

**Secuencia didáctica mediada con TIC para el fortalecimiento del pensamiento  
variacional en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de  
Cúcuta**



**Leonardo Geiner Martínez López**

**Universidad Autónoma De Bucaramanga  
Maestría En Educación  
Programa Becas Para La Excelencia Docente  
Cúcuta 2018**

**Secuencia didáctica mediada con TIC para el fortalecimiento del pensamiento  
variacional en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de  
Cúcuta**



**Leonardo Geiner Martínez López**

Trabajo de Grado para obtener el Título de Magister en Educación

**Director**

**Dr. Elgar Gualdrón Pinto**

**Universidad Autónoma De Bucaramanga**

**Maestría En Educación**

**Programa Becas Para La Excelencia Docente**

**Cúcuta 2018**

## **Dedicatoria**

*A Dios Jehová, quien siempre oye mis oraciones, me socorre y me defiende.*

*A mi esposa Angélica, por ese amor que me tienes.*

*A Samuel y a Esteban mis hijos, por llenar mi vida de razones y motivos.*

*A mi Papá, por su ejemplo de hombre esforzado y trabajador.*

*A la memoria de mi Mamá, a quien recuerdo todos los días con alegría.*

*A Salomé y a David mis hermanos, por sus consejos y sus buenos deseos.*

*Los amo.*

## **Agradecimientos**

Al Presidente de la República Dr. Juan Manuel Santos Calderón, al Gobierno Nacional, al

MEN, Ministerio de Educación Nacional por su estrategia Becas a la Excelencia.

A la Universidad Autónoma de Bucaramanga y docentes de la Maestría en educación.

A la rectora de la I.E. Colegio Integrado Juan Atalaya, María Luisa López Rolon por su

oportuna y diligente colaboración.

Al director de este proyecto, Dr. Elgar Gualdrón Pinto por su apoyo y respaldo.

A mis estudiantes de Grado 9-01 por su compromiso con esta investigación y su esfuerzo

en cada actividad.

**Secuencia didáctica mediada con TIC para el fortalecimiento del pensamiento  
variacional en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de  
Cúcuta**

**Resumen**

Esta investigación tuvo como propósito la implantación de ocho Secuencias Didácticas para fortalecer las competencias en Pensamiento Matemático Variacional, basadas en la mediación TIC, partiendo de la necesidad que deriva de las insuficiencias y bajo nivel de desempeño evidenciado, por los Estudiantes del Grado Noveno, Colegio Integrado Juan Atalaya, ubicado en el municipio de Cúcuta, en las Pruebas Saber 2015-2017, en las Competencias Matemáticas: 1. Comunicación, Representación y Modelación. 2. Razonamiento y Argumentación y 3. Planteamiento y Solución de Problemas. El estudio se centró en la Competencia Comunicacional. El constructo teórico que fundamenta la investigación es el Pensamiento Matemático Variacional. La metodología es de Investigación Acción, bajo el enfoque cualitativo. Se tomaron como sujetos de investigación una Muestra 35 Estudiantes del Grado Noveno – 01. La propuesta se ejecutó en tres fases de aplicación: Fase Diagnóstica para identificar el nivel de desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes; Fase de Intervención Pedagógica, con una propuesta aplicación de ocho Secuencias Didácticas para las en el marco de los números reales y finalmente la Fase de Evaluación mediante un Prueba de Cierre con el objeto de valorar el impacto de la estrategia de Investigación - Acción desarrollada. Los resultados de los diagnósticos permiten confirmar suficientemente los indicadores del problema de bajo nivel de desempeño en las Pruebas Saber 2015-2017. La aplicación de las Secuencias Pedagógicas se desarrolló atendiendo los protocolos de intervención recomendados por el MEN, lográndose evidenciar mediante la Prueba de Cierre, cambios positivos para la Competencia: Comunicación, Representación y Modelación, alcanzándose satisfactoriamente los propósitos de la investigación.

**Palabras Clave: Pensamiento Variacional, Secuencia Didáctica, Mediación con TIC, Didáctica, Variación y Cambio.**

## **Abstract**

The purpose of this research was to implement eight Didactic Sequences to strengthen the competences in Variational Mathematical Thinking, based on ICT mediation, based on the need that derives from the insufficiencies and low level of performance evidenced by the Ninth Grade Students, College Integrated Juan Atalaya, located in the municipality of Cúcuta, in the Saber Tests 2015-2017, in the Mathematical Competences: 1. Communication, Representation and Modeling. 2. Reasoning and Argumentation and 3. Planning and Problem Solving. The study focused on the Communication Competence. The theoretical construct that bases the investigation is the Variational Mathematical Thought. The methodology is Research Action, under the qualitative approach. A Sample 35 Ninth Grade Students - 01 was taken as research subjects. The proposal was executed in three phases of application: Diagnostic Phase to identify the level of development of variational mathematical thinking in students; Pedagogical Intervention Phase, with a proposed application of eight Didactic Sequences for those in the real numbers frame and finally the Evaluation Phase through a Closing Test with the purpose of assessing the impact of the Research - Action strategy developed. The results of the diagnostics allow to confirm sufficiently the indicators of the problem of low level of performance in the Saber Tests 2015-2017. The application of Pedagogical Sequences was developed taking into account the intervention protocols recommended by the MEN, achieving evidence through the Closing Test, positive changes for the Competition: Communication, Representation and Modeling, reaching satisfactorily the purposes of the research.

**Keywords: Variational Thought, Didactic Sequence, Mediation with ICT, Didactics, Variation and Change.**

## Contenido

Dedicatoria .....	2
Agradecimientos.....	3
Resumen.....	4
Abstract.....	5
Lista de Tablas.....	9
Lista de Anexos .....	13
1. Problema De Investigación.....	14
1.1 Descripción del Problema.....	14
1.2 Formulación del Problema .....	18
1.3 Objetivos.....	18
1.3.1 Objetivo general. ....	18
1.3.2 Objetivos específicos.....	18
1.4 Justificación.....	19
1.5 Marco Contextual .....	21
2. Marco Referencial.....	23
2.1 Antecedentes de la Investigación .....	23
2.1.1 Antecedentes Internacionales .....	23
2.1.2 Antecedentes Nacionales.....	26
2.1.3 Antecedentes Locales. ....	29
2.2 Marco Teórico .....	31
2.2.1 Pensamiento variacional. ....	32
2.2.1.2 <i>Relación entre el pensamiento variacional y el razonamiento algebraico</i> .....	35
2.2.3 Mediación con Tecnologías de Información y Comunicación (TIC).....	37

2.2.4	Secuencia Didáctica.....	43
2.3	Marco Legal.....	46
3.	Diseño Metodológico.....	50
3.1	Tipo de Investigación .....	50
3.2	Proceso de Investigación .....	52
3.3	Desarrollo del plan de acción .....	53
3.3.1	Acuerdo. ....	55
3.3.2	Observación.....	57
3.3.3	Reflexión. ....	57
3.4	Población y Muestra .....	57
3.5	Instrumentos para la recolección de la información.....	58
3.5.1	Instrumento N° 1 Prueba Pre-saberes básicos en matemáticas. ....	58
3.5.2	Prueba diagnóstica de Pensamiento Variacional Integrada (3, 5 y 9). ....	59
3.5.3	Instrumento N° 3: Diario Pedagógico. ....	60
3.5.4	Prueba de Cierre en Pensamiento Numérico Variacional. (Ver Anexo D) .....	61
3.5.4	Otros instrumentos.....	61
3.6	Validación de Instrumentos .....	62
3.7	Categorización y Triangulación .....	62
4.	Resultados y Propuesta Pedagógica.....	64
4.1	Análisis de la Primera Prueba Diagnostica .....	64
4.1.1	Los indicadores de Matemáticas Tercero .....	68
4.1.2	Los indicadores de matemáticas quinto .....	69
4.2	Análisis Prueba de presaberes en pensamiento Variacional.....	71
4.2.1	Indicadores de matemáticas grado tercero seleccionados .....	76
4.2.2	Indicadores de matemáticas grado quinto seleccionados .....	77
4.2.3	Indicadores de matemáticas grado noveno seleccionados.....	78



4.3 Principios Éticos .....	79
4.4. Propuesta Pedagógica .....	79
4.4.1 Presentación de la Propuesta Pedagógica.....	79
4.4.2 Justificación .....	80
4.4.3 Objetivos.....	81
Objetivo General. ....	81
Objetivo Específico .....	81
4.4.4 Logros a Desarrollar .....	81
4.4.5 Metodología.....	81
4.4.6 Fundamento Pedagógico .....	83
Aprendizaje significativo.....	83
Aprendizaje Colaborativo.....	83
4.4.7 Diseño de Actividades .....	84
4.5 Análisis de la Prueba de Cierre en Pensamiento Numérico Variacional .....	93
Conclusiones.....	114
Recomendaciones .....	116
Referencias .....	117
Anexos.....	121

## Lista de Tablas

Tabla 1. Competencias .....	59
Tabla 2. Competencias evaluadas.....	60
Tabla 3. Matriz de Referencia (Competencias evaluadas en Pensamiento Numérico Variacional).....	61
Tabla 4. Categorías, subcategorías e indicadores .....	63
Tabla 5. Resultados Diagnóstico Inicial .....	68
Tabla 6. Resultados Evaluación de Pre saberes en Pensamiento Variacional.....	76
Tabla 7. Secuencia didáctica 1 .....	85
Tabla 8. Secuencia Didáctica 2 .....	86
Tabla 9. Secuencia Didáctica 3 .....	87
Tabla 10. Secuencia Didáctica 4 .....	88
Tabla 11. Secuencia Didáctica 5 .....	89
Tabla 12. Secuencia Didáctica 6 .....	90
Tabla 13. Secuencia Didáctica 7 .....	91
Tabla 14. Secuencia Didáctica 8 .....	92
Tabla 15. Pensamiento Numérico Variacional .....	113

## Lista de Figuras

<i>Figura 1.</i> Administración del curso.....	39
<i>Figura 2.</i> Elaboración de material de apoyo al aprendizaje .....	39
<i>Figura 3.</i> Presentación de información en el aula.....	40
<i>Figura 4.</i> Búsqueda de la información .....	40
<i>Figura 5.</i> Publicación de información.....	41
<i>Figura 6.</i> Evaluación.....	41
<i>Figura 7.</i> Lectura y ejercitación .....	42
<i>Figura 8.</i> Simulaciones .....	42
<i>Figura 9.</i> Desarrollo de productos digitales .....	43
<i>Figura 10.</i> Interacción virtual.....	43
<i>Figura 11.</i> Los momentos de la investigación-acción.....	53
<i>Figura 12.</i> Participación activa en aula.....	56
<i>Figura 13.</i> Muestra.....	58
<i>Figura 14.</i> Pregunta 1 Primera prueba diagnóstica. ....	64
<i>Figura 15.</i> Pregunta 11 Primera prueba diagnóstica. ....	65
<i>Figura 16.</i> Pregunta 21 Primera prueba diagnóstica. ....	65
<i>Figura 17.</i> Pregunta 37 Primera prueba diagnóstica. ....	66
<i>Figura 18.</i> Pregunta 33 Primera prueba diagnóstica. ....	66
<i>Figura 19.</i> Pregunta 41 Primera prueba diagnóstica. ....	67

<i>Figura 20.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	72
<i>Figura 21.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	72
<i>Figura 22.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	73
<i>Figura 23.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	73
<i>Figura 24.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	74
<i>Figura 25.</i> Pruebas presaberes pensamiento variacional. ....	74
<i>Figura 26.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	75
<i>Figura 27.</i> Prueba presaberes pensamiento variacional. ....	75
<i>Figura 28.</i> Registro en cuaderno de estudiante, actividad de apertura para secuencia didáctica 5. ....	82
<i>Figura 29.</i> Comparativo de respuestas correctas e incorrectas para componente numérico-variacional competencia comunicación, representación y modelación de la tabla 15. ....	93
<i>Figura 30.</i> Problemas relacionados al indicador 6, resueltos en clase y tomados de la prueba Supérate con el Saber del mes de abril 2018. ....	94
<i>Figura 31.</i> Preguntas de la prueba de cierre, referidos al indicador en análisis. I6. ....	95
<i>Figura 32.</i> Problemas resueltos en clase y tomados de las pruebas Supérate con el Saber del mes de abril 2018. ....	95
<i>Figura 33.</i> Preguntas de la prueba de cierre, referidos al indicador en análisis I6. ....	96
<i>Figura 34.</i> Problema resuelto en clase, relacionado al indicador 8, resuelto en clase y adaptado del libro del estudiante. ....	96
<i>Figura 35.</i> Preguntas 11 y 18 de la Prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I8. ....	97
<i>Figura 36.</i> Pregunta 14, resuelta en la prueba de cierre. ....	98
<i>Figura 37.</i> Preguntas de la prueba de cierre, evalúa el indicador en el análisis I10. ....	99

<i>Figura 38.</i> Pregunta 16 resueltas en la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I11. .....	100
<i>Figura 39.</i> Actividad de aprendizaje, que favorece el logro del indicador I12, resueltos en el tablero por los estudiantes.....	101
<i>Figura 40.</i> Preguntas de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I12. ....	101
<i>Figura 41.</i> Distribución de frecuencia para respuestas correctas e incorrectas, competencia razonamiento y argumentación de la tabla 15.....	102
<i>Figura 42.</i> Actividad de aprendizaje extraída de la Baldor, adaptada para fortalecer el indicador 1. ....	102
<i>Figura 43.</i> Preguntas de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I1. ....	103
<i>Figura 44.</i> Actividad de aprendizaje que evalúa indicador en análisis I2.....	104
<i>Figura 45.</i> Pregunta 12 de la prueba de cierre, evalúa indicador en el análisis de I3. ....	105
<i>Figura 46.</i> Presentación que propone el desarrollo, intervención de cierre, para el tema de intervalos.....	106
<i>Figura 47.</i> Pregunta N° 13 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I4. ....	107
<i>Figura 48.</i> Secuencia de actividades propuestas en el cuaderno del estudiante. ....	108
<i>Figura 49.</i> Distribución de frecuencia para respuestas correctas e incorrectas, competencia razonamiento y argumentación de la tabla 15.....	109
<i>Figura 50.</i> Pregunta N° 6 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I5. ....	110
<i>Figura 51.</i> Pregunta N° 7 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I5. ....	110
<i>Figura 52.</i> Pregunta N° 8 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I5. ....	111
<i>Figura 53.</i> Actividad desarrollada en el aula, favorece el desarrollo de habilidades de pensamiento relacionados al indicador I5.....	112

## Lista de Anexos

Anexo A. Prueba Diagnóstica .....	121
Anexo B. Prueba diagnóstica de Pensamiento Variacional Integrada (3, 5 y 9).....	147
Anexo C. Diario Pedagógico.....	151
Anexo D. Instrumento de Evaluación de Cierre en Pensamiento Variacional Numérico.	154
Anexo E. Informe comparativo de resultados por competencias pruebas saber 2015 y 2016 grado noveno colegio integrado Juan Atalaya .....	156
Anexo F. Resultados Pruebas Saber para la Institución Juan Atalaya, periodo 2015-2017. Porcentaje por Competencias en el área de Matemáticas. ....	159
Anexo G. Consentimiento Informado .....	160

# 1. Problema De Investigación

## 1.1 Descripción del Problema

En la Institución Educativa, Colegio Integrado Juan Atalaya, es habitual iniciar el año escolar con déficit de estudiantes, por este motivo continúan las matriculas abiertas durante el primero y segundo periodo académico. La población estudiantil se va integrando con población desplazada, venezolanos inmigrantes o colombianos retornados. Igualmente, en el transcurso del año lectivo, se van retirando estudiantes por distintos motivos a otros municipios. Lo que implica que no todo el grupo es homogéneo para la implantación de estrategias pedagógicas y didácticas que desde un principio se ponen en acción, afectando el alcance del diagnóstico y refuerzo de presaberes.

Por aula, los grupos oscilan entre treinta y cinco a cincuenta estudiantes. Es recurrente la agresividad y la intolerancia entre ellos. Con base en los registros diarios, se puede afirmar que con frecuencia, aproximadamente el 60 por ciento de los estudiantes no hacen apuntes en clase, al propio tiempo no cumplen con las asignaciones o tareas, y pocos se preparan en sus casas para los retos de los nuevos temas del programa. Los diálogos del docente con los Estudiantes así como con sus padres, permiten afirmar que las expectativas y sus proyectos de vida, no están claramente definidos y, en muchos casos están afectadas por problemáticas sociales y familiares complejas. Existen casos donde los estudiantes permanecen solos en sus casas mientras sus padres deben trabajar todo el día o en otra ciudad; otros no viven con sus padres y están al cuidado de parientes. En las adyacencias de la Institución Educativa, la Policía Nacional hace acompañamiento preventivo a la institución para prevenir el riesgo de micro tráfico y consumo de sustancias psicotrópicas y estupefacientes.

Concretamente, cuando se evalúan los resultados de las pruebas Saber Noveno 2015 y 2016 para Matemáticas, aplicadas al Grado Noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya, evidencian que la institución está por debajo de la media municipal y nacional. La mayor deficiencia está en los aprendizajes correspondientes al componente numérico variacional en sus tres competencias (Comunicación, Razonamiento y Resolución), con un significativo retroceso en lo que corresponde a las competencias comunicativas. Los indicadores del IFCES para el periodo 2015-2017, así lo reflejan (anexo 5 y 6).

Como se observa, los porcentajes de Respuestas No acertadas en promedio superan tanto al promedio nacional como al promedio municipal, con mayor incidencia en las Pruebas del año 2016. Esta situación configura la situación problema caracterizada por un desempeño en la franja roja, superior a la media para las tres competencias evaluadas. Tal situación plantea la necesidad de generar estrategias de intervención pedagógica que permitan revertir en el corto y mediano plazos esta tendencia. La institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya, en el plano normativo y en el contexto de la planeación educativa, dispone de un Plan de Área o Plan Institucional y de un Plan de Aula, instrumentos mediante los cuales se prioriza en el cumplimiento de los contenidos temáticos en función de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), con el objetivo implícito de lograr la formación de estudiantes competitivos respecto a sus pares del municipio y del plano nacional.

Las características del proceso de formación en el aula, tiene los siguientes elementos: los estudiantes se sientan en puestos individuales, y se ordenan en columnas. El desarrollo de las temáticas se hace de manera secuencial; los estudiantes usan en parejas el texto escolar *Vamos Aprender*, según su grado; el docente distribuye el tiempo de clase entre la



exposición del tema, el desarrollo de ejemplos en el tablero, proponer actividades, talleres y tareas o asignaciones para realizar en su tiempo libre. El docente realiza evaluaciones escritas de selección múltiple, califica actividades de clase y tareas. Durante la clase la disciplina y la atención son factores fundamentales para una fructífera relación que favorezca los procesos de enseñanza y de aprendizaje. En la práctica docente habitual, no se usan recursos tecnológicos, como las computadoras tipo tabletas o salas de audiovisuales.

En el caso particular de las clases de matemáticas se observa poco interés de los Estudiantes, siendo pocos los Estudiantes que siguen la explicación, los demás no entienden y se distraen con facilidad. Usualmente los estudiantes cometen errores en operaciones básicas de aritmética, declaran no saber las Tablas de Multiplicar, también evidencian insuficiencias al dividir, y el problema se complejiza cuando se les exige operar con fraccionarios o decimales; y la situación se agudiza cuando se abordan ecuaciones y situaciones que involucran razonamiento algebraico y pensamiento variacional.

Navarro, Aguilar, y Otros (2015) afirman que la problemática específica en el campo de la enseñanza de las matemáticas:

...surge a partir del hecho didáctico que demuestra que **la enseñanza actual no produce aprendizaje**, situación que se constata en la práctica cotidiana. **La enseñanza tradicional de la Matemática** en términos generales permite satisfacer el contrato didáctico, **pero no parece lograr un verdadero aprendizaje entre los estudiantes**” (p.2. Negritas añadidas).

Parece que el punto crítico está en la necesidad de generar estrategias de intervención pedagógica que permitan conjugar didácticamente los intereses de los Estudiantes con los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), de tal forma que pueda darse un acoplamiento

que genere aprendizajes significativos en el estudiante, todo ello en el contexto de la educación cada vez más globalizada.

Montaigne definió la enseñanza como “vale más una cabeza bien puesta que una repleta...Mi significado de “Una cabeza bien puesta” significa que mucho más importante que acumular el saber es disponer simultáneamente de una aptitud general para plantear y analizar problemas; principios organizadores que permitan vincular saberes y darles sentido” (Morín, 1999, p. 23). Esto significa que es preferible desarrollar aptitudes de pensamiento, ya que estas aptitudes permiten darle sentido y utilidad al conocimiento.

La problemática planteada, lleva a una interrogante fundamental como pregunta básica de investigación: ¿Cuáles serán las estrategias que permitan conjugar los intereses temporales de los Estudiantes del Grado Noveno – 01 del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta; los DBA para su nivel, que permitan lograr un aprendizaje significativo en el componente Variacional Numérico? Entre los aspectos a considerar como respuestas específicas en la problemática expuesta, se tienen: ¿Cuáles estrategias permiten motivar e interesar a los Estudiantes en un ambiente de respeto y participación adaptado a sus intereses de su época?, ¿Cuáles estrategias didácticas fortalecen desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno?, ¿Cuáles estrategias de mediación con TIC favorecen el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno?

## 1.2 Formulación del Problema

¿Cómo generar estrategias que permitan conjugar los intereses temporales de los Estudiantes del Grado Noveno - 901 del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta; con los DBA para su nivel, que permitan lograr un aprendizaje significativo en el componente Variacional Numérico?

## 1.3 Objetivos

**1.3.1 Objetivo general.** Fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional mediante una secuencia didáctica mediada con TIC con los estudiantes de grado 901 del Colegio Integrado Juan Atalaya.

**1.3.2 Objetivos específicos.** Identificar el nivel de desarrollo que tienen los estudiantes del Grado Noveno - 901, en relación con el pensamiento variacional.

Desarrollar una secuencia didáctica -mediada por las TIC - que fortalezca el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes del Grado Noveno – 901.

Evaluar el impacto de la estrategia didáctica implantada para el desarrollo del pensamiento variacional, con base en las categorías establecidas con los estudiantes del Grado Noveno - 901.

## 1.4 Justificación

Con el presente trabajo se busca el desarrollo del pensamiento variacional, mediante la implementación de secuencias didácticas mediadas con TIC dentro del curso de matemáticas del grado noveno.

En razón del problema detectado sobre el rendimiento de los estudiantes, caracterizado por las evidentes deficiencias en presaberes aritméticos y analizando los bajos resultados en las Pruebas Saber para el Grado Noveno del periodo: 2015, 2016 y 2017, se considera que la investigación genera beneficios en diversos aspectos de aplicación de las estrategias que de él se deriven.

El desarrollo del pensamiento variacional fue formulado en los lineamientos del MEN 1998, donde se propone como:

“El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas. En estos problemas los números usados deben ser controlados y los procesos aritméticos también se deben ajustar a la aritmética que se estudia. Igualmente, la aproximación numérica y la estimación deben ser argumentos usados en la solución de los problemas. La calculadora numérica se convierte en una herramienta necesaria en la iniciación del estudio de la variación” (p.50)

Se entiende que los problemas que involucran situaciones de variación y cambio de la vida diaria, son un recurso para desarrollar el pensamiento variacional de los estudiantes, recomiendan el manejo de tablas, el uso calculadora y recursos TIC.

Las TIC son parte activa de la sociedad actual y cada vez se hace más importante su uso, por lo tanto, la educación que se brinda no puede estar ajena a esta realidad. Eso no significa que el docente busque enseñar TIC a sus estudiantes. Tampoco quiere decir que el uso de aplicaciones especializadas en matemáticas se convierte en el nuevo objetivo del curso de matemáticas. Ya que, las TIC son un recurso para que los estudiantes aprendan matemáticas. Finalmente, el uso de las TIC en el aula debe estar sustentada en una metodología que facilite el proceso de aprendizaje matemático de los estudiantes (Real Pérez, 2013).

Otro aspecto a considerar, es que los establecimientos educativos que se destacan en resultados de las pruebas Saber once, son considerados por sus comunidades como un referente de calidad. La clasificación de una institución educativa entre los primeros quinientos colegios con mejor promedio del país, parece ser un factor importante al momento que los padres de familia deben decidir en donde matricular a sus hijos. Lo anterior, evitaría la incertidumbre por la cobertura que cada año se presenta en la institución educativa. Además, es un elemento de motivación extra para la cambiar la tendencia de bajos resultados en las pruebas externas en la institución.

## 1.5 Marco Contextual

La institución educativa Colegio Integrado Juan Atalaya tiene jurisdicción en las sedes que se encuentran ubicadas en el barrio Tucunaré parte alta, Tucunaré parte baja, Claret, y palmeras, pertenecientes a la ciudadela de Juan Atalaya, zona noroccidental del Municipio de San José de Cúcuta, Departamento Norte de Santander. Ofrece educación básica primaria y secundaria, media académica y técnica en cinco sedes en horarios mañana, tarde y jornada única a la comunidad educativa de la ciudadela de Juan Atalaya. Caracterizada por ser zona urbana donde sus habitantes se encuentran clasificados en estratos 1, 2,3. (Anexo 1)

La institución está compuesta por 6 sedes que atienden estudiantes en todas las jornadas: la sede central, la sede Cúcuta 75, la sede Antonio María Claret, la sede 4. Concejo de Cúcuta, la Sede 5 Básica primaria Gabriel García Márquez y la sede María Auxiliadora del sector la primavera.

Sus principales fortalezas son: adecuada planta de personal, buena infraestructura física, un plan de estudios definido, autonomía institucional, nivel organizacional adecuado, posibilidades de gestión e integración, alta demanda de cupos, capacitación pedagógica de los docentes, calidad humana en los educandos y apertura y continuidad de convenios con otras instituciones importantes en la ciudad.

Los estudiantes matriculados en el colegio integrado Juan Atalaya proceden de familias campesinas provenientes de los municipios de occidente como Ocaña, Abrego, San Calixto, Teorema, Sardinata, Salazar, Gramalote, Arboledas y Cucutilla que formaron asentamiento y conformaron los barrios de sectores de las comunas 7 y 8 entre los que se

mencionan: barrios Comuneros, Chapinero, Motilones, El Rosal, La Laguna, Claret, Primera Etapa, Tucunaré, Palmeras, Antonia Santos pertenecientes a la ciudadela de Juan Atalaya en la zona noroccidental del municipio.

Un alto número de estudiantes de la institución provienen de familias disfuncionales con conflictos que afectan emocionalmente a los jóvenes interfiriendo en los procesos de aprendizaje y convivencia dentro y fuera de la institución. Su principal fuente de empleo es la informalidad, puesto que muchos de los familiares aún no han terminado el bachillerato y se les dificulta conseguir una fuente de empleo estable. (Tomado de la caracterización grupal.)

Por otra parte, las familias derivan el sustento de trabajos como: construcción, modistería, oficios domésticos, vendedores ambulantes y trabajos ocasionales, empleados y profesionales. Describiendo la situación social y cultural de la comunidad se observa superación debido al interés de los habitantes del sector y el aporte del estado en programas de bienestar de entidades tales como el SENA, Bienestar Familiar, centro tecnológico Unidad Básica Comuneros Biblioteca y Centro Cultural.

Lo anterior conlleva que la comunidad se instruya, participe, organice juntas de acción comunal, juntas cívicas y juntas administradoras locales; sin embargo, no se ha podido superar el problema de inseguridad del sector quizá debido al desempleo y la inequidad social.

Actualmente, la institución está liderada por la Rectora Especialista María Luisa López Rolon quien lleva más de diez años trabajando por el bienestar de la comunidad en general. Junto a ella, un grupo de 6 coordinadores que lideran gestiones para alcanzar procesos de

calidad. Así mismo se cuenta con 140 educadores ya todos en propiedad debido a los recientes nombramientos de docentes por meritocracia para atender a 3460 estudiantes.

## **2. Marco Referencial**

### **2.1 Antecedentes de la Investigación**

La selección de antecedentes indaga por estrategias que favorezcan el desarrollo de las competencias matemáticas, específicamente en el componente variacional que evidencia una creciente debilidad en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa.

**2.1.1 Antecedentes Internacionales.** La investigación exploratoria enfocada en docentes de primaria ‘Uso De Materiales Didácticos Manipulativos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría’ de Valenzuela (2012), presentado para optar al título de Máster de Didáctica de la Matemáticas en la Universidad de Granada, Granada, España. El trabajo identifica y describe el nivel de conocimientos y el uso de material manipulativo que hacen los docentes durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en algunos colegios de Santiago de Chile; el grado de utilidad; la investigación analiza las diferencias en los indicadores de dominio de este material entre colegios con distinta metodología y distinta dependencia administrativa; las diferencias en el grado de utilidad del material



manipulativo, en algunos aspectos de la clase entre colegios con distinta metodología y distinta dependencia administrativa.

En conclusión, los docentes encuestados conocían la mayoría de los materiales manipulativos del cuestionario, añade que el material está incluido en el organizador del currículo. El grado de utilidad (aplicación) no depende de los establecimientos educativos, está determinada por la formación profesional que haya tenido el docente. No existen diferencias significativas en el dominio de material manipulativo entre los docentes de los distintos establecimientos educativos. Los docentes dicen utilizar el material manipulativo en mayor grado en el momento co-instruccional y pos-instruccional y en menor grado en el pre-instruccional.

Con el estudio de este trabajo de investigación, el docente investigador encontró elementos de juicio para reflexionar acerca del impacto que puede tener el uso de material manipulativo en su propuesta didáctica, llegando a concluir que, aunque es un medio valioso, no necesariamente asegura el éxito de la propuesta. Lo anterior, se dio al momento de evaluar las intervenciones de pilotaje desarrolladas durante el 2017 con una muestra inicial.

El siguiente trabajo es una propuesta conceptual ‘Uso de Material Estructurado como Herramienta Didáctica para el Aprendizaje de las Matemática’ de Velasco Esteban (2012), trabajo para optar al título en Educación Primaria de la Universidad de Valladolid, Valladolid, España. Propone una serie de recursos y actividades lúdico-manipulativas que permiten a los niños y niñas mejorar la adquisición de competencias matemáticas y potenciar el grado de concienciación de estas adquisiciones. Pretende que los docentes apropien estas

herramientas didácticas, ajustados a cada necesidad, como un recurso en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Concluye que el material estructurado es solamente una herramienta, que su aplicación obedece a un propósito que debe estar planificado y contar con objetivos claros; ser reflexionado con los estudiantes.

Este trabajo propone actividades de aprendizaje matemático, empleando recursos didácticos a los que llama “material concreto”, las actividades están organizadas en forma de fichas, que, aunque en su mayoría están dirigidas a estudiantes de primaria en una etapa de pilotaje se consideró que los empleos de este tipo de recursos se podrían adaptar a situaciones que favorecieran el desarrollo del pensamiento variacional en ciertos casos.

El artículo publicado en la revista unión ‘Secuencia didáctica apoyada en tecnología para la construcción del concepto derivada en problemas de optimización’ de Navarro, L., Robles, A., Ansaldo, J. y Castro, F. (2016) se desarrolla una secuencia didáctica para estudiantes universitarios donde se busca hacer significativo el aprendizaje del objeto derivada la propuesta usa una hoja de papel y la aplicación Geogebra. Su análisis, interpretación, diseño y valoración de la actividad didáctica consideraron en su marco teórico del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS). La actividad didáctica generó las condiciones motivacionales para que los estudiantes se involucraran en el problema a resolver, aunque señalan que algunos alumnos se llegaron a tardar hasta 30 minutos adicionales para terminar la actividad.

De este trabajo de investigación se valora como el enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática como herramienta válida para el diseño y análisis de

la propuesta didáctica. Este enfoque proporciona una serie de herramientas teóricas y metodológicas que permiten diseñar procesos de enseñanza, así como describir y explicar con diferentes grados de detalle lo que sucede durante el proceso, además de valorar la pertinencia y generar pautas para su mejoramiento. (Godino, Batanero & Font, 2009, p. 4). A partir de este artículo, el docente investigador se adentró en el estudio del enfoque Ontosemiótico (EOS). Aunque este constructo teórico no se aplica en el desarrollo del proyecto, si fue estudiado detenidamente pero no se alcanzó la suficiente apropiación, quedando descartado del proceso.

**2.1.2 Antecedentes Nacionales.** El trabajo de maestría titulado ‘Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM’ de Ospina (2015), presentado como requisito parcial para optar al título de: Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. Aborda una comunidad estudiantil adulta vulnerable, que está realizando ciclos de validación IV equivalente a octavo grado y la cual no muestra interés o motivación por el aprendizaje del álgebra, para este fin, la autora diseña una guía didáctica para el aprendizaje de la factorización dentro del marco del aprendizaje significativo. Realizan una investigación cualitativa donde se aplica el estudio de casos.

Dentro de sus conclusiones, declara que la guía didáctica desarrollada, puede ser usada como una estrategia metodológica de enseñanza de factorización, en especial con estudiantes con dificultad en este aprendizaje. Mediante el uso de cuadrados y rectángulos los estudiantes asimilaron varios casos de factorización de forma satisfactoria.

Para el trabajo de investigación la guía didáctica ya diseñada, validada y aplicada fue un referente didáctico dentro del proceso de investigación, ya que este recurso se aplicó en el pilotaje de 2017 con la expectativa de reforzar los casos de factorización para los estudiantes de grado noveno. En vista, que propone el empleo de material didáctico con los estudiantes, como estrategia para el desarrollo del componente variacional se puso en práctica en la etapa de pilotaje.

El trabajo de investigación ‘La unidad de producción de conocimiento como mediación pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en grado octavo desde la perspectiva de la educación matemática crítica’ de Marín (2015), Trabajo de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. Este trabajo se desarrolla en una institución educativa en Chinchiná, Caldas. Abordó una problemática por falta de interés y motivación en los estudiantes a causa de prejuicios y de prácticas de aula inadecuadas, el autor diseñó una mediación pedagógica en el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra con un enfoque crítico del estudio de las matemáticas, inicia su desarrollo con una primera fase, en donde indaga el contexto del estudiante y su historia de vida, la información la caracteriza, la analiza y encuentra una problemática general que involucra al grupo de estudiantes y a partir de ahí, realiza el diseño de la unidad de producción de conocimiento para su posterior implementación y análisis. Aplicando una metodología investigación mixta (cualitativa - cuantitativa) de enfoque investigación acción reflexión.

En sus conclusiones, se aclara que: el haber tomado situaciones del contexto de los estudiantes o cercanas despertó el interés por conocer y explorar más en campos del

conocimiento. El uso de tecnologías y material didáctico en las clases de matemáticas motiva y facilita la interacción entre los estudiantes. La diferenciación conceptual entre el álgebra y la aritmética centrada en especial del significado de los símbolos y la interpretación de las letras, favorece la ruptura de los procesos de resolución de problemas con muchos errores. Muchos errores traídos de la aritmética se van a reflejar en el campo del álgebra. El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas debe involucrar otras áreas el conocimiento estableciendo un puente entre la matemática y el individuo. La elaboración de materiales didácticos permite a los docentes innovar nuevas técnicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje. La implementación de la Unidad de producción de conocimiento (Udproco) permitió que los estudiantes desarrollaran su trabajo de forma independiente, que la transposición de conocimientos fuera más efectiva y mejoró el trabajo colaborativo del grupo.

Recomendó el uso de tecnología y diseño de material didáctico donde se incluyan actividades y problemas propios de los contextos donde se desenvuelven los estudiantes; favoreciendo la creatividad, el trabajo colaborativo. Aspecto que se consideró en el diseño de la propuesta pedagógica.

En el trabajo ‘Las Tic como recursos para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa la Paz’ desarrollado por Henao y Avendaño (2016), involucró herramientas TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, diseñó un plan metodológico con estrategias y didácticas mediadas por TIC, que permitió estimular el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes. Fue una investigación descriptiva cuantitativa cuya población de estudio fue un grupo de alumnos de grado noveno en una institución educativa oficial.

Entre sus conclusiones se observó un avance significativo al emplear algoritmos para el desarrollo de problemas lógico matemáticos. Se propusieron ejercicios que tenían alguna condición para ser desarrollados y un gran porcentaje de estudiantes logró resolverlos con facilidad. Los retos, fueron una estrategia didáctica que mejoró la participación de la gran mayoría de estudiantes, en la resolución de problemas, estudio de casos, entre otros, con el uso de diferentes herramientas web como el blog, el sitio web del proyecto, publicaban sus trabajos para ser vistos y comentados por los demás compañeros, convirtiéndose casi en una competencia entre ellos, donde se esforzaron por mostrar cada uno su mejor trabajo.

Para el trabajo desarrollado, se consideró útil la información referente a la identificación de herramientas TIC y las pruebas de usabilidad, criterios que se tuvieron en cuenta al momento de reflexionar y establecer los alcances.

**2.1.3 Antecedentes Locales.** El trabajo ‘Fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación en los educandos del grado noveno, de la institución educativa Pablo Correa León, por Medio De Estrategias Didácticas’ de Silva (2017). La autora analizó los resultados de las pruebas externas y observando que los jóvenes tenían problemas para expresar ideas, usó diferentes tipos de sistemas de representación; orientó su investigación en fortalecer la línea de competencias comunicativas; diseñó e implementó estrategias didácticas con un enfoque de aprendizaje basado en problemas. Con cinco unidades didácticas abordó los temas donde los estudiantes experimentaron otra forma de entrar en contacto con el conocimiento matemático y

transformarlo en creaciones o argumentaciones de valor para su vida. Desarrolló una investigación cualitativa con enfoque en la investigación acción.

Concluye que el diseño metodológico implementado con aprendizaje basado en problemas, motivó la participación activa, lúdica y comprometida de los estudiantes. Además, la población de estudio se superó, pasando de un 16% satisfactorio a un 65% al ser aplicadas las pruebas de control dentro del ámbito de competencias de comunicación, modelación y representación.

Del proyecto se van emplear algunos aspectos del marco teórico en lo concerniente a didáctica y aprendizaje significativo. Por otra parte, es un proyecto que se ha estructurado dentro de la metodología de la UNAB, lo que permite dirigir los esfuerzos de construcción del presente trabajo con un marco de referencia probado.

La tesis de grado ‘El Método de George Pólya como Estrategia Pedagógica para Fortalecer la Competencia Matemática Resolución de Problemas con Números Fraccionarios en los Estudiantes de Cuarto Grado de la Institución Educativa Anna Vitiello del Municipio de los Patios’ de Ariza (2017), El autor analizó las pruebas supérate con el saber de 2015 y 2016 para los grados de 3 y 4 de su institución educativa, se propuso fortalecer en los estudiantes de cuarto grado la resolución de problemas con números fraccionarios a partir de estrategias pedagógicas. El autor analizó la importancia de la estrategia en resolución de problemas para alcanzar las competencias matemáticas, entonces, fundamentó su marco teórico principalmente en el trabajo de George Polya de 1969 con el libro “*How to Solve it*” (cómo plantear y resolver problemas). El resultado, fue una investigación cualitativa, con enfoque en la investigación acción y la aplicó en el grado 4 A, con 28 estudiantes. Inició con

una evaluación diagnóstica, de acuerdo a los resultados, diseñó actividades basadas en el método de Polya y las aplicó a sus estudiantes, finalmente evalúa la eficiencia de las actividades aplicadas.

En sus conclusiones resalta el cambio actitudinal y la motivación de los estudiantes ante las actividades propuestas. Declara que hubo mejoramiento significativo en las competencias. La dinámica de debate y socialización de ideas para la solución de problemas favorece la construcción de conocimiento, lo que generó confianza en los estudiantes al momento de proponer soluciones.

Se consideraron las recomendaciones para el debate y la socialización de ideas, al momento de abordar la estrategia de resolución de problemas.

La tesis llamada ‘Propuesta Didáctica para el fortalecimiento del componente Geométrico-Métrico en el grado noveno de la Institución Educativa Fray José María Arévalo’ de Bayona y Serna (2018), desarrolló íntegramente recursos tecnológicos, material didáctico y situaciones del contexto en el aprendizaje de la geometría con los estudiantes de su muestra. Este es un trabajo cualitativo con enfoque en la investigación acción. Fue referente metodológico para el desarrollo del presente informe.

## **2.2 Marco Teórico**

La propuesta de este proyecto de investigación busca el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes, a partir de la implementación de secuencias didácticas mediadas con TIC. En otras palabras, las bases teóricas que sustentan el trabajo se basan en



tres categorías: pensamiento variacional, secuencias didácticas y mediación con TIC.

Posada (2006) explica que,

...aunque los currículos de matemáticas de varios países recomiendan desarrollar el pensamiento algebraico en edad temprana de los niños esto en la realidad no se alcanza, porque en la primaria los docentes no tienen la experiencia suficiente para el trabajo del algebra, en este caso la comprensión del docente está limitada a su experiencia estudiantil basada en la idea de que son un compendio de técnicas (p. 11).

A los fines de la presente investigación, a continuación se analizan los tres constructos que le dan soporte teórico y epistemológico.

**2.2.1 Pensamiento variacional.** El desarrollo del pensamiento variacional fue formulado en los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional MEN (1998), donde se propone como:

El desarrollo del Pensamiento variacional en Colombia debe incluirse en los currículos escolares desde los primeros niveles de educación (MEN, 1998, p.49). Sin embargo, no está claro de que se trata el “pensamiento variacional” (Vasco, 2010). Considerando que el pensamiento variacional se correlaciona con el “reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como la descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, p. 66).

Un ejemplo propuesto es la “modelación del movimiento pendular” en donde se experimenta con péndulos de distintas longitudes y haciendo uso de tablas, graficas, ecuaciones y calculadora se podría llegar a encontrar un modelo matemático que replique el

comportamiento del experimento con precisión (MEN, 2004, p. 35). Se observa entonces el interés del MEN y Vasco por reconocer la variación en otros contextos, aplicado a otras ciencias y al contexto de los estudiantes, incluido el movimiento como una variable (Tavera, 2013, p. 318).

Lineamientos curriculares en matemáticas, MEN (2010):

Desarrollar una **forma de pensamiento que identifique de manera natural fenómenos de cambio y que sea capaz de modelarlos y transformarlos...** el pensamiento variacional es la capacidad para darle sentido a las funciones numéricas y manejarlas en forma flexible y creativa, para entender, explicar y modelar situaciones de cambio, con el propósito de analizarlas y transformarlas... el sentido acerca de la variación se establece a partir de situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación, las actividades que se propongan como ejemplos serán planteadas como situaciones problema que pueden ser desarrolladas en los diferentes niveles de escolaridad y que no necesariamente siguen una secuencia lineal de contenidos. (p. 17. Negritas añadidas)

Se entiende que, el desarrollo del pensamiento variacional no requiere un capítulo exclusivo del Algebra. Al contrario, en cualquier temática o nivel de escolaridad, sea primaria o secundaria, se puede trabajar en su desarrollo. La clave es partir de fenómenos o situaciones problemáticas que involucren variación y cambio. Se trata de privilegiar la creatividad, el análisis, la modelación y la transformación de las situaciones de cambio. De ninguna manera pretende ser mecanicista o repetitivo. Es decir, hacer uso eficiente del tiempo, empleando recursos que simplifiquen el trabajo. Por ejemplo, el uso de la calculadora.

Vasco (2010) señala que:

“El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad... El movimiento mental de este pensamiento tiene pues un momento de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como los cambios de temperatura durante el día y la noche, de los movimientos de caída libre o tiro parabólico; luego tiene un momento de producción de sistemas mentales cuyas variables internas interactúen de manera que reproduzcan con alguna aproximación las covariaciones detectadas, sistemas que podemos llamar "modelos mentales"; luego tiene un momento de echar a andar o “correr” esos modelos mentales para ver qué resultados producen...” (p. 6).

Se interpreta que el pensamiento variacional crea mentalmente modelos matemáticos donde surgen variables propias que co-varían entre sí replicando con alguna aproximación las co-variaciones observadas en el fenómeno o situación donde existe variación y cambio. Se establecen unas etapas en el pensamiento como son captación de las variaciones y patrones, la modelación mental y la comprobación de la modelación.

**2.2.1.1 Situaciones de Variación y Cambio.** (MEN, 2004, p 35) ‘El poder identificar el fenómeno de cambio, describirlo, interpretarlo, predecir sus consecuencias, cuantificarlo y modelarlo, son las características del pensamiento variacional que se pretenden desarrollar’. En ese orden de ideas se hace necesario estructurar las actividades de manera que se dé un desarrollo completo de cada una de las características a desarrollar por el estudiante.

Para identificar un fenómeno de variación y cambio podemos emplear diferentes formas de representación cualitativa y cuantitativa. En representación cualitativa tenemos la

escrita, la pictórica y los modelos físicos que replican las situaciones. Entre las formas de representación cuantitativa tenemos geométrica, tabular, algebraica y gráfica. La calidad de la interpretación que hace el estudiante depende del nivel de representación, por se sugiere realizar distintas representaciones de una misma situación. Las simulaciones también son recomendadas, las cuales pueden ser dramatizaciones.

Así mismo, según lo establecido por el MEN, (2004, p 38) El pensamiento variacional está relacionado con los pensamientos numérico (tablas, patrones numéricos), geométrico (mecanismos geométricos y gráficas cartesianas), algebraico (expresiones y ecuaciones), métrico (medición de magnitudes en situaciones de variación y cambio) y estadístico (tratamiento de datos y regresiones), a través de las formas de representación cuantitativas de las situaciones de variación y cambio. Esto quiere decir que no es posible dejar de lado los otros pensamientos cuando se estudian situaciones de variación y cambio.

Dicho de otra forma, durante el curso de matemáticas el pensamiento variacional puede ser abordado en todas las temáticas, solo que requiere situaciones donde exista variación y cambio.

**2.2.1.2 Relación entre el pensamiento variacional y el razonamiento algebraico.** Es necesario indicar cuales son los aspectos que marcan la diferencia entre estos dos conceptos matemáticos, Posada (2006) señala que el pensamiento variacional está centrado en el análisis de la variación y el cambio, para luego, aplicando procesos de medición y registro de información poder concretar el modelo experimental, mediante una correlación de variables. Por otra parte, define el razonamiento algebraico como un amplio marco teórico que cuenta

con herramientas conceptuales y procedimentales, con las cuales se facilita caracterizar, justificar y formalizar relaciones funcionales. Una es experimental y la otra es abstracta.

Existe otra interpretación del razonamiento algebraico. Godino y Font (2003) explican que este inicia con la generalización aritmética, lo que es posible por el concepto de variable, donde una ecuación algebraica se define como una generalización aritmética, concluyen que: “el uso de variables es un indicador clave de que la actividad matemática pasa de ser aritmética a algebraica”. Así podemos decir que el álgebra hace uso de un conocimiento adquirido, a lo largo de la historia de la humanidad, mientras tanto el pensamiento variacional es individual y no requiere ese tipo de conceptos para que esté presente.

**2.2.1.3 Representaciones ejecutables** fue definido por Lupiáñez & Moreno (2000) como aquella información que entregan ciertas calculadoras con características significativamente productivas en el aprendizaje de las matemáticas, porque simulan acciones cognitivas independientemente de la capacidad de interpretación de quien opera el equipo. Estos dispositivos le permiten a los estudiantes un “socio cognitivo” con quien construir significados. Para el docente, el dispositivo es un nuevo administrador de conocimiento, haciéndose un referente para el estudiante cuando al interactuar con este socializa que tanto aprendió. El concepto hasta este momento es válido, aunque no se limita a un dispositivo en concreto, porque existen aplicaciones que pueden ser ejecutadas en infinidad de celulares, tabletas y computadoras.

Para el trabajo de investigación previó el uso de la aplicación Geogebra que es definido por Matta (2014) como un software libre, el que una vez instalado en el equipo se puede usar sin conexión a Internet. Este software interactivo reúne Geometría, Álgebra y Cálculo, se categoriza como software de Geometría Dinámica. Su característica más

poderosa está en la posibilidad de que sus objetos geométricos se pueden construir y a la vez manipular, lo que favorece el análisis, la comparación, la exploración, la demostración de conjeturas. En últimas, promueve el desarrollo de habilidades del pensamiento matemático.

**2.2.3 Mediación con Tecnologías de Información y Comunicación (TIC).** Para el desarrollo de este trabajo, se busca crear un ambiente de aprendizaje mediado con las TIC. Se aclara que las TIC en este trabajo hacen uso de recursos como: el computador, video beam, tablero virtual y tabletas digitales, con las aplicaciones de Geogebra y Thatquiz, sin conectividad a internet.

Dentro de las investigaciones que se han abordado, donde se analiza el alcance de las TIC en la educación tenemos a Jaramillo, Castañeda y Pimienta (2009) quienes concluyen que:

‘El sentido pedagógico con el que se usen las TIC es el que le da fuerza a su integración en los espacios de enseñanza y aprendizaje. No es el uso de las TIC el que tiene impacto, sino el uso articulado con el currículo...Es fundamental que los profesores aprendan a rediseñar las estrategias pedagógicas y didácticas de manera que se adapten a las necesidades de la sociedad del conocimiento y que aprovechen al máximo las potencialidades que brindan las TIC’ (p. 177)

Es necesario entonces definir cuáles son los metas que perseguimos, para que el uso de las TIC realmente fortalezca el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes. De esa manera, podemos seleccionar las estrategias adecuadas. De acuerdo a MEN (2004) La meta sería que un estudiante haga uso efectivo de los sistemas de representación descritos en el análisis de problemas variacionales. La opción de graficación que posibilita la tableta con

la aplicación Geogebra es clave, al ser un medio de representación ejecutable que propicia los aspectos que se consideran en el marco teórico del Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación.

**2.2.3.1 Uso de las TIC por categorías.** En la década de los 80 y 90, Founts (como se citó en Jaramillo et al 2009) clasificó los usos de las TIC en cuatro categorías: enseñar, practicar y ejercitar; simular, resolver problemas y elaborar productos; proveer, acceso a la información; servir, como medio de comunicación con otras personas.

Otra clasificación en 1995, planteada por Hooper & Rieber (como se citó en Jaramillo et al 2009) se basó en cinco niveles el uso de las TIC por parte de los docentes: utilización, a nivel personal; integración, el docente asigna tareas y responsabilidades a las TIC en el aula; reorientación, las TIC enfocadas en el estudiante y evolución, docente que se actualiza permanentemente y evoluciona en sus prácticas mediadas con TIC.

De acuerdo al proyecto de investigación de Jaramillo et al. (2009) emergieron diez categorías y estas fueron: administración del curso, elaboración de material de apoyo, presentación de información en el aula, búsqueda de información, publicación de información, evaluación, lectura y ejercitación, simulaciones, desarrollo de productos digitales, interacción virtual.

Tabla 1. Administración del curso		
Uso	Quién	TIC*
Enviar información relacionada con la logística del curso	Profesor	E-mail Páginas web Moodle
Diseñar el programa del curso	Profesor	Word Moodle
Manejar la lista de estudiantes	Profesor	Excel Moodle
Manejar las notas	Profesor	Excel Moodle
Crear un repositorio de las evaluaciones que se aplican a los estudiantes	Profesor	Web Moodle
Preparar o diseñar "quices" y parciales	Profesor	Word Moodle

**Figura 1.** Administración del curso  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

Tabla 2. Elaboración de material de apoyo al aprendizaje		
Uso	Quién	TIC*
Producción de libros electrónicos (e-book) sobre los contenidos del curso para uso de los estudiantes	Profesor	Flash Front Page
Producción de guías de clase	Profesor	Word
Diseño de ejercicios	Profesor	Word
Diseño de talleres	Profesor	Word
Producción de diapositivas/ presentaciones para que sean utilizadas por los estudiantes	Profesor	Power Point

**Figura 2.** Elaboración de material de apoyo al aprendizaje  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)



**Tabla 3. Presentación de información en el aula**

Uso	Quién	TIC	
Presentación texto, imágenes, gráficas, tablas, páginas web, películas	Profesor	Power Point Word Excel Internet Moodle Reproductores de video	
Presentación texto, imágenes, gráficas, tablas, páginas web, películas	Estudiantes	Power Point	25,64%
		Internet	9,40%
		Software estadístico	9,40%
		Excel	7,69%
Presentación de trabajos o producciones propias a sus compañeros.	Estudiantes		

**Figura 3.** Presentación de información en el aula  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

**Tabla 4. Búsqueda de información**

Uso	Quién	TIC	
Ubicación de información	Profesor	Internet	
Ubicación de información	Estudiantes	Internet Explorer	12,82%
		Excel	5,98%
		Word	1,71%

**Figura 4.** Búsqueda de la información  
Fuente: Jaramillo (et al 2009).

**Tabla 5. Publicación de información**

Uso	Quién	TIC
Envío a los estudiantes de documentos digitales para apoyar el tema de estudio	Profesor	E-mail
Montaje de material de apoyo en un espacio virtual	Profesor	Internet Moodle Blogs
Envío de documentos digitales	Estudiantes	E-mail
Montaje de material de apoyo en un espacio virtual	Estudiantes	Internet Moodle Blogs

*Figura 5.* Publicación de información  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

**Tabla 6. Evaluación**

Uso	Quién	TIC
Presentación de "quices" y/o parciales	Estudiantes	Moodle
Retroalimentación sobre "quices" y/o parciales de manera automática	Estudiantes	Moodle
Retroalimentación diferencial sobre "quices", parciales y/o trabajos	Profesor	E-mail Moodle Access Front Page

*Figura 6.* Evaluación  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

**Tabla 7. Lectura y ejercitación**

Uso	Quién	TIC	
Realización de ejercicios	Estudiantes	Excel	14,53%
		Internet Explorer	5,98%
		Word	2,56%
		Project	2,56%
		Power Point	1,71%
		Derive	1,71%
		Front Page	1,71%
		Access	1,71%
Realización de lecturas	El estudiante	Excel	20,51%
		Internet Explorer	17,95%
		Word	12,82%
		Power Point	9,40%

**Figura 7.** Lectura y ejercitación  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

**Tabla 8. Simulaciones**

Uso	Quién	TIC	
Simulación de la bolsa de valores	Estudiantes	No especifica	3,42%
		Excel	3,42%
Juegos gerenciales	Estudiantes	Juegos de bolsa online	3,42%
		Power Point	0,85%

**Figura 8.** Simulaciones  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

**Tabla 9. Desarrollo de productos digitales**

Uso	Quién	TIC	
		Excel	11,97%
Elaboración de texto, tablas y gráficos, bases de datos, diagramas, presentaciones, como resultado del proceso de aprendizaje	Estudiantes	Internet explorer	5,13%
		Word	4,27%
		Power Point	4,27%
		Access	2,56%
		Front Page	2,56%
		Project	1,71%
		Office	1,71%
		No especifica	0,85%

**Figura 9.** Desarrollo de productos digitales  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

**Tabla 10. Interacción virtual**

Uso	Quién	TIC
Asesoría para la realización de trabajos	Profesor	Moodle E-mail Messenger
Discusiones sobre las temáticas del curso	Estudiantes	Moodle

**Figura 10.** Interacción virtual  
Fuente: Jaramillo (et al 2009)

Con las tablas, queda ejemplificado tanto la descripción del uso, como quien lo realizó y que recurso TIC que fue involucrado.

**2.2.4 Secuencia Didáctica.** Para el logro de una propuesta pedagógica, se requiere una sucesión de actividades de aprendizaje que conserven entre ellas un orden interno, lo que

permite la construcción coherente de este producto de investigación. El docente indaga por aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre el objeto matemático en estudio. Para luego, fusionarlo con situaciones problemáticas por resolver, y de esta forma se active un proceso de aprendizaje significativo en los estudiantes. Finalmente, integra las tareas y trabajos desarrollados en clase, concretando los procesos y los conceptos aprendidos (Díaz, 2011).

Se trata de realizar una planeación que respete la estructura interna ya establecida, en donde se inicia con la recuperación de pre saberes para ser integrados a un nuevo saber. El cual, se consolida con actividades que permiten los estudiantes vincular sus presaberes con actividades de interés sobre un objeto de conocimiento que lo hacen significativo.

La secuencia didáctica organiza actividades de aprendizaje, en orden. Vincula los pre-saberes con otras situaciones contextualizadas. Propone situaciones didácticas significativas, donde los estudiantes son protagonistas del trabajo académico, basándose en los objetos de conocimiento. Las secuencias didácticas en su estructura constan de actividades para el aprendizaje y también para su evaluación.

En las secuencias didácticas existen tres tipos de actividades, las cuales se enfocan en los estudiantes, como son las de apertura, cuando se indaga en los presaberes; el desarrollo, aquí se maneja nueva información que se relaciona con situaciones de apropiación y ejercitación. Finalmente, las de cierre sintetizan lo aprendido y evalúa el dominio que se alcanzó con el nuevo aprendizaje.

**2.2.5 Tareas Matemáticas.** En el diseño de la propuesta didáctica, las tareas matemáticas estarán incluidas como elemento didáctico que favorece el desarrollo del pensamiento variacional. Godino (2013) afirma:

La selección y adaptación de tareas es un elemento clave de los procesos de estudio matemático, sin embargo, fijar la atención solo en las tareas es claramente insuficiente. Las tareas están destinadas a ser usadas por un profesor usualmente en un contexto de aula, de manera que es necesario tener en cuenta una secuencia de momentos didácticos. La tarea puede ser resuelta por el profesor y mostrada a los estudiantes para que aprendan la manera de resolver ese tipo de tareas; o por el contrario la tarea es presentada para que los estudiantes la asuman como propia, exploren posibles soluciones, las formulen, comuniquen y validen. (p. 12).

Se entiende que la tarea es una actividad donde se puede intervenir con material audiovisual, material didáctico o material concreto. El docente puede interactuar, si es necesario, en beneficio de la meta esperada.

**2.2.6 Método de Indagación.** Como lo refiere González (como se citó SENA, 2003) quien dice: “la indagación es una estrategia que, aunque conserva los principios fundamentales de la comunidad de indagación, se orienta más a procedimientos pedagógicos que permiten abordar mejores condiciones el aprendizaje de las disciplinas, es decir se centra en los contenidos de aprendizaje de un curso dado”. Esto quiere decir, que la indagación favorece aspectos cognitivos en los estudiantes. De manera que se hace más efectivo el proceso de aprendizaje de las temáticas tratadas en determinado curso.

Freire (como se citó en SENA, 2003, p. 28) asegura que: “la existencia humana se hace preguntando y este medio es la raíz de la transformación del mundo. Una educación liberadora tiene pues, en la pregunta y el dialogo su método por excelencia”. Lo anterior nos

indica, que la transformación de nuestra realidad inicia cuando nos cuestionamos y tenemos la capacidad de dialogar sobre las ideas que podrían transformarla. Una construcción permanente de conocimiento desde nuestra perspectiva de la realidad.

Profundiza Paulo Freire explicaba (en SENA, 2003, p.32) que la metodología de la pregunta antes que una técnica es una forma de organización de las relaciones educativas en interacción pertinente y liberadora. De manera que, el profesor no solo pregunta para activar una búsqueda de respuesta, sino que es ejemplo de cómo se debe preguntar. Ahora, la práctica de la indagación en sí misma, es una escuela de formación para que nuestros estudiantes aprendan a formular las preguntas correctas. Y en ese sentido, es deseable que los estudiantes también nos cuestionen e indaguen por aspectos de su realidad que son susceptibles de ser transformados.

Existe un listado de funciones del profesor indagador, que pretende orientar al docente para que alcance el dominio mediante la práctica.

### **2.3 Marco Legal**

En la Constitución Política de Colombia de 1991 el Artículo 67 dice:

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la

recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente (p. 15).

Ley 115 de febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación:

La presente Ley señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público (Artículo 1).

Decreto 1860 del 3 agosto de 1994: “El plan de estudios debe relacionar las diferentes áreas con las asignaturas y con los proyectos pedagógicos” (Artículo 38).

Decreto 1278 de Junio 19 de 2002: Por el cual se expide el Estatuto de Profesionalización Docente con el propósito de regular las relaciones del Estado con los educadores “garantizando que la docencia sea ejercida por educadores idóneos, partiendo del reconocimiento de su formación, experiencia, desempeño y competencias como los atributos esenciales que orientan todo lo referente al ingreso, permanencia, ascenso y retiro del servidor docente y buscando con ello una educación con calidad” (Artículo 1, 2002).

Decreto 1290 de abril 17 de 2009: Propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes. Son propósitos de la evaluación de los estudiantes en el ámbito institucional:

1. Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances.
2. Proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el



desarrollo integral del estudiante. 3. Suministrar información que permita implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo. 4. Determinar la promoción de estudiantes. 5. Aportar información para el ajuste e implementación del plan de mejoramiento institucional (Ministerio de Educación, 2009, p. 1).

El Ministerio ha diseñado una serie de guías que relacionan las competencias necesarias en cada una de las áreas, la Serie de Guía No. 21, Articulación de la Educación con el Mundo Productivo, destaca la finalidad de estas al explicar:

Incluir la formación de competencias en los estudiantes constituye uno de los elementos básicos para mejorar la calidad de la educación; por tanto, es un esfuerzo que debe quedar consignado en el plan de mejoramiento institucional. Se requiere de un enfoque que dé paso a una educación más integradora, que articule la teoría y la práctica, y garantice aprendizajes aplicables a la vida cotidiana (2003, p. 4).

Los estándares básicos de competencias resumen estas tres prioridades en el objetivo de formar ciudadanos matemáticamente competentes. (MEN, 2006). Para ser matemáticamente competente un estudiante debe poder:

Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas.

Dominar el lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano; así como usar diferentes representaciones

Razonar y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.

Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) aparecen como gestión del Ministerio de Educación el 30 de junio del 2015, se presentan como un recurso que socializa ante la comunidad colombiana lo que debe saber un estudiante en un determinado grado escolar ya sea en las áreas de matemáticas o de lenguaje. Fueron diseñados por expertos y guardando coherencia con los Estándares Básicos de Competencias (EBC), además definen el aprendizaje de los estudiantes como un derecho básico los cuales se establecen desde primero a once. Para nuestro estudio el cual se da en el grado noveno hemos seleccionado los DBA que se abordan durante el proceso de investigación:

1. Reconoce el significado de los exponentes racionales positivos y negativos y utiliza las leyes de los exponentes.
2. Reconoce el significado del logaritmo de un número positivo en cualquier base y lo calcula sin calculadora en casos simples y con calculadora cuando es necesario, utilizando la relación con el logaritmo en base 10 ( $\log$ ) o el logaritmo en base  $e$  ( $\ln$ ).
3. Comprende la noción de intervalo en la recta numérica, y representa intervalos de diversas formas (verbal, inecuaciones, de forma gráfica y con notación de intervalo).
4. Describe características de la relación entre dos variables a partir de una gráfica.
5. Resuelve problemas utilizando principios básicos de conteo multiplicación y suma (Ministerio de Educación, DBA Noveno, 2016, p 1-5)

### **3. Diseño Metodológico**

#### **3.1 Tipo de Investigación**

Acerca de la investigación-acción Kemmis (1984) definió que era “una forma de indagación auto-reflexiva realizada por quienes participan (profesorado, alumnado, o dirección, por ejemplo) en las situaciones sociales (incluyendo las educativas) para mejorar la racionalidad y la justicia de: a) sus propias prácticas sociales o educativas; b) su comprensión sobre las mismas; y c) las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan”.

Dentro de este marco, el proyecto se orienta por los principios de una investigación con enfoque cualitativo, donde la realidad es observada en su totalidad, con el propósito de conocer el proceso educativo de los estudiantes del Colegio Integrado Juan Atalaya de grado noveno, cuando interactúan en los escenarios dispuestos para el desarrollo del pensamiento variacional, a través de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Elliott (1993) define la investigación-acción como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma”. Como el propósito de este trabajo es mejorar la calidad del proceso de aprendizaje mediante acciones encaminadas al desarrollo del pensamiento variacional.

La investigación – acción en las escuelas analiza las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los profesores como: a) inaceptables en algunos aspectos (problemáticas); b) susceptibles de cambio (contingentes); c) que requieren una

respuesta práctica (prescriptivas) (Elliot, 2000, p.5). Conviene subrayar, que el aula de clase es un escenario, donde las acciones humanas giran alrededor de un ambiente de aprendizaje y al mismo tiempo se desarrollan situaciones sociales, las cuales, pueden no ser las más deseables. Pero mediante un análisis pueden ser clasificadas para su mejoramiento, el cual permite determinar el grado de solidez de determinada situación en específico.

La investigación-acción se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por sus profesores, en vez de con los “problemas teóricos” definidos por los investigadores puros en el entorno de una disciplina del saber. Puede ser desarrollada por los mismos profesores o por alguien a quien ellos se lo encarguen (Elliot, 2000, p.5). Sin duda, la investigación-acción pone al alcance de los docentes una herramienta para identificar las distintas problemáticas que afectan su cotidianidad, pero demanda compromiso metodológico. A no ser que, se prefieran las propuestas teóricas desarrolladas en otros escenarios, contextos y valores.

Este enfoque metodológico de investigación permite identificar las situaciones problemáticas, contingentes y/o prescriptivas del proceso educativo. Materia prima para el análisis y la reflexión del docente.

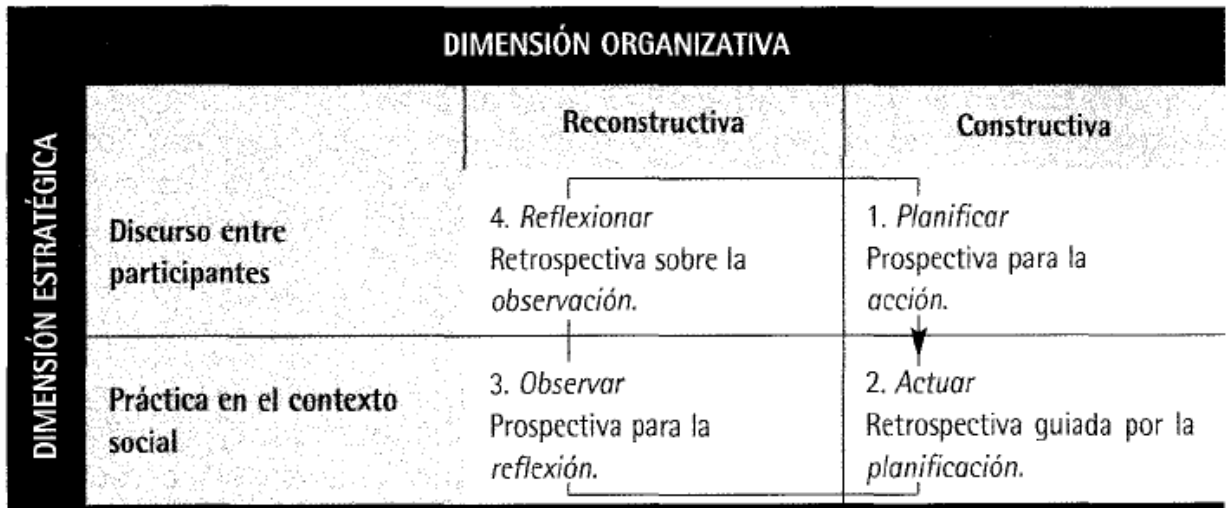
El diseño Cualitativo de acuerdo con Bonilla y Rodríguez (2005), “se orienta a profundizar casos específicos y no a generalizar. Su preocupación no es prioritariamente medir, sino cualificar y describir el fenómeno social a partir de rasgos determinantes, según sean percibidos por los elementos mismos que están dentro de la situación estudiada”. El enfoque requerido para la presente investigación, busca indagar en esos hallazgos que pueden tener pertinencia didáctica y que de alguna manera afectan el alcance de la propuesta

didáctica, estos rasgos determinantes del fenómeno social que se está observando y se pretende mejorar.

En resumen, el modelo de Investigación-acción con enfoque cualitativo para este trabajo de investigación consistió en diseñar, evaluar, reflexionar y rediseñar las secuencias didácticas hasta finalizar el proceso con una propuesta pedagógica encaminada al fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno.

### **3.2 Proceso de Investigación**

Kemmis (1989) elaboró un modelo de investigación acción para ser aplicado en la enseñanza, el cual fue aplicado durante el desarrollo de este trabajo de investigación. El modelo está representado en una espiral de ciclos y cada uno de esos ciclos consta de cuatro momentos: el primero es el desarrollo de un plan de acción, basado en aquella información relevante que permite identificar una problemática a resolver; el segundo es el acuerdo, en donde el docente debe concertar con la directiva, con el equipo académico de área, con los estudiantes, y con los padres de familia todos aquellos aspectos que permiten el desarrollo de la propuesta didáctica; el tercero es la observación, consiste en describir los resultados que tiene el desarrollo de cada intervención en el aula de clase; y en el cuarto esta la reflexión la cual se hace en base a esos resultados para realizar una nueva planificación mejorada para el siguiente ciclo.



**Figura 11.** Los momentos de la investigación-acción  
Fuente: Kemmis (1989)

### 3.3 Desarrollo del plan de acción

Con en base los resultados históricos de las pruebas Saber 2015 y 2016 del grado noveno. Se pudo observar que el pensamiento variacional numérico en sus tres competencias, para los estudiantes del Colegio Integrado Juan Atalaya, eran bajos y con tendencia a empeorar. En atención a esta deficiencia, se propone desarrollar una Prueba Diagnóstica que identifique en qué estado se encuentran los estudiantes de noveno grado con respecto al pensamiento variacional.

Durante el año 2017 se inició un trabajo de pilotaje con estudiantes del grado 905, quienes asistían a la sede central en la jornada de la tarde. Dicho grupo estaba conformado por 42 estudiantes, cuyas edades oscilaban de 13 a 17 años. El enfoque del instrumento se centró en el razonamiento algebraico de Godino (2003) y de esa manera fue seleccionada una prueba diagnóstica que había sido desarrollada por Ospina (2015), referente de esta investigación. Sin embargo, los resultados evidenciaron tantos vacíos en conocimientos previos, que el instrumento no permitió medir las características que se deseaban estudiar,

haciendo muy pobre su validez. Por este motivo, fue necesario definir otro criterio para el diseño de la prueba diagnóstica, uno que se centrara en los aspectos más básicos y estructurales del pensamiento variacional.

Con el propósito de diseñar una prueba diagnóstica que identifique el nivel de desarrollo que tienen los estudiantes del grado 901 que inician el año escolar 2018 en relación al pensamiento variacional. Fueron seleccionadas unas preguntas que permiten evidenciar procesos de pensamiento variacional a nivel de estudiantes de tercero y quinto de primaria. Considerando que los estudiantes están iniciando noveno grado, no tendrían mayor dificultad con esta prueba. Pero de evidenciarse alguna dificultad sería más preciso su análisis. Las preguntas fueron tomadas de la base de datos de las pruebas supérate con el saber 2017. Dichas preguntas, fueron diseñadas para los estudiantes de los grados tercero y quinto de primaria.

Al momento de diseñar la propuesta didáctica orientada al desarrollo de los procesos pensamiento variacional y, una prueba final en donde se veri También se consideró, que el ambiente de aprendizaje era susceptible de mejora, ya que este espacio estructurado es un lugar de encuentro de los estudiantes con el docente, para que interactúen en la búsqueda de concretar aprendizajes brindando las condiciones para que los estudiantes comprendan los conceptos, fomentando el desarrollo de habilidades de pensamiento, promoviendo los valores y orientando las actitudes MEN (2014).

Para mejorar el ambiente de aula, se consideró la necesidad de implementar las TIC en el estudio de las matemáticas, los recursos tecnológicos ya estaban en la institución, solo requerían ser reasignados para tal fin. Fue asignado un salón que estaba subutilizado y

permitía las condiciones de penumbra, tan necesarias, para que el uso del video beam y del tablero virtual en el aula por los estudiantes. Se solicitó un cupo de 50 tabletas para el uso en el aula. Sin embargo, no se tuvo conectividad a internet para estos equipos. Se remedio la situación trasladando las tabletas al domicilio del docente investigador, con el objeto de activar las aplicaciones necesarias para la propuesta didáctica. Estas aplicaciones fueron Geogebra y Thatquiz, Calculadora científica, Word, Excel y PowerPoint.

**3.3.1 Acuerdo.** Entre las condiciones necesarias para el desarrollo del plan de acción, se requirió que el docente se le mantuviera la asignación académica con los estudiantes de noveno grado, durante el 2017 y 2018; fueran asignados los recursos tecnológicos para implementar un ambiente mediado por TIC; se autorizará la disposición de un aula exclusiva para matemáticas; se asignará acceso a cincuenta tabletas del programa Tabletas Para Educar. Todo lo anterior, fue aprobado y asignado por la directiva de la institución educativa.

Con los estudiantes se socializó el programa de Becas para la Excelencia Docente, explicando que el docente adelantaba un proyecto de investigación, que buscaba el fortalecimiento del pensamiento variacional mediado con TIC, por esa razón se encontrarían, por lo general, en esa aula adecuada para realizar las clases de matemáticas con mediación TIC. Se socializó el programa Tabletas para Educar y se registró en los cuadernos de matemáticas el decálogo del buen uso de las tabletas, con la posterior firma del acudiente. Lo anterior, con el propósito de acordar un sentido de responsabilidad dentro del grupo de estudiantes.



Con respecto al problema de fondo, se informó a los estudiantes, acerca de los bajos resultados en las pruebas saber noveno, en lo que corresponde a pensamiento numérico variacional. Se explicó en qué consistía el pensamiento variacional y lo importante que era en los diferentes contextos de la vida, en donde se requiere analizar situaciones de cambio y tomar decisiones en base a las variaciones de dichos cambios. Por ese motivo, se buscó el consenso con los estudiantes, para que los encuentros se dieran dentro de un buen ambiente de trabajo. Considerando que en ocasiones surgen problemas personales que afectan la disposición al desarrollo de cada encuentro de clase, para lo cual se debía informar al docente previamente de la situación. Se recalcó en la necesidad de un ambiente de respeto a la dignidad de cada uno de sus compañeros, la participación activa y efectiva durante la clase y el cuidado de los recursos con los que se cuentan en el aula.



**Figura 12.** Participación activa en aula  
Fuente: Autor.

Con el equipo académico de Matemáticas, se acordó que el desarrollo de la propuesta se realizara en el marco de lo programado para la asignatura del curso de matemáticas 2018, es decir, el pensamiento variacional debió desarrollarse de forma transversal al contenido del tema de los números reales, de manera que se conservara la uniformidad en los indicadores de logro para cada periodo. Adicionalmente, se debe trabajar con el apoyo del texto escolar

“vamos aprender matemáticas 9” material asignado por el gobierno nacional en cabeza del Ministerio de Educación Nacional (MEN).

**3.3.2 Observación.** De acuerdo a Latorre (2005, p 49) un diario de campo diseñado para la observación de la acción debe registrar las intenciones y motivaciones de cada intervención. Así como, la información de lo ocurrido durante desarrollo de cada actividad, preparada y diseñada según el plan de acción. Aquellas situaciones significativas relacionadas con las expectativas, que directa o indirectamente surgen del proceso de aprendizaje y permiten evidenciar la evolución del pensamiento variacional de los estudiantes o la aparición de situaciones emergentes del proceso, en medio de las secuencias didácticas.

**3.3.3 Reflexión.** Se interpreta que en esta etapa se cierra el ciclo y se analiza la información recogida durante las intervenciones, dándole una interpretación a los resultados hallados, sean estos los esperados o no, lo importante es dilucidar ¿qué ocurrió? y ¿por qué?, así se le puede dar “significado” para que la acción diseñada permita el aprendizaje de otros. Es más, ya que existe muy poca información de docentes que intenten mejorar su práctica, el investigador debe siempre estar atento a un nuevo hallazgo (Latorre, 2005, p. 82).

### **3.4 Población y Muestra**

El trabajo de investigación, fortalecimiento del pensamiento variacional mediado con TIC en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta ubicado en el departamento Norte de Santander, se desarrolla en la sede central del Colegio Integrado Juan Atalaya en la jornada de la mañana, cuyo horario va de 6:00 am a 12:00 m,

con los estudiantes del grado noveno que está distribuido en cuatro cursos 901, 902, 903 y 904 con un total de 142 estudiantes. Con edades que oscilan entre los 14 y 17 años.

La muestra en esta investigación, está conformada por 33 estudiantes que forman parte del curso 901 al comienzo de la investigación.



*Figura 13.* Muestra  
Fuente: Autor

### **3.5 Instrumentos para la recolección de la información**

Para el propósito de esta investigación acción es fundamental recoger información que permita evidenciar una mejora sustentada en criterios establecidos previamente y que tienen una correspondencia con la intención al iniciar la investigación (Latorre, 2005, p. 51). Para el trabajo de investigación se tuvo en cuenta los siguientes instrumentos:

**3.5.1 Instrumento N° 1 Prueba Pre-saberes básicos en matemáticas.** (Ver anexo A). Con esta prueba se desea diagnosticar el estado preliminar de pre saberes que tienen los estudiantes de grado 901 al comienzo del año escolar, en relación con el pensamiento matemático. De la plataforma de Supérate con el Saber 2017, se tomaron cincuenta y nueve preguntas que involucran 29 indicadores y están repartidos de la siguiente manera, siete de tercero y veintidós de quinto grado de básica primaria. Las tabletas fueron el soporte donde

cada estudiante leía y seleccionaba la opción en un formato físico de respuestas. El tiempo total de la prueba fue de 90 minutos. El objetivo de este diagnóstico era caracterizar los indicadores que requieren un mayor énfasis, de manera que sea caracterizado el grupo en sus particulares debilidades y fortalezas. Luego de dos semanas de trabajo basado en el diagnóstico inicial.

Las competencias evaluadas para cada una de las preguntas y los resultados obtenidos se describen a continuación.

Tabla 1. Competencias

<b>Competencias evaluada</b>	<b>Grado 3</b>	<b>Grado 5</b>
Razonamiento y Argumentación	13	37, 38, 39, 40, 44, 46, 52
Planteamiento y solución de problemas	1, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 20	21, 22, 23, 28, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 43, 45, 48, 50, 51, 55
Comunicación, representación y modelación	2, 3, 7, 18, 19	24, 25, 26, 27, 29, 30, 42, 49, 53, 54, 56, 57, 58, 59

Fuente: Autor

**3.5.2 Prueba diagnóstica de Pensamiento Variacional Integrada (3, 5 y 9).** (Ver Anexo B). Con esta segunda prueba se desea identificar el estado de pre-saberes que tienen los estudiantes de grado 901, en relación con el componente Numérico - Variacional. Con ese propósito, las preguntas de la prueba diagnóstica fueron tomadas de la página web del Instituto Colombiano para la evaluación de la Educación ICFES lo que indica que ya son validadas por esta entidad. Fueron seleccionadas 21 preguntas, que se imprimieron y fue entregada a cada estudiante, para resolver en 60 minutos.

Las competencias evaluadas en para cada una de las preguntas se describen a continuación.

Tabla 2. Competencias evaluadas

<b>Competencias evaluada</b>	<b>Grado 3</b>	<b>Grado 5</b>	<b>Grado 9</b>
Razonamiento y Argumentación	2	9, 13, 14	17, 19, 21
Planteamiento y solución de problemas	4, 7, 8	10, 11, 15, 16	18, 20
Comunicación, representación y modelación	1, 3, 5, 6	12	

**Fuente:** Elaboración Propia con indicadores de ICFES-Saber 2015

**3.5.3 Instrumento N° 3: Diario Pedagógico.** (Ver Anexo C). Dentro de la conceptualización hecha por Latorre, (2005, p. 60) declara que el diario es una “técnica narrativa” donde se registran las “observaciones, reflexiones, interpretaciones, hipótesis y explicaciones de lo ocurrido” involucrando “sentimientos y creencias” dentro de un contexto educativo el cual debe ser consignado oportunamente, de manera que el “estado de ánimo” quede involucrado.

Durante el proceso metodológico se aplica la técnica del Diario Pedagógico, donde se registra cada una de las acciones del quehacer pedagógico que permite analizar, categorizar y reflexionar en desarrollo de las actividades propuestas.

### 3.5.4 Prueba de Cierre en Pensamiento Numérico Variacional. (Ver Anexo D)

Tabla 3. Matriz de Referencia (Competencias evaluadas en Pensamiento Numérico Variacional)

Competencias evaluada	Preguntas	Indicadores de Noveno grado
Razonamiento y Argumentación	4	1. Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas.
	9, 10	2 Interpretar tendencias que se representan en una situación de variación.
	12	3 Identificar y describir las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pueden establecer en una secuencia numérica.
	13	4 Verificar conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.
Planteamiento y solución de problemas	6, 7, 8	5 Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.
Comunicación, representación y modelación	1, 2	6 Establece relaciones entre las propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
	3, 5	7 Identificar características de las gráficas cartesianas en relación con la situación que representa.
	11, 18	8 Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.
	14	9. Reconocer el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.
	15	10 Reconocer reglas de formación de términos en una sucesión, a partir de la anterior (adición y producto).
	16	11 Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas.
	17	12 Interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes.

Fuente: Autor

**3.5.4 Otros instrumentos.** Durante el proceso de investigación que se inició desde principios de 2017, se han utilizado distintos instrumentos para dar explicación a situaciones de tipo motivacional que afectaban la dinámica de la propuesta de investigación. Fue necesario indagar a los estudiantes con su Cuaderno de Apuntes, Cuestionarios, Test,

Pruebas Objetivas, Entrevistas, Fotografías, Video. Todo con el objetivo de alcanzar un ambiente de aula apropiado.

### **3.6 Validación de Instrumentos**

Para la selección de los instrumentos de evaluación en Presaberes y Evaluación Diagnóstica en pensamiento variacional finalmente aplicados en la presente investigación. Surge de un trabajo de pilotaje, el cual se inició en el mes de febrero del año 2017, con los estudiantes del grado 9-05, asistentes a la jornada de la tarde, con quienes se inició la propuesta de fortalecimiento del pensamiento variacional en donde se aplicó una Prueba Diagnóstica; y se desarrolló la propuesta pedagógica estructurada en forma de secuencias didácticas y se finalizó con una prueba de cierre.

Para realizar la validación de los instrumentos aplicados, se siguió el siguiente procedimiento: en el caso de las preguntas de la Prueba Diagnóstica fueron tomadas de la página web del Instituto Colombiano para la evaluación de la Educación ICFES y Supérate con el Saber 2017 lo que indica que ya son validadas por estas entidades, la rejilla diagnóstica fue revisada por el director de esta investigación quien realizó las respectivas correcciones y recomendaciones, el material aplicado a los estudiantes fue sometido a revisión por parte de algunos miembros del Grupo de investigación Edumatest de la Universidad de Pamplona, en la línea de investigación en Educación Matemáticas.

### **3.7 Categorización y Triangulación**

Tal como lo sostiene Martínez (2000), es el investigador quien debe estructurar una categorización de acuerdo a su interpretación de la problemática evidenciada en su práctica y la cual desea transformar. Entonces, mediante un modelo que permite definir el problema de

estudio dentro de un marco teórico y un plan de acción, establece una configuración del fenómeno de estudio y sobre el cual surgirá un conocimiento nuevo.

**Tabla 4. Categorías, subcategorías e indicadores**

Categorías	Observadas	Subcategorías	Indicadores
Competencias en pensamiento numérico variacional de Noveno Grado	Estudiante		* Interpretar tendencias que se presentan en una situación de variación.
			* Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas.
		Razonamiento y Argumentación	* Usar representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
			* Interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes.
		Planteamiento y solución de problemas	* Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. * Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.
		Comunicación, representación y modelación	* Identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan. * Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.

**Fuente:** Elaboración Propia con indicadores de ICFES-Saber 2015



## 4. Resultados y Propuesta Pedagógica

### 4.1 Análisis de la Primera Prueba Diagnóstica

Los resultados de la primera Prueba Diagnóstica reflejan vacíos en Presaberes, como puede evidenciarse en los Indicadores: **1**: Resolver situaciones en las que se realicen sumas y multiplicaciones para encontrar su solución. Ante esta interrogante los Estudiantes obtuvieron como resultado que un 85% contestó de manera incorrecta; tal como se puede evidenciar en la Tabla 5.

¿Cuántos días deberá ahorrar cada uno para completar el dinero para el regalo a su padre?
A. Juan debe ahorrar durante 10 días y Camila durante 6 días.
B. Camila debe ahorrar durante 15 días y Juan durante 15 días.
C. Juan debe ahorrar durante 6 días y Camila durante 4 días.
D. Camila debe ahorrar durante 8 días y Juan durante 8 días.
Juan y Camila son hermanos y van a comprar un regalo a su padre por motivo de su cumpleaños. Para ello, en una alcancía, Camila depositará un billete de \$5.000 diarios, mientras que Juan ahorrará \$3.000 diarios. Si el regalo cuesta \$60.000 y cada uno quiere poner la misma cantidad de dinero.

**Figura 14.** Pregunta 1 Primera prueba diagnóstica.

**Fuente:** Autor.

En cuanto al **Indicador 5**. Resolver situaciones que requieran lectura e interpretación de gráficas y tablas, en particular pictogramas; indicador relacionado directamente con el Pensamiento Variacional.

Parqueadero Doña Lola cobran de la siguiente manera:

Valor por minuto	\$ 40
Valor día completo	\$ 7.000

**Pregunta**

Carlos dejó su carro en el parqueadero por 3 horas y media. ¿Cuál es más económico para él, pagar por minutos o pagar el día completo?

A. Le da igual, porque el valor a pagar por 3 horas y media es el mismo que el valor a pagar por el día completo.

B. Es más económico pagar por minutos, pues permanece en el parqueadero 150 minutos y el valor a pagar es \$6.000.

C. Es más económico pagar el día completo, pues permanece en el parqueadero 210 minutos y pagando por minutos debe pagar \$8.400.

D. Es más económico pagar por minutos, porque una hora tiene 60 minutos y tres horas y media valdrían \$4.800.

Figura 15. Pregunta 11 Primera prueba diagnóstica.

Fuente: Autor.

Se puede evidenciar en la Tabla 5, el 82% de los Estudiantes no acertó en la respuesta correcta.

Al relacionar el **Indicador 8**: Realizar experiencias en compra-venta en la que se tenga que contar dinero. Este indicador se captura mediante las preguntas 21 y 37 estructuradas de la siguiente forma:

Martina pide un domicilio para cenar con su mejor amiga. Una vez llega el domicilio, recibe la siguiente factura:

Producto	Cantidad	Valor Unitario	Valor a pagar
Porción papas fritas	2	\$3.000	\$6.000
Picada	2	\$6.000	\$12.000
Gaseosa	3	\$1.500	\$4.500
		Total sin impuestos	\$22.500
		Valor impuestos 10%	\$2.250
		Total	\$25.000

Martina se dio cuenta de un error en la factura: En la factura se describe la compra de una gaseosa de más.

Si el total de gaseosas compradas fue 2, ¿cuál es el valor que debe pagar Martina por la compra?

A. 4.500

B. 21.000


C. 23.100

D. 2.100

Figura 16. Pregunta 21 Primera prueba diagnóstica.

Fuente: Autor

Alfonso debe cancelar \$5.850 por la compra de unos dulces.



¿Cuál de las siguientes opciones NO es correcta para cancelar el valor de los dulces?

A. 2 billetes de \$2.000; 3 monedas de \$500; 1 moneda de \$200; 1 moneda de \$100 y 1 moneda de \$50.
B. 1 billete de \$2.000; 4 billetes de \$1.000; 2 monedas de \$500; 4 monedas de \$200 y 1 moneda de \$50.
C. 1 billete de \$5.000; 4 monedas de \$200 y 1 moneda de \$50.
D. 1 billete de \$2.000; 3 billetes de \$1.000; 3 monedas de \$200; 2 monedas de \$100 y 1 moneda de \$50.

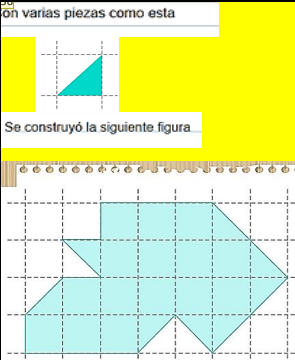
**Figura 17.** Pregunta 37 Primera prueba diagnóstica.

**Fuente:** Autor

Como se evidencia en la Tabla 5, a la anterior pregunta (21) el 88% de los estudiantes contestó de manera incorrecta. Por su parte a la pregunta 37, el 82% respondieron incorrectamente.

En cuanto al **Indicador 17**. Armar figuras planas con piezas. Correspondiente a la Pregunta 33, se obtuvo que el 88% de los Estudiantes contestó de manera incorrecta. Los resultados globales se presentan en la Tabla 5.

Se construyó la siguiente figura.



¿Cuántas piezas fueron utilizadas?

A. 19
B. 23
C. 38
D. 46

**Figura 18.** Pregunta 33 Primera prueba diagnóstica.

**Fuente:** Autor

En cuanto al **Indicador 23**. Realizar experiencias en las que tenga que combinar dos, tres o más elementos; se observa que el 85% de los estudiantes contestó de manera incorrecta a la interrogante N° 41.

En un campeonato de fútbol concursan los equipos A, B y C y sólo se premia a los dos primeros lugares.  
 ¿Qué tabla muestra todas las combinaciones posibles de primer y segundo lugar?

A. Hay 2 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	B
B	C

B. Hay 3 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	B
B	C
C	A

C. Hay 6 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	B
A	C
B	A
B	C
C	A
C	B

D. Hay 9 formas posibles:

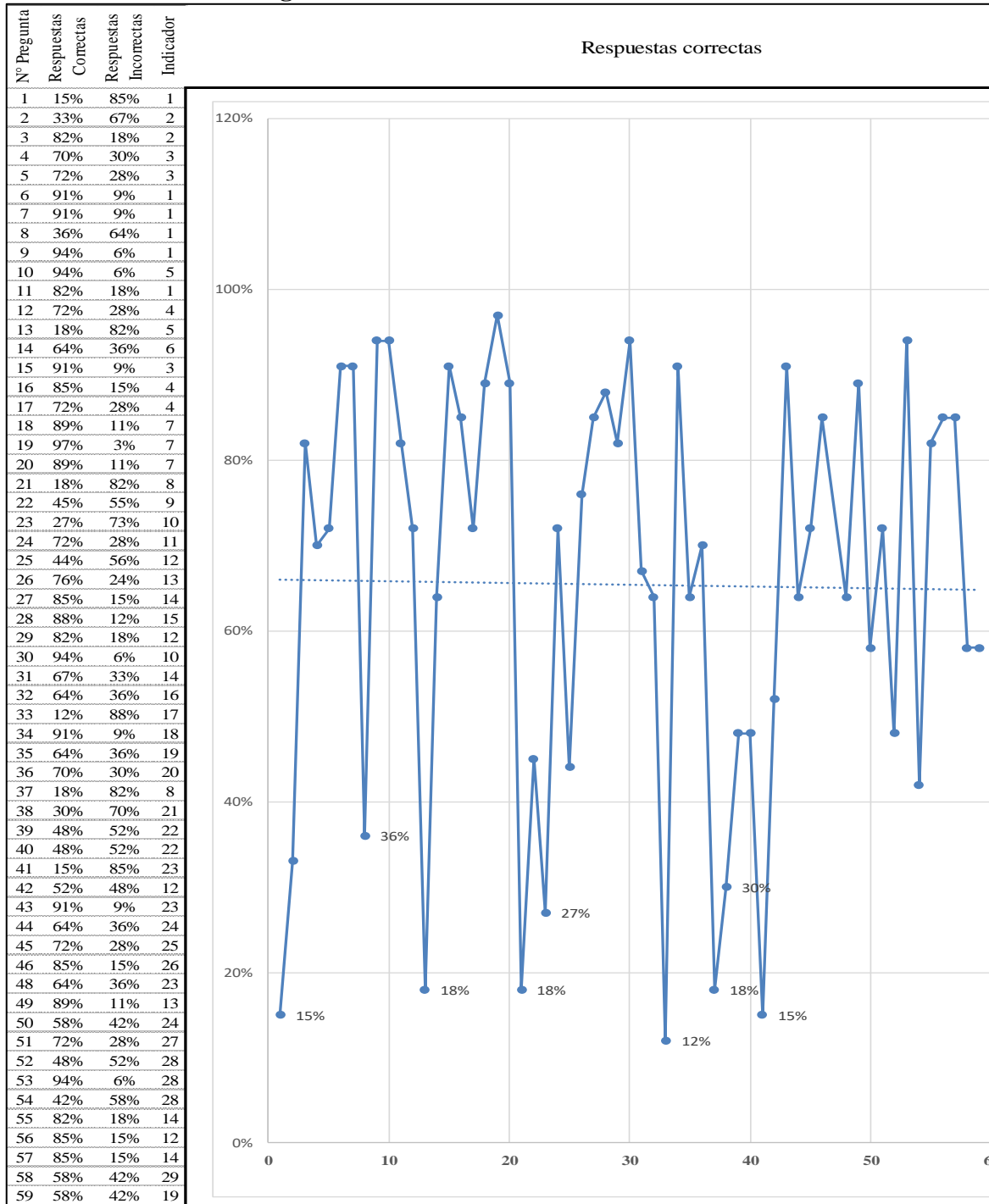
1º puesto	2º puesto
A	A
A	B
A	C
B	A
B	B
A	C
C	A
C	B
C	C

**Figura 19.** Pregunta 41 Primera prueba diagnóstica.

**Fuente:** Autor.

Estos resultados evidencian que los estudiantes no estaban familiarizados con el estilo de preguntas; lo que afectó significativamente los resultados. La acción para mejorar próximos resultados es corregir la Prueba con los Estudiantes, hacer énfasis en aquellos aspectos sensibles. El objetivo es llegar al grupo completo mediante la participación asertiva, empleando la pregunta como recurso motivador.

**Tabla 5. Resultados Diagnóstico Inicial**



Fuente: Autor

### 4.1.1 Los indicadores de Matemáticas Tercero

**Indicador 1:** Resolver situaciones en las que se realicen sumas y multiplicaciones para encontrar su solución.

**Indicador 2:** Analizar conjuntos para identificar características numéricas de los elementos que no se relacionan con el orden ni con la cantidad de elementos.

**Indicador 3:** Realizar mediciones de objetos grandes utilizando objetos de referencia más pequeños.

**Indicador 4:** Resolver problemas de suma y resta en donde se deba identificar la operación a realizar.

**Indicador 5:** Resolver situaciones que requieran lectura e interpretación de gráficas y tablas, en particular pictogramas

**Indicador 6:** Obtener conclusiones de información que se presenta en pictogramas.

**Indicador 7:** Resolver problemas de fracciones como parte todo.

#### **4.1.2 Los indicadores de matemáticas quinto**

**Indicador 8:** Realizar experiencias en compra-venta en la que se tenga que contar dinero.

**Indicador 9:** Practicar la resolución de problemas de adicción, de sustracción y de adición y sustracción de fraccionarios.

**Indicador 10:** Analizar información representada en tablas.

**Indicador 11.** Resolver problemas en los que se tenga que obtener información a partir de la representación numérica de una cantidad.

**Indicador 12.** Expresar simbólicamente operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división) a partir de su enunciado gráfico o verbal.

**Indicador 13.** Proponer estrategias para determinar las dimensiones de una figura comparándola con una unidad de referencia.

**Indicador 14.** Interpretar información presentada en diagramas de barras o pictogramas.

**Indicador 15.** Realizar experiencias de secuencias; identificar el patrón, el elemento que sigue o que ocupa un puesto dado.

**Indicador 16.** Resolver situaciones problema de suma y resta en donde se deban identificar las operaciones a realizar.

**Indicador 17.** Armar figuras planas con piezas.

**Indicador 18.** Solucionar problemas en los que se tenga que calcular áreas, volúmenes y perímetros.

**Indicador 19.** Realizar experiencias de azar en las que se tenga que calcular la probabilidad de ocurrencia de un evento.

**Indicador 20.** Establecer relaciones de orden entre números fraccionarios y explicarlas.

**Indicador 21.** Describir procedimientos para realizar conversiones de unidades de capacidad y masa.

**Indicador 22.** Resolver problemas que presenten datos usando diferentes representaciones: listas, tablas, gráficas.

**Indicador 23.** Realizar experiencias en las que tenga que combinar dos, tres o más elementos.

**Indicador 24.** Resolver problemas en los que se tenga que obtener información a partir de la representación numérica de una cantidad.

**Indicador 25.** Realizar experiencias de azar en las que se tenga que calcular la probabilidad de ocurrencia de un evento.

**Indicador 26.** Discutir la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos relacionados con experiencias cotidianas.

**Indicador 27.** Practicar la resolución de problemas de adicción, de sustracción y de adición y sustracción de fraccionarios.

**Indicador 28.** Justificar procedimientos para realizar conversiones de unidades de capacidad y masa.

**Indicador 29.** Establecer regularidades para identificar los siguientes términos en secuencias multiplicativas y geométricas.

#### **4.2 Análisis Prueba de presaberes en pensamiento Variacional**

En esta etapa la prueba, se aumenta el grado de dificultad de las preguntas, los resultados son relativamente mejores; sin embargo, se han encontrado seis indicadores que evidencian dificultades en más de la mitad de los estudiantes del curso (Indicadores 6, 10,



12, 14, 15, 16, 17, 18). Como estrategia de choque se corrige la prueba, se aclaran los aspectos sensibles, buscando la participación asertiva por parte de los estudiantes que evidencian la dificultad.

A continuación se analizan los resultados obtenidos: **Indicador 6.** Generar equivalencias entre expresiones numéricas. La mitad del curso tuvo dificultad con este indicador. Los resultados indican que el 53% respondió de manera incorrecta a la pregunta 7.

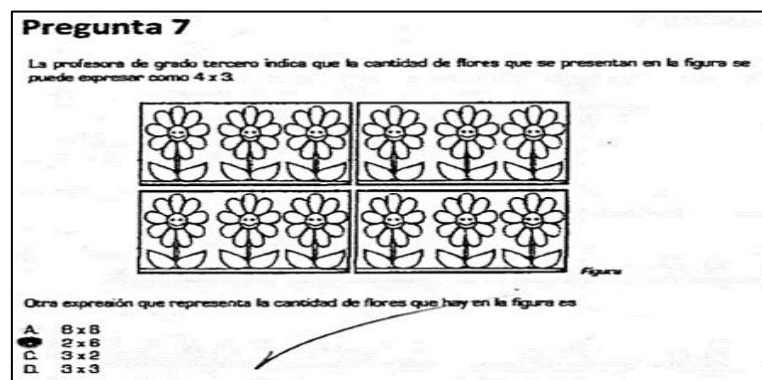


Figura 20. Prueba presaberes pensamiento variacional.  
Fuente: ICFES.

En cuanto al Indicador 10, a la pregunta 12, los Estudiantes respondieron en un 50% de manera Incorrecta, como se evidencia en la Tabla 6.

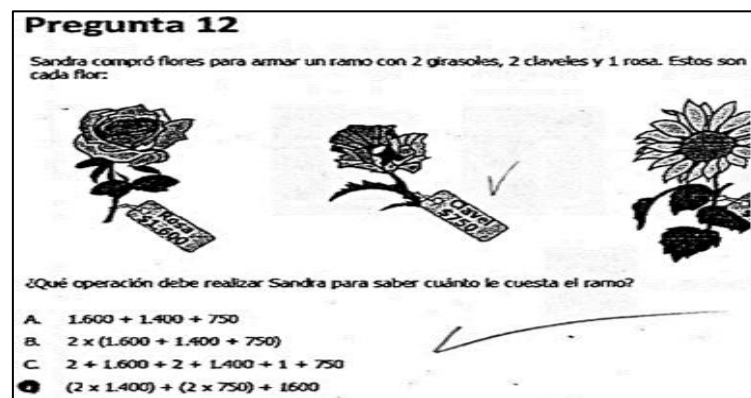


Figura 21. Prueba presaberes pensamiento variacional.  
Fuente: ICFES.

Respecto al Indicador 12, la pregunta 14, se obtuvo que el 69% de los estudiantes respondió de manera incorrecta.

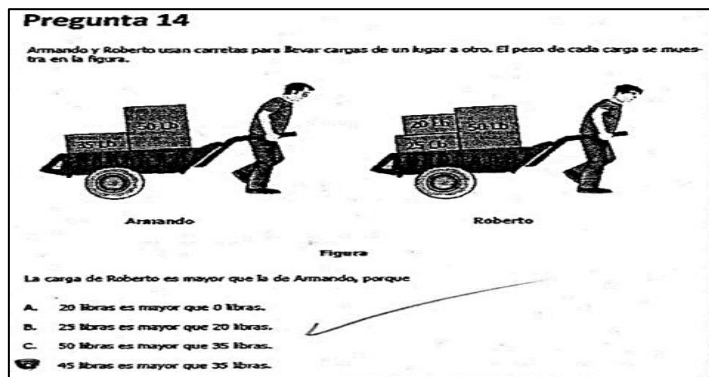


Figura 22. Prueba presaberes pensamiento variacional.  
Fuente: ICFES.

El Indicador 15, a la pregunta 17, los estudiantes en un 58% respondieron de manera incorrecta, tal como se evidencia en la Tabla 6.

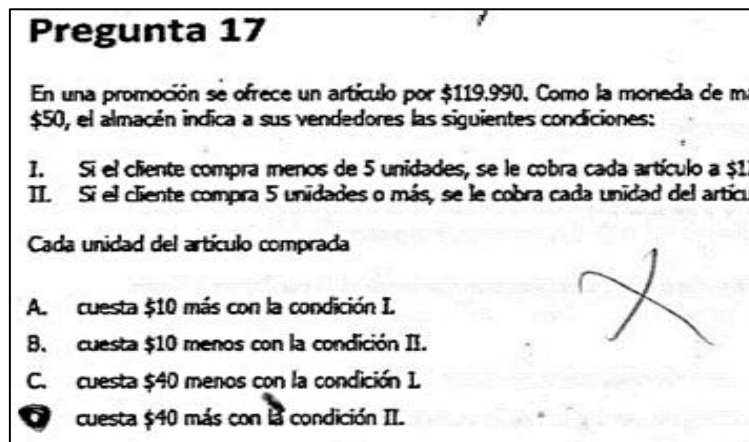


Figura 23. Prueba presaberes pensamiento variacional.  
Fuente: ICFES.

El Indicador 15, a la pregunta 18, los estudiantes en 78% respondió incorrectamente. Como se evidencia en la Tabla 6, se percibe una tendencia a subir el porcentaje de respuestas incorrectas.

**Pregunta 18**

Dos cursos de noveno grado (901 y 902) participan en un concurso de reciclaje, a lectar la mayor cantidad de kilogramos de periódico. El curso 901 no ha comenzado; mientras que el curso 902 ya tiene 30 kg recolectados. A partir de este momento deciden recolectar 6 kg cada día, al notar que a partir de ahora, los de 902 recoge

¿Cuántos kilogramos de periódico ha recolectado cada curso el día en que ar misma cantidad de periódico?

A. 30 kilogramos.  
 B. 45 kilogramos.  
 C. 54 kilogramos.  
 D. 90 kilogramos.




Figura 24. Prueba presaberes pensamiento variacional  
 Fuente: ICFES

Respecto al Indicador 16, la pregunta 19, se obtuvo que el 83% respondió incorrectamente. Lo que se evidencia en la Tabla 6, en la cual se visualiza una tendencia a la agudización de los resultados.

**Pregunta 19**

El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

Término	1	2	3	4	5	...
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante ser

A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.  
 B. Se duplican numerador y denominador, término a término.  
 C. Se triplican numerador y denominador, término a término.  
 D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, término a término.

Figura 25. Pruebas presaberes pensamiento variacional.  
 Fuente: ICFES.

El Indicador 17, pregunta 20, se obtuvo que el 58% de los Estudiantes contestó incorrectamente.

**Pregunta 20**

Un ingeniero tiene a cargo la construcción de 8,5 km de carretera, de la cual ha construido dos tramos de 1,6 km y 5 km, respectivamente. Para determinar la cantidad de kilómetros que faltan por construir, se proponen las siguientes estrategias:

- I. Calcular la diferencia entre los dos tramos construidos y restarla de 8,5 km.
- II. Sumar las tres cantidades suministradas.
- III. Sumar los dos tramos construidos y restar de 8,5 km el resultado.

La opción que contiene la estrategia o estrategias que permiten determinar la cantidad que falta construir es

- A. I y III únicamente.
- B. II únicamente.
- C. I y II únicamente.
- D. III únicamente.

*Figura 26.* Prueba presaberes pensamiento variacional.  
Fuente: ICFES

El Indicador 18, pregunta 21, se obtuvo que el 58% de los Estudiantes contestó incorrectamente.

**Pregunta 21**

Los siguientes son criterios para determinar si un número es divisible o no por 2 y por 3:

- Un número es divisible por 2 si termina en un número par.
- Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Por ejemplo, 621 es divisible por 3 porque al sumar sus cifras ( $6 + 2 + 1$ ), el resultado es 9, que es múltiplo de 3.

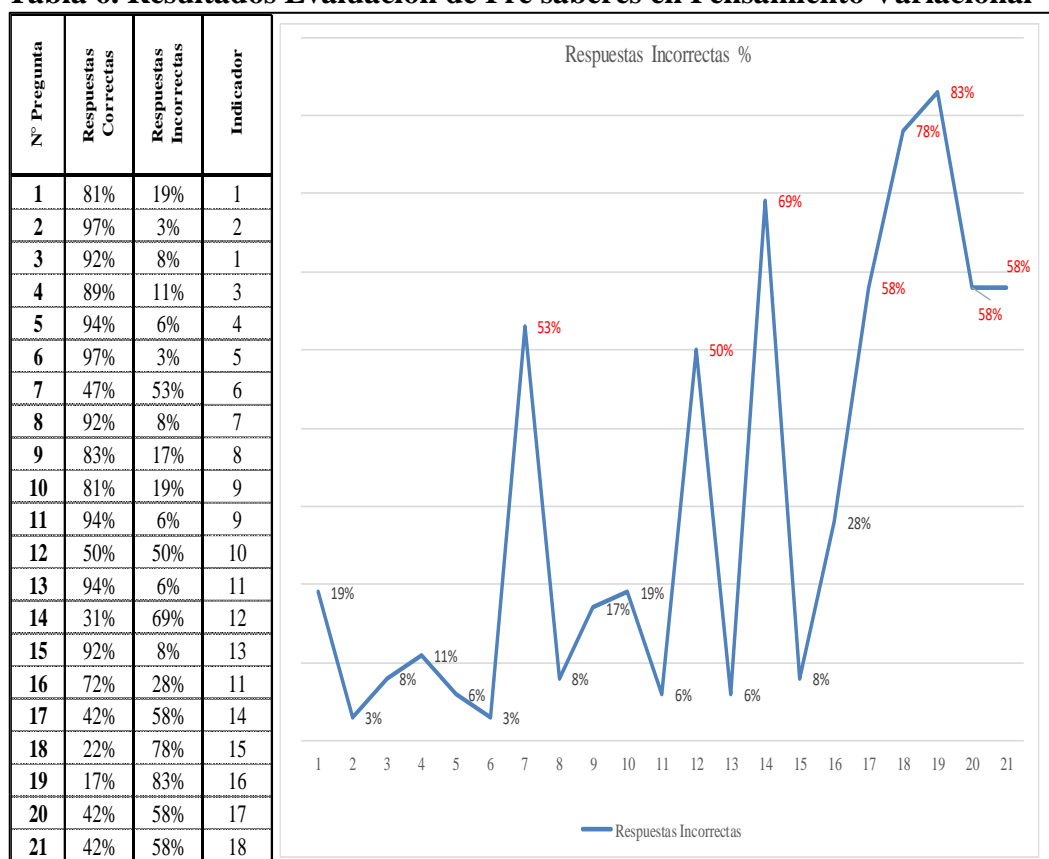
Ahora, un número es divisible por 6 si cumple las condiciones para que sea divisible por 2 y por 3. Según la información anterior, una razón correcta para determinar si 1.036 será divisible o no por 6 es:

- A. No es divisible por 6, ya que tiene dos cifras que no son pares, 1 y 3.
- B. Sí es divisible por 6, pues su última cifra es 6 y, por ende, múltiplo de 6.
- C. No es divisible por 6, porque la suma de sus cifras es 10, que no es múltiplo de 3.
- D. Sí es divisible por 6, porque el último dígito es par y también es múltiplo de 3.

*Figura 27.* Prueba presaberes pensamiento variacional.  
Fuente: ICFES.

A continuación, se exponen los resultados globales de la Prueba

**Tabla 6. Resultados Evaluación de Pre saberes en Pensamiento Variacional**



Fuente: AUTOR

#### 4.2.1 Indicadores de matemáticas grado tercero seleccionados.

**Indicador 1.** Construir y describir secuencias numéricas y geométricas. Se evidencia fallas en algunos casos de este indicador.

**Indicador 2.** Establecer conjeturas acerca del sistema de numeración decimal a partir de representaciones pictóricas. Se evidencia comprensión en el curso con alguna excepción.

**Indicador 3.** Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa. Se evidencian algunos casos que no comprenden la situación propuesta.

**Indicador 4.** Reconocer equivalencias entre diferentes tipos de representaciones relacionadas con números. Se evidencia comprensión con algunas excepciones.

**Indicador 5.** Reconocer el uso de números naturales en diferentes contextos. Se evidencia comprensión en el curso con alguna excepción.

**Indicador 6.** Generar equivalencias entre expresiones numéricas. La mitad del curso tuvo dificultad con este indicador.

**Indicador 7.** Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida. Nueve de cada diez estudiantes acertó con este indicador.

**4.2.2 Indicadores de matemáticas grado quinto seleccionados.** Indicador 8 Reconocer y predecir patrones numéricos. Ocho de cada diez estudiantes evidencian comprensión de la pregunta.

**Indicador 9.** Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad. Más de las tres cuartas partes de los estudiantes evidencian comprensión.

**Indicador 10.** Traducir relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente. La mitad del curso tuvo de comprensión para el caso del indicador. No están familiarizados con ese estilo de preguntas.

**Indicador 11.** Justificar propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos. Se evidencia el indicador en el grupo con algunas excepciones.

**Indicador 12.** Justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas. Siete de cada diez estudiantes, no logran comprender la pregunta.

**Indicador 13.** Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un lado, como cociente y como razón. Nueve de cada diez aciertan con este indicador.

**4.2.3 Indicadores de matemáticas grado noveno seleccionados.** Indicador 14 Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas. Más de la mitad del curso no están familiarizados con el estilo de pregunta.

**Indicador 15.** Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales. Más de las tres cuartas partes del grupo de estudiantes no aciertan con este tipo de situaciones.

**Indicador 16.** Identificar y describir las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pueden establecer en una secuencia numérica. Ocho de cada diez estudiantes no aciertan con este indicador.

**Indicador 17.** Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales. Más de la mitad del curso no saben responder.

**Indicador 18.** Verificar conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico. Más de la mitad de los estudiantes no logran superar esta pregunta.

### **4.3 Principios Éticos**

Los principios éticos en la investigación acción consideran que la información que se maneja es de personas, por lo tanto, su inadecuada interpretación puede causar perjuicios a los involucrados, se orienta que deben existir acuerdos en donde se autorice el manejo de la información, el uso público que le demos es lo sugerido por Murillo (2010). De acuerdo a lo anterior, para este trabajo de investigación se informó a los padres de familia (ver Anexo A) y ellos en consecuencia firmaron los consentimientos informados, los cuales reposan en archivo.

### **4.4. Propuesta Pedagógica**

#### **4.4.1 Presentación de la Propuesta Pedagógica**

En este capítulo se describe la Propuesta Pedagógica desarrollada desde enero 2018 hasta mayo 2018, que surgió como estrategia para dar solución al problema planteado en este trabajo de investigación: generar estrategias que permitan conjugar los intereses temporales de los Estudiantes del Grado Noveno 9-01 del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta; con los DBA para su nivel, que permitan lograr un aprendizaje significativo en el componente Variacional Numérico.

La presente propuesta pedagógica fue titulada como *Aula-TIC-Matemática*, se recogen ocho secuencias didácticas, las cuales fueron diseñadas de acuerdo a las necesidades específicas de aprendizaje de los estudiantes objeto de investigación. Dichas necesidades surgen del diagnóstico en pre saberes de matemáticas y en pensamiento variacional, los cuales fueron aplicados en la primera y en la tercera semana de clases. El propósito de la



propuesta fue desarrollar situaciones de aprendizaje donde el pensamiento variacional y las estrategias TIC, favorecieran el aprendizaje matemático en el aula.

#### **4.4.2 Justificación**

El uso de las TIC en el ambiente de aula, sugiere mayores oportunidades para el aprendizaje de las matemáticas. Siempre y cuando, exista una adecuada mediación del recurso por parte del docente. Es decir, que se requiere idoneidad en el uso exitoso de las TIC, lo que va más allá de un curso de actualización o de capacitación; hablamos del mejoramiento de la práctica a través de la investigación acción.

Una propuesta didáctica que fortalezca el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno, surge de los bajos resultados obtenidos en las Pruebas Saber de los años 2015 y 2016; los cuales descienden cada año, específicamente en el componente numérico-variacional.

Por otra parte, se realizó un análisis al material educativo con el que contaba la I.E y se pudo evidenciar que sí existían los recursos tecnológicos para habilitar un aula TIC; hecho fundamental para concretar un proyecto de mediación con TIC.

Teniendo claro, que la estrategia que resuelve el problema encontrado es el uso de las TIC; definido que el pensamiento variacional es otra manera de estudiar las matemáticas; contando con el respaldo de la rectora de la I.E. quien adecuo un aula TIC para el desarrollo del proyecto. No queda sino seguir adelante con la propuesta.

### **4.4.3 Objetivos**

**Objetivo General.** Integrar las TIC como mediador en un ambiente de aprendizaje matemático centrado en el libro del estudiante con enfoque en la variación y el cambio.

**Objetivo Específico.** Diseñar secuencias didácticas basadas en el libro de texto y adaptadas para la incorporación de situaciones de pensamiento variacional.

Diseñar ambientes de aprendizaje mediado con el uso de las TIC.

Establecer el impacto y logros conseguidos a través de la aplicación de la propuesta Aula-TIC-Matemática en el fortalecimiento del pensamiento variacional.

### **4.4.4 Logros a Desarrollar**

El estudiante participa activamente en el desarrollo de cada una de las actividades propuestas en las secuencias didácticas.

El estudiante es respetuoso de la participación de sus compañeros y asume con responsabilidad su trabajo en el aula.

El estudiante evidencia progreso en el desarrollo de sus competencias referidas al pensamiento variacional.

### **4.4.5 Metodología**

La ejecución de la Propuesta Pedagógica *Aula-TIC-Matemática* está diseñada en secuencias didácticas, las cuales responden al programa de la unidad de los números reales definido en el libro del estudiante y esta mediada con TIC, de acuerdo con el plan de área

establecido para la signatura de matemáticas de noveno grado, durante el primero y segundo periodo del año escolar 2018. Dicha secuencia se compone de tres intervenciones que son: apertura, desarrollo y cierre.

La intervención de Apertura, es el proceso que tiene como finalidad inducir a los estudiantes a evocar sus Presaberes. Asimismo, que conozcan el efecto del objeto matemático (en estudio) en los eventos de la vida cotidiana. A manera de ejemplo a continuación se presenta los Saberes Previos

**Saberes previos**

Dobla una hoja de papel por la mitad y cuenta las partes iguales que obtienes. Doblala de nuevo por la mitad y cuenta las partes. Continúa el proceso y determina cuántas veces puedes doblar una hoja de papel por la mitad cada vez.

Nº de dobleces	Nº partes
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128

**Actividad de la lectura.**

La leyenda del tablero de ajedrez y los granos de Trigo.

**CONCLUSIÓN:**

El Sabio pidió algo que el rey creía que era poco, pero el destino y su ingenio no fueron más astutos, pues no conocía la mensura Sabiduría y conocimiento de aquel sabio que con solo maíz lograría ser más rico que ni el mismo rey.

**Figura 28.** Registro en cuaderno de estudiante, actividad de apertura para secuencia didáctica 5.  
**Fuente:** Autor.

En la intervención correspondiente al desarrollo, los estudiantes disponen de un libro de texto “Vamos a Aprender – Matemáticas 9” el cual comparten con un compañero, de ese texto se extraen los conceptos, los procedimientos y las actividades que procuran que exista un aprendizaje significativo con la mediación de las TIC y el docente.

#### **4.4.6 Fundamento Pedagógico**

**Aprendizaje significativo.** La propuesta pedagógica en su intervención de apertura indaga por los pre-saberes de los estudiantes, así se pueden identificar las necesidades específicas del grupo, y de esta manera establecer las condiciones especiales para abordar integralmente el curso de matemáticas, donde se busca reforzarlos en la medida que se abordan las actividades; en los aspectos críticos de su comprensión (Bayona, 2018, p. 75); lo que se ajusta a lo definido por David Ausubel quien plantió “el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa. Que se relaciona con la nueva información; debe entenderse por estructura cognitiva, al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento” (Pizano, s.f).

En el aprendizaje significativo, el estudiante no es un receptor pasivo; al contrario. Hacer uso de sus Presaberes que ya fueron asimilados, para poder captar los significados de los materiales educativos. (...) el aprendiz construye su conocimiento (Moreira, 2010). Por este motivo, la participación activa de los estudiantes dentro de las intervenciones de apertura, es clave en la búsqueda de un aprendizaje significativo.

**Aprendizaje Colaborativo.** En las intervenciones de desarrollo y cierre se promueve el aprendizaje colaborativo entendido como una técnica didáctica centrada en el estudiante, la cual se basa en el trabajo de pequeños grupos, donde los estudiantes con diferentes niveles de habilidad utilizan una variedad de actividades para mejorar su entendimiento sobre una materia. Cada miembro del grupo de trabajo es responsable no solo de alcanzar las metas, sino también de ayudar a sus compañeros, creando con ello una atmósfera de logro (Bayona, 2018).

#### **4.4.7 Diseño de Actividades**

Desarrollo de Actividades Propuestas para el desarrollo de las secuencias didácticas de la presente propuesta pedagógica su ejecución fue en el aula TIC de matemáticas, donde se dispone de video beam, portátil, tablero digital, tablero acrílico, audio y disponibilidad de tabletas.

Para cada secuencia el docente previamente ha elaborado una presentación en PowerPoint de manera que se tenga claridad en todo momento de lo que se está haciendo, se han temporizado las actividades para que exista un control en el tiempo.

Los estudiantes han recibido el Libro del estudiante de Matemáticas y trabajan en parejas.

Tabla 7. Secuencia didáctica 1

<b>Secuencia Didáctica 1</b>	
<b>Título de la secuencia didáctica:</b>	<b>Objetivos:</b>
Números racionales y números irracionales	<p>Identificar los usos que tienen los números naturales, números enteros y números decimales en situaciones cotidianas.</p> <p>Caracterizar los números racionales y los números irracionales.</p> <p>Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la pregunta como elemento motivador.</p>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander
Área de conocimiento: Matemáticas	Municipio: Cúcuta
Tema: Los Números Reales	Grado: Noveno
Tiempo: 3 horas	
<p>Competencia Prueba Saber</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes.</li> <li>• Identifica y describe las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia) que se pueden establecer en una secuencia numérica.</li> </ul>	<p>Estándares MEN</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</li> </ul>
<p><b>Intervenciones</b></p> <p>1. <b>Apertura:</b> Evoquemos el uso de los números que hemos aprendido desde transición.</p> <p>2. <b>Desarrollo:</b> Interpretemos los conceptos del “libro del estudiante”</p> <p>3. <b>Cierre:</b> Ejercitemos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.</p>	

**Fuente:** Autor

Tabla 8. Secuencia Didáctica 2

<b>Secuencia Didáctica 2</b>	
Título de la secuencia didáctica: Números Reales	Objetivos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelar un diagrama que exprese el conjunto de los números naturales y el conjunto de los números enteros.</li> <li>• Caracterizar los significados de un número real</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la pregunta como elemento motivador</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: Números Reales	Tiempo: 3 horas
Competencia Prueba Saber <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes.</li> <li>• Identifica y describe las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia) que se pueden establecer en una secuencia numérica.</li> </ul>	Estándares MEN <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</li> </ul>
Intervenciones 4. Apertura: Modelamos un diagrama que permita reconocer los números naturales, los números enteros en forma de 5. Desarrollo: Interpretamos los conceptos del “libro del estudiante” 6. Cierre: Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “Libro del estudiante” en clase, entre todos y con el	

**Fuente:** Autor

Tabla 9. Secuencia Didáctica 3

<b>Secuencia Didáctica 3</b>	
<b>Título de la secuencia didáctica:</b>	<b>Objetivos:</b>
La recta real	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evocar la ubicación de los números naturales, enteros y racionales en la recta numérica.</li> <li>• Caracterizar los significados de un número real</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “Libro del Estudiante” con la mediación TIC y la pregunta como elemento motivador</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: La recta real	Tiempo: 8 horas
Competencia Prueba Saber	Estándares MEN <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</li> </ul>
<p><b>Intervenciones</b></p> <p>1. Apertura: Construye una recta numérica y ubica los números propuestos en el tablero.</p> <p>2. Desarrollo: Interpretamos los distintos aspectos referidos a la línea recta.</p> <p>3. Cierre: * Hacemos uso de las analogías para expresar las características de los intervalos.</p> <p style="padding-left: 40px;">* Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.</p>	

**Fuente:** Autor



Tabla 10. Secuencia Didáctica 4

<b>Secuencia Didáctica 4</b>	
<b>Título de la secuencia didáctica:</b>	<b>Objetivos:</b>
Operaciones con números reales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deducir a partir de una pregunta un razonamiento matemático.</li> <li>• Caracterizar las operaciones con números reales</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la pregunta como elemento motivador</li> <li>• Reforzar caracterización y operaciones con números fraccionarios y con números decimales.</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: Operaciones con números reales.	Tiempo: 8 horas
Competencia Prueba Saber	Estándares MEN
Resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.	Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
Identifica y describe las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia) que se pueden establecer en una secuencia numérica.	
<p>Intervenciones</p> <p>Apertura: Entre todos construyamos un concepto matemático</p> <p>Desarrollo: Interpretemos las propiedades en operaciones de adición y sustracción, tanto como en operaciones de multiplicación y división.</p> <p>Cierre: Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.</p>	

**Fuente:** Autor

Tabla 11. Secuencia Didáctica 5

<b>Secuencia Didáctica 5</b>	
<b>Título de la secuencia didáctica:</b>	<b>Objetivos:</b>
Potenciación de números reales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Socializar la potenciación en espacios de lectura y reflexión.</li> <li>• Contextualizar la potenciación con la reproducción</li> <li>• Caracterizar las propiedades de la potenciación.</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la pregunta como elemento motivador.</li> <li>• Ejercitamos con las tabletas y la aplicación ThatQuiz las propiedades de la potenciación en situaciones aritméticas y algebraicas.</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: Potenciación de números reales	Tiempo: 12 horas
Competencia Prueba Saber <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmación.</li> </ul>	Estándares MEN <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas, así como no matemáticas y además resolver problemas.</li> </ul>
<p>Intervenciones</p> <p>Apertura: * Lectura “la leyenda del tablero de ajedrez y el trigo” * La fecundación explicada desde la potenciación.</p> <p>Desarrollo: Interpretamos las propiedades de la potenciación.</p> <p>Cierre: Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.</p>	

**Fuente:** Autor

Tabla 12. Secuencia Didáctica 6

<b>Secuencia Didáctica 6</b>	
<b>Título de la secuencia didáctica:</b> Notación Científica	<b>Objetivos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelar la potenciación en base diez como recurso de abreviación numérica.</li> <li>• Caracterizar la notación científica y sus operaciones.</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya Sede: Central	
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: Notación Científica	Tiempo: 4 horas
Competencia Prueba Saber	Estándares MEN Utilizo la notación científica para representar medidas de cantidades de diferentes magnitudes.
Intervenciones	
Apertura: La potenciación me permite abreviar la escritura de grandes números.	
Desarrollo: Interpretamos la notación científica y sus operaciones.	
Cierre: Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.	

**Fuente:** Autor

Tabla 13. Secuencia Didáctica 7

Secuencia Didáctica 7	
Título de la secuencia didáctica:	Objetivos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelar</li> <li>• Caracterizar las propiedades de los radicales.</li> <li>• Ejemplificar los casos de racionalización.</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la pregunta como elemento motivador.</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: Radicación de números reales	Tiempo: 6 horas
<b>Competencia Prueba Saber</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmación.</li> </ul>	<b>Estándares MEN</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas.</li> </ul>
<p><b>Intervenciones</b></p> <p>Apertura: Los radicales preguntan por la base de una potencia, cuando el exponente es conocido.</p> <p>Desarrollo: Interpretamos los radicales con sus propiedades y con sus posibilidades de simplificación algebraica.</p> <p>Cierre: Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.</p>	

Fuente: Autor

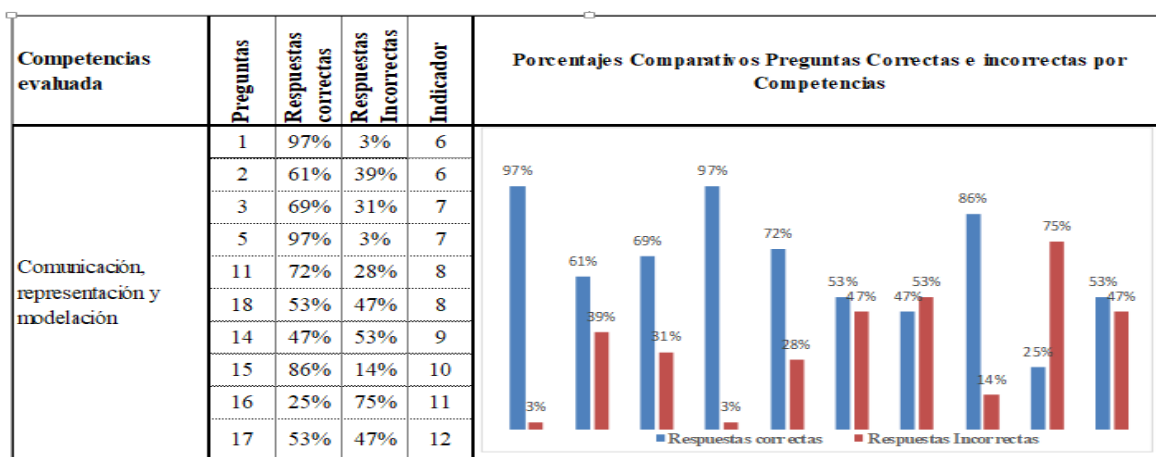
Tabla 14. Secuencia Didáctica 8

<b>Secuencia Didáctica 8</b>	
<b>Título de la secuencia didáctica:</b> Logaritmo de un número real	<b>Objetivos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer el origen de los logaritmos como recurso de la astrología en el medioevo.</li> <li>• Modelar <math>\text{Log}_x n = a</math> a la pregunta “¿Qué número X multiplicado n veces me da como resultado a?”</li> <li>• Categorizar las propiedades de los logaritmos y sus aplicaciones en el álgebra.</li> <li>• Desarrollar actividades de aprendizaje propuestas en el “libro del estudiante” con la mediación TIC y la pregunta</li> </ul>
Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya	Sede: Central
Docente: Leonardo Geiner Martínez López	Departamento: Norte de Santander Municipio: Cúcuta
Área de conocimiento: Matemáticas	Grado: Noveno
Tema: Logaritmo de un número real	Tiempo:
Competencia Prueba Saber <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmación.</li> </ul>	Estándares MEN <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas.</li> </ul>
<p><b>Intervenciones</b></p> <p>Apertura: El origen de los logaritmos fue gracias a los astrónomos.</p> <p style="padding-left: 40px;">Los logaritmos preguntan cuál es la potencia de un número, haciendo énfasis en el exponente y la base como un subíndice.</p> <p>Desarrollo: Interpretamos las características y las propiedades de los logaritmos y sus aplicaciones en el álgebra.</p> <p>Cierre: Ejercitamos con las actividades de aprendizaje del “libro del estudiante” en clase, entre todos y con el profesor.</p>	

**Fuente:** Autor

#### 4.5 Análisis de la Prueba de Cierre en Pensamiento Numérico Variacional

El análisis de los resultados por Competencia, permite evaluar los avances positivos en cuanto a la comunicación, representación y modelación. La mayoría de los Indicadores presentan significativos progresos, que al evaluarse respecto a los indicadores iniciales del problema dan cuenta del éxito de la estrategia de intervención pedagógica: “Aula TIC de Matemáticas”.



**Figura 29.** Comparativo de respuestas correctas e incorrectas para componente numérico-variacional competencia comunicación, representación y modelación de la tabla 15.

**Fuente:** Autor

**Indicador 6.** Establece relaciones entre las propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. El 97% estudiantes realizan el análisis correcto al reconocer la gráfica que corresponde a una determinada tabla de valores.

La propuesta pedagógica integró a las secuencias didácticas ya planificadas, la prueba Supérate con el Saber 2018 del mes de abril, posterior a su aplicación. Actividad que se desarrolló en parejas, cada problema fue resuelto y analizado ampliamente por el grupo de estudiantes con la orientación del docente. La ventaja de esta actividad está en la pertinencia

de los ejercicios con respecto al indicador de competencia, siendo significativo para el estudiante que trabaja en la actividad, ver figura 28 -

17 de abril del 2018.

PRUEBA SUPERATE NOVENO 2018

Aprendizaje basado en problemas.

La grafica muestra el precio del arriendo en millones de pesos (millones de \$) de 3 inmuebles durante 7 años.

¿En que año los tres inmuebles tienen un mismo valor de arrendamiento?

La tasa de cambio representativa del mercado (TRM) es la cantidad de pesos colombianos que se debe transar por un dólar de los Estados Unidos y se calcula con base en las operaciones de compra y venta de divisas. La siguiente gráfica muestra el valor de la TRM para cada día del mes de diciembre de 2017.

I. La TRM alcanzó su mayor valor antes de mitad de mes.

II. la TRM presenta un comportamiento descendente los 3 días posteriores a su valor máximo

III. La TRM presenta un incremento en los tres primeros días del mes.

¿Cuál(es) de las anteriores afirmaciones es (son) verdadera(s)?

Figura 30. Problemas relacionados al indicador 6, resueltos en clase y tomados de la prueba Superate con el Saber del mes de abril 2018.

Fuente: Autor.

1. La tabla muestra la frecuencia cardiaca, medida en latidos del corazón por minuto (lpm) de Pedro y Claudia, durante 6 minutos.

Minuto	1	2	3	4	5	6
Frecuencia cardiaca de Pedro (lpm)	64	65	62	65	67	66
Frecuencia cardiaca de Claudia (lpm)	65	66	62	64	66	65

¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la frecuencia cardíaca de Pedro y Claudia durante los 6 minutos?

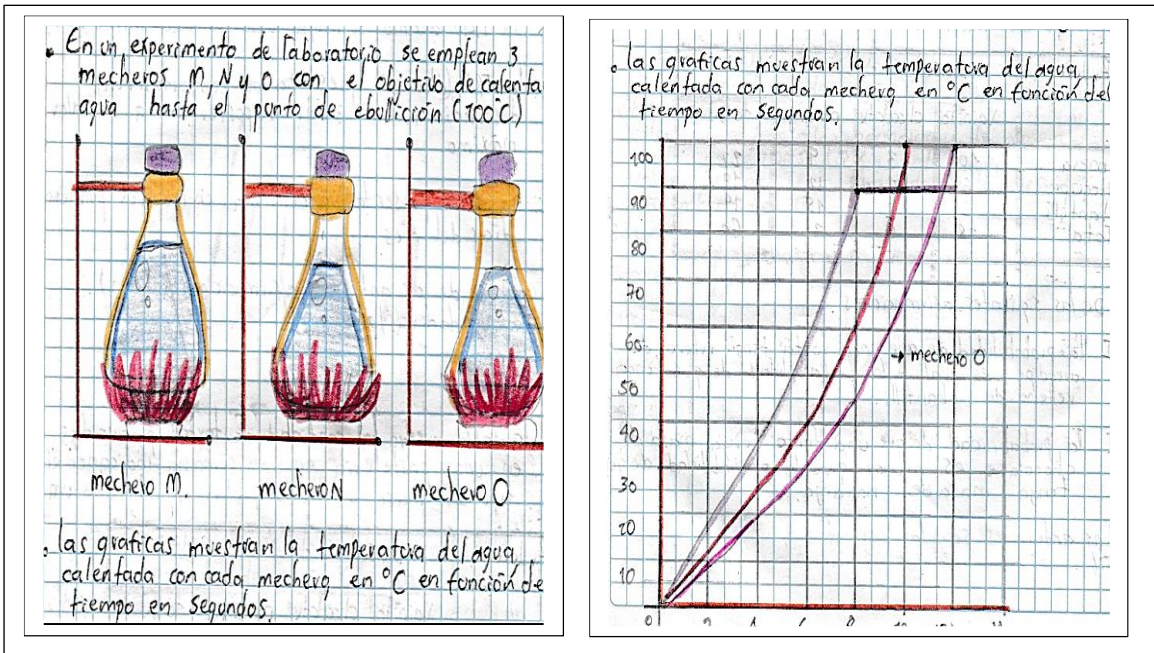
2. La gráfica representa las variaciones en el peso ideal y el peso real (en libras), de un animal, durante sus 8 primeras semanas de vida.

¿En qué semana, el peso real del animal fue igual al peso ideal?

A. 1  
 B. 4  
 C. 6  
 D. 8

**Figura 31.** Preguntas de la prueba de cierre, referidos al indicador en análisis. I6.  
Fuente: ICFES.

**Indicador 7.** Identificar características de las gráficas cartesianas en relación con la situación que representa. Seis de cada diez estudiantes pueden interpretar una gráfica y dar respuesta a la pregunta. En el punto tres, siete de cada diez estudiantes aciertan. En el punto cinco nueve de cada diez estudiantes aciertan.



**Figura 32.** Problemas resueltos en clase y tomados de las pruebas Supérate con el Saber del mes de abril 2018.  
Fuente: Autor

**3. En la gráfica se representa el cambio del voltaje de dos tipos de baterías (I y II) en función del tiempo, cuando estas se usan continuamente.**

**¿Cuáles son los voltajes iniciales (en voltios) de las baterías tipo I y tipo II?**

A. 0,5 y 0,7 respectivamente.  
 B. 1,3 y 1,5 respectivamente.  
 C. 2 y 3 respectivamente.  
 D. 4 y 6 respectivamente.

**5. Una agencia de turismo ofrece los siguientes precios para viajes a un determinado destino, de acuerdo con el número de personas que tomen conjuntamente el plan.**

Número de personas	Valor del plan (\$)
2	600.000
3	800.000
4	1.000.000
5	1.200.000
6	1.400.000

**¿Cuál de las siguientes gráficas representa de manera correcta la relación entre el número de personas y el valor del plan?**



**Figura 33.** Preguntas de la prueba de cierre, referidos al indicador en análisis I6.  
**Fuente:** ICFES.

**Indicador 8.** Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. En el punto 11, siete de cada diez estudiantes (72%) aciertan; para el problema 18 solo aciertan la mitad más uno de los estudiantes.

Para este indicador en particular, se adaptó una actividad del libro del estudiante (Vamos aprender Matemáticas 9), donde se transforma un problema de contexto físico, en una situación de variación que debe ser modelada y representada. La actividad no alcanzó el impacto deseado, se considera que faltó reforzar con otra actividad semejante o una tarea.

**6** Cerca de la superficie terrestre, el tiempo  $t$  que tarda un objeto en caer una distancia  $d$ , está dado por la expresión  $t = \frac{1}{4}d^{\frac{1}{2}}$ , donde  $t$  se mide en segundos y  $d$  se mide en pies. Halla el tiempo que tardará un objeto en caer 100 pies.

Cerca de la superficie terrestre, el tiempo  $T$  que tarda un objeto en caer una distancia  $D$ , está dado por la expresión  $T = \frac{1}{4}d^{\frac{1}{2}}$  donde  $T$  se mide en segundos y  $D$  se mide en pie. Halle el tiempo que tardará un objeto en caer

$d$ (Pies)	$\frac{1}{4}d^{\frac{1}{2}}$
1 pie = 30,48 cm	$\frac{1}{4}(1)^{\frac{1}{2}} = 0,25$
10 ft	$\frac{1}{4}(10)^{\frac{1}{2}} = 0,791$
20 ft	$\frac{1}{4}(20)^{\frac{1}{2}} = 1,118033988$
40 ft	$\frac{1}{4}(40)^{\frac{1}{2}} = 1,581138830$
60 ft	$\frac{1}{4}(60)^{\frac{1}{2}} = 1,936491673$
80 ft	$\frac{1}{4}(80)^{\frac{1}{2}} = 2,236067977$
100 ft	$\frac{1}{4}(100)^{\frac{1}{2}} = 2,5$

**Figura 34.** Problema resuelto en clase, relacionado al indicador 8, resuelto en clase y adaptado del libro del estudiante.

**Fuente:** Autor

**11. La figura muestra la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g).**

Figura

**¿Cuál de las siguientes graficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?**

A.

B.

C.

D.

**18. El siguiente aviso se encuentra en la entrada de un parque deportivo.**

<b>CANCHA DE MICROFÚTBOL</b>	
Alquiler por partido	\$60.000
Servicio de ducha por persona	\$2.000

**La expresión que permite determinar el valor que debe pagar un grupo por el alquiler de la cancha de microfútbol, para un partido, dependiendo del número de jugadores que utilice la ducha es  $a = 2.000j + 60.000$ , donde  $a$  representa el valor a pagar y  $j$  el número de jugadores que usan el servicio de ducha.**

**¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el costo por pagar y el número de jugadores que utilizan la ducha?**

A.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	62.000
1	62.000
2	62.000
3	62.000
4	62.000
5	62.000

B.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	60.000
1	62.000
2	64.000
3	66.000
4	68.000
5	70.000

C.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	2.000
1	62.000
2	122.000
3	182.000
4	242.000
5	302.000

D.

Figura 35. Preguntas 11 y 18 de la Prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I8.

Fuente: ICFES.

**Indicador 9.** Reconocer el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

17 de los 33 estudiantes del grupo (53%) no reconocieron el lenguaje algebraico como una forma de representar procesos inductivos (multiplicación o división).

No se desarrolló actividad semejante al problema propuesto durante las intervenciones. Se observa que aquellos alumnos que desarrollaron cálculos en búsqueda de una explicación al problema, acertaron. Solo quienes confiaron en su lógica fallaron. Una explicación sería poca confianza en el desarrollo de operaciones de multiplicación y/o división.

**14. Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.**

**Gráfica**

La altura de cada rebote es

- A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

*Handwritten calculations:  $1080 \div 3 = 360$ ,  $360 \div 3 = 120$ ,  $120 \div 3 = 40$ .*

**14. Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.**

**Gráfica**

La altura de cada rebote es

- A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

*Handwritten calculations:  $1080 \div 3 = 360$ ,  $360 \div 3 = 120$ ,  $120 \div 3 = 40$ .*

Figura 36. Pregunta 14, resuelta en la prueba de cierre.

Fuente: ICFES.

**Indicador 10.** Reconocer reglas de formación de términos en una sucesión, a partir de la anterior (adición y producto).

26 de los 33 estudiantes del grupo reconocieron las reglas de formación de términos de sucesión, a partir de la anterior (adición y producto).

Las respuestas acertadas se reparten entre unas soluciones basadas en cálculos numéricos y otras que se realizan a partir del conteo de figuras hechas por los mismos estudiantes.

La figura representa la disposición de las sillas de algunas de las 7 primeras filas de un auditorio. En la figura falta la información de las filas 4 y 5.

Escenario

Figura

La disposición de las sillas determina una secuencia.  
¿Cuántas sillas en total hay en las filas 4 y 5?

A. 9  
B. 26  
 C. 33  
D. 72

*Handwritten:  $75 + 18 = 33$*

15. La figura representa la disposición de las sillas de algunas de las 7 primeras filas de un auditorio. En la figura falta la información de las filas 4 y 5.

Escenario

Figura

La disposición de las sillas determina una secuencia.  
¿Cuántas sillas en total hay en las filas 4 y 5?

A. 9  
B. 26  
 C. 33  
D. 72

*Handwritten:  $21 + 18 = 33$ ,  $78 + 15 = 93$ ,  $93 - 60 = 33$ . Note: "porque disminuyen de 3"*

Figura 37. Preguntas de la prueba de cierre, evalúa el indicador en el análisis I10

Fuente: ICFES.

**Indicador 11.** Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas.

25 de 33 estudiantes del grupo no saben utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas (Notación científica).

El bajo resultado, puede darse a causa de una confusión, los exponentes no están ubicados en el lugar que corresponde, eso se presta a una interpretación errónea por parte de los estudiantes del grupo. Para este indicador el resultado no es concluyente.

<p>16. En nuestro planeta, la superficie ocupada por los océanos es de aproximadamente <math>3,6 \times 10^{14} \text{ m}^2</math> y su profundidad promedio es de <math>3,7 \times 10^3 \text{ m}</math>.</p> <p>Volumen = área superficie x altura</p> <p>¿Cuál de las siguientes expresiones representa el volumen aproximado, en <math>\text{m}^3</math>, de agua oceánica en el planeta?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^3</math>  <input type="radio"/> B. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^6</math>  <input type="radio"/> C. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^{17}</math>  <input type="radio"/> D. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^{42}</math></p> <p><i>Handwritten notes:</i>  <math>10^{14} \times 10^3 = 10^{17}</math>  <math>11 \times 14 = 154</math>  <math>103 \times 37 = 3811</math>  <math>1332</math></p>	<p>16. En nuestro planeta, la superficie ocupada por los océanos es de aproximadamente <math>3,6 \times 10^{14} \text{ m}^2</math> y su profundidad promedio es de <math>3,7 \times 10^3 \text{ m}</math>.</p> <p>Volumen = área superficie x altura</p> <p>¿Cuál de las siguientes expresiones representa el volumen aproximado, en <math>\text{m}^3</math>, de agua oceánica en el planeta?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^3</math>  <input type="radio"/> B. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^6</math>  <input checked="" type="radio"/> C. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^{17}</math>  <input type="radio"/> D. <math>(3,6 \times 3,7) \times 10^{42}</math></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 38. Pregunta 16 resueltas en la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I11.

Fuente: ICFES.

**Indicador 12.** Interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes.

17 de los 33 estudiantes del grupo interpretó y usó expresiones algebraicas equivalentes. Lo anterior, no refleja un resultado impactante. Pero es un indicador en el que se ha trabajado y que ha mejorado. Por este motivo, se explica a continuación las actividades desarrolladas.

Del Algebra de Baldor capítulo 9, problemas sobre ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita, se seleccionaron algunos ejercicios de la miscelánea, que están en su expresión verbal, el docente con los estudiantes los resuelven de la siguiente manera: se realiza una lectura donde se interpretan las condiciones de solución, para llevarlos a su forma simbólica, se define el conjunto de números en el que podría existir solución para el problema, en una tabla de valores se van proponiendo números de solución, se hacen los cálculos y se compara con las condiciones del problema, cuando existe coincidencia se ha llegado a una solución. Explorando así una forma intuitiva de resolver problemas algebraicos. Posteriormente se deja un ejercicio por estudiante para que manera individual, en casa y durante el periodo lo desarrolle, para ser expuesto en el tablero. El 20% cumplió

con la tarea. La debilidad está en el bajo dominio del lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

Hallar tres números enteros consecutivos, tales que el duplo del menor más el triplo del mediano más el cuádruplo del mayor equivalga a 740.

Un hombre ha recorrido 150 kilómetros. En auto recorrió una distancia triple que a caballo y a pie, 20 kilómetros menos que a caballo. ¿Cuántos kilómetros recorrió de cada modo?

Un hombre deja una herencia de 16500 colones para repartir entre 3 hijos y 2 hijas, y manda que cada hija reciba 2000 más que cada hijo. Hallar la parte de cada hijo y de cada hija.

La diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 31. Hallar los números.

La edad de A es el triplo de la de B, y la de B 5 veces la de C. B tiene 12 años más que C. ¿Qué edad tiene cada uno?

4) la diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 31. Hallar los números.

a?

$$16^2 - 15^2 = 31$$

$$16^2 = 16 \times 16 = 256$$

$$15^2 = 15 \times 15 = 225$$

$$256 - 225 = 31$$

Nº 1	Nº 2	DIFERENCIA	TOTAL
14 <sup>2</sup>	13 <sup>2</sup>	196 - 169	27 X
15 <sup>2</sup>	14 <sup>2</sup>	225 - 196	29 X
16 <sup>2</sup>	15 <sup>2</sup>	256 - 225	31 ✓

5) la edad de A es el triplo de la de B, y la de B 5 veces la de C. B tiene 12 años más que C. ¿Qué edad tiene cada uno?

A	B	C	A = 60	12500
60	8+12	8	B = 20	
60	20	8	C = 8	

2500    2500    2500 - 4500    4500

Figura 39. Actividad de aprendizaje, que favorece el logro del indicador I12, resueltos en el tablero por los estudiantes.

Fuente: Autor.

17. Un turista pagó un total de 180 dólares en un hotel. La cuenta incluye el costo de tres noches de hospedaje y 75 dólares de alimentación.

El siguiente procedimiento permite determinar cuántos dólares pagó el turista, por cada noche de hospedaje.

$$3x + 75 = 180$$

$$3x + 75 - 75 = 180 - 75$$

$$3x = 105$$

$$x = 35$$

¿Cuál de los siguientes pasos completa correctamente el procedimiento?

A.  $3x - 3 = 105 - 3$

B.  $3x + 3 = 105 + 3$

C.  $3 \cdot (3x) = (3) \cdot 105$

D.  $\frac{3x}{3} = \frac{105}{3}$

17. Un turista pagó un total de 180 dólares en un hotel. La cuenta incluye el costo de tres noches de hospedaje y 75 dólares de alimentación.

El siguiente procedimiento permite determinar cuántos dólares pagó el turista, por cada noche de hospedaje.

$$3x + 75 = 180$$

$$3x + 75 - 75 = 180 - 75$$

$$3x = 105$$

$$x = 35$$

¿Cuál de los siguientes pasos completa correctamente el procedimiento?

A.  $3x - 3 = 105 - 3$

B.  $3x + 3 = 105 + 3$

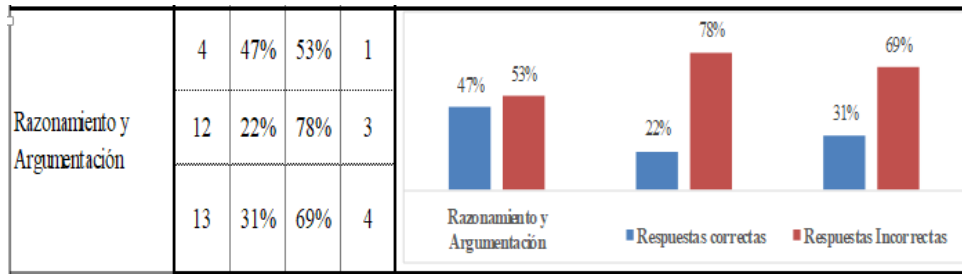
C.  $3 \cdot (3x) = (3) \cdot 105$

D.  $\frac{3x}{3} = \frac{105}{3}$

Figura 40. Preguntas de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I12.

Fuente: ICFES.

En cuanto a la Competencia Razonamiento y Argumentación, se percibe el sostenimiento de una tendencia negativa, pues la mayoría de los Estudiantes contestó de manera incorrecta. La siguiente tabla, así lo evidencia.

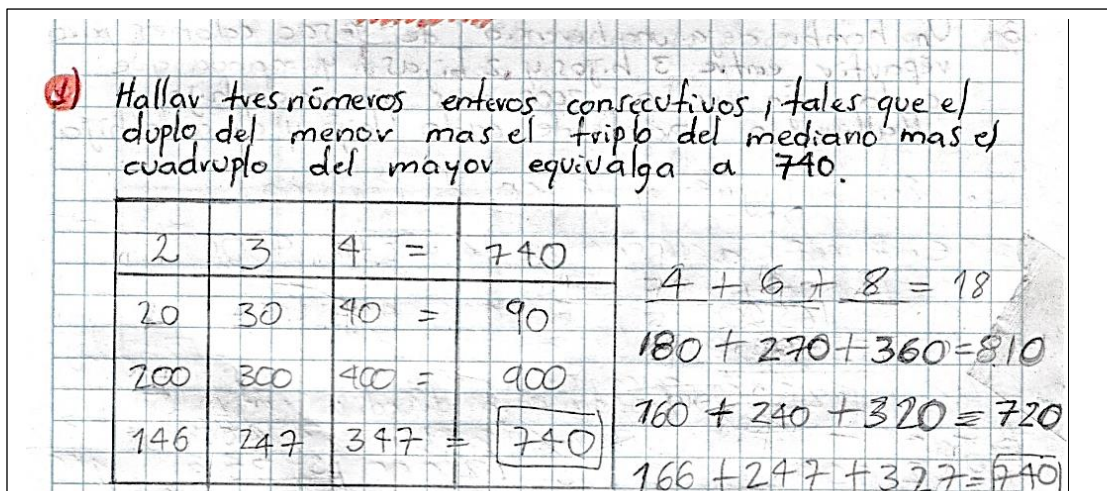


**Figura 41.** Distribución de frecuencia para respuestas correctas e incorrectas, competencia razonamiento y argumentación de la tabla 15.

**Fuente:** Autor

**Indicador 1.** Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas. Más de la mitad de los estudiantes se confunden con las simbologías diferentes de cada variación.

17 de los 33 estudiantes de la muestra (53%) no utilizaron las propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas. La propuesta se quedó corta con la variedad de estilos de preguntas y planteamientos que suelen usarse en este tipo de pruebas.

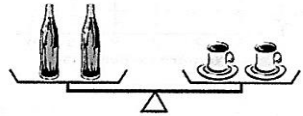


**Figura 42.** Actividad de aprendizaje extraída de la Baldor, adaptada para fortalecer el indicador

**Fuente:** Autor.

4. La balanza de la figura está en equilibrio.

La ecuación  $2(x + y) = 2z$ , donde  $x$  corresponde a la masa de cada plato,  $y$  a la masa de cada pocillo y  $z$  a la masa de cada botella, representa la situación.



Figura

¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

A.  $x = 20, y = 15 \text{ y } z = 35$   $20 + 15 = 35 = 35 =$

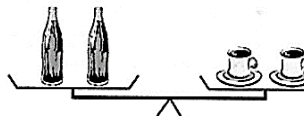
B.  $x = 40, y = 10 \text{ y } z = 30$   $40 + 10 = 50 \neq 30$

C.  $x = 35, y = 15 \text{ y } z = 20$   $35 + 15 = 50 \neq 20$

D.  $x = 30, y = 40 \text{ y } z = 10$   $30 + 40 = 70 \neq 10$

4. La balanza de la figura está en equilibrio.

La ecuación  $2(x + y) = 2z$ , donde  $x$  corresponde a la masa de cada plato,  $y$  a la masa de cada pocillo y  $z$  a la masa de cada botella, representa la situación.



Figura

¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

A.  $x = 20, y = 15 \text{ y } z = 35$

B.  $x = 40, y = 10 \text{ y } z = 30$

C.  $x = 35, y = 15 \text{ y } z = 20$

D.  $x = 30, y = 40 \text{ y } z = 10$

Figura 43. Preguntas de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis I1.

Fuente: Autor.

**Indicador 2.** Interpretar tendencias que se representan en una situación de variación.

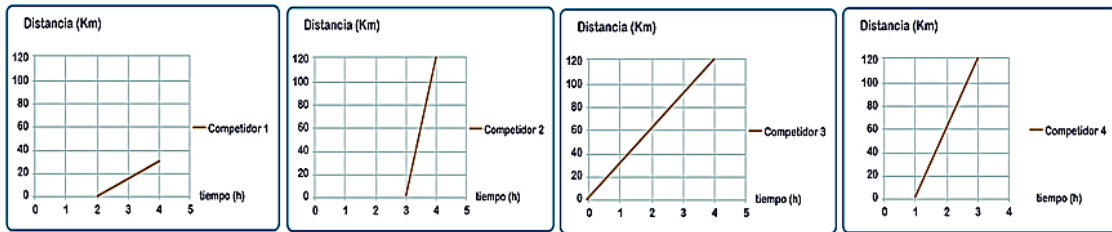
Fueron eliminadas las preguntas de la prueba, por error en la edición.

En un segundo intento, para la pregunta 9, 18 de 33 estudiantes de la muestra redactaron afirmaciones coherentes que explicaban comparativamente el comportamiento entre dos gráficas. Para la pregunta 10, 32 de 33 estudiantes de la muestra acertaron con la explicación que se deduce de la gráfica.

La propuesta pedagógica favoreció el aprendizaje relacionado al indicador I2. Al momento de aplicar en el aula aquellos ejercicios de la prueba supérate con el Saber 2018, uno de ellos permitió familiarizar a los estudiantes con este tipo de preguntas. Como lo podemos ver en la figura 40.

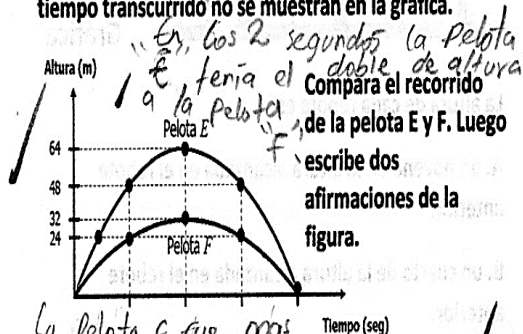


En una competencia de autos se presentan cuatro competidores. Las siguientes gráficas muestran la distancia recorrida (en Km) por cada uno de ellos, en un determinado tiempo (en h).



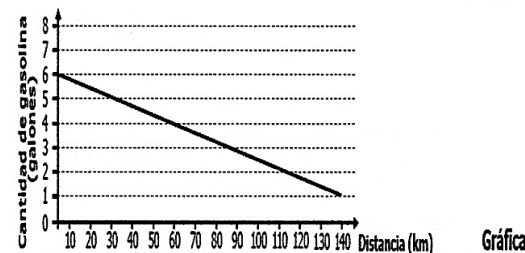
Si la distancia total a recorrer en la competencia es de 240 Km y los competidores mantienen la velocidad que muestran sus respectivas gráficas. ¿Cuál de los 4 participantes emplea más tiempo para finalizar el recorrido?

9. La gráfica representa la trayectoria de dos pelotas, E y F, que se lanzaron simultáneamente con velocidad inicial diferente. Los valores correspondientes al tiempo transcurrido no se muestran en la gráfica.



10. La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.

10. La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.



El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este desplazamiento. Esta afirmación es:

- A. falsa, porque consumió 5 galones en total.
- B. falsa, porque consumió 1 galón en total.
- C. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
- D. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

Figura 44. Actividad de aprendizaje que evalúa indicador en análisis I2.

Fuente: Autor.

**Indicador 3.** Identificar y describir las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pueden establecer en una secuencia numérica.

26 de 33 estudiantes de la muestra (78%) no identificaron, ni describieron relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pudieran establecer en una secuencia numérica.

El argumento de los estudiantes fue que al observar notas musicales y no saber que significaban, alejó cualquier interés de analizar la situación de forma matemática, les pareció que era “*muy difícil*”. Es preciso implementar actividades en donde el estudiante pueda detectar patrones y secuencias en ambientes desconocidos o novedosos.

**12. La gráfica muestra la relación entre algunas representaciones de la duración del sonido, según la notación musical del pentagrama.**

Posición (n)	Número de figuras (duración)
0	○
1	♪    ♪
2	♪   ♪   ♪   ♪
3	♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪
4	♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪
⋮	

Gráfica

¿Con cuál de las siguientes expresiones se puede calcular el número de figuras musicales en cada posición?

A.  $2n$

B.  $\frac{n}{2}$

C.  $n^2$

D.  $2^n$

*cada una posición hay 2 duraciones y cada posición se va multiplicando, 1 duración sale por 2 después por 2 y así sucesivamente.*

**12. La gráfica muestra la relación entre algunas representaciones de la duración del sonido, según la notación musical del pentagrama.**

Posición (n)	Número de figuras (duración)
0	○
1	♪    ♪
2	♪   ♪   ♪   ♪
3	♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪
4	♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪   ♪
⋮	

Gráfica

¿Con cuál de las siguientes expresiones se puede calcular el número de figuras musicales en cada posición?

A.  $2n$

B.  $\frac{n}{2}$

C.  $n^2$

D.  $2^n$

$2^1 = 2$   
 $2^2 = 4$   
 $2^3 = 8$

Figura 45. Pregunta 12 de la prueba de cierre, evalúa indicador en el análisis de I3.

Fuente: Autor.

**Indicador 4.** Verificar conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.

Resulta que 22 de 33 estudiantes de la muestra (69%) no verificaron conjeturas acerca de los números reales, no usan procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.

Al momento de consultar con el grupo de estudiantes, manifiestan que el hecho de tener que desarrollar operaciones en la prueba fue el limitante, por sus debilidades con la división y las tablas de multiplicar.

Dentro de la propuesta pedagógica se abordó el análisis de los procesos inductivos y deductivos involucrando un lenguaje algebraico. Para tal fin, se desarrolló una actividad de cierre durante el estudio de los intervalos numéricos. Usando una presentación de Power Point, los estudiantes desarrollan una actividad que los involucra en un contexto de medidas, dan sus opiniones, toman medidas, buscan relaciones, deducen rangos, determinan patrones, generalizan y concluyen.

The figure shows four slides from a PowerPoint presentation. Each slide features the UNAB logo in the top right corner.

- Slide 1 (Top Left):** Titled "Intervalos". It asks "Que opinión le merecen las graficas." and shows two diagrams of hands with measurements. The first diagram shows a hand with a measurement of 18 cm. The second diagram shows a hand with a measurement of 18 cm.
- Slide 2 (Top Right):** Asks "Registra en tu cuaderno la medida en tus propias manos." and "Existen semejanzas, entre las medidas que tomas y la información grafica?". It shows the same two hand diagrams as Slide 1.
- Slide 3 (Bottom Left):** Instructs "Siete alumnos de distintas tallas, pasan al tablero y registran la información en sus sus cuadernos." It contains a table for data collection:
 

Estudiante	a	b	c	d	e
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
- Slide 4 (Bottom Right):** Instructs "Generaliza cada información con un intervalo". It shows a diagram of a hand with a measurement of 18 cm and a number line with a double-headed arrow representing an interval.

**Figura 46.** Presentación que propone el desarrollo, intervención de cierre, para el tema de intervalos.

**Fuente:** Autor.

Al comienzo el docente con los estudiantes definen una letra que determina la variable desconocida para cada tipo de medida, los estudiantes trabajan en parejas, toman las medidas, van consignando en su cuaderno los avances del proceso, el docente atiende las dudas que de forma particular se van presentando. Luego, el docente selecciona siete estudiantes de diferentes tallas, donde, cada uno registra la información de sus medidas en una tabla propuesta en el tablero; valiéndose de la tabla, cada estudiante define el rango de valores que pueden tomar las medidas simbolizadas realizar con las manos.

Aunque fue una actividad laboriosa, con buen desempeño por parte de los estudiantes, en realidad se queda corta para el alcancé del indicador. Se deben diseñar otras actividades que de forma escalonada contribuyan al desarrollo de las habilidades de pensamiento variacional, con un sentido más completo.

**13. Para determinar si una persona tiene o no sobrepeso, los médicos utilizan el índice de masa corporal (IMC) que se calcula a partir de la fórmula**

$$IMC = \frac{\text{peso}}{\text{altura}^2}$$

donde el peso está medido en kilos y la altura en metros.

En la tabla aparece una clasificación de acuerdo con el IMC.

Clasificación	IMC de una persona
Bajo peso	Hasta 18,5
Normalidad	18,6 – 24,9
Sobrepeso	25 – 29,9
Obesidad	Más de 30

Tabla

Una persona que pesa 50 kilos y mide 1,60 metros afirma estar clasificada en el rango de normalidad. Esta afirmación es

A. falsa, porque su peso debe estar entre 18,6 y 24,9 kilos.

**13. Para determinar si una persona tiene o no sobrepeso, los médicos utilizan el índice de masa corporal (IMC) que se calcula a partir de la fórmula**

$$IMC = \frac{\text{peso}}{\text{altura}^2} = \text{IMC} = \frac{50\text{k}}{1,60^2} =$$

donde el peso está medido en kilos y la altura en metros.

En la tabla aparece una clasificación de acuerdo con el IMC.

Clasificación	IMC de una persona
Bajo peso	Hasta 18,5
Normalidad	18,6 – 24,9
Sobrepeso	25 – 29,9
Obesidad	Más de 30

Tabla

Una persona que pesa 50 kilos y mide 1,60 metros afirma estar clasificada en el rango de normalidad. Esta afirmación es

A. falsa, porque su peso debe estar entre 18,6 y 24,9 kilos.

B. falsa, porque con estas medidas su IMC sería próximo a 30.

C. verdadera, porque su IMC está entre 19 y 24.

D. verdadera, porque la razón entre su peso y estatura es 37,5.

Figura 47. Pregunta N° 13 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I4.

Fuente: Autor.

**Intervalos**

• Qué opinión le merecen las graficcis.

**OPINIÓN.**

• Ya considero que son las formas de para testar para más actividades.

a. 15  
b. 6  
c. 5  
d. 9  
e. 16

• Existen semejanzas, entre las medidas que tomas y la información de la grafica.

• Si hay semejanza en la grafica c, pues la medida es de 5cm.

Estudiante	a	b	c	d	e
1	17	9,5	7	11	21
2	13	7	3	8	16
3	17	9	6,3	16,6	21
4	15	7	5	8	19
5	18	10	5	11	20
6	17	10	7	11	17
7	17	8	5	9,5	18
8	20	11	8	15	24
9	19	10	8	12	23
10	16	9,5	9	11,9	18

**GENERALIZA CADA INFORMACIÓN CON UN INTERVALO**

**VARIABLE A:**

$[13; 20] \{a \in \mathbb{Q} / 13 \leq a \leq 20\}$

**VARIABLE B:**

$[7; 11] \{b \in \mathbb{Q} / 7 \leq b \leq 11\}$

**VARIABLE E:**

$[16; 24] \{e \in \mathbb{Q} / 16 \leq e \leq 24\}$

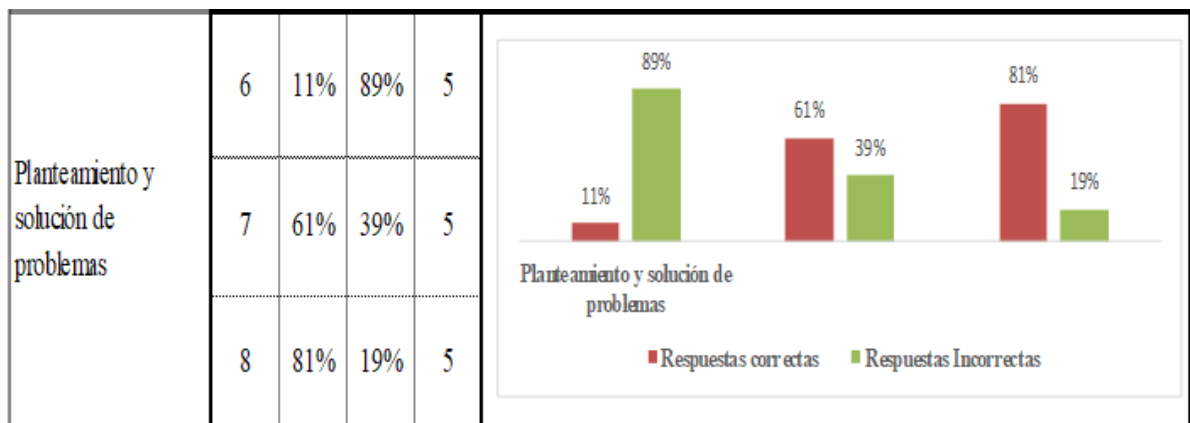
**CONCLUSIONES:**

- Una variables pueden consider en un número.
- La variable representa una situación.
- Todas las variables pueden consider en la distancia que presente sin importar el número e.j:  $5 = 5$  en distancia.  $5 = 5$

Figura 48. Secuencia de actividades propuestas en el cuaderno del estudiante.

Fuente: Autor.

En cuanto a la Competencia Planteamiento y Solución de Problemas, se percibe avances en cuanto a las respuestas correctas en la prueba final, lo que pareciera indicar que la estrategia “Aula TIC de Matemáticas” ha posibilitado progresos en la formación pedagógica del estudiante en el área de las matemáticas.



**Figura 49.** Distribución de frecuencia para respuestas correctas e incorrectas, competencia razonamiento y argumentación de la tabla 15.

**Fuente:** Autor

A continuación se presenta un análisis por Indicador, a fin de mostrar los resultados generales:

**Indicador 5.** Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

En la pregunta 6, resultó que 29 de los 33 estudiantes (89%) no reconocieron que diferentes estrategias permiten determinar la solución de unos problemas aditivos y/o multiplicativos en el conjunto de los números reales, figura 46.

En la pregunta 7, resulta que 20 de 33 estudiantes (61%) aplicaron propiedades para solucionar un problema que involucra adición y/o multiplicación en el conjunto de los números reales, figura 47.

En la pregunta 8, resultó que 27 de 33 de los estudiantes (81%) aplicaron propiedades para solucionar un problema que involucra adición y/o multiplicación en el conjunto de los números reales, figura 48.

<p>6. Cuando se toma una cantidad <math>m</math> de un medicamento, el organismo tarda un determinado tiempo en eliminarlo progresivamente.</p> <p>La expresión <math>y = m \cdot 0.8^t</math> permite calcular la cantidad de medicamento <math>y</math>, en miligramos, que queda en el organismo, transcurrido un periodo de tiempo <math>t</math>, en horas, desde que una persona toma el medicamento.</p> <p>De acuerdo con la información anterior, la expresión <math>\frac{1}{2}m = m \cdot 0.8^t</math> permite calcular</p> <p>A. la cantidad de medicamento <math>y = 0,8</math> que queda en el organismo, cuando ha transcurrido un tiempo <math>t</math>.</p> <p>B. el tiempo <math>t</math> transcurrido, cuando se ha eliminado la mitad del medicamento <math>m</math> en el organismo.</p> <p>C. la cantidad de medicamento <math>(m - y)</math> eliminada del organismo, cuando ha transcurrido un tiempo <math>t</math>.</p> <p><input checked="" type="radio"/> D. el tiempo <math>t</math> transcurrido, cuando quedan 0,8 miligramos de medicamento en el organismo.</p>	<p>6. Cuando se toma una cantidad <math>m</math> de un medicamento, el organismo tarda un determinado tiempo en eliminarlo progresivamente.</p> <p>La expresión <math>y = m \cdot 0.8^t</math> permite calcular la cantidad de medicamento <math>y</math>, en miligramos, que queda en el organismo, transcurrido un periodo de tiempo <math>t</math>, en horas, desde que una persona toma el medicamento.</p> <p>De acuerdo con la información anterior, la expresión <math>\frac{1}{2}m = m \cdot 0.8^t</math> permite calcular</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. la cantidad de medicamento <math>y = 0,8</math> que queda en el organismo, cuando ha transcurrido un tiempo <math>t</math>.</p> <p>B. el tiempo <math>t</math> transcurrido, cuando se ha eliminado la mitad del medicamento <math>m</math> en el organismo.</p> <p>C. la cantidad de medicamento <math>(m - y)</math> eliminada del organismo, cuando ha transcurrido un tiempo <math>t</math>.</p> <p>D. el tiempo <math>t</math> transcurrido, cuando quedan 0,8 miligramos de medicamento en el organismo.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 50. Pregunta N° 6 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I5.

Fuente: Autor

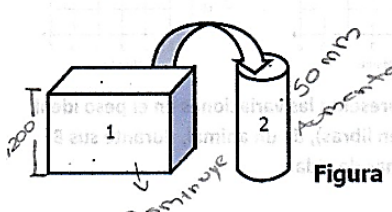
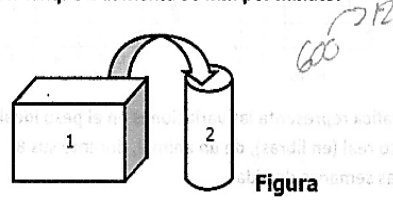
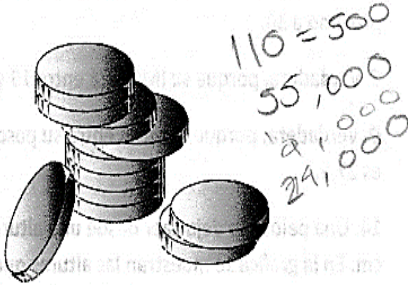
<p>7. Usando una bomba se va a pasar agua del tanque 1 al tanque 2 que está vacío (ver figura). El agua que está en el tanque 1 alcanza una altura de 1.200 mm. A partir del momento en que se enciende la bomba, la altura del tanque 1 disminuye 10 mm por minuto y la del tanque 2 aumenta 50 mm por minuto. 1190</p>  <p>Figura</p> <p>¿Cuál expresión permite encontrar los minutos (<math>x</math>) que deben transcurrir, a partir del momento en que se enciende la bomba, para que la altura del agua en los dos tanques sea la misma?</p> <p>A. <math>1200 - 10x = 50x</math></p> <p>B. <math>1200 + 30x = 30x</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>x + x = 50 + 10</math></p> <p>D. <math>600 - x = x</math></p>	<p>7. Usando una bomba se va a pasar agua del tanque 1 al tanque 2 que está vacío (ver figura). El agua que está en el tanque 1 alcanza una altura de 1.200 mm. A partir del momento en que se enciende la bomba, la altura del tanque 1 disminuye 10 mm por minuto y la del tanque 2 aumenta 50 mm por minuto.</p>  <p>Figura</p> <p>¿Cuál expresión permite encontrar los minutos (<math>x</math>) que deben transcurrir, a partir de enciende la bomba, para que la altura del agua en los dos tanques sea la misma?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>1200 - 10x = 50x</math></p> <p>B. <math>1200 + 30x = 30x</math></p> <p>C. <math>x + x = 50 + 10</math></p> <p>D. <math>600 - x = x</math></p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 51. Pregunta N° 7 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I5.

Fuente: Autor

7. El cajero de un banco tiene al iniciar la jornada \$88.000 en monedas de \$100, \$200 y \$500; se sabe que tiene 110 monedas de \$500.



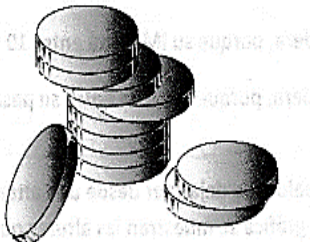
Handwritten calculations for problem 7:  
 $110 = 500$   
 $55,000$   
 $21,000$   
 $29,000$

Si había en total 320 monedas. ¿Cuántas monedas de \$100 y \$200, respectivamente, podría tener el cajero?

A. 110 y 150.  
 B. 100 y 200.  
 C. 90 y 120.  
 D. 50 y 50.

Handwritten calculations for problem 7:  
 $500 \times 110 = 55,000$   
 $90 \times 100 = 9,000$   
 $120 \times 200 = 24,000$   
 $\hline 88,000$

8. El cajero de un banco tiene al iniciar la jornada \$88.000 en monedas de \$100, \$200 y \$500; se sabe que tiene 110 monedas de \$500.



Handwritten calculations for problem 8:  
 $120$   
 $+ 110$   
 $90$   
 $\hline 320$

Si había en total 320 monedas. ¿Cuántas monedas de \$100 y \$200, respectivamente, podría tener el cajero?

A. 110 y 150.  
 B. 100 y 200.  
 C. 90 y 120.  
 D. 50 y 50.

Figura 52. Pregunta N° 8 de la prueba de cierre, evalúa indicador en análisis de I5.

Fuente: Autor.

Con las preguntas 7 y 8 podemos decir que fueron favorecidas, por las actividades desarrolladas en relación a los ejercicios del Algebra de Baldor, en los resultados observados. En especial, ejercita la aplicación de propiedades para solucionar un problema que involucra adición y/o multiplicación en el conjunto de los números reales, se evidencia en la figura 49.



1. Dividir 296 en tres partes, tales que la segunda sea duplo de la primera, y la suma de las dos primeras exceda a la tercera en 20.

A	B	A+B=C+20
1	2	3 = C + 20
10	20	30 = C + 20
52	104	156 = C + 20
42	84	126 = C + 20
32	64	96 = C + 20

A + B + C

10 + 20 + 10 = 40

52 + 104 + 136 = 292

42 + 84 + 106 = 232

32 + 64 + 76 = 172

**Figura 53.** Actividad desarrollada en el aula, favorece el desarrollo de habilidades de pensamiento relacionados al indicador I5.

**Fuente:** Autor.

Como síntesis a este análisis de los resultados de la prueba de cierre, se puede decir que es indiscutible que se presentan varios aspectos por mejorar, en el desarrollo del pensamiento variacional, en específico en lo referente a la razonamiento y argumentación, pero definitivamente el proceso que se ha podido llevar con el grupo de estudiantes permite evidenciar que hay una evolución desde el momento en que se aplica el Primer Diagnóstico al momento en que confrontan esta última prueba. El mecanismo de choque es el mismo, resolver los ejercicios en el tablero, socializar con aquellos ¿por qué se equivocaron? o ¿qué pensaron para finalmente acertar con la respuesta?, ambientes de participación donde el centro es el modo de argumentar de los estudiantes.

Tabla 15. Pensamiento Numérico Variacional

Competencias evaluada	Preguntas	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas	Indicador	Porcentajes Comparativos Preguntas Correctas e incorrectas por Competencias																																	
Comunicación, representación y modelación	1	97%	3%	6	<table border="1"> <caption>Porcentajes Comparativos Preguntas Correctas e incorrectas por Competencias</caption> <thead> <tr> <th>Pregunta</th> <th>Respuestas correctas</th> <th>Respuestas Incorrectas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>97%</td><td>3%</td></tr> <tr><td>2</td><td>61%</td><td>39%</td></tr> <tr><td>3</td><td>69%</td><td>31%</td></tr> <tr><td>5</td><td>97%</td><td>3%</td></tr> <tr><td>11</td><td>72%</td><td>28%</td></tr> <tr><td>18</td><td>53%</td><td>47%</td></tr> <tr><td>14</td><td>47%</td><td>53%</td></tr> <tr><td>15</td><td>86%</td><td>14%</td></tr> <tr><td>16</td><td>25%</td><td>75%</td></tr> <tr><td>17</td><td>53%</td><td>47%</td></tr> </tbody> </table>	Pregunta	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas	1	97%	3%	2	61%	39%	3	69%	31%	5	97%	3%	11	72%	28%	18	53%	47%	14	47%	53%	15	86%	14%	16	25%	75%	17	53%	47%
	Pregunta	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas																																			
	1	97%	3%																																			
	2	61%	39%																																			
	3	69%	31%																																			
	5	97%	3%																																			
	11	72%	28%																																			
	18	53%	47%																																			
	14	47%	53%																																			
	15	86%	14%																																			
16	25%	75%																																				
17	53%	47%																																				
2	61%	39%	6																																			
3	69%	31%	7																																			
5	97%	3%	7																																			
11	72%	28%	8																																			
18	53%	47%	8																																			
14	47%	53%	9																																			
15	86%	14%	10																																			
16	25%	75%	11																																			
17	53%	47%	12																																			
Razonamiento y Argumentación	4	47%	53%	1	<table border="1"> <caption>Razonamiento y Argumentación</caption> <thead> <tr> <th>Pregunta</th> <th>Respuestas correctas</th> <th>Respuestas Incorrectas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>47%</td><td>53%</td></tr> <tr><td>12</td><td>22%</td><td>78%</td></tr> <tr><td>13</td><td>31%</td><td>69%</td></tr> </tbody> </table>	Pregunta	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas	4	47%	53%	12	22%	78%	13	31%	69%																					
	Pregunta	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas																																			
	4	47%	53%																																			
12	22%	78%																																				
13	31%	69%																																				
12	22%	78%	3																																			
13	31%	69%	4																																			
Planteamiento y solución de problemas	6	11%	89%	5	<table border="1"> <caption>Planteamiento y solución de problemas</caption> <thead> <tr> <th>Pregunta</th> <th>Respuestas correctas</th> <th>Respuestas Incorrectas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>6</td><td>11%</td><td>89%</td></tr> <tr><td>7</td><td>61%</td><td>39%</td></tr> <tr><td>8</td><td>81%</td><td>19%</td></tr> </tbody> </table>	Pregunta	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas	6	11%	89%	7	61%	39%	8	81%	19%																					
	Pregunta	Respuestas correctas	Respuestas Incorrectas																																			
	6	11%	89%																																			
7	61%	39%																																				
8	81%	19%																																				
7	61%	39%	5																																			
8	81%	19%	5																																			
Nota Aclaratoria	9, 10	Respondidas a través de		2																																		

Fuente: Autor

## Conclusiones

Las Actividades de Diagnóstico evidenciaron que los estudiantes no están habituados al análisis de situaciones desde otras perspectivas a solo conocer un resultado fijo. Se demuestra que preguntar de muchas maneras, permite desarrollar hábitos de pensamiento matemático.

La aplicación de la propuesta pedagógica mediada con TIC, reconoce el uso del libro del estudiante, generó mejores ambientes de aprendizaje, se evidenció el dialogo constructivo, la participación asertiva, cumpliéndose una etapa importante en el desarrollo del pensamiento variacional con los estudiantes del grado 9-01.

De los resultados de la prueba de cierre, se puede decir que es indiscutible que se presentaron varios aspectos por mejorar, en el desarrollo del pensamiento variacional, en específico en lo referente a la razonamiento y argumentación, pero definitivamente el proceso que se ha podido llevar con el grupo de estudiantes permite evidenciar que hay una evolución desde el momento en que se aplica el Primer Diagnóstico al momento en que confrontan esta última prueba. El mecanismo de choque es el mismo, resolver los ejercicios en el tablero, socializar con aquellos ¿por qué se equivocaron? o ¿qué pensaron para finalmente acertar con la respuesta?, ambientes de participación donde el centro es el modo de argumentar de los estudiantes.

El impacto de la estrategia didáctica ya implementada muestra una evolución en algunos indicadores, no en todos, porque a medida que se avanza el grado de dificultad aumenta, pero si existe en ciertos aspectos de la competencia comunicativa un significativo desarrollo para el desarrollo del pensamiento variacional en base a las categorías establecidas con los estudiantes del grado 9-01.

La mediación con Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) fue clave en la estrategia desarrollada, además de las posibilidades ya reconocidas y difundidas por el Ministerio de las TIC en el programa de Ciudadanía Digital, fue muy productivo como herramienta de retroalimentación, donde las evaluaciones aplicadas se analizaron con los estudiantes, tratando de comprender cuál fue la confusión que impidió el éxito al responder cada pregunta.

El aula especializada con TIC permitió que procesos de análisis, de evaluación y retroalimentación dieran como resultado un aprendizaje significativo en los estudiantes. Todo producto de un proceso cíclico de investigación acción, que se fue retroalimentando hasta llegar a niveles más idóneos.

## **Recomendaciones**

En la Institución Educativa Colegio Integrado Juan Atalaya se debe continuar con la estrategia de fortalecer el área de matemáticas con esta propuesta pedagógica, porque enriquece las actividades de aprendizaje, del Libro del estudiante, con situaciones de variación y cambio fortaleciendo así el Pensamiento Variacional, a la vez que se estudian los diferentes ejes temáticos del programa.

Los cuadernillos de pruebas Saber 3°, 5° y 9° liberadas por el ICFES son un recurso valioso para investigadores interesados en el tema. Permite dimensionar las características que deben involucrar las situaciones de variación y cambio, porque cada problema es un ejemplo que referencia la competencia y el indicador que se evalúa.

La secuencia didáctica mediada con TIC para el fortalecimiento del pensamiento variacional, es una propuesta pedagógica, puede ser aplicada en cualquier curso de primaria o secundaria, se sustenta en la comunicación asertiva con los estudiantes, en la retroalimentación, en el uso de recursos tecnológicos para el aprendizaje, en el trabajo solidario y en la participación activa.

## Referencias

- Ariza, C. (2017). *El Método de George Pólya como Estrategia Pedagógica para Fortalecer la Competencia Matemática Resolución de Problemas con Números Fraccionarios en los Estudiantes de Cuarto Grado de la Institución Educativa Anna Vitiello del Municipio de los Patios* (Tesis de maestría), Universidad Autónoma de Bucaramanga, Bucaramanga, Colombia.
- Arvizu, R. (2011). Secundaria general 59 trabajo final de matemáticas ENAMS 2011. De <https://www.youtube.com/watch?v=MoW2li6P1Zw&feature=related>
- Bayona, R. y Serna, Y. Propuesta didáctica para el fortalecimiento del componente geométrico-métrico en el grado noveno de la Institución Educativa Fray José María Arévalo (Tesis de maestría), Universidad Autónoma de Bucaramanga, Bucaramanga, Colombia.
- Díaz, A. (s.f). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. México: Recuperado de [http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas\\_Angel%20D%C3%ADaz.pdf](http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf)
- Colombia. MEN. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá: Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles339975\\_recurso\\_6.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles339975_recurso_6.pdf)
- Colombia. MEN. (2006). Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Santa Fe Bogotá: Enlace Editores Ltda.
- Elliot, J. (1993). *La investigación-acción en educación*. Madrid: Ediciones Morata, S.
- Font, V. y Godino, J. D. (2011), Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (ed.), MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas prácticas (9-55). Barcelona, España, Graó. Recuperado de [https://www.researchgate.net/profile/Vicenc\\_Font/publication/282325844\\_Inicio\\_a\\_la\\_investigacion\\_en\\_la\\_ensenanza\\_de\\_las\\_matematicas\\_en\\_secundaria\\_y\\_bachillerato/links/56816de608ae1975838f87cb/Inicio-a-la-investigacion-en-la-ensenanza-de-las-matematicas-en-secundaria-y-bachillerato.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Vicenc_Font/publication/282325844_Inicio_a_la_investigacion_en_la_ensenanza_de_las_matematicas_en_secundaria_y_bachillerato/links/56816de608ae1975838f87cb/Inicio-a-la-investigacion-en-la-ensenanza-de-las-matematicas-en-secundaria-y-bachillerato.pdf)
- Font, V., Planas, N., Godino, J. (s.f). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo\\_anadida\\_25junio09.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf)
- Godino, J. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino\\_2013\\_Dise%F1o\\_tareas.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_2013_Dise%F1o_tareas.pdf)

- Godino, J., Neto, T., Wilhelmi, M. Aké, L., Etchegaray, S., Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica1. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/9249/1/Niveles2015Godino.pdf>
- Godino, J., Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Recuperado de [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7\\_Algebra.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf)
- Godino, J., Neto, T. (2013). Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática. UNO. *Revista de Didáctica de la Matemática*, 63, 69-76. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino\\_UNO\\_63\\_2013.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_UNO_63_2013.pdf)
- Grupo Azarquiel (1991). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, España: Editorial Síntesis
- Henao, G. y Avendaño, R. (2016). *Las Tic como Recursos para el Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático en los Estudiantes de Grado Noveno de la Institución Educativa la Paz*. Colombia.
- Jaramillo, P., Castañeda, P. y Pimienta, M., (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula: Inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. *Educación y Educadores*, 12(2), 160-79.
- Latorre, A., (2005). *La investigación-acción conocer y cambiar la práctica educativa*.
- Lupiáñez, J. (2000). *Nuevos acercamientos a la historia de la matemática a través de la calculadora TI-92*. Granada. España.
- Idárraga, M. y Enrique, F. (2015). *La Unidad de Producción de Conocimiento como mediación pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en grado octavo desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Colombia.
- Matta, N. (2014). *Geogebra como herramienta para la enseñanza de razones trigonométricas en grado décimo en la IED Leonardo Posada Pedraza*. Bogotá. Colombia. Recuperado de: <http://bdigital.unal.edu.co/49578/1/01186959.2014.pdf>
- Morín, E. (1999). *La cabeza bien puesta*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Nueva Visión.
- Murillo, F, J (2010). *Investigación Acción, Métodos de Investigación en Educación Especial*. España.
- Navarro, L., Robles, A., Ansaldo, J. y Castro, F. (2014). Secuencia didáctica apoyada en tecnología para la construcción del concepto derivada en problemas de optimización. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (46), 171-187.

- Navarro, L., Aguilar, A., Ansaldo, J., y Castro, F. (2016, junio). Secuencia didáctica apoyada en tecnología para la construcción del concepto derivada en problemas de optimización. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Recuperado de [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/46/09\\_32-428-2-ED.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/46/09_32-428-2-ED.pdf)
- Ospina, S. (2015). *Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM* (tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. PROYECTO *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Ministerio de Educación Nacional. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. 2004
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 14 (3): 361-394.
- Posada, F. (2006). *Módulo 2: pensamiento variacional y razonamiento algebraico*. Medellín, Colombia: Editorial Artes y letras Ltda.
- Real Pérez, M. (2013). Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Materiales para el desarrollo curricular de matemáticas de tercero de ESO por competencias, 8. Recuperado de [https://personal.us.es/suarez/ficheros/tic\\_matematicas.pdf](https://personal.us.es/suarez/ficheros/tic_matematicas.pdf)
- Ruiz N., Bosch, M. y Gascón, J. (2010). La algebrización de los programas de cálculo aritmético y la introducción del álgebra en Secundaria. Recuperado de <http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/05/NoemiBoschGascon-CITAD-II-2010.pdf>
- Sánchez, J. (2016). Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos. (Tesis de Doctorado) Recuperado de <http://eprints.ucm.es/40389/1/T38101.pdf>
- [Colombia. MEN. \(2004\). Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Bogotá: Enlace Editores Limitada.](http://eprints.ucm.es/40389/1/T38101.pdf)
- Schoenfeld, A. (2000). Models of teaching process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (3), 45-96. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312399000310>
- SENA. (2003). Manual de estrategias de enseñanza/aprendizaje. Medellín, Colombia.
- Silva, J. (2017). Fortalecimiento De Las Competencias Matemáticas De Comunicación, Representación y Modelación En Los Educandos Del Grado Noveno, De La



Institución Educativa Pablo Correa León, Por Medio De Estrategias Didácticas (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Bucaramanga, Bucaramanga, Colombia.

Tavera F. y Villa-Ochoa, J. (2013). El pensamiento variacional en el estudio de las relaciones trigonométricas: una mirada desde los libros de texto. *Revista Científica*. Edición especial: 316-320. Recuperado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/7058/pdf>

Valenzuela, M. (2012). *Uso De Materiales Didácticos Manipulativos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría* (Tesis de maestría). Universidad de Granada, Granada, España.

Vasco, C. E. (2010). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Recuperado de [http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos\\_publicacoes1/indicacoes\\_01/pensamento\\_variacional\\_VASCO.pdf](http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf)

Vasco, C. E. (2006). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En C. Vasco, *Didáctica de las matemáticas: artículos selectos* (págs. 134 - 148).

Velasco, E. S. (2012). *Uso de Material Estructurado como Herramienta Didáctica para el Aprendizaje de las Matemática* (Tesis de pregrado). Universidad de Valladolid, Valladolid, España.

## Anexos

### Anexo A. Prueba Diagnóstica

# EVALUACIÓN DIAGNOSTICA SISTEMA NÚMÉRICO A-1

DOCENTE: LEONARDO MARTINEZ LOPEZ  
COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA  
2018

Pregunta 1

Im2

¿Cuántos días deberá ahorrar cada uno para completar el dinero para el regalo a su padre?

A. Juan debe ahorrar durante 10 días y Camila durante 6 días.

B. Camila debe ahorrar durante 15 días y Juan durante 15 días.

C. Juan debe ahorrar durante 6 días y Camila durante 4 días.

D. Camila debe ahorrar durante 8 días y Juan durante 8 días.

Juan y Camila son hermanos y van a comprar un regalo a su padre por motivo de su cumpleaños. Para ello, en una alcancía, Camila depositará un billete de \$5.000 diarios, mientras que Juan ahorrará \$3.000 diarios. Si el regalo cuesta \$60.000 y cada uno quiere poner la misma cantidad de dinero.

Pregunta 2

lml3

Luego de realizar una competencia automovilística, se dio a conocer la tabla de la clasificación:

Color	Tiempo recorrido	Vueltas completadas	Posición de la carretera
Carro azul	2 minutos 30 segundos	22	1°
Carro amarillo	2 minutos 43 segundos	20	2°
Carro rojo	2 minutos 40 segundos	17	3°
Carro verde	2 minutos 38 segundos	16	4°
Carro blanco	2 minutos 31 segundos	13	5°

De acuerdo con la anterior tabla, se puede concluir que el criterio para ordenar los carros fue

- A. color.
- B. número de vueltas completadas.
- C. posición al finalizar la competencia.
- D. tiempo empleado en la carrera.

3

Pregunta 3

lml4

La siguiente gráfica muestra la temperatura máxima registrada en un día en ciertas ciudades:

**Temperaturas de las ciudades**

Ciudad	Temperatura (°C)
Bogotá	10
Cali	30
Medellín	20

(°C, es la unidad de medida de temperatura, se lee Grados Celsius)

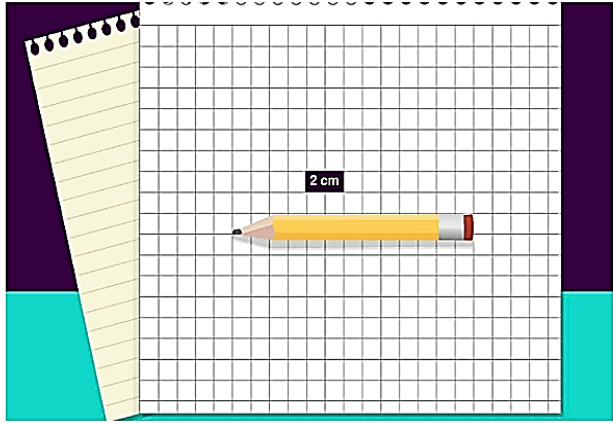
De acuerdo con la anterior gráfica es correcto decir que:

- A. Bogotá tuvo la temperatura más alta de las tres ciudades.
- B. Medellín presentó la temperatura más baja de las tres ciudades.
- C. Bogotá y Medellín presentaron la misma temperatura.
- D. Medellín presentó menor temperatura que Cali.

4

Pregunta 4

lml5 Observa el siguiente dibujo: ¿Cuál es la medida en cm del largo del lápiz?



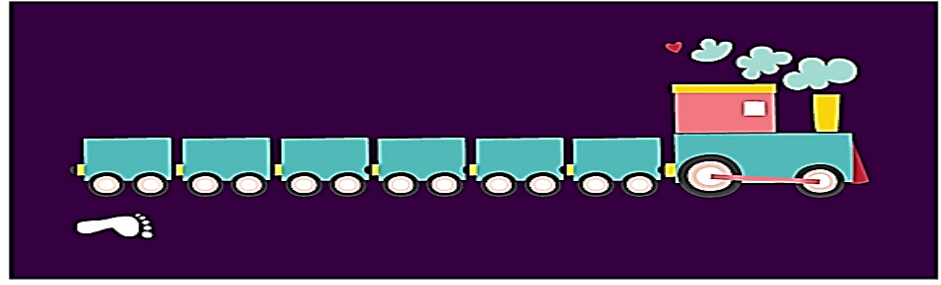
A yellow pencil is shown horizontally on a white grid. A small black box with the text "2 cm" is placed above the pencil, indicating the length of one grid square. The pencil's length spans 7 grid squares.

A. 14 cm  
B. 7 cm  
C. 13 cm  
D. 6 cm y medio

5

Pregunta 5

lml6 Pedrito tiene un tren de juguete y quiere medirlo con sus pies.



A colorful toy train with a red engine and six teal cars is shown on a dark purple background. A white footprint is placed below the train to indicate its length. The train's length is approximately 10 times the length of the footprint.


De acuerdo a la representación gráfica, se puede concluir que el tren mide aproximadamente:

A. 50 pies.  
B. 10 pies.  
C. 5 pies.  
D. 11 pies.

6

Pregunta 6

Im17 17 Gregorio construye bicicletas, automóviles y trenes de madera. Las bicicletas tienen 2 ruedas, los automóviles 4 ruedas y los trenes 8 ruedas. Si Gregorio tiene que entregar un pedido de 6 bicicletas, 3 automóviles y 4 trenes, el número de ruedas que debe construir es:



A. 14  
B. 13  
C. 27  
D. 56

7

Pregunta 7

Im19 19 Observa el puesto de manzanas de Don Joaquín:



Hay una fila de personas esperando que Don Joaquín los alienda. La persona que está en la posición séptima en la fila es:

A. Imagen del señor con la camiseta que tiene un 7 dibujado.  
B. Imagen de la señora con el bebé  
C. Imagen de la niña con su mascota.  
D. Imagen de la señora comiendo helado.

8

Pregunta 8

Im10 Pedro prepara panes que luego empaca en bolsas de 6 panes cada una. Observa lo que preparó hoy.

Hoy he preparado 50 panes.

Pedro empaca la mayor parte de la producción del día. ¿Cuántos panes quedan sin empacar? \_\_\_\_\_

A. 50 panes.

B. 44 panes.

C. 6 panes.

D. 2 panes.

9

Pregunta 9

Im11

Ana en su exposición explica que durante una hora transcurren 60 minutos, y que durante **un minuto** transcurren 60 segundos.

¿Cuántos segundos transcurren en una hora? \_\_\_\_\_

A. 60 segundos

B. 120 segundos

C. 600 segundos

D. 3.600 segundos

10

Pregunta  
10

Im12

La maestra de tercero preguntó a todos sus estudiantes la edad y registró la información en la siguiente tabla:

Género	Edad	
	8 años	9 años
Niños	18	7
Niñas	15	12

A partir de la información presentada, ¿cuántos estudiantes tienen 8 años?

A. 15  
B. 18  
C. 19  
D. 33

11

Pregunta  
11

Im13


¿Cuál de las siguientes sumas da como resultado 3.675?

A.  $3.000+60+70+5$   
B.  $3+60+700+5.000$   
C.  $3.000 + 600 +70 +5$   
D.  $3+6+7+5$

12

Pregunta  
12

Im14



**Parqueadero Doña Lola**

Valor por minuto \$ 40  
Valor día completo \$ 7.000

**Pregunta**

¿Cuántos minutos se estacionó un carro en el parqueadero de Doña Lola, si el valor pagado fue \$2.800?—

A. 28  
B. 60  
C. 70  
D. 112.000

13

Pregunta  
13

Im15



**Parqueadero Doña Lola**

Valor por minuto \$ 40  
Valor día completo \$ 7.000

parqueadero Doña Lola cobran de la siguiente manera:

**Pregunta**

Carlos dejó su carro en el parqueadero por 3 horas y media. ¿Qué es más económico para él, pagar por minutos o pagar el día completo?—

A. Le da igual, porque el valor a pagar por 3 horas y media es el mismo que el valor a pagar por el día completo.

B. Es más económico pagar por minutos, pues permanece en el parqueadero 150 minutos y el valor a pagar es \$6.000.

C. Es más económico pagar el día completo, pues permanece en el parqueadero 210 minutos y pagando por minutos debe pagar \$8.400.







D. Es más económico pagar por minutos, porque una hora tiene 60 minutos y tres horas y media valdrían \$4.800.

14



Pregunta  
14

Im16  
A continuación, se registra la información de los helados que vendió una heladería la semana pasada:

Día	Helados vendidos
Lunes	
Martes	
Miércoles	
Jueves	
Viernes	
Sábado	

■ Indica 5 helados  
■ Indica 10 helados

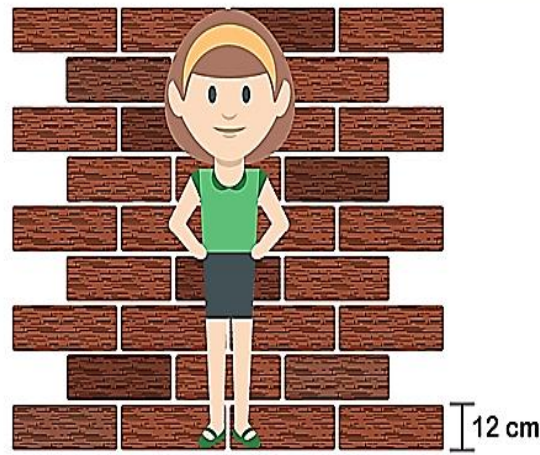
**Pregunta**  
¿Cuántos helados en total se vendieron entre lunes y martes?

A. 7 helados  
B. 45 helados  
C. 70 helados  
D. 100 helados

15

Pregunta  
15

Im17  
Observa la figura.



Figura

¿Cuánto mide la altura de la niña?

A. 12 cm.  
B. 60 cm.  
C. 108 cm.  
D. 120 cm.

16

Pregunta  
16

Im18  
Don Álvaro registró en su planilla la cantidad de huevos que pusieron las gallinas el día lunes. Observa la tabla.

Lunes	
En la mañana	Pusieron 229 huevos.
En la tarde	Pusieron 102 huevos.

Don Álvaro

Tabla

¿Cuántos huevos pusieron las gallinas en total el día lunes?

A. 127  
B. 229  
C. 321  
D. 331

17

Pregunta  
17

Im19  
En la figura, Pajarraco se elevó 235 metros más que Tito. Observa la figura.

¿A cuántos metros de altura se elevó Pajarraco?

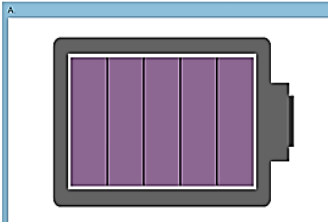
A. 353 metros.  
B. 107 metros.  
C. 113 metros.  
D. 363 metros.

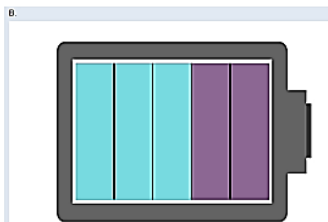
18

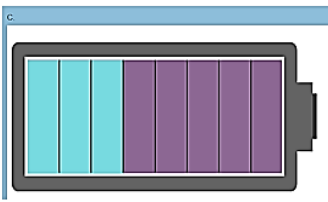
Pregunta  
18

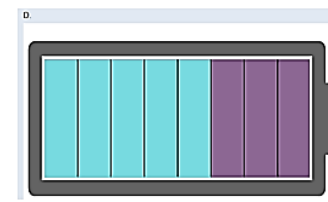
Im20

La batería de un teléfono indica  $\frac{3}{5}$  su carga. ¿Cuál de las siguientes baterías representa esta situación?

A. 

B. 

C. 


D. 

19

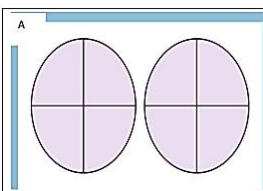
Pregunta  
19

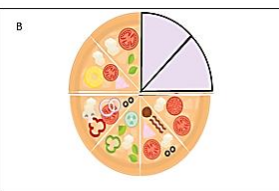
Im21

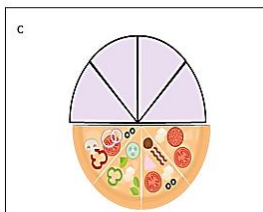
Lee lo que piensa Pedro.

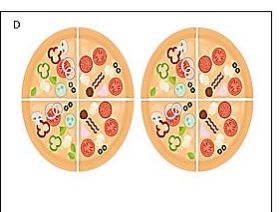
 ¡Umm! Me comeré  $\frac{4}{8}$  de pizza.

¿En cuál opción las partes sombreadas representan la cantidad de pizza que comerá Pedro?

A. 

B. 

C. 

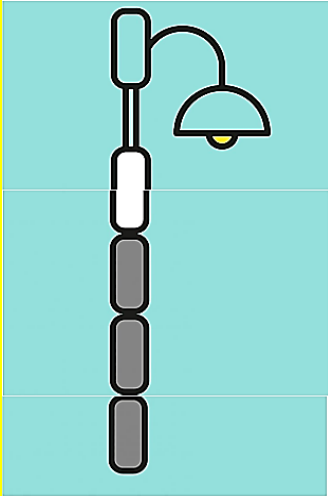
D. 

20

Pregunta  
20

Im123

Un poste de luz se colorea de gris y blanco. Observa la figura.



¿Cuál fracción representa la parte gris en el poste?

A.  $\frac{3}{1}$

B.  $\frac{3}{3}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{3}{7}$

21

Pregunta  
21

Im124

Martina pide un domicilio para cenar con su mejor amiga. Una vez llega el domicilio, recibe la siguiente factura:

Producto	Cantidad	Valor Unitario	Valor a pagar
Porción papas fritas	2	\$3.000	\$6.000
Picada	2	\$6.000	\$12.000
Gaseosa	3	\$1.500	\$4.500
		Total sin impuestos	\$22.500
		Valor impuestos 10%	\$2.250
		Total	\$25.000

Martina se dio cuenta de un error en la factura. En la factura se describe la compra de una gaseosa de más.

Si el total de gaseosas compradas fue 2, ¿cuál es el valor que debe pagar Martina por la compra?

A. 4.500

B. 21.000

C. 23.100

D. 2.100

22

Pregunta  
22

lml25

Luisa compró una torta. Ella se come  $\frac{1}{4}$  de la torta, su mamá  $\frac{1}{2}$  (la mitad) de la torta.



¿Qué parte de la torta le queda a Luisa?

- A.  $\frac{1}{4}$  de torta
- B.  $\frac{2}{6}$  de torta
- C.  $\frac{3}{4}$  de torta
- D.  $\frac{4}{6}$  de torta

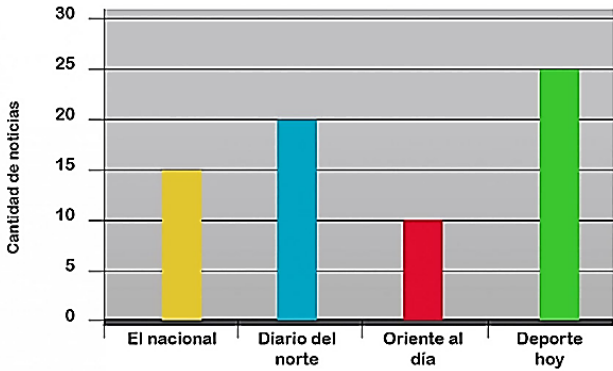
23

Pregunta  
23

lml26

La siguiente gráfica muestra la cantidad de noticias que aparecieron relacionadas con la selección Colombiana de fútbol en algunos periódicos nacionales, durante el mes de febrero:

Cantidad de noticias relacionadas con la selección Colombia



Periódico	Cantidad de noticias
El nacional	14
Diario del norte	19
Oriente al día	9
Deporte hoy	24

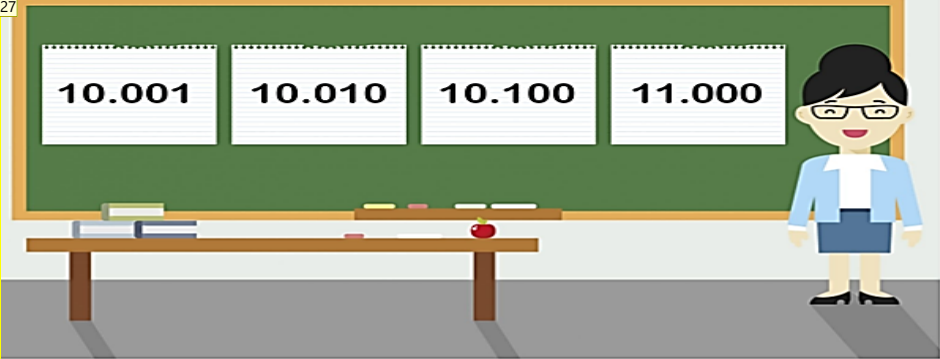
Un reportero desea hacer un informe para lo cual necesita leer todas las noticias publicadas. Si el reportero gasta 5 minutos leyendo cada noticia, ¿cuánto tiempo debe dedicar para leerlas todas?

- A. 125 minutos.
- B. 160 minutos.
- C. 70 minutos.
- D. 350 minutos.

24

Pregunta  
24

lml27



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

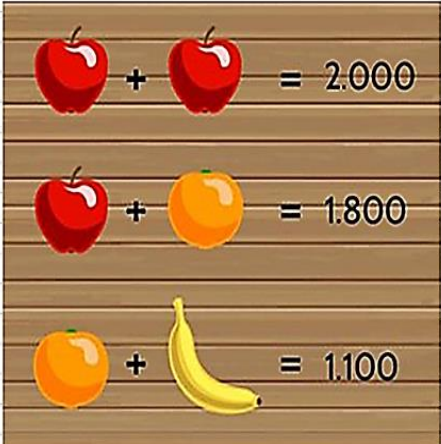
- A. los cuatro números tienen la misma cantidad de decenas.
- B. los cuatro números tienen la misma cantidad de centenas.
- C. los cuatro números tienen la misma cantidad de unidades mil.
- D. los cuatro números tienen la misma cantidad de decenas de mil.

25





Pregunta  
25

lml28

En la siguiente gráfica se muestran los precios que una persona paga por algunas frutas.

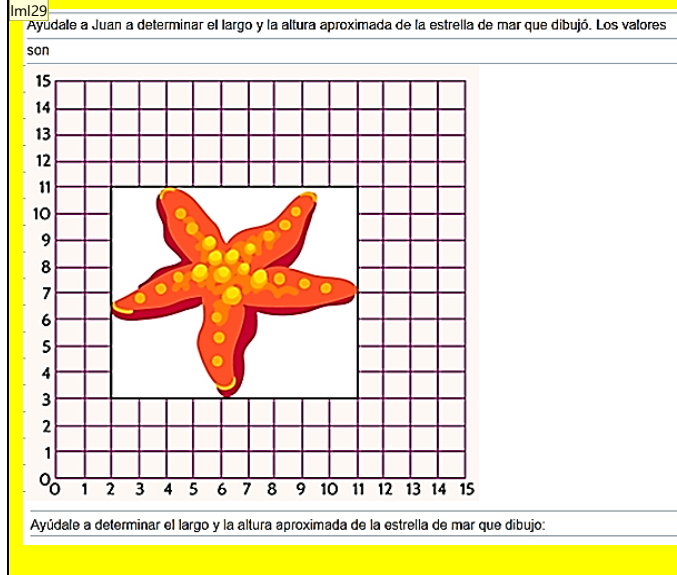


A partir de la información presentada, si se ordenan las frutas de mayor a menor precio, el resultado es:

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

26

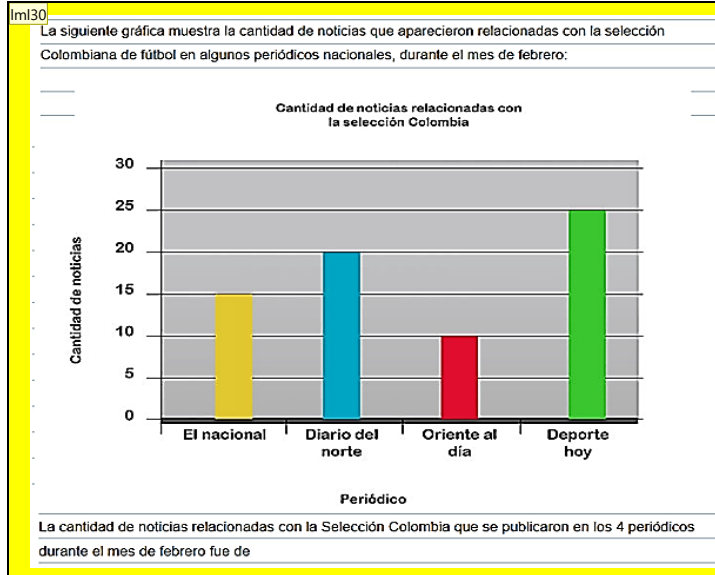
Pregunta  
26



- A. 9 cm y 10 cm.
- B. 11 cm y 10 cm.
- C. 9 cm y 8 cm.
- D. 11 cm y 8 cm.

27

Pregunta  
27



- A. 25 noticias.
- B. 20 noticias.
- C. 70 noticias.
- D. 50 noticias.

28

Pregunta  
28

Im31  
Don Luis ha construido la siguiente tabla para agilizar las cuentas en su papelería.

Cantidad de cuadernos	Precio total
2	1.400
3	2.100
4	2.800
5	3.500

Si Lorena compra 7 cuadernos, ¿Cuánto debe pagarle a Don Luis?

A. 4.200  
B. 9.800  
C. 4.900  
D. 6.300

29

Pregunta  
29

Im32  
Don Luis ha construido la siguiente tabla para agilizar las cuentas en su papelería.

Cantidad de cuadernos	Precio total
2	1.400
3	2.100
4	2.800
5	3.500

Andrés compró dos lápices a \$550 cada uno y tres cuadernos. Una expresión que sirve para calcular cuánto pagó Andrés es:

A.  $2 \times (550 + 3)$   
B.  $(3 + 2) \times 550$   
C.  $(2 \times 550) + 2100$   
D.  $2 \times (550 + 2100)$

30

Pregunta  
30

Im33  
Don Luis ha construido la siguiente tabla para agilizar las cuentas en su papelería.

Cantidad de cuadernos	Precio total
2	1.400
3	2.100
4	2.800
5	3.500

De acuerdo con la información presentada en la tabla se puede decir que

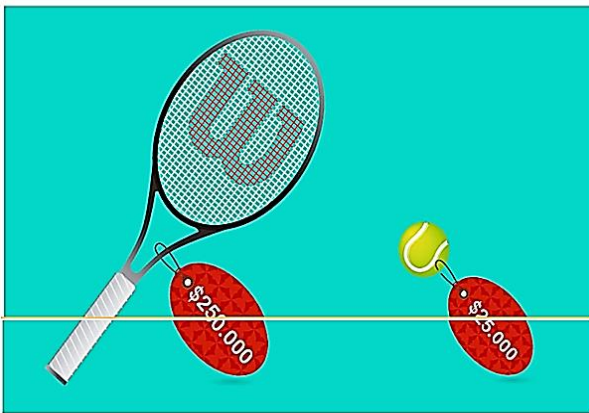
A. cada cuaderno cuesta \$1.400.  
B. seis cuadernos cuestan \$6.300.  
C. un cuaderno cuesta \$700.  
D. seis cuadernos cuestan \$4.900.

31



Pregunta  
31

Im34  
Marlene está ahorrando dinero para comprar implementos deportivos en el Centro Comercial.




Si tiene ahorrado \$ 235.000, ¿cuánto dinero le hace falta para comprar una raqueta y dos pelotas de tenis?

A. \$40.000  
B. \$65.000  
C. \$75.000  
D. \$165.000

32

Pregunta  
32

Im35  
Fabio y su hermana Sandra coleccionan llaveros; Sandra tiene 25 llaveros y Fabio tiene 7 más que su hermana.



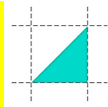
¿Cuántos llaveros tienen entre los dos?

A. 18  
B. 32  
C. 43  
D. 57

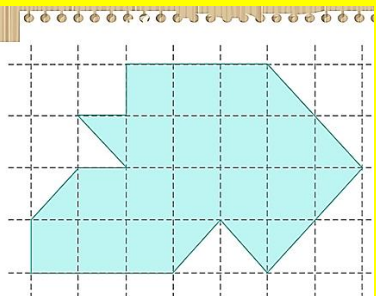
33

Pregunta  
33

Im36  
Con varias piezas como esta



Se construyó la siguiente figura



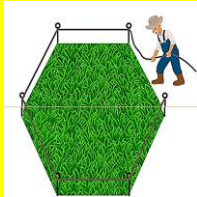
¿Cuántas piezas fueron utilizadas?

A. 19  
B. 23  
C. 38  
D. 46

34

Pregunta  
34

Im137  
Marcos cerca con alambre un jardín en forma de hexágono que tiene todos los lados iguales.



Si cada lado mide 10 m, ¿cuántos metros de alambre utiliza?

- A. 10 m
- B. 16 m
- C. 60 m
- D. 100 m

35

Pregunta  
35

Im138  
La tabla indica la cantidad de estudiantes que utilizan la mano izquierda o derecha para escribir, también muestra la cantidad de niños y niñas del salón de clase.

	Diestros	Zurdos	Total
Hombres	8	6	14
Mujeres	10	6	16

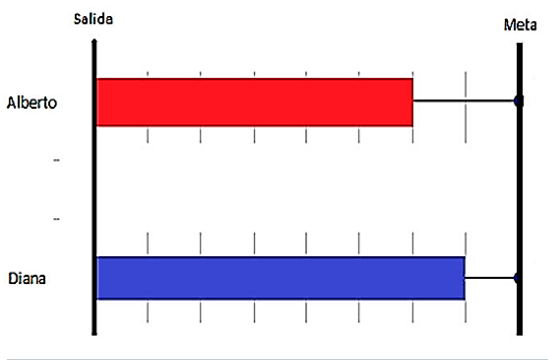
Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

- A.  $\frac{6}{30}$
- B.  $\frac{10}{30}$
- C.  $\frac{16}{30}$
- D.  $\frac{30}{30}$

36

Pregunta  
36

Im139  
Diana y Alberto entrenan para una carrera atlética.



La figura presenta la distancia recorrida en un minuto por cada uno de los deportistas.

Con base en la figura, se puede afirmar que


- A. Diana recorrió menor distancia que Alberto.
- B. a Diana le faltó recorrer un octavo del trayecto para llegar a la meta.
- C. a Alberto le faltó recorrer un tercio del trayecto para llegar a la meta.
- D. Alberto recorrió  $\frac{3}{6}$  del trayecto.

37

Pregunta  
37

lml40

Alfonso debe cancelar \$5.850 por la compra de unos dulces.



¿Cuál de las siguientes opciones NO es correcta para cancelar el valor de los dulces?

- A. 2 billetes de \$2.000; 3 monedas de \$500; 1 moneda de \$200; 1 moneda de \$100 y 1 moneda de \$50.
- B. 1 billete de \$2.000; 4 billetes de \$1.000; 2 monedas de \$500; 4 monedas de \$200 y 1 moneda de \$50.
- C. 1 billete de \$5.000; 4 monedas de \$200 y 1 moneda de \$50.
- D. 1 billete de \$2.000; 3 billetes de \$1.000; 3 monedas de \$200; 2 monedas de \$100 y 1 moneda de \$50.

38

Pregunta  
38

lml42

**Los múltiplos del litro en el decilitro, el centilitro y el mililitro**

**1L = 10 dl**      **1L = 100 cl**      **1L = 1.000 ml**

A partir de la información presentada es correcto afirmar que para pasar de

- A. l a dl se tiene que multiplicar por 10.
- B. l a cl se tiene que multiplicar por 1.000.
- C. ml a l se tiene que dividir entre 10.
- D. cl a l se tiene que multiplicar por 100.

39

Pregunta  
39

Im43

Beethoven, un músico famoso, distribuía el tiempo de cada día en varias actividades. El gráfico muestra la proporción de tiempo en cada una.

Actividad	Proporción
Dormir	34%
Trabajo creativo	33%
Entretención	21%
Ejercicio	8%
Otras actividades	4%

■ Dormir ■ Trabajo creativo ■ Entretención ■ Ejercicio ■ Otras actividades

A. Beethoven gastaba la mitad del tiempo de "otras actividades" en ejercicio.

B. Beethoven gastaba casi la misma cantidad de tiempo en dormir que en su trabajo creativo.

C. La mayor parte del día, Beethoven se dedicaba a entretenerse.

D. Dormir y trabajar creativamente ocupan la mayor parte del tiempo de Beethoven.

40

Pregunta  
40

Im44

Diana tiene tres fichas y con ellas construye todos los números de tres cifras posibles.

¿Cuántos números diferentes construyó Diana?

A. 6

B. 9

C. 18

D. 27

41

Pregunta  
41

Im45

En un campeonato de fútbol concursan los equipos A, B y C y sólo se premia a los dos primeros lugares.  
¿Qué tabla muestra todas las combinaciones posibles de primer y segundo lugar?

A. Hay 2 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	B
B	C

B. Hay 3 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	B
B	C
C	A

C. Hay 6 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	B
A	C
B	A
B	C
C	A
C	B

D. Hay 9 formas posibles:

1º puesto	2º puesto
A	A
A	B
A	C
B	A
B	B
A	C
C	A
C	B
C	C

42

Pregunta  
42

Im46

Diana tiene tres veces la cantidad de fichas que tiene Andrés, Jaime tiene la mitad de fichas que Diana y Andrés tiene 8 fichas. ¿Cuántas fichas tiene Jaime?

A. 12

B. 20

C. 24

D. 36

43

Pregunta  
43

Im47

Miguel calculó la edad promedio de los 30 estudiantes del grado que cursa. Si el promedio de edad es 13 años, ¿cuál es el total de la suma de las edades de los 30 estudiantes?

A. 390 años

B. 300 años

C. 30 años

D. 13 años

44

Pregunta  
44

lmi51

**Los niveles de lluvia en Colombia**

En Colombia los niveles de lluvia son variables con promedios que van desde los 500 mm anuales en la Guajira (muy seco), hasta los 12.000 mm anuales en algunas regiones del Chocó (extremadamente lluvioso). En la región Caribe las lluvias registran niveles entre 500 y 2.000 mm al año, siendo zonas secas en el país. Los Llanos Orientales y la Orinoquía presentan niveles variables de precipitación que pueden ir desde los 1.500 mm hasta los 3.500 mm al año; mientras que en la Amazonía existen registros de 3.000 mm a 4.000 mm anuales.

Adaptado de: <http://comunidadplanetaazul.com/agua/sabias-que/los-niveles-de-lluvia-en-colombia/>

Con base en la información de la lectura, 6.000 mm de lluvia al año, ¿a qué región corresponde?

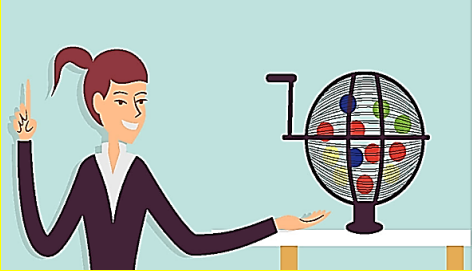
- A. seca
- B. extremadamente lluviosa
- C. extremadamente seca
- D. moderadamente lluviosa

45

Pregunta  
45

lmi52

Daisy tiene una tómbola con 3 bolas de color amarillo, 2 azules, 5 rojas y 2 verdes.



¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bola, ésta sea de color amarillo?

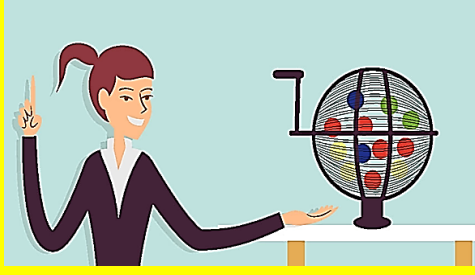
- A.  $\frac{9}{12}$
- B.  $\frac{3}{12}$
- C. 3
- D. 4

46

Pregunta  
46

Im153

Daisy tiene una tómbola con 3 bolas de color amarillo, 2 azules, 5 rojas y 2 verdes.



Es correcto afirmar que sacar una bola...

- A. sacar una bola roja es menos probable que sacar una bola azul.
- B. sacar una bola verde es menos probable que sacar una bola azul.
- C. sacar una bola azul es más probable que sacar una bola amarilla.
- D. sacar una bola amarilla es más probable que sacar una bola azul.

47

Pregunta  
47

Im154



Medalla

¿Cuánto mide cada lado de la medalla?

- A. 5 cm.
- B. 4 cm.
- C. 3 cm.
- D. 2 cm.

48

Pregunta  
48

Im155

Una empresa de enlatados tiene tres puntos de fabricación. Observa la tabla.

Zona	Número de productos elaborados
Punto de fabricación I	200
Punto de fabricación II	350
Punto de fabricación III	650

¿Cuál es el número promedio de productos que se elaboraron en los 3 puntos de fabricación?

- A. 4 productos.
- B. 400 productos.
- C. 1.200 productos.
- D. 3.600 productos.

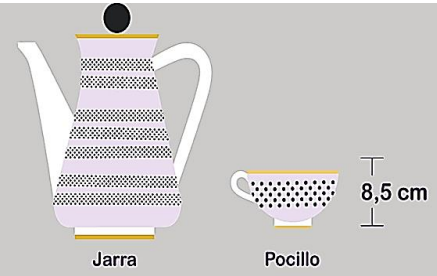
49

Pregunta  
49

Im158

El pocillo tiene 8,5 cm de altura, y la altura de la jarra es 3 veces la altura del pocillo.

Observe la figura.



Jarra                      Pocillo

8,5 cm

¿Cuál es la altura de la jarra?

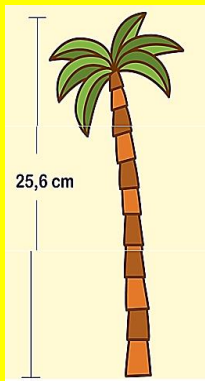
- A. 27,5 cm.
- B. 25,5 cm.
- C. 24,15 cm.
- D. 20,15 cm.

50

Pregunta  
50

Im159

En la figura, la altura de la palmera es 25,6 metros.



25,6 m

Si otra palmera mide exactamente la mitad de la altura de la palmera de la figura, ¿cuánto mide la otra palmera?


- A. 13,8 metros.
- B. 12,7 metros.
- C. 12,8 metros.
- D. 12,3 metros.

51

Pregunta  
51

Im160

De la canasta con frutas de la figura,  $\frac{1}{4}$  son manzanas; y de esta cantidad de manzanas  $\frac{3}{5}$  son rojas.



Del total de frutas que hay en la canasta, ¿qué fracción son manzanas rojas?

- A.  $\frac{3}{20}$
- B.  $\frac{17}{20}$
- C.  $\frac{5}{12}$
- D.  $\frac{6}{7}$

52



Pregunta  
52

lmi61

Ana tiene una manguera para regar su jardín. Observa la figura.



Si la manguera de Ana mide 10 metros, ¿Cuántos centímetros mide la manguera?


- A. 10.000
- B. 1.000
- C. 100
- D. 10

53

Pregunta  
53

lmi62

En la figura, observa el paquete de comida para perros que compró Julia.



¿Cuántas libras de comida tiene el paquete?

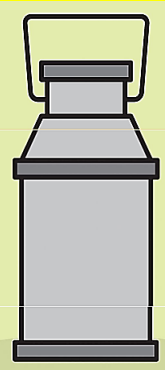
- A. 2 libras.
- B. 4 libras.
- C. 6 libras.
- D. 8 libras.

54

Pregunta  
54

lmi63

La cantina de la figura tiene 40.000 mililitros de leche.



¿Cuántas botellas de 1 litro se llenan con la leche de la cantina?

- A. 4 botellas.
- B. 40 botellas.
- C. 400 botellas.
- D. 4.000 botellas.

55

Pregunta  
55

Im164

En una encuesta se les preguntó a 360 personas qué medio de transporte prefería. La gráfica muestra los porcentajes de elección.

Medio de transporte	Porcentaje
Planeta	18%
Bicicleta	50%
Patines	30%

¿Cuántas personas prefieren la bicicleta?

- A. 180 personas.
- B. 120 personas.
- C. 60 personas.
- D. 30 personas.

56

Pregunta  
56

Im165

Observa la figura y lee lo que dicen los niños.

¡Hola! soy Paola y tengo 6 años de edad.

¡Hola! soy Luis y tengo 18 años de edad.

Teniendo en cuenta la información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A. Luis tiene el triple de la edad de Paola.
- B. Paola tiene el triple de la edad de Luis.
- C. Luis tiene el doble de la edad de Paola.
- D. Paola tiene el doble de la edad de Luis.

57

Pregunta  
57

Im166

Observa los caballos competidores de la próxima carrera y lee lo que dice Martín.

Caballo 1 Caballo 2 Caballo 3 Caballo 4 Caballo 5 Caballo 6

Apostaré por 2 caballos participantes de la carrera; por ello, tengo  $\frac{2}{6}$  de posibilidad de ganar.

Martín



De acuerdo con las palabras de Martín, ¿qué significa  $\frac{2}{6}$  en su afirmación?

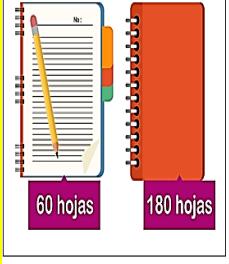
- A. Que de 6 caballos participantes, ganarán 2.
- B. Que de 6 caballos participantes, perderán 2.
- C. Que de 6 caballos participantes, podrá ganar uno de los 2 caballos por los que él apostó.
- D. Que de 6 caballos participantes, no ganará ninguno de los 2 caballos por lo que él apostó.

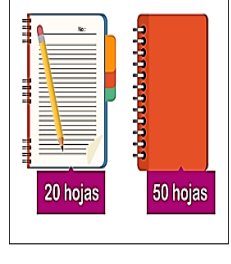
58


Pregunta  
58

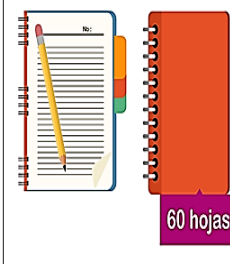
Im167

Una agenda  tiene la tercera parte de las hojas de un cuaderno . ¿Cuál opción representa correctamente esta situación?

 60 hojas 180 hojas

 20 hojas 50 hojas

 20 hojas


 60 hojas

59

Pregunta  
59

Im168

Hay 9 vasos sobre la mesa, 3 de ellos tienen un premio. Observa la figura.



¿Cuál es la probabilidad de ganar un premio al escoger uno de los vasos?

A.  $\frac{1}{9}$

B.  $\frac{3}{9}$

C.  $\frac{6}{9}$

D.  $\frac{9}{9}$

60

Anexo B. Prueba diagnóstica de Pensamiento Variacional Integrada (3, 5 y 9)

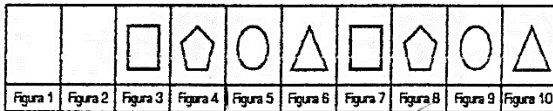
17 / 21 (8)

COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA 901

Estudiante: Ximena Solano H.  
 PRUEBA PRESABERES P. VARIACIONAL 901.

Pregunta 1

En la siguiente secuencia faltan las 2 primeras figuras. Observa.



¿Cuáles son las 2 primeras figuras de la secuencia?



Pregunta 2.

Los niños de grado tercero asignaron figuras distintas a los números 100, 10 y 1, así:



Usando la asignación anterior, un niño dibujó



¿Qué número se representa en el dibujo?

- A. 423
- B. 342
- C. 432
- D. 324

Pregunta 3

Observa el turno que le corresponde a cada paciente, según el orden de llegada a un centro médico.



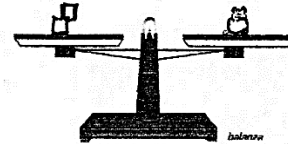
¿A cuál paciente le corresponde el



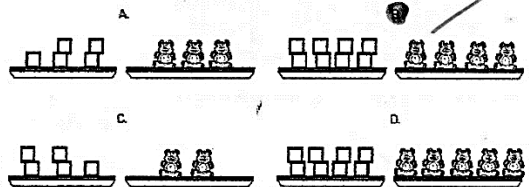
- A. Al paciente 4.
- B. Al paciente 5.
- C. Al paciente 10.
- D. Al paciente 20.

Pregunta 4

Para equilibrar la balanza, Daniel utiliza 2 fichas por cada oso de peluche. Observa.



¿En cuál de las siguientes opciones la balanza también quedaría equilibrada?



Pregunta 5

La tabla muestra los puntos obtenidos por 3 estudiantes en clase de matemáticas y la cantidad de caritas que representan los puntos ganados.

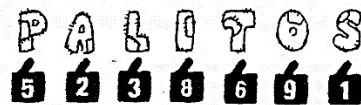
Estudiante	Puntos	Cantidad de caritas ganadas
Carrilo	15 puntos	
Daniel	10 puntos	
Laura	20 puntos	

¿Cuántos puntos representan una carita?

- A. Cuatro puntos.
- B. Cinco puntos.
- C. Nueve puntos.
- D. Quince puntos.

Pregunta 6

A continuación se muestra el número asignado a algunas letras del abecedario.

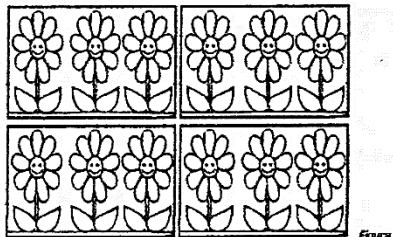


¿Cuáles son los números asignados a las letras de la palabra SOPA?

- A. B.   
 C. D.

**Pregunta 7**

La profesora de grado tercero indica que la cantidad de flores que se presentan en la figura se puede expresar como  $4 \times 3$ .



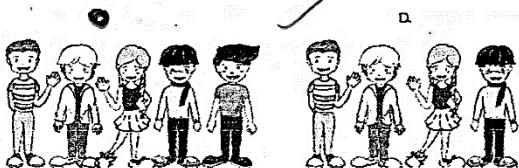
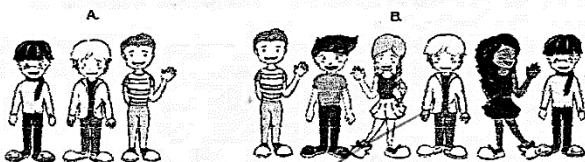
Figura

Otra expresión que representa la cantidad de flores que hay en la figura es

- A.  $8 \times 8$
- B.  $2 \times 8$
- C.  $3 \times 2$
- D.  $3 \times 3$

**Pregunta 8**

En una fiesta se repartieron 15 postres entre los invitados. Si cada invitado se comió 3 postres, ¿cuál grupo representa el total de invitados que asistió a la fiesta?



**Pregunta 9**

En la tabla se nombran los primeros cuatro participantes clasificados en una competencia de ciclismo, por llegar a la meta en el menor tiempo.

Participante	Tiempo (segundos)
Ana	31,2
Víctor	30,5
Carlos	31,0
Diana	32,0

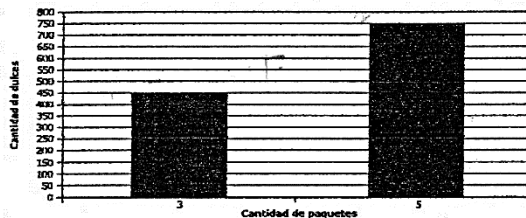
Tabla

¿Quién clasificó en el primer lugar?

- A. Ana.
- B. Víctor.
- C. Carlos.
- D. Diana.

**Pregunta 10**

En la gráfica aparece información de la cantidad de dulces que contienen 3 y 5 paquetes.



Gráfica

Si cada paquete contiene la misma cantidad de dulces, ¿cuántos dulces hay en 4 paquetes?

- A. 450
- B. 500
- C. 600
- D. 850

**Pregunta 11**

A un entrenamiento de basketbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos (ver figura)



Equipo 1

Figura

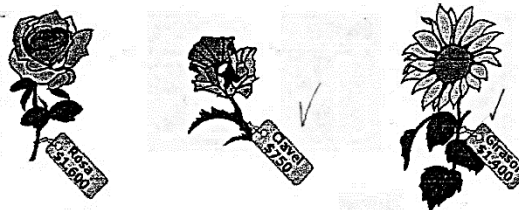
Equipo 2

Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?

- A. 3
- B. 4
- C. 8
- D. 9

**Pregunta 12**

Sandra compró flores para armar un ramo con 2 girasoles, 2 claveles y 1 rosa. Estos son los precios de cada flor:



¿Qué operación debe realizar Sandra para saber cuánto le cuesta el ramo?

- A.  $1.600 + 1.400 + 750$
- B.  $2 \times (1.600 + 1.400 + 750)$
- C.  $2 + 1.600 + 2 + 1.400 + 1 + 750$
- D.  $(2 \times 1.400) + (2 \times 750) + 1.600$

**Pregunta 13**

Observa la secuencia de números:

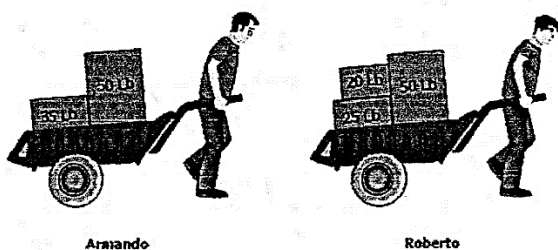
15, 12, 9, 6, 3...

¿Cuál es el número que sigue en la secuencia después del 3?

- A. 0
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**Pregunta 14**

Armando y Roberto usan carretas para llevar cargas de un lugar a otro. El peso de cada carga se muestra en la figura.



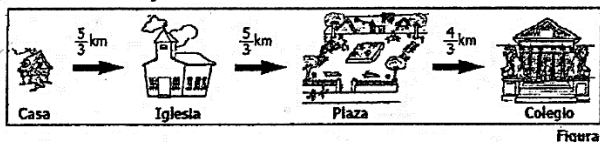
Figura

La carga de Roberto es mayor que la de Armando, porque

- A. 20 libras es mayor que 0 libras.
- B. 25 libras es mayor que 20 libras.
- C. 50 libras es mayor que 35 libras.
- D. 45 libras es mayor que 35 libras.

**Pregunta 15**

Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por la plaza. Las distancias que debe recorrer se muestran en la figura.



Figura

En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio?

- A.  $\frac{4}{3}$  km.
- B.  $\frac{9}{3}$  km.
- C.  $\frac{10}{3}$  km.
- D.  $\frac{14}{3}$  km.

**Pregunta 16**

Un número perfecto es un número natural igual a la suma de sus divisores sin incluirse él mismo. Por ejemplo, 6 es un número perfecto porque  $6 = 1+2+3$ .

Los divisores de 28 son 1, 2, 4, 7, 14 y 28. ¿Por qué 28 es un número perfecto?

- A. Porque  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ .
- B. Porque  $28 = 7 + 7 + 7 + 7$ .
- C. Porque  $28 = 4 \times 7$ .
- D. Porque  $28 = 2 \times 2 \times 7$ .

**Pregunta 17**

En una promoción se ofrece un artículo por \$119.990. Como la moneda de más baja denominación es \$50, el almacén indica a sus vendedores las siguientes condiciones:

- I. Si el cliente compra menos de 5 unidades, se le cobra cada artículo a \$120.000.
- II. Si el cliente compra 5 unidades o más, se le cobra cada unidad del artículo a \$119.950.

Cada unidad del artículo comprada

- A. cuesta \$10 más con la condición I.
- B. cuesta \$10 menos con la condición II.
- C. cuesta \$40 menos con la condición I.
- D. cuesta \$40 más con la condición II.

**Pregunta 18**

Dos cursos de noveno grado (901 y 902) participan en un concurso de reciclaje, cuyo reto consiste en recolectar la mayor cantidad de kilogramos de periódico. El curso 901 no ha comenzado a recolectar aún periódico, mientras que el curso 902 ya tiene 30 kg recolectados. A partir de este momento, los estudiantes de 901 deciden recolectar 6 kg cada día, al notar que a partir de ahora, los de 902 recogerán 4 kg diariamente.

¿Cuántos kilogramos de periódico ha recolectado cada curso el día en que ambos cursos alcanzan la misma cantidad de periódico?

- A. 30 kilogramos.
- B. 45 kilogramos.
- C. 54 kilogramos.
- D. 90 kilogramos.

**Pregunta 19**

El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

Término	1	2	3	4	5	...
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:

- A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.
- B. Se duplican numerador y denominador, término a término.
- C. Se triplican numerador y denominador, término a término.
- D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, término a término.

## COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA

### Pregunta 20

Un ingeniero tiene a cargo la construcción de 8,5 km de carretera, de la cual ha construido dos tramos de 1,6 km y 5 km, respectivamente. Para determinar la cantidad de kilómetros que faltan por construir, se proponen las siguientes estrategias:

- I. Calcular la diferencia entre los dos tramos construidos y restarla de 8,5 km.
- II. Sumar las tres cantidades suministradas.
- III. Sumar los dos tramos construidos y restar de 8,5 km el resultado.

La opción que contiene la estrategia o estrategias que permiten determinar la cantidad que falta construir es

- A. I y III únicamente.  
B. II únicamente.  
C. I y II únicamente.  
 D. III únicamente.

### Pregunta 21



Los siguientes son criterios para determinar si un número es divisible o no por 2 y por 3:


- Un número es divisible por 2 si termina en un número par.
- Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Por ejemplo, 621 es divisible por 3 porque al sumar sus cifras ( $6 + 2 + 1$ ), el resultado es 9, que es múltiplo de 3.

Ahora, un número es divisible por 6 si cumple las condiciones para que sea divisible por 2 y por 3. Según la información anterior, una razón correcta para determinar si 1.036 será divisible o no por 6 es:



- A. No es divisible por 6, ya que tiene dos cifras que no son pares, 1 y 3.  
B. Sí es divisible por 6, pues su última cifra es 6 y, por ende, múltiplo de 6.  
C. No es divisible por 6, porque la suma de sus cifras es 10, que no es múltiplo de 3.  
 D. Sí es divisible por 6, porque el último dígito es par y también es múltiplo de 3.

## Anexo C. Diario Pedagógico

	<b>COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA</b> “En Colija, todos sumamos para la excelencia”	
<b>DIARIO PEDAGÓGICO</b>		
<b>TÍTULO DEL PROYECTO</b>	<b>SECUENCIA DIDÁCTICA MEDIADA CON TIC PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN EL GRADO NOVENO DEL COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA DEL MUNICIPIO DE CÚCUTA</b>	
<b>DOCENTE</b>	<b>LEONARDO GEINER MARTINEZ LOPEZ</b>	
<b>SEMANA 1</b>	<b>22 – 26 Enero</b>	
<b>OBJETIVO</b>	<b>Bienvenida</b>	

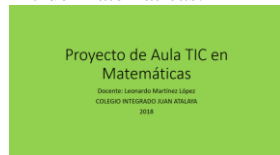
CONTEXTO	DESCRIPCIÓN	ANÁLISIS
<p>Primera semana de clases. Se reciben los cursos con su respectivo titular.</p>	<p>En el coliseo el coordinador de la jornada llama a cada uno de los integrantes del curso 901.</p> <p>Sale el curso con su titular</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La participación fue espontánea, la comunicación respetuosa.</li> <li>• El grupo en su mayoría tiene continuidad y existe familiaridad entre los integrantes.</li> <li>• Para una mayoría la idea de las matemáticas, es el docente que se dedica a explicar en el tablero y que pocos le entienden.</li> </ul>
	<p>El titular los lleva al aula asignada y realiza una dinámica para la respectiva presentación.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dinámica: Cada estudiante se ponía de pie, decía su nombre, declaraba que animal que le gustaba y ¿por qué?</li> <li>2. Al siguiente encuentro, define en consenso el estudiante responsable de la promoción del orden y el aseo. Por votación fue escogida Natalia Cruz.</li> <li>3. Se socializa manual de convivencia.</li> <li>4. Se indaga por sus sentimientos hacia las matemáticas.</li> </ol>	<p style="text-align: center;"><b>REFLEXIÓN PEDAGÓGICA</b></p> <p>En el grupo se evidencia un positivo ambiente de expectativa por parte de los estudiantes.</p>



	<b>COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA</b> “En Colija, todos sumamos para la excelencia”	
<b>DIARIO PEDAGÓGICO</b>		
<b>TÍTULO DEL PROYECTO</b>	<b>SECUENCIA DIDÁCTICA MEDIADA CON TIC PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN EL GRADO NOVENO DEL COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA DEL MUNICIPIO DE CÚCUTA</b>	
<b>DOCENTE</b>	<b>LEONARDO GEINER MARTINEZ LOPEZ</b>	
<b>SEMANA 2</b>	<b>29 ENERO – 2 FEBRERO</b>	
<b>OBJETIVO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Socializar del Proyecto de Tabletas para Educar del MEN y MINTIC.</li> <li>• Socializar Programa de Excelencia Docente.</li> <li>• Socializar el proyecto de investigación con los estudiantes de grado noveno 901.</li> <li>• Aplicar prueba diagnóstica de pre-saberes de matemática.</li> </ul>	

CONTEXTO	DESCRIPCIÓN	ANÁLISIS
----------	-------------	----------

Se lleva el grupo al aula Tic de Matemáticas.



Se socializan los proyectos propuestos.



Se definen las normas para el uso de las tabletas.



En el aula asignada para el curso 901, el docente saluda a los estudiantes, Toma lista, Explica el motivo de por qué se van a desplazar y sale con el grupo de estudiantes.

Valiéndose del video beam, un pc y el telón del tablero digital se proyecta en presentación PowerPoint, con información oficial de los proyectos y programas planeados para esta semana.

Se socializan mediante presentación en PowerPoint los proyectos del MEN, MINTIC y el respaldo de la Rectoría; haciendo énfasis en que esos recursos públicos son esfuerzos gubernamentales e institucionales para mejorar la educación. Que debía darse el reconocimiento y que depende de cada uno de nosotros que esos dineros invertidos realmente produzca el resultado esperado.

Los estudiantes escriben en su cuaderno el decálogo de las buenas prácticas de las tabletas. Se comprometen en hacer firmar a sus padres, donde los padres se dan por enterados y firman como responsables.



¿Qué es Sostenibilidad?



Es la capacidad de existir, aguarar o permanecer. Cuidad por la que un elemento, sistema o proceso, se mantiene activo en el transcurso del tiempo



La socialización del proyecto y el reconocimiento a cada programa del MEN, MINTIC y Rectoría considero es darles a los estudiantes un ejemplo de lo que significa valorar los esfuerzos gubernamentales e institucionales para que ellos reciban una mejor educación.

Se hizo énfasis en la necesidad de reconocer que esos recursos les pertenecían a todos los otros estudiantes que también llegarían al aula y por ese motivo es importante cuidar y proteger el recurso

**REFLEXIÓN PEDAGÓGICA**  
 Es cierto que estamos iniciando el año escolar y los estudiantes están a la expectativa. La actividad fue más informativa que de participación. Sin embargo, considero importante definir las reglas de juego desde el principio, reconocer como fue posible el aula TIC en matemáticas, por la participación de los entes gubernamentales y administrativos del colegio pienso que hace parte de los valores ciudadanos.

	<b>COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA</b> “En Colija, todos sumamos para la excelencia”	
<b>DIARIO PEDAGÓGICO</b>		
<b>TÍTULO DEL PROYECTO</b>	<b>SECUENCIA DIDÁCTICA MEDIADA CON TIC PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN EL GRADO NOVENO DEL COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA DEL MUNICIPIO DE CÚCUTA</b>	
<b>DOCENTE</b>	<b>LEONARDO GEINER MARTINEZ LOPEZ</b>	
<b>SEMANA 3</b>	<b>5 - 9 FEBRERO</b>	
<b>OBJETIVO</b>	<b>Evaluación Diagnóstica (Aplicación)</b>	

CONTEXTO	DESCRIPCIÓN	ANÁLISIS
<p>Dentro de los lineamientos institucionales, se definieron dos semanas de clases para aplicar una prueba diagnóstica y en base a los resultados aplicar un plan de refuerzo académico.</p> <p>Actualmente estoy afinando mi proyecto de maestría, con el cual busco diseñar una propuesta pedagógica para fortalecer el pensamiento variacional de los estudiantes de noveno grado. Veo la oportunidad de iniciar también en ese sentido la prueba diagnóstica dentro del marco de estas dos semanas. Pero independiente, al primer diagnóstico.</p>	<p>Fueron seleccionadas cincuenta y nueve preguntas de la prueba supérate con el saber 2017 en matemáticas. Estas preguntas obedecen a los saberes que usualmente más presentan dificultades en la secundaria. Pero se buscaron al nivel de tercero y quinto de la básica primaria.</p> <p>Una de las dificultades de un tipo de evaluación de estas características, es la cantidad de fotocopias que se necesitan y además los costos que pueden significar. Entonces, se usaron las tabletas para que soportara la prueba en PowerPoint. Se imprimió un formato para que los estudiantes, marcaran en el la respuesta seleccionada.</p>	<p>La prueba con las tabletas funciono relativamente bien. Cabe agregar que el año anterior en el trabajo de pilotaje se aplicaron otras pruebas con la misma característica. Pero para este grupo fue necesario un acompañamiento más arduo al principio, porque no estaban familiarizados con las tabletas, menos con el estilo de prueba y las preguntas eran al mismo tiempo.</p> <hr/> <p style="text-align: center;"><b>REFLEXIÓN PEDAGÓGICA</b></p> <p>Calificar la prueba fue muy engorroso. Los resultados evidencian fallas en las tablas de multiplicar, divisiones, falta de fogueo con preguntas de ese estilo, dificultades en comprensión lectora.</p>

Anexo D. Instrumento de Evaluación de Cierre en Pensamiento Variacional Numérico

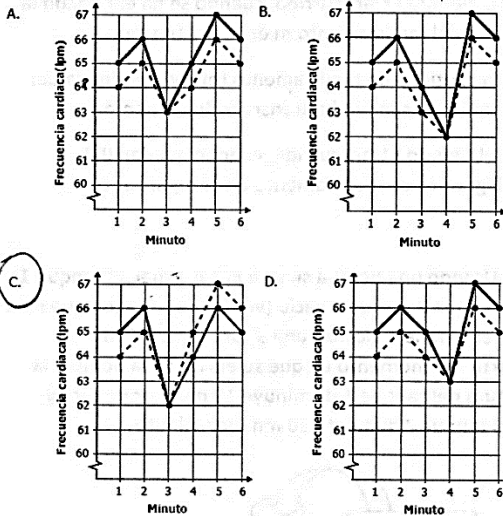
COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA

Estudiante: Juan David Pineda Suarez PRUEBA DE CIERRE PENSAMIENTO VARIACIONAL

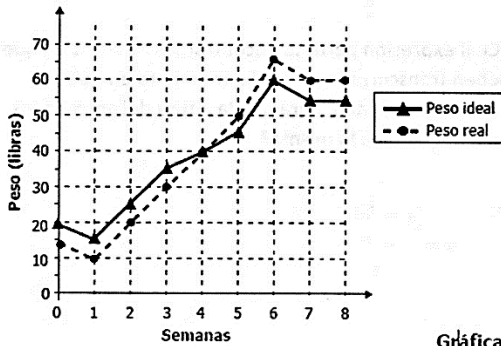
1. La tabla muestra la frecuencia cardiaca, medida en latidos del corazón por minuto (lpm) de Pedro y Claudia, durante 6 minutos.

Minuto	1	2	3	4	5	6
Frecuencia cardiaca de Pedro (lpm)	64	65	62	65	67	66
Frecuencia cardiaca de Claudia (lpm)	65	66	62	64	66	65

¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la frecuencia cardiaca de Pedro y Claudia durante los 6 minutos?



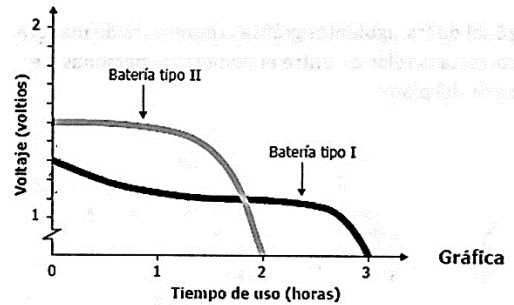
2. La gráfica representa las variaciones en el peso ideal y el peso real (en libras), de un animal, durante sus 8 primeras semanas de vida.



¿En qué semana, el peso real del animal fue igual al peso ideal?

- A. 1
- B. 4**
- C. 6
- D. 8

3. En la gráfica se representa el cambio del voltaje de dos tipos de baterías (I y II) en función del tiempo, cuando estas se usan continuamente.

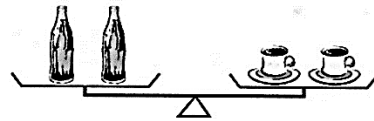


¿Cuáles son los voltajes iniciales (en voltios) de las baterías tipo I y tipo II?

- A. 0,5 y 0,7 respectivamente.
- B. 1,3 y 1,5 respectivamente.**
- C. 2 y 3 respectivamente.
- D. 4 y 6 respectivamente.

4. La balanza de la figura está en equilibrio.

La ecuación  $2(x + y) = 2z$ , donde  $x$  corresponde a la masa de cada plato,  $y$  a la masa de cada pocillo y  $z$  a la masa de cada botella, representa la situación.



Figura

¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

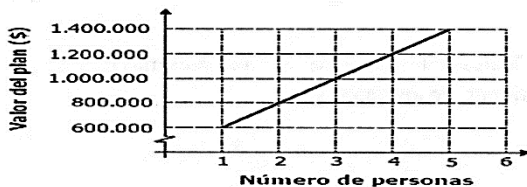
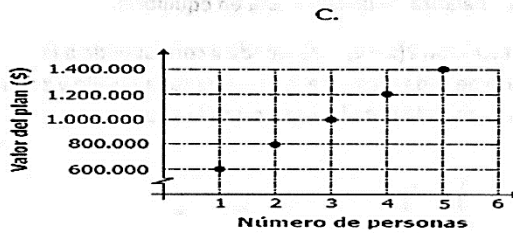
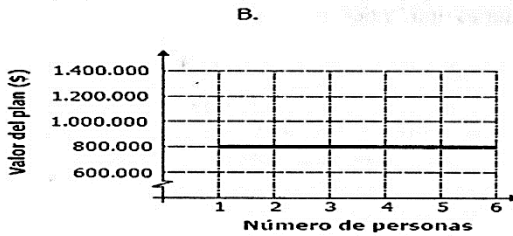
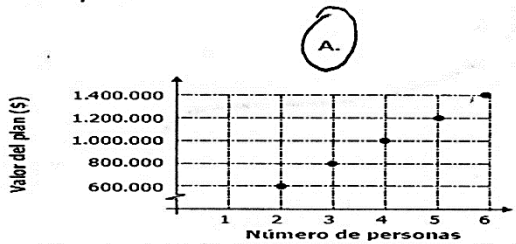
- A.  $x = 20, y = 15$  y  $z = 35$
- B.  $x = 40, y = 10$  y  $z = 30$
- C.  $x = 35, y = 15$  y  $z = 20$
- D.  $x = 30, y = 40$  y  $z = 10$**

COLEGIO INTEGRADO JUAN ATALAYA

5. Una agencia de turismo ofrece los siguientes precios para viajes a un determinado destino, de acuerdo con el número de personas que tomen conjuntamente el plan.

Número de personas	Valor del plan (\$)
2	600.000
3	800.000
4	1.000.000
5	1.200.000
6	1.400.000

¿Cuál de las siguientes gráficas representa de manera correcta la relación entre el número de personas y el valor del plan?



6. Cuando se toma una cantidad  $m$  de un medicamento, el organismo tarda un determinado tiempo en eliminarlo progresivamente.

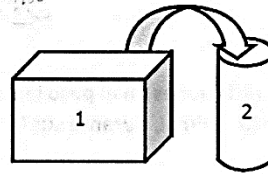
La expresión  $y = m \cdot 0,8^t$  permite calcular la cantidad de medicamento  $y$ , en miligramos, que queda en el organismo, transcurrido un periodo de tiempo  $t$ , en horas, desde que una persona toma el medicamento.

De acuerdo con la información anterior, la expresión

$\frac{1}{2}m = m \cdot 0,8^t$  permite calcular

- A) la cantidad de medicamento  $y = 0,8$  que queda en el organismo, cuando ha transcurrido un tiempo  $t$ .
- B. el tiempo  $t$  transcurrido, cuando se ha eliminado la mitad del medicamento  $m$  en el organismo.
- C. la cantidad de medicamento  $(m - y)$  eliminada del organismo, cuando ha transcurrido un tiempo  $t$ .
- D. el tiempo  $t$  transcurrido, cuando quedan 0,8 miligramos de medicamento en el organismo.

7. Usando una bomba se va a pasar agua del tanque 1 al tanque 2 que está vacío (ver figura). El agua que está en el tanque 1 alcanza una altura de 1.200 mm. A partir del momento en que se enciende la bomba, la altura del tanque 1 disminuye 10 mm por minuto y la del tanque 2 aumenta 50 mm por minuto.



Figura

¿Cuál expresión permite encontrar los minutos ( $x$ ) que deben transcurrir, a partir del momento en que se enciende la bomba, para que la altura del agua en los dos tanques sea la misma?

- A.  $1200 - 10x = 50x$
- B.  $1200 + 30x = 30x$
- C.  $x + x = 50 + 10$
- D.  $600 - x = x$

**Anexo E. Informe comparativo de resultados por competencias pruebas saber 2015 y 2016 grado noveno colegio integrado Juan Atalaya**

<i>Competencia Comunicativa</i>		
<b>Interpretación</b>	<b>Resultado 2015</b>	<b>Resultado 2016</b>
Los estudiantes no reconocen el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos (Numérico – Variacional).	50%	81%
Los estudiantes no reconocen la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno.		80%
Los estudiantes no establecen relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas (Numérico – Variacional).	27%	76%
Los estudiantes no usan ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. (Numérico – Variacional)	60%	75%
Los estudiantes no identifican relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud y determinar su pertinencia.	76%	74%
Los estudiantes no identifican características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan (Numérico – Variacional).	43%	72%
Los estudiantes no usan sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.	52%	72%
Los estudiantes no identifican ni describe efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.		66%
Los estudiantes no comparan, usan e interpretan datos que provienen de situaciones reales ni traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos.		60%
Los estudiantes no reconocen la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos ni explicita sus diferencias en distintas distribuciones.	54%	58%
Los estudiantes no reconocen relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos ni analiza la pertinencia de la representación.	35%	33%
Los estudiantes no representan ni describe propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.	73%	10%

**Competencia Razonamiento**

<b>Interpretación</b>	<b>Resultado 2015</b>	<b>Resultado 2016</b>
Los estudiantes no interpretan ni usan expresiones algebraicas equivalentes (Numérico – Variacional).	62%	69%
Los estudiantes no usa representaciones ni procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa (Numérico – Variacional).		68%
Los estudiantes no verifican conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico (Numérico – Variacional)		68%
Los estudiantes no generalizan procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.		67%
Los estudiantes no utilizan propiedades ni relaciones de los números reales para resolver problemas (Numérico – Variacional).	55%	67%
Los estudiantes no hacen conjeturas ni verifica propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales.	58%	61%
Los estudiantes no identifican ni describe las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pueden establecer en una secuencia numérica (Numérico – Variacional).		60%
Los estudiantes no argumentan formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.	46%	59%
Los estudiantes no usan modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio.	73%	59%
Los estudiantes no predicen ni explica los efectos de aplicar transformaciones rígidas sobre figuras bidimensionales.	58%	57%
Los estudiantes no formulan inferencias ni justifica razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística.		56%
Los estudiantes no interpretan tendencias que se presentan en una situación de variación.	71%	45%
Los estudiantes no utilizan diferentes métodos ni estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples.	50%	40%
Los estudiantes no analizan la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.		30%

### *Competencia Resolución*

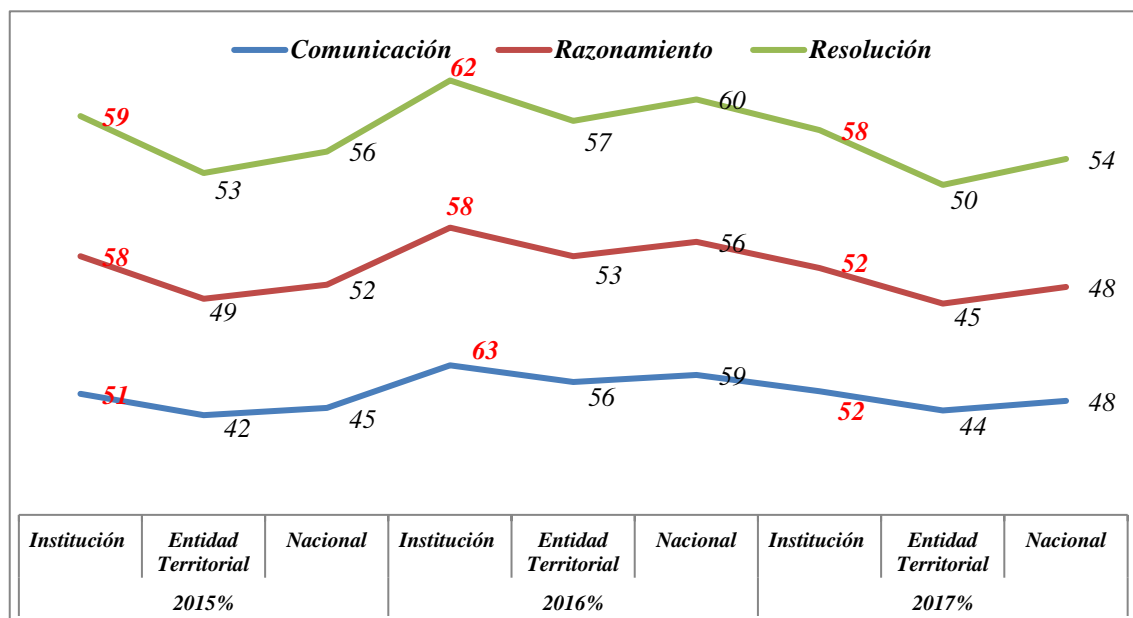
<b>Interpretación</b>	<b>Resultado 2015</b>	<b>Resultado 2016</b>
Los estudiantes no interpretan ni usan expresiones algebraicas equivalentes (Numérico – Variacional).	62%	69%
Los estudiantes no usa representaciones ni procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa (Numérico – Variacional).		68%
Los estudiantes no verifican conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico (Numérico – Variacional)		68%
Los estudiantes no generalizan procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.		67%
Los estudiantes no utilizan propiedades ni relaciones de los números reales para resolver problemas (Numérico – Variacional).	55%	67%
Los estudiantes no hacen conjeturas ni verifica propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales.	58%	61%
Los estudiantes no identifican ni describe las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pueden establecer en una secuencia numérica (Numérico – Variacional).		60%
Los estudiantes no argumentan formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.	46%	59%
Los estudiantes no usan modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio.	73%	59%
Los estudiantes no predicen ni explica los efectos de aplicar transformaciones rígidas sobre figuras bidimensionales.	58%	57%
Los estudiantes no formulan inferencias ni justifica razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística.		56%
Los estudiantes no interpretan tendencias que se presentan en una situación de variación.	71%	45%
Los estudiantes no utilizan diferentes métodos ni estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples.	50%	40%
Los estudiantes no analizan la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.		30%

**Fuente:** Elaboración propia con datos del IFCES, años 2015-2016

**Anexo F. Resultados Pruebas Saber para la Institución Juan Atalaya, periodo 2015-2017. Porcentaje por Competencias en el área de Matemáticas.**

Competencia	2015%			2016%			2017%			Análisis e Interpretación
	Institución	Entidad Territorial	Nacional	Institución	Entidad Territorial	Nacional	Institución	Entidad Territorial	Nacional	
Comunicación	51	42	45	63	56	59	52	44	48	El 51% (2015), 63% (2016) y 52% (2017) de los estudiantes NO contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia Comunicación en la prueba de Matemáticas
Razonamiento	58	49	52	58	53	56	52	45	48	El 58% (2015), 58% (2016) y 52% (2017) de los estudiantes NO contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia Razonamiento en la prueba de Matemáticas
Resolución	59	53	56	62	57	60	58	50	54	El 59% (2015), 62% (2016) y 58% (2017) de los estudiantes NO contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia Resolución en la prueba de Matemáticas
<b>Porcentajes Totales</b>	<b>56</b>	<b>48</b>	<b>51</b>	<b>61</b>	<b>55</b>	<b>58</b>	<b>54</b>	<b>46,3</b>	<b>50</b>	<b>En Promedio, el 56% (2015), 61% (2016) y 54% (2017) de los Estudiantes No contestó correctamente los ítems de las tres competencias evaluadas.</b>

**Fuente:** Elaboración propia con datos del IFCES, años 2015-2017



**Fuente:** Elaboración propia con datos del IFCES, años 2015-2017



## **Anexo G. Consentimiento Informado**

Cordial saludo,

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: Propuesta didáctica para el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno 901 del Colegio Integrado Juan Atalaya; y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a \_\_\_\_\_ participe en la implementación del mismo. El estudio estará bajo la orientación de la docente Tutor de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, Elgar Gualdrón y el docente maestrante Leonardo Geiner Martínez López, quien cursa IV semestre del programa Maestría en Educación.

Durante el presente año 2018 se implementarán situaciones de aprendizaje en el aula, espacios destinados al desarrollo de competencias matemáticas, además de contar con estrategias innovadoras y recursos didácticos Multimediales. Con la firma de este consentimiento Usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Aplicación de pruebas diagnósticas para establecer el nivel en el que se encuentran los estudiantes en los componentes matemáticos, cuestionarios.
2. Implementación de situaciones didácticas que fortalezcan el desarrollo del pensamiento variacional.
3. Las fotografías y videos tomadas de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

La aplicación de los cuestionarios contarán con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir en el desarrollo cognitivo de su hijo(a).

Me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiriera para fortalecer sus competencias matemáticas.

Apoyar el proceso desde mi hogar alentándolo(a) a cumplir de forma responsable cada uno de sus compromisos.

Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para Usted ni para los estudiantes. Cualquier información adicional puede comunicarse con la Dra. María Piedad Acuña Agudelo Coordinadora Académica Maestría en Educación, Universidad Autónoma de Bucaramanga, correo electrónico macuna@unab.edu.co.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Teléfono de contacto y/o correo electrónico: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_