismo la consulta de los antecedentes pone de manifiesto la necesidad de motivar a los estudiantes por medio de experiencias lúdicas, situaciones cotidianas y el planteamiento de desafíos que favorezcan un acercamiento entre el estudiante y los contenidos algebraicos.

1.2. Problema de Investigación

En los últimos años las políticas en educación matemática han abordado las condiciones necesarias para mejorar el conocimiento en la enseñanza de esta área. (Ministerio de Educación Nacional. 2014). Es de gran relevancia analizar el marco legal establecido, desde las normativas nacionales, con el objeto de que estas orientaciones guíen el accionar metodológico de la propuesta, es decir que se conviertan en un insumo para la construcción del

material manipulativo. Así mismo la existencia de documentos nacionales en esta área señala un referente que no se puede desconocer a la hora de caracterizar el problema.

Es del interés investigativo analizar el aprendizaje de los contenidos propios de octavo grado, concretamente en álgebra. Según Báez y Hernández (2002) el uso de material concreto en la enseñanza de la matemática permite que el estudiante haga uso de la intuición, facilita la exploración que hace posible que los estudiantes hagan uso del razonamiento. Sin embargo, en bachillerato son escasas las experiencias educativas que involucren el uso de este tipo de material. Corbalán y Deulofeu (1996), afirman que los juegos matemáticos son elementos manipulativos, su experiencia consistió en diseñar “formas de introducir en clase juegos de cuatro tipos (de procedimiento conocido, pequeños juegos de estrategia, barajas y puzzles en el espacio)” (1996). Estudios más recientes como los realizados por Edo, M., & Deulofeu, J. (2005), concluyen, “el contexto del juego en el marco escolar facilita la construcción de conocimiento matemático cuando se plantea en un entorno constructivista de interacción entre todos los participantes”, señalando la importancia del aprendizaje significativo como mediador en los procesos de interacción inmersos en los juegos planteados.

En una institución oficial del municipio de Bucaramanga se observa que los jóvenes del grado octavo presentan debilidades en esta asignatura, lo cual se refleja en la resolución de situaciones que requieren el uso de operaciones básicas, análisis y solución de problemas. Estas debilidades se hacen evidentes en el rendimiento académico de los estudiantes. Las debilidades son de tipo conceptual y están referidas a operaciones cognitivas que se requieren para el manejo de expresiones algebraicas, conjugado a esto los resultados de las pruebas saber 9, y las pruebas internas que se desarrollan dentro de la institución, las cuales hacen referencia a la prueba diagnóstica aplicada al inicio del trimestre.

De las pruebas saber 9 donde la lectura referida por el ICFES para la institución resalta “Débil en planteamiento y resolución de problemas” (ICFES Saber 3°, 5°, 9°, octubre de 2015). En las pruebas internas denominadas Pruebas diagnósticas, que establecen los mínimos deseados para los alumnos de los grados, en este caso octavo, la ponderación se realizó con 10 preguntas de 0 a 100, obteniendo resultados para los dos grados educativos que visualizan el bajo desempeño en la competencia de resolución de problemas. El desempeño del grado 801 fue bajo, con un porcentaje de 93,9%. Además el 6, 1% de los estudiantes el nivel de desempeño fue básico. Ninguno obtuvo nivel satisfactorio ni avanzado. En el grado 8.03, el desempeño a la competencia resolución de problemas fue bajo con un porcentaje de 87,8%. Además el 12, 2% de los estudiantes el nivel de desempeño fue básico. Ninguno obtuvo nivel satisfactorio ni avanzado.

Según lo expuesto anteriormente, la pregunta orientadora del proceso investigativo es: ¿Hay diferencia en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre el grupo del grado octavo que utiliza material manipulativo y otro grupo que no?, de este cuestionamiento general se desprenden las siguientes: ¿Cuáles son las características de uso que el material manipulativo debe tener para que sea una estrategia exitosa? ¿Cuáles son las necesidades formativas detectadas en los estudiantes para el aprendizaje de expresiones algebraicas? Y ¿Qué impacto tienen los materiales manipulativos en el aprendizaje del álgebra?

Existen programas como el adelantado desde el 2013 por el Gobierno de Guatemala “Contemos juntos” y el trabajado en México desde el 2001, liderado por la secretaría pública de educación, que constituyen esfuerzos mancomunados por crear ambientes de formación y

aprendizaje para que los licenciados en matemáticas aparte de su competencia disciplinar, lideren competencias pedagógicas al diseñar recursos y medios educativos.

Los anteriores programas constituyen un aporte de carácter pedagógico al proyecto, en la medida que arroja un antecedente valioso en la metodología que utilizan para despertar un gusto hacia la matemática, estimulando el desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas.

La presente investigación es de carácter educativo, se centra puntualmente en la educación formal en el nivel de básica. De dicho nivel se desprenden las áreas y se focaliza en la matemática, asignatura de álgebra y dentro de esta las expresiones algebraicas. En cuanto a los recursos disponibles para el aprendizaje de esta asignatura se presentan guías, cartillas, talleres y se centrará el proyecto en material manipulativo.

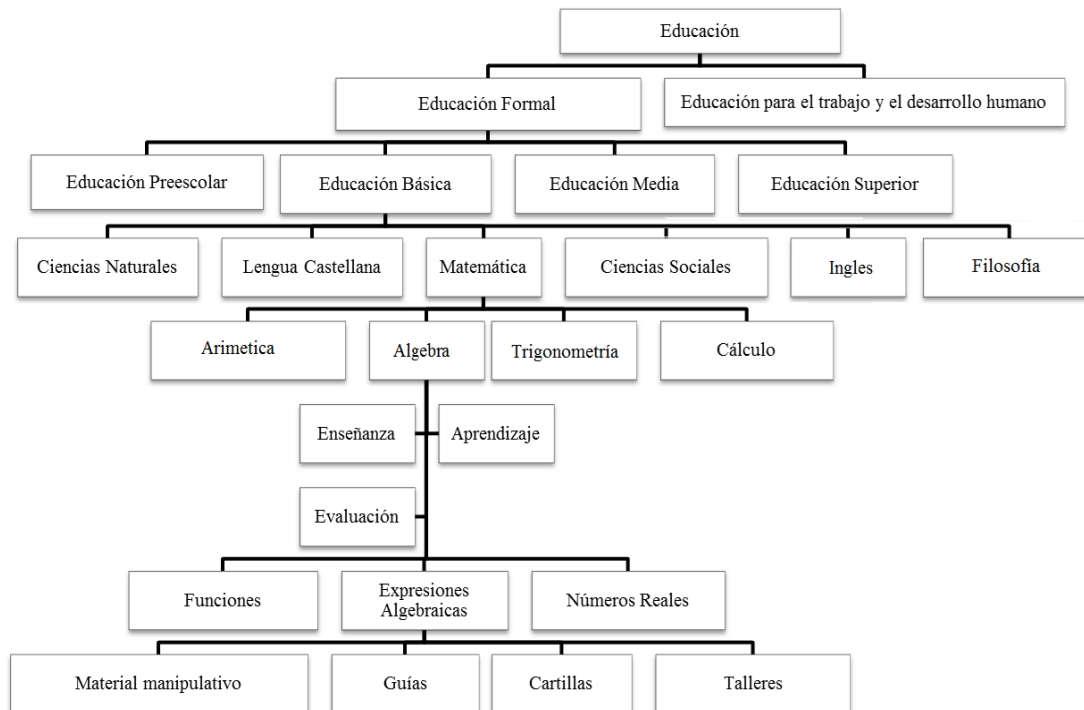


Figura 1. Esquema para la selección de áreas problemáticas cuya elección se plantea en el presente trabajo.

En la figura No 1, se organiza de forma jerárquica la orientación que permitió la selección de las áreas problemáticas. En el primer nivel se parte de la educación en Colombia definida según la ley 115 de 1994; y que estructura el servicio educativo en: Educación Formal y Educación para el trabajo y el desarrollo Humano (Ley 1064 de 2006). En tal sentido la educación formal se imparte en establecimientos educativos aprobados, en una secuencia regular de ciclos lectivos con sujeción a pautas curriculares progresivas conducentes a grados y títulos, estableciéndose niveles de formación como lo son: Educación preescolar, Educación Básica con una duración de nueve grados y la cual a su vez se divide en básica primaria y básica secundaria, Educación media con una duración de dos años, que culmina con la obtención del título de bachiller y Educación Superior.

En el tercer nivel de la figura 1 se puede observar las áreas obligatorias de la educación básica que presentan mayor dificultad para los educandos, que se evidencia en los resultados de las pruebas saber 9 realizadas por el ICFES, las cuales son Ciencias Sociales, Ciencias Naturales, Lengua castellana, Inglés, Filosofía y Matemáticas, llamadas igualmente áreas fundamentales, en esta organización jerárquica se continua con las asignaturas que estructuran el área de matemáticas y que siguen siendo complejas de abordar por los estudiantes, realidad evidenciada en las pruebas Saber 11.

En el cuarto nivel de la figura 1, se nota el proceso enseñanza aprendizaje en una posición igualitaria al proceso evaluativo fundamentado en las características formativas del proceso y que aun así no logran mejoras en el resultado.

En el quinto nivel de la figura 1. Se expone las temáticas de la asignatura de álgebra que son fundamentales y que presentan mayor problemática para el entendimiento por parte de los alumnos, como lo son las funciones, expresiones algebraicas y números reales. En el último

nivel de la figura se aprecia las posibles actividades que podrían mejorar los resultados en cuanto a aplicativos funcionales, estructurales y manipulativos.

Atendiendo a lo previsto de esta investigación se identifican las siguientes variables.

Variable dependiente: Rendimiento académico. Es decir, se espera que con la intervención del material manipulativo se incremente el rendimiento académico de la competencia de resolución de problemas algebraicos contextualizados en los estudiantes. Por otra parte, la variable independiente: material manipulativo.

1.3. Objetivos de Investigación

1.3.1. Objetivo General.

Construir material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas, dirigida a octavo grado.

1.3.1.1. Objetivos Específicos.

1) Diagnosticar la competencia de resolución de problemas a través de una prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de octavo grado.

2) Identificar las características de uso que el material manipulativo debe tener para que sea una estrategia exitosa.

3) Diseñar material manipulativo, según las necesidades formativas detectadas en los estudiantes para el aprendizaje de expresiones algebraicas.

4) Aplicar el material manipulativo para la comprensión y manejo de expresiones algebraicas.

1.4. Hipótesis de Investigación

Se parte de reconocer que los materiales manipulativos si pueden impactar positivamente el proceso de aprendizaje de expresiones algebraicas. Dado que con ayuda de un material concreto, los estudiantes ponen en juego una serie de habilidades de pensamiento que facilitan la apropiación de contenidos conceptuales. Según el Ministerio de Educación Nacional MEN, se afirma que las competencias matemáticas “no se alcanzan por generación espontánea sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (pág. 49). Así mismo, diferentes perspectivas teóricas han afirmado que cuando se brinda una experiencia con material manipulativo se logra estimular el interés del estudiante por participar activamente en el aprendizaje.

1.4.1. Hipótesis Nula

H₀: No existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

1.4.2. Hipótesis Alternativa

H₁: Existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

1.5. Justificación

El juego, que involucra material manipulativo es indispensable para el desarrollo de habilidades cognitivas. (Cerón & Gutiérrez, 2013). Pestalozzi (1819) establece la importancia del material manipulativo para la matemática, algunos autores conciben la matemática como “un verdadero juego que presenta el mismo tipo de estímulos y de actividad que se da en el

resto de juegos intelectuales” De Guzmán, M. (1984, p. 3). El estudiante realiza acciones prácticas para asimilar mejor un concepto, mostrando una mayor motivación y una aprehensión más rápida y eficaz del conocimiento de temas tan complejos para ellos como las expresiones algebraicas. Es prioritario promover actividades que impliquen acciones para reflexionar sobre las mismas. Para ello es muy valioso el material manipulativo, dado que el material y la matemática, en su naturaleza misma, tienen rasgos comunes, es importante tener en cuenta esto, al buscar los métodos más adecuados para despertar en los estudiantes el interés y el entusiasmo que las matemáticas puedan generar.

Se ha delimitado el presente estudio sobre aquellos materiales manipulativos que se utilizan en la enseñanza del álgebra, específicamente en expresiones algebraicas. El gran beneficio de este acercamiento lúdico consiste, en su potencia para transmitir al estudiante la forma correcta de colocarse en su enfrentamiento con problemas algebraicos. Como lo señala Área (2010) los procesos de enseñanza y aprendizaje se facilitan a través de material didáctico dado que los estudiantes pueden experimentar situaciones de aprendizaje de forma manipulativa.

Al hablar de material manipulativo se hace referencia a materiales saturados de intencionalidad educativa; es decir, el estudiante con este material siente la necesidad de pensar para resolver una situación problémica; dentro de la manipulación de materiales, en primer lugar se da el juego, este permite juzgar los aciertos y desaciertos del estudiante, ejercitar su inteligencia en la construcción de relaciones; promueve la participación activa de cada integrante, y la interacción entre compañeros.

El estudio a realizar pretende constituirse en un insumo para el debate de competencias pedagógicas de los docentes del área de matemática. Para entender el concepto de

competencias pedagógicas, se recurre al planteamiento dado por Meirieu (1991), quien afirma que la competencia, “es un saber identificado, que pone en juego una o más capacidades dentro de un campo nocional o disciplinario determinado” (pp. 181 et 17). En alusión a la competencia pedagógica dicho campo nocional estaría referido al ámbito educativo.

Las actividades lúdicas y de carácter manipulativo en el abordaje de procesos de enseñanza aprendizaje especialmente en áreas de pensamiento abstracto, como lo es la matemática, permite que el estudiante de forma experimental observe, entienda, comprenda y obtenga conclusiones validas referentes a patrones y relaciones que se dan entre diferentes entes matemáticos. (Duron & Otros, 2011), impactando positivamente sobre el aprendizaje del alumno. Ya que aborda situaciones que le permiten vislumbrar en lo tangible y manejable, aquello que le es abstracto, y realizar las operaciones cognitivas necesarias, para llevar el lenguaje algebraico al nivel de comprensión necesario, por otra parte se busca estimular el pensamiento lógico matemático y desarrollar propuestas lúdicas que permitan métodos estimulantes en los educandos.

1.6. Limitaciones y Delimitaciones

Como limitaciones del presente proyecto de investigación se reconoce que durante la aplicación del material manipulativo, el investigador cumplirá dos roles de forma simultánea, tanto orientar la manipulación del material como observar la interacción entre el estudiante y el material, para esta posible limitación se contará con un elemento de registro simultáneo de voz en que el investigador recoge sus impresiones sobre lo observado.

Así mismo se reconoce como limitación que la aplicación del material manipulativo se hará de forma grupal, por tanto la capacidad de los estudiantes para trabajar en grupos será un

factor que facilite o dificulte la dinámica de clase. Además, es importante indicar que el tiempo requerido es mayor para alcanzar un mismo concepto, si se trabaja con material manipulativo. Por otro lado, se ha delimitado el presente estudio sobre aquellos materiales manipulativos que se utilizan en la enseñanza del álgebra, específicamente en expresiones algebraicas.

Por otra parte, después de realizada la investigación se encontró que apareció otra variable oculta que no se utilizó en el grupo 1 o control que fue el trabajo en grupo. Por tanto, para futuras investigaciones se sugiere utilizar en el grupo control y experimental el trabajo en grupo.

1.7. Definición de Términos

1.7.1. Material Manipulativo.

Material manipulativo es una metodología que busca la conjunción del juego y el aprendizaje utilizando materiales concretos para crear unas bases que permitan la adquisición y comprensión de determinados conceptos. Sánchez & Casas (2008).

1.7.2. Estructuras Algebraicas.

Las estructuras algebraicas se conciben como un objeto matemático consistente en un conjunto no vacío y una relación o ley de composición interna definida en él. Pallejo (2014).

1.7.3. Materiales Concretos.

Los materiales concretos según la filosofía de Montessori deben ser diseñados científicamente en un contexto experimental dentro del aula. La manipulación de objetos concretos ayuda al desarrollo del conocimiento y del pensamiento abstracto.

Cualquier material estructurado puede ser válido como medio didáctico para aprender conceptos matemáticos y, dentro de los materiales, los juegos aparecen en primer lugar en cuanto a su enorme atractivo para los adolescentes. Contreras, Mauricio. (Curso Matemáticas a Través de los Juegos) 2004.

1.7.4. Lúdica.

La Lúdica es una forma de estar en espacios cotidianos y relacionarse con ellos, produce disfrute, goce, acompañado de la distensión que producen actividades simbólicas e imaginarias como el juego. (Jiménez 2010).

1.7.5. Lenguaje Abstracto.

Lenguaje abstracto, según Fernández Herrerías es un lenguaje propio de las matemáticas, compuesto por varios signos que van desde los más familiares (números) a otros que representan operaciones. El carácter abstracto y general de los conceptos matemáticos se perderían sin la formalización de los signos conllevan una serie de reglas. Mediante los signos los matemáticos consiguen una designación más precisa y clara del significado y una notable abreviación.

1.7.6. Números Reales.

Los números Reales son los que pueden ser expresados por un número entero (3, 28, 1568) o puede ser decimal (4.28, 289.6, 39985.4671). Esto quiere decir que abarcan a los números racionales (que pueden representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto de cero) y los números irracionales (los que no pueden ser expresados como una fracción de números enteros con denominador diferente de cero).

1.7.7. Perspectiva Holística.

Es una perspectiva comprensiva porque va más allá de las particularidades circunstanciales, conectando lo local con el contexto general, viendo lo individual con una mirada universal. Guzmán, Jaime Yanes. (2001).

1.7.8. Grupo Control.

Se entiende como aquel grupo de sujetos al que no se le administra una variable, en este caso sería el grupo de estudiantes que no usará el material manipulativo.

1.7.9. Grupo Experimental.

Al grupo experimental se le aplica la variable que se está estudiando, es decir el “estímulo”. En este caso estos estudiantes utilizarán para el aprendizaje de expresiones algebraicas el material manipulativo que se diseñe en la presente investigación. (Briones.1982).

1.7.10. Situación de Aprendizaje.

Es el conjunto de problemas proyectos, investigaciones, construcciones e instrucciones y relatos que se elaboran basados en las matemáticas, en otras ciencias y en los contextos cotidianos y que en su tratamiento generan el aprendizaje de los estudiantes. (MEN s/f. pág.72).

1.7.11. Situaciones Problemáticas.

Son situaciones que dan al niño la posibilidad de observar, describir, clasificar, ordenar, comparar, conjeturar, preguntar o realizar una representación que permite formar bases para un buen desarrollo mental. (Castro & Otros 1999).

1.7.12. Competencia Matemática.

Es una consideración pragmática e instrumental del conocimiento matemático, en el cual se utilizan los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas como herramientas eficaces mediante las cuales se llevaban a la práctica determinados tipos de pensamiento lógico y matemático dentro y fuera de la institución educativa. (MEN 2006).

1.7.13. Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas.

Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (MEN 2006).

1.7.14. El Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos.

Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (MEN, 2006, p. 66).

1.7.15. Sistema Algebraico.

El sistema de representación más directamente ligado con las variaciones es el sistema algebraico, pero éstas también se expresan por medio de otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas), las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen el patrón y las respectivas reglas que permiten reproducirlo. (MEN, 2006, p. 67).

1.7.16. Situaciones de Aprendizaje Significativo.

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos. (MEN, 2006, p. 72).

1.7.17. Recursos Didácticos.

Los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea. Entre estos recursos, pueden destacarse aquellos configurados desde ambientes informáticos como calculadoras, software especializado, páginas interactivas de Internet, etc. (MEN 2006, p. 75).

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

A continuación se proporciona algunos antecedentes a lo largo de la historia, y referencias sobre algunas investigaciones que se han realizado al respecto. Estos antecedentes están organizados por el lugar de procedencia, de tal forma que se presentan los trabajos de investigación relacionados a nivel nacional, latinoamericano, internacional y empírico. Así mismo, el contenido delimitado contextualmente y la diversidad de perspectivas.

2.1. Revisión de Literatura

2.1.1. Nacionales

Agudelo, C (2005) en su publicación hace una reflexión sobre la forma en que los docentes conciben los procesos de enseñanza del álgebra, dado que es una asignatura en las que se presentan altas tasas de mortalidad académica y deserción. La autora argumenta que “Entre las capacidades que muestran los estudiantes que son competentes en álgebra, está la habilidad para identificar las estructuras matemáticas, que gobiernan las relaciones entre las cantidades que operan en los problemas o situaciones” (2005, p. 377) esto incluye la capacidad para representar dichas relaciones, además que incide en la forma de actuar en situaciones de la vida real, por tanto formar en estructuras matemáticas, significa formar en estructuras de actuación, que inciden en la formación del ciudadano.

Los antecedentes como: “el modelo de la matemática pura” el cual se centraba según la autora en aspectos formalistas de una lista de temas organizados en forma jerárquica que se estructuraron un texto guía, el proyecto PROMECA, que significa “ Promoción de una enseñanza basada en la comprensión, en álgebra elemental”, que estudió, en cuatro colegios, los patrones de enseñanza y aprendizaje expuestos por la autora en el documento señalan que

existe una resistencia por parte de los docentes de cambiar su forma de enseñanza en el álgebra y aunque muchos docentes manifiestan el poco interés que tienen los estudiantes sobre esta asignatura, son pocos los docentes que participan en estrategias de formación sobre nuevas metodologías de clase.

La autora afirma “El inicio del trabajo algebraico escolar en el marco de una enseñanza basada en ‘la comprensión y el significado’ no se puede centrar en la presentación de simbolizaciones prefabricadas llamadas ‘expresiones algebraicas’ sino en la organización de actividades para el aula que involucren activamente a los estudiantes en procesos matemáticos de trabajo de donde el pensamiento algebraico puede surgir” (2005, p. 380), este postulado argumenta la necesidad de intervenir con situaciones de aprendizaje que estén mediadas por material manipulativo para generar no solo una comprensión de las expresiones algebraicas, sino la resolución de problemas y actividades a partir de ellas.

Este estudio se llevó a cabo con trece docentes de octavo grado de seis colegios de Bogotá, y concluye que “entre más la forma de saber de un profesor representa la base de los propósitos pedagógicos que sustentan su práctica de enseñanza preferida. Se centraba en un secuencia fija de tareas fraccionadas para la manipulación de expresiones simbólicas” (2005, p. 403), es decir que las concepciones que manejan los docentes, influye directamente en el trabajo que desempeñan los estudiantes, por tanto se necesita cambiar la dinámica docente, en el sentido que estén abiertos a nuevas alternativas, a aprender de sus colegas y se motiven a participar en actividades de formación.

En otro estudio la autora hace alusión a las disposiciones legales que intervienen en la enseñanza del álgebra, mencionando en primera instancia la ley general de educación,

enfaticando que las matemáticas se enseñan para dotar de instrumentos a los estudiantes en aras que comprendan, expliquen y predigan la realidad.

Agudelo (2007) identifica la secuencia que la gran mayoría de docentes sigue en la enseñanza del álgebra y señala:

Muestran unidades temáticas: ‘números racionales, irracionales y reales’. El álgebra inicia con la presentación de ‘expresiones algebraicas’ y la definición de expresión algebraica; después de haber visto ‘partes de una expresión algebraica y tipos de expresiones algebraicas,’ el trabajo continúa con ‘reducción de términos semejantes y operaciones con expresiones algebraicas’. La secuencia continúa con ‘factorización’, ‘ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones’, y termina con la unidad de problemas. (p. 50).

Así mismo, considera la autora que es un enfoque instrumentalista y que se centra en la transmisión, y en esta asignatura no se debe limitar a la repetición o memorización de definiciones formales que están consignadas en un texto.

Con el fin de comprender que se entiende por el álgebra geométrica como recurso didáctico, Mejía (2006), afirma:

Que es posible decir sobre la enseñanza del álgebra en la escuela, que en ésta se ha dejado un poco de lado el estudio de: relaciones entre cantidades y magnitudes, estructuras que subyacen en las operaciones y relaciones aritméticas, y se hace poco uso de contextos geométricos y métricos para dotar de significación las expresiones que modelan fenómenos o situaciones. (p. 2).

La autora utilizó seis secuencias y en todas ellas utiliza material manipulativo, lo que convierte en este antecedente un importante insumo para el trabajo de investigación, se basa en

describir contextos geométricos para realizar las respectivas representaciones a través de las expresiones algebraicas. Una secuencia de titula rompecabezas pitagóricos y la intencionalidad de esta, es que el estudiante a partir de la observación del área de un cuadrado establezca expresiones, así mismo, tres de las secuencias hacen alusión al mundo egipcio, y en este contexto, los estudiantes realizan casos de factorización y ejercicios con productos notables. La autora concluye: “El álgebra geométrica, se convierte en puente entre las representaciones y las expresiones algebraicas, porque permite que los estudiantes observen que una ecuación puede representar una equivalencia entre áreas de figuras geométricas” (2006, p. 6), es decir que a través de su estudio, se identificó que los estudiantes dotaron de sentido y significado a las expresiones algebraicas, gracias al referente geométrico del material que facilitaba.

El siguiente antecedente se titula “Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación al álgebra escolar”, de autoría de Ligia Torres, Edith Valoyes & Rocío Malagón, publicado en el 2002, es un artículo derivado de una indagación pedagógica que reflexiona sobre la iniciación en el álgebra. Inician sus planteamientos, exponiendo las dificultades que suele presentar los estudiantes en el avance de un sistema de representación más abstracto y en el cual se requiere reforzar la interpretación y construcción de un lenguaje simbólico, las dificultades empiezan a surgir cuando las letras sustituyen a los números.

Las autores sostienen: “Estas dificultades se manifiestan, entre otras, en errores usuales de sintaxis cuando se trabaja operativamente con las expresiones algebraicas, errores de traducción cuando se utiliza el álgebra para resolver problemas escritos en el lenguaje cotidiano, e interpretaciones erróneas de expresiones algebraicas, dados los diferentes contextos en que ellas aparecen” (2002, p. 228) y sugiere que el docente haga hincapié en que el estudiante acepte la existencia de lo desconocido para luego representarlo y operar sobre este.

Una de las observaciones que hacen las autoras es que a nivel curricular, no se separe el pensamiento algebraico del pensamiento geométrico, dado su estrecha vinculación. Y el uso de algoritmos no se debe limitar a resolver problemas numéricos. Se infiere del texto, que el estudiante ha comprendido las expresiones algebraicas cuando se encuentra en capacidad de generar nuevas expresiones, dado que esta producciones significado a partir de lo que construye. El proyecto en mención, se desarrolló con treinta jóvenes del grado octavo en una institución de Cali. Y concluyen “consideramos importante retomar la modelación como instrumento para la iniciación al álgebra escolar y no sólo el uso de modelos como herramienta aislada, ya que como hipótesis creemos que a partir de la modelación se pueden potenciar aspectos básicos del pensamiento algebraico como la resolución de problemas y no sólo la adquisición de destrezas en el manejo de los símbolos y expresiones del álgebra escolar” (2002, p. 246), afirmando que a través de la modelación que se puede llegar a la construcción del concepto de variable en el estudiante, y que estas situaciones de aprendizaje deben estar ligadas a situaciones de la realidad.

Gamboa & otros (2012), las autoras inician referenciando los lineamientos curriculares de matemáticas expuestos por el Ministerio de Educación Nacional, para argumentar la relación existente entre el álgebra, lo variacional y lo numérico, dado que en el trabajo del aula, se suelen desasociar. Y afirman que “El principal problema con esta representación dominante del álgebra es que limita las posibilidades de proponer otras vías de acceso al conocimiento algebraico, constituyendo un obstáculo para la algebrización de las matemáticas escolares” (2012, p. 193) y hace un llamado a que se utilice el álgebra como una técnica matemática para resolver distintos problemas.

Se estudiaron tres instituciones educativas de Cali, y se aplicaron instrumentos para valorar las concepciones que tenían los maestros sobre la enseñanza del álgebra e instrumentos para la observación de clase. Se encontró como principal resultado, la carencia de metodologías docentes que propongan en los estudiantes problemas usando el álgebra como técnica matemática. Así mismo la explicación sobre las reglas para manejar expresiones algebraicas es meramente teórica, lo cual permite afirmar que “se produce así una atomización del proceso de enseñanza de las matemáticas, en donde los problemas son propuestos de manera aislada, sin ninguna conexión entre su estructura algebraica y las técnicas que permitan resolverlos” (2012, p. 196), por tanto se presentan las expresiones algebraicas como solo instrumentos de cálculo numérico.

Los autores afirman que “cuando un niño presenta algún tipo de discapacidad, los juegos y los juguetes que se utilizan en la atención terapéutica presentan ciertas características relacionadas con los tipos y las funciones que cumplen, así como de las manifestaciones de la discapacidad que presenta el niño” (2006, p. 10). En este antecedente se registran los grandes beneficios que se logran gracias al uso de un material manipulativo en los niños. En el marco de este proyecto, se abarcará un estudiante con una necesidad educativa especial, por tanto se considera pertinente, tener en cuenta que la actividad lúdica que se promoverá con el uso de los materiales, puede facilitar ese proceso de aprendizaje en particular.

Las “Rutas de acceso a la generalización como estrategia de resolución de problemas utilizada por estudiantes de 13 años” fue realizada por Silvia Susana Benavides, docente del Colegio Gimnasio Moderno - Colombia, fue una investigación de orden teórico, y se basa en el análisis documental de 78 textos, entre libros, tesis de doctorados y artículos académicos.

Así mismo se caracterizó el desempeño académico de estudiantes de octavo grado, y la estrategia que empleaban para la resolución de problemas algebraicos, la autora concluyó “de las catorce rutas diferentes consideradas, las más utilizadas incluyeron la elaboración de una conjetura acerca de las relaciones entre las partes, la descripción de las relaciones observadas, la escritura con palabras y símbolos de la conjetura observada y la no verificación de la conjetura o verificación mediante un término cercano” (2012, p. 49), es decir, que al considerar el recorrido que se trazan los estudiantes para resolver un problema, se hallaron similitudes como la formulación de conjeturas, la expresión verbal y escrita de los términos y las relaciones entre términos que observaban.

Bustos & Forero (2010), los autores muestran las causas que posiblemente han contribuido a que se desligue la geometría de la enseñanza del álgebra. Sostienen que si bien es cierto que la geometría es considerada una rama de la matemática, cuya estructura es independiente de otras ramas, es una disciplina que facilita la construcción de saberes en otras ramas, por tanto interviene de forma constante en la enseñanza de la matemática en general.

Los investigadores concluyen “a partir de los observables, se determinarán aspectos de la investigación, los cuales van dirigidos a la interpretación de los hechos educativos actuales, en cuanto a la composición de los procesos, así generar una interpretación correcta desde la epistemología que se tiene del álgebra geométrica, en el sentido de la conexión entre el álgebra y la geometría e identificando la importancia de los procesos de construcción del álgebra desde el génesis, la estructura, la función el método y problemas que se utiliza o que se utilizó” (2010, p. 12) y señalan que existen una conexión entre geometría y álgebra, al enseñar productos notables y ecuaciones algebraicas.

2.1.2. Latinoamericano

Señala una serie de principios que se deben tener en cuenta en los procesos de enseñanza del álgebra, Santeliz (2006), afirma:

1. Se requiere de un dominio de operaciones y contenidos básicos para introducir otros de mayor rigor y complejidad.
2. No introducir nuevas ideas y técnicas algebraicas demasiado rápido.
3. No introducir ideas o técnicas algebraicas demasiado específicas que no sirvan para el desarrollo algebraico futuro.
4. Asegurar que los aspectos diferentes de una idea, técnica o símbolo algebraico esté claramente distinguidos.
5. No introducir o establecer la notación formal antes de que una idea o técnica algebraica haya sido asimilada por los alumnos.
6. Evitar la complejidad notacional innecesaria.
7. Favorecer la comprensión algebraica en términos de traducción de diferentes lenguajes; aritmética, habitual, geométrico y algebraico.
8. No introducir técnicas formales demasiado pronto” (p 8.).

El segundo antecedente afirma que el uso de material manipulativo ha generado interés en los docentes de matemáticas. Por lo que la profesora Ross (2008) realiza un estudio con el fin determinar los efectos de los manipulativos en el rendimiento académico de un grupo de estudiantes de tercer grado. En la recopilación de información como base de su tesis de grado, Caryn Ross se encuentra un trabajo realizado por Moyer (2001) en el que se estudió a 10

profesores centrándose en las razones por las que se debe utilizar materiales manipulativos en el aula. Se encontró que los maestros que participaron en el estudio afirmaban que era divertido el uso de ellos pero no era necesario para la enseñanza de conceptos matemáticos. Por otro lado los estudiantes experimentaron un comportamiento abrumador al utilizar manipulativos. Moyer encontró que “las clases donde se utilizaban manipulativos, los estudiantes parecían estar interesados, activos e involucrados”. (Ross, 2008, p. 19).

Es así como incrementó el interés por los materiales manipulativos. Luego, Ross estudio a 22 estudiantes de edades comprendidas entre los 8-10 años de edad de una escuela primaria en la zona suburbana de Florida. Entre los estudiantes escogidos se tuvo en cuenta una amplia gama de género, raza, lectura y nivel de habilidad matemática. Una vez se recogieron los datos se realizó un examen profundo de los efectos sobre los estudiantes. Se recogieron datos mediante observación de maestros y grabaciones de videos donde se mostró una relación positiva de esta herramienta en la participación y compromiso de los estudiantes. Sin embargo, la relación entre el rendimiento académico y los materiales manipulativos requieren de más estudio e investigación. Aun así, la maestra Ross al observar un progreso de sus alumnos, quedó encantada por lo que expreso que “la información obtenida de este estudio se irá conmigo como una parte de mi filosofía de enseñanza y tengo la intención de seguir utilizando material manipulativo en matemáticas” (2008, p. 75).

El siguiente antecedente, de procedencia de Uruguay, se titula “Fundamentos Didácticos en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje del Álgebra”. Los autores sostienen que “El estudio de las funciones deberá centrarse en indagar relaciones en contextos significativos para los alumnos y usando diversos métodos de representación para analizar dichas relaciones. Se debe descartar el énfasis en notaciones, terminologías como rango y dominio, y

graficaciones sin ningún propósito” (2003, p. 384) y argumentan que el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, variables y funciones está ligado con el uso del lenguaje y simbolismo, por tanto los libros de texto desde primaria deberían proponer actividades algebraicas como el uso de símbolos de ecuaciones, fórmulas y patrones.

Así mismo los autores definen el álgebra como un instrumento de modelización matemática, y resalta que no es una simple operación de suplantar números por letras, a las cuales se desconoce su valor numérico, sino en la relación existente entre los elementos y las afirmaciones que se pueden formular a partir de ellas.

El siguiente antecedente se titula “de la aritmética al álgebra, experiencia de trabajo con estudiantes universitarios.” (Ferreira & otros 2010), el objetivo era identificar las distintas etapas y momentos de las expresiones algebraicas. Además, proponen una reconstrucción del álgebra escolar a partir de problemas verbales y de modelización matemática. Luego, ponen énfasis en la potencialidad para resolver problemas. Esta experiencia se realizó en Argentina y plantearon “la resolución de un problema sencillo a estudiantes de segundo año de la carrera profesorado en matemática y se analizó el trabajo de resolución del mismo y las sucesivas reformulaciones en el marco de un proceso de algebrización” (2010, p. 61).

Los autores en sus conclusiones afirman que, los estudiantes todavía no han adquirido, el ejercicio de plantear problemas algebraicos. Sin embargo, la investigación favoreció la utilización del álgebra como instrumento de modelización. Además, fue un estímulo para actividades con preguntas.

El siguiente antecedente se titula “lo que la investigación sabe acerca del uso de manipulativos virtuales en el aprendizaje de la matemática”, en este documento busca llevar al

estudiante a nuevos manipulativos virtuales para ser usados en el aprendizaje. Los manipulativos virtuales ofrecen herramientas para el aprendizaje por ejemplo de ecuaciones de primer grado usando “la metáfora de la balanza que debe permanecer en equilibrio” (2010, p. 146). Mediante ésta se puede además representar ecuaciones complejas con variables negativas. El docente puede ilustrar secuencialmente su resolución y la base algebraica contenida. Los autores Matus, Claudia & Miranda, Hernán plantean que “aunque existían recursos didácticos basados en esta misma noción, no había una forma de representar estas ideas de una manera razonable y flexible, y que a la vez capturara los detalles y sutilezas de las ideas matemáticas involucradas” (2010, p. 146).

2.1.3. Internacionales

El primero de los antecedentes, es un trabajo efectuado por Rule, Audrey & Hallagan, Jean titulado “Algebra Rules Object Boxes as an Authentic Assessment Task of Preservice Elementary Teacher Learning in a Mathematics Methods Course”. En este documento se busca mejorar la enseñanza y el aprendizaje de expresiones algebraicas, por medio de un tipo específico de material manipulativo llamado “cuadro de objeto” o “caja de objeto” para el desarrollo de esta investigación participaron profesores y estudiantes de primaria, centrándose en los tipos de dificultades que encuentran los maestros en la enseñanza de expresiones algebraicas.

Los autores argumentan que “The use of manipulatives can help students make connections between abstract mathematics and a concrete representation. Manipulatives can increase student interest and understanding, serving as a bridge to successful mathematical learning” (Rule & otros, 2007, p. 3), es decir, el trabajar con material manipulativo ayuda a mejorar significativamente sus conocimientos de numeración, álgebra, geometría y medición.

El segundo antecedente, se titula “manipulatives in the secondary mathematics classroom using a traditional algebra text” publicado por Christina Mutnansky en el 2010. La autora sostiene que “mathematical manipulatives are objects that are used to aid a student in learning a mathematical concept by manipulating it. Manipulatives can serve several different purposes: to introduce and develop new concepts, to present a particular problem, and to be used as a problem solving tool” (2010, p. 43) y sugiere que es normal que algunos estudiantes manifiesten haber tenido una mala experiencia con las matemáticas en cursos anteriores, que no les guste la asignatura y hasta que es aburrida.

La profesora de Bemidji High School, llamada Christina Mutnansky quiso cambiar algo en sus métodos de enseñanza con el fin de conseguir que los estudiantes se interesen, ya que es poca la retención de la asignatura por parte de los estudiantes. Intentó con varios métodos sin éxito y finalmente encontró buenos resultados con el uso de material manipulativo. Con esto se logra generar representaciones de contenido algebraico o de procesos ya sea de concreto, simbólico o abstracto.

El siguiente antecedente se titula “la aritmética y el álgebra en los libros de margarita comas” de autoría de Carmen López Esteban & Modesto Sierra Vázquez, publicado en el 2011, el artículo afirma que la representación manipulativa es el comienzo de las lecciones de aritmética, en donde los ejercicios con cantidades concretas deben tener un reflejo en la mente del estudiante a través de la abstracción, para Margarita Comas, “diseñar y proponer tareas que posibiliten la actividad indagadora de los alumnos, y la aplicación del conocimiento obtenido a otras ciencias debe ser el modelo a seguir en la enseñanza de las matemáticas” (2011, p. 9). Además, propone que en cada una de las lecciones se usen una multiplicidad de sistemas de representación, partiendo de la enseñanza intuitiva de las matemáticas y sin eliminar la

enseñanza formal y abstracta. Estas representaciones se pueden realizar con materiales como: una caja con conchas, una caja de piedrecitas de río; una caja de semillas; mil centímetros cúbicos sueltos, de madera en una caja cúbicas; una colección de varillas de hierro; una colección de figuras de madera, entre otro, lo que muestra que la enseñanza intuitiva de las matemáticas no exige gastos ni aparatos especiales; aunque ella añadiría: papel cuadriculado, cartón, regla, escuadra y unas balanzas con su sistema de pesas.

La autora es consciente de que la utilización en el aula de esta metodología no es algo sencillo sino que presenta numerosas dificultades. Es preciso que el profesorado cuente con una preparación científica y didáctica adecuada para realizar la selección y diseño de las actividades y además se requiere que el alumno adopte el papel del activo en el aula.

En un documento escrito por Socas, Martín en el marco de aportaciones de la investigación efectuado en el 2011, el autor afirma que el desarrollo de las bases del pensamiento algebraico en los estudiantes comienza determinando semejanzas, diferencias, orden, clasificación y etiqueta, siendo el álgebra el lenguaje para la expresión y manipulación de generalidades.

Menciona que generalmente se utilizan variables, fórmulas y ecuaciones en la resolución de problemas. Además, la resolución de problemas es un campo complementario en la enseñanza de expresiones algebraicas. “Las aproximaciones que lleven a los estudiantes a la construcción de fórmulas o ecuaciones en las que se aprecie la generalidad de la misma deben ser variadas: visualización; manipulación de figuras cuya construcción involucre el proceso de generalización facilitando la construcción de la fórmula” (2011, p. 28). Dicho lo anterior, permite mejorar esas debilidades que poseen los estudiantes de pasar del lenguaje común al aprendizaje del lenguaje algebraico.

El siguiente trabajo es titulado “Ejemplos de visualización y uso de materiales manipulativos en textos matemáticos antiguos” publicado por Seguí, Vicente, & Marcén, Antonio, el artículo afirma que en el aprendizaje de las matemáticas es importante trabajar con material manipulativo porque el estudiante puede comprender mejor los conceptos y procesos. Luego, “Una de las mayores dificultades con las que se encuentran los estudiantes al aprender matemáticas suele ser el modo formal, abstracto y descontextualizado en que, en ocasiones, se presentan los resultados en el aula” (2013, p. 89). De ahí que, es trascendental el uso del material manipulativo si se quiere que el estudiante alcance un aprendizaje significativo en expresiones algebraicas.

El siguiente antecedente, es un trabajo efectuado por Arreaza, Thais & Carvajal, Edilmo, en este documento se busca que los estudiantes se preocupen en el aprendizaje del álgebra. Es decir, Pasar del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico, lo cual para el joven tiene su grado de dificultad ya que implica que cambie su modo de pensar. Además, existe un problema de tipo didáctico, y se genera cuando la enseñanza se basa en solamente transmisión de conocimientos por parte del profesor, en la memorización excesiva de normas y procedimientos y, la mecanización del trabajo algebraico. Se debe fomentar una enseñanza donde el estudiante exprese y cimiente su aprendizaje, reflexione y analice cualquier situación problemática, partiendo si es posible de elementos concretos que permitan visualizar propiedades y conceptos, para luego pasar a su representación formal o abstracta.

El declaró: “uno de estos materiales son los Bloques de Dienes, con ellos podemos abordar diferentes contenidos matemáticos y son fáciles de elaborar, obtener y manipular” (Arreaza, & Carvajal, 2013, p. 473), dicho lo anterior, una clase donde el profesor haga uso de

materiales manipulativos es más atrayente que una clase donde el profesor es el que habla y explica.

El siguiente antecedente se titula “Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización” de autoría de Salazar, Viviana. Jiménez, Sandra & Mora, Lyda, publicado en el 2013, el artículo afirma que las tarjetas algebraicas son una alternativa para aprender álgebra. Así mismo, “el material permite asignar sentido al proceso de factorizar algunos polinomios utilizando representaciones inactivas, físicas y simbólico-algebraicas; naturalmente, como todo material físico, posee algunos limitantes, por lo cual solo se considera una alternativa para introducir la factorización de algunos polinomios de segundo grado” (Salazar & otros, 2013, p. 10). Es decir, permite establecer una conexión entre la noción de superficie y la expresión de algunos polinomios.

2.1.4. Empíricos

En el Instituto San José de la Salle, se trabaja con el texto Conecta en educación primaria y secundaria. Además, guías y talleres elaborados por los mismos profesores del área de Matemáticas. Sin embargo, en primaria se utilizan otras estrategias pedagógicas para la enseñanza de las Matemáticas, como son los juegos inteligentes y material manipulativo que en cierta medida ayudan a una mejor aprehensión del conocimiento de ésta área tan fundamental.

Sin embargo, hasta ahora no se ha utilizado ningún material manipulativo que tenga que ver con los contenidos propuestos para la asignatura de álgebra en el aula de clase.

2.2. Contenido Delimitado Conceptualmente

Es necesario mencionar la importancia del material manipulativo en la educación matemática, en concordancia con Mink (2010) son materiales que se pueden ilustrar, y con ello permitir la modelación de ideas y relaciones matemáticas. Su propósito es facilitar que los estudiantes manipulen objetos matemáticos y representar algoritmos.

Flores & Otros (2011) realizan un esquema de clasificación, según la utilidad y formato de los materiales manipulativos, a continuación se presenta dicho esquema que permite visualizar la categorización hecha por los autores.

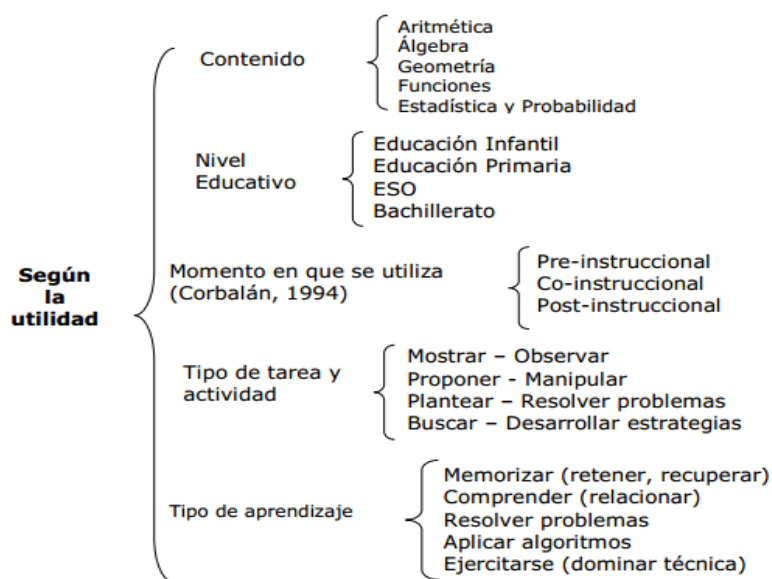


Figura 2. Tomada de: Flores & Otros. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*.

En el presente trabajo, se categorizarían los materiales según su contenido, referido solamente a álgebra, así mismo el nivel educativo haría alusión a secundaria. En cuanto al momento en que utiliza el material manipulativo se establece que sea de forma co-instruccional, es decir a la medida que se realiza la explicación básica del tema se involucra fases de interacción con el material y también se hará un uso post- instruccional, como medida

de evaluación sobre la adquisición de los aprendizajes. Se descarta un uso pre- instruccional, dado que se requiere unas bases preestablecidas para la integración con el material.

Así mismo Flores, & otros (2011), complementan este esquema, categorizando según el formato, en primera instancia con el criterio de soporte, en este caso se asume que el material será elaborado con plástico, papel y otros elementos concretos como madera e icopor. No se tendría en cuenta un soporte informático en la medida que en la educación básica y media se encuentre poco difundido el material manipulativo, especialmente en la asignatura de álgebra. Se proyecta que los materiales manipulativos diseñados en el proyecto, sean fáciles de encontrar en el mercado.

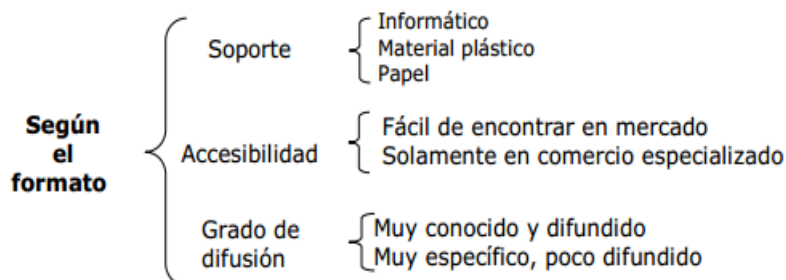


Figura 3. Tomada de: Flores & Otros. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*.

El material manipulativo comienza con la introducción de una serie de reglas, una determinada cantidad de objetos o piezas, cuya función en el juego está definida por esas reglas, de la misma forma en que se puede proceder en el establecimiento de una teoría matemática por definición implícita. Los materiales manipulativos reúnen cualidades y requisitos que los hacen útiles para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje: constituyen un recurso que dinamiza la actividad de los estudiantes en muchas de las formas de organización de la enseñanza, donde una vez motivados desarrollan su actividad cognoscitiva,

práctica y variada, en la cual adquieren, precisan y consolidan los conocimientos de forma activa.

Encierran dos elementos esenciales dentro del desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje: son un medio de enseñanza como artículo y a la vez un método de enseñanza como forma de realizar la actividad.

A medida que aumenta la edad de los estudiantes y el nivel de enseñanza que cursan, en las instituciones los maestros disminuyen la utilización de material manipulativo, por lo que su aplicación decrece de la enseñanza primaria hacia la básica y media. El material manipulativo es una actividad de aprendizaje que si se dirige y orienta pedagógicamente contribuye a la activación del pensamiento y permite desarrollar las capacidades intelectuales de los estudiantes. Estas orientaciones pedagógicas serán producto del proyecto de investigación y se derivan de la experiencia de interacción con el grupo de estudiantes.

El empleo de los materiales manipulativos debe realizarse de forma planificada, en correspondencia con los objetivos del programa, teniendo en cuenta además las características de los estudiantes, su edad, intereses y necesidades, ya que su aplicación exige una adecuada orientación metodológica. Estos criterios serán tenidos en cuenta a la hora de diseñar e implementar los materiales manipulativos, en la medida que cada material responderá a un objetivo de aprendizaje particular. Y los materiales serán diseñados para estudiantes entre los 12 y 16 años, teniendo en cuenta las particularidades cognitivas de esta edad.

Las tendencias contemporáneas, en materia de materiales matemáticos, se dirigen hacia la aplicación de material manipulativo en la enseñanza, para constituir un método efectivo dentro del proceso docente-educativo al estar presentes elementos de motivación, competencia,

espontaneidad, participación; y resultar una vía eficiente para resolver importantes tareas de carácter educativo.

Según lo mencionado anteriormente, el esquema de categorización del material manipulativo que se generará en la presente propuesta es;

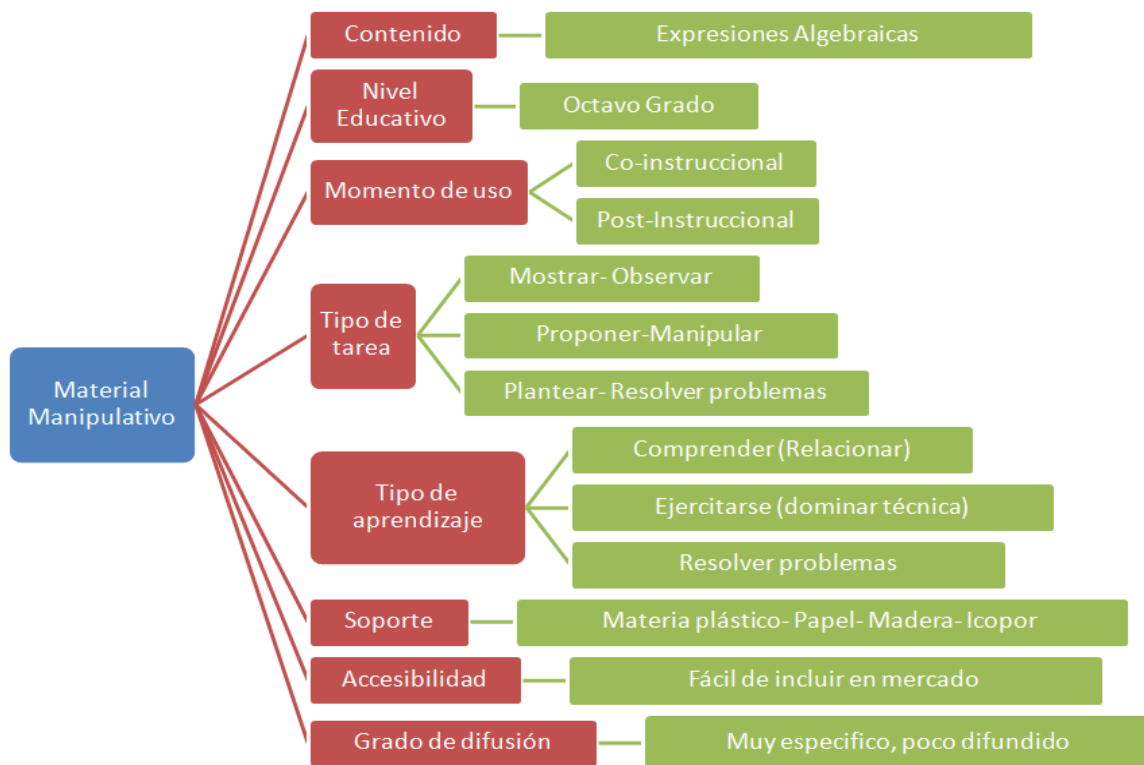


Figura 4. Esquema de las categorías en las que clasifica el material manipulativo producto de la presente investigación.

Se espera que la escuela, como centro social, incorpore los materiales manipulativos como actividad compatible con el aprendizaje, en la que el educando pone en acción todas sus fuerzas y sentidos. Existe la tendencia de identificar el trabajo únicamente con lo productivo y no se valora la contribución que puede hacer la actividad lúdica al trabajo. El material manipulativo puede cumplir al menos tres funciones en el proceso de aprendizaje, al constituirse en un medio de exploración y expresión, un instrumento para la organización y

aplicación de habilidades y, un factor de socialización e integración. El material manipulativo es también un apoyo con fines de motivación, diagnóstico y evaluación, además de servir para propiciar la creación de productos educativos.

2.2.1. Aplicaciones del Material Manipulativo como Estrategia.

El material manipulativo plantea propiciar la reflexión entre quienes enseñan, con el fin de provocar planteamientos y discutir puntos de vista en relación con cuestiones tales como: análisis de contenidos por enseñar, uso de recursos. El propósito es proponer y utilizar estrategias para resolver retos que suelen presentarse en ámbitos escolares. Como consecuencia de la necesidad de obtener y aplicar recursos para diseñar escenarios de aprendizaje, con el material manipulativo los participantes manifiestan y comparan actitudes, experiencias y conocimientos. De las discusiones que se generan todos aprenden algo y la comunidad de aprendizaje se enriquece y madura.

2.2.2. Desarrollo de los Materiales Manipulativos.

El uso del material manipulativo puede llegar a ser un método eficaz de la enseñanza de las matemáticas. El material manipulativo contribuye positivamente al desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura de álgebra, específicamente en el aprendizaje de expresiones algebraicas.

2.2.3. Elementos para el Trabajo con los Materiales Manipulativos.

Delimitación clara y precisa del objetivo que se persigue con el material manipulativo.

- Metodología a seguir con el material manipulativo en cuestión.
- Instrumentos, materiales y medios que se utilizarán.

- Roles funciones y responsabilidades de cada estudiante.
- Tiempo necesario para interactuar con el material manipulativo.
- Normas que se tendrán en cuenta durante el uso del material manipulativo.
- Conseguir un clima psicológico adecuado durante el uso del material manipulativo.
- Instruir a los estudiantes en el arte de escuchar.
- Toma de notas.

2.2.4. Reseña Histórica sobre Materiales Manipulativos en Álgebra

A continuación se señalan algunos autores que justifican el uso del material manipulativo en el aprendizaje del álgebra. Álgebra es la rama de la matemática en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas. Además permite representar situaciones reales de una manera simbólica, luego, se utilizan números y letras para simbolizar los valores desconocidos de una expresión.

De igual manera, en primaria, las operaciones básicas del álgebra son suma, resta, multiplicación y división. Además, el álgebra se ocupa de resolver ecuaciones y utiliza símbolos en vez de números.

En el siglo VII los hindúes desarrollaron los pasos algebraicos para manejar números enteros. Así mismo, el álgebra inicio en el antiguo Egipto y Babilonia, a partir del siglo XVI antes de Cristo, donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ($m x = c$) y cuadráticas ($m x^2 + n x = p$) así como ecuaciones indeterminadas, con más de una incógnita. Además, en ese mismo siglo XVI, el matemático francés François Viète desarrolló una notación algebraica la cual representaba incógnitas con vocales y las constantes con consonantes. Más tarde, el

matemático Francés René Descartes fusionó la geometría y el álgebra. De la misma forma, el MEN (1998) afirma que el álgebra:

generaliza patrones aritméticos y posteriormente se constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación, las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables, todos éstos desarrollos propios del pensamiento variacional. (p. 17).

Por otro lado Cerón & Gutiérrez (2013) en su trabajo “la construcción del concepto de número natural: una secuencia didáctica que involucra juegos con materiales manipulativos” involucra los materiales manipulativos como herramienta de aprendizaje para la construcción del número natural.

2.2.5. Expresiones Algebraicas.

Guerrero, D. (2011) afirma que las expresiones algebraicas son la combinación de números reales, con variable(s) y respectivas potencias combinadas con operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación o división). "Una expresión algebraica es un conjunto de números y letras unidos entre sí por las operaciones de sumar, restar, multiplicar, dividir y

por paréntesis. CIDE. (S.F) Por otro lado, Cifuentes Rubiano & Salazar Suarez (2010) exponen el siguiente esquema para definir el concepto de expresiones algebraicas:

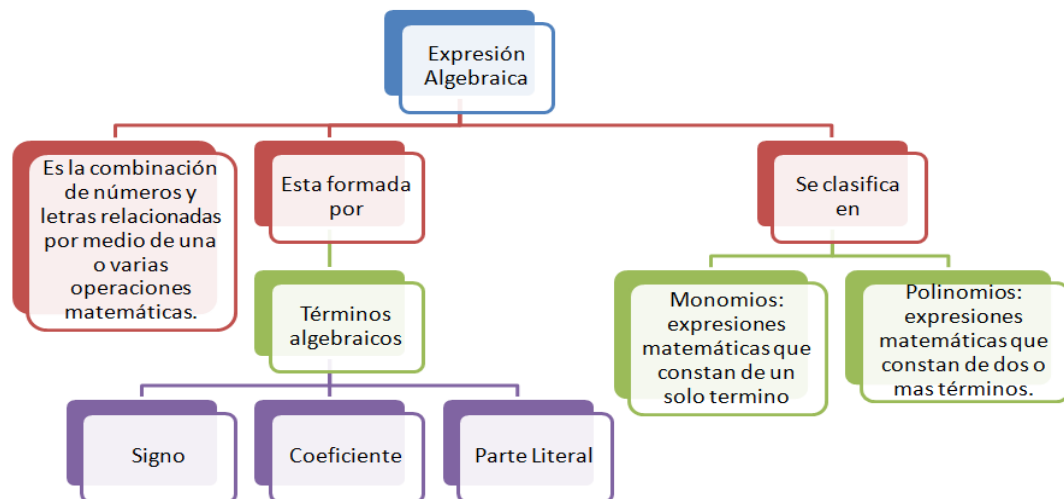


Figura 5. *Concepto de expresiones algebraicas.*

2.2.6. Aprendizaje

La presente propuesta se enmarca dentro de la corriente pedagógica del Constructivismo, definido por Iafrancesco V., Giovanni M. (1997) como un movimiento pedagógico que se caracteriza por que el estudiante es el centro de aprendizaje y él es quien construye el saber. Algunas de las premisas que expone son “Lo que hay en la mente de quien aprende tiene importancia para facilitar nuevos aprendizajes” haciendo alusión a la importancia de conocer los saberes previos con que viene el estudiante. Otra premisa expuesta por este autor es: “La mente no es una tabla rasa sobre la que se puede ir grabando información” esto da una nueva concepción al proceso de enseñanza, ya que la labor del maestro pasa de transmitir información a facilitar el desarrollo de procesos de pensamiento en el estudiante, que le permita recrear el saber. Por tanto define el papel del maestro con el siguiente postulado: “Los maestros

no deben esperar recetas infalibles para mejorar las condiciones didácticas; deben estar atentos y en disposición de aplicar la imaginación y la creatividad sin caer en reduccionismos”, en otras palabras el maestro se convierte en mediador entre el conocimiento y el estudiante.

Se seleccionó este enfoque pedagógico, dado que concibe que el estudiante aprenda más si está interactuando con objetos, es decir, por medio de la experimentación, y no solamente por medio de una explicación formal. En los procesos de experimentación, el estudiante va sacando sus propias hipótesis y conclusiones por su descubrimiento.

Kilpatrick (1987), argumenta que el constructivismo radical y el constructivismo social tiene características similares, como:

1. El conocimiento es construido por el que conoce; no se puede recibir pasivamente del entorno.
2. El proceso de conocer es una acción de adaptación del sujeto al mundo de su propia experiencia. Por lo tanto, no es posible descubrir un mundo independiente y pre-existente afuera de la mente del que conoce.

Área (2010) afirma que el material manipulativo contribuye en los procesos de enseñanza y aprendizaje en tanto permite realizar acciones como: comprender e interiorizar determinadas nociones, por medio de sensaciones.

2.3. Diversidad de Perspectivas

Dentro del proceso de investigativo, se han encontrado documentos que aportan elementos importantes que coinciden con la investigación desde diferentes posturas. Dado que diferentes investigaciones realizadas en los últimos años, tanto a nivel nacional, latinoamericano e internacional develan las dificultades que tienen los estudiantes en la

educación secundaria cuando se enfrentan a problemas algebraicos y significación de éstas. Sin embargo, el uso de material manipulativo no está muy extendido en la educación secundaria como si lo está en la educación primaria. Así pues, es necesario traer al aula situaciones cotidianas que supongan desafíos matemáticos atractivos y el uso habitual de variados recursos y materiales didácticos para ser manipulados por el estudiante. Además, que no se debe quedar en ese ejercicio de construir material sino de darse un proceso de interacción en el que el lenguaje que describe el material manipulativo sea común para los estudiantes y que su aplicabilidad sirva para la solución de problemas y el aprendizaje de expresiones algebraicas.

A continuación, se presenta el siguiente antecedente donde afirma la “relatividad socio-cultural de los significados del álgebra y los procesos de transposición didáctica en el marco del álgebra escolar” fue escrito por Walter F. Castro, con apoyo de la Universidad de Antioquia, (Colombia).

En el documento se afirma que si bien el álgebra se caracteriza por su alto contenido derivado de la abstracción, se requiere habilitar contenidos procedimentales que permitan que el estudiante analice y se apropie del saber para luego si expresarlo de forma abstracta. El autor afirma que “la dialéctica entre objeto matemático y su significado puede ser expresada en términos de seis entidades primarias: situaciones problema, elementos lingüísticos (lenguaje), conceptuales, procedimentales, propiedades (proposiciones) y argumentos” (2008, p. 3) y argumenta que la inclusión de razonamiento algebraico puede iniciarse desde primaria, dado que se abarca aspectos como el pensamiento sistémico y unitario. Resalta que los primeros usos del álgebra se dieron para resolver problemas de herencias o división de bienes, por tanto se puede pensar en proponer en el aula objetos matemáticos que puedan expresar significados como estos.

La conclusión a la que llega el autor es que “Las prácticas discursivas y operativas puestas en juego en la enseñanza y aprendizaje del álgebra podrían enriquecerse por el conocimiento de cómo ha evolucionado históricamente el álgebra y de cómo tal evolución puede expresarse en términos de algunas de las dualidades propuestas por el Enfoque Onto-Semiótico de la cognición y de la instrucción de las matemáticas” (2008, p. 9) lo cual implica que los contenidos matemáticos requieren ser transformados desde primaria para resaltar su contenido algebraico, si desde un comienzo se estimulan las bases de comprensión a temprana edad, esto permitirá reducir las dificultades que suelen caracterizar este aprendizaje en secundaria.

El siguiente antecedente se titula “Razonamiento algebraico en la escuela primaria: problemas y propuestas” es un documento escrito por Walter F. Castro G, en el marco del coloquio internacional de enseñanza de las matemáticas, efectuado en el 2012. El autor afirma que debe mejorar las condiciones para generar en el aula de clase, un verdadero razonamiento algebraico elemental.

Menciona que desde ciertos autores se ha visto el álgebra como la puerta de acceso a niveles superiores de estudio en las matemáticas, y esta perspectiva de ver el álgebra como un obstáculo, o como una meta alta, debe ser sustituida por ver el álgebra como una herramienta facilitadora en los procesos de comprensión matemática. El autor afirma “el álgebra está relacionada con una mejor comprensión de la aritmética, con la geometría, el análisis y otros temas matemáticos, parece que no hay duda que una buena experiencia temprana con el álgebra podría servir para mejorar la formación matemática de los niños” (2012, p. 8) de tal forma se crean situaciones de aprendizajes en torno al álgebra que permiten fortalecer nociones matemáticas básicas. Y finaliza su tesis, argumentando que es necesario incluir en el currículo,

el Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) para que desde temprana edad se cuente con buenas bases.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

En este capítulo se buscará construir el material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas, con el fin de que los estudiantes del grado octavo que presenten debilidades en la asignatura de álgebra, fortalezcan la competencia de resolución de problemas, la cual va a permitir dar solución parcial o total a la problemática planteada inicialmente. Por otra parte, se indicará la metodología a desarrollar como la población, participantes, selección de la muestra, marco contextual, instrumentos de recolección de datos, aplicación de los instrumentos, análisis estadístico y aspectos éticos. Se recurre a los planteamientos teóricos para definir las concepciones sobre el tipo de investigación seleccionado.

3.1. Método de la investigación

Se empleará la investigación de corte cuantitativo porque se pretende generalizar los resultados y que los estudios puedan ser aplicables, específicamente en el grado octavo para el manejo y dominio de expresiones algebraicas. La investigación cuantitativa según Salas (2011), “busca explicar las regularidades observadas en los eventos de la naturaleza humana estableciendo sus determinantes con altos niveles de confianza estadística” (p 13.). Es decir, es donde el investigador parte de la realidad debido a que forma parte de éstos, lo afectan y él, a su vez, influye en ellos.

Con el fin de comprender que se entiende por investigación cuantitativa, Sarduy (2007), señala:

La investigación cuantitativa se dedica a recoger, procesar y analizar datos cuantitativos o numéricos sobre variables previamente determinadas. Esto hace

darle una connotación que va más allá de un mero listado de datos organizados como resultado; pues estos datos que se muestran en el informe final, están en total consonancia con las variables que se declararon desde el principio y los resultados obtenidos van a brindar una realidad específica a la que estos están sujetos. (p. 5).

Según lo expuesto anteriormente, la pregunta orientadora del proceso investigativo es: ¿Hay diferencia en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no? Analizando la pregunta de investigación es necesario que haya un mínimo de dos grupos para establecer comparaciones entre ellos, teniendo que la asignación de estudiantes no fue aleatoria (el grupo ya estaba formado), se ha optado entonces por un diseño cuasi experimental. Es necesario recalcar que “por métodos cuantitativos de investigación se entienden los diseños experimentales y cuasi experimentales” (Sarduy, 2007, p. 5). Es decir, “cuasi” es conocido como “aproximado” por lo que se dice que no es un diseño completamente experimental debido a que los grupos no están asignados aleatoriamente.

Según Cardona (2003), “Los diseños cuasi experimentales son una derivación de los estudios experimentales, en los cuales la asignación de los pacientes no es aleatoria aunque el factor de exposición es manipulado por el investigador” (p 1.). Cardona (2003) encontró que se” puede incluir un grupo de comparación que no reciba la intervención y que se evalúa también antes y después con el fin de medir otras variables externas que cambien el efecto esperado por razones distintas a la intervención”(p. 2).

Dicho en otras palabras, se toma dos grupos: control (no recibe el material manipulativo) y experimental, a los que se le aplica el pre-test (diagnóstico), luego, se le aplica el material manipulativo al grupo experimental y, tras esto, se le realiza el pos-test a los dos grupos.

Según Hernández, Fernández, y Baptista, (1997), referenciando a Wiersma, (1986), quienes señalan que “en estos diseños el investigador debe intentar establecer la semejanza entre los grupos, esto requiere considerar las características o variables que puedan estar relacionadas con las variables estudiadas” (p 173.). La expresión “establecer semejanza entre los grupos” se usa porque la selección de los estudiantes no se produce en condiciones aleatorias que garanticen totalmente la validez interna. Luego, las diferencias iniciales entre los grupos de estudiantes podrían influir en los resultados del postest.

Cabe aclarar que los materiales manipulativos serán elaborados por los estudiantes en la fase de intervención pedagógica y los criterios de diseño y elaboración de dicho material están expuestos en un apartado anterior.

Se ha seleccionado esta metodología con el fin de introducir materiales manipulativos que mejoren el rendimiento académico en el aprendizaje de expresiones algebraicas e impacten en los aspectos motivacionales de los estudiantes.

Esta investigación se desarrollará a través de fases para la elaboración y diseño del material manipulativo, las cuales son; Fase de formulación, fase de diseño y fase de aplicación, explicadas de forma detallada posteriormente.

3.2. Población objeto de la investigación

3.2.1. Población, Participantes y Selección de la Muestra

Con el fin de comprender que se entiende por población, (Hernández et al., 1997), referenciando a Selleiz, (1974), "una población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones" (p 210.).

Según (Hernández et al., 1997), referenciando a Sudman, (1976), "la muestra suele ser definida como un subgrupo de la población" (p 210.).

En otras palabras, la población objeto de estudio es el grado octavo de una institución oficial del municipio de Bucaramanga, que tiene tres grupos (801, 802 y 803) en la jornada de la tarde con un total de 97 estudiantes. Por lo tanto, la población es finita y el muestreo probabilístico. Sin embargo, para esta investigación se elegirán dos grupos. Así mismo, la elección de los grupos experimental y control, se escogerá de manera aleatoria: grupo 801 (control), 32 estudiantes y el grupo 803 (experimental), 32 estudiantes.

Los grupos serán conformados de la siguiente manera:

- Grupo control: Estudiantes del grado 801 continuarán con sus clases normales, que habitualmente llevan en álgebra con guías y talleres. Luego, se le aplicará pre-test (antes) y pos-test (después, de las guías y talleres, al final).

- Grupo experimental: Estudiantes del grado 803 de la jornada de la tarde, en este grupo se empleara el pretest. Luego, se ejecutará la intervención con el material, y tras esto, se realizará el pos-test al final.

3.3. Marco Contextual

La investigación se llevará a cabo en una institución oficial del municipio de Bucaramanga de estratos 3, 4 y 5, la cual se ha distinguido por ser uno de los principales planteles oficiales con altos puntajes en pruebas saber e Icfes, mantenido en un nivel muy Superior, situación que la hace una de las mejores a nivel local, regional y nacional. Sin embargo, en comparación con otras instituciones que presentan puntajes promedio similares, en el área y grado evaluado el establecimiento es relativamente débil en planteamiento y resolución de problemas debido a que los estudiantes no saben pasar expresiones de la vida real a expresiones algebraicas.

La institución posee una propuesta educativa basada en los principios y enseñanzas de San Juan Bautista, contando con una planta física tecnológica didáctica de excelentes condiciones y un recurso humano de calidad y excelencia.

Su misión se centra en formar integralmente, generar conocimiento educativo, aprender en comunidad y contribuir a la consolidación de una sociedad pacífica, justa, inclusiva y democrática.

3.4. Instrumentos de Recolección de Datos

El cuestionario aplicado a los estudiantes contempla diez situaciones problema, tomadas de un documento estandarizado por el ICFES, que se evidencia en los resultados

de las pruebas saber 9 realizadas en el año 2013 en Colombia. La evaluación se llevará a cabo en dos momentos diferentes:

- El pre-test (diagnóstico): Antes de aplicación del material (grupo control y experimental).
- El pos-test: Después de finalizada la aplicación del material. (grupo control y experimental).

El cuestionario estandarizado aplicado para la evaluación de la competencia de resolución de problemas en el aprendizaje de expresiones algebraicas es el mismo para los dos grupos: control y experimental. Por otra parte, En la prueba pos-test se cambió el orden de las preguntas para evitar el sesgo derivado del aprendizaje que se produce al realizar nuevamente la misma prueba. Esto es, manteniendo siempre el mismo componente y el mismo nivel de problema. Así mismo, cada pregunta cerrada, incluida en el pre-test (apéndice 3) o pos-test (apéndice 4) está asociada a un mismo nivel de complejidad, a partir de los cuales se definen cuatro niveles de desempeño según el decreto 1290 del 16 de abril del 2009: bajo, básico, alto, superior y sirven para analizar los niveles alcanzados por los dos grupos y establecer diferencias entre ellos. Este resultado consolida los puntajes obtenidos por los estudiantes en el pre-test o pos-test, se mide según una escala de 0 a 100 y sirve para saber cuál fue el grupo que obtuvo mejor rendimiento académico. Dicho de otra manera, realizar comparaciones entre los grupos. Habría que decir también que el docente que dirige la intervención en el grupo experimental es el mismo que el docente que dirige el grupo control.

3.5. Procedimiento en la Aplicación de Instrumentos

Para la intervención del material manipulativo y los contenidos propuestos en el plan de asignatura se tendrá una duración de 16 sesiones de 50 minutos cada una (dos sesiones semanales durante 4 semanas) es decir, durante dos meses, realizadas en el grupo experimental, mientras, en el grupo control se trabajarán en el mismo tiempo, guías y talleres sobre los mismos temas.

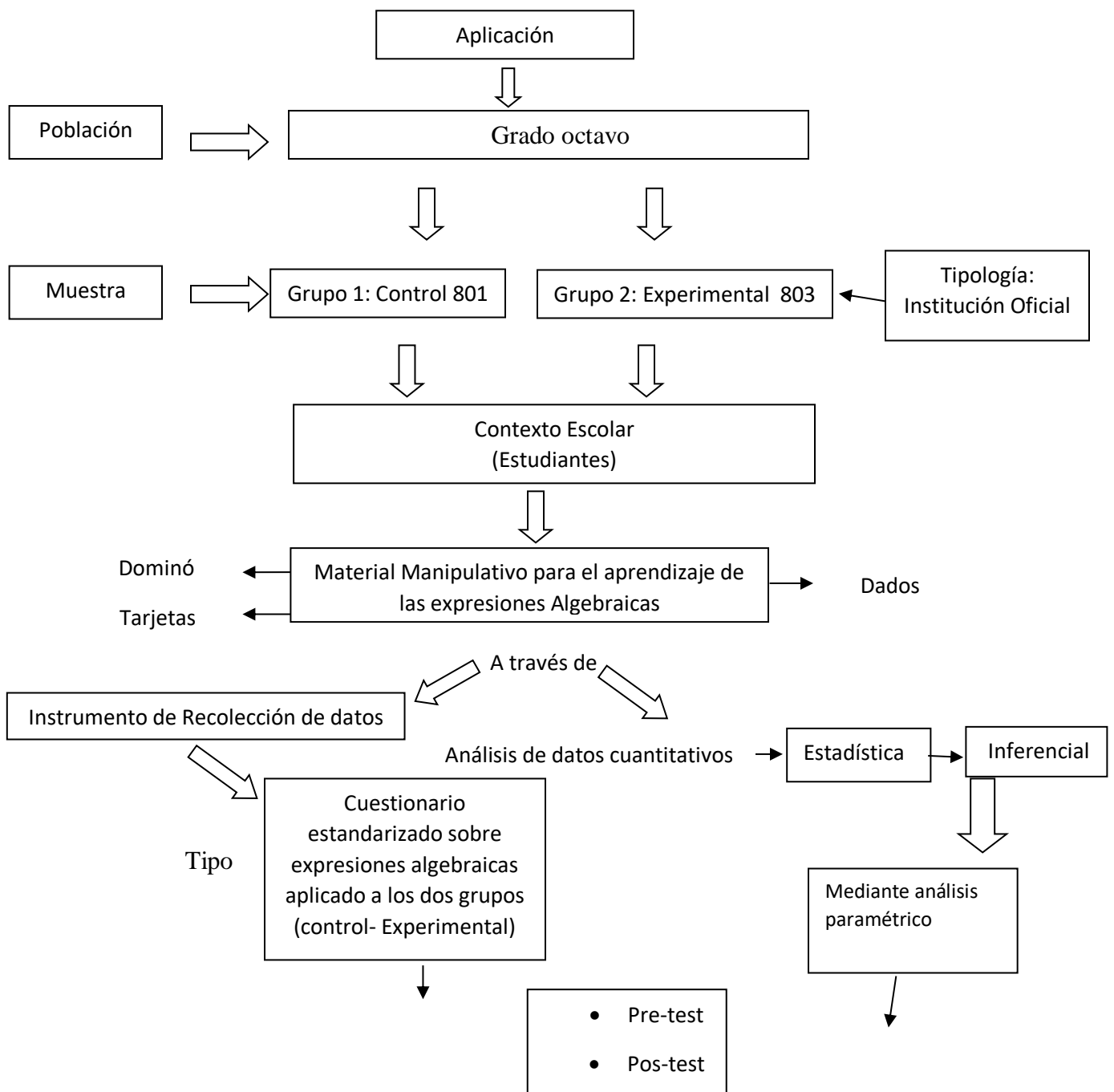
En la primera y segunda sección, se aplicará el pre-test (diagnóstico), que contiene 10 preguntas cerradas, un mismo nivel de complejidad y la misma competencia: resolución de problemas en el aprendizaje de expresiones algebraicas en los grupos: control y experimental. Posteriormente, se explicará cómo utilizar la competencia de resolución de problemas para el aprendizaje de expresiones algebraicas y de esa forma tener un plan de trabajo para resolver el problema. Dicho plan se estructura de la siguiente forma: comprender el problema, buscar una manera de pensar que ayude a resolverlo, ejecutar ese modo de pensar y responder a las preguntas del problema.

La tercera y cuarta sección se dará una instrucción de ¿Cuáles son las características de uso que el material manipulativo debe tener para que sea una estrategia exitosa?

En la quinta y sexta sección el docente proporcionará a los estudiantes indicadores de cómo manejar la competencia de resolución de problemas para el aprendizaje de expresiones algebraicas y realizará problemas para resolver con los estudiantes en la clase.

Por último, las diez secciones siguientes corresponderán a la construcción y aplicación del material manipulativo y aplicación del pos-test como se explica en la Fase de formulación, Fase de diseño y Fase de aplicación que se encuentra después del gráfico en la siguiente página.

A continuación se presenta el siguiente gráfico con el fin de entender el procedimiento en la aplicación de instrumentos:



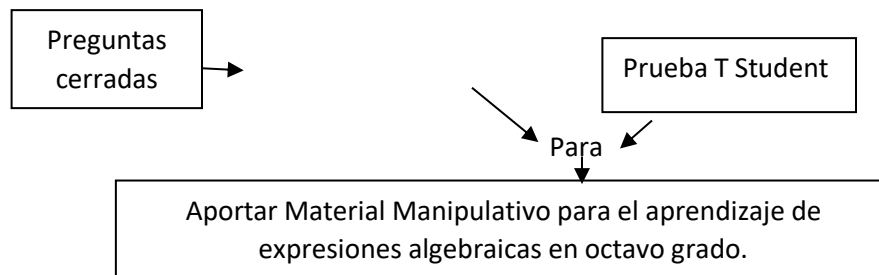


Figura 6. *Esquema del Procedimiento en la aplicación de instrumentos*

El procedimiento en la aplicación de instrumentos se sintetiza en la figura 6, anteriormente presentada. Inicia con la delimitación de la población y la muestra, aclarando la existencia de dos grupos; Grupo Control y Grupo Experimental, como lo sugiere el diseño cuasi experimental. Estos dos grupos conformarán el contexto escolar que se abordará en el proyecto, caracterizado por ser estudiantes de octavo grado que cursan la asignatura álgebra en una institución oficial. En cuanto a la construcción del material manipulativo, se hará según las fases mencionadas; Fase de formulación, Fase de diseño y Fase de aplicación.

En la fase de formulación se hará una recopilación y análisis del material que comúnmente se usa para el aprendizaje de expresiones algebraicas. En otras palabras, guías y talleres.

En la fase de diseño, se procederá a fabricar los materiales de acuerdo a la información abstraída de la fase de formulación, estos materiales manipulativos serán creados utilizando elementos como papel, cartón, icopor y madera, dado que estos permiten la construcción e interacción del material con el estudiante.

En la fase de aplicación se prevé que después de la explicación formal sobre el tema en cada uno de los grupos y de la introducción de los conocimientos bases para el desenvolvimiento en los ejercicios de expresiones algebraicas, se dividan los grupos

(801, 803) de 32 estudiantes cada uno, en ocho subgrupos de a cuatro estudiantes, estos grupos son: el grupo control y el grupo experimental. El objetivo de que el grupo experimental se divida en subgrupos de máximo 4 estudiantes obedece a generar una reflexión sobre la actuación que se acaba de vivir con el material. A su vez, el grupo control también se organizará por subgrupos para desarrollar actividades relacionadas con la temática pero utilizando material como guías y talleres.

A continuación se presenta una breve descripción de los materiales manipulativos que se espera diseñar, para que a su vez el estudiante realice la construcción del material manipulativo con el objetivo de que sea significativo para ellos y sirva para brindar mayor comprensión sobre estos. Posteriormente se ampliará, una vez estén diseñados y con las orientaciones para su uso.

3.5.1. Dados

Estos tienen como objetivo que los estudiantes aprendan a diferenciar términos semejantes con expresiones algebraicas con el fin de que puedan resolver las distintas operaciones (+, -, x, /).

Este elemento será usado con el propósito de guiar una dinámica sobre igualdad y resolución de expresiones algebraicas. La mecánica del mismo, consiste en la relación que se establece entre el contenido de las caras del dado, al contener expresiones algebraicas para resolver.

A continuación se presentan una imagen de cómo se utilizarían los dados en el aprendizaje de expresiones algebraicas. Algunas de las orientaciones que se darían para el trabajo con los dados, serían “Se lanzan los dados y los estudiantes deben hallar

los términos semejantes de las expresiones algebraicas” con el fin de que los estudiantes establezcan equivalencias. El trabajo se realizaría por grupos de a cuatro estudiantes.

3.5.1.1. Reglas de juego y Observaciones

Juegan dos o más estudiantes. El jugador que comienza lanza los dos o tres dados dependiendo del número de estudiantes que estén en el grupo. Luego, observa si son semejantes. Es decir, que tengan la misma letra y exponente, así mismo, anotarán la expresión algebraica obtenida al lanzar los dados como el resultado. Finalmente, si el estudiante comete un error en el resultado perderá un punto y si es correcta la respuesta ganará un punto. Ganará el estudiante que acierte más jugadas.

Dentro de las observaciones se debe reflexionar los aspectos positivos y negativos del juego con el fin de ir mejorando en expresiones algebraicas.



Figura 7. *Aplicación de dados en términos semejantes*

3.5.2. Dominó

La mecánica del juego del dominó es bien sencilla: colocar unas piezas a continuación de las otras con la única regla de que sólo pueden tocarse por el lado en el que comparten el resultado de la expresión algebraica. De hecho, se va a jugar sin fichas dobles con el fin de manejar la competencia de resolución de problemas en el aprendizaje de expresiones algebraicas.

El dominó trata de resolver problemas y mejorar en el manejo de expresiones algebraicas. Algunas de las expresiones algebraicas que aparecen son: $5a^2 + a$; $m^2 + 2m$; $x + x^2$; $x^2 - 36$; $9x^2 - 6xy + y^2$; $x^2 - 3x - 4$; $x^3 + 1$; $(a + b)^3$

3.5.2.1. *Reglas de juego y Observaciones*

Está formado por 28 fichas con 7 resultados diferentes. Cada resultado aparece en 7 fichas: en una doble (no tenida en cuenta para ejercicios de resolución de problemas) y en otras seis fichas acompañado de los otros 6 resultados. Se juega en parejas. Sin embargo, se propone el juego para 4 estudiantes.

Se forman grupos de 4 estudiantes y juegan los 4 juntos. Se trata de que los estudiantes descubran, en primer lugar, los 6 resultados que salen en el planteamiento y resolución de problemas y manejo de expresiones algebraicas con el juego del dominó de una manera significativa.

Empieza el estudiante que coloque una ficha doble sobre la mesa. Continúa el estudiante que está a su derecha. Si no puede colocar ficha, pierde el turno.

Sigue el estudiante de la derecha, colocando su ficha en uno de los extremos de la serie. Si no puede colocar ficha, pierde el turno.

El estudiante que coloca una ficha equivocada se le sanciona con un punto y se rectifica la jugada. Gana la partida el estudiante que consigue colocar todas sus fichas primero.

Dentro de las observaciones, no será posible que los estudiantes puedan jugar si previamente no se han familiarizado, de alguna forma, con las fichas y con las expresiones algebraicas que en ellas aparecen. Además, Se debe decidir si se pone un tiempo límite por cada jugada.

Algunas imágenes de cómo se podría realizar el juego de dominó con material manipulativo, serían las siguientes:

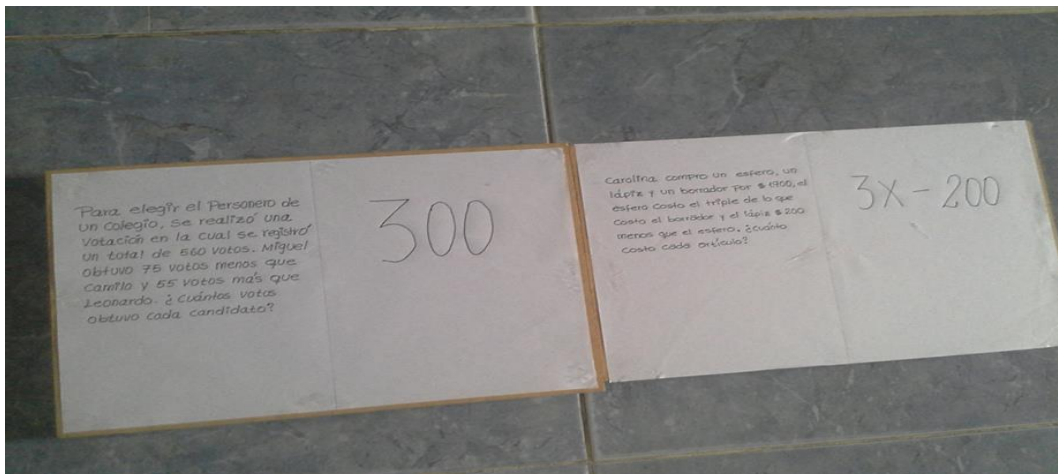


Figura 8. Aplicación del dominó en el planteamiento y resolución de problemas

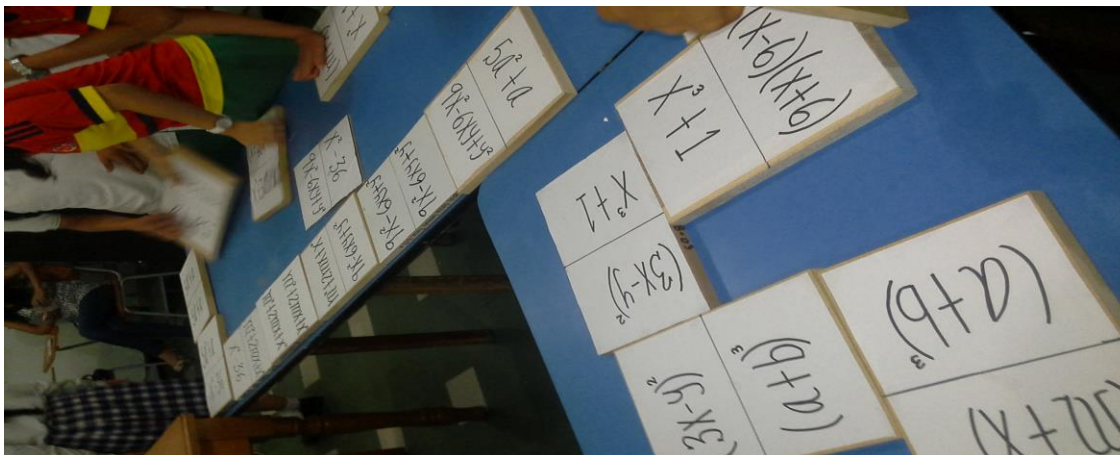


Figura 9. Aplicación del dominó en factorización

3.5.3. Tarjetas

En todo problema la debilidad del estudiante radica en que no saben pasar de un lenguaje verbal a un lenguaje algebraico. Por lo tanto, se busca que con el juego de las cartas el estudiante logre comprender los enunciados para evitar errores en la competencia de resolución de problemas. Así mismo, promover la construcción de estructuras mentales en el estudiante de octavo grado, dirigidas a la comprensión y puesta en práctica de juicios de valor generados a partir de la temática, lo anterior, bajo la orientación que genere la persona adulta moderadora del material didáctico. Por lo tanto, las tarjetas pueden considerarse como imagen didáctica, ya que corresponden a una “esquemmatización de la mente esto es, una sucesión de abstracciones que cristalizan en una síntesis, concretada finalmente en formas visuales” a través del uso gráfico de la imagen.

3.5.3.1. Reglas de juego y Observaciones

Se entrega a cada estudiante de a una o varias tarjetas. Se inicia cuando uno de los estudiantes lee su tarjeta. Es decir, si la tarjeta está en lenguaje común (el cuádruplo de un número), se debe encontrar el estudiante que tenga la respuesta en lenguaje algebraico ($4x$). La forma de dar lectura a su tarjeta en forma de juego es la siguiente: DONDE ESTA $4x$ y el estudiante que tenga la respuesta dirá TENGO el cuádruplo de un número.

El siguiente ejemplo de la (figura 9) sirve para utilizar tarjetas de un lenguaje verbal a uno algebraico con el fin de que el estudiante mejore en la competencia de resolución de problemas como también en las expresiones algebraicas.

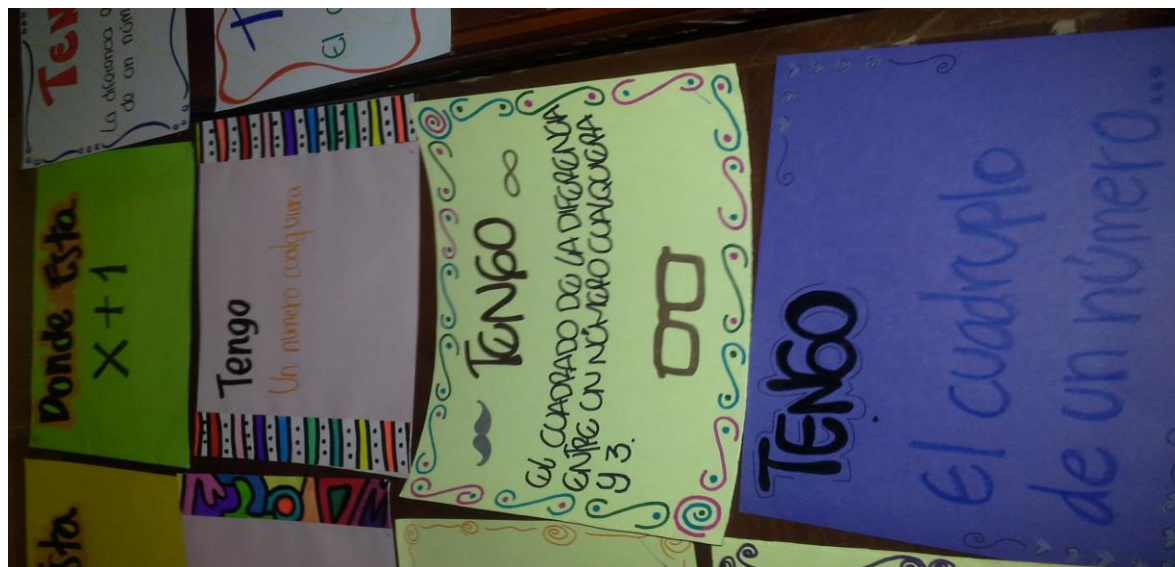


Figura 10. Aplicación de tarjetas

3.6. Análisis de Datos

Para evaluar los efectos que tiene el material manipulativo se efectuará a través del análisis de datos cuantitativos y la estadística inferencial, la prueba de hipótesis mediante análisis paramétrico como la Prueba T Student para muestras independientes en el programa SPSS. Es decir, se va a trabajar muestras independientes debido a que es una

prueba paramétrica que necesita que se cumplan una serie de condiciones y se utilizará para comparar medias del (grupo 1: 801, llamado control y grupo 2: 803, llamado experimental).

Las muestras independientes de los dos grupos a comparar están compuestas por diferentes estudiantes. Es decir, los del grupo 1 son otros estudiantes diferentes a los del grupo 2 o los estudiantes del grupo 1 no son los mismos estudiantes del grupo 2. Por lo tanto, no puede haber estudiantes repetidos en esos dos grupos. Así mismo, se tomará una medición al iniciar (pre-test “diagnóstico”) y al finalizar todo el material (pos-test).

Ahora bien: ¿Cuándo lo uso? cuando comparo dos grupos que están definidos por una variable dependiente: Rendimiento académico, esta variable es cuantitativa que es la variable de la cual se irá a obtener la media, en otras palabras, la que finalmente se irá a comparar. Con relación a la variable independiente: material manipulativo y otro que no, debe ser una variable cualitativa. Por lo tanto, lo que se va hacer es comparar de esos dos grupos el promedio de la variable dependiente. Otra de las condiciones es que debe ser una prueba paramétrica. Es decir, que se cumplan las condiciones porque si no es así no sería una prueba T, luego, no sería paramétrica.

Con esto quiero decir, que antes de utilizar la Prueba T Student se debe saber que se tiene que cumplir cuatro condiciones y que si no se cumplen se podría llegar a una equivocación en las afirmaciones. Estas condiciones son las siguientes:

1. Variable dependiente: cuantitativa.
2. Variable independiente: cualitativa.

3. Los grupos que se van a comparar deben ser de muestras independientes. Es decir, que los del grupo 1: control, no sean los mismos estudiantes del grupo 2: experimental.
4. Que al momento de elegir la Prueba T Student, se debe comprobar que se cumplan esas condiciones dado que se dijo que era una prueba paramétrica.

Por otro lado, después de cumplir esas condiciones de uso se debe tener en cuenta los siguientes requisitos para garantizar la validez de los resultados:

- Normalidad: Es una característica que se necesita para la Prueba T Student de muestras independientes. Existen diferentes estrategias para probar la prueba de normalidad como: la prueba mediante gráficos, la prueba mediante estadísticos (asimetría y curtosis). Sin embargo, La prueba de normalidad se comprobará con la prueba de hipótesis estadística de Kolmogorov-Smirnov porque es la de mayor precisión de las diferentes estrategias nombradas y se utiliza para más de 30 estudiantes. Además, para hallar la normalidad es importante recordar las hipótesis: Hipótesis nula, H_0 : No existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no. Hipótesis alternativa, H_1 : existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

- La homogeneidad de varianzas: Se comprobará con la prueba de Levene porque permite evaluar la igualdad de las varianzas para una variable calculada para los grupos 1 y 2.
- La independencia de observaciones: que básicamente lo que hace referencia es a una característica del título de la prueba que es necesario que sean muestras independientes. Es decir, que los elementos que se comparan en cada grupo sean diferentes.

Lo dicho hasta aquí supone que esos son los tres requisitos de uso que se debe tener en cuenta para saber si es la Prueba T Student, que me va a servir para comparar dos medias en dos muestras independientes y de esta forma poder probar la hipótesis. Además el nivel de significancia que se utilizará será de $\alpha = 0,05$

Para una mayor claridad de lo dicho hasta aquí, se proponen cinco etapas a seguir para la prueba de hipótesis:

1. Redacción de la prueba de hipótesis estadística:

H_1 : existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

H_0 : No existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

2. Se determinará el alfa que será el nivel de significancia o confianza o grado de error que equivale al 5% y que es igual a $\alpha = 0,05$.

$$\text{Alfa} = \alpha = 5\% = 0,05.$$

3. La prueba estadística a elegir es la Prueba T Student porque me sirve para comparar dos medias en dos muestras independientes
4. La lectura del P- Valor que para el caso de la Prueba T Student para dos muestras independientes, se tiene que mirar si cumplen con las cuatro condiciones y si se cumplen comprobar los tres requisitos que se piden. Es en este caso es que empezará a utilizar el programa estadístico SPSS.

Cabe señalar que los requisitos son los siguientes:

- Normalidad: El cual se debe verificar que la variable en ambos grupos se distribuya normalmente y para ello se utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov porque es la de mayor precisión de las diferentes estrategias nombradas y se utiliza para más de 30 estudiantes. El criterio para determinar normalidad es:

P- valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

P- valor $< \alpha$ aceptar H_1 : Los datos No provienen de una distribución normal

- Homogeneidad de varianzas: en esta investigación se aplicará la prueba de Levene, esto es, aquella que emplea SPSS para comprobar que las varianzas de la variable dependiente en los grupos a comparar son iguales. Es decir, se verificará la igualdad entre los dos grupos.

P- valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Las varianzas son iguales.

P- valor $< \alpha$ aceptar H_1 : Existe diferencia significativa entre las varianzas.

- Independencia de observaciones: Prueba T Student para muestras independientes.

Es decir, que los estudiantes que se va a comparar en cada grupo no sean los mismos.

5. Decisión estadística Prueba T Student para la igualdad de medias y se contrasta con el nivel de significancia o confianza. El criterio para decidir es:

Si la probabilidad obtenida P- valor $\leq \alpha$, rechace H_0 . Luego, se acepta H_1 .

Si la probabilidad obtenida P- valor $> \alpha$, no rechace H_0 . Luego, se acepta H_0 .

Así mismo, se mencionará la conclusión a la que se llegue.

3.7. Aspectos Éticos

Dentro del marco de la ética investigativa se presentarán las cartas de consentimiento informado a la institución (apéndice 2) y padres de familia (apéndice 1) para el uso de los datos con fines investigativos. Además, la privacidad y confidencialidad de los datos sólo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor manejo del mismo. Así mismo, no se identificarán los datos de la persona.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS

El capítulo presenta los resultados generales del análisis estadístico por el programa SPSS versión 22. Así mismo, se describe y analiza la Prueba T Student para muestras independientes de los grupos a comparar. Además, proporciona el procedimiento utilizado para evaluar la confiabilidad y validez de los resultados de investigación.

4.1. Resultados

Antes de continuar conviene señalar que el pre-test (apéndice 5), llamado prueba diagnóstica, se va a describir más no la haré parte de la investigación. Por otra parte, contiene 10 preguntas cerradas, un mismo nivel de complejidad y la misma competencia: resolución de problemas en el aprendizaje de expresiones algebraicas en los grupos: grupo 1 (control) y grupo 2 (experimental). Además, la ponderación se realizó con 10 preguntas de 0 a 100, obteniendo resultados para los dos grados educativos que visualizan el bajo desempeño en la competencia de resolución de problemas. A continuación se presenta la tabla 1, con el fin de entender el procedimiento en la aplicación de la prueba diagnóstica:

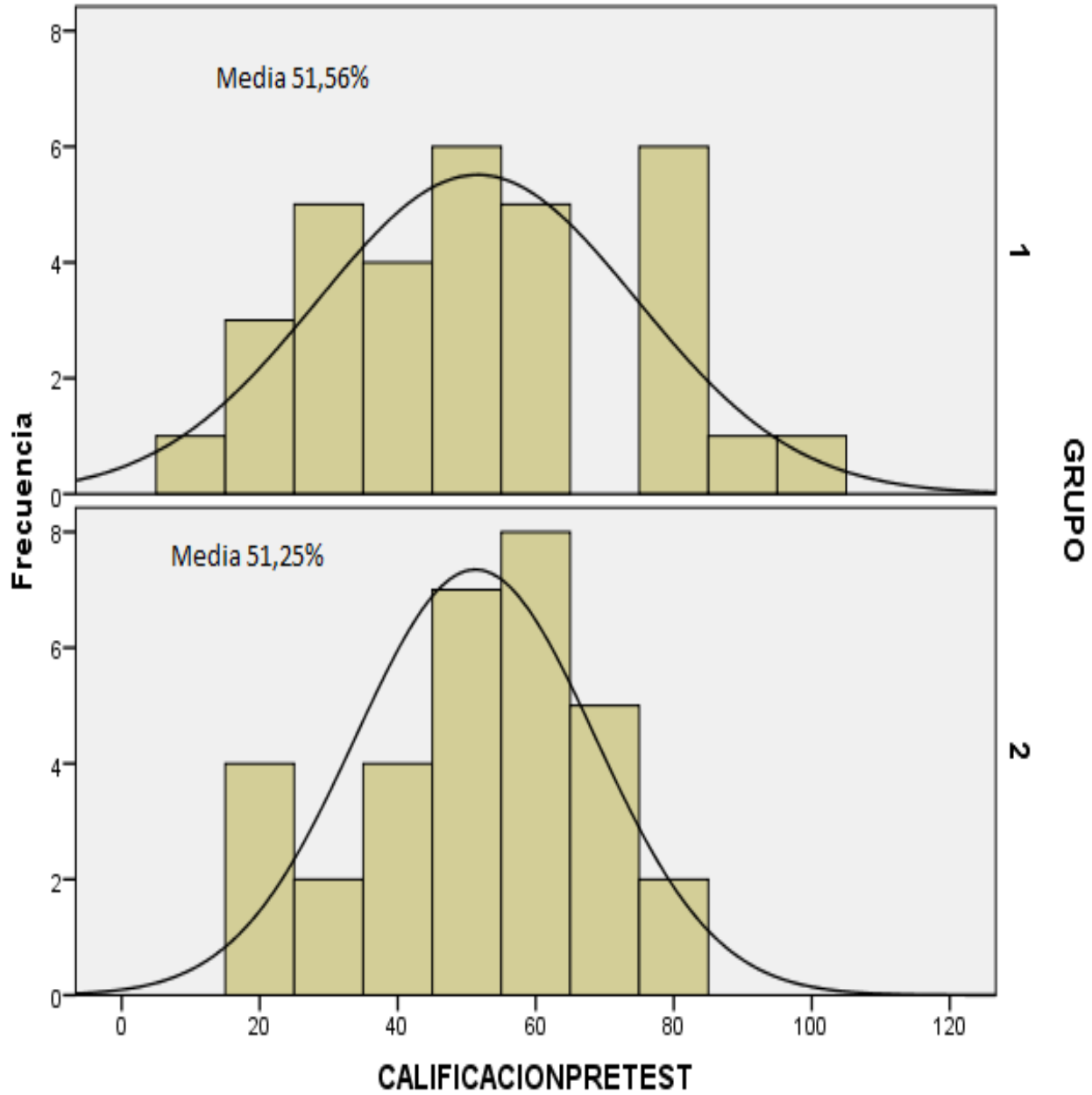


Tabla 1. Calificación pre-test.

El desempeño del grupo 1, llamado control, fue bajo para 24 estudiantes de 32 con una media o porcentaje de 51,56%. En el grupo 2, llamado experimental, el desempeño a la competencia resolución de problemas fue bajo para 25 estudiantes con una media o porcentaje

de 51,25%, de acuerdo con, el programa SPSS en la prueba diagnóstica y nivel de desempeño, conforme a, el decreto 1290 del 16 de abril del 2009.

4.2. Análisis de los Resultados Prueba Pos-test

Según lo expuesto anteriormente, la pregunta orientadora del proceso investigativo es: ¿Hay diferencia en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre el grupo del grado octavo que utiliza material manipulativo y otro grupo que no?

Para responder a la pregunta de investigación y poder probar la hipótesis, se utilizaron las etapas propuestas en el capítulo anterior, con el fin de, describir y analizar los resultados obtenidos de la prueba pos-test (apéndice 6) del programa SPSS. Sin embargo, antes de utilizar la Prueba T Student se observó si cumplía con las cuatro condiciones y que si no se cumplían se podría llegar a una equivocación en las afirmaciones. Estas condiciones son las siguientes:

1. La variable dependiente es cuantitativa: Rendimiento académico.
2. La variable independiente es cualitativa: material manipulativo.
3. Los grupos que se van a comparar son de muestras independientes. Es decir, los estudiantes del grupo 1: control, no son los mismos estudiantes del grupo 2: experimental.
4. Es una prueba paramétrica porque se cumplen esas condiciones.

Lo cierto es que, después de que se cumplieron esas condiciones de uso se tuvo en cuenta los siguientes requisitos para garantizar la validez de los resultados:

- Normalidad: Es una característica que se necesita para la Prueba T Student de muestras independientes. Existen diferentes estrategias para probar la prueba de normalidad como: la prueba mediante gráficos. Dicho lo anterior, el programa SPSS entregó los siguientes resultados como indica la tabla 2.

4.2.1. Prueba Mediante Gráficos

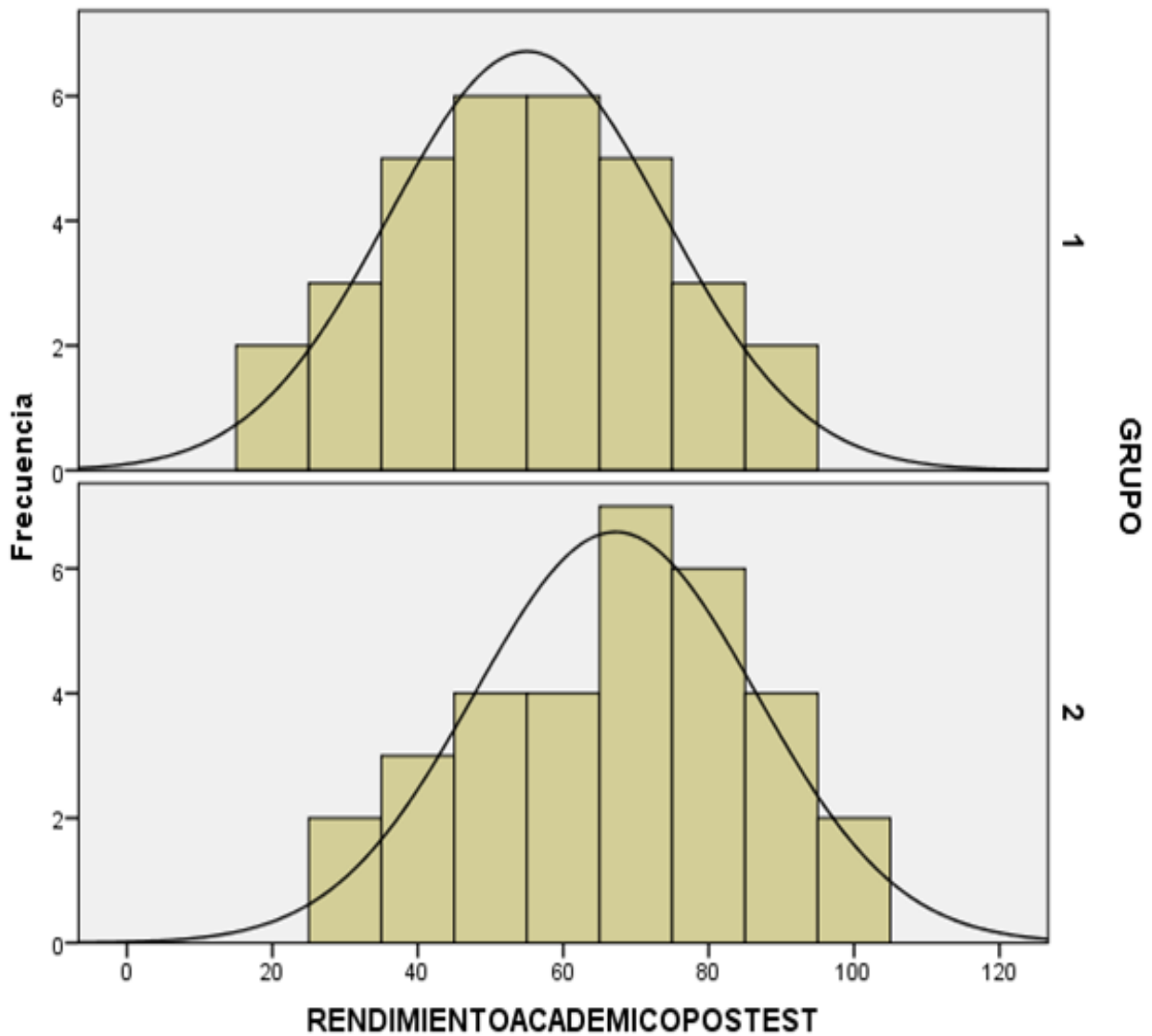


Tabla 2. Prueba mediante gráficos: pos-test de Normalidad.

La variable representada mediante este gráfico es la dependiente: existe una diferencia significativa en el rendimiento académico. Así, por ejemplo, si estos datos se parecen o no se parecen a la distribución normal me va a permitir hacer una comparación más directa entre el gráfico de los datos y el gráfico que se debe obtener si los datos fueran normales.

En la tabla 2, se encuentran las puntuaciones para el grupo 1 y grupo 2. En este gráfico en principio se observa que no es muy similar a lo que se esperaría para una distribución normal. Sin embargo, un criterio que tuve en cuenta para hacer este análisis a partir de gráficos, es la relación con áreas de cobertura. Es decir, podría saber cuánta área de los datos está dentro de la línea de distribución normal y que tanto esta por fuera o que tantos vacíos quedan dentro de esa área.

Como resultado, en el gráfico del grupo 1 se encontró que son más los datos que están dentro que fuera y las áreas que están vacías también tienden a ser relativamente pequeñas. Así mismo, pasa con el gráfico del grupo 2 teniendo una amplia área de datos que están dentro de la gráfica, unos vacíos relativamente pequeños y unos pocos datos fuera de esa gráfica.

De donde resulta que, podría suponer que los datos son normales para este caso. Sin embargo, mi conclusión es bastante dudosa. Es decir, no es completamente concluyente acerca de estos datos de la tabla 2. Por tanto, se necesita tener en cuenta algunos elementos adicionales de otra estrategia para poder probar la Normalidad de los datos.

De ahí que, la prueba mediante estadísticos, sea identificar las puntuaciones de asimetría y curtosis de nuestras distribuciones como aparece en la tabla 3 y 4 que arroja el programa SPSS.

GRUPO	Casos				
	Válido		Perdidos		Total
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N
RENDIMIENTOACADEMIC 1	32	100,0%	0	0,0%	32
OPOSTEST 2	32	100,0%	0	0,0%	32

Tabla 3. Casos

GRUPO	Estadístico
RENDIMIENTO Grupo 1	Asimetría ,000
ACADEMICOPOSTEST	Curtosis -,656
.	Asimetría -,255
Grupo 2	Curtosis -,710

Tabla 4. Prueba mediante estadísticos (asimetría y curtosis).

En la tabla 3, se observa que se escogieron dos grupos de manera aleatoria: grupo 1 y grupo 2, cada uno con 32 estudiantes, de los cuales todos presentaron la prueba pos-test . Hecha esta salvedad, mediante estadísticos, se identificó las puntuaciones de asimetría y curtosis de las distribuciones como aparece en la tabla 4. Sin embargo, para los grupos que se están tratando de comparar, grupo 1 y grupo 2, surge la siguiente pregunta ¿Qué se tiene que tener en cuenta de estas puntuaciones de asimetría y curtosis? En principio, lo que esperaríamos encontrar de estas puntuaciones, son medidas que me indiquen que los datos son completamente simétricos y datos que me indiquen que la altura de la distribución es igual a la altura que

debería tener una distribución normal. En otras palabras, la asimetría dará cuenta de la simetría y la curtosis de la altura.

4.2.2. Asimetría

Interpretando los resultados que me entregó el programa SPSS en la tabla 4, se infiere que, en el grupo 1 con (asimetría de 000), indica que la distribución es completamente simétrica. Sin embargo, estos son datos de la muestra más no de la población. De ahí que, no necesariamente si no encuentro los datos en cero como sucede en el grupo 2 (asimetría de $-0,255$) me indique que no es normal. Luego, como el signo es negativo en función de la asimetría del grupo 2, indica que los datos están movidos un poco hacia la derecha. Es decir, hacia las puntuaciones positivas.

4.2.3. Curtosis

Considerando ahora la curtosis en la tabla 4, de donde resulta que, el cero tiene la altura de una distribución normal. En este caso, como se observa en la tabla 4, el grupo 1 tiene una (curtosis de $-0,656$) y el grupo 2 tiene una (curtosis de $-0,710$). Luego, en los dos grupos el signo es negativo, indica que los datos están más dispersos que en una distribución normal.

En conclusión, con esta estrategia tampoco se puede suponer con seguridad que los datos se distribuyan normalmente, debido a que no se está dando un porcentaje de confianza y por eso es necesario hacer la prueba de hipótesis.

4.2.4. Prueba de Hipótesis

La prueba de normalidad se comprobará con la estrategia de hipótesis estadística de Kolmogorov-Smirnov porque es la de mayor precisión de las diferentes estrategias nombradas y se utiliza para más de 30 estudiantes. Sin embargo, para hallar la normalidad es importante recordar las hipótesis:

Hipótesis nula, H_0 : No existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

Hipótesis alternativa, H_1 : existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk	
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	Gl
RENDIMIENTO	1	,104	32	,200*	,965	32
ACADEMICO	2	,151	32	,060	,955	32
POSTEST						

Tabla 5. Prueba de Normalidad, kolmogorov-Smirnov

Esta prueba de Normalidad se realizó a través del programa SPSS. Esa prueba de hipótesis estadística irá a responder si la distribución de los datos es igual a la distribución normal.

Ahora bien, se verificó si en la tabla 5, la variable rendimiento académico se comporta normalmente en el grupo 1 (control) y grupo 2 (experimental). No obstante, la prueba de normalidad me genera dos pruebas: kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk, ambas para probar

Normalidad. Sin embargo, solo se tendrá en cuenta la de kolmogorov-Smirnov por ser utilizada para mayor a 30 estudiantes. Se observa que el nivel de significancia o confianza del grupo 1 fue de (sig. 0, 200) y el grupo 2 fue de (sig. 0, 060). De igual manera, tomó esos valores de significancia y los ubicó en la tabla 6, para saber si cumplen con la prueba de normalidad.

4.2.4.1. Normalidad

Kolmogorov-Smirnov (> 30 estudiantes)

Cómo se indicó en el capítulo III el criterio para determinar Normalidad es:

P - valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

P - valor $< \alpha$ aceptar H_1 : Los datos No provienen de una distribución normal

NORMALIDAD Rendimiento Académico		
P – valor(Grupo 1: Control) = 0, 200	>	$\alpha= 0, 05$
P – valor(Grupo 2: Experimental) = 0, 060	>	$\alpha= 0, 05$

Tabla 6. Prueba de Normalidad

En conclusión, se observa en la tabla 6, que en ambos grupos P – valor $> 0, 05$. Es decir, el grupo 1 (P – valor $0, 200 > 0, 05$) y el grupo 2 (P – valor $0, 060 > 0, 05$). Luego, según el criterio de Normalidad cuando el P - valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Los datos provienen de una distribución normal. Por consiguiente, la variable rendimiento académico en el grupo 1 y grupo 2 se comporta normalmente (estadísticos 0, 104 en el grupo 1 y 0, 151 grupo 2, gl. 32, $p > 0.05$). Por tanto, como se cumple este primer requisito se puede seguir al siguiente.

El segundo requisito, llamado homogeneidad de varianzas. De ahí que, se aplicó la prueba de Levene, esto es, aquella que emplea SPSS para comprobar que las varianzas de la variable dependiente en los grupos a comparar son iguales. Es decir, se verificará la igualdad entre los dos grupos.

P- valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Las varianzas son iguales.

P- valor $< \alpha$ aceptar H_1 : Existe diferencia significativa entre las varianzas.

El programa SPSS, calcula la homogeneidad o igualdad de varianza junto con la Prueba T Student para muestras independientes, como aparece en la tabla 7 y 8.

	GRUPO	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
RENDIMIENTO ACADEMICO	1	32	55,00	19,008	3,360
POSTEST	2	32	67,19	19,383	3,426

Tabla 7. Estadísticas de grupo

		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias
		F	Sig.	T
RENDIMIENTO	Se asumen varianzas iguales	,007	,936	-2,540

ACADEMICO			
POSTEST	No se asumen varianzas iguales		-2,540

Tabla 8. Prueba de Levene

El resultado que se obtuvo con el programa SPSS fueron las tablas 7 y 8. Considerando que, la tabla 7 es informativa, donde primero se me indica el tamaño de las muestras de los dos grupos. En segundo lugar, las medias de las puntuaciones, en tercer lugar, la desviación estándar y finalmente, el error típico de esas medias. (Grupo 1: N, 32; Media, 55; desviación estándar, 19,008; error medias, 3, 360. Grupo 2: N, 32; Media, 67,19; desviación estándar, 19,383; error medias, 3, 426). En otras palabras, se observa en las medias que el rendimiento académico en el grupo 2, es mayor que el grupo 1. Sin embargo, necesitó saber si esa diferencia es significativa o solo es casualidad. Por tanto, lo describo en la siguiente tabla.

En la tabla 8, se encuentra el resultado de la prueba de hipótesis para saber si lo que se planeó en el capítulo I es correcto o no. Así mismo, la de comprobar el requisito de igualdad de varianza.

4.2.4.2. Igualdad de Varianza

La prueba de Levene

El criterio para determinar la igualdad entre los grupos es:

P- valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Las varianzas son iguales.

P- valor $< \alpha$ aceptar H_1 : Existe diferencia significativa entre las varianzas.

En la tabla 8, el valor de significancia o confianza para la prueba de Levene es de

IGUALDAD DE VARIANZA		
P- valor = 0, 936	>	$\alpha = 0, 05$

(sig. 0,936). Luego, llevo ese valor a la tabla 9.

Tabla 9. Igualdad de varianzas

En la tabla 9, se organizó el (P- valor = 0, 936) para la prueba de igualdad de varianza, que se obtuvo de la prueba de Levene, que fue el entregado por el programa SPSS y contratándolo con el nivel de alfa o error ($\alpha = 0, 05$), se observa que el P- valor, es mayor que el nivel de alfa. Por lo cual, se concluye (P - valor $> \alpha$ aceptar H_0 : Las varianzas son iguales).

En consecuencia, se cumple los tres requisitos (normalidad, igualdad de varianza e independencia de observaciones). De acuerdo, con el tercer requisito, independencia de observaciones, también se cumple, debido a que los estudiantes que se compararon en cada grupo no son los mismos, grupo 1 y grupo 2.

Con esto quiero decir, que el resultado que se va obtener de la Prueba T Student de muestras independientes es un resultado válido y es un resultado con un porcentaje de confianza que irá a reflejar la realidad de esos datos.

4.2.4.3. Prueba T para la Igualdad de Medias

El programa SPSS entregó las siguientes tablas para la prueba de hipótesis de muestras independientes.

		prueba t para la igualdad de medias		
		Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
RENDIMIENTOACADEMICO POSTEST	Se asumen varianzas iguales	62	,014	-12,188
	No se asumen varianzas iguales	61,976	,014	-12,188

Tabla 10. Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias
		F	Sig.	t
RENDIMIENTOACADEMIC	Se asumen varianzas iguales	,007	,936	-2,540
OPOSTEST	No se asumen varianzas iguales			-2,540

Tabla 11. Prueba de muestras independientes

La tabla 10 y 10 A que entregó el programa SPSS deja observar los estadísticos de puntuación ($t = -2,540$) y nivel de significancia para la prueba T, igual en la fila de arriba y fila de abajo (sig. 0,014). Sin embargo, como es el mismo valor, utilizó el nivel de significancia de la prueba de Levene (sig. 0,936), que dijo que las varianzas son iguales. Por tanto, escojo la fila de arriba porque dice que se asumen varianzas iguales. Ahora bien, utilizó la significancia superior (sig. 0,014), en este caso ambas significancias son iguales pero hay ocasiones que son diferentes. Así, pues, utilizó ese valor de significancia (sig. 0,014) en la tabla 11 para la prueba de hipótesis (prueba T student):

4.2.4.4. Decisión estadística: Prueba T Student para la igualdad de medias

P- valor = 0, 014	<	$\alpha = 0, 05$
--------------------------	-------------	------------------------------------

Tabla 12. Decisión estadística prueba T Student

Obsérvese cómo, nuestro (P- valor = 0, 014) es menor que alfa ($\alpha = 0, 05$). De aquí se desprende, el criterio de la prueba T student para decidir es:

Si la probabilidad obtenida P- valor $\leq \alpha$, rechace H_0 . Luego, se acepta H_1 .

Si la probabilidad obtenida P- valor $> \alpha$, no rechace H_0 . Luego, se acepta H_0 .

Luego, consideremos las hipótesis con el fin de probar:

Hipótesis nula, H_0 : No existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

Hipótesis alternativa, H_1 : existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

Finalmente, se concluye que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de la investigación. Es decir, si existe una diferencia significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre un grupo que utiliza material manipulativo y otro que no.

Así que, la prueba T para muestras independientes indica que se acepta la hipótesis alternativa. Además, que hay diferencias en el rendimiento académico entre el grupo 1 y grupo 2. Dicho lo anterior, se resuelven las siguientes preguntas.

4.3. Preguntas de Investigación

4.3.1. Pregunta 1

¿Hay diferencia en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas entre el grupo del grado octavo que utiliza material manipulativo y otro grupo que no?

Sí, hay diferencia significativa entre el grupo que utiliza material manipulativo y el grupo que no lo utiliza, como lo confirma la tabla 11, decisión estadística de la prueba T Student ($P\text{-valor} = 0,014 < \alpha = 0,05$, se acepta H_1). Como se afirmó, por Caryn Ross, (2008), referenciando a Moyer, (2001), quienes señalan que “las clases donde se utilizaban manipulativos, los estudiantes parecían estar interesados, activos e involucrados” (p. 19.). Luego, el uso de material manipulativo despierta y mantiene el interés de los estudiantes de grado octavo y asegura su participación activa en el rendimiento académico del proceso de aprendizaje de expresiones algebraicas.

4.3.2. Pregunta 2

¿Cuáles son las características de uso que el material manipulativo debe tener para que sea una estrategia exitosa?

Para que sea una estrategia exitosa el empleo del material manipulativo debe realizarse de forma planificada, en correspondencia con los objetivos del programa,

teniendo en cuenta además las características de los estudiantes, su edad, intereses y necesidades, ya que su aplicación exige una adecuada orientación metodológica. Estos criterios deben tenerse en cuenta a la hora de diseñar e implementar los materiales manipulativos, en la medida que cada material responderá a un objetivo de aprendizaje particular.

En la presente investigación, se categorizaron los materiales según su contenido, referido solamente a álgebra, así mismo el nivel educativo hizo alusión a bachillerato. En cuanto al momento de utilización del material manipulativo se estableció de forma co-instruccional, es decir a la medida que se realizaba la explicación básica del tema se involucraba fases de interacción con el material. Luego, se dio un uso post- instruccional, como medida de evaluación sobre la adquisición de los aprendizajes. Se descartó un uso pre- instruccional, dado que se requería unas bases preestablecidas para la integración con el material.

Así mismo Flores, & otros (2011), complementan este esquema, categorizando según el formato, en primera instancia con el criterio de soporte, en este caso se asumió que el material fuera elaborado con plástico, papel y otros elementos concretos como madera e icopor. Es decir, elementos fáciles de encontrar en el mercado.

4.3.3. Pregunta 3

¿Cuáles son las necesidades formativas detectadas en los estudiantes para el aprendizaje de expresiones algebraicas? La lúdica, material manipulativo, resolución de problemas e investigación entre otras porque contribuyen a crear ambientes de aprendizaje significativo. Además, combina la participación, la colectividad, el

entretenimiento, la creatividad, la competición y la obtención de resultados en situaciones problemáticas reales.

A esto se añade, que según Mutnansky (2010) “mathematical manipulatives are objects that are used to aid a student in learning a mathematical concept by manipulating it. Manipulatives can serve several different purposes: to introduce and develop new concepts, to present a particular problem, and to be used as a problem solving tool” (p 43.). Lo cual ratifica lo planteado por Mutnansky (2010) porque hay que conseguir que los estudiantes se interesen, ya que es poca la retención de la asignatura por parte de los estudiantes. Ahora bien, el material manipulativo logra generar representaciones de contenido algebraico o de procesos ya sea de concreto, simbólico o abstracto. Sin embargo, no es utilizado por los maestros de secundaria debido a que no hay material manipulativo con respecto a los contenidos de la asignatura.

4.3.4. Pregunta 4

¿Qué impacto tienen los materiales manipulativos en el aprendizaje del álgebra?

De acuerdo con los resultados anteriores, se muestra que hay una diferencia significativa para apoyar una relación positiva entre el uso de material manipulativo en octavo grado con el mejoramiento del aprendizaje de expresiones algebraicas. De ahí que, a través de la manipulación del material concreto, estudiante y maestro puedan tener una base para comunicar ideas algebraicas y resolver problemas.

Al combinar la lúdica con el material manipulativo ayudó a trabajar de forma simbólica y permitió que el estudiante de secundaria del grado octavo en la

asignatura de álgebra resolviera problemas casi de forma inconsciente. Además, es importante señalar que los estudiantes dijeron disfrutar el uso de trabajar con material concreto y resolver problemas, más que con un taller o guía.

Por otra parte, este trabajo de investigación confirma lo encontrado por Socas, Martín en el marco de aportaciones de la investigación efectuado en el 2011, el autor afirma que el desarrollo de las bases del pensamiento algebraico en los estudiantes comienza determinando semejanzas, diferencias, orden, clasificación y etiqueta, siendo el álgebra el lenguaje para la expresión y manipulación de generalidades.

Menciona que generalmente se utilizan variables, fórmulas y ecuaciones en la resolución de problemas. Además, la resolución de problemas es un campo complementario en la enseñanza de expresiones algebraicas. “Las aproximaciones que lleven a los estudiantes a la construcción de fórmulas o ecuaciones en las que se aprecie la generalidad de la misma deben ser variadas: visualización; manipulación de figuras cuya construcción involucre el proceso de generalización facilitando la construcción de la fórmula” (2011, p. 28). Dicho lo anterior, permite mejorar esas debilidades que poseen los estudiantes de pasar del lenguaje común al aprendizaje del lenguaje algebraico.

El objetivo general pretendía construir material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas, dirigida a octavo grado. La conclusión que se extrae de este objetivo es la siguiente:

La construcción de material manipulativo produjo una mejora en el rendimiento académico de la competencia de resolución de problemas en el aprendizaje de expresiones algebraicas.

La valoración de diferencias estadísticas significativas del grupo 2 (experimental) indica que el construir material manipulativo en la asignatura de álgebra produjo efectos positivos en la variable de rendimiento académico. Estos efectos se produjeron en el sentido esperado: En el pre-test el grupo 1 (control) y grupo 2 (experimental) no obtuvieron diferencias significativas (medias: grupo 1, 51.56 %; y grupo 2, 51.25 %), en el pos-test el grupo 2 obtuvo una importante mejora superando al grupo 1. Por otra parte, la comparación del pos-test entre el grupo 2 y grupo 1, muestra que el grupo experimental superó significativamente al grupo control, corroborándose que el construir material manipulativo para el aprendizaje de expresiones algebraicas si da resultado. (Grupo 1: N, 32; Media, 55; desviación estándar, 19,008; error medias, 3, 360. Grupo 2: N, 32; Media, 67,19; desviación estándar, 19,383; error medias, 3, 426). Además, Sí, hubo diferencia significativa entre el grupo que utilizó material manipulativo y el grupo que no lo utilizó, como lo confirma la prueba de hipótesis mediante análisis paramétrico como la prueba T Student, utilizando el programa computacional SPSS versión 22 (P- valor = 0, 014 < α = 0, 05, se acepta H_1).

Se comprueba entonces lo planteado por Seguí, Vicente, & Marcén, Antonio, quienes concluyen que en el aprendizaje de las matemáticas es importante trabajar con material manipulativo porque el estudiante puede comprender mejor los conceptos y procesos. Luego, “Una de las mayores dificultades con las que se encuentran los estudiantes al aprender matemáticas suele ser el modo formal, abstracto y descontextualizado en que, en ocasiones, se presentan los resultados en el aula” (2013, p. 89). De ahí que, es trascendental el uso del material manipulativo si se quiere que el estudiante alcance un aprendizaje significativo en expresiones algebraicas.

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

5.1. Resumen de Hallazgos

Las conclusiones que se pueden extraer partiendo de los principales hallazgos encontrados en la investigación son:

Los resultados obtenidos en el grupo 2 (experimental) demuestran la importancia de construir material manipulativo como herramienta lúdica para el aprendizaje de expresiones algebraicas pero de acuerdo a los contenidos propuestos en los estándares básicos de competencias. Con esto quiero decir, que el interés del material manipulativo hizo que los estudiantes del grado octavo, cimentaran los conceptos básicos del álgebra y logaran mejorar en el aprendizaje de expresiones algebraicas.

Por otra parte, al manipular el material didáctico los estudiantes trabajaron de una manera divertida haciendo más enérgico el proceso de aprendizaje. A su vez, se promovió la autonomía del estudiante debido a que se limitó la participación del maestro a solo ser un mediador entre el conocimiento y el estudiante en el instante del aprendizaje. Así mismo, facilitó la formación del pensamiento teórico y práctico del estudiante y fue de gran ayuda en la formación de cualidades en el momento de tomar decisiones individuales y grupales.

Por ende, el estudiante con este material sintió la necesidad de pensar para resolver una situación problémica ya que abordó situaciones que le permitieron vislumbrar en lo tangible y manejable, aquello que le es abstracto, y realizó las operaciones cognitivas necesarias, para llevar el lenguaje algebraico al nivel de comprensión necesario. Además, dentro de la manipulación del material, se dio el juego, este permitió juzgar los aciertos y

desaciertos del estudiante, ejercitar su inteligencia en la construcción de relaciones y promovió la participación activa de cada estudiante.

El material manipulativo cumplió tres funciones en el proceso de aprendizaje, al constituirse en un medio de exploración y expresión, un instrumento para la organización y aplicación de habilidades y, un factor de socialización e integración. Dado que, concibió que el estudiante tuviera una mejora en el rendimiento académico de la asignatura de álgebra al estar interactuando con el material didáctico, es decir, por medio de la experimentación, y no solamente por medio de una explicación. En los procesos de experimentación, el estudiante fue sacando sus propias hipótesis y conclusiones por sus hallazgos.

Así pues, no solo se quedó en ese ejercicio de construir material sino que se dio un proceso de interacción entre el lenguaje verbal y lenguaje algebraico. Además, su aplicabilidad sirvió para la solución de problemas y el aprendizaje de expresiones algebraicas.

Por todo lo anterior, surgieron las siguientes preguntas de investigación con el fin de conocer más sobre el tema: ¿Por qué el uso de material manipulativo no está muy extendido en la educación secundaria como si lo está en la educación primaria?, existe evidencia que el material manipulativo en primaria es importante. Luego, ¿por qué en secundaria no se utiliza material de contenido?, ¿Por qué no se valora la contribución que puede hacer la actividad lúdica al trabajo en secundaria?

Se espera que la institución, como centro social, añada los materiales manipulativos en el grado octavo como actividad relacionada con el aprendizaje, en la que el educando pone en acción todas sus fuerzas, sentidos y el maestro facilite su aprendizaje.

A su vez, una de las limitaciones que se encontró fue el tiempo que se tardó en el momento de organizar los grupos de manera heterogénea, es decir un estudiante con alto desempeño, acompañó estudiantes con desempeños medios y bajos, esto con el fin de establecer las relaciones entre compañeros y potenciar el aprendizaje. A causa, de que cada grupo quería quedar con los estudiantes de alto desempeño. Sin embargo, cada estudiante cumplió con su rol y responsabilidad para beneficio del grupo.

Al mismo tiempo, otra limitación que se encontró fue que el maestro cumplió dos roles de forma simultánea, tanto orientar la manipulación del material como observar la interacción entre el estudiante y el material.

De acuerdo con los objetivos de estudio señalados en el capítulo 1. Construir material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas, dirigida a octavo grado; diagnosticar la competencia de resolución de problemas a través de una prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes; identificar las características de uso que el material manipulativo debe tener para que sea una estrategia exitosa; diseñar material manipulativo, según las necesidades formativas detectadas en los estudiantes para el aprendizaje de expresiones algebraicas; aplicar el material manipulativo para la comprensión y manejo de expresiones algebraicas.

Fundamentando lo dicho con evidencia presentada en el Capítulo 4; se muestra que el grupo experimental superó significativamente al grupo control, corroborándose que el

construir material manipulativo para el aprendizaje de expresiones algebraicas si da resultado. (Grupo 1: N, 32; Media, 55; desviación estándar, 19,008; error medias, 3, 360. Grupo 2: N, 32; Media, 67,19; desviación estándar, 19,383; error medias, 3, 426). Además, Sí, hubo diferencia significativa entre el grupo que utilizó material manipulativo y el grupo que no lo utilizó, como lo confirma la prueba de hipótesis mediante análisis paramétrico como la prueba T Student, utilizando el programa computacional SPSS versión 22 (P- valor = 0, 014 < α = 0, 05, se acepta H_1). Luego, se concluye que si se alcanzaron los objetivos señalados en la presente investigación. Es así que, la bibliografía, la experiencia llevada con el grupo en la construcción del material manipulativo han contribuido a incrementar mi conocimiento sobre las características y aplicabilidad que el material debe tener para mejorar en los estudiantes el aprendizaje de expresiones algebraicas.

5.2. Recomendaciones

En consecuencia, se plantea de manera clara dos recomendaciones derivadas sobre los hallazgos de la investigación.

1. Es importante al comienzo del año escolar realizar un diagnóstico con el fin de observar cada grupo cómo se comporta académicamente. De igual modo, buscar una igualdad. Es decir, que se dividan los estudiantes en sus grupos según su desempeño académico o resultado en la prueba diagnóstica. Consideremos el siguiente ejemplo, para grupos de cuatro estudiantes lo ideal es agrupar de manera heterogénea, es decir un estudiante con alto desempeño, acompaña estudiantes con desempeños medios y bajos, esto con el fin de que al construir el material manipulativo sea significativo, propicie la reflexión, fomente la investigación y estimule el ejercicio de temas, como el aprendizaje de expresiones algebraicas.

2. Considerando que en secundaria son escasas las experiencias educativas que involucran el uso de este tipo de material, recomendaría crear ambientes de formación y aprendizaje para que los maestros aparte de su competencia disciplinar, lideren competencias pedagógicas al construir recursos de contenido y medios educativos para despertar un gusto hacia el álgebra, estimulando el desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas.

En relación con el maestro de secundaria, es capaz de cambiar el paradigma tradicional de enseñanza, poniendo a prueba otros métodos de intervención como el material manipulativo, si se les ofrece la formación apropiada. El gran beneficio de este acercamiento lúdico consistiría, en su conocimiento para transmitir al estudiante la forma correcta de colocarse en su enfrentamiento con problemas algebraicos.

En la presente investigación se encontraron varias debilidades, tales como el poco uso de la competencia de resolución de problemas, el cual se evidenció en la prueba pre-test (medias: grupo 1, 51.56 %; y grupo 2, 51.25 %), Así mismo, el material manipulativo de contenido no se utilizaba en la enseñanza de expresiones algebraicas. Luego, fue necesario emplear más tiempo en la construcción. Además, la falta de formación a los maestros en el material manipulativo como parte de la planeación de la asignatura de álgebra. Por otra parte, dentro de los puntos fuertes se encontró la motivación que tuvo el estudiante por querer aprender a pasar de un lenguaje algebraico a un lenguaje común.

Finalmente, Como afirma Área (2010), los procesos de enseñanza y aprendizaje se facilitan a través del material manipulativo dado que los estudiantes pueden experimentar situaciones de aprendizaje de forma manipulativa. Con esto quiero decir, que recomendaría para quien vaya hacer un trabajo similar, el balsa como material, debido a que se encuentra fácilmente en cualquier papelería, es económico, muy liviano, fácil de llevar y trabajar en el aula de clase. Además, una mejora que haría al proyecto y pensando en un trabajo futuro, sería la de construir material manipulativo como herramienta lúdica para el aprendizaje de la educación media. Es decir, grado décimo y undécimo.

REFERENCIAS

- Área, M. & otros. (2010). *Materiales y recursos didácticos en contextos Comunitarios*. Ed.: Grao
- Arreaza, T. & Carvajal, E. (2013). *Aritmética y álgebra a través de los bloques de dienes*. Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela.
- Aguilar, M & Navarro, J. (2000). *Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños*. Revista de Psicología General y Aplicada.
- Agudelo, C (2005). *Explicaciones de ciertas actitudes hacia el cambio: las concepciones de profesores y profesoras de matemáticas colombian@s sobre los factores determinantes de su práctica de enseñanza del álgebra escolar*.
- Agudelo, C (2007). *La Creciente Brecha entre las Disposiciones Educativas Colombianas, las Proclamaciones Oficiales y las Realidades del Aula de Clase: las Concepciones de Profesores y Profesoras de Matemáticas sobre el Álgebra Escolar y el Propósito de su Enseñanza REICE*. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación. Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55100104>>
ISSN
- Barba, D & Esteve, J. (1996). *Como Cambiar la Opinión impartiendo un curso: Materiales para la enseñanza de las matemáticas*. Uno. Revista Didácticas de las Matemáticas.
- Báez M & Hernández. (2002). *El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática*. Taller de matemática del Centro de Ciencia de Sinaloa, disponible en www.redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=229
- Bishop, A. (1998). *Un papel de los juegos en Educación Matemática*. Uno. Revista Didácticas de las Matemáticas.

- Bogdan, R. & Taylor, S. (1987). Introducción a los métodos cualitativos de investigación: la búsqueda de significados. Volumen 37 de Paidós básica. Traducido por Jorge Piatigorsky. Editorial Paidós
- Briones, G. (1982). Métodos y técnicas de investigación para las Ciencias Sociales. México: Editorial Trillas.
- Bustos & Forero. (2010). Caracterización de los elementos epistemológicos que usan algunos profesores al tratar el álgebra geométrica en algunas clases de grado octavo. Pág. 12.
- Cardona, A. M. S. (2003). Diseños cuasiexperimentales. (pp. 1-2).
- Carrasco, R. (s/f) Prueba Diagnóstica de Matemática Para ingreso a octavo grado. Documento recuperado el 20 de octubre de 2014 de la página web:
www.sectormatematica.cl/.../Prueba%20Diagnostico%20Matematica%20
- Cerón, C. & Gutiérrez, L. (2013). La construcción del concepto de número natural en preescolar: una secuencia didáctica que involucra juegos con materiales manipulativos. (Tesis de Grado). Universidad Del Valle. Cali Colombia
- Cifuentes, R. & Salazar, S. (2010). Hipertexto Santillana. Matemáticas. Edición para el docente. Editorial Santillana S.A.
- Colombia Aprendiendo. (2015). Proyecto Matemática Recreativa. Documento recuperado el 06 de octubre de 2015 de la pág. Web:
<http://www.colombiaaprendiendo.edu.co/material-del-proyecto/calendario-matematico/>
- Corbalán, F. & Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, 3(7), 71-80.

- Contreras, M. (2004). Las matemáticas de eso y bachillerato a través de los juegos. Curso matemáticas a través de los juegos. Documento recuperado el 08 de octubre de 2014 de la pág. Web: <http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOS5.pdf>
- De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), 49-85.
- Edo, M., & Deulofeu, J. (2005). Juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos: investigación sobre una práctica educativa.
- Iafrancesco V, & Giovanni M. (1997). Aportes a la Didáctica constructivista de las ciencias Naturales. Edit. Libros y Libres S.A. Bogotá. Pág. 41
- Ferreira & Otros. (2010). De la aritmética al álgebra. Experiencia de trabajo con estudiantes universitarios. Revista Iberoamericana de Educación matemática. Universidad Nacional de la Pampa. Argentina.
- Flores, P. & otros. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gamboa & otros. (2012). Análisis didáctico de las prácticas docentes usadas en la enseñanza del álgebra en grado octavo. (pp. 193-196).
- García, A. (2013). Blog: Pasatiempos y Juegos en clase de matemáticas. Recuperado el 18 octubre de 2014 de la página web: <http://anagarciaazcarate.wordpress.com/2013/02/28/la-competicion-algebraica/>
- Guerrero, D. (2011). Incidencia motivacional de las Estrategias Metodológicas aplicadas en la Enseñanza de las Expresiones Algebraicas, en Octavo Grado, en el Colegio de Carácter Oficial de la Ciudad de Manizales. Universidad Nacional de Colombia

Gustin, D. (2014). Una propuesta para la enseñanza de la ecuación cuadrática en la Escuela a través de la integración del material manipulativo. Universidad Del Valle. Cali Colombia

Guzmán, J. (2001). Las Tics y la Crisis de la Educación. Algunas claves para su comprensión. Biblioteca: Virtual Educa.

Hernández, & otros. (1997). Metodología de la investigación. México. McGraw-Hill. (pp. 173-210).

Javaloyes, I. (2014). Blog: El Duende de los números. Documento recuperado el 18 de octubre de 2014 de la página web:

<http://elduendedelosnumeros.blogspot.com/2014/01/circuito-algebraico.html>

Jiménez, C. (2010). Lúdica Colombia. www.ludicacolombia.com/gimnasia_ninos.html

Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. en Bergeron, J.C., Herscovics, N. Y Kieran, C. (Eds.). Proceeding of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education Vol. 1. (pp. 3-27). Montreal: Université de Montréal

Lobo, M. (2012). Los materiales didácticos manipulativos en la enseñanza-aprendizaje de la geometría. (Tesis de grado). Universidad de Valladolid.

López, C & Modesto S. (2011). La aritmética y el álgebra en los libros de Margarita Comas. Universidad de Salamanca.

Meirieu, P. (1991): "Aprender, sí, pero cómo..." Buenos Aires: Octaedro.

Mejía, G. (2006). El álgebra geométrica como recurso didáctico en la enseñanza

- MEN. (2013). Programa Nacional de Matemática. Guatemala. Documento disponible en la página Web: http://www.mineduc.gob.gt/contemos_juntos/documents/Plan Programa_Contemos_Juntos.PDF
- MEN. Ministerio de Educación Nacional (2006) Estándares básicos de competencias en Matemática. MEN. Colombia.
- MEN. Ministerio de Educación Nacional (2014). Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos matemáticamente competentes. Bogotá. Recuperado de Colombia aprende.edu.co
- MEN. Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares de Matemática. MEN. Colombia.
- Mink, D. (2010). Strategies for teaching mathematic. Huntington Beach: Shell Education. Pp 71
- Mutnansky, C. (2010). Manipulatives in the secondary mathematics classroom using a traditional algebra text. A Research Paper Submitted to the Faculty of the department of mathematics and computer science. Bemidji, Minnesota, USA.
- Pestalozzi: Sämtliche Briefe (1819) [Pestalozzi: cartas completas], Publicadas por el Pestalozzianun y la Zentralbibliothek de Zúrich, 1946-1971. Hasta el día de hoy han aparecido 13 volúmenes en Orell Füssli, Zúrich
- Ross, C. (2008). The effect of mathematical manipulative materials on third grade students' participation, engagement, and academic performance. Thesis of degree of Masters of Education in K-8 Mathematics and Science. University of Central Florida. Orlando, Florida.
- Rule, A. & Hallagan, J. (2007). Algebra Rules Object Boxes as an Authentic Assessment Task of Preservice Elementary Teacher Learning in a Mathematics Methods

- Course. Annual Conference of the New York State Association of Teacher Educators (NYSATE) in Saratoga.
- Salas, H. (2011). Investigación Cuantitativa (Monismo Metodológico) y Cualitativa (Dualismo Metodológico): El status epistémico de los resultados de la investigación en las disciplinas sociales.
- Salazar, V. Jiménez, S & Mora, L. (2013). Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización. I congreso de educación matemática de América Central y del caribe. Santo Domingo, República Dominicana.
- Santeliz, R. (2006). Fundamentos Didácticos en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje del Algebra. Pág. 8.
- Sarduy Domínguez, Y. (2007). El análisis de información y las investigaciones cuantitativa y cualitativa. *Revista cubana de salud pública*, 33(3).
- Seguí, V. M., & Marcén, A. M. O. (2013). Ejemplos de visualización y uso de materiales manipulativos en textos matemáticos antiguos. *Números*, (82), 89-100.
- SEP. (2001). Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. México. Documento disponible en la página:
http://www.enesonora.edu.mx/plan_estudios/programas/2lep/mate.pdf
- Sierra, G (2010) Didáctica del Algebra. Granada; España.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Revista Números*. Volumen 77, (pp. 5-34).Universidad de la Laguna.
- Valenzuela, M. (2012) Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Universidad de Granada.

APÉNDICE

Apéndice 1. Carta de consentimiento informado estudiantes

CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Estimado Padre de familia, saludo cordial.

Como parte de la Investigación educativa que se adelantó con el nombre de "Construcción de material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas en estudiantes de octavo grado de una institución oficial del municipio de Bucaramanga" para fines de académicos, bajo la dirección y coordinación de la Dr. Julián Santoyo Díaz, de Universidad Autónoma de Bucaramanga - UNAB y el Docente del nivel 8º, 9º e Investigador frente el tema de la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, Gerardo Gómez Medina, del Instituto San José De La Salle.

Solicitamos su consentimiento mediante el siguiente documento, que tiene como finalidad contar con su autorización en la participación del estudiante en un cuestionario en la competencia de resolución de problemas que nos permita encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución del problema.

Teniendo presente que la información proporcionada será empleada únicamente para fines investigativos, dado que las actividades realizadas contarán con total confidencialidad, sólo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor manejo del mismo.

Agradecemos de antemano su respuesta positiva en el apoyo a la investigación educativa, considerando su firme propósito por una educación de calidad para sus hijos.

Para aceptar la participación favor llenar la siguiente información:

Yo (nombre del padre/madre/representante) Luz Manna Méndez Pabón
doy mi consentimiento para que (Nombre del menor)

Juan José Rincón Méndez
Firma: Luz Manna Méndez Pabón

Lugar y Fecha: _____

Apéndice 2. Carta de consentimiento informado directivas**CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Estimado Hermano Henry Martínez Nieto
Rector Instituto San José De La Salle.

Saludo cordial.

Atendiendo a la investigación educativa que se adelantó para fines académicos, bajo la dirección y coordinación del Docente Investigador, postulante a Magister en Educación Gerardo Gómez Medina, de la asignatura de Álgebra en el Instituto San José De La Salle.


Solicito su consentimiento mediante el siguiente documento, que tiene como finalidad contar con su autorización para la aplicación del proyecto de grado: "Construcción de material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas en estudiantes de octavo grado de una institución oficial del municipio de Bucaramanga". Esta investigación busca que los estudiantes del grado octavo que presenten debilidades en la asignatura de álgebra, fortalezcan el aprendizaje de expresiones algebraicas para mejorar la competencia de resolución de problemas. Además, teniendo presente que la información proporcionada será empleada únicamente para fines investigativos.

Las actividades realizadas contarán con total confidencialidad, sólo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor manejo del mismo.

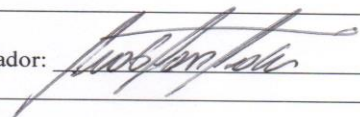
Agradecemos de antemano su respuesta positiva en el apoyo a la investigación educativa, considerando su firme propósito por una educación de calidad para todos.

Firma Rector: 

Lugar y Fecha: _____

Firma Director de Tesis: 

Lugar y Fecha: _____

Firma Estudiante Investigador: 

Lugar y Fecha: _____



Bucaramanga, Octubre 13 de 2015


Hermano
HENRY MARTINEZ NIETO
Rector
INSTITUTO SAN JOSE DE LA SALLE
Ciudad

De manera atenta nos permitimos informar que el señor, **GERARDO GÓMEZ MEDINA**, identificado con cédula de ciudadanía No. 91 279 562 de Bucaramanga, se encuentran actualmente matriculado como estudiante de la **MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**, programa de la Facultad de Educación, de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

El estudiante tiene registrado el proyecto de Grado de la Maestría titulado **Construcción de material manipulativo como herramienta lúdica para la promoción del aprendizaje de expresiones algebraicas en estudiantes de octavo grado de una Institución Oficial del municipio de Bucaramanga** bajo la dirección del Dr. Julián Santoyo Díaz.

Cualquier información adicional favor comunicarse al teléfono 6436111 Ext: 604 - 629.

Cordialmente,


ADRIANA MARÍA CADENA LEÓN
Directora
Maestría en Educación



Universidad Autónoma de Bucaramanga
NIT. 890.200.499-9
Avenida 42 N° 48 - 11
Bucaramanga, Colombia

unab.edu.c
(7) 657 1800 01 8000 12 7

Apéndice 3. Instrumento de Medición, Cuestionario estandarizado (prueba diagnóstica, pre-test)



Instituto San José
De la Salle

PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS GRADO OCTAVO

Nombre: _____

1. Un escalador quiere subir un muro. En el primer intento subió 6,5 metros y resbaló 2. En el segundo intento alcanzó la parte más alta del muro subiendo 7,3 metros desde el punto donde quedó en el primer intento.

¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten determinar correctamente la altura h del muro?

I. $h = (6,5 + 7,3) + (- 2)$

II. $h = (6, 5 - 2) + 7, 3$

III. $h = 6,5 - (2 + 7,3)$

- A. I solamente.
- B. III solamente.
- C. I y II solamente.
- D. II y III solamente.

2. Para cercar un jardín se compraron dos tipos de malla, A y B .

Del tipo A , dos rollos de 25,5 metros cada uno, y del tipo B , dos rollos cada uno con 7 metros de malla menos que un rollo del tipo A .

¿Cuál de los siguientes procedimientos permite determinar correctamente la cantidad de metros compra- dos para cercar el jardín?

A. $(2 \times 25,5) + 2 \times (25,5 + 7)$

B. $2 \times [25,5 - 7]$

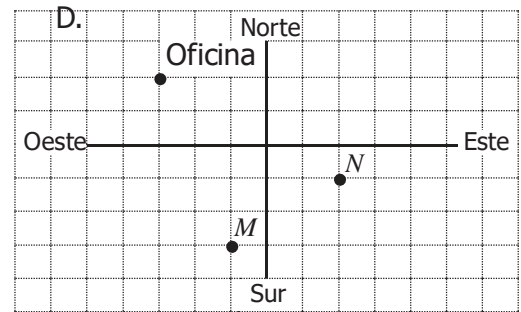
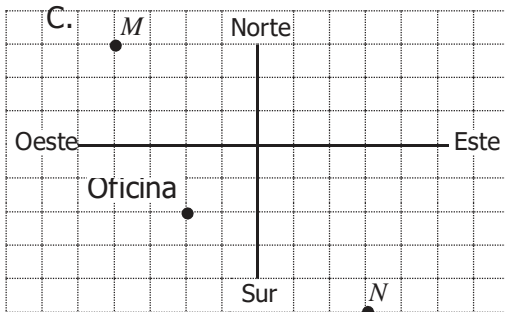
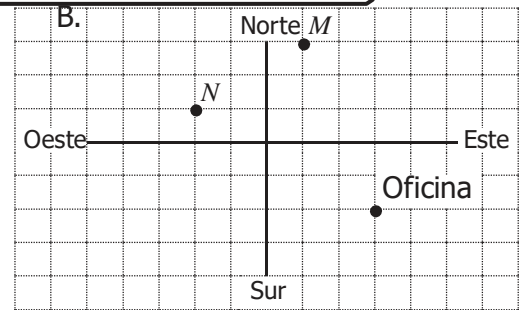
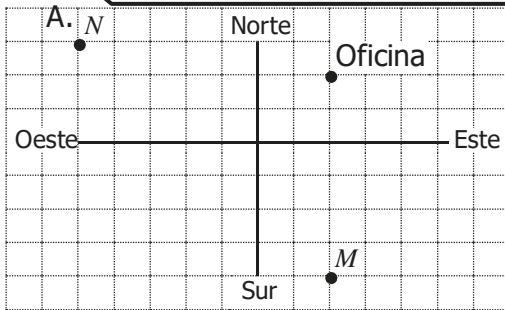
C. $2 \times [2 \times (25,5) - (2 \times 7)]$

D. $(2 \times 25,5) + 2 \times (25,5 - 7)$

3. Dos personas, M y N , acordaron encontrarse en una oficina. Para llegar a la oficina, la persona M debe caminar 5 cuadras al sur y después 2 al este; la persona N debe caminar 5 cuadras al oeste y después 3 al norte.

¿En cuál de los planos coordenados se representa correctamente la posición de las personas y de la oficina?

Nota: El lado de cada cuadrado de la cuadrícula representa cuadra.



4. Camilo presenta el siguiente procedimiento, incompleto, para resolver la ecuación $4k + 2 = k$:

$$4k + 2 - k = k - k$$

$$3k + 2 = 0$$

$$3k + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$3k = -2$$

¿Con cuáles de los siguientes pasos se completa correctamente la solución de la ecuación?

A. $3k - 3 = -2 - 3$

$$k = -5$$

B. $3k + 3 = -2 + 3$

$$k = 1$$

C. $3k/3 = -2/3$

$k = -2/3$

D. $3k(3) = -2(3)$

$k = -6$

5. Un fabricante de camisas les paga a sus empleados \$500.000 de salario básico, más una comisión de \$3.000 por cada camisa que vendan.

La expresión que permite determinar la cantidad de dinero que el fabricante debe pagar a cada empleado es $S = 3.000 C + 500.000$, donde S representa el pago y C el número de camisas vendidas.

¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el pago que recibe un empleado y el número de camisas vendidas?

A.

Número C de camisas vendidas	Pago S (en pesos)
1	503.000
2	503.000
3	503.000
4	503.000
5	503.000

B.

Número C de camisas vendidas	Pago S (en pesos)
1	503.000
2	506.000
3	509.000
4	512.000
5	515.000

C.

Número C de camisas vendidas	Pago S (en pesos)
1	503.000
2	1'003.000
3	1'503.000
4	2'003.000
5	2'503.000

D.

Número C de camisas vendidas	Pago S (en pesos)
1	503.000
2	1'006.000
3	1'509.000
4	2'012.000
5	2'515.000

6. Algunos números naturales que tienen k dígitos, son iguales a la suma de cada uno de sus dígitos elevados a la potencia k .

Por ejemplo, 370 es un número que cumple esta condición, porque $k = 3$, entonces:

$370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$

$$370 = 27 + 343 + 0$$

$$370 = 370$$

¿Cuál de los siguientes números cumple también esta condición?

A. 19, porque $1(1^2) + 2(3^2) = 19$

B. 32, porque $2^{3+2} = 32$

C. 153, porque $1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$

D. 512, porque $(5 + 1 + 2)^3 = 512$

7. Con un cordón de 40 cm se mide el largo de una ventana. Se sabe que la ventana tiene entre 2 y 3 m de largo. El largo de la ventana en cordones es:

A. Menor que 2.

B. Mayor o igual que 2 y menor que 3.

C. Mayor o igual que 5 y menor que 8

D. Mayor que 8.

8. La tabla representa los resultados de las entrevistas realizadas por el departamento de recursos humanos de una empresa a 6 aspirantes a un cargo.

Aspirante	Aspiración salarial	Estudia actualmente	Tiene moto
M	\$600.000	Sí	Sí
N	\$500.000	No	No
P	\$700.000	Sí	No
Q	\$550.000	No	Sí
R	\$500.000	No	Sí
S	\$800.000	Sí	Sí

Si a la empresa le interesa contratar un trabajador que no estudie actualmente, tenga moto y una aspiración salarial que no supere los \$600.000, es correcto afirmar que la empresa

A. puede seleccionarlo, porque cualquiera de los seis aspirantes cumple con los requisitos exigidos.

B. puede seleccionarlo, porque al menos un aspirante reúne los requisitos exigidos.

C. no puede seleccionarlo, porque los aspirantes que tienen moto, estudian.

D. no puede seleccionarlo, porque los aspirantes que tienen menor aspiración salarial no tienen moto.

9. El costo del servicio de taxi en algunas ciudades se calcula por las unidades que marca un aparato llamado taxímetro que inicia su conteo en 25 unidades (banderazo).

En la tabla se presenta información sobre costos en una cierta ciudad

Descripción	Número de unidades	Costo (\$)
Arranque o banderazo.	25	1.600
Cada 100 metros	1	64
Cada minuto detenido.	1	64

En un servicio, un taxi recorrió 3 km y estuvo detenido 5 minutos.
¿Con cuál de los siguientes procedimientos se puede calcular correctamente el costo del servicio?

- A. $64(30 + 2)$
- B. $1.600 + 64 + 64(30)$
- C. $64(5 + 30)$
- D. $1.600 + 64(5 + 30)$

10. El cuadrado 1 tiene 8 unidades de perímetro. La medida del lado de un cuadrado cuyo perímetro es la mitad del perímetro del cuadrado 1 es

- A. la mitad de la medida del lado del cuadrado 1.
- B. el doble de la medida del lado del cuadrado 1.
- C. la cuarta parte de la medida del lado del cuadrado 1.
- D. el cuádruplo de la medida del lado del cuadrado 1.

Apéndice 4. Instrumento de Medición, Cuestionario estandarizado (prueba pos-test)**POST- TEST GRADO OCTAVO**

Nombre: _____ Grado: _____

1. Camilo presenta el siguiente procedimiento, incompleto, para resolver la ecuación $4k + 2 = k$:

$$4k + 2 - k = k - k$$

$$3k + 2 = 0$$

$$3k + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$3k = -2$$

¿Con cuáles de los siguientes pasos se completa correctamente la solución de la ecuación?

A. $3k - 3 = -2 - 3$
 $k = -5$

B. $3k + 3 = -2 + 3$
 $k = 1$

C. $3k/3 = -2/3$
 $k = -2/3$

D. $3k(3) = -2(3)$
 $k = -6$

2. El cuadrado 1 tiene 8 unidades de perímetro. La medida del lado de un cuadrado cuyo perímetro es la mitad del perímetro del cuadrado 1 es:

- A. la mitad de la medida del lado del cuadrado 1.
- B. el doble de la medida del lado del cuadrado 1.
- C. la cuarta parte de la medida del lado del cuadrado 1.
- D. el cuádruplo de la medida del lado del cuadrado 1.

3. La tabla representa los resultados de las entrevistas realizadas por el departamento de recursos humanos de una empresa a 6 aspirantes a un cargo.

Aspirante	Aspiración salarial	Estudia actualmente	Tiene moto
M	\$600.000	Sí	Sí
N	\$500.000	No	No
P	\$700.000	Sí	No
Q	\$550.000	No	Sí
R	\$500.000	No	Sí
S	\$800.000	Sí	Sí

Si a la empresa le interesa contratar un trabajador que no estudie actualmente, tenga moto y una aspiración salarial que no supere los \$600.000, es correcto afirmar que la empresa

- A. puede seleccionarlo, porque cualquiera de los seis aspirantes cumple con los requisitos exigidos.
- B. puede seleccionarlo, porque al menos un aspirante reúne los requisitos exigidos.
- C. no puede seleccionarlo, porque los aspirantes que tienen moto, estudian.
- D. no puede seleccionarlo, porque los aspirantes que tienen menor aspiración salarial no tienen moto.

4. Un escalador quiere subir un muro. En el primer intento subió 6,5 metros y resbaló 2. En el segundo intento alcanzó la parte más alta del muro subiendo 7,3 metros desde el punto donde quedó en el primer intento.

¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten determinar correctamente la altura h del muro?

I. $h = (6,5 + 7,3) + (- 2)$

II. $h = (6, 5 - 2) + 7, 3$

III. $h = 6,5 - (2 + 7,3)$

- A. I solamente.
- B. III solamente.
- C. I y II solamente.
- D. II y III solamente.

5. Con un cordón de 40 cm se mide el largo de una ventana. Se sabe que la ventana tiene entre 2 y 3 m de largo. El largo de la ventana en cordones es:

- A. Menor que 2.
 - B. Mayor o igual que 2 y menor que 3.
 - C. Mayor o igual que 5 y menor que 8
 - D. Mayor que 8.
6. Un fabricante de camisas les paga a sus empleados \$500.000 de salario básico, más una comisión de \$3.000 por cada camisa que vendan.

La expresión que permite determinar la cantidad de dinero que el fabricante debe pagar a cada empleado es $S = 3.000 C + 500.000$, donde S representa el pago y C el número de camisas vendidas.

¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el pago que recibe un empleado y el número de camisas vendidas?

A.

Número C de camisas	Pago S
1	503.000
2	503.000
3	503.000
4	503.000
5	503.000

B.

Número C de camisas vendidas	Pago S (en pesos)
1	503.000
2	506.000
3	509.000
4	512.000
5	515.000

C.

Número C de camisas	Pago S
1	503.00
2	0
3	1'003.00
4	0
5	1'503.00

D.

Número C de camisas vendidas	Pago S (en pesos)
1	503.000
2	1'006.000
3	1'509.000
4	2'012.000
5	2'515.000

7. El costo del servicio de taxi en algunas ciudades se calcula por las unidades que marca un aparato llamado taxímetro que inicia su conteo en 25 unidades (banderazo).

En la tabla se presenta información sobre costos en una cierta ciudad

Descripción	Número de unidades	Costo (\$)
Arranque o banderazo.	25	1.600
Cada 100 metros	1	64
Cada minuto detenido.	1	64

En un servicio, un taxi recorrió 3 km y estuvo detenido 5 minutos.
¿Con cuál de los siguientes procedimientos se puede calcular correctamente el costo del servicio?

- A. $64(30 + 2)$
- B. $1.600 + 64 + 64(30)$
- C. $64(5 + 30)$
- D. $1.600 + 64(5 + 30)$

8. Algunos números naturales que tienen k dígitos, son iguales a la suma de cada uno de sus dígitos elevados a la potencia k .

Por ejemplo, 370 es un número que cumple esta condición, porque $k = 3$, entonces:

$$370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$$

$$370 = 27 + 343 + 0$$

$$370 = 370$$

¿Cuál de los siguientes números cumple también esta condición?

- A. 19, porque $1(1^2) + 2(2^2) = 19$
- B. 32, porque $2^{3+2} = 32$
- C. 153, porque $1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$
- D. 512, porque $(5 + 1 + 2)^3 = 512$

9. Para cercar un jardín se compraron dos tipos de malla, A y B .

Del tipo *A*, dos rollos de 25,5 metros cada uno, y del tipo *B*, dos rollos cada uno con 7 metros de malla menos que un rollo del tipo *A*.

¿Cuál de los siguientes procedimientos permite determinar correctamente la cantidad de metros comprados para cercar el jardín?

A. $(2 \times 25,5) + 2 \times (25,5 + 7)$


B. $2 \times [25,5 - 7]$

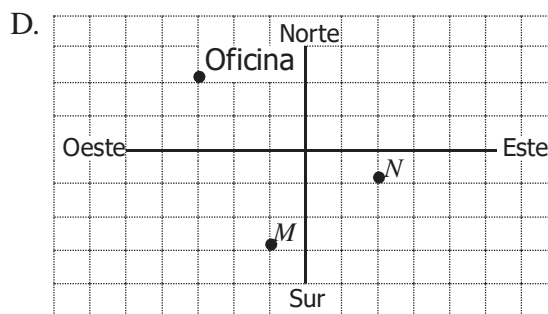
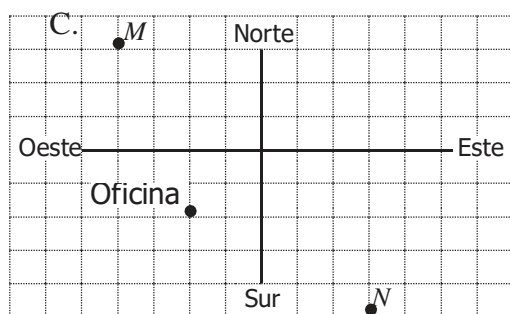
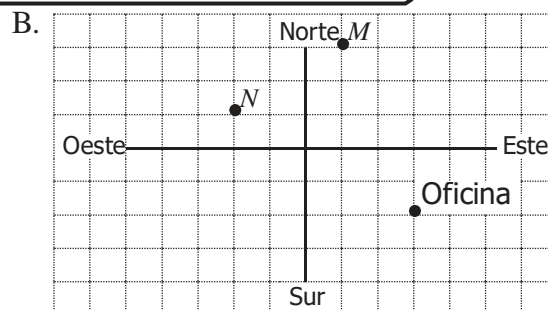
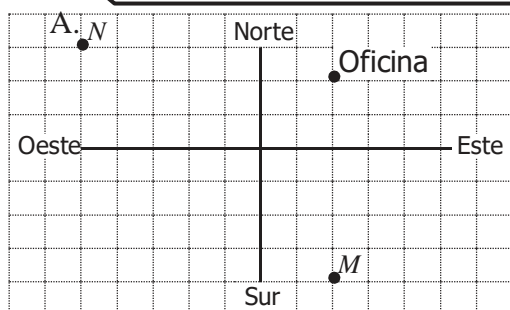
C. $2 \times [2 \times (25,5) - (2 \times 7)]$

D. $(2 \times 25,5) + 2 \times (25,5 - 7)$

10. Dos personas, *M* y *N*, acordaron encontrarse en una oficina. Para llegar a la oficina, la persona *M* debe caminar 5 cuadras al sur y después 2 al este; la persona *N* debe caminar 5 cuadras al oeste y después 3 al norte.

¿En cuál de los planos coordenados se representa correctamente la posición de las personas y de la oficina?

Nota: El lado de cada cuadrado  de la cuadrícula representa cuadra.



Apéndice 5. Programa SPSS Prueba Pre-test

Explorar

Notas		
Salida creada		05-JAN-2016 18:29:13
Comentarios		
Entrada	Datos	C:\Users\Gerardo\Desktop\ensayo spss, pretest(diagnóstico),postest(normalidad, homogeniedad de varianzas, pruebat)\materialManipulativopo PRE-TEST DIAGNOSTICO.sav
	Conjunto de datos activo	Conjunto_de_datos2
	Filtro	<ninguno>
	Ponderación	<ninguno>
	Segmentar archivo	<ninguno>
	N de filas en el archivo de datos de trabajo	75
Manejo de valor perdido	Definición de ausencia	Los valores perdidos definidos por el usuario para variables dependientes se tratan como perdidos.
	Casos utilizados	Los estadísticos se basan en casos sin valores perdidos para ninguna de la variable dependiente o factor utilizado.

Sintaxis	EXAMINE VARIABLES=CALIFICACIONPRE- TEST BY GRUPO /PLOT BOXPLOT STEMLEAF HISTOGRAM NPLOT /COMPARE GROUPS /STATISTICS DESCRIPTIVES /INTERVAL 95 /MISSING LISTWISE /NOTOTAL.	
Recursos	Tiempo de procesador	00:00:04,01
	Tiempo transcurrido	00:00:03,98

[Conjunto_de_datos2] C:\Users\Gerardo\Desktop\ensayo spss, pretest (diagnóstico),postest(normalidad, homogeneidad de varianzas, prueba t)\materialManipulativo PRE-TEST DIAGNOSTICO.sav

GRUPO

Resumen de procesamiento de casos

GRUPO		Casos				
		Válido		Perdidos		Total
		N	Porcentaje	N	Porcentaje	N
CALIFICACIONPRETEST	1	32	100,0%	0	0,0%	32
	2	32	100,0%	0	0,0%	32

Resumen de procesamiento de casos

GRUPO		Casos
		Total
		Porcentaje
CALIFICACIONPRETEST	1	100,0%
	2	100,0%

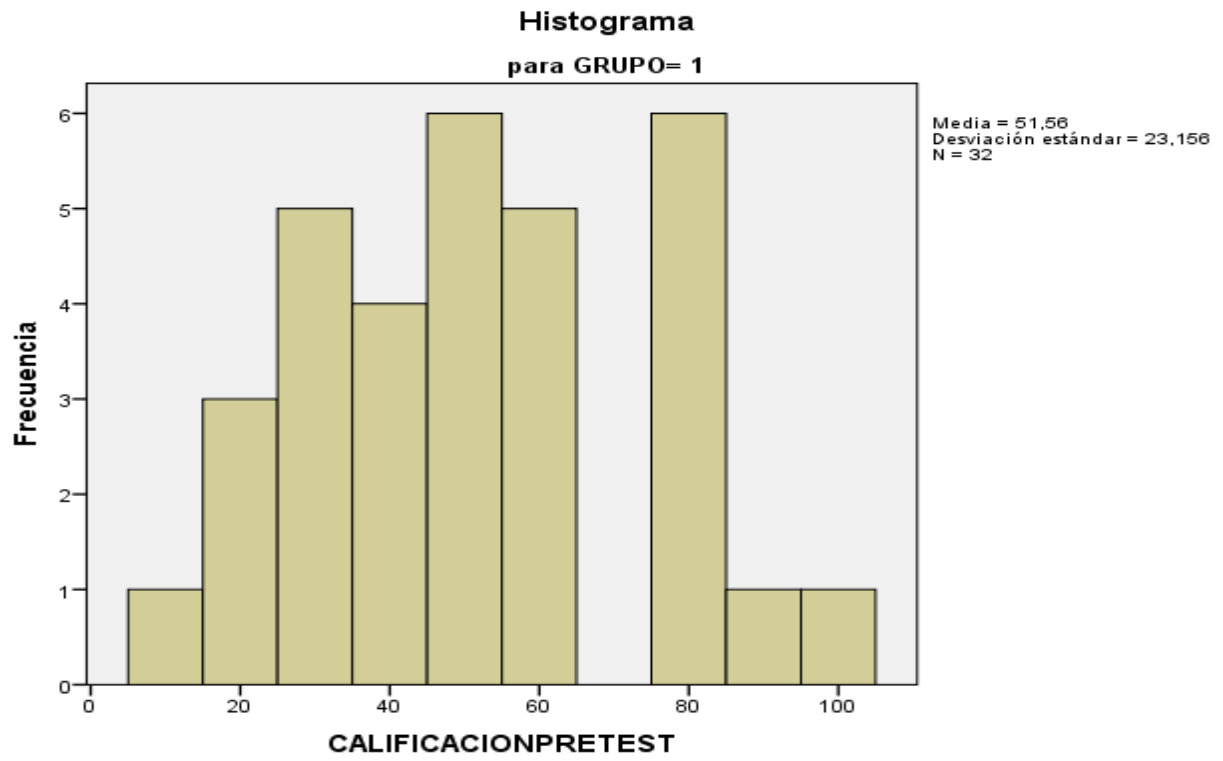
Descriptivos

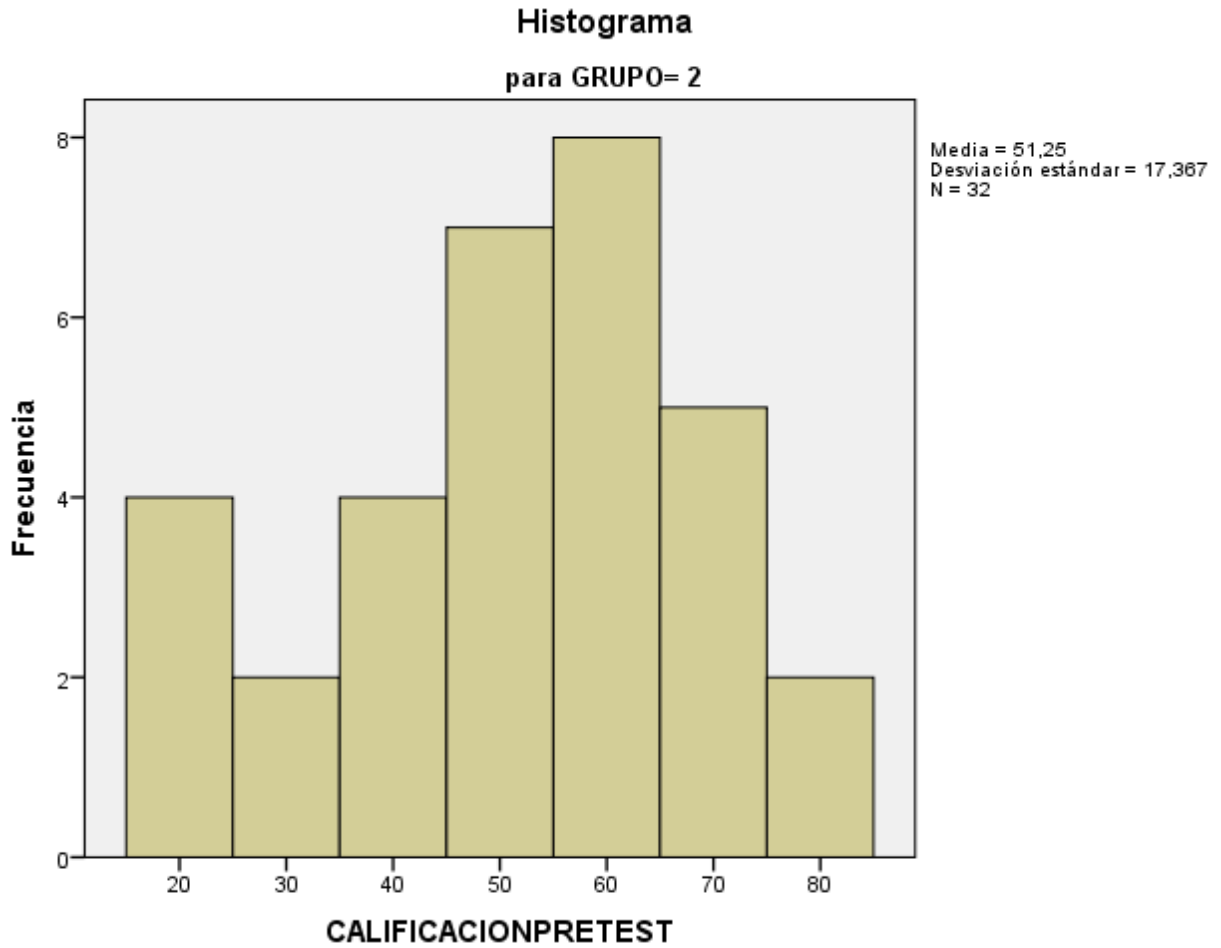
GRUPO		Estadístico
CALIFICACIONPRETEST	1	Media 51,56
		95% de intervalo de Límite inferior 43,21

	confianza para la media	Límite superior	59,91
	Media recortada al 5%		51,18
	Mediana		50,00
	Varianza		536,190
	Desviación estándar		23,156
	Mínimo		10
	Máximo		100
	Rango		90
	Rango intercuartil		45
	Asimetría		,247
	Curtosis		-,760
2	Media		51,25
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	44,99
		Límite superior	57,51
	Media recortada al 5%		51,39
	Mediana		50,00
	Varianza		301,613
	Desviación estándar		17,367
	Mínimo		20
	Máximo		80
	Rango		60
	Rango intercuartil		20
	Asimetría		-,402
	Curtosis		-,595

CALIFICACIÓN PRE-TEST

Histogramas





Gráficos de tallo y hojas

CALIFICACIONPRE-TEST Stem-and-Leaf Plot for GRUPO= 1

Frequency	Stem & Leaf
1,00	1 . 0
3,00	2 . 000
5,00	3 . 00000
4,00	4 . 0000
6,00	5 . 000000
5,00	6 . 00000
,00	7 .
6,00	8 . 000000
1,00	9 . 0
1,00	10 . 0

Stem width: 10
Each leaf: 1 case(s)

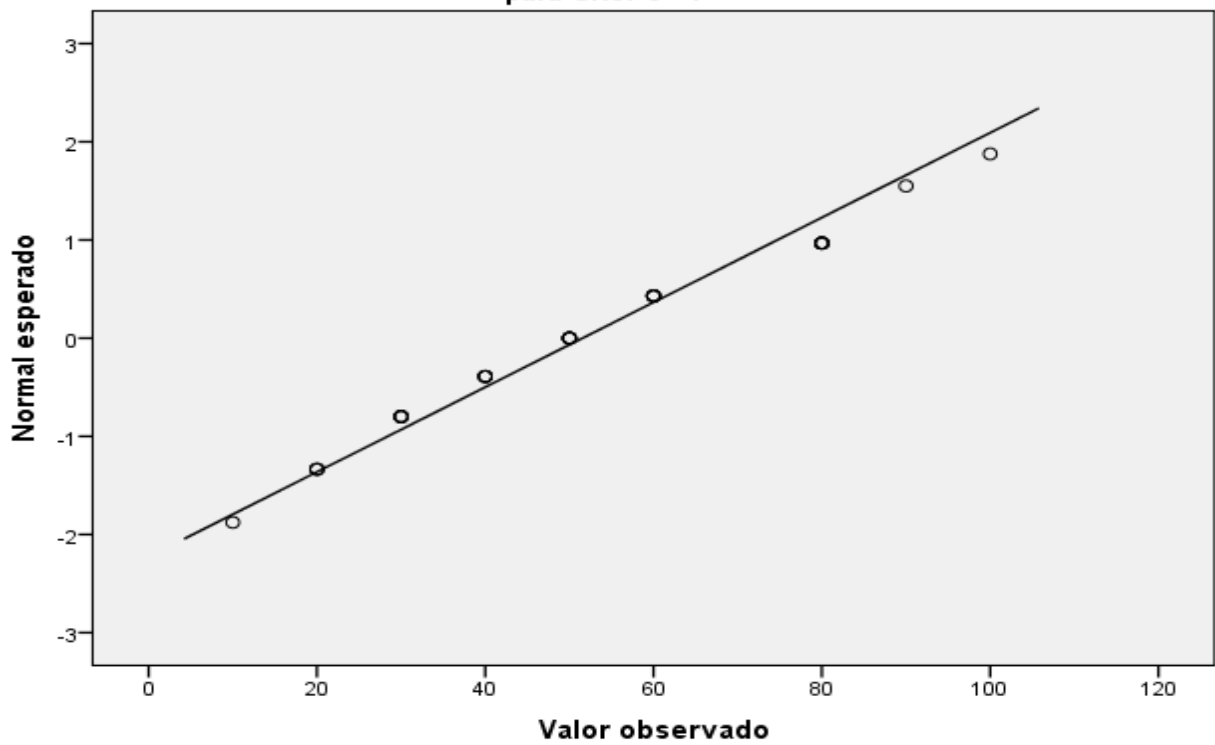
CALIFICACIONPRE-TEST Stem-and-Leaf Plot for GRUPO= 2

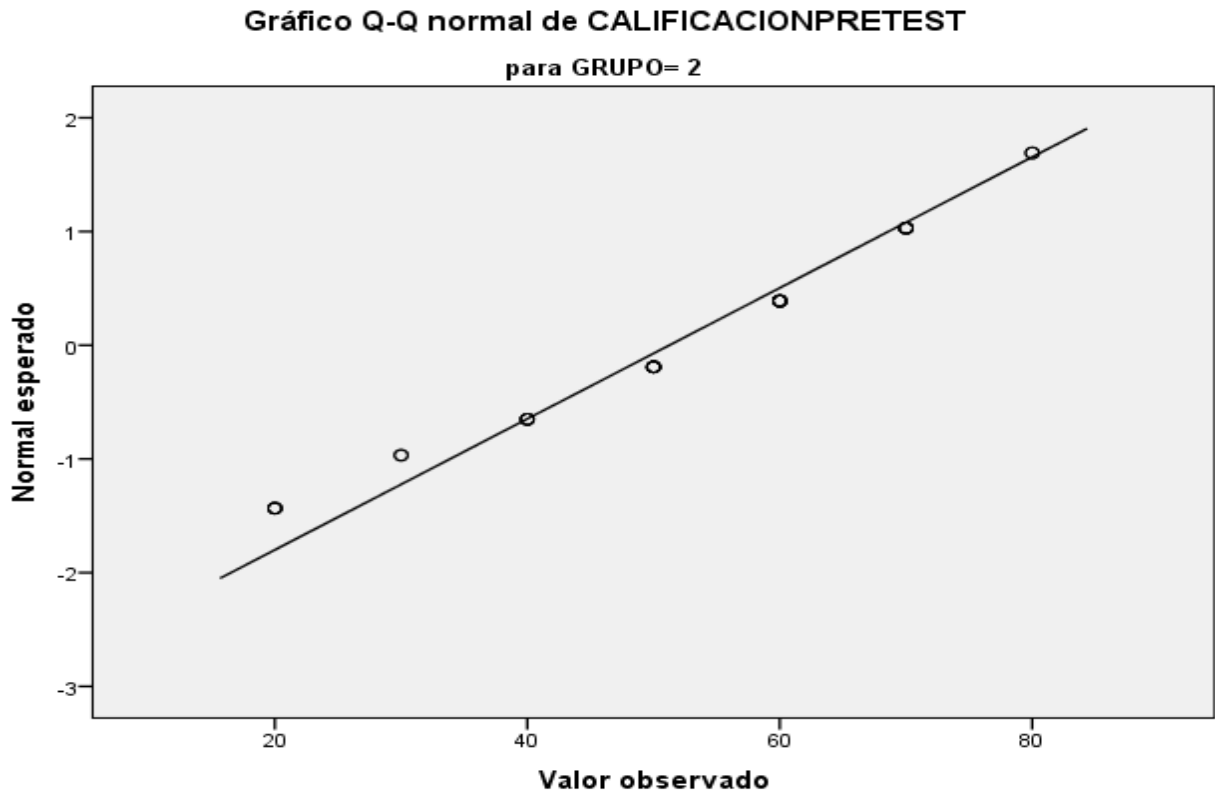
Frequency	Stem & Leaf
4,00	2 . 0000
2,00	3 . 00
4,00	4 . 0000
7,00	5 . 0000000
8,00	6 . 00000000
5,00	7 . 00000
2,00	8 . 00

Stem width: 10
 Each leaf: 1 case(s)

Gráficos Q-Q normales

Gráfico Q-Q normal de CALIFICACIONPRETEST para GRUPO= 1





Gráficos Q-Q normales sin tendencia

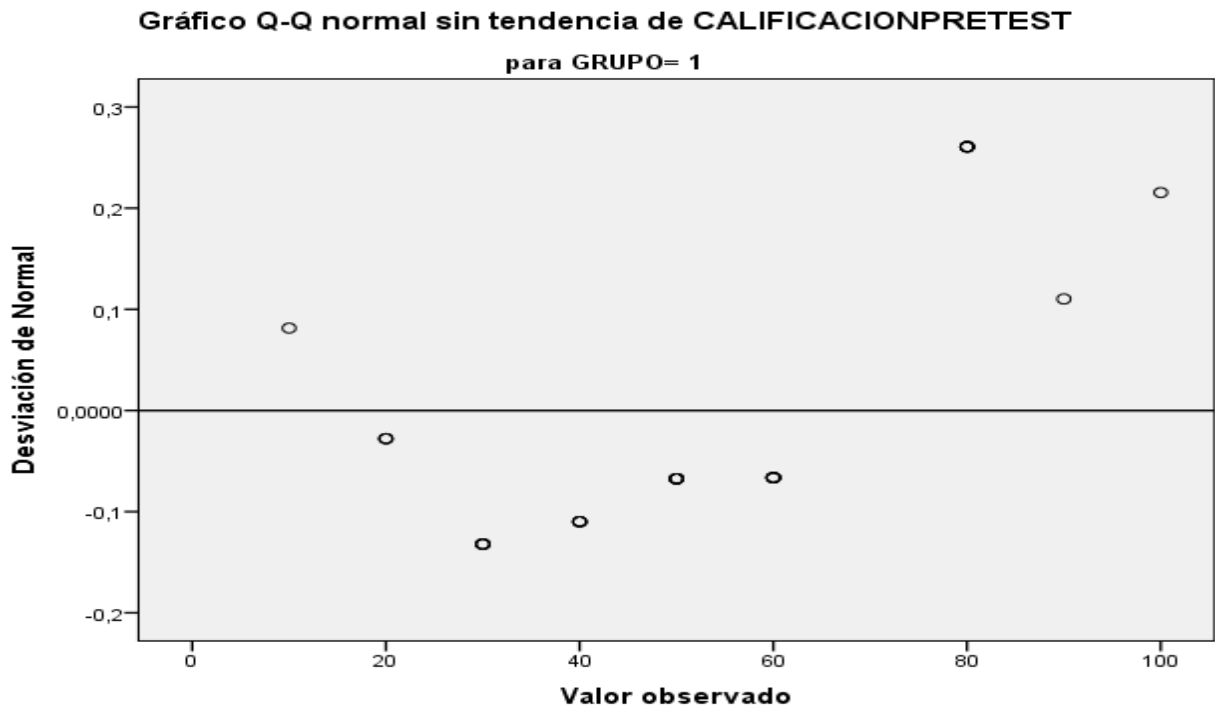
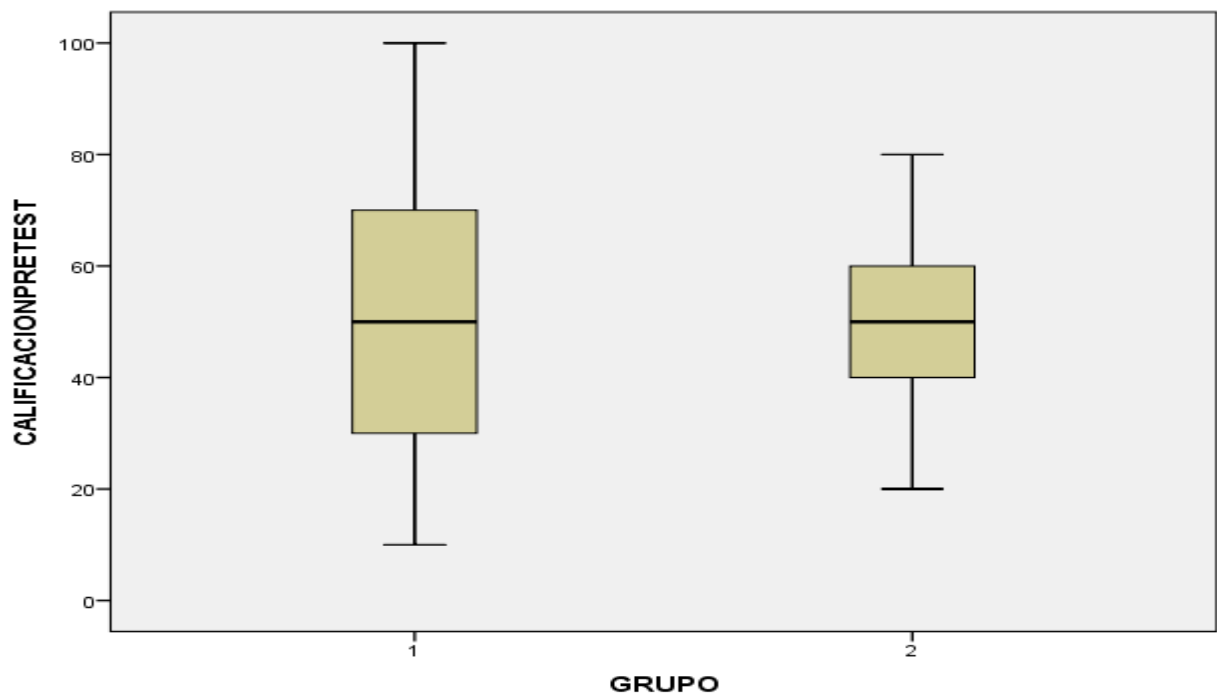
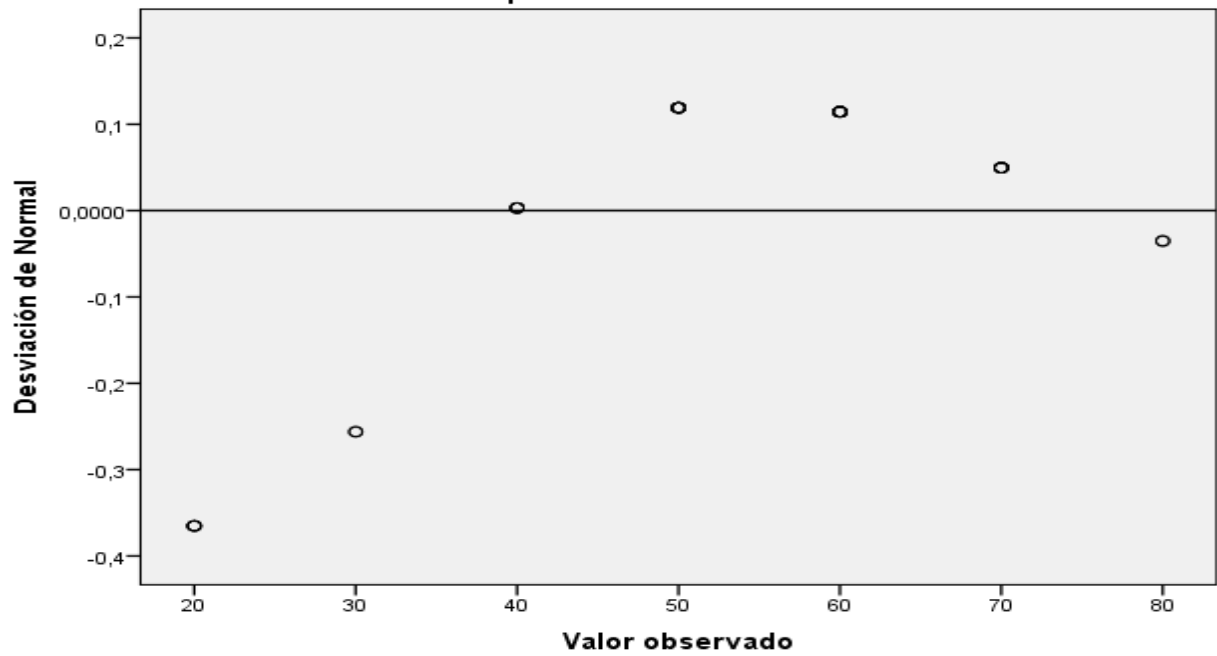


Gráfico Q-Q normal sin tendencia de CALIFICACIONPRETEST para GRUPO= 2



Apéndice 6. Programa SPSS Prueba Pos-test

```
EXAMINE VARIABLES=RENDIMIENTOACADEMICOPOS-TEST BY GRUPO
/PLOT BOXPLOT STEMLEAF HISTOGRAM NPLOT
/COMPARE GROUPS
/STATISTICS DESCRIPTIVES
/CINTERVAL 95
/MISSING LISTWISE
/NOTOTAL.
```

Explorar

Notas

Salida creada		05-JAN-2016 18:40:42
Comentarios		
Entrada	Datos	C:\Users\Gerardo\Desktop\ensayo spss, pretest(diagnóstico),pos-test (normalidad, homogeniedad de varianzas, pruebat)\materialManipulativoPOSTES T.sav
	Conjunto de datos activo	Conjunto_de_datos1
	Filtro	<ninguno>
	Ponderación	<ninguno>
	Segmentar archivo	<ninguno>
	N de filas en el archivo de datos de trabajo	75
Manejo de valor perdido	Definición de ausencia	Los valores perdidos definidos por el usuario para variables dependientes se tratan como perdidos.
	Casos utilizados	Los estadísticos se basan en casos sin valores perdidos para ninguna de la variable dependiente o factor utilizado.
Sintaxis		EXAMINE VARIABLES=RENDIMIENTOACADEMICOPOS-TEST BY GRUPO /PLOT BOXPLOT STEMLEAF HISTOGRAM NPLOT /COMPARE GROUPS /STATISTICS DESCRIPTIVES /CINTERVAL 95 /MISSING LISTWISE /NOTOTAL.

Recursos	Tiempo de procesador	00:00:01,87
	Tiempo transcurrido	00:00:01,87

GRUPO

Resumen de procesamiento de casos

GRUPO	Casos				
	Válido		Perdidos		Total
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N
RENDIMIENTOACADEMIC 1	32	100,0%	0	0,0%	32
OPOSTEST 2	32	100,0%	0	0,0%	32

Resumen de procesamiento de casos

GRUPO	Casos	
	Total	Porcentaje
	RENDIMIENTOACADEMICOPOSTEST 1	100,0%
2	100,0%	

Descriptivos

GRUPO	Estadístico
RENDIMIENTOACADEMIC 1	Media 55,00
OPOSTEST	95% de intervalo de confianza para la media
	Límite inferior 48,15 Límite superior 61,85
	Media recortada al 5% 55,00
	Mediana 55,00
	Varianza 361,290
	Desviación estándar 19,008
	Mínimo 20
	Máximo 90
	Rango 70
	Rango intercuartil 30
	Asimetría ,000
	Curtois -,656
2	Media 67,19

95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	60,20
	Límite superior	74,18
Media recortada al 5%		67,43
Mediana		70,00
Varianza		375,706
Desviación estándar		19,383
Mínimo		30
Máximo		100
Rango		70
Rango intercuartil		30
Asimetría		-,255
Curtosis		-,710

Pruebas de normalidad

GRUPO	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk	
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl
RENDIMIENTOACADEMIC 1	,104	32	,200*	,965	32
OPOSTEST 2	,151	32	,060	,955	32

Pruebas de normalidad

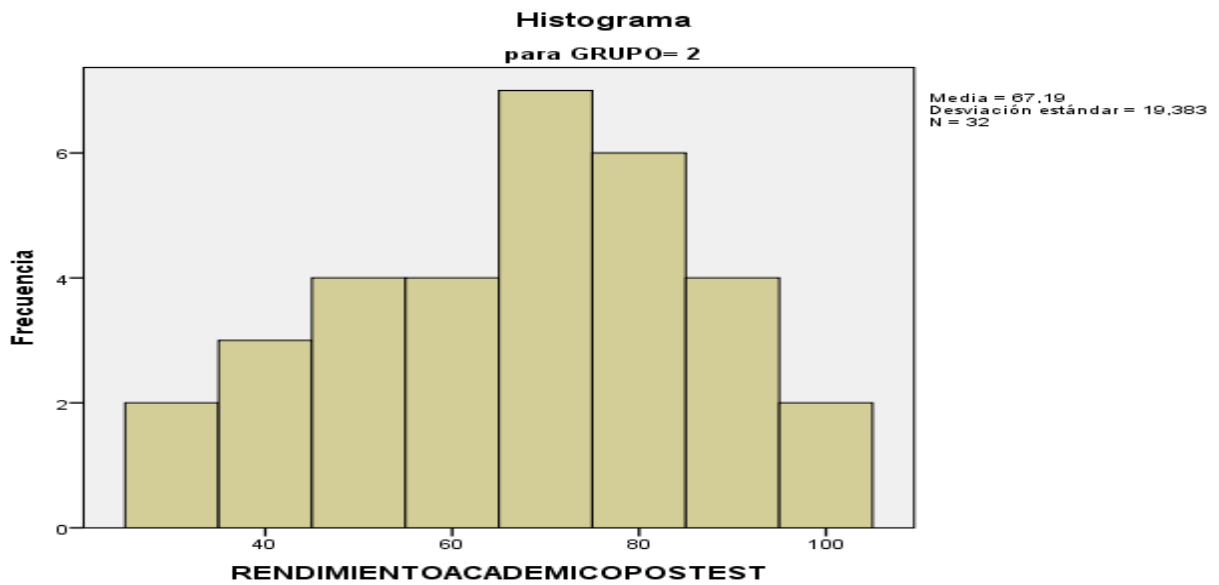
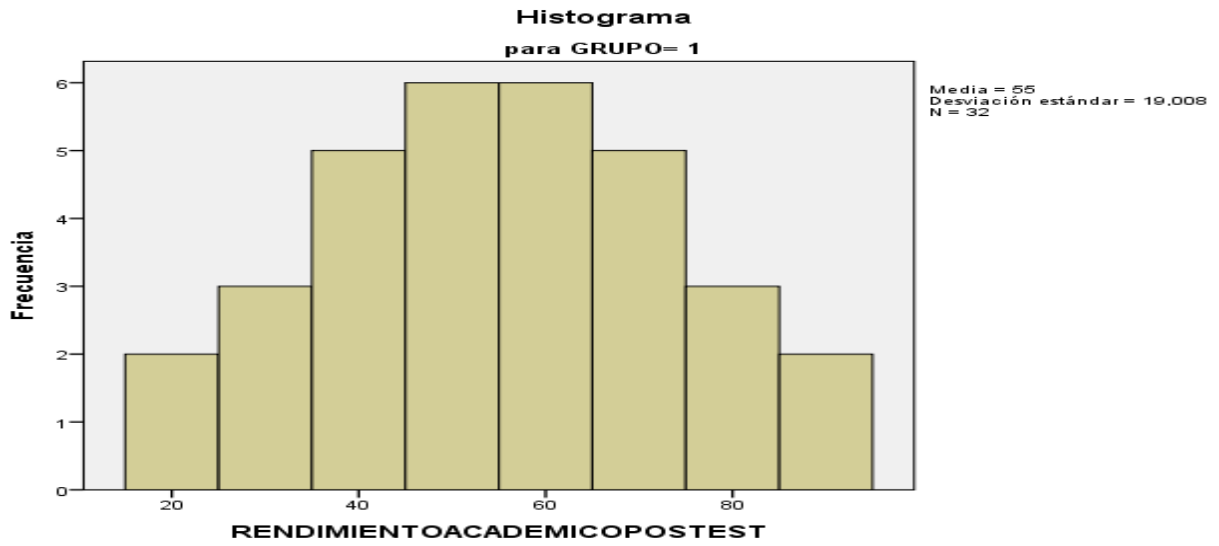
GRUPO	Shapiro-Wilk	
	Sig.	
RENDIMIENTOACADEMICOPOSTEST 1	,373	
2	,204	

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors

RENDIMIENTO ACADÉMICO POS-TEST

Histogramas



Gráficos de tallo y hojas

RENDIMIENTOACADEMICOPOS-TEST Stem-and-Leaf Plot for GRUPO= 1

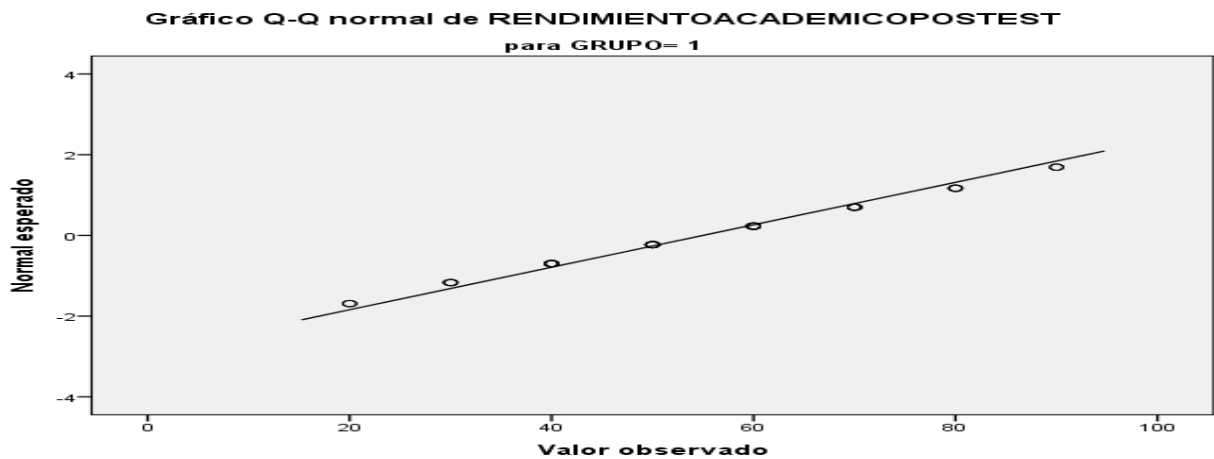
Frequency	Stem & Leaf
2,00	2 . 00
3,00	3 . 000
5,00	4 . 00000
6,00	5 . 000000
6,00	6 . 000000
5,00	7 . 00000
3,00	8 . 000
2,00	9 . 00

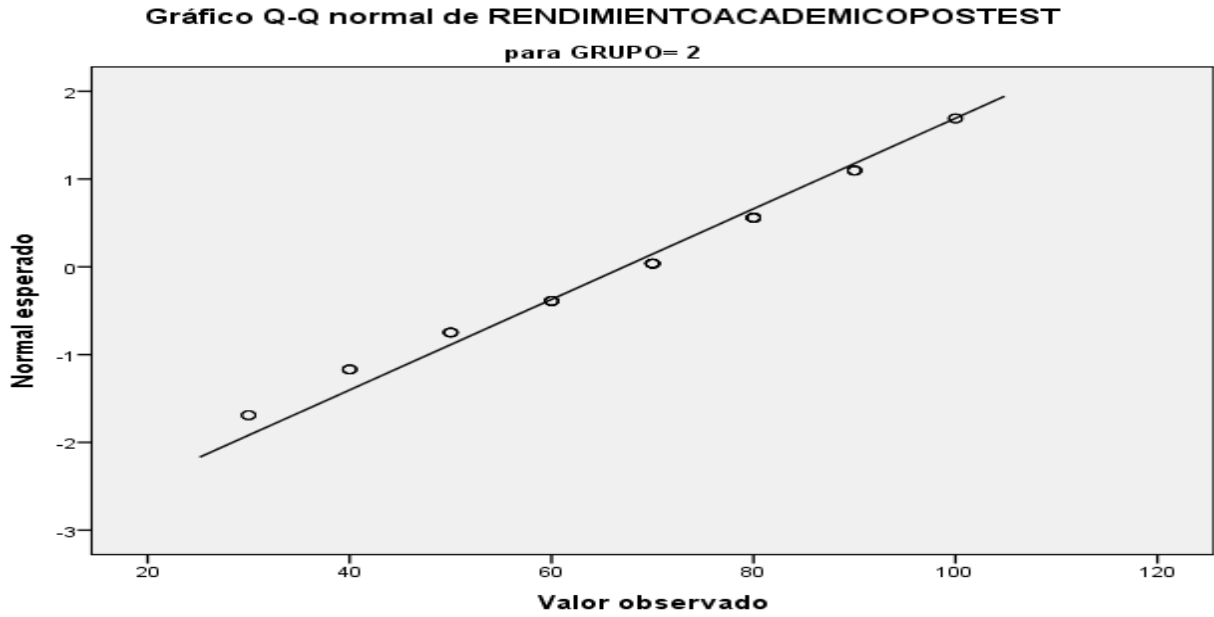
Stem width: 10
Each leaf: 1 case(s)

RENDIMIENTOACADEMICOPOS-TEST Stem-and-Leaf Plot for GRUPO= 2

Frequency	Stem & Leaf
2,00	3 . 00
3,00	4 . 000
4,00	5 . 0000
4,00	6 . 0000
7,00	7 . 0000000
6,00	8 . 000000
4,00	9 . 0000
2,00	10 . 00

Gráficos Q-Q normales





Gráficos Q-Q normales sin tendencia

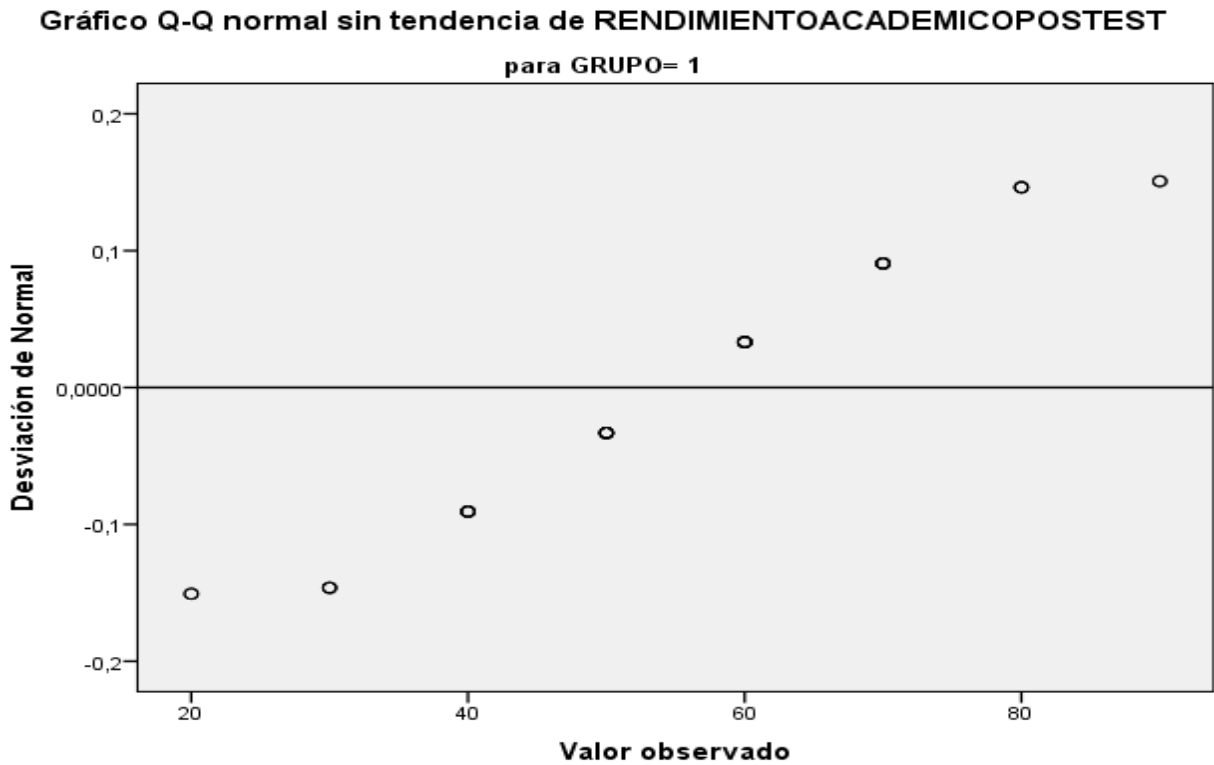
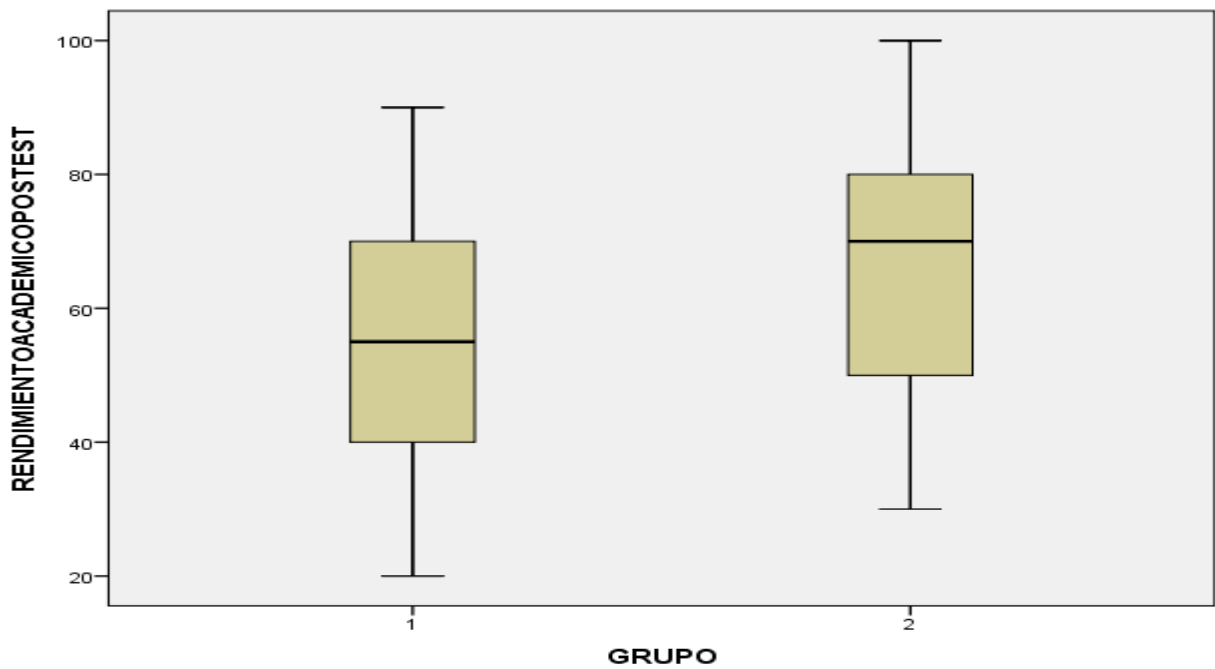
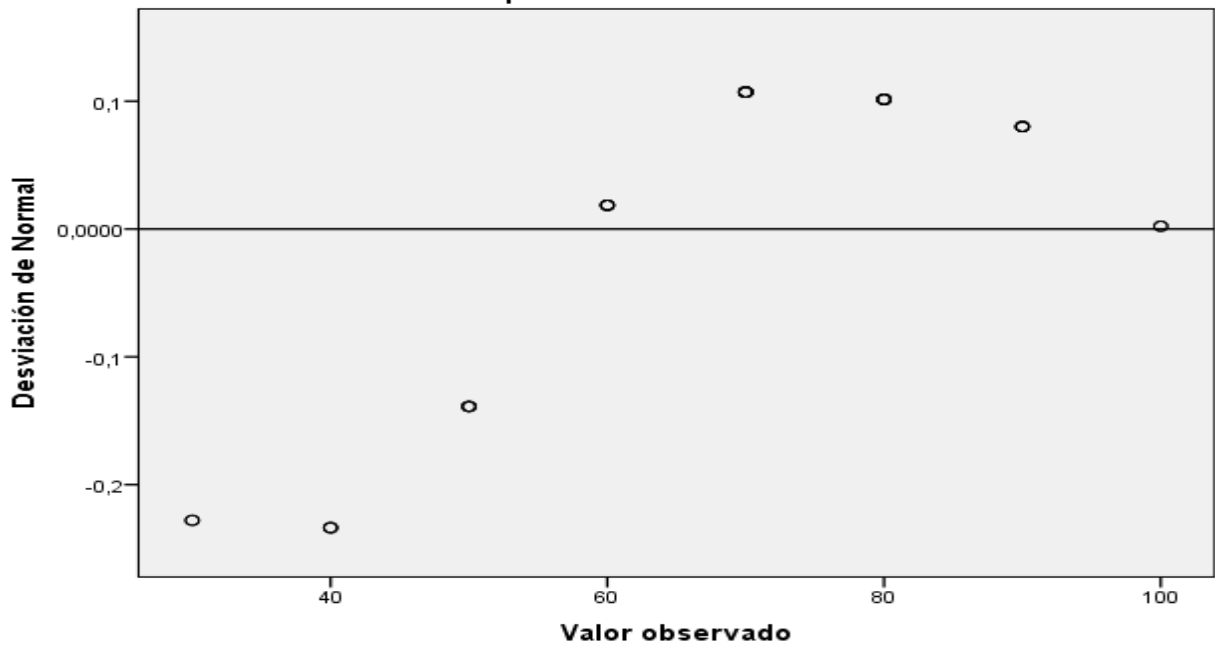


Gráfico Q-Q normal sin tendencia de RENDIMIENTOACADEMICOPOSTEST para GRUPO= 2



Estadísticas de grupo

GRUPO	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
RENDIMIENTOACADEMIC 1	32	55,00	19,008	3,360
OPOSTEST 2	32	67,19	19,383	3,426

Prueba de muestras independientes

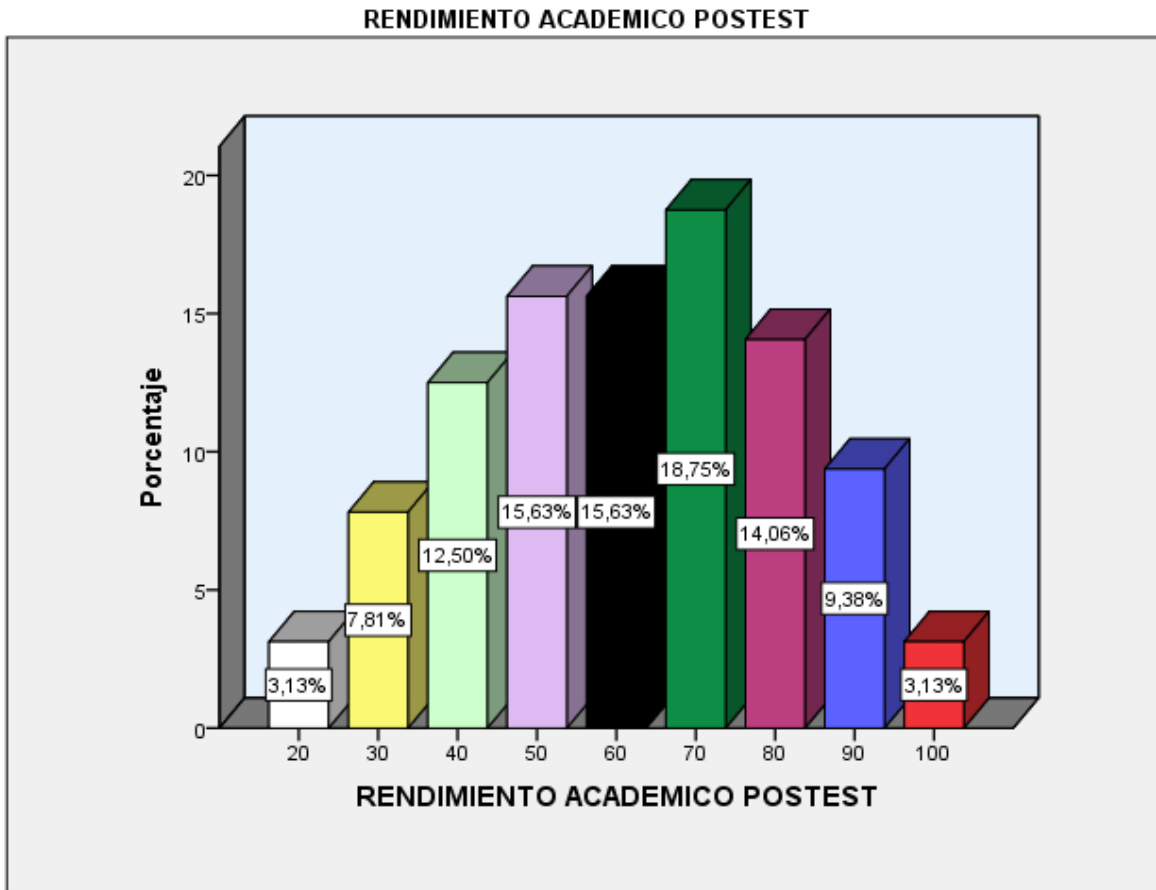
		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias
		F	Sig.	t
RENDIMIENTOACADEMIC	Se asumen varianzas iguales	,007	,936	-2,540
OPOSTEST	No se asumen varianzas iguales			-2,540

Prueba de muestras independientes

		prueba t para la igualdad de medias		
		gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
RENDIMIENTOACADEMICO	Se asumen varianzas iguales	62	,014	-12,188
POSTEST	No se asumen varianzas iguales	61,976	,014	-12,188

Prueba de muestras independientes

		prueba t para la igualdad de medias		
		Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
			Inferior	Superior
RENDIMIENTOACADEMICO	Se asumen varianzas iguales	4,799	-21,781	-2,594
OPOSTEST	No se asumen varianzas iguales	4,799	-21,781	-2,594



Apéndice 7. Evidencias de trabajo de campo



Aplicación de tarjetas. Fuente del autor (2015).



Aplicación de dados en términos semejantes. Fuente del autor (2015).

Aplicación del dominó en resolución de problemas. Fuente del autor (2015).



CURRÍCULUM VITAE

Licenciado en Educación Básica con énfasis en Humanidades, Lengua Castellana e Inglés de la Universidad Cooperativa de Colombia; Licenciado en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander con Formación integral, sentido de solidaridad y compromiso. Persona con la capacidad de ejercer de una manera clara, responsable y ética las labores y proyectos asignados. Un trabajador activo y dinámico que facilita las labores en equipo, línea de investigación en matemática y literatura.