FORTALECIMIENTO DEL PROCESO APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL MARCO DE LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA CON ESTUDIANTES DE DECIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO DEL MUNICIPIO DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

IVÁN DARÍO PEÑA CÁRDENAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES

PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BUCARAMANGA

2018

FORTALECIMIENTO DEL PROCESO APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL MARCO DE LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA CON ESTUDIANTES DE DECIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO DEL MUNICIPIO DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

IVÁN DARÍO PEÑA CÁRDENAS

Trabajo de Grado para obtener el Título de Magister en Educación

DIRECTOR

DOCTORA LENIS SANTAFE ROJAS

Grupo de investigación: Investigación y lenguaje

Línea de Investigación: Prácticas pedagógicas

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES

PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BUCARAMANGA

2018

DEDICATORIA

Al culminar esta meta, es precisa la ocasión, para reconocer la labor de quienes han estado a mi lado en este lago transitar:

A Dios Todopoderoso de quien provienen todos los dones, como la sabiduría necesaria para enfrentarme a este reto que constituyo mi formación de maestría.

A mi madre por su apoyo incondicional y su amor, reflejado en cada una de las acciones que promovieron el desarrollo de mi maestría y de mi investigación

A mi hija por su apoyo incondicional y por estar allí siempre conmigo cuando la necesite en todos mis momentos de angustia que se me presentaron a lo largo de mi formación

A todos aquellos que de una u otra forma contribuyeron para que se lograra la consolidación de mi formación como Magister.

AGRADECIMIENTOS

Al culminar mi formación como Magister, deseo expresar mi palabra de agradecimiento a:

Dios Todopoderoso por su inmensa bondad, brindándome sabiduría y salud para lograr la meta propuesta.

Mi familia: Hija, Madre y Hermanos, por su apoyo incondicional y por estar allí siempre que los necesite.

El Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) "Becas para la excelencia" por darme la gran oportunidad de enriquecerme de conocimientos para un mejor desempeño en mi vida profesional.

La Universidad Autónoma de Bucaramanga por formarme como Magister y brindarme la oportunidad de convertirme en mejor persona y en mejor profesional.

Colegio Antonio Nariño, en especial a Rectora: Mg. Judith Margarita Villavicencio Galindo quien siempre me animo y me apoyo de una manera incondicional, los estudiantes del Grado Decimo, quienes con su participación dieron vida a la presente investigación.

A mi directora, Doctora, Lenis Santafé Rojas, quien dispuso de su tiempo para guiar asertivamente el presente trabajo de investigación, por su paciencia y disposición constante.

A todos aquellos que de una u otra forma contribuyeron con mi formación como Magister.

GRACIAS A TODOS

Tabla de contenido

pág.

Listado de figuras

Págs.

Lista de Tablas

Pág.

Lista de Anexos

Págs.

RESUMEN

El presente trabajo describe un estudio de investigación cualitativa con metodología investigación-acción, acerca del Fortalecimiento del Proceso Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el Marco de la Metodología Resolución de Problemas de George Pólya con Estudiantes de Décimo Grado de la Institución Educativa Antonio Nariño del Municipio de san José de Cúcuta. La propuesta desarrolló tres Unidades Didácticas: Acercamiento al Concepto de Función Trigonométrica, Funciones Trigonométricas, Aplicación de conocimientos Funciones Trigonométricas. Se implementaron en talleres con actividades que sirvieron a los participantes para que abordaran el objeto de estudio.

Esta propuesta tuvo en cuenta el análisis de los resultados en las pruebas saber de los años 2015 y 2016 donde se evidenció debilidades las que se constituyeron en una oportunidad para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento. Se partió de una revisión bibliográfica, permitiendo el sustento teórico del problema y su posible solución, asimismo se diseñaron e implementaron instrumentos. Posteriormente, se procedió a las intervenciones, específicamente en la resolución de problemas utilizando las Funciones Trigonométricas. La información se analizó usando diferentes fuentes como: Diario pedagógico, fotografías, observación directa, videos, Diagnostico y Prueba Final. La investigación presentó limitaciones como cambio de estudiantes y traslado a una nueva aula de clase.

En conclusión, podemos decir que la metodología de George Pólya fue apropiada para mejorar el aprendizaje del tema estudiado, permitiendo avances importantes en la construcción de conocimiento, capacidad de argumentar y dar soluciones a diferentes situaciones del contexto durante el desarrollo de las prácticas pedagógicas, en un ambiente dinámico e interactivo.

Palabras clave: Funciones Trigonométricas, Resolución de problemas, Enfoque constructivista, método de George Pólya.

Keywords: Trigonometric functions, Problem solving, Constructivist approach, George Pólya method.

ABSTRACT

The present work describes a qualitative research study with research-action methodology, about the Strengthening of the Learning Process of the Trigonometric Functions in the Framework of the Problem Solving Methodology of George Pólya with Tenth Grade Students of the Antonio Nariño Educational Institution of the Municipality of San José de Cucuta. The proposal developed three Didactic Units: Approach to the Concept of Trigonometric Function, Trigonometric Functions, Knowledge Application Trigonometric functions. They were implemented in workshops with activities that served the participants to approach the object of study.

This proposal took into account the analysis of the results in the knowledge tests of the years 2015 and 2016 where weaknesses were evidenced which constituted an opportunity to implement pedagogical improvement actions. It was based on a literature review, allowing the theoretical sustenance of the problem and its possible solution, as well as designing and implementing instruments. Subsequently, interventions were carried out, specifically in problem solving using Trigonometric Functions. The information was analyzed using different sources such as: Pedagogical diary, photographs, direct observation, videos, Diagnosis and Final Test. The research presented limitations such as student change and transfer to a new classroom.

In conclusion, we can say that the methodology of George Pólya was appropriate to improve the learning of the subject studied, allowing important advances in the construction of knowledge, ability to argue and provide solutions to different situations of context during the development of pedagogical practices, in a dynamic and interactive environment.

Keywords: Trigonometric functions, Problem solving, Constructivist approach, George Pólya method.

Introducción

La presente investigación se enfocó en el estudio del objeto de conocimiento las Funciones Trigonométricas, fundamentado en la metodología de George Pólya, como estrategia didáctica para el fortalecimiento de la resolución de problemas, de los estudiantes del Grado Decimo 02 de la jornada de la Mañana de la Institución Educativa Antonio Nariño del municipio de san José de Cúcuta. El primer capítulo detalla la contextualización de la problemática a desarrollar, retomando el resultado de los estudiantes en las pruebas SABER. En este sentido, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, en el marco de la metodología resolución de problemas George Pólya, con estudiantes de 10°grado? A partir de esta se fijan unos objetivos, se analiza el qué, el por qué y el para qué del trabajo que se inicia.

El segundo capítulo describe los antecedentes realizados a nivel internacional, nacional y regional, relacionadas con el objeto de estudio. En estos se analizaron los alcances de las estrategias allí implementadas. Además, se efectúo una revisión del modelo pedagógico implementado por la institución, en este caso el Modelo pedagógico constructivista, seguidamente, se analizó la metodología implementada por George Pólya en la resolución de problemas y la importancia de su ejecución en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; de igual manera, se mencionó la normatividad legal relacionada con el tema de investigación.

El tercer capítulo, describe las características del proceso de investigación, durante el desarrollo de indagación se seleccionó el tipo investigación que para el proyecto corresponde a investigación-acción, implementada durante la intervención, permitiendo al investigador un análisis crítico de las prácticas de aula, las problemáticas de sus educandos, el análisis del contexto, los recursos existentes, con el fin de realizar e implementar una propuesta que diera solución a las problemáticas encontradas. Dicha investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo, que permitió hacer un análisis, apoyado en la recolección de información a través de la observación directa, los diarios pedagógicos y grabaciones de video, diagnóstico y prueba final realizadas durante el desarrollo de las prácticas en el aula de clase.

De igual manera, en este capítulo se explica el proceso de diseño de la propuesta, el cual inicia con la revisión documental del Proyecto Educativo Institucional PEI, El análisis de los resultados de los jóvenes de los grados Novenos y Décimos en la prueba SABER, en el área de matemáticas, la elaboración y la aplicación de una prueba diagnóstica. Luego se especifica la implementación de las Unidades Didácticas, con los tiempos, Talleres, actividades y recursos asignados. En dicho proceso se realizó un trabajo de reflexión pedagógica, que finalizó con el análisis y la discusión de los resultados obtenidos. Las intervenciones fueron aplicadas a una población de 54 estudiantes, 29 del grado 10° 01 Técnico y 25 del grado 10°02 Académico Jornada de la Mañana Sede Principal, grupo que fue seleccionado de manera intencional debido a que el investigador es quien orienta el área de matemáticas en el dicho grado. La muestra corresponde a 25 educandos correspondientes al grado 10°02 Académico.

El cuarto capítulo contiene la presentación de la propuesta, que estructura de manera organizada las Unidades Didácticas diseñadas. Lo constituyen tres Unidades divididas en Talleres, que contienen diversas actividades y varias tareas a desarrollar. Es importante resaltar que la estrategia diseñada e implementada, cumplió las expectativas ya que permitió percibir la actitud positiva por parte de los estudiantes en cuanto a la metodología empleada para la resolución de problemas, pues es una forma diferente de presentar el aprendizaje con base en las actividades propuestas de los talleres y las preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN.

Capítulo I

Contextualización de la investigación

1. Descripción del problema

La Institución Educativa Antonio Nariño "concibe a los estudiantes como sujetos activos, dinámicos, participativos e interactivos; comprometidos con sus procesos. Incentivando la cultura autodidacta y el uso responsable de las herramientas tecnológicas. Así, el maestro se convierte en mediador y acompañante continuo de los procesos" (PEI IE, 2017), toma el constructivismo como propuesta pedagógica, "para responder a las necesidades de los estudiantes que aprovechando las nuevas tecnologías han incrementado sus pre saberes y participan activamente en la construcción del conocimiento. El constructivismo busca que el estudiante elabore su propio conocimiento a través de experiencias significativas en donde se generan nuevas ideas, hechos y circunstancias que modifique su estructura cognitiva permitiéndole exponer y evidenciar en acciones observables y comprobables su aprendizaje" (PEI IE,2017). El enfoque pedagógico de la IEAN hace énfasis en un acto educativo que garantiza el desarrollo de un proceso para enseñarle al educando a conocer, hacer, ser y convivir que requiere de la actitud de un docente que no asuma una postura pasiva de aceptación respecto a las limitaciones socio económicas y culturales del educando, sino que realice practicas pedagógicas que incluyan estrategias innovadoras para mejorar las posibilidades de éxito del estudiante.

Partiendo de las concepciones de la institución educativa respecto a los educandos y la propuesta pedagógica de la misma en la que se propicia la construcción del conocimiento, también es necesario tener en cuenta como punto de partida de la presente investigación elementos relacionados con el análisis de pruebas internas y externas aplicadas a los estudiantes.

En nuestro país, para evaluar el grado de éxito que alcanzan los estudiantes en Matemáticas se han originado una serie de pruebas que buscan establecer correspondencia entre las competencias que tiene un estudiante y las que debería tener por estar en un grado escolar o por tener cierta edad. Por esto, se han creado pruebas internacionales como las PISA y las TIMSS, y se han reformado las pruebas nacionales SABER que se aplican anualmente. El rendimiento de Colombia en estas pruebas externas muestra resultados alarmantes, así pues revelan desempeños mínimos por parte de los educandos en cuanto a competencias Matemáticas se refiere más allá de una explicación superficial de algunos fenómenos. En cuanto a las pruebas nacionales estatales los resultados confirman la insuficiencia en el tema de las competencias científicas no solo en Matemáticas sino en otras áreas del conocimiento.

A pesar de ubicarse por debajo del promedio TIMSS, en Colombia se registraron algunos avances muy importantes entre 1995 y 2007. En 8º grado el promedio de nuestro país subió 20 puntos en Matemáticas. Estos incrementos son superados solamente por los obtenidos por Lituania en el mismo periodo. Los incrementos de Colombia son estadísticamente significativos y permiten afirmar que los resultados de nuestros estudiantes en esta área han mejorado, aunque todavía son bajos.

Es necesario aclarar que, a diferencia de otros estudios internacionales, las TIMSS se basan en el currículo, entendido de una manera muy amplia, como el principal concepto organizador para establecer qué saben los jóvenes y cuáles son los factores que inciden en sus aprendizajes. Además, las pruebas, TIMSS recogen información valiosa sobre el contexto de los sistemas educativos, las estructuras y contenidos señalados en Matemáticas y ciencias, la organización escolar, las estrategias de enseñanza, los recursos de las instituciones educativas y de las aulas, la formación, experiencia y actitudes de los docentes, así como las actitudes y percepciones de los estudiantes. Esta información permite identificar aquellos factores que inciden en los aprendizajes de los estudiantes. En cuanto a las Matemáticas se refieren y otras áreas.

En cuanto a las pruebas PISA podemos decir que Colombia va por buen camino, pero todavía no supera la media de los países que integran la OCDE, según los resultados de las últimas pruebas, realizados durante el año 2015, en cuanto a Matemáticas se refiere, las áreas relacionadas con números siguen siendo el punto en el que el país sale peor calificado. En esta edición de la prueba, se lograron 390 puntos, solo por encima de República Dominicana, Perú y Brasil, aunque también por debajo de Chile. La OCDE alerta que el 66% de los educandos en Colombia no alcanzan los objetivos mínimos del área. Las pruebas PISA son un termómetro mundial que permiten evaluar la educación y a partir de sus resultados se promueven modelos de enseñanza y políticas públicas para mejorar.

Según los informes del MEN en cuanto a las pruebas SABER se refiere, quizá la noticia más agradable es que los jóvenes de noveno obtuvieron buenos resultados en Matemáticas, pues históricamente obtienen puntajes bajos. Sin embargo, en las pruebas de 2016 mostraron una mejoría importante pues aumentó 20 puntos con respecto a los resultados del año anterior.

Con respecto al histórico de las pruebas saber, índice sintético de calidad y simulacros externos de los años 2015 y 2016 en los estudiantes de noveno, que hoy están en décimo grado, de la Institución Educativa Antonio Nariño, en cuanto a Matemáticas se refiere, podemos expresar que sus bajos resultados se constituyen como un gran referente sobre el nivel de desempeño de los educandos en el marco de la resolución de problemas, pues durante el año 2015 los estudiantes de 9° grado presentaron dificultades en 79% para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales, un 76% de los educandos no resuelve problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos y el 66% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. Analizando el año 2016 los jóvenes de 9° grado en un 100% no resuelve ni formula problemas en diferentes contextos, que requieren hace inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes, el 71% no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos, el 70% no plantea ni resuelve situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad y el 68% no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

Esto nos indica claramente que los estudiantes muestran serias dificultades en la resolución de problemas en diferentes contextos, razonamiento y análisis matemático. Lo que se, evidencia en los educandos bajo rendimiento y poco interés por el área; situación que nos permite observar claramente la necesidad de implementar estrategias innovadoras, durante la práctica pedagógica por parte del docente, que le permitan al joven contribuir con el desarrollo de competencias, superar debilidades que presentan y a su vez mejorar el aprendizaje, para ser matemáticamente competentes.

La situación anteriormente descrita, revelan que en nuestra institución educativa los resultados en cuanto a Matemáticas se refieren no alcanzan la media nacional ni regional, pues estamos por debajo del puntaje requerido, por lo que se podría pensar que sus graduandos salen del sistema educativo sin poseer el mínimo requerido en esta área y sin entender sus procedimientos o comprender la forma en que esta se promueve. Esto conduce a reconocer la necesidad urgente de reproducir la mejor combinación de esfuerzos entre directivos, docentes, estudiantes y padres de familia para alcanzar el nivel requerido en el desarrollo de las competencias. Lo anterior implica que enseñar Matemáticas se constituye en una responsabilidad y compromiso formativo con las nuevas generaciones para que ellas logren una cultura científico – tecnológica óptima que les permita entender y solucionar los problemas del mundo en que viven, relacionarse adecuada y críticamente con su entorno, y participar proactiva, crítica y responsablemente en la sociedad. La reflexión de este problema se concreta con la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, en el marco de la metodología resolución de problemas George Pólya, con estudiantes de 10°grado?

De donde se desprenden varios interrogantes como: ¿Qué conceptos y nociones utilizan los estudiantes para abordar las Funciones Trigonométricas? ¿Qué usos específicos se hacen de estas nociones?, ¿El método de Pólya para resolver problemas, Ayuda el proceso de aprendizaje de las Funciones Trigonométricas?, ¿El uso de Unidades Didácticas favorece el proceso de aprendizaje de los estudiantes?, ¿Cómo se desarrolla el proceso de aprendizaje de las Funciones Trigonométricas?

1.2 objetivos de la investigación

1.2.1 Objetivo general

Fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, a partir del uso de unidades didácticas, en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya, con estudiantes de 10°grado de la Institución Educativa Antonio Nariño.

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar en qué nivel de apropiación se encuentran los estudiantes de 10° grado, con relación a la resolución de problemas, en el contexto de las Funciones Trigonométricas.

- Diseñar unidades didácticas sobre Funciones Trigonométricas, enmarcadas en la metodología resolución de problemas de George Pólya, con estudiantes de 10°grado de la Institución Educativa Antonio Nariño.

- Implementar Unidades Didácticas sobre Funciones Trigonométricas, enfocadas en la metodología George Pólya para resolver problemas, con estudiantes de 10°grado de la Institución Educativa Antonio Nariño.

- Evaluar la efectividad de las estrategias implementadas en las Unidades Didácticas sobre Funciones Trigonométricas, orientadas en la metodología George Pólya, con estudiantes de 10° grado de la Institución Educativa Antonio Nariño.

1.3 Justificación

En la enseñanza de las matemáticas, la utilización de la resolución de problemas tiene gran relevancia, debido a que estos generan en los educandos procesos importantes como la argumentación, que posibilitan la construcción de conocimientos matemáticos. Este proceso que durante mucho tiempo el docente lo ha realizado de una forma tradicional, donde resuelve algunos ejercicios o ejemplos, sin dar importancia a la resolución de problemas usando elementos del contexto y brindar dar la posibilidad al educando que, mediante el uso de preconceptos y nuevos conceptos, sea capaz de resolver problemas y lo haga matemáticamente competente.

Todo eso se asimila. Sin embargo, este proceso puede ser un proceso fácil o difícil, en la medida del uso que se haga de ciertas estrategias pedagógicas el maestro. De allí la importancia que el docente, propicie destrezas que lleven al educando a desarrollar un pensamiento creativo a través de situaciones, estimulando el uso de prácticas que le permitan la resolución de problemas que se le presenten en su quehacer cotidiano.

Partiendo de las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas de cualquier naturaleza y específicamente en el área de matemáticas, surge la idea de investigar y diseñar una estrategia que permita a los estudiantes de 10° grado de la Institución Educativa Antonio Nariño, Fortalecer el proceso de resolución de problemas.

La formulación y resolución de problemas matemáticos posibilitan desarrollar una actitud mental donde se utiliza una serie de habilidades para resolver, descubrir resultados, verificar, modificar y generar otros problemas que permita encontrar varias soluciones en un entorno dado. Al respecto Guzmán (1993) plantea: "La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces" (p. 11).

Este es un proceso que se encuentra presente en todas las actividades matemáticas; más aún, podría convertirse en el más importante eje organizador, porque las situaciones problemas brindan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido. Asimismo, es muy conveniente ensayar con problemas los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para que los estudiantes tengan que formular las preguntas. Así mismo ellos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos. En este sentido Sepúlveda (2004) afirma que:

> "Sin duda, la resolución de problemas es la línea sobre la que se han centrado el mayor número de esfuerzos, tanto por lo escrito sobre el tema como por el desarrollo de proyectos de investigación en los últimos 30 años y, en consecuencia, la que mayor impulso ha proporcionado a la educación matemática. Quizás la razón sea que se nutre de los aspectos esenciales del quehacer matemático: los problemas y las acciones típicas del pensamiento que intervienen en el proceso de solución. El estudio e incorporación de estos aspectos, así como la puesta en claro de cómo realizar acciones que contribuyan a la resolución de los problemas." (p13).

De otro lado, el fortalecimiento de la competencia resolución de problemas en matemáticas puede contribuir a la consecución de los fines de la educación establecidos en la Ley General de Educación como lo contempla el numeral 9 del artículo 5°:

> "El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país" (MEN, 1994).

Lo expuesto anteriormente apunta a que la resolución de problemas no es una labor propia de la matemática, sino que está inmersa en diferentes situaciones del contexto de los individuos y el hecho de potenciar esta competencia desde la matemática permitirá que los estudiantes adquieran la capacidad de resolver problemas en diferentes ámbitos.

En cuanto a el método de resolución de problemas de George Pólya, está centrado en la resolución de problemas, núcleo fundamental según el para las Matemáticas. Según Pólya Para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución). Es ya clásica, y bien conocida, la formulación que hizo, de las cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, que constituyen el punto de arranque para resolver un problema que son: Entender el problema, configurar un plan, ejecutar un plan y examinar la respuesta. Por todo lo anterior se ha considerado un apoyo vital para efectuar la investigación, ya que sus planteamientos permiten efectuar esta metodología en los diferentes grados y temáticas de la primaria, secundaria y media técnica.

La presente investigación se enfocó en la implementación de unidades didácticas en el marco de la metodología de resolución de problemas de George Pólya como estrategia, durante el desarrollo de las prácticas pedagógicas, que permitan al estudiante fortalecer mediante este método la resolución de problemas en diferentes contextos, mediante el apoyo de las Funciones trigonométricas, que le ayudaran a superar dificultades que se le presenten al estudiante y mejorar su aprendizaje.

Por otra parte, ayudaron a potenciar habilidades, optimizar el análisis, razonamiento, interpretación, en los educandos, además de contribuir en el mejoramiento de las acciones pedagógicas de los educadores, realizadas durante el desarrollo de sus clases. De ahí que, mediante la incorporación de destrezas durante el momento pedagógico, como las unidades didácticas, ayudarán al estudiante a desarrollar nuevas formas de actividad y de comunicación colaborativa que favorezcan la interacción de lo individual con lo colectivo en el proceso de aprendizaje, que le permitirán mejorar la comunicación (estudiante-docente; estudiante-estudiante) y desarrollar el aprendizaje individual y colectivo, de una manera fácil y agradable para el estudiante.

Algunas ayudas que se utilizaron en las unidades didácticas en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya usando las Funciones Trigonométricas serian: Los talleres que se realizaran durante un tiempo establecido, donde se buscará mejorar conceptos previos necesarios para abordar la temática en estudio, temas específicos y aplicaciones sobre el mismo. Todo lo anteriormente mencionado estará articulado al trabajo colaborativo, el ensayo articulado al proyecto lector, utilización de algunas plataformas del internet, la guía de trabajo, todo enmarcado en la enseñanza a través de la resolución de problemas. A través, de las acciones pedagógicas de mejoramiento anteriores, se espera una mayor interacción en la enseñanza, haciendo protagonista de su propio aprendizaje al estudiante, sin desconocer que cada educando debe actuar con independencia y el papel determinante de la "orientación adecuada" del docente en cada actividad. Que estas estrategias permitan captar la atención de nuestros educandos y le puedan brindar instrumentos necesarios, en las cuales pueda reflexionar, buscar, investigar, para encontrar solución a dificultades que se le presenten.

Por último, se quiere con esta investigación, no solo Fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, a partir del uso de unidades didácticas, en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya, con estudiantes de 10°grado de la Institución Educativa Antonio Nariño, sino buscó la interacción con su enseñanza de una manera agradable e innovadora propiciando formación integral del educando, como lo establece la Misión y Visión en el PEI y lo convierta en una persona útil en la sociedad; Asimismo que sea un instrumento, que le facilite optimizar las prácticas pedagógicas a los maestros y mejorar los promedios que presenta la institución, con relación a las pruebas saber.

1.4 contextualización de la institución

La Institución Educativa Antonio Nariño, antes la Escuela Urbana de Varones No. 1 Antonio Nariño fue fundada aproximadamente, en el año 1929, se encuentra ubicada en la Avenida 1 #8-17 del barrio Callejón, comuna 1, municipio de San José de Cúcuta- Norte de Santander. Actualmente la institución cuenta con 874 estudiantes, distribuidos en 4 sedes: sede 1. Colegio Antonio Nariño, sede 2. Nuestra Señora de Lourdes, Sede 3. San José Obrero y sede 4. Mis Alegrías las cuales están ubicadas en los barrios callejón, pueblo nuevo y los Alpes parte alta abordando los grados de transición, básica primaria, secundaria y media; en la actualidad el colegio cuenta con la modalidad Técnica Asistencia Administrativa en convenio con el SENA. Las sedes de preescolar y básica primaria cuentan con la modalidad de jornada única. La rectora de la Institución actualmente es la Magister Judith Margarita Villavicencio Galindo liderando a 42 docentes, 2 directivos y 3 administrativos bajo la Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016.

El claustro educativo, está conformado con jóvenes y familias de bajos recursos económicos, la gran mayoría ubicados en estrato 1, con necesidades básicas insatisfechas. Los padres o acudientes se dedican en su mayoría al comercio informal; los hogares son disfuncionales siendo la madre la cabeza del hogar. El contexto del colegio está rodeado por diversos agentes contaminantes debido a su ubicación (central de transporte, gasolineras, talleres de mecánica, vendedores ambulantes, entre otros).

El colegio desde su visión y misión está comprometida con la formación integral y de calidad de niños, niñas, jóvenes y adultos mediante el desarrollo de competencias, habilidades, destrezas y valores humanísticos fundamentados en los requisitos emanados del Ministerio de Educación Nacional y principios institucionales de formación para la cultura, la ciencia y la tecnología, el cuidado del ambiente, la democracia, la ciudadanía, el respeto por la diversidad y la vida, y las competencias laborales que les permitan en justicia y libertad mejorar su calidad de vida y ser útiles a la sociedad.

El enfoque hace énfasis en un acto educativo que garantice el desarrollo de un proceso para enseñarle al educando a conocer, hacer, ser y convivir, aplicando el modelo pedagógico humanista y constructivista desde el desarrollo de competencias habilidades, destrezas, métodos, procesos, hábitos y valores como elementos estructurantes de la persona. Finalmente, tiene como política de calidad garantizar la prestación del servicio educativo de manera efectiva, de conformidad con la normatividad legal vigente y a través del acompañamiento de un personal docente y administrativo competente que busca el mejoramiento continuo y la excelencia de todos los procesos para cumplir con la formación integral de seres humanos comprometidos consigo mismos, con la sociedad y con el saber. (Tomado del Ideario IEAN y PEI, marzo 17 de 2016).

(Documento elaborado por el equipo de docente de la Cohorte 6. Maestría en Educación: Katherine Acevedo, Karime Guerrero e Iván Peña.)

Capítulo II

2. Marco referencial

El marco teórico hace referencia a una de las partes más relevantes dentro de la realización de la presente investigación, pues en el abordamos todo lo relacionado con los referentes bibliográficos que se han construido en relación al estudio propuesto, Arias (2010) define Marco Referencial; como: “el producto de la revisión documental – bibliográfica y consiste en una recopilación de ideas, posturas de autores, conceptos y definiciones que sirven de base a la investigación por realizar” (p. 106). En tal sentido, el marco referencial muestra los antecedentes del estudio, las bases teóricas y las bases legales.

2.1 Antecedentes de la investigación

Los antecedentes dentro de una investigación son estudios anteriores que facilitan la aproximación del estudio desde aspectos diferentes a la indicada en esta investigación, en tal sentido, Arias (2010), explica que “los antecedentes reflejan los avances y el estado actual del conocimiento en un área determinada y sirven de modelo o ejemplo para futuras investigaciones” (p.106). De manera que los antecedentes conforman los estudios anteriores al mostrado en el momento. Durante la revisión bibliográfica se encontraron como antecedentes los siguientes: Como tesis doctorales, que sustentan el presente estudio, se encuentran las enunciadas a continuación:

2.1.1 Antecedentes internacionales

En investigaciones a nivel internacional en primera instancia se presenta la tesis doctoral titulada “El uso de las gráficas para resignificar elementos de la funcionalidad trigonométrica”, cuyo autor es Zastal Marigly de Atocha Santos Magaña (2013), Instituto Politécnico Nacional, México. Cuyo objetivo fue Caracterizar momentos en la situación problema en el que se desarrolle el uso de las gráficas.

Esta investigación muestra la problemática que desde las funciones trigonométricas se suscita en el discurso matemático escolar, más propiamente se enfoca en la problemática sobre el uso de las gráficas de las funciones trigonométricas en los ambientes escolares, pues el tratamiento que se les da a las gráficas de las funciones trigonométricas es de corte analítico, y por ende no se logra profundizar en los significados de dichas funciones. Así pues, nos interesa el desarrollo del pensamiento funcional trigonométrico a través del uso de las gráficas teniendo muy en cuenta la parte lenguaje Variacional. Se muestra el análisis y forma de usar las gráficas en el desarrollo de una situación problema contextualizada, viendo los gráficos desde diferentes perspectivas además del analítico.

Como gran conclusión en la investigación se reconoce que al enfrentarse a situaciones que involucren análisis gráficos que no es tan directo, se usan las gráficas de distinta manera y estos usos no solo reflejan métodos de solución más flexibles y distintos a los acostumbrados en el aula de clase.

El estudio anterior es de gran aporte para nuestra investigación pues maneja el tema de las gráficas de las funciones trigonométricas y su incidencia en la resolución de algunos problemas, asimismo los estudiantes con los que se realiza el estudio sus edades son similares a los de nuestra investigación, algunas de las actividades nos permitió manejar con mayor propiedad los gráficos de las funciones que presentaremos en el desarrollo de nuestras unidades didácticas, donde uno de sus temas es el uso de las gráficas de funciones en la resolución de problemas.

De igual importancia se encuentra el trabajo titulado "Aplicación del método de George Pólya, para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos, en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Víctor Berríos Contreras" – Cullanmayo" realizado por José Concepción Vega Rimarachín (2014) hecho en Perú. Cuya finalidad fue determinar la influencia del método de George Pólya en la mejora del talento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del 1° grado de Educación Secundaria. Según los resultados obtenidos en la investigación, la aplicación del método de George Pólya responde a la necesidad de mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del 1° grado de Educación; en tal razón sugerimos su aplicación tanto en la propia Institución así como en las otras, con las mismas características, por ende podemos concluir que con la aplicación del método propuesto por George Pólya se ha logrado mejorar el talento de los estudiantes no sólo para enfrentar y resolver problemas matemáticos sino cualquier problema que se le presente en la vida. Algunas de las conclusiones obtenidas en el estudio se refieren a:

1. La enseñanza del área de matemática hasta la fecha se viene dando de manera abstracta y repetitiva en los diferentes niveles y modalidades de educación, donde los problemas desarrollados en las sesiones de aprendizaje obedecen a realidades muy diferentes a la que los estudiantes se desenvuelven, lo que conlleva a formar estudiantes memoristas que no son capaces de resolver problemas matemáticos nuevos o de mayor complejidad a los propuestos en las sesiones de aprendizaje, ya que no poseen un pensamiento activo y creador.
2. Para promover la enseñanza de una matemática activa y participativa se debe realizar una selección adecuada de los problemas a resolver, la forma y el momento en que se presentan; se

deben aprovechar las habilidades matemáticas (conocimientos previos) de los estudiantes como punto de partida para así introducirlos a un mundo donde a través de los pasos propuestos por George Pólya éstos sean capaces de proponer sus propios algoritmos y resuelvan los problemas que se les presenten logrando de tal manera que los estudiantes tengan mayor seguridad y confianza en sí mismos. Además, los problemas se deben seleccionar según el nivel de desarrollo del estadio de las operaciones formales que presenta el grupo.

3. En relación al talento de los estudiantes para resolver problemas matemáticos, este no ha sido tomado en cuenta en años anteriores, ya que no se ha tomado como base el contexto en el que se desenvuelven los estudiantes; por tanto, es necesario usar previamente estrategias que faciliten y promuevan la reflexión y análisis por parte de estos para lograr la comprensión total del problema y así poder planificar acciones para encontrar lo que el problema exige, ejecutar las acciones y/o algoritmos planteados por los propios estudiantes y, especialmente, hacer que éstos revisen y comprueben por sí mismos los pasos ejecutados, y de manera global, el procedimiento que les permitió llegar a la solución del problema, que es en definitiva, el objetivo del método propuesto por George Pólya.

El estudio referido, posibilitó en nuestro proyecto afianzar la planificación de estrategias pedagógicas, que se nos facilitaran con el apoyo del método de George Polya para que la resolución de problemas se efectué de una manera más efectiva, pues este estudio anterior, promueve nuevas estrategias que se podrán adaptar para poder ser implementadas en el desarrollo de las guías didácticas a realizar, igualmente utiliza los conocimientos previos, la reflexión, el análisis e interpretación que se fortalecieron durante el desarrollo de las unidades en el marco de las Funciones Trigonométricas.

Por otra parte, una contribución importante se encuentra en la investigación realizada por Hilda Marina Pérez Solís (2015), en su trabajo titulado "El método del Polya y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de educación básica paralelo "D" de la unidad educativa Santa Rosa de la ciudad de Ambato provincia de Tungurahua", la investigación tuvo como propósito principal investigar el método Polya en el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes del Cuarto Año Educación Básica; indicando que el método es didáctico, importante y novedoso para los estudiantes; además se pretendió abordar el aprendizaje de la asignatura, en primera instancia por parte de los docentes a través de la aplicación y análisis de encuestas y, en lo posterior con los estudiantes a quienes la autora considera serán los beneficiarios directos de la investigación mediante el diseño, aplicación y evaluación de una guía didáctica y encuestas.

La autora determinó a partir del análisis de las encuestas que se requieren diferentes métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para que los estudiantes puedan alcanzar un desarrollo en el aprendizaje de las mismas, y a través de la aplicación de la propuesta y encuestas a los estudiantes pudo establecer que el método de Polya si incide en el aprendizaje de las matemáticas en los jóvenes que hicieron parte de la investigación.

Este trabajo apoyó la presente investigación, en cuanto permitió analizar detalladamente el diseño sus guías didácticas basadas en el método de Polya que pudo ser de gran ayuda en las unidades didácticas a desarrollar en el presente proyecto, además de que utiliza claramente las fases implementadas por George Polya para resolver problemas con los educandos y algunos elementos que posibilitaron mejorar las estrategias implementadas por los maestros no solo durante el desarrollo del momento pedagógico sino en la evaluación.

Con respecto a encarnación Rodríguez Francisco en su tesis doctoral con la Universidad Nacional de Educación a Distancia de Madrid España, en el año 2015 titulada: **"**El desarrollo de la competencia matemática a través de tareas de investigación en el aula. Una propuesta de investigación-acción para el primer ciclo de educación primaria", realizada con 286 estudiantes, del colegio Calypo en España, se trazó como objetivo: "desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana".

Se concluye que, de los múltiples informes de resultados nacionales e internacionales sobre el estado de la educación matemática en España que señalan la necesidad de alejarse de planteamientos mecanicistas y rutinarios, basados únicamente en el uso de los algoritmos básicos y en el esquema de trabajo explicación ejercitación y proponen un aprendizaje de la matemática a través del desarrollo de tareas o proyectos más centrados en la investigación.

La investigación previa es un referente, pues la metodología implementada por el autor está basada en los principios de la Investigación-Acción y esta se implementó en nuestro proyecto, además que permite reformular la práctica pedagógica por parte del docente, adaptándola a las posibilidades del contexto de los estudiantes inherentes a la realidad de las instituciones educativas. Fueron utilizadas diferentes técnicas como la observación, diario de campo, desarrollo de entrevistas o grabaciones audiovisuales para su posterior interpretación que asimismo serán utilizadas en su mayoría en nuestro estudio.

Por ultimo encontramos la valiosa ayuda de Calvo Ballestero, María Máyela, en su artículo "Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas", publicado en la Revista Educación, vol. 32, núm. 1, 2008, pp. 123-138, Universidad de Costa Rica, San Pedro, Montes de Oca, Costa Rica. (2010)

El presente artículo surge debido a la preocupación existente a causa del bajo rendimiento en matemática, factor que ha sido causante de la deserción y repitencia en el sistema educativo costarricense. La resolución de problemas ha sido considerada una de las áreas de la matemática que mayor dificultad ha presentado para la población estudiantil. Los niños y las niñas son capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (suma, resta, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva, por ello es fundamental tomar conciencia acerca de la problemática vivida en torno a este tema, y a su vez tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas.

A manera de conclusión no basta con presentar problemas matemáticos para que los educandos los resuelvan. Es necesario darles un tratamiento adecuado, analizando las estrategias y técnicas de resolución utilizadas, se debe dar oportunidad a cada estudiante de expresarse para conocer su modo de pensar ante las diversas situaciones que se le presentan. Cada docente debe promover la asimilación e interiorización de conocimientos matemáticos en sus estudiantes, con el fin de que adapten esos conocimientos para resolver problemas que no les sean tan habituales, así como para plantearse otras cuestiones a partir de ellos.

Se debe tener presente que la matemática no se aprende por transmisión directa de lo que explica el docente o de la información que se obtiene de los libros de texto; sino que se aprende en interacción con situaciones problemáticas las cuales obligan al estudiante a modificar su estructura cognitiva por el contacto con una multiplicidad de acciones que requieren distintas habilidades.

El articulo nos permitió visualizar de una manera más precisa la importancia de la resolución de problemas con los estudiantes desde diferentes contextos, analizando detenidamente las estrategias que se deben implementar donde el docente da la oportunidad al educando que adapten situaciones para que lleguen a soluciones desde diferentes ámbitos que se le presenten. El docente debe tener presente que durante el desarrollo del momento pedagógico las matemáticas no la aprenden los estudiantes de libros o por transmisión directa, sino mediante la interacción con situaciones problemáticas que le permiten reflexionar e interpretar diferentes situaciones de su contexto.

2.1.2 Antecedentes nacionales

En los estudios a nivel nacional se encuentra la investigación realizada por Meza (2011), que desarrollo un trabajo de grado denominado: "Estudio Comparativo para la comprensión del pensamiento matemático, el estudio partió del objetivo general, desarrollar un estudio comparativo entre los estudiantes del grado noveno y del grado once del Colegio Miguel Antonio Caro de la ciudad Bogotá". El estudio se desarrolló bajo los postulados de la investigación cuantitativa, asumiendo un carácter comparativo y un nivel descriptivo, se seleccionó como muestra a los estudiantes de ambos grados en los años correspondientes, asumiendo así un total de 86 estudiantes en ambos grupos, a quienes se le s aplico el Test de Stenphi, para determinar el desarrollo del pensamiento matemático, el mismo arrojó que los estudiantes del grado noveno poseen un desarrollo adecuado del pensamiento matemático, en contra de los estudiantes del grado once quienes presentan una sentida dificultad para el desarrollo de este tipo de pensamiento, el estudio propone finalmente la incorporación de un área que dinamice la conformación, el desarrollo y la consolidación del pensamiento lógico-matemático.

Este estudio, sirvió de base a la presente investigación a pesar que no es de carácter cualitativo, puesto que se relaciona con el desarrollo del pensamiento matemático a fortalecer en la metodología de George Polya en la resolución de problemas, en atención, a ello, es necesario destacar que otorga claridad, en razón de los elementos que se emplean en la realidad que rige la enseñanza de la matemática, asimismo los jóvenes de dicha investigación se encuentran en las mismas edades del proyecto nuestro lo que permitió adaptar con facilidad algunas estrategias implementadas con ellos durante el desarrollo de las prácticas pedagógicas.

Por otra parte encontramos el inapreciable aporte de Mónica Mercedes Roscan Mieles; Karen Lisett Oliver Montero (Universidad autónoma del Caribe 2012),quienes en el artículo titulado: "Metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos" como resultado de la investigación que tiene como interrogante ¿Cómo favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas en estudiantes de séptimo grado de Educación Básica en Sabanalarga, Atlántico, con un estudio de caso en la Institución Educativa Máximo Mercado? Las autoras parten de la aplicación de una prueba inicial o pretest, luego implementan la propuesta basada en la metodología de Pólya y finalmente se realizó una prueba final o postest. Las pruebas fueron tipo Saber y se buscaba demostrar que la implementación de estas estrategias basadas en el método de Pólya favorecería el aprendizaje de la resolución de problemas en los estudiantes que hicieron parte del estudio.

Como resultados del estudio se llegó a que los estudiantes en la prueba final tuvieron en cuenta las etapas de resolución de problemas propuestos por Pólya y por consiguiente aumentó considerablemente el porcentaje de quienes comprendieron el problema y solucionaron adecuadamente la situación. Igualmente se destacan las diferencias en la actitud de los estudiantes en las pruebas inicial y final, ya que mientras en la primera prueba la mayoría de ellos intentaron responderla sin esforzarse demasiado en la comprensión de los enunciados, en el postest, leyeron atentamente lo que les permitió comprender mejor las situaciones propuestas y solucionar los problemas adecuadamente.

De otro lado, durante la implementación de la metodología basada en el método heurístico de Polya, se observó que una de las mayores dificultades presentadas por los estudiantes consistía en la poca comprensión de los enunciados. Así, al propiciar la metodología, aumentó el número de estudiantes que comprendieron los enunciados de los problemas, y estuvo relacionado con el aumento del número de respuestas correctas.

A través de la investigación se demostró, que después de la intervención, el proceso realizado por los estudiantes, fue reflexivo, ya que concibieron un plan, y al ejecutarlo, no se preocuparon solo en obtener una respuesta, sino que se detuvieron a verificar cada paso realizado. Se confirmó la importancia de tener una metodología, es decir, un modo ordenado y sistemático de proceder al resolver un problema matemático, lo que logró favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas en los estudiantes.

Lo mencionado anteriormente permitió ver que efectivamente es una buena opción para nuestra investigación el haber optado por implementar estrategias basadas en el método de Polya ya que con ello se esperó fortalecer la competencia de resolución de problemas y que puede ser adaptada fácilmente en las unidades didácticas que se implementaran con los estudiantes de 10° grado en la IEAN, cuyo tema a abordar serán las Funciones Trigonométricas, asimismo que el estudio planteado por las autoras se enmarca dentro de la teoría constructivista que es la proyectada por nuestra institución educativa.

Otra contribución importante se encuentra en la investigación “El uso de la tecnología en la trigonometría, en algunos libros de texto, para el grado escolar décimo”, cuyo autor es Luis Gonzalo Muñoz Hernández (2013). Universidad de Medellín. Cuyo principal objetivo fue Identificar la presencia y la variedad de usos que se hace de la tecnología en algunos libros de texto de décimo grado, en el contenido de los capítulos o unidades donde se abordan los conceptos y temas trigonométricos.

Este trabajo es producto del análisis sobre el contenido de una muestra compuesta por seis(6) libros de texto de matemáticas del grado décimo, tomada aleatoriamente de la librería de matemáticas de la página Colombia Aprende, con el fin de identificar la presencia y el tipo de usos que en ellos se hacen de algunas herramientas tecnológicas especialmente en los capítulos o unidades donde ellos abordan los conceptos y temas trigonométricos, además para verificar si el contenido de dichos libros de texto si satisface las necesidades de docentes y estudiantes y les ayudan a mejorar sus procesos de enseñanza y nivel de aprendizaje, y por lo tanto, si cumplen con las recomendaciones hechas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

Con relación a la investigación, podemos decir que fue de gran colaboración, pues su tema se desarrolló tomando como referencia el uso tecnología en la trigonometría, especialmente con lo relacionado a las Funciones Trigonométricas, contenido para el desarrollo de nuestras unidades didácticas, igualmente trabajo con los mismos estudiantes en cuanto al grado 10° y sus edades, algunos de sus contenidos podrán ser usados para enriquecer el marco teórico de nuestro estudio.

Asimismo, otro excelente apoyo lo encontramos con Oscar Granada Ramírez, en su tesis del año 2014, diseñó una unidad didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación de números naturales, en el grado tercero de la Institución Educativa Antonio Derka Santo Domingo, de Medellín. El objetivo trazado fue: Reconocer, formular y resolver situaciones de su medio habitual, y que requieran el uso de los números y de los algoritmos elementales de cálculo, mediante formas sencillas de argumentos matemáticos. Se trabajó una unidad creada para el área de matemáticas, implementada en el grado tercero primaria, con la intención de que los estudiantes comprendan la importancia del concepto de multiplicación para su vida diaria; definan y reconozcan el algoritmo y la solución de problemas, utilizando como herramienta didáctica el juego como elemento integrador que facilita la comprensión del tema. Para su desarrollo se requiere de 5 sesiones y se pone en práctica al inicio del segundo periodo del año lectivo. Los temas a trabajar en esta unidad son: Suma, seriación, construcción del concepto de la multiplicación en números naturales, trabajo de registro de la información, actividad de apropiación del concepto, construcción del producto final y evaluación.

En conclusión: la didáctica y la lúdica han mostrado buena acogida e idoneidad como herramienta de trabajo aplicada en los estudiantes para el aprendizaje de las matemáticas. Éstas ayudan a crear espacios de desarrollo de la creatividad y de confianza e interés, que facilitan los procesos cognitivos y de desarrollo del pensamiento matemático, debido a que los niños se incentivan con la satisfacción que les producen las actividades y se enfocan en las temáticas, apropiándose de ellas, aun cuando no se han trabajado siguiendo al pie de la letra el currículo del área (Granada Ramírez, 2.014).

Con respecto a la investigación antes mencionada, podemos decir que fue un gran referente, pues su tema se desarrolló tomando como referencia las unidades didácticas, que nuestro proyecto las implementara, no con la misma temática, pero algunas de sus actividades se pudieron adaptar para abordar el tema de la Funciones Trigonométricas en el marco de la metodología de George Polya para resolver problemas.

Del mismo modo, un referente significativo es la investigación de Edwin Enrique Fonseca Montero (2016), en su trabajo titulado “La resolución de triángulos y sus aplicaciones. Una unidad didáctica para estudiantes de grado decimo”, la cual fue desarrollada en la Universidad Nacional de Colombia, Facultad de ciencias. Bogotá-Colombia. Cuyo principal objetivo fue Diseñar una unidad didáctica sobre la resolución de triángulos y sus aplicaciones en diferentes contextos, para desarrollarla con estudiantes de grado decimo de la institución educativa Milciades Cantillo Costa.

El presente trabajo pretende contribuir al proceso de enseñanza de la trigonometría en grado decimo, sobre todo en el tópico de la resolución de triángulos y sus aplicaciones. Para esto proponemos diseñar y desarrollar una unidad didáctica, que involucre problemas del entorno de los estudiantes, de esta forma aclarar los conceptos y aumentar el interés por aprender matemáticas. Se aplicará una prueba diagnóstica con el de repasar conceptos básicos para la resolución de triángulos, utilizaremos problemas en contexto, con el de reforzar los temas de la unidad didáctica. Se realizarán trabajos de campo, donde usaremos aparatos de fácil elaboración para que el estudiante compruebe con su experiencia como se formaron algunos de los conceptos fundamentales de la trigonometría.

Teniendo en cuenta lo expuesto en la investigación anterior, se tomó como referente, pues el proyecto igualmente desarrolló unidades didácticas, con nuestro tema de estudio las Funciones Trigonométricas, permitió adaptar algunas actividades que sirvieron para abordar el contenido de estudio, además usa el trabajo colaborativo, material concreto, problemas del entorno, se elaborara una prueba diagnóstica de preconceptos que debe poseer el educando, utilizados por nuestro estudio que le proporcionó a los estudiantes mediante el método de Polya alcanzar un aprendizaje significativo.

Por ultimo tenemos la participación de Lina María Muñoz Mesa, Sandra Milena Londoño Orrego, Carlos Mario Jaramillo López, Johnny Alexander Villa Ochoa, en su artículo Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares (2014), publicado en la revista Virtual Universidad Católica Del Norte ISSN: 0124-5821, 2014 vol: 42 fasc: NA págs.: 48 – 67.En este artículo se presentan algunos resultados de un estudio de caso cualitativo realizado con estudiantes de grado once de Educación Media (16-18 años). La investigación indagó por los diferentes modelos matemáticos que surgen de un contexto propio de los estudiantes: “El Sistema de transporte masivo Metro de Medellín”. La discusión se presentó en términos de las relaciones entre los elementos que emergen al trabajar en el aula con situaciones en contextos auténticos y un proceso de modelación matemática. Fundamentamos algunos resultados tales como: contexto auténtico como desencadenador de una mirada crítica, experimentación en modelación: uso libre de estrategias matemáticas, producción de modelos matemáticos desde relaciones retóricas a relaciones simbólicas, evidenciándolos en episodios de situaciones relacionadas con el álgebra escolar. Este estudio sugiere que cuando se reconocen los contextos auténticos de los estudiantes como insumos para desarrollar actividad matemática escolar, no solo hay participación y empoderamiento en aspectos como la toma de datos, producción de modelos y significados, sino que se presenta una mayor comprensión de los fenómenos asociados al contexto mencionado; por tanto, el papel del contexto no es neutro cuando se modela matemáticamente sino que por el contrario puede articularse a las matemáticas escolares a través de un proceso de producción de modelos.

El artículo contribuyo a nuestra investigación, pues permitió evidenciar como los maestros debemos trabajar con elementos auténticos de nuestro contexto, fundamentales para desencadenar una mirada crítica en el proceso de resolución de problemas, asimismo la importancia que tiene para el educador presentar siempre nuevas estrategias que le permitan al educando no solo participación sino empoderamiento de su aprendizaje.

2.1.3 Antecedentes regionales

En los estudios a nivel Regional, encontramos el meritorio apoyo de la investigación realizada por Acevedo (2015), de la universidad de Pamplona, realizó una investigación titulada “Mejoramiento de la comprensión y resolución de problemas matemáticos: uso de la hipermediación como alternativa” cuyo objetivo es desarrollar una propuesta pedagógica, a través de la hipermediación, para mejorar la comprensión y resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado con una incógnita en los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Merced del municipio de Musticua. Este trabajo arrojó elementos fundamentales en los estudiantes porque utilizaron el hipertexto y la multimedia como herramientas facilitadoras del aprendizaje matemático, que tienen la doble ventaja de resultar amenas y atractivas para el estudiante al tiempo que se encuentran familiarizadas con ellos.

El estudio, fue de gran aporte a nuestro proyecto puesto que centra sus contribuciones en el marco teórico, donde da importancia de la resolución de problemas tema central de nuestro trabajo, a pesar que el contenido es diferente al propuesto en nuestra investigación, igualmente los estudiantes implementaron el uso de las TICS que en algunos momentos fueron utilizados en los talleres planteados en las unidades didácticas a desarrollar en el marco de las Funciones Trigonométricas.

De igual relevancia se encuentra el trabajo realizado por Claudia Rocelly Martínez Hernández tesis de maestría de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, del año 2016, con su “Implementación del enfoque resolución de problemas como estrategia para el aprendizaje de las matemáticas" tiene por objetivo fortalecer el aprendizaje de las matemáticas por medio de la implementación del enfoque resolución de problemas (RDP) en estudiantes del grado cuarto, del Colegio Integrado Madre de la Esperanza del municipio de Sabana de Torres, Santander. Utilizando la estrategia RDP, el diseño y ejecución del proyecto de aula "Sí se puede", y los textos del Programa Todos a Aprender 2016, "Una vez implementada la estrategia didáctica; y teniendo en cuenta los resultados obtenidos, se concluye que es un enfoque propicio y adecuado para el aprendizaje de las matemáticas, ya que se crean retos en los estudiantes y los lleva a encontrar soluciones a situaciones de su entorno fortaleciendo el pensamiento crítico". (Martínez Hernández, 2.016). La estrategia de resolución de problemas, permite un acercamiento claro y vivencial del estudiante con las situaciones cotidianas que se dan en su entorno social, familiar y educativo, deben ser propuestas contextualizadas y con un fin claro, en cuanto al desarrollo del pensamiento matemático.

La investigación fue de gran importancia para la realización de nuestro proyecto, pues su enfoque pese a que no utiliza el método de George Polya centra sus diferentes actividades en la resolución de problemas, además utilizo algunos textos del Programa todos Aprender (MEN) que presentan algunas pruebas validadas para los educandos, que podrán ser adaptadas para la ejecución de algunos talleres que se le propusieron a los estudiantes. Asimismo, en sus estrategias para la resolución de problemas utiliza elementos del contexto que son importantes en la realización de nuestro proyecto, pues estos permiten fortalecer lo crítico y desarrollar con mayor facilidad el pensamiento matemático, que en últimas es lo que se quiere con los jóvenes.

De la misma manera tenemos la participación de Carlos Roque Ariza Niño (2017) de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, realizó una investigación titulada "el método de George Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de cuarto grado de la institución educativa Anna Vitiello del municipio de los patios”. Cuyo objetivo es Mejorar el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas por medio del método de Polya en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa Anna Vitiello del municipio de los Patios. Algunas de las conclusiones obtenidas en el estudio se refieren a:

1. Se aplicó el método de resolución de problemas de George Pólya para el fortalecimiento de la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios en estudiantes de 4° A de la institución educativa Anna Vitiello del municipio de los Patios, en donde además se tuvo en cuenta el enfoque constructivista que es el modelo pedagógico asumido por la institución.
2. Se parte de la identificación del nivel de desempeño de los estudiantes en la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios mediante la aplicación de un pretest con el que se determinó las debilidades de los estudiantes en el objeto de estudio y a partir de allí se diseñan y aplican una serie de estrategias pedagógicas basadas en el método de George Pólya, evidenciando en su ejecución los siguientes aspectos:
    - Se genera un cambio de actitud en los estudiantes al presentarles actividades diferentes para el desarrollo de las clases.
    - Se observa motivación e interés por el desarrollo de las actividades propuestas. El trabajo colaborativo permite que los estudiantes intercambien ideas y propuestas de solución a los diferentes problemas planteados y les genera más confianza en el momento de argumentar sus soluciones ya que así construyen sus conocimientos de una forma más significativa.

- El hecho de debatir y presentar las soluciones a las situaciones planteadas en las actividades de clase conlleva a aclarar dudas, interpretar mejor el tema y construir conocimiento a partir de las ideas y razonamientos de sus compañeros.

Finalmente, una clase con enfoquen resolución de problemas puede proporcionar un vehículo para que los estudiantes construyan sus propias ideas sobre matemáticas y asuman la responsabilidad de su propio aprendizaje. No hay duda de que el programa de matemáticas puede ser mejorado por el establecimiento utilizando en la enseñanza enfoque de resolución de problemas en contraposición a los modelos más tradicionales de enseñanza con los que se ha venido trabajando esta temática. El desafío para los profesores, en todos los niveles, es desarrollar el proceso del pensamiento matemático junto con el conocimiento y buscar oportunidades para presentar incluso tareas matemáticas de rutina en contextos de resolución de problemas.

La anterior investigación centra sus aportes en el marco teórico del presente estudio en relación a la resolución de problemas matemáticos y en el desarrollo de unidades didácticas para fortalecer este proceso en los estudiantes, igualmente maneja el mismo tipo de investigación que se implementó en el estudio realizado, donde algunos elementos utilizados en la recolección de la información pudieron ser utilizados y algunas estrategias adaptadas para el desarrollo de nuestras unidades didácticas en el marco de la metodología de George Pólya en la resolución de problemas en el marco de las Funciones Trigonométricas.

Por otra parte tendremos que mencionarla apreciable colaboración de Ligia Amparo Ortiz Cáceres; Claudia Milena Pimiento Díaz en su tesis de maestría de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, del año 2017, Fortalecimiento del Proceso Matemático: "Formular, Comparar, y Ejercitar Procedimientos y Algoritmos", En Los Estudiantes de los Grados Segundo Y Quinto del

Instituto Empresarial Gabriela Mistral de Floridablanca Santander por Medio de la Estrategia Didáctica Resolución de Situaciones Problemas.

En este trabajo se presenta una investigación acción con enfoque cualitativo mediante la aplicación de una secuencia de talleres prácticos, donde se indagó la relación existente en la resolución de situaciones problemas derivadas del desarrollo del proceso matemático: formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos en los estudiantes de los grados segundo y quinto primaria del Instituto Empresarial Gabriela Mistral de Floridablanca – Santander – Colombia.
Por tanto, se fundamenta en los estándares y lineamientos curriculares del MEN, y se retoman los siguientes autores: según Luis Rico "plantear y resolver problemas tiene que ver con que los escolares: planteen, formulen y definan diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías" (Rico Romero & Lupiáñez Gómez, Enero 2014, p.248).

Estas vías son contempladas en el diseño de la secuencia de talleres, con la que se logró generar un ambiente positivo, donde los estudiantes muestran gusto por las matemáticas haciéndolas prácticas, promoviendo el juego de roles, donde el educando vivencia una realidad muy cercana a su contexto familiar, económico y social; en consecuencia, los resultados del proceso matemático se evidencian a largo plazo y dependen directamente del seguimiento que realicen los docentes y la constancia de los estudiantes con las actividades que se les plantea.
Según Miguel de Guzmán, el profesor debe hacer uso de las matemáticas dentro de una realidad, con el fin de que sus estudiantes manipulen objetos, activen su pensamiento, y adquieran habilidades para resolver problemas propios de su entorno o en su relación con la tecnología (De Guzmán, 2.007).

Teniendo en cuenta lo anterior, el estudio mencionados convirtió en un referente pues su enfoque es de carácter cualitativo, tiene como gran estrategia la resolución de talleres que en nuestra investigación son fundamentales puesto nuestras unidades didácticas se desarrollaran en torno a ellos, igualmente dentro de su marco legal utiliza los estándares y lineamientos curriculares del MEN de gran importancia en nuestro estudio, por otra parte su tema central es la resolución de problemas a pesar que no utiliza el método de Polya, lo que nos permite alcanzar los mismos resultados con los jóvenes en cuanto al pensamiento matemático se refiere.

2.2 Marco teórico

El presente marco, establece los fundamentos teóricos que sustentan la investigación. En este capítulo se abordaron tres componentes que soportan este estudio, el primero describe el concepto de aprendizaje desde la mirada de varios autores, tipos, estilos y el constructivismo con sus valiosos aportes para fortalecer la enseñanza y el pensamiento matemático. El segundo hace referencia a la resolución de problemas en Matemáticas y el método utilizado por George Polya, con la utilización cuatro pasos, se pretendió fortalecer habilidades que lleven a los educandos a buscar diferentes estrategias para resolver problemas. El docente debe tener en cuenta los estilos de aprendizajes de los jóvenes, no solo en la resolución de problemas sino en cualquier tipo de factor que se le presente, por eso debe tener en cuenta sus intereses, necesidades y características de tipo cultural, intelectual, afectivo y que cada estudiante tiene su manera de aprender. El tercer y último componente aborda el objeto disciplinar del proyecto, donde se detallan los contenidos del acercamiento al concepto de función trigonométrica, Triangulo rectángulo, razones trigonométricas, Triángulos oblicuángulos, Teorema del seno, teorema del coseno y sus aplicaciones en la vida cotidiana.

Proceso de aprendizaje

El proceso de aprendizaje se puede precisar como una acción que se efectúa en un contexto donde interactúa el niño. Es el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se integran nuevas informaciones, que nos permiten la construcción de nuevos conocimientos que pueden ser usados en diferentes contextos donde interactúa el estudiante. Aprender no solo consiste en memorizar cualquier información, es necesario aplicar algunas operaciones cognitivas que implican: Conocer, aplicar, comprender, analizar, interpretar, argumentar, sintetizar, valorar que se requieren en la matemática, pero se usan en diferentes áreas del conocimiento.

En resumidas cuentas, podemos decir que los procesos de aprendizaje hacen referencia con actividades que realizan los educandos para conseguir los objetivos educativos que pretenden. Son individuales, pueden desarrollarse en diferentes contextos y se producen a través de un proceso de interiorización en el que cada estudiante concilia los nuevos conocimientos en sus estructuras cognitivas previas; debe implicarse activamente reconciliando lo que sabe y cree con la nueva información). La construcción del conocimiento tiene pues dos vertientes: una vertiente personal y otra social.

La calidad de estos procesos depende de la interacción entre profesores - estudiantes y entre estudiantes en el aula, a los apoyos que los educadores ofrecen durante el desarrollo de sus prácticas pedagógicas y al grado en que estas ayudas se ajusten a los recursos cognitivos, motivacionales, emotivos que permitan poner en marcha el aprendizaje que requieren los estudiantes. La eficacia del docente se ve reflejada en métodos de enseñanza innovadores que le permitan en sus prácticas pedagógicas visualizar las necesidades y características de los educandos, y poder comprender que todos los individuos son diversos.

Al indagar acerca de todo lo que tiene que ver con el aprendizaje humano, debemos hacer mención acerca de lo que abarca este concepto y lo que algunos teóricos han descrito sobre lo que se entiende por aprendizaje. En ese sentido (Retirar del texto)

Para los teóricos no hay una definición de aprendizaje humano aceptada como universal Dale H. Shuell (como se citó en Schunk, 2012) describe una definición que considera que reúne casi todos los criterios de la mayoría de los profesionales "el aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia. Dale H. Schunk menciona los tres criterios para examinar la definición de aprendizaje: El aprendizaje implica un cambio, el aprendizaje perdura a lo largo del tiempo y el aprendizaje ocurre por medio de la experiencia (p. 3)

En el mismo sentido, Ardila (1979) describe que el aprendizaje es un cambio relativamente permanente del comportamiento que ocurre como resultado de la práctica, y menciona igualmente los tres aspectos que debe tener la definición: el aprendizaje implica cambio, relativamente permanente y resulta de la práctica (p. 18). EL aprendizaje cognitivo conduce a un cambio en el significado de la experiencia: la verdadera educación cambia el significado de la experiencia humana (Novak & Gowin, 1984; Alcaraz (2002). Alcaraz expresa que aprender es tomar algo del exterior e incorporarlo ciegamente a otros saberes anteriormente acumulados por el mismo proceso (p. 195). De igual manera Papalia, et al. (2005) escriben que el aprendizaje puede definir como un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia, y que pueden incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica.

Así mismo Piaget (citado por: Rodríguez B & Orozco Moret, 2010) "Desde los 7-11 años el niño logra la reversibilidad del pensamiento, además puede resolver problemas con el objeto presente. Se desarrolla la capacidad de seriar, clasificar, ordenar mentalmente conjuntos. Se producen avances en el proceso de socialización y relaciones complejas" (p.10).

Según Jean Piaget (1980) "el aprendizaje es un proceso que mediante el cual el sujeto, a través de la experiencia, la manipulación de objetos, la interacción con las personas, genera o construye conocimiento, modificando, en forma activa sus esquemas cognoscitivos del mundo que lo rodea, mediante el proceso de asimilación y acomodación".

Según esta concepción de aprendizaje, la enseñanza, debe proveer las oportunidades y materiales para que los niños aprendan activamente, descubran y formen sus propias concepciones o nociones del mundo que les rodea, usando sus propios instrumentos de asimilación de la realidad que provienen de la actividad constructiva de la inteligencia del sujeto. Los conceptos claves de sus planteamientos son los siguientes:

- Inteligencia: Capacidad de permanente adaptación que tienen los sujetos de adaptar los esquemas cognitivos al mundo que les rodea.
- Los esquemas cognitivos: son unidades fundamentales de la cognición humana que representa al mundo que les rodea. Estas representaciones son construidas por el sujeto.
- La adaptabilidad: Capacidad común al ser humano que permite mantener concordancia entre el mundo que rodea al sujeto y los esquemas cognoscitivos que este tiene para funcionar en él. Explica el desarrollo y aprendizaje.
- Asimilación: Proceso donde se incorpora una nueva información a un esquema cognoscitivo preexistente, adecuado para integrarla y comprenderla. El esquema se amplía para aplicarlo a nuevas experiencias.
- Acomodación: Proceso donde se producen cambios esenciales en el esquema cognitivo para incorporar una información nueva que es incomprensible según esquemas anteriores.

- Equilibraríán: Impulso o tendencia innata de los sujetos a modificar sus esquemas cognitivos para darle coherencia al mundo que perciben.

Para Piaget, el sujeto que aprende, es activo en la construcción de su aprendizaje, ya qué mediante este satisface la necesidad de equilibraríán, dándole sentido al mundo que le rodea, al establecer una coherencia entre aquel y sus esquemas cognitivos. La potencialidad cognitiva del sujeto dependerá del nivel de desarrollo que esté presente y sus esquemas cognoscitivos. Esta teoría propone un conjunto de operaciones lógico matemáticas con el fin de establecer relaciones mentales que surgen de una abstracción reflexiva de la relación entre los conjuntos con los números. Por tanto, el pensamiento lógico no es parte del pensamiento matemático, sin embargo, lo apoya en la argumentación y deducciones informales, de tal forma que facilita la demostración rigurosa de teoremas matemáticos a partir de axiomas, definiciones y teorema previos. (MEN, 1998).

Según los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias se prefirió hablar de los cinco tipos de pensamiento matemáticos sin incluir el lógico, ya que este se desarrolla en el pensamiento formal. (MEN, 1998).

De igual importancia El Dr. Juan R. Mejías Ortiz muestra en su publicación realizada en el (2012) a cerca de Lev Vygotsky (Teoría socio histórica cultural), desarrollada a comienzos del siglo Donde “Manifiesta que el Aprendizaje Se produce en un contexto de interacción con: adultos, pares, cultura, instituciones. Estos son agentes de desarrollo que impulsan y regulan el comportamiento del sujeto, el cual desarrolla sus habilidades mentales (pensamiento, atención, memoria, voluntad) a través del descubrimiento y el proceso de interiorización, que le permite apropiarse de los signos e instrumentos de la cultura, reconstruyendo sus significados”.

Taller acerca de la Teoría Histórico Cultural desarrollada a comienzos del siglo XX por León S. Vygotsky. Este taller - repaso es parte de la Serie Teorías Psicopedagógicas ofrecido por el Dr. Juan R. Mejías Ortiz. http://educristiana.com

La Enseñanza debe descubrir la Zona de Desarrollo Próximo. Ya que tiene que ver con lo que niño puede hacer con ayuda, preocupándose de conductas o conocimientos en proceso de cambio. Esta Zona de desarrollo al grado de modificalidad e indica las habilidades, competencias que se pueden activar mediante el apoyo de mediadores para interiorizarlas y reconstruirlas por sí mismo. Los conceptos claves de sus planteamientos son los siguientes:

- El desarrollo se fundamenta en la interiorización o apropiación de instrumentos o signos de la cultura los que se adquieren en la interacción social. La interiorización transforma evolutivamente los sistemas de regulación externa en sistemas de autorregulación interna o sicológica.
- La comunidad y la cultura alrededor del sujeto afecta cumple un rol fundamental en la construcción de significados, ya que afecta la forma en como aquel ve el mundo. El tipo y calidad de los instrumentos culturales (adultos, lenguaje, cultura) determinará el patrón calidad de desarrollo del sujeto.
- Aprendizaje y desarrollo son interdependientes, ya que el aprendizaje estimula procesos de desarrollo y a la vez este permite hace posibles procesos específicos de aprendizaje.
- Niveles de desarrollo: a) Real o efectivo: Acciones que el niño es capaz de realizar por sí mismo debido a los instrumentos o signos que ya ha interiorizado. b) Desarrollo potencial: Actividades que el niño puede realizar con ayuda de otras personas o instrumentos mediadores externos.
- Zona de desarrollo próximo: Diferencia entre el desarrollo real y potencial del niño.3. Racionalidad del Sujeto que Aprende y potencialidad cognitiva.

Para Vygotsky la persona es de gran importancia pues tiene un rol activo en su aprendizaje, ya que va progresando en sus habilidades mentales mediante el descubrimiento, reconstruyendo los significados.

Jerome Bruner (2012) (Aprendizaje por descubrimiento) “El Aprendizaje es un Proceso activo en que los estudiantes construyen o descubren nuevas ideas o conceptos, basados en el conocimiento pasado y presente o en una estructura cognoscitiva, esquema o modelo mental, por la selección, transformación de la información, construcción de hipótesis, toma de decisiones, ordenación de los datos para ir más allá de ellos”. La Enseñanza se Debe entusiasmar a los estudiantes a descubrir principios por sí mismos. Entre el educador y educando debiera existir un diálogo y un compromiso, donde la función del educador es traducir la información para que sea comprendida por el educando, organizando la nueva información sobre lo aprendido previamente por el estudiante, estructurando y secuenciándola para que el conocimiento sea aprendido más rápidamente. Los conceptos claves de sus planteamientos son los siguientes:

- Desarrollo y crecimiento intelectual: Se caracteriza por una creciente independencia de reacción frente al estímulo, Se basa en una internalización de estímulos del medioambiente, que se conservan en un sistema de almacenamiento, permitiendo predecirlos; por otra implica una capacidad creciente para múltiples alternativas simultáneamente, atender varias secuencias, organizando el tiempo y la atención para atenderlas. El lenguaje facilita este desarrollo, permite el intercambio social, pone en orden el ambiente, permite desarrollar la capacidad de comunicarse con uno mismo y con los demás.
- Principios del aprendizaje: El conocimiento es aprendido por uno mismo, producto del descubrimiento creativo. El método de descubrimiento es el principal para transmitir el

contenido, organiza en forma eficaz lo aprendido para emplearlo interiormente, generando motivación intrínseca y confianza, asegura la conservación del recuerdo.

Para Bruner El ser humano que aprende es eficaz en su aprendizaje ya que va edificando su aprendizaje descubriéndolo a partir de una serie de estrategias cognitivas y mentales.

2.2.1. 1 Tipos de aprendizajes

Todas las personas o individuos descubren y aprenden las cosas de manera diferente y a través de diversos medios, como lo visual que involucra variados sistemas de representación que captan información mediante numerosos canales sensoriales. Además de las variadas formas de comunicación que existen, asimismo hay distintos tipos de estudiantes de lo cual debe estar muy atento el educador o la persona que enseña. Se han realizado estudios sobre los distintos tipos de aprendizaje los cuales han determinado qué parte de la capacidad se hereda y desarrolla. Estos estudios han demostrado que las creencias tradicionales sobre los entornos de enseñanza más favorables son equivocadas. Según la información de la que disponemos actualmente no existe un ambiente de aprendizaje universal ni un método apropiado para todo el mundo. Algunos tipos de aprendizaje son los siguientes:

2.2.1.2 Aprendizaje Cooperativo y Colaborativo

Teniendo en cuenta la publicación realizada por el profesor Armando Sánchez (2011) sobre La Perspectiva John Dewey, Aprender Haciendo y el Pensamiento Reflexivo donde manifiesta que Según el pedagogo norteamericano promovía la importancia de construir conocimientos dentro del aula a partir de la interacción y la ayuda entre pares en forma sistemática. El aprendizaje en este enfoque depende del intercambio de información entre los estudiantes, los cuales están motivados tanto para lograr su propio aprendizaje como para acrecentar los logros de los demás. Las principales ideas en el aprendizaje cooperativo se pueden definir en:

- Formación de grupos: Estos son grupos heterogéneos, idealmente de 4 miembros con diversos niveles de competencia, donde se debe construir una identidad de grupo, práctica de la ayuda mutua y la valorización de la individualidad para la creación de una sinergia.
- Interdependencia positiva: Es necesario promover la capacidad de comunicación adecuada entre el grupo, para el entendimiento de que el objetivo es la realización de producciones y que estas deben realizarse de forma colectiva.
- Responsabilidad individual: El resultado como grupo será finalmente la consecuencia de la investigación individual de los miembros. Esta se apreciará en la presentación pública de la tarea realizada.
- Participación equitativa. El trabajo que hay que realizar se distribuye entre todos los componentes del equipo de forma equitativa (proporcionada a las posibilidades de cada uno).
- Interacción simultánea. En la resolución de la tarea todos los estudiantes dialogan, contrastan sus pareceres y toman decisiones consensuadas.

Además, el profesor Armando Sánchez cita el valioso aporte de Jordi Adell y Auxi Sales (1999) el aprendizaje cooperativo "favorece la democracia y la solidaridad en el grupo y la autonomía en la organización del propio aprendizaje".

Para que los puntos anteriores se consoliden, es necesario que el docente haya desarrollado las habilidades relacionadas a la anticipación de las acciones. Esto es: prever; tener claro el procedimiento para la obtención de un resultado concreto tanto del material didáctico como del escrito, para la realización de la actividad en cualquiera de las etapas del trabajo. El dar o recibir ayuda no mejora al aprendizaje en grupo, sino el tener la conciencia de necesitarla, comunicar esta necesidad e integrar la ayuda ofrecida en el propio trabajo (Guadalupe Gómez-Pezuela Gamboa, 2007). Es así como el trabajo cooperativo contribuye en el desarrollo de habilidades comunicativas, trabajo en grupo y flexibilidad en el pensamiento.

En resumidas cuentas, podemos decir que el aprendizaje cooperativo, es un tipo de aprendizaje en grupo. Por ejemplo, un estudiante que aprende junto a su compañero o compañeros. El objetivo que persigue este aprendizaje cognitivo es que cada miembro aprenda dentro de sus posibilidades y que además se favorezca un trabajo en equipo. Los cuatro pilares que sostienen este aprendizaje cognitivo, son la interdependencia positiva, la responsabilidad individual, la participación igualitaria y la interacción simultánea. Un aprendizaje similar (pero no igual) a éste, es el aprendizaje colaborativo. En este tipo de aprendizaje, generalmente es una persona fuera del grupo (ya sea un profesor, educador etc.) quién propone un tema y se desarrolla en grupo.

2. 2.1.3 Aprendizaje significativo

Según Laura Rodríguez Provenzano, Docente Investigador en Universidad Central de Venezuela en su publicación realizada (2012), David Paul Ausubel (1973, 1976, 2002) el aprendizaje significativo es una teoría psicológica porque se ocupa de los procesos mismos que el individuo pone en juego para poder aprender. La teoría del aprendizaje significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo. Este tipo de aprendizaje supone un proceso de organización de la información y de conexión con el conocimiento y la experiencia previa del que aprende. La nueva información se relaciona con nuestras experiencias. Esto desemboca en que el nuevo conocimiento se transforme en único para cada persona, ya que cada uno tenemos una historia propia. Es como aprender a través del filtro con el que vemos la realidad.

Para Pozo (1989) la Teoría del Aprendizaje Significativo se constituye como una teoría cognitiva de reestructuración; se trata de una teoría psicológica que se gesta y se construye bajo la orientación de un enfoque organicista del sujeto y que está basado y centrado en el aprendizaje generado en un contexto escolar. En la teoría de Ausubel se da gran importancia al hecho de diferenciar el aprendizaje mecánico o memorístico del aprendizaje significativo; cuando el sujeto, no establece relación o conexión, con los conceptos que posee en su estructura cognitiva al enfrentarse a nuevos conocimientos, se considera que aprende de forma memorística. Por el contrario, si es capaz de relacionar la nueva información con las ideas o conceptos previos que posee en su estructura mental, entonces está aprendiendo de manera significativa, y esa es la intencionalidad directa de las actividades que hemos seleccionado para este estudio (p. 39).

2.2.1.4. Aprendizaje por descubrimiento

Según publicación realizada por la profesora Margarita Jean del Centro Regional Panamá Oeste (2016), El psicólogo y pedagogo estadounidense Jerome Bruner desarrolló en la década de los 60 una teoría del aprendizaje de índole constructivista, conocida como aprendizaje por descubrimiento o aprendizaje heurístico. La característica principal de esta teoría es que promueve que el estudiante (aprendiente) adquiera los conocimientos por sí mismo.

Esta forma de entender la educación implica un cambio de paradigma en los métodos educativos más tradicionales, puesto que los contenidos no se deben mostrar en su forma final, sino que han de ser descubiertos progresivamente por los jóvenes.

Bruner considera que los estudiantes deben aprender a través de un descubrimiento guiado que tiene lugar durante una exploración motivada por la curiosidad. Por lo tanto, la labor del profesor no es explicar uno contenidos acabados, con un principio y un final muy claros, sino que debe proporcionar el material adecuado para estimular a sus educandos mediante estrategias de observación, comparación, análisis de semejanzas y diferencias, etc.

El objetivo final del aprendizaje por descubrimiento es que los estudiantes lleguen a descubrir cómo funcionan las cosas de un modo activo y constructivo. De hecho, el material proporcionado por el profesor constituye lo que Bruner denomina andamiaje.

Los partidarios de las teorías del Bruner ven en el aprendizaje por descubrimiento los siguientes beneficios:

- Sirve para superar las limitaciones del aprendizaje tradicional o mecanicista.
- Estimula a los jóvenes para pensar por sí mismos, plantear hipótesis y tratar de confirmarlas de una forma sistemática.
- Potencia las estrategias meta cognitivas, es decir, se aprende cómo aprender.
- Estimula la autoestima y la seguridad.
- Se potencia la solución creativa de los problemas.
- Es especialmente útil para el aprendizaje de idiomas extranjeros, puesto que los estudiantes tienen un rol muy activo, fomentando el uso de técnicas para analizar el lenguaje, deducir cómo funcionan las normas y aprender de los errores.

Cuando se busca activamente información y lo que mueve al cerebro es la curiosidad, estamos aprendiendo por descubrimiento. En este aprendizaje cognitivo, el individuo descubre, se interesa, aprende, relaciona conceptos y los adapta a su esquema cognitivo.

2.2.1. 5Estrategias meta cognitivas

Para William Glasser (2013) La manera como se ha entendido tradicionalmente la educación ha sufrido un vuelco en nuestros tiempos debido al surgimiento permanente de estímulos que llegan desde distintas direcciones. Esta sobre estimulación ejerce directa influencia en la forma en que las nuevas generaciones de seres humanos aprenden. Ya no es como antes que el estudiante se sentaba a escuchar al maestro o a seguir, a pie juntillas, sus recomendaciones sobre qué hacer, qué leer o qué estudiar. En la actualidad la información fluye a través de todos los ámbitos sociales del estudiante, además de la recarga de medios de comunicación, desde los convencionales hasta las modernas tecnologías como la internet y los dispositivos móviles, que se convierten en fuentes inmediatas de conocimientos que ingresan a la memoria y sensibilidad del alumnado. En su Pirámide de Aprendizaje, Glasser propone un esquema que nos ayuda a comprender cómo aprenden nuestros jóvenes. “Buena educación es aquella en la que el profesor pide a sus estudiantes que piensen y se dedica a fomentar el diálogo para verificar la comprensión y el crecimiento de los estudiantes” (William Glasser).

En esta pirámide de aprendizaje, Glasser expone en términos breves y fácilmente verificables a través de la experiencia cuáles son las vías más efectivas para que un estudiante fije los conocimientos que recibe ya sea en la escuela, en la casa o delante de una computadora. Los estímulos visuales, auditivos y emocionales se complementan para potenciar el aprendizaje. Aislados sirven, pero combinados aseguran el éxito.

Es importante señalar este otro tipo de estrategias de aprendizaje para entender un poco mejor nuestra forma de aprender. Estas estrategias implican conocer el propio proceso de aprendizaje. Aprender a aprender. Conocerse a uno mismo, sus actitudes y sus aptitudes, para así saber cómo aprender mejor según el caso. Qué es en la meta cognición.

Cada individuo es un universo y no hay un procedimiento de aprendizaje eficaz que sirva a la perfección para todos por igual. Por ello, saber las propias fortalezas y debilidades es de gran importancia cuando se aprenden nuevos aprendizajes.

2.2.1.2 Estilos de aprendizajes

Como maestros, sabemos que las necesidades de cada estudiante son distintas, es por ello que por los años 70 el concepto de "aprendizaje" como tal cambió drásticamente. Pronto nacieron los "estilos de aprendizaje", y las "estrategias de aprendizaje" como modelos a seguir para una correcta y mejor opción a la hora de comunicar y captar una enseñanza.

El término 'estilo de aprendizaje' se refiere al hecho de que cuando queremos aprender algo cada uno de nosotros utiliza su propio método o conjunto de estrategias. Aunque las estrategias concretas que utilizamos varían según lo que queramos aprender, cada uno de nosotros tiende a desarrollar unas preferencias globales. Esas preferencias o tendencias a utilizar más unas determinadas maneras de aprender que otras constituyen nuestro estilo de aprendizaje. En pocas palabras podríamos decir que hace referencia a las estrategias preferidas por los estudiantes y que se relacionan con formas de seleccionar, interpretar, organizar y pensar sobre la nueva información o aprendizaje requerido. Podríamos decir que son los “rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que determinarán la forma en que los educandos perciben, interaccionan y responden a un ambiente de aprendizaje”.

Es necesario aclarar que todas las personas no aprendemos de la misma manera ni con la misma rapidez. Todos aprendemos de maneras diferentes, tendrá dudas distintas y avanzará más lógicamente en unas áreas que otras de acuerdo con sus gustos. Las diferencias en el aprendizaje dependen de muchos factores, como por ejemplo el grado de motivación por parte del profesor, contexto y edad entre otros. Pero esto no explica porque nos encontramos con estudiantes con las mismas condiciones y porque aprenden de forma diferente unos de manera fácil y otros de forma más lenta.

El análisis de los estilos de aprendizaje ofrece indicadores, que ayudan a interpretar las interacciones de la persona con la realidad. El concepto que los distintos autores tienen sobre estilos de aprendizaje no es común a todos y es definido de variadas formas. A continuación, se mencionan algunas definiciones:

Para Claudia Lorena García Zuluaga y Rubén Antonio Sachica Navarro en su tesis de grado en el año (2012). Universidad Católica de Manizales Maestría en Educación Manizales Caldas, Los estilos de aprendizaje suelen ser estudiados desde las investigaciones que realizaron David Kolb (1984) y Peter Honey (1986). Tanto la investigación de Kolb como la de Honey siguen una misma línea u objeto de estudio, por lo que se podría decir que son en cierta medida estudios complementarios. David Kolb incluye el concepto de estilos de aprendizaje dentro de su modelo de aprendizaje por la experiencia y lo describe como "algunas capacidades de aprender, que se destacan por encima de otras, como resultado del aparato hereditario de las experiencias vitales propias, y de las exigencias del medio ambiente actual".

El estilo de aprendizaje consiste en definitiva en cómo nuestra mente procesa la información, cómo es influida por las percepciones de cada individuo, con el fin de alcanzar aprendizajes eficaces y significativos. Por ejemplo, cuando se aprende un nuevo concepto, algunos estudiantes se centran en los detalles, otros en los aspectos lógicos, otros prefieren hacerlo leyendo o llevándolos a la práctica a través de actividades. Por ello es necesario planificar actividades ajustadas a los estilos de aprendizaje de los participantes de manera que sean más receptivos cuando perciban que los objetivos del programa de formación responden a sus necesidades y expectativas.

Es importante establecer que los estilos de aprendizaje no son estables, es decir, pueden sufrir modificaciones a lo largo del tiempo. En efecto, a medida que avanzan en su proceso de aprendizaje los estudiantes van descubriendo cuál es su mejor forma de aprender, dependiendo de condiciones tales como las circunstancias, contextos o tiempos de aprendizaje. Los educandos aprenden con más efectividad cuando se les enseña con sus estilos de aprendizaje predominante. En consecuencia, podríamos decir que:

- El facilitador podrá orientar mejor el aprendizaje de cada estudiante si conoce cómo aprenden.
- Si la meta del facilitador es lograr que los estudiantes aprendan a aprender, entonces se le debe ayudar a conocer y optimizar sus propios estilos de aprendizaje.

Finalmente, el modelo de aprendizaje experiencial y cíclico de Kolb plantea que los estilos de aprendizaje varían de acuerdo al lugar, las demandas de las tareas y las necesidades educativas específicas. De ahí que las preferencias sean cíclicas y dependientes no solo del desarrollo cognitivo del individuo; sino a las condiciones inmediatas en el que éste se desarrolla.

De la misma forma la profesora Malacaria, María Irene, en su tesis “Estilos de Enseñanza, Estilos de Aprendizaje y desempeño académico” (2010). Universidad FASTA Facultad de Humanidades Escuela de Ciencias de la Educación. Manifiesta que Honey y Mumford (1986) han partido del análisis de la teoría de Kolb, para llegar a una aplicación de los estilos de aprendizaje. Les preocupa averiguar por qué en una situación, en la que dos personas comparten texto y contexto, una aprende y otra no. Una explicación está en que los estilos de aprendizaje de cada persona originan diferentes respuestas y diferentes comportamientos ante el aprendizaje. Según Honey, lo ideal sería que todo el mundo fuera capaz de experimentar, reflexionar, elaborar hipótesis y aplicar. Pero lo cierto es que las personas son más capaces de una cosa que de otra. Los estilos de aprendizaje, para Honey y Mumford son cuatro, que a su vez son las cuatro fases de un proceso cíclico de aprendizaje (Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático).

Finalmente, en la misma tesis y de igual importancia la profesora Malacaria, María Irene, manifiesta los valiosos aportes de Alonso, Gallego y Honey (1995, pp. 44 y 45) comentan: La auténtica igualdad de oportunidades educativas para los estudiantes no significa que tengan el mismo libro, el mismo horario, las mismas actividades, los mismos exámenes... El estilo de enseñar preferido por el profesor puede significar un favoritismo inconsciente para los jóvenes con el mismo estilo de aprendizaje, los mismos sistemas de pensamiento y cualidades mentales.

Por lo anterior, resulta claro que saber más sobre los estilos de aprendizaje y cuál de éstos define nuestra forma predilecta de aprender es importante no solo para los que se supone que aprenden, sino igualmente para los que han asumido la función de enseñar, pues ambos extremos se encuentran conectados de tal forma que es posible aseverar que ningún enseñante, por el simple hecho de asumirse como tal, deja de ser un aprendiz (y probablemente pudiera decirse también, que ningún aprendiz está exento de ser un enseñante potencial capaz de erigirse, tarde o temprano, en un digno sucesor de aquél). Según los autores anteriormente citados, cuatro son los estilos de aprendizaje (documentados por su investigación empírica):

El Cuestionario Honey-Alonso de Estilos de Aprendizaje (CHAEA), según la propuesta de tales autores, es un instrumento adecuado para el diagnóstico de las preferencias que la gente presenta a la hora de aprender. Consta de 80 reactivos breves, estructurados en cuatro secciones de 20 reactivos correspondientes a los cuatro estilos de aprendizaje, que se distribuyen aleatoriamente a lo largo del cuestionario como un solo conjunto. Los resultados obtenidos por el CHAEA en pruebas de fiabilidad (como el coeficiente Alfa de Cronbach) y en indicadores de validez (como el Análisis de Ítems y diferentes tipos de análisis factoriales) han sido calificados por sus autores como adecuados

2.2.3 El aprendizaje en el constructivismo

La Institución Educativa Colegio Antonio Nariño centra su modelo pedagógico en el constructivismo, razón por la cual la propuesta pedagógica que aquí se plantea y articula con la investigación se basa en esta teoría. Según Serrano y Pons (2011) "El constructivismo, en esencia, plantea que el conocimiento no es el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente. En este proceso la mente va construyendo progresivamente modelos explicativos, cada vez más complejos y potentes, de manera que conocemos la realidad a través de los modelos que construimos ad hoc para explicarla", significa que el optar por implementar estrategias pedagógicas para fortalecer la competencia matemática solución de problemas teniendo como eje el constructivismo permitirá que los estudiantes adquieran otra visión del proceso de enseñanza y a su vez su proceso de aprendizaje se espera que sea más activo y con mayor sentido en cuanto a la aplicabilidad de lo que se trabaja en el aula de clase.

El Constructivismo es la Teoría del Aprendizaje que destaca la importancia de la acción es decir del proceder activo en el proceso de la enseñanza. Esta teoría sostiene que el Conocimiento no se descubre, se construye: el estudiante construye su conocimiento a partir de su propia forma de ser, pensar e interpretar la información. Desde esta perspectiva, el estudiante es un ser responsable que participa activamente en su proceso de aprendizaje. Este papel activo está basado en las siguientes características:

-La importancia de los conocimientos previos, de las creencias y de las motivaciones de los educandos.

-El establecimiento de relaciones entre los conocimientos para la construcción de mapas conceptuales y la ordenación semántica de los contenidos de memoria (construcción de redes de significado).

-La capacidad de construir significados a base de reestructurar los conocimientos que se adquieren de acuerdo con las concepciones básicas previas del sujeto.

-Los estudiantes auto-aprenden dirigiendo sus capacidades a ciertos contenidos y construyendo ellos mismos el significado de esos contenidos que han de procesar.

La teoría Constructivista permite orientar el proceso de enseñanza aprendizaje desde una perspectiva experiencial, en el cual se recomienda menos mensajes verbales del maestro (mediador) y mayor actividad del estudiante.

La aplicación del modelo Constructivista al aprendizaje implica el reconocimiento que cada persona aprende de diversas maneras, requiriendo estrategias metodológicas pertinentes que estimulen potencialidades y recursos, y que propician un educando que valora y tiene confianza en sus propias habilidades para resolver problemas, comunicarse y aprender a aprender.

2.2.3.1 Características del constructivismo

El ambiente de aprendizaje constructivista se puede diferenciar por cuatro características:

- Proveer a las personas del contacto con múltiples representaciones de la realidad, que evaden las simplificaciones y representan la complejidad del mundo real.
- Enfatizar al construir conocimiento dentro de la reproducción del mismo.
- Resaltar tareas auténticas de una manera significativa en el contexto en lugar de instrucciones abstractas fuera del contexto.
- Proporcionar entornos de aprendizaje constructivista fomentando la reflexión en la experiencia, permitiendo que el contexto y el contenido sean dependientes de la construcción del conocimiento.

2.2.3.2 Rol docente en el constructivismo

El papel del docente debe ser de moderador, coordinador, facilitador, mediador y al mismo tiempo participativo, es decir debe contextualizar las distintas actividades del proceso de aprendizaje. Es el directo responsable de crear un clima afectivo, armónico, de mutua confianza entre docente y discente partiendo siempre de la situación en que se encuentra el estudiante, valorando los intereses de estos y sus diferencias individuales. Además, debe ser conocedor de sus necesidades evolutivas, y de los estímulos que reciba de los contextos donde se relaciona: familiares, educativos, sociales.

Así este docente debe estimular y al mismo tiempo aceptar la iniciativa y la autonomía del estudiante. Su docencia se debe basar en el uso y manejo de terminología cognitiva tal como Clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar, pensar. Para ello la materia prima y fuentes primarias deben ser materiales físicos, interactivos y manipulables.
Fomenta la participación activa no solo individual sino grupal con el planteamiento de cuestiones que necesitan respuestas muy bien reflexionadas.

2.2.3.3 Rol estudiante en el constructivismo

El papel del estudiante en esta teoría del aprendizaje, es un papel constructor tanto de esquemas como de estructuras operatorias.

Siendo el responsable último de su propio proceso de aprendizaje y el procesador activo de la información, construye el conocimiento por sí mismo y nadie puede sustituirle en esta tarea, ya que debe relacionar la información nueva con los conocimientos previos, para establecer relaciones entre elementos en base a la construcción del conocimiento y es así cuando da verdaderamente un significado a las informaciones que recibe. Esto le obliga a cumplir unas series de normas:

- Participar activamente en las actividades propuestas, mediante la puesta sobre la mesa de ideas y su posterior defensa.
- Enlazar sus ideas y las de los demás.
- Preguntar a otros para comprender y clarificar.
- Proponer soluciones.
- Escuchar tanto a sus compañeros como al coordinador o facilitador.
- Cumplir con las actividades propuestas y en los plazos estipulados.

2.2.3.4 Evaluación del aprendizaje en el constructivismo

Énfasis en la evaluación de los procesos de aprendizaje. Considerar los aspectos cognitivos y afectivos que los estudiantes utilizan durante el proceso de construcción de los aprendizajes. Evalúa la significatividad de los aprendizajes. En qué grado los estudiantes han construido interpretaciones significativas y valiosas de los contenidos revisados, debido a la ayuda pedagógica recibida y a sus propios recursos cognitivos y en qué grado los educandos han sido capaces de atribuir un valor funcional a las interpretaciones significativas de los contenidos.

No es una tarea simple, ya que aprender significativamente es una actividad progresiva que se valora cualitativamente que requiere seleccionar muy bien las tareas o instrumentos de evaluación pertinentes y acordes con los indicadores.

Le interesa la funcionalidad de los aprendizajes, el uso funcional que los jóvenes hacen de lo aprendido, ya sea para construir nuevos aprendizajes o para explorar, descubrir y solucionar problemas. Busca que el estudiante sea responsable y controle el proceso enseñanza – aprendizaje.

Evaluación y regulación de la enseñanza.

Conocer la utilidad o eficacia de las estrategias de enseñanza propuestas en clase, tales como: estrategias didácticas, condiciones motivacionales, clima socio-afectivo existente en el aula, naturaleza y adecuación de la relación docente-estudiante o estudiante-estudiante. La autoevaluación del educando busca la capacidad de autorregulación, aprender a evaluar el proceso y el resultado de sus propios aprendizajes. (Evaluación formadora). Tomando en cuenta los diferentes contenidos de acuerdo a su naturaleza: "Conceptuales, procedimentales y actitudinales", la evaluación de sus aprendizajes exige procedimientos y técnicas diferentes Coherencia entre las situaciones de evaluación y el progreso de la enseñanza-aprendizaje

2.2.3.5 ventajas e inconvenientes del constructivismo

2.2.3.5.1 Ventajas

- Promueven la autonomía en los estudiantes.
- Generan procesos de interacción, planificación y evaluación participativos.

- Son flexibles y dinámicos y se adecuan a las necesidades del grupo.
- Permite la interacción y la coparticipación en el proceso de aprendizaje entre estudiantes que se encuentren en puntos geográficos alejados o remotos.
- Propicia el desarrollo de las destrezas del pensamiento, la interdisciplinariedad y el trabajo cooperativo.

2.2.3.5.2 Inconvenientes

- En los procesos de enseñanza y aprendizaje, los estudiantes deben reducirse a una construcción subjetiva de algo que está en proceso de dejar de ser, de dejar de existir en un futuro inmediato.
- Lo anterior incide en la preferencia de los constructivistas por estudiar los problemas y no los contenidos.
- Obstaculiza la organización de un plan de educación fuerte y la evaluación, ya que cada estudiante se organiza con su propio ritmo de aprendizaje.

El Constructivismo ha recibido aportes de importantes autores, entre los cuales se encuentran Jean Piaget, Vygotsky, Ausubel y Bruner.

2.2.4 Que es un problema

Un problema es aquel conjunto de hechos o circunstancia en la que se genera un obstáculo para la consecución de alguna cosa o fin. Su origen nos demuestra que un problema es aquel que requiere de solución. A nivel social, los problemas existen en diferentes áreas del conocimiento o cualquier campo, porque en teoría, en todos lados.

No todas las personas tienen la misma capacidad para resolver un problema, con las mismas destrezas, con el mismo potencial, los estilos de aprendizajes son muy particulares en cada estudiantes o individuo, no podemos homogenizarlos en este sentido, hacerlo es desconocer y ser un ignorante de los hallazgos actuales en Educación.

Un problema en Matemáticas lo podemos definir una situación que se presenta y requiere de una explicación y demostración con la ayuda de algunos algoritmos.

Según publicación realizada por Miguel Alejandro Lopera Vega (2012). Metodología de la Investigación, Universidad de Antioquia, cita algunas definiciones sobre que es un problema entre ellas tenemos las siguientes:

- Un problema puede ser una situación no resuelta o indeterminada conocida como situación “problemática”; se hace problemática en el momento mismo de ser sometida a investigación. (John Dewey).
- El resultado primero de la intervención de la investigación es que se estima que la situación es problemática. (John Dewey).
  El considera que tanto el profesor como el estudiante forman parte del proceso de enseñanza – aprendizaje, resultando muy artificial la separación que tradicionalmente se ha establecido entre ambos
- Problema es un procedimiento dialéctico que tiende a la elección o al rechazo o también a la verdad y al conocimiento (Aristóteles).
- El Problema o la proposición problemática es una proposición principal que enuncia que algo puede ser hecho, demostrado o encontrado (Jungius).

- Por problema los matemáticos entienden las cuestiones que dejan en blanco una parte de la proposición (Gottfried Wilhelm Leibniz).

  Leibniz manifiesta que por problema los matemáticos entienden las cuestiones que dejan en blanco una parte de la proposición.

  Hace referencia que la verdadera filosofía es la sabiduría "que consiste en un perfecto conocimiento de los principios de todas las ciencias y del arte de aplicarlos". Todos podemos aplicar la filosofía en nuestras vidas para resolver cualquier problema que se nos presente indiferentemente al área que corresponda, puesto que cada ser humano posee razón, y ya que la filosofía corresponde a una serie de preguntas un tanto común, como por ejemplo ¿qué puedo hacer? se presenta como algo cotidiano. Además, se podría decir que la filosofía es la ciencia más importante para el hombre.
- Problema es una proposición práctica demostrativa por la cual se afirma que algo puede o debe ser hecho (Christian Freiherr von Wolff).
- Problemas son proposiciones demostrativas que necesitan pruebas o son tales como para expresar una acción cuyo modo de realización no es inmediatamente cierto (Immanuel Kant). Dice en su teoría del conocimiento que las impresiones sin las formas y las categorías que aporta el intelecto serian ¨ciegas¨. Kant le reconoce a los empiristas que todo conocimiento comienza con la experiencia, pero no admite que todo conocimiento provenga de la experiencia Posibilidad de conocimiento. Existen varias posibilidades del conocimiento, las cuales dicen que el conocimiento si es posible, es decir, si el sujeto puede aprehender el objeto u otra que dice que por el contrario si el hombre no puede tener ninguna seguridad respeto al conocimiento de las cosas.

- Es desde dónde se origina el tema de investigación, donde se posibilita delimitar la idea inicial (Lerma).

2.2.4.1 Resolución de problemas

El término resolución de problemas ha sido empleado con numerosos significados, que van desde trabajar con ejercicios tradicionales hasta hacer matemáticamente competente. En los últimos tiempos, se ha estudiado considerablemente la resolución de Problemas como fuente de aprendizaje de las Matemáticas y fortalecer competencias, donde los educandos interactúan.
La estrategia resolución de problemas implica crear un contexto donde los datos guarden cierta coherencia, lo cual la hace más significativa el uso de las funciones Trigonométricas para este propósito.

De una manera más fácil podríamos afirmar que la resolución de problemas consiste en hallar una respuesta apropiada a las exigencias planteadas, pero realmente no debe verse como un logro final, sino como todo un complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental, debe implicar un estudio de la situación ante la cual se halla, en la elaboración de hipótesis y la formulación de suposiciones; en el descubrimiento y selección de posibilidades, en la puesta en práctica de métodos de solución, entre otros.

Las situaciones problemáticas son normales en la existencia de los seres humanos, los estudiantes se ven encontrados habitualmente a resolver problemas, pero ¿qué es un problema? (Polya, en su libro Mathematical Discovery - capitulo 5), afirma que un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.

En cuanto a la resolución de problemas encontramos diversas definiciones a través del tiempo como las mencionadas por María Milena Bedoya Echavarría y Sergio Andrés Ospina Sánchez (2014), con la cita de Kard Duncker (1945) referenciado en D´Amore (2010, p. 20) quien expone la resolución de problemas como una competencia vital, por lo cual es fundamental ayudar a desarrollarla. La idea de ayudar a desarrollar competencias es la principal justificación de que la educación exista. Sin embargo, con el tiempo se ha propendido por una acumulación de conceptos, algunos sin mucha utilidad o sentido; respecto a esta realidad, Gerard Vergnaud (1990) citado en D´Amore (2010, p. 10) escribe: "Un concepto es casi nada sin las situaciones que le dan sentido y sin problemas que resolver".

Un concepto desde la matemática es algo primordial y el cómo se enseñe, llevará a que el estudiante genere conocimiento además de motivación, o, al contrario, que se encuentre en una nube donde las ideas no son claras; y esto es debido a que no hubo un buen acompañamiento por parte del profesor, ya que muchas veces éste continuó la manera de cómo llegaron los conceptos a su mente. Al dar paso a un aprendizaje mediante resolución de problemas, se genera como afirma R. Gagné (1975) citado por D´Amore (2010, p. 12) "capacidades de pensamiento ulterior" esta idea se puede fortalecer con la siguiente afirmación propuesta por Polya (1945) citado en D´Amore (2010, p. 11) "hacer matemática es, ante todo, resolver problemas".

Otra posición internacional que revela la importancia de la resolución de problemas en la educación donde la orden 10 de Andalucía (2010) estableció que:

La resolución de problemas debe entenderse como la esencia fundamental del pensamiento y el saber matemático; y en este sentido, ha de impregnar e inspirar todos los conocimientos que se vayan construyendo en esta etapa educativa, considerándose como eje vertebrador de todo el aprendizaje matemático y orientándose hacia la reflexión, el análisis, la concienciación y la actitud crítica ante la realidad que nos rodea. Tanto en la vida cotidiana como respecto a los grandes problemas que afectan a la humanidad (p. 2).

Por su parte, Yamith José Fandiño Parra Fandiño (2010) señala: La resolución de problemas se da mediante lo que "podemos llamar por ahora "estrategias de resolución de problemas" esta serie de pasajes: exploración de reglas (normas, experiencias) conocidas y aplicadas; descarto de algunas de estas; análisis de la situación estudiándola desde puntos de vista diversos; confección de una regla nueva de comportamiento obtenida "dosificando" oportunamente reglas exitosas ya utilizadas en precedencia; verifica la posibilidad de resolución del problema con dicha nueva regla (p. 85).(Corregir forma de hacer cita de más de 40 palabras)

Desde las prácticas realizadas por algunos profesores, la resolución de problemas se relaciona con el aprendizaje, y por este motivo interesa saber qué se entenderá por aprendizaje. Para esto, haremos referencia a D´Amore (2010, p. 65), quien expresa: "El aprendizaje no se manifiesta a través de una indefinida y vaga cantidad de competencias adquiridas, sino a través del placer, del deseo, de la disponibilidad de hacer uso de él". Además, se retoma la tesis expuesta por Fandiño (2010) en la cual sostiene que en el aprendizaje de las matemáticas se pueden observar 5 tipos de aprendizajes que están entremezclados pero que son distinguibles; estos son: el aprendizaje conceptual, el aprendizaje algorítmico, el aprendizaje estratégico (referente a la resolución de problemas), el aprendizaje comunicativo y el aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas. ; Estos cinco tipos de aprendizaje se ven conjugados en la resolución de problemas, y es esta actividad la que puede dar la satisfacción de utilizar el conocimiento. En este orden de ideas como lo expresa D´Amore (2003c) citado en (Fandiño, 2010, p. 84): "El espacio después de: gratificación (placer "interior", es decir, satisfacción interior, o el reconocimiento social de ser considerado un buen “resolutor” de problemas)”, este placer debe ser primero experimentado por el profesor para luego poder enseñar con este fin.

Las ideas anteriores son de gran relevancia, porque a lo largo de la historia, tanto personas del común como grandes matemáticos, han reconocido la resolución de problemas como el más alto grado de su hacer, ya que la relación entre conceptos y estrategias es lo que soluciona los problemas y allí se reorganiza constantemente el conocimiento, a partir del desarrollo de habilidades y destrezas.

A continuación de lo expresado es necesario incorporar una mirada específica a los subprocesos, habilidades y destrezas presentes en la resolución de problemas según (Ministerio De Educación Nacional, 2006):

> “Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los estudiantes”. (p.52)

Es indudable la trascendencia que tiene la resolución de problemas como eje organizador dentro del currículo de matemáticas y al mismo tiempo articulada interdisciplinarmente en todas las áreas del proceso educativo.

A partir de lo anterior existe un acuerdo general en aceptar la idea de que el objetivo primario de la educación matemática debería ser que los jóvenes aprendan matemática a partir de la resolución de problemas, sin embargo, dadas las múltiples interpretaciones del término, este objetivo difícilmente es claro.

La estrategia de resolución de problemas es mucho más rica que la aplicación mecánica de números, pues involucra crear un contexto donde los datos guarden una cierta relación. Desde este análisis se han de establecer rangos: ver qué datos son prioritarios, rechazar los elementos distorsionadores, escoger las operaciones que los relacionan, estimar el rango de la respuesta, etc.

2.2.4.2 Resolución de problemas según el método de George Pólya

George Pólya en su libro Cómo plantear y resolver problemas, dice: “resolver un problema, es esencialmente, encontrar la relación entre los datos y la incógnita. Además, se debe plantear bien los problemas, utilizar todos los datos y establecer la relación existente entre cada uno de ellos y la incógnita” (p. 108).

Al Resolver situaciones problemas a través de la enseñanza de las matemáticas, se pone en práctica el principio general de aprendizaje activo; donde se desarrollan los procesos de pensamiento y habilidades, dentro de los contenidos matemáticos.

Después de observar la importancia que tiene la resolución de problemas dentro de las competencias matemáticas nos fundamentamos en el marco teórico de este; George Polya en su libro, define un método de 4 etapas o pasos para resolver problemas, a cada una de ellas le asocia una serie de preguntas y sugerencias que aplicadas adecuadamente ayudarían a resolver el problema, las etapas y preguntas se organizan de la siguiente forma:

Paso 1: Entender el problema: Esta etapa es fundamental ya que es imposible resolver un problema si no se comprende el enunciado, por tanto, es necesario reflexionar sobre lo que allí se pide antes de lanzarse aplicar fórmulas y realizar operaciones. Las preguntas planteadas son: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?

- ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Paso 2: Configurar un plan: Es una etapa de gran importancia ya que no solamente está relacionada con los conocimientos y la esfera de lo racional, sino con la imaginación y la creatividad y las preguntas allí planteadas se enfocan a llevar el problema a situaciones conocidas, estas son:

- ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados

para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Paso 3: Ejecutar el plan: Es un paso más técnico ya que si el plan está bien concebido, su realización es posible, y si se tienen los conocimientos y el entrenamiento necesarios debería ser posible llevarlo a cabo sin contratiempos, aunque en ocasiones se pueden presentar dificultades que obligan a regresar a la etapa anterior para hacer ajustes. Las preguntas son:

- Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos
- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Paso 4: Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva): En algunas ocasiones es omitida, pero el autor considera que es importante realizar este paso no solo porque permite detectar y corregir errores sino porque puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan el que se acaba de hallar. Las preguntas a considerar son:

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes el razonamiento?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Según Polya citado por D'Amore (2010, p. 211) “Solo los grandes descubrimientos, permiten resolver los grandes problemas, hay en la solución de todo problema un poco de descubrimiento”; pero que, si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, este género experiencia a una determinada edad, puede determinar el gusto de trabajo intelectual y dejar, tanto en el espíritu como en el carácter, una huella que durara toda la vida".

Sobre los procesos heurísticos Polya manifestaba que son entrenables y que con su respectiva práctica se logran mejorar, si a los estudiantes le colocamos diferentes problemas crean hábitos y establecen pensamientos más rápidos, utilizando diferentes estrategias para llegar a una solución.

Igualmente, Polya manifiesta, que a los maestros se le pueden presentar tres razones que le pueden hacer difícil la ejecución del método en la resolución de problemas, ellos son los siguientes:

1. El maestro debe percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones presentadas por los estudiantes.
2. El docente debe tener muy presente cuando puede intervenir y que sugerencias suyas podrían ayudar al educando.
3. El maestro en algunas oportunidades estará en una posición inusual e incómoda, pues en algunas oportunidades no sobre todas las respuestas que se puedan presentar en la resolución de un problema.

Asimismo, propone algunas pausas que debe tomar en cuenta el maestro durante el desarrollo del pensamiento matemático y en especial en la resolución de problemas, entre ellas las siguientes:

- Interésese en su materia: El maestro debe comprender que su área puede abarcar muchas cosas y que por ende existen muchas razones para aprender.
- Conozca su materia: El educador debe comprender que cuando se enfrente con sus estudiantes durante el desarrollo del momento pedagógico debe estar preparado lo suficiente para no cometer errores.

- Tratar de leer las caras de sus estudiantes: El docente debe ser un constante observador que mire las expectativas de los estudiantes, dificultades que presentan y ponerse en el mismo lugar de ellos.
- Tener en cuenta la mejor manera de aprender: Es necesario que el maestro comprenda que el estudiante debe aprender por sí mismo.
- No dar a los estudiantes solo información: El docente debe siempre procurar que el conocimiento debe promoverlo de diferentes maneras como las actitudes mentales y creando hábitos de trabajo metódico.
- Permitir aprender a conjeturar: El maestro debe permitir durante el desarrollo del momento pedagógico la lluvia de ideas por parte de los estudiantes, pues esto puede producir soluciones inesperadas para un problema planteado.
- Aprender a comprobar: El docente debe entender que el estudiante puede usar otros ejemplos de problemas similares para poder resolver un problema y sugerir algunas soluciones si es pertinente.
- Tener en cuenta los rasgos del problema: El maestro debe inducir al estudiante que muchos elementos que puede tener a su alrededor o en su contexto le pueden servir para dar solución a un problema.
- No mostrar inicialmente todo del problema: El docente debe permitir que los estudiantes encuentren las posibles soluciones a un problema, para no cortar con sus expectativas, si lo realizo mal se debe explicar por qué la respuesta no es la indicada.
- Sugerir procedimientos: El maestro podrá sugerir en algunas oportunidades algunos procedimientos a seguir para hallar una solución, pero estos no deben ser camisa de fuerza para el estudiante.

Todo lo anterior implica que para solucionar un problema se debe comprender, analizar, resolver y evaluar la solución. Para Polya como lo manifiesta en su libro “un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata” De los anteriores planteamientos se deduce que si como docentes desarrollamos en nuestros estudiantes la competencia para solucionar problemas los estamos llevando al campo de la reflexión, la imaginación, la creatividad y la autonomía no solo en el área de matemáticas sino en todo su contexto de cotidianidad.

Es necesario aclarar qué para este método Polya crea algunas preguntas, para llevar a cabo de forma exhaustiva la resolución de un problema. En general es un buen principio, pero tiene una visión muy lineal del proceso. Además, se enfoca en problemas que siempre tienen solución, tampoco da la impresión de distinguir entre ejercicio y problema, cuestión muy importante que se desarrollará más adelante.

2.2.5 Funciones trigonométricas

Las funciones trigonométricas las podemos definir como aquellas relaciones angulares que se utilizan para relacionar los ángulos de un triángulo con las longitudes de los lados del mismo según los principios de la trigonometría. En matemáticas, las funciones trigonométricas se precisan a fin de extender la definición de las razones trigonométricas a todos los números reales y complejos. Las Funciones Trigonométricas son de gran importancia en la física, la astronomía, cartografía, náutica, la representación de fenómenos periódicos y muchas otras aplicaciones.

Las funciones trigonométricas definidas sobre el círculo gonio métrico son seis: sen(x), cos(x), tan(x), cot(x) (reciproca de la tan(x)), sec(x) (reciproca del cos(x)) y csc(x) (reciproca del sen(x)). Para este proyecto se desarrollaron actividades sólo para las tres primeras.

2.2.5.1 Función seno

En trigonometría, el sen(x) (abreviado sin, abreviatura derivada del latín sĭnus) de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa:

Senα = $\frac{a}{c}$

En matemáticas el seno de x, sen(x) es una función continua y periódica obtenida al hacer variar la razón mencionada, siendo una de las funciones trascendentes.

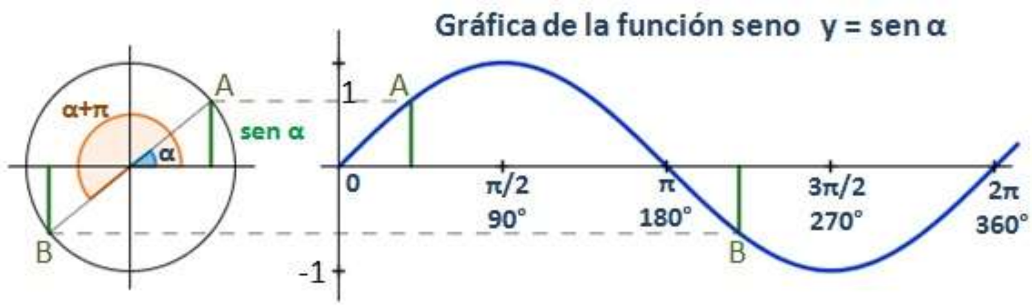
Etimología.

El astrónomo y matemático hindú Aria Bhatta (476–550 d. C.) estudió el concepto de «sen(x)» con el nombre de ardhá-jya, siendo ardhá: „mitad, medio‟, y jya: „cuerda‟). Cuando los escritores árabes tradujeron estas obras científicas al árabe, se referían a este término sánscrito como jiba. Sin embargo, en el árabe escrito se omiten las vocales, por lo que el término quedó abreviado jb. Escritores posteriores que no sabían el origen extranjero de la palabra creyeron que jb era la abreviatura de jiab (que quiere decir „bahía‟).

A finales del siglo XII, el traductor italiano Gherardo de Cremona (1114-1187) tradujo estos escritos del árabe al latín reemplazó el insensato jiab por su contraparte latina sinus („hueco, cavidad, bahía‟). Luego, ese sinus se convirtió en el español «sen(x)».

Según otra explicación, la cuerda de un sólo, se denomina en latín inscripta corda o simplemente inscripta. La mitad de dicha cuerda se llama semis inscripto. Su abreviatura era s. ins., que terminó simplificada como sins. Para asemejarla a una palabra conocida del latín se la denominó sinus.

Figura 1. Representación gráfica Función Seno



https://bit.ly/2GUkdoj

La función del **Seno** es periódica de período 360º (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R

Imagen, Rango o Recorrido: [−1, 1]

Periodo (T): 2 π rad

2.2.5.2 Función coseno

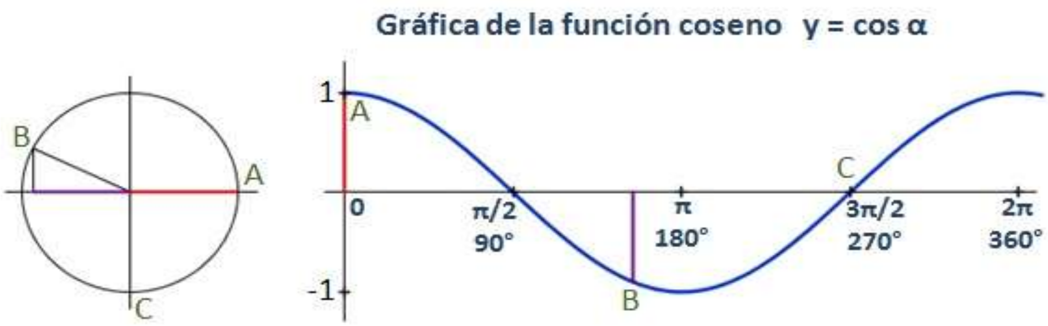
En trigonometría, el cos(x) (abreviado cos) de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto adyacente a dicho ángulo y la hipotenusa:

$$\mathbf{Cos\alpha = \frac{\mathit{b}}{\mathit{c}}}$$

En virtud del Teorema de Tales, este número no depende del triángulo rectángulo escogido y, por lo tanto, está bien construido y define una función del ángulo α.

Otro modo de obtener el cos(x) de un ángulo consiste en representar éste sobre la circunferencia, es decir, la circunferencia unitaria centrada en el origen. En este caso el valor del cos(x) coincide con la abscisa del punto de intersección del ángulo con la circunferencia. Esta construcción es la que permite obtener el valor del cos(x) para ángulos no agudos.

Figura 2. Representacion gráfica Función Coseno



https://bit.ly/2GUkdoj

La función del **Coseno** es periódica de período 360º (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R

Imagen, Rango o Recorrido: [−1, 1]

Periodo (T): 2 π rad

2.2.5.3 Función tangente

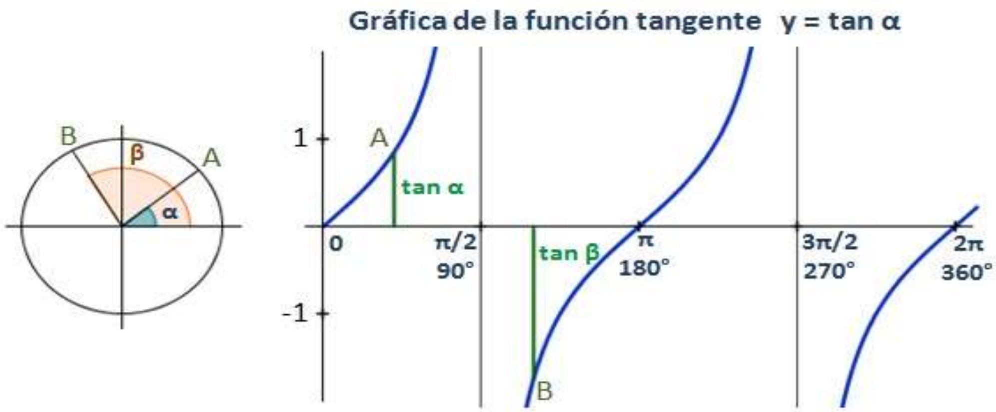
En trigonometría, la tan(x) (abreviado tan) de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto y el adyacente:

$$\textbf{Tang}\alpha = \frac{\textbf{a}}{\textbf{b}}$$

O igualmente como la relación entre el sen(x) y el cos(x):

$$\textbf{Tang}\alpha = \frac{\textbf{Sen}\alpha}{\textbf{Cos}\ \alpha}$$

Figura 3 . Representación gráfica Función Tangente



La función de la tangente es periódica de período 180º (π radianes). Por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R (excepto π/2 + a • π), siendo a un número entero. O, con esta casuística: x ≠ ±π/2; ±3π/2; ±5π/2;…

Imagen, Rango o Recorrido: R

Periodo (T): π rad

2.2.5.4 Función cotangente

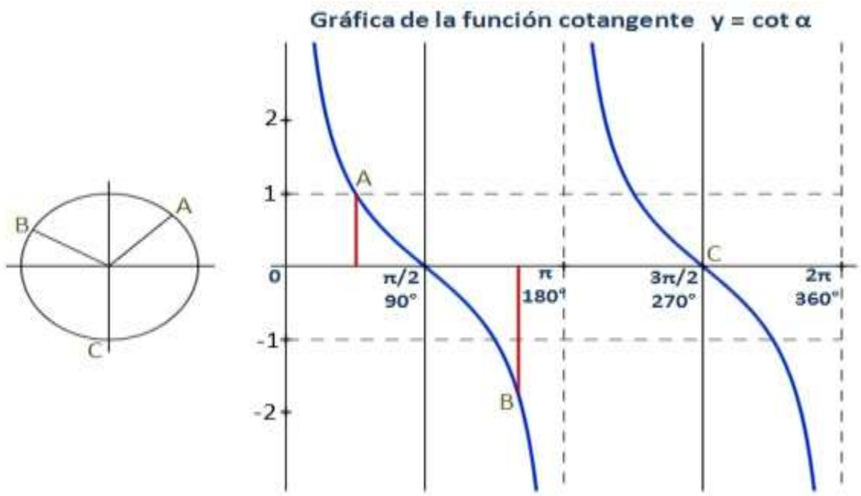
En trigonometría la cotangente, abreviado como cot, cta, o cotg, es la razón trigonométrica inversa de la tangente, o también su inverso multiplicativo:

$$\textbf{Cotang}\boldsymbol{\alpha} = \frac{\textbf{b}}{\textbf{a}}$$

O igualmente como la relación entre el Cos(x) y el Sen(x):

$$\textbf{Cotang}\boldsymbol{\alpha} = \frac{\textbf{Cos}\ \boldsymbol{\alpha}}{\textbf{Sen}\ \boldsymbol{\alpha}}$$

Figura 4 .Representación gráfica Función Cotangente



https://bit.ly/2GUkdoj

La función de la Cotangente es periódica de período 180º **(π radianes).** Por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R - {π + k·π con k∈Z}

Rango o Recorrido: R

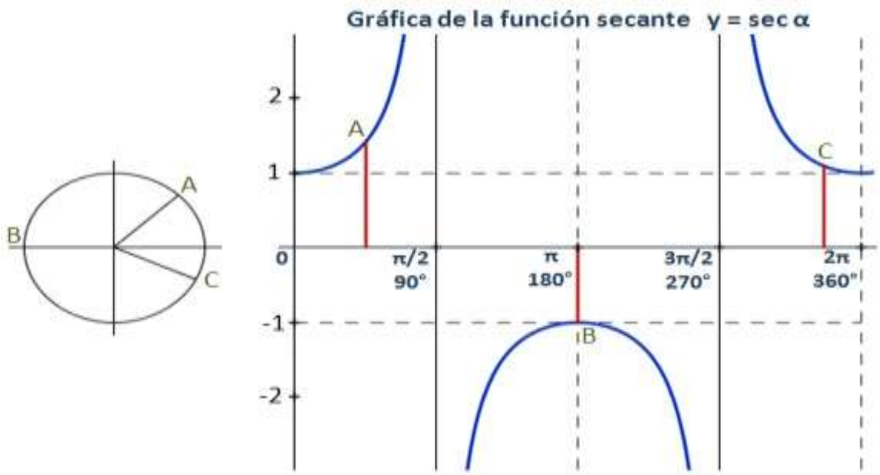
Periodo (T): π rad

2.2.5.5 Función secante

En trigonometría la Secante, (abreviado como sec), es la razón trigonométrica inversa del coseno, o también su inverso multiplicativo:

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{c}{b}$$

Figura 5. Representación gráfica Función Sec(x)



https://bit.ly/2w3RjhA

La función es periódica de período 360º (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R - {π/2 + k·π} con k∈Z.

Rango o Recorrido: R - (- 1, 1)

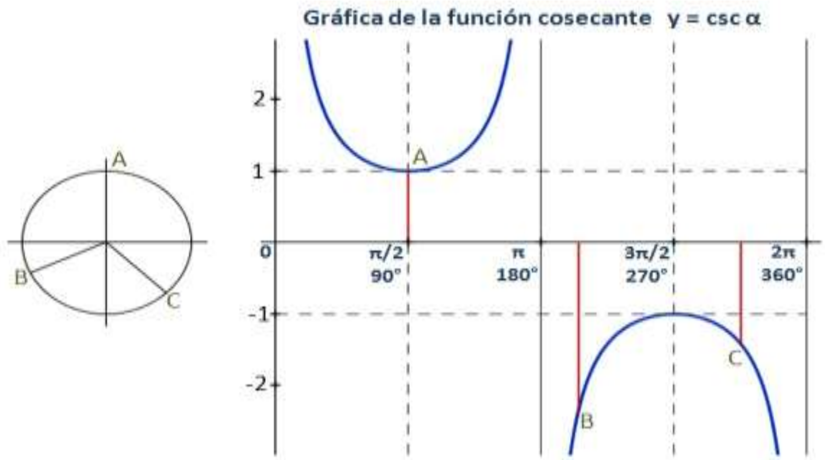
Periodo (T): 2π rad

2.2.5.6 Función cosecante

En trigonometría la Cosecante (abreviado como csc o cosec) es la razón trigonométrica inversa del seno, o también su inverso multiplicativo:

$$\csc \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{c}{a}$$

Figura 6.Representacion gráfica Función Cosecante



https://bit.ly/2w3RjhA

La función es periódica de período 360º (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R - {k·π} con k∈Z.

Rango o Recorrido: R - (- 1, 1)

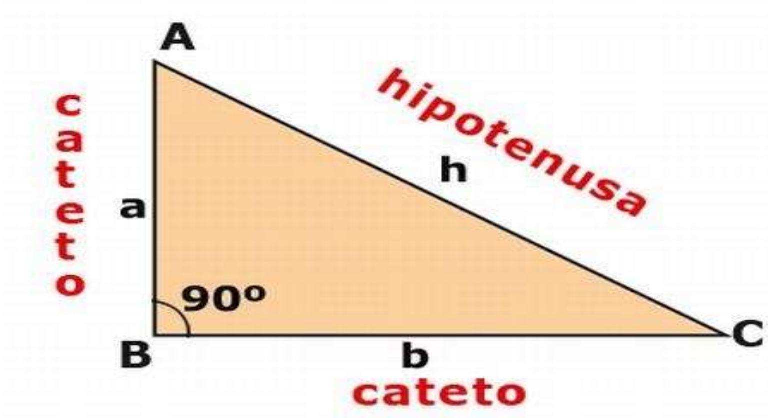
Periodo (T): 2π rad

2.2.6 Triangulo rectángulo

En trigonometría y geometría, se llama triángulo rectángulo a todo triángulo que posee un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90-grados.

Las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo es la base de la trigonometría. En particular, en un triángulo rectángulo se cumple el teorema de Pitágoras.

Figura 7. Representación gráfica Triangulo Rectángulo



https://bit.ly/2H0EGnq

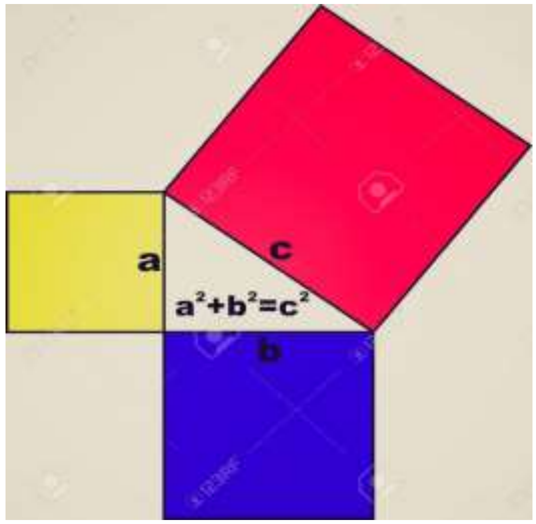
2.2.6.1Triangulo rectángulo y sus elementos

Se denomina hipotenusa al lado mayor del triángulo, el lado opuesto al ángulo recto. Se llaman catetos a los dos lados menores, los que conforman el ángulo recto. Si la medida de los lados son números enteros, estos reciben el nombre de terna pitagórica. La cual la suma de sus lados suma 180 grados.

2.2.7 Teorema de Pitágoras

Establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa (el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo) es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (los dos lados menores del triángulo, los que conforman el ángulo recto).

Figura 8. Representación gráfica Teorema de Pitágoras



https://bit.ly/2LDpHDv

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Si un triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes a y b, y la medida de la hipotenusa es c, se establece que:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

2.2.8 Las razones trigonométricas

Las razones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos. Relaciona los ángulos con los lados para determinar los elementos del triángulo. Existen seis razones trigonométricas, que se dividen en básicas y reciprocas básicas. Las tres razones trigonométricas básicas son el seno, el coseno, y la tangente. Éstas se abrevian como sen, cos y tan. Además, tiene cada una sus reciprocas como Cotangente, Secante y Cosecante.

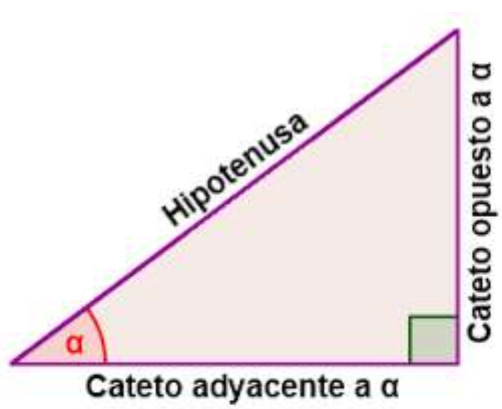
Para definir las razones trigonométricas del ángulo: α, del vértice *A*, se parte de un triángulo rectángulo arbitrario que contiene a este ángulo. El nombre de los lados de este triángulo rectángulo que se usará en los sucesivos será:

- **La hipotenusa (*h*)** es el lado opuesto al ángulo recto, o lado de mayor longitud del triángulo rectángulo.
- **El cateto opuesto (*a*)** es el lado opuesto al ángulo que queremos determinar.
- **El cateto adyacente (*b*)** es el lado adyacente al ángulo del que queremos determinar.

2.2.8.1 Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo

Todos los triángulos considerados se encuentran en el Plano Euclidiano, por lo que la suma de sus ángulos internos es igual a π radianes (o 180°). En consecuencia, en cualquier triángulo rectángulo los ángulos no rectos se encuentran entre 0 y π/2 radianes. Las definiciones que se dan a continuación definen estrictamente las funciones trigonométricas para ángulos dentro de ese rango:

***Figura 9* .**Representación gráfica de las Razones Trigonométricas en un triángulo rectángulo.



https://bit.ly/2shRIZn

1. El seno de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la longitud de la hipotenusa:

$$\text{Sen}\alpha = \frac{\text{C. Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

El valor de esta relación no depende del tamaño del triángulo rectángulo que elijamos, siempre que tenga el mismo ángulo , en cuyo caso se trata de triángulos semejantes.

2. El coseno de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud de la hipotenusa:

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\text{C. Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

3. La tangente de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la del adyacente:

$$\text{Tang}\alpha = \frac{\text{C. Opuesto}}{\text{C. Adyacente}}$$

4. La cotangente de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la del opuesto:

$$\text{Cotang}\alpha = \frac{\text{C. Adyacente}}{\text{C. Opuesto}}$$

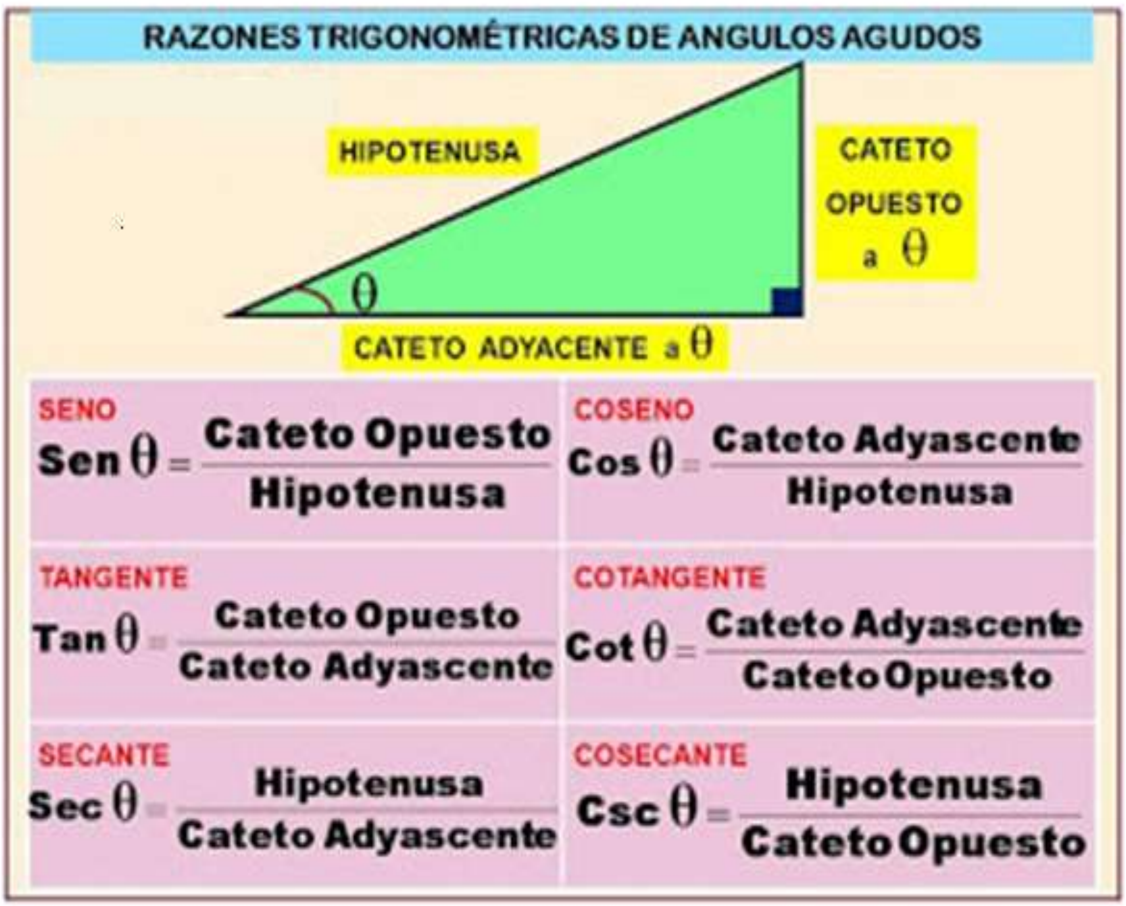
5. La secante de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente:

$$\text{Sec}\alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{C. Adyacente}}$$

6. La cosecante de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto:

$$Sen\alpha = \frac{Hipotenusa}{C.\ Opuesto}$$

Figura 10. Representación gráfica de las Razones Trigonométricas elementales y reciprocas en un triángulo rectángulo.

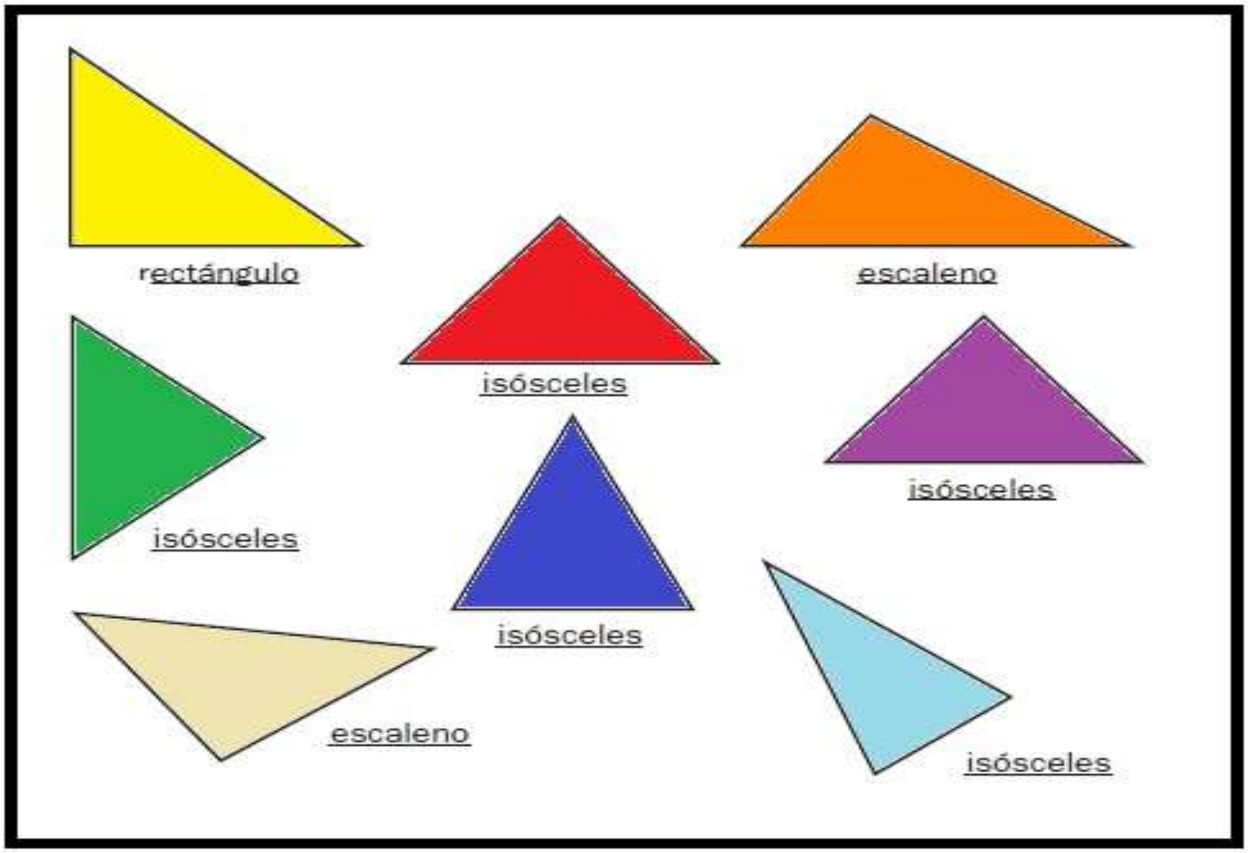


https://bit.ly/2H1IHrJ

2.2.9 Triángulos oblicuángulos

Un triángulo oblicuángulo es aquel que no es recto ninguno de sus ángulos, por lo que no se puede resolver directamente por el teorema de Pitágoras, el triángulo oblicuángulo se resuelve por leyes de senos y de cosenos, así como el que las sumas de todos los ángulos internos de un triángulo suman 180 grados.

Figura 11 .Representación gráfica de los Triángulos Oblicuángulos.



https://bit.ly/2LDl0tk

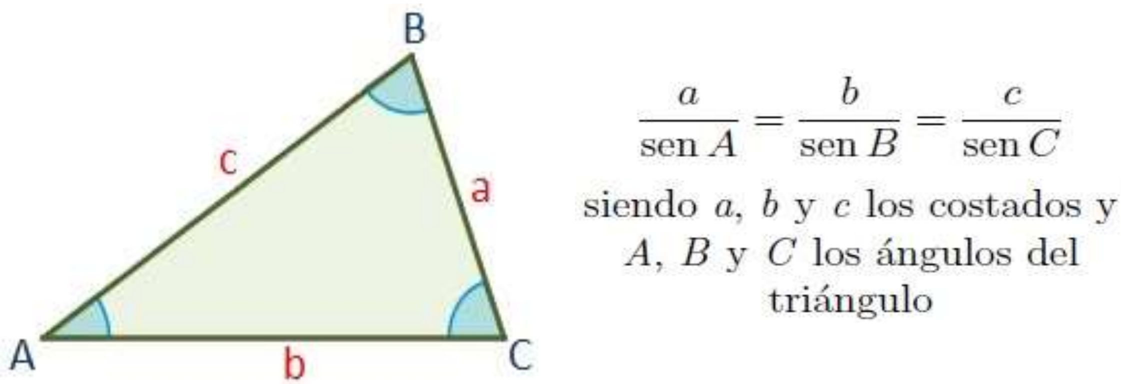
2.2.10 Teorema del seno

En trigonometría, el teorema del seno es una relación de proporcionalidad entre las longitudes de los lados de un triángulo y los senos de los ángulos respectivamente opuestos. Usualmente se presenta de la siguiente forma:

Teorema del seno. Si en un triángulo *ABC*, las medidas de los lados opuestos a los ángulos *A*, *B* y *C* son respectivamente *a*, *b*, *c*, entonces

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

Figura 12. Representación gráfica Teorema del Seno



https://bit.ly/2IVvkLK

Según los datos que tengamos, utilizaremos las igualdades que nos sean necesarias.

2.2.10.1 Aplicaciones

El teorema del seno lo utilizaremos cuando:

- Conozcamos dos ángulos y un lado opuesto a cualquiera de los dos ángulos.
- Cuando conozcamos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

En ambos casos, podemos hallar el tercer ángulo que falta, y por tanto podemos volver aplicar el teorema del seno y terminar de resolver el triángulo. En pocas palabras:

Como sabes un triángulo se puede denotar con sus ángulos **A B C** y sus lados opuestos a cada ángulo a b c.

Si conoces alguna pareja completa **(a con A), (b con B) o (c con C)** y otro dato cualquiera puedes utilizar teorema del Seno.

El teorema del seno lo podemos aplicar en muchos momentos de nuestra vida cotidiana, como en la ingeniería, arquitectura, electricidad, mecánica entre otras áreas. Puede ser empleado la ley de los senos, con reajustes circunstanciales en la resolución de problemas que involucran:

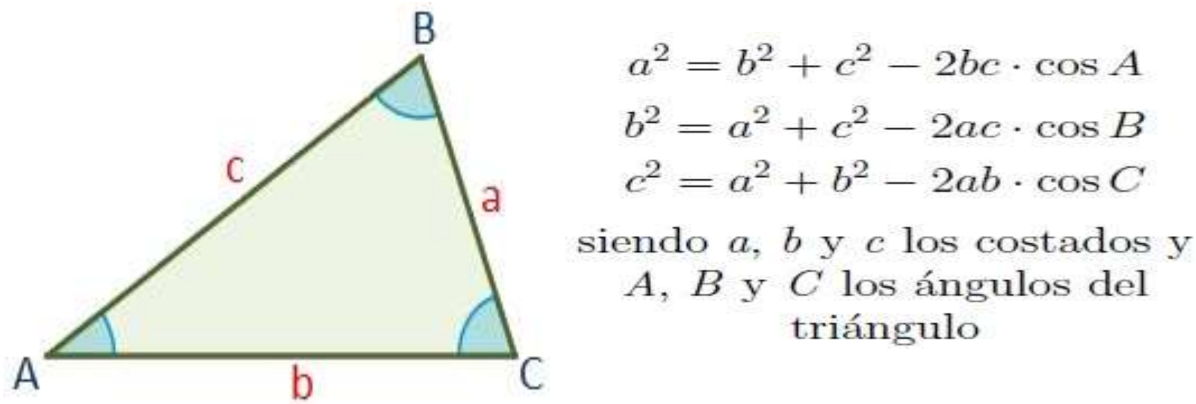
- Cálculo de la altura de un árbol
- Hallar el ángulo de elevación del suelo
- Plano para construcción de puentes
- Estudio y dibujo de carriles de una autopista
- Itinerario de un planeo
- Ubicación de un foco de incendio
- Situación de un transmisor de radio clandestino
- La altitud de una montaña y otros casos.

2.2.11 Teorema del coseno

El teorema del coseno se obtiene de la generalización del teorema de Pitágoras para triángulos rectángulos. El cuadrado de un lado del triángulo es igual a la suma del cuadrado de los otros dos lados menos el doble del producto de los lados por el coseno del ángulo que forman estos lados. Dependiendo del lado que queramos calcular podemos utilizar la fórmula correspondiente: Teorema del coseno. Dado un triángulo ABC, siendo α, β, γ, los ángulos, y *a*, *b, c*, los lados respectivamente opuestos a estos ángulos entonces:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$$

Figura 13.Representación gráfica Teorema del Coseno



https://bit.ly/2Jhtfx4

Dependiendo del lado que queramos calcular podemos utilizar la fórmula correspondiente:

2.2.11.1 Aplicaciones

En algunas situaciones el teorema del seno no es suficiente para ayudarnos a resolver el triángulo que se nos plantea, estos casos son:

- Cuando conocemos los tres lados y ninguno de los ángulos, por tanto, tendremos que despejar uno de los ángulos de la fórmula del teorema del coseno haciendo el arco coseno. A partir de aquí podemos utilizar el teorema del seno.
- Cuando conocemos dos lados y el ángulo que forman estos lados. En pocas palabras:

Si conoces 3 datos distintos, sin pareja completa, utilizas teorema del coseno. Pero si solo conoces los ángulos, no puedes solucionarlo.

El teorema del Coseno lo podemos aplicar en muchos momentos de nuestra vida cotidiana, como en la ingeniería, arquitectura, electricidad, mecánica, navegación entre otras áreas. Puede ser empleado la ley del Coseno, con modificaciones casuales en la resolución de problemas que involucran:

- Navegación aérea y Marítima.
- Posición de las cosas en la tierra.
- Destinos de los territorios.
- Hallar distancias requeridas.
- En deportes como el ciclismo, paracaidismo, atletismo, gimnasia entre otros.

2.2.12 La unidad didáctica

La Unidad didáctica es una estructura pedagógica de trabajo cotidiano en el aula; es un instrumento de planificación de las actividades escolares diarias que facilita la intervención del docente. Le permite organizar el desarrollo de sus prácticas en el aula para articular procesos de enseñanza aprendizaje de calidad. Además, podemos decir que es un ejercicio de planificación, realizado explícita o implícitamente, con la finalidad de conocer el qué, quiénes, dónde, cómo y el porqué de los aprendizajes, dentro de una planificación estructurada del currículo. Por otra parte, es considerada como un vehículo de indagación sobre la realidad cotidiana del aula. Escamilla (1992) citado en Corrales (2009) afirma que: La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del estudiante, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso (p.4)

Por otra parte, Coll (1991) define la unidad didáctica como la unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza-aprendizaje que no tiene una duración fija...precisa de unos objetivos, unos bloques elementales de contenido, unas actividades de aprendizaje y unas actividades de evaluación.

Los componentes principales de una unidad didáctica son: aprendizajes esperados, derivados de los propósitos generales del diseño curricular del nivel, contenidos, estrategias metodológicas, actividades, e indicadores para la evaluación.

El docente debe comprender que cuando realiza Unidades Didácticas su planeamiento, debe tener en cuenta que uno de sus propósitos es el de crear y despertar la motivación de los estudiantes y las condiciones internas, que estimulan la participación y el interés sobre el tema; lo que conlleva a que el docente planifique actividades de iniciación. Asimismo, se trabajan aquellos aspectos significativos que forman parte de los intereses de los estudiantes; en la misma se integran componentes del entorno. En consecuencia, las unidades didácticas deben responder a los intereses de los niños y las niñas y al contexto sociocultural donde éstos se desenvuelven.

En síntesis, según lo planteado por los autores anteriores nos permite tener claridad que la unidad didáctica es la organización de la enseñanza alrededor de un aprendizaje que involucra varios tipos de contenidos. Las actividades, recursos y formas de evaluación deben ser seleccionados por el maestro, en concordancia con las características de los estudiantes, tomando en cuenta sus saberes previos, el contexto y un tiempo determinado para realizarlo.

2.3 Marco legal

El marco legal de la presente investigación se fundamentará o regirá teniendo en cuenta:

Constitución Política de Colombia

El artículo 44. Definiendo la educación como un derecho fundamental. El artículo 67. En este compendio se establece la educación como un derecho de obligatorio cumplimiento, se definen algunos criterios tales como que es un servicio público que tiene una función social, con gratuidad escolar, que con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, a los demás bienes y valores de la cultura, además que es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y deberes. De acuerdo al mandato constitucional de 1991 y con base en un amplio proceso de concertación y coordinación entre diversos enfoques y tendencias sobre el desarrollo educativo del país, se formuló la ley de Educación 115 de 1994, la cual señala normas y procedimientos para regular el servicio Público de la Educación, que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de la persona, de la familia y de la sociedad.

Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones del Estado.

Artículo 71. La búsqueda del conocimiento y la expresión artística son libres. Los planes de desarrollo económico y social incluirán el fomento a las ciencias y, en general, a la cultura. El Estado creará incentivos para personas e instituciones que desarrollen y fomenten la ciencia y la tecnología y las demás manifestaciones culturales y ofrecerá estímulos especiales a personas e instituciones que ejerzan estas actividades.

La constitución política de Colombia, contribuye en nuestra investigación como uno de los pilares principales como es el derecho a la educación para todos los niños, niñas y jóvenes enmarcada en una política de calidad que promueva la ciencia, la cultura y la investigación en nuestros educandos.

Ley 115 de 1994 Ley General de Educación

Título I: Disposiciones preliminares.

Artículo 5: El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

Título II: Estructura del servicio educativo. Sección tercera.

Determina las competencias de la Nación en materia de educación, relacionadas con la prestación de éste servicio público en sus niveles de preescolar, básico y media, en el área urbana y rural. De igual manera se encuentran los lineamientos de matemáticas (2006) Bogotá, Ministerio de Educación Nacional, donde se plasman las orientaciones didácticas a tener en cuenta en el área de matemáticas.

Artículo 22: El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Los aportes de la ley 115 de 1994, para esta investigación, en los títulos y artículos mencionados hacen referencia al desarrollo de capacidades científicas, tecnológicas, críticas, creativas y reflexivas en nuestros estudiantes necesarios en la interpretación de la resolución de problemas en diferentes contextos que busquen la participación y la integración y que el estudiante sea matemáticamente competente.

Decreto 1860, 03 agosto 1994.

Artículos 2 y 3: En los que se designa como responsables de la educación de los menores, al estado, la sociedad y la familia, en este orden de ideas las instituciones educativas cumplen un papel importante, pues son las directas responsables de permitir el ingreso de los niños al sistema escolar y a su vez brindar una educación de calidad. (p.177, 178)

Artículo 14: lo que pretende es, ante todo, desde el Proyecto Educativo Institucional (PEI), organizar y desarrollar procesos de formación integral de todos los miembros de la comunidad escolar, siendo relevante reconocer toda la formación y el desempeño de las diferentes instituciones en la sociedad, buscando de esta manera el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias en los estudiantes.

Lineamientos Curriculares del área de matemáticas

Se constituyen en un documento que estructura el área de matemáticas y estipula qué enseñar y qué aprender en la escuela. Se convierte en un facilitador del proceso, ya que brinda las herramientas suficientes para que el docente organice sus prácticas atendiendo los criterios estipulados en el mismo. Menciona las corrientes filosóficas que hacen alusión al desarrollo del pensamiento matemático, especifica los 5 tipos de pensamiento en los que se estructuran las diferentes temáticas, estipula los componentes, las competencias a desarrollar, y el contexto del área, en este sentido los lineamientos curriculares del área estipulan que:

La naturaleza de las matemáticas, del quehacer matemático en la escuela, las justificaciones para aprender y enseñar matemáticas, los procesos que los niños siguen al aprender, y las relaciones de la matemática con la cultura.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Los estándares son unas propuestas que el gobierno diseñó en relación a los lineamientos del área de matemáticas, con ellos se propone orientar a las instituciones educativas para diseñar los planes de estudio, teniendo en cuenta lo mínimo que el estudiante debe saber y ser capaz de hacer. En el caso de las matemáticas los estándares mantienen una coherencia vertical y horizontal, es decir que las temáticas abordadas se desarrollan grado a grado con un nivel más alto de profundidad, además mantienen relación entre los distintos tipos de pensamiento que se manejan. Los contenidos se encuentran clasificados en 5 pensamientos que nuestro proyecto en algunos momentos abordara en la resolución de problemas.

Derechos Básicos De Aprendizaje:

Los derechos básicos de aprendizaje. Son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país. Los Derechos Básicos de Aprendizaje se plantean para cada año escolar de grado primero a grado once, en las áreas de lenguaje y matemáticas y se han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). En ese sentido, plantean una posible ruta de aprendizajes para que los estudiantes alcancen lo planteado en los EBC para cada grupo de grados. Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular puesto que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos que se tienen en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área.

Nuestro proyecto de investigación trabajara el siguientes DBA con sus respectivas evidencias:

DBA 4: Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. Evidencias de aprendizaje:

- Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente.
- Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.
- Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario.
- Reconoce algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.
- Modela fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas.

Capítulo III

3. diseño metodológico

3.1 Tipo de investigación.

Para Hernández Sampieri (2014), la investigación se define como: "Un conjunto de procesos sistemáticos, críticos y empíricos que se aplican al estudio de un fenómeno o problema". (p.4) Para comenzar este estudio se escogió el tipo de investigación cualitativa, necesaria como punto de partida para la ejecución de la observación y análisis de las distintas situaciones que se presentan o rodean al aula de clase, el rol del maestro, el estudio del contexto, las dificultades de los participantes, entre otros, con el fin de dar solución a las realidades encontradas; esta investigación se enfoca en comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto, Hernández Sampieri, et al. (2014) refiere al estudio de los diferentes situaciones de la vida diaria de los participantes que penetra a través de los sentidos, y explorando el medio que nos rodea profundizando en sus experiencias (p. 21).

Hernández Sampieri (2014), manifiesta que el enfoque cualitativo (también conocido como investigación naturalista, fenomenológica o interpretativa) es una especie de "paraguas" en el cual se incluye una variedad de concepciones, visiones, técnicas y estudios no cuantitativos. Se utiliza en primer lugar para descubrir y perfeccionar preguntas de investigación. En la búsqueda cualitativa, en lugar de iniciar con una teoría particular y luego "voltear" al mundo empírico para confirmar si la teoría es apoyada por los hechos, el investigador comienza examinando éstos y en el proceso desarrolla una teoría "congruente" con lo que observa y registra. En la mayoría de los estudios cualitativos no se prueban hipótesis, sino que se generan durante el proceso y se perfeccionan conforme se recaban más datos o son un resultado del estudio. Esta aproximación se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica; por tanto, en lo esencial el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes. El proceso de indagación cualitativa es flexible y se mueve entre los eventos y su interpretación, entre las respuestas y el desarrollo de la teoría. Su propósito consiste en "reconstruir" la realidad tal como la observan los actores de un sistema social definido previamente. A menudo se llama "holístico", porque se precia de considerar el todo sin reducirlo al estudio de sus partes. Por su parte, la investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas. (p.21)

Este proceso investigativo se enfocó en la investigación acción que reúne unas condiciones particulares donde el Maestro de aula desarrolla un proceso reflexivo mediante la observación participante y elaboración de un registro en un diario pedagógico o de campo, con el fin de analizar y categorizar los datos relevantes y significativos, mientras interactúa constantemente con el grupo de estudiantes de grado decimo, profesores y comunidad educativa de la IEAN, en un contexto natural, donde la convivencia diaria y permanente hace que surjan los problemas del educador que se desprenden de la práctica y por medio de la reflexión y la evaluación constante busca ser mejorada y adaptada a las condiciones específicas del contexto en el cual se desarrolla el proceso investigativo; así mismo, el educando está en constante relación con el investigador que mediante la observación logra analizar resultados y adaptarlos a las necesidades particulares de su grupo de estudiantes. Igualmente, las unidades didácticas se presentan como una estrategia, que les posibilitaran a los estudiantes contar con elementos definidos que permitió planificar una ruta definida en el aprendizaje con el apoyo de los estándares, indicadores de desempeño entre otros. En las actividades se tendrán en cuenta, los DBA, el tiempo a emplear en cada taller y las herramientas a utilizar para el logro de los objetivos. A demás las actividades se plantean mediante la resolución de problemas prácticos de forma individual y grupal. Por otra parte, los problemas planteados en el taller buscan que el estudiante a través del método de Pólya, sea capaz de resolver un problema de manera fácil y agradable, igualmente que exista competencia de justificar su respuesta.

Para Elliott (2000) citado por (Acosta Galván, 2017, p 86-87). define la investigación acción como el estudio de una situación social para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma, su objetivo consiste en proporcionar elementos que sirvan para facilitar el juicio práctico en situaciones concretas y la validez de las teorías e hipótesis que genera no depende tanto de pruebas "científicas" de verdad, sino de su utilidad para ayudar a las personas a actuar de modo más inteligente y acertado la investigación acción se convierte en una oportunidad para ayudar a los estudiantes a identificar sus problemáticas de aprendizaje y buscar alternativas de solución (p. 88).

El autor refiere algunas características de la investigación acción que se enumeran a continuación:

1. La investigación-acción en las escuelas analiza las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los profesores como:

(a) inaceptables en algunos aspectos (problemáticas);

(b) susceptibles de cambio (contingentes),

(c) que requieren una respuesta práctica (prescriptivas).

2. El propósito de la investigación-acción consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de su problema.

3. La investigación-acción adopta una postura teórica según la cual la acción emprendida para cambiar la situación se suspende temporalmente hasta conseguir una comprensión más profunda del problema práctico en cuestión.

4. Al explicar "lo que sucede", la investigación-acción construye un "guión" sobre el hecho en cuestión, relacionándolo con un contexto de contingencias mutuamente interdependientes, o sea, hechos que se agrupan porque la ocurrencia de uno depende de la aparición de los demás.

5. La investigación-acción interpreta "lo que ocurre" desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo, profesores y estudiantes, profesores y director.

6. Como la investigación-acción considera la situación desde el punto de vista de los participantes, describirá y explicará "lo que sucede" con el mismo lenguaje utilizado por ellos.

7. Como la investigación-acción contempla los problemas desde el punto de vista de quienes están implicados en ellos, sólo puede ser válida a través del diálogo libre de trabas con ellos.

8. Como la investigación-acción incluye el diálogo libre de trabas entre el "investigador" (se trate de un extraño o de un profesor/investigador) y los participantes, debe haber un flujo libre de información entre ellos (p. 6).

El ciclo básico de actividades de la investigación-acción es la representada por Kemmis(1984) (citado por Elliot, 2000, p. 88) que consiste en Identificar una idea general, reconocimiento de la situación, efectuar una planificación general, desarrollar la primera fase de acción, implementarla, evaluar la acción y revisar la planeación general, a partir de este bucle de la espiral para desarrollar la segunda fase de la acción y luego iniciar de nuevo las actividades: implementarla, evaluar el proceso, revisar el plan general, y de esta manera se repite el ciclo hasta que se desee culminar el proceso de investigación.

A lo anterior se agrega, los señalamientos realizados por Caricote (2008) citado por (Marín Arguello, 2017, p.86) al indicar que la investigación acción contribuye a:

"Elevar el nivel intelectual de los participantes, proporcionando instrumentos de participación y capacitación… ella permite sistematizar las experiencias populares, pero también democratizar el saber y fortalecer la organización de la propia comunidad en función de sus proyectos políticos. Se trata de un modelo de sociedad y de conocimiento realmente democrático y participativo. (p.97)."

Las opiniones anteriores nos muestran el procedimiento reflexivo, sistemático, organizado y crítico de la Investigación Acción, lo que permite a los miembros de una comunidad educativa convertirse en actores del proceso para descubrir problemas, necesidades e intereses y así dar propuestas y soluciones, lo cual significa que el modo de realizar el estudio es a través de la intervención y propósito está vinculado a la acción. Asimismo, se considera apropiada para complementar la naturaleza metodológica de este trabajo, debido a la intención de profundizar en las múltiples dimensiones que representan en la resolución de problemas con el carácter de un estudio de campo, puesto que, se hace necesario estar en el contexto para determinar con certeza la problemática existente.

3.2 Proceso de Investigación.

El proceso de investigación desarrollado, conlleva una serie de pasos, que permiten garantizar la efectividad de su aplicación, en este sentido, Murillo (2011) citado por Ariza Niño (2017, p 62). Esto hace referencia sencillamente a manera de resumen, que la investigación acción es un proceso en forma de espiral de ciclos de investigación y acción constituidos por cuatro etapas o fases: planificar, actuar, observar y reflexionar" (p.62).

3.2.1 Fase I Planificación: Una vez identificado el problema, en el diagnóstico, se procedió con la fijación de elementos necesarios a incorporar en el proyecto de investigación Las Funciones Trigonométricas, en el marco de la metodología resolución de problemas de Pólya, es decir las intervenciones pedagógicas que promueven el desarrollo la resolución de problemas con los estudiantes de décimo grado en la IEAN.

3.2.2 Fase II Acción: En este caso, se consideró la aplicación de las intervenciones pedagógicas en el aula de clase, como base en el fortalecimiento de la resolución de problemas en el marco de las funciones Trigonométricas en los estudiantes de grado decimo, a partir de la metodología implementada por George Polya.

3.2.3 Fase III Observación

A la par de la fase anterior, en la ejecución de cada de las acciones, se hizo necesaria la aplicación de la observación, para recolectar los datos que permitieran definir situaciones propias de la investigación.

3.2.4 Fase IV Reflexión

Se confrontó la realidad observada, para de esta manera hacer los ajustes a la realidad y contar, así como elementos necesarios para la generación de conocimientos científicos.

Estas etapas o fases se tuvieron en cuenta en el proceso de la investigación que se desarrolló, dado que inicialmente con base en el análisis de los resultados de las pruebas internas y externas se determinó en qué se requería realizar la intervención a través de las estrategias pedagógicas, paso seguido se procede a planificar cómo se va a llevar a cabo esta actividad, es decir, se organizan las diferentes intervenciones y al aplicarlas se observa y analiza lo que sucede con el grupo de estudiantes participantes en cuanto a la forma como están asimilando los conocimientos, sus avances, sus dificultades y su actitud en el aula, todo esto conlleva a reflexionar sobre el proceso que se está realizando y de esta manera replantear las diferentes actividades en busca de mejores resultados . A continuación, se describe la forma como se llevó el proceso:

Se inicia este proyecto de investigación en Octubre de 2016, abordando la problemática observada por los bajos resultados de los estudiantes colombianos a nivel internacional, en las pruebas saber y el índice sintético de calidad (ICSE) de la Institución Educativa Antonio Nariño del municipio de Cúcuta, al analizar tales pruebas, donde se encontró una oportunidad de mejoramiento al aplicar estrategias pedagógicas que permitan el fortalecimiento de la resolución de problemas en los estudiante de décimo grado de la IEAN; es una recomendación que se consigue al hacer análisis de los resultados de las pruebas saber en el 2015 y 2016, donde se propone mejorar los procesos que tienen que ver con este componente en el área de matemáticas, estableciendo así estrategias que lleven a los estudiantes a desarrollar pensamiento lógico y razonamiento por medio de resolución de problemas de la vida cotidiana o involucren elementos del contexto.

Con esta valiosa información se tomaron las siguientes acciones: Reunión de área de matemáticas en el mes de diciembre de 2016 donde se solicitó a los docentes de secundaria que establezcan mecanismos que apunten al mejoramiento del proceso de resolución de problemas evidenciado en el plan de mejoramiento por asignatura y en el formato único establecido por la institución para la planeación de las clases.

A partir de este acuerdo surge la propuesta en el mes de Enero de 2017, donde se trabajó con los estudiantes del grado 10º de la sede principal, el Proceso de resolución de problemas mediante la metodología implementada por George Polya, con el fin de establecer estrategias que fortalezcan aprendizajes en los estudiantes, mediante la implementación de unidades didácticas en el marco de las Funciones Trigonométricas.

Por otra parte, durante el mes de Marzo de 2017 se diseñó un formato único de diario Pedagógico o de campo por parte del investigador que le permitió observar en el aula los diferentes comportamientos de los estudiantes durante el desarrollo de las practicas pedagógicas y su incidencia con los estudiantes, asimismo determinar si estas fueron motivadoras o por el contrario fueron poco significativas para los educandos pues las estrategias utilizadas no colmaron las expectativas de ellos.

De la misma forma en Abril de 2017 se inició la observación en el aula con las diferentes anotaciones en el diario de campo, explorando con los estudiantes si las estrategias diseñadas por los profesores anteriores y el actual eran significativas para ellos o por el contrario no eran de su agrado. Al analizar lo expuesto por los educandos se pudo determinar el rechazo y la gran apatía por el aprendizaje de las Matemáticas, se pudo observar claramente el bajo rendimiento durante el primer trimestre del año 2017, su falta de interés por participar, preparar adecuadamente las evaluaciones y la gran desmotivación que presentan por el área. Algunos estudiantes expresan que ellos entienden solo en el momento de las explicaciones y que cuando llega el momento de presentar las pruebas o evaluaciones los resultados no son los esperados.

Así mismo en mayo de 2017 continuando con el proceso de observación y registrando en nuestro diario de campo, la población escolar se queja que el desarrollo del momento pedagógico siempre es igual o de la misma forma, que los ambientes de aprendizajes en los que siempre están es tablero, salón de clase, evaluación. Otra problemática observable es que los estudiantes no conservan las bases que reciben en primaria o en grados anteriores, los jóvenes muestran que no saben o no recuerdan las operaciones con números Reales lo que no les permite realizar con facilidad problemas matemáticos, pre saberes o conceptos previos que debieron superar en grados anteriores.

Igualmente, en junio de 2017 se comenzó analizar las prácticas pedagógicas presentadas por los maestros, donde se pudo verificar con claridad que a pesar de que la Institución Educativa concentra sus bases pedagógicas en el modelo constructivista, las prácticas de algunos docentes tienden a ser más tradicionales, pues continúan haciendo lo mismo en el aula de clase. Se refleja poca existencia de estrategias pedagógicas innovadoras y poca utilización de algunas herramientas TICS tales como: software educativo, Portales de Internet, pese a que el colegio en los últimos años ha hecho bastante inversión en recursos tecnológicos como la Web, Video Beam, Televisores, Sonido, computadores y tabletas entre otros. Todo lo anterior siempre con el ánimo de brindar mejores ambientes escolares.

Por otra parte, en Julio de 2017 se inició el proceso de exploración de las posibles estrategias a implementar en los estudiantes. Para abordar adecuadamente que estrategias podrían aplicarse en las intervenciones posteriores a desarrollar, sin dejar de tener en cuenta el modelo pedagógico de la institución educativa y por supuesto los intereses necesidades y características de los educandos.

Al analizar detenidamente lo expuesto por los estudiantes se determinó Fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, a partir del uso de unidades didácticas, en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya, se analizaran varios recursos algunos de ellos serían, prueba diagnóstica, talleres fundamentados en la resolución de problemas entre otros que permitirían fortalecer el aprendizaje de las Matemáticas apoyados con el uso de estrategias innovadoras y las TICS.

Así pues, en Agosto de 2017se comenzó por parte del docente la explicación con los estudiantes en que consiste el método de George Polya para la resolución de problemas matemáticos, mediante la presentación de videos y la resolución de algunos problemas que involucraban elementos del contexto, donde expuso claramente cada uno de las cuatro fases que presenta esta metodología. Además, se inició el proceso aplicando prueba piloto y se continuó realizando prácticas pedagógicas para motivar a los estudiantes usando la metodología de Polya.

Por otra parte, desde el mes de septiembre a noviembre de 2017 se llevó a cabo el proceso de realización o construcción de la prueba diagnóstica y talleres aplicarse con los estudiantes en las unidades didácticas, con la asesoría de la directora de tesis Lenis Santafé. Así mismo durante el mes de diciembre de 2017 y enero de 2018 se realizaron por parte del investigador los ajustes pertinentes de la prueba diagnóstica y los talleres a implementar a los estudiantes, bajo la asesoría y apoyo de la tutora Lenis Santafé. Proceso en el que se tuvo en cuenta que las preguntas fueran tipo prueba saber según los criterios establecidos por el MEN.

Para este año 2018 no se pudo dar la continuidad con el grupo del 2017, pero la asignación académica para el docente investigador corresponde a los grados Decimos de la jornada de la Mañana. Se decidió elegir nuevos participantes, los estudiantes del grado 10:02 Modalidad Académica de la IEAN. Se dio nuevamente inicio la estrategia diseñada, se hizo una reestructuración del material, en los tiempos, en las actividades en los contenidos dedicando más tiempo al estudio del aprendizaje de las Funciones Trigonométricas. La estrategia está constituida por un el diagnóstico inicial, y por el desarrollo de Unidades Didácticas, las cuales se efectuaron en diferentes talleres con un tiempo asignado para cada uno de ellos y su respectiva evaluación.

A partir del 29 de enero de 2018 se abordó el proceso de aplicación de estrategias de aprendizaje está dividida en 2 fases. La primera tiene que ver con la aplicación del diagnóstico y la segunda fase tiene que ver con las intervenciones del proyecto, es decir la implementación de los diferentes talleres que se presentaran en las unidades didácticas con los estudiantes de 10° grado de la IEAN.

3.2.5 Fase 1. La fase 1 del proceso de investigación fue importante, porque durante ese tiempo se aplicó, analizó y se socializó la prueba diagnóstica con los estudiantes, que consto de 13 preguntas y que se efectúo con el fin de determinar algunos de los conocimientos previos que el estudiante de 10° grado de la tener para comprensión significativa del aprendizaje relacionado con las Funciones Trigonométricas IEAN debe y algunas de sus aplicaciones.

A manera de conclusión, sobre la fase 1 se precisó que los estudiantes requieren fortalecer el manejo de operaciones con números Reales, para cuando ellos resuelvan problemas tengan mayor facilidad para hacerlo, pues pueden entender el problema, posteriormente formular un plan, pero cuando comienzan a ejecutar el plan no lo pueden hacer con gran facilidad pues el manejo de las operaciones no lo permiten. Los participantes fueron fundamentales en esta fase del proyecto porque con ellos se pudo detectar que conceptos previos no manejan aun para poder abordar adecuadamente el aprendizaje de las Funciones Trigonométricas. Además, se determinó en la socialización del diagnóstico que a los estudiantes les interesa realizar las actividades en forma grupal, mediante trabajos colaborativos y a través de la realización de talleres.

3.2.6 Fase 2. Esta fase se inició a partir de febrero del 2018 y tiene que ver con las intervenciones del proyecto, es decir la aplicación de los diferentes talleres que se presentaron en las unidades didácticas con los estudiantes de 10° grado de la IEAN.

En los siguientes párrafos se narramos las descripciones por cada Unidad Didáctica que se desarrolló. Cada una de ellas está constituida por talleres que contemplan actividades con estrategias, recursos y evaluación. Asimismo, agrupa objetivos, conceptos, características y elementos del objeto de estudio. Cada tarea puede ser una pregunta simple o una pregunta para hacer pensar al participante, o acercarlo a los conceptos matemáticos; una tarea puede ser el llenado de una tabla o puede ser responder una pregunta contextualizada. En la siguiente tabla se muestran las fechas y los tiempos mínimos para cada actividad.

Tabla 1 .Tiempos de Intervención Unidad de Aprendizaje N° 1 Acercamiento al concepto de Función Trigonométrica.

INTERVENCIÓN	**FECHA**	**ACTIVIDAD**	**TIEMPO**	**TALLERES**
Intervención N° 1	29/ 01/2018	Aplicación Prueba Diagnostica	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 2	31/ 01/2018	Análisis y socialización dela Prueba diagnóstica.	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller

Intervención N° 3	05/ 02/2018	Actividad 1 Aplicación del taller Triángulos, elementos, clasificación su importancia en La trigonometría.	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 4	21/ 02/2018	Actividad 2. Aplicación del taller El teorema de Pitágoras y su importancia en la Trigonometría	10:10 am – 12:00 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 5	28/ 02/2018	Actividad 3 Aplicación del taller Ángulos, clasificación operaciones y sistemas de medición	10:10 am – 12:00 2 Horas	1 Taller
Intervención N°6	06/ 03/2018	Actividad 4 Aplicación del taller Razones Trigometricas	10:10 am – 12:00 2 Horas	1 Taller
Intervención N°7	13/ 03/2018	Actividad 5 Aplicación del taller Acercamiento al concepto de Función	10:10 am – 12:00 2 Horas	1 Taller

3.2.6.1Unidad de Aprendizaje N° 1 Acercamiento al concepto de Función Trigonométrica. (Letra Pequeña)

Diagnóstico. El diagnóstico se aplicó en la última semana de enero, este lo constituyen trece preguntas enmarcadas en el modelo de Pruebas tipo saber establecidas por el MEN, con preguntas generalmente abiertas para verificar el nivel de razonamiento, análisis e interpretación de los participantes. Sobre este el educador realizo la respectiva socialización el día 31 de enero del 2018 con los estudiantes, resolviendo los diferentes problemas que presentaron en la resolución de algunas preguntas. Las dificultades que fueron más frecuentes tienen que ver con las preguntas 5,6 y 7 relacionadas con la resolución de problemas utilizando triángulos rectángulos en la que los estudiantes en gran parte su razonamiento y procedimiento para resolverlos no son claros, pues no poseen la metodología necesaria para hacerlo. Igualmente, las preguntas 8, 9,10 y 11 mostraron inconvenientes para su resolución pues se necesitaba observación y reconocimiento tanto en el plano cartesiano como en los gráficos y tablas presentados. Por otra parte, las preguntas 12 y 13 no presentaron demasiada dificultad pues recordaron con el apoyo del maestro en la socialización cómo se desarrolla este proceso de racionalización con radicales. (Párrafo aparte)

Con el análisis del diagnóstico se da el punto de partida para llevar a los participantes a mejorar sus aprendizajes y conocimientos de las Funciones Trigonométricas basados en la metodología de George Polya. Se pudo verificar que la mayoría de estudiantes presenta grandes dificultades en la resolución de problemas y que muestran inconvenientes para resolver preguntas tipo pruebas saber. La prueba fue muy dinámica y productiva, se puede decir que los participantes quedaron satisfechos con el manejo de la misma, es así que todos realizaron la actividad en físico y orientados por el Video Beam lo cual les agrado bastante.

Dela Unidad de Aprendizaje N° 1 se aplicaron cinco intervenciones realizadas durante los meses de enero y febrero. Detallaremos en general el proceso realizado con cada una de ellas. Las actividades se realizaron aplicando talleres para cada una de ellas con la totalidad de la muestra de estudiantes.

Con esta unidad se pretendió que los estudiantes adquieran los conocimientos necesarios para abordar la trigonometría y en especial lo relacionado a las Funciones Trigonométricas, mediante actividades planteadas en talleres en el marco de la metodología resolución de problemas de George Polya y el modelo de pruebas saber del MEN.

3.2.6.1.1Taller N°1 Triángulos, Elementos, Clasificación y su Importancia en la Trigonometría. Donde se pretende mediante el desarrollo de cuatro fases (Exploración de saberes, estructuración - practica, transferencia - valoración y la parte de pruébate) se pretende que el estudiante utilice criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos, discrimine casos de semejanza de triángulos en situaciones diversas y los clasifica, resuelva problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza con Triángulos. Asimismo, la importancia de los triángulos en la trigometria, diferenciar los distintos tipos de triángulos, así como conocer las principales propiedades de sus ángulos y lados.

Durante el desarrollo de las actividades planteadas en el taller los participantes realizaron observaciones e hicieron descripciones de las imágenes que se le presentaban, realizo una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo requerido por el MEN y explicación de problemas del contexto usando la Metodología de George Pólya, igualmente los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje. Los estudiantes se mostraron receptivos, motivados y participaron en las actividades que el maestro les propuso de manera individual o en forma grupal. Entendieron claramente los conceptos y clasificaciones de los triángulos, brindaron diferentes aportes lo cual permitió que el desarrollo del momento pedagógico fuera muy agradable y significativo para los educandos.

3.2.6.1.2Taller N°2 El Teorema de Pitágoras y su Importancia en la Trigonometría. Al igual que el anterior se fundamentó en cuatro fases donde se busca que el estudiante Conozca las características de un triángulo rectángulo y a aplicar el Teorema de Pitágoras resolviendo situaciones reales, solucionar diversos problemas e identificar la importancia de este desarrollo de la Trigonometría.

Durante el desarrollo de taller al estudiante se le presentan una serie de actividades donde debe leer detenidamente y reflexionar sobre las preguntas que se le efectúan, de igual importancia se le presentan una serie de gráficos que debe interpretar junto a una serie de problemas que deberá resolver apoyándose con la metodología de George Polya y para finalizar preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN. Por otra parte, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.
Se identifica claramente que los estudiantes presentan todavía dificultad en la resolución de algunos problemas planteados y la interpretación de gráficos. Se hizo un respectivo refuerzo para sacar de dudas a los educandos y así el aprendizaje quedara lo suficientemente claro.

3.2.6.1.3 Taller N°3 Ángulos, Clasificación, Operaciones y Sistemas de Medición**.** Con este taller se pretende que los estudiantes adquieran conocimientos sobre los ángulos, operaciones y algunos sistemas de medición utilizados con ellos. A través de una serie de actividades planteadas mediante el desarrollo de cuatro fases (Exploración de saberes, estructuración - practica, transferencia - valoración y la parte de pruébate) donde se busca que el educando reconozca el significado de ángulo, sistemas medición, calcule algunos valores usando el sistema sexagesimal y cíclico, asimismo resuelva problemas que involucran operaciones.

Durante el desarrollo de taller al educando se le presentan una serie de ejercicios donde debe leer detenidamente y reflexionar sobre las preguntas que se le efectúan, además se le presentan una serie de gráficos que debe interpretar junto a una serie de problemas que deberá resolver apoyándose con la metodología de George Pólya y para finalizar preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN. De igual importancia los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

Durante esta intervención se puedo determinar con gran claridad que los estudiantes presentan dificultad en la medición de ángulos y la utilización adecuada de los sistemas como el cíclico y el sexagesimal, pues no interpretan claramente las equivalencias lo que hacen que no puedan interpretar con facilidad los ejercicios o problemas que se le plantean. Se efectuó un refuerzo propuestos por los estudiantes donde se explicaron nuevamente los procedimientos y se solucionaron dudas en los jóvenes.

3.2.6.1.4 Taller N°4 Razones Trigonométricas. Se presentó un video inicialmente para recordar todo lo relacionado a las Razones Trigonométricas, posteriormente se clarificaron dudas brindando definiciones claras de cada una de ellas, asimismo se realizaron varios problemas usando las razones trigonométricas implementando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y luego se les direcciono para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Asimismo, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

Lo más complicado para los educandos fue interpretar muchos gráficos presentados en la prueba para poder determinar cuál es la respuesta correcta, mostrando todavía debilidades en la solución de este tipo de preguntas. Además, se le dificulta saber qué razón deben utilizar para la realización de un problema o ejercicio que se le plantee. El taller requiere de un refuerzo para brindar mayores explicaciones que le permitan al estudiante tener un aprendizaje más claro y pueda resolver todas sus dudas.

3.2.6.1.5 Taller N°5 Acercamiento al Concepto de Función**.** Durante el desarrollo del taller se pretendió que el estudiante Identifique claramente el concepto de Relación, función y halla el Dominio, Rango de ellas. Igualmente pueda representar gráficamente en el plano cartesiano diferentes tipos de funciones y resuelve problemas del contexto que las involucran. En esta intervención se da explicación clara mediante la presentación de un video a los participantes sobre Relación y sus principales elementos, en este caso Dominio, Rango, Conjunto de Partida y Conjunto de Llegada. Luego de la resolución de varios problemas implementando la metodología de George Polya se pasó a dar definiciones claras tanto de la relación como de las funciones y sus principales elementos, actividades que corresponden a establecer relaciones entre diagramas sagitales y representaciones cartesianas, especificando que tipo de función corresponde a cada gráfico. Seguidamente se presentan ejercicios grupales donde el estudiante visita algunas páginas en internet donde observara algunos videos para posteriormente realizar algunas actividades con los tipos de funciones, en este caso: Función Creciente, Decreciente, Constante, Exponencial, Lineal, Identidad y Trigonométrica.

El gran propósito de esta actividad es hacerles comprender a los participantes que una expresión algebraica puede representar curvas en un plano cartesiano y presenta un Dominio y un Rango. Como en todos los talleres los estudiantes tendrán que solucionar algunas preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN con relación al aprendizaje, fundamentadas en la comparación de gráficos e interpretación de los mismos para irlos habituando a las pruebas de estado que tendrán que presentar en grado 11°. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros. Debido a que los estudiantes presentaron dificultad en la comparación e interpretación de gráficos y hallar el dominio y rango de algunas Funciones se planteó una actividad de refuerzo que permitiera que el aprendizaje fuera más significativo para los estudiantes.

A manera de conclusión, sobre la Unidad de Aprendizaje N° 1 se logró establecer en los jóvenes los conocimientos previos que requieren para abordar el aprendizaje con las Funciones Trigonométricas, se requiere continuar en los estudiantes el desarrollo de preguntas tipo pruebas saber, pues pese a que los estudiantes realizan este tipo de preguntas durante el desarrollo del taller presentan algunas dificultades todavía. Por otra parte, los educandos reconocen plenamente la metodología de George Polya y los pasos que implementa para resolver problemas lo cual les ha servido de mucho mejorando en gran parte su habilidad en la resolución de problemas. Asimismo, se mostró durante la aplicación de estas cinco intervenciones que por lo general los estudiantes requieren de un refuerzo para que el aprendizaje sea significativo para ellos.

Tabla 2 .Tiempos de Intervención Unidad de Aprendizaje N° 2 Funciones Trigonométricas.

INTERVENCIÓN	FECHA	ACTIVIDAD	TIEMPO	TALLERES
Intervención N° 8	19/ 03/2018	Actividad 6 Aplicación del taller **Función Seno.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 9	21/ 03/2018	Actividad 7 Aplicación del taller **Función Coseno.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 10	26/ 03/2018	Actividad 8 Aplicación del taller **Función Tangente**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 11	14/ 03/2018	Actividad 9 Aplicación del taller **Función Cotangente.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 12	19/ 03/2018	Actividad 10 Aplicación del taller **Función Secante.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 13	28/ 03/2018	Actividad 11 Aplicación del taller **Función Cosecante.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller

3.2.6.2 Unidad de Aprendizaje N° 2 Funciones Trigonométricas.

De la Unidad de Aprendizaje N° 2 se aplicaron seis intervenciones realizadas durante el mes de marzo. Detallaremos en general el proceso realizado con cada una de ellas. Las actividades se realizaron aplicando talleres para cada una de ellas con la totalidad de la muestra de estudiantes. Con esta se pretendió que los estudiantes adquieran los conocimientos necesarios para abordar la trigonometría y en especial lo relacionado a las Funciones Trigonométricas, mediante actividades planteadas en talleres en el marco de la metodología resolución de problemas de George Polya y preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN. Por otra parte, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos, ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

Esta unidad tiene que ver con el estudio de las Funciones Trigonométricas, sus elementos, características, clasificación y su representación gráfica. Se llevó al estudiante a explorar cada una de las funciones trigonométricas: las básicas (Seno, Coseno, Tangente) y Las reciprocas (Cotangente, secante, Cosecante). Para que el educando las Comprenda y utilice para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. La tabla muestra las diferentes intervenciones realizadas, que se iniciaron desde el 19 de marzo y finalizaron el 28 del mismo mes de 2018. La gran mayoría de las actividades se realizaron en forma grupal y cada uno contó con un taller para que resolvieran las tareas propuestas.

3.2.6.2.1 Taller N°6 Función Seno. El propósito de esta intervención era que los estudiantes realizaran un reconocimiento de las Funciones Trigonométricas Básicas y en especial la Función Seno.

Al igual que los anteriores talleres se fundamentó en cuatro fases (Exploración de saberes, estructuración - practica, transferencia - valoración y la parte de pruébate) donde se busca que el educando reconozca el significado de la Función Seno en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente, Calcule Dominio, Rango, Periodo mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto e identifique algunas aplicaciones estudio de fenómenos diversos de variación periódica. En primer lugar, se realiza una lectura inicial para adentrar al estudiante al aprendizaje para seguidamente realizarle una serie de preguntas que deberá responder en grupo y que lo motivaran al estudio de las Funciones Trigonométricas y en especial la Función Seno.

Asimismo, el docente brinda las aclaraciones necesarias y definiciones claras sobre la Función Seno, sus elementos principales (Dominio, Rango y periodo), para así poder abordar la parte gráfica. Posteriormente se propone la visualización de un video corto que le permitirá al educando entender claramente el procedimiento para representar gráficamente la Función Seno con la orientación del profesor, la cual tendrá que realizar en hojas de papel milimetrado. Los jóvenes se mostraron atentos y motivados, pero con muchas dificultades pues no manejaban adecuadamente algunas herramientas de geometría como transportador, compas y escuadras entre otros.
Luego se realizó varios problemas usando la Función Seno implementando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y seguidamente se les direcciono para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Igualmente, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los educandos se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios vinculados con el

aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

En esta actividad se pretendió que el estudiante evaluara la Función Seno, describiera algunas propiedades o características y construyera gráficas a partir de una tabla de valores.
Lo más difícil para los estudiantes fue interpretar y relacionar gráficos presentados en la prueba para poder determinar cuál es la respuesta correcta, mostrando todavía debilidades en la solución de este tipo de preguntas. Además, se le dificulto la realización del grafico por no saber manejar algunos elementos de geometría y el papel milimetrado. El taller requiere de un refuerzo para brindar mayores explicaciones que le permitieron al estudiante poder representar gráficamente con mayor facilidad esta función y las próximas a estudiar.

3.2.6.2.2 Taller N°7 Función Coseno. Durante el desarrollo del taller se buscó que el estudiante Identifique claramente el significado de la Función Coseno en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente, Calcule Dominio, Rango y Periodo mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Por otra parte, reconozca algunas aplicaciones en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica. Inicialmente se efectuó una lectura para introducir al estudiante al aprendizaje donde seguidamente se realizan una serie de preguntas que deberá responder en grupo y que lo motivaran al estudio de la Función Coseno. Asimismo, el docente ofrece las aclaraciones necesarias y definiciones sobre la Función en estudio, sus elementos principales (Dominio, Rango y periodo), para así poder abordar la parte gráfica. Posteriormente se propuso la visualización de un video corto que le permitirá al educando entender claramente el procedimiento para representar gráficamente la Función Coseno con la orientación del profesor, la cual tendrá que realizar en hojas de papel milimetrado, la mayoría de los estudiantes no contaban con los elementos necesarios para el desarrollo del grafico lo cual impidió que la actividad se desarrollara a plenitud, pues esto causo alguna indisciplina en los grupos de trabajo.

Luego se realizaron varios problemas usando la Función Coseno implementando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y seguidamente se les direcciono para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Igualmente, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

En esta actividad se pretendió que el estudiante evaluara la Función Coseno, describiera algunas propiedades o características y construyera gráficas a partir de una tabla de valores.
Los jóvenes continúan presentando dificultad para relacionar gráficos con su expresión algebraica, mejoran en la interpretación de gráficos y la resolución de preguntas presentadas en la prueba final del taller y que manejan lo establecido por el MEN. El taller requiere de un refuerzo para que todos los estudiantes logren terminar apropiadamente el grafico de la Función y algunas dudas sobre el aprendizaje sean clarificadas mediante la resolución de algunos ejercicios.

3.2.6.2.3 Taller N°8 Función Tangente. Con esta actividad se buscó que el estudiante reconozca el significado de la Función Tangente en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente, calcule Dominio, Rango y Periodo mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Asimismo, identifique algunas aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos de variación periódica y así concluir el estudio de las funciones Trigonométricas Elementales o Básicas.

En primer lugar, se realizó una lectura para introducir al estudiante al aprendizaje donde seguidamente se efectúan una serie de preguntas que deberá responder en grupo y que lo incentivaran al estudio de la Función Tangente. De igual importancia el docente ofrece las aclaraciones necesarias y definiciones sobre la Función en estudio, sus elementos principales (Dominio, Rango y periodo), para así poder abordar la parte gráfica. Posteriormente se propone la visualización de un video corto que le permitirá al educando entender claramente el procedimiento para representar gráficamente la Función Tangente con la orientación del profesor, la cual tendrá que realizar en hojas de papel milimetrado. La mayoría de los estudiantes contaron con los elementos necesarios para el desarrollo del grafico de la función,

Posteriormente como en todos los talleres anteriores se realizaron varios problemas usando la Función Tangente implementando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y seguidamente se les direcciono para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Igualmente, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje.

Por último, los jóvenes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber. En esta actividad se pretendía que el estudiante evaluara la Función Tangente, describiera algunas propiedades o características y construyera gráficas a partir de una tabla de valores.

Los estudiantes presentan menos dificultad en la realización e interpretación de gráficos con las Funciones trigonométricas básicas, identifican y ejecutan con claridad los pasos implementados para la resolución de problemas por George Polya, lo que permite mejorar mucho en ese aspecto. Aunque no son expertos para resolver las preguntas tipo saber implementadas por el MEN su mejoría es notable, pues lo hacen cada día mejor.

3.2.6.2.4 Taller N°9 Función Cotangente. El propósito de esta intervención era que los estudiantes realizaran un reconocimiento de las Funciones Trigonométricas Reciprocas o Inversas y en especial la Función Cotangente.

Al igual que los anteriores talleres se fundamentó en cuatro fases (Exploración de saberes, estructuración - practica, transferencia - valoración y la parte de pruébate) donde se busca que el estudiante reconozca el significado de la Función Cotangente como función inversa de la Tangente en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente, Calcule Dominio, Rango, Periodo mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto e identifique algunas aplicaciones estudio de fenómenos diversos de variación periódica. En primer lugar, se realiza una lectura inicial sobre las Funciones Trigonométricas Inversas para involucrar al estudiante con el aprendizaje para seguidamente realizarle una serie de preguntas que deberá responder en grupo y que lo motivaran al estudio de las Funciones Trigonométricas Reciprocas y en especial la Función Cotangente. Igualmente, docente dará las aclaraciones necesarias y definiciones sobre la Función Cotangente, sus elementos principales (Dominio, Rango y periodo), para así poder abordar la parte gráfica. Posteriormente se propone la visualización de un video corto que le permitirá al educando entender claramente el procedimiento para representar gráficamente la Función Cotangente con la orientación del profesor, la cual tendrá que realizar en hojas de papel milimetrado.

Los Estudiantes se mostraron atentos, motivados y trabajaron en grupo apoyándose durante todas las actividades planteadas en el taller. Realizaron con menos dificultad el grafico pues manejan con mayor propiedad los procedimientos.

Posteriormente como en todos los talleres presentados se realizaron varios problemas usando la Función Cotangente implementando la metodología de George Polya con la participación de los jóvenes y seguidamente se les direcciono para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Igualmente, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

En esta intervención se pretendió que el estudiante evaluara las Funciones Trigonométricas Reciprocas o Inversas y en especial la Cotangente, describiera algunas propiedades o características y construyera gráficas a partir de una tabla de valores.

Los educandos muestran avances en la realización e interpretación de gráficos que involucran Funciones Trigonométricas, manejan con mayor propiedad algunos instrumentos de geometría requeridos para la realización de estas actividades y su manejo en la resolución de preguntas tipo pruebas saber son cada vez mejores.

3.2.6.2.5 Taller N°10 Función Secante. Con la aplicación de este taller se busca que los estudiantes, comprendan que no solo la Tangente tiene su inversa sino el Seno y el Coseno igualmente. Asimismo, con esta intervención se pretende que el estudiante reconozca el significado de la Función Secante como reciproca del Coseno en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente, calcule Dominio, Rango y Periodo mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Además, identifique algunas aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos de variación periódica y así continuar el estudio de las funciones Trigonométricas Inversas o Reciprocas.

Inicialmente se presenta un Video relacionado con la Función Secante para involucrar al estudiante con el aprendizaje, seguidamente realizarle una serie de preguntas que deberá responder en grupo y que lo motivaran al estudio del aprendizaje. Asimismo, el profesor proporcionará las aclaraciones necesarias y definiciones sobre la Función Secante, sus elementos principales (Dominio, Rango y periodo), para así poder abordar la parte gráfica. Posteriormente se propone la visualización de un video corto que le permitió al educando entender claramente el procedimiento para representar gráficamente la Función con la orientación del docente, la cual tendrá que realizar en hojas de papel milimetrado.

Los estudiantes trabajaron mejor en grupo, se mostraron bastante motivados y les agrado como se desarrolló el grafico apoyados por el video, lo realizaron en el tiempo establecido, manejando con mayor propiedad los instrumentos geométricos y el procedimiento necesario para elaborar el grafico de la Función correspondiente.

Seguidamente como en todos los talleres presentados anteriormente se realizaron varios problemas usando la Función Secante implementando la metodología de George Polya con la participación de los educandos y de la misma manera se les oriento para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Igualmente, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando

algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.
En esta intervención se pretendió que el estudiante continuara evaluando las Funciones Trigonométricas Reciprocas o Inversas y en especial la Secante, describiera algunas propiedades o características y construyera gráficas a partir de una tabla de valores.

Los jóvenes durante el desarrollo del taller muestran avances en la realización e interpretación de gráficos que involucran Funciones Trigonométricas, manejan con mayor propiedad algunos instrumentos de geometría requeridos para la realización de estas actividades, Reconocen y aplican la metodología de George Polya con mayor facilidad para resolver los problemas que se le plantean. El manejo preguntas tipo pruebas saber MEN son cada vez mejores.

3.2.6.2.6 Taller N°11 Función Cosecante. La intención de esta intervención era que los estudiantes realizaran un reconocimiento de la Función Cosecante. Al igual que los anteriores talleres se fundamentó en 4 fases (Exploración de saberes, estructuración - practica, transferencia - valoración y la parte de pruébate) donde se busca que los jóvenes reconozcan el significado de la Función Secante como función inversa del Seco en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente, Calcule Dominio, Rango, Periodo mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto e identifique algunas aplicaciones estudio de fenómenos diversos de variación periódica. Igualmente identifique algunas aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos de variación periódica y así finalizar el estudio de las funciones Trigonométricas Inversas o Reciprocas.

Inicialmente se presenta un Video relacionado con la Función Cosecante para involucrar al estudiante con el aprendizaje, seguidamente realizarle una serie de preguntas que deberá responder en grupo y que lo motivaran al estudio del aprendizaje. Asimismo, el profesor proporcionará las aclaraciones necesarias y definiciones sobre la Función Cosecante, sus elementos principales (Dominio, Rango y periodo), para así poder abordar la parte gráfica. Posteriormente se propone la visualización de un video corto que le permitirá al educando entender claramente el procedimiento para representar gráficamente la Función con la orientación del docente, la cual tendrá que realizar en hojas de papel milimetrado.

Los estudiantes trabajaron con mayor facilidad en grupo y realizaron sin ninguna dificultad el grafico de la función, manifestaron que les agrada que durante el desarrollo de las clases se tenga en cuenta el video, pues para ellos es más práctico para aprender, estuvieron motivados y atentos a participar en todas las actividades programadas en el taller. Por otra parte, como en todos los talleres presentados anteriormente se realizaron varios problemas usando la Función Cosecante implementando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y de la misma manera se les oriento para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Igualmente, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

En esta intervención se pretendía que el educando continuara evaluando las Funciones Trigonométricas Reciprocas o Inversas y en especial la Cosecante, describiera algunas propiedades o características y construyera gráficas a partir de una tabla de valores.

Los Estudiantes durante el desarrollo del taller muestran avances en la realización e interpretación de gráficos que involucran Funciones Trigonométricas reciprocas, manejan con mayor propiedad algunos instrumentos de geometría requeridos para la realización de estas actividades, Reconocen y aplican la metodología de George Polya con mayor facilidad para resolver los problemas que se le plantean. El manejo preguntas tipo pruebas saber MEN son cada vez mejores.

Como conclusión, sobre la Unidad de Aprendizaje N° 2 se pudo establecer que los estudiantes a pesar de todas las dificultades presentadas adquirieron los conocimientos necesarios para abordar la trigonometría y en especial lo relacionado a las Funciones Trigonométricas tanto las básicas como las reciprocas, mediante actividades planteadas en talleres en el marco de la metodología resolución de problemas de George Polya y su avance en la resolución de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN es bastante notorio. Igualmente se mostró durante la aplicación de estas seis intervenciones que por lo general los estudiantes requieren de un refuerzo para que el aprendizaje sea significativo para ellos.

Tabla 3.Tiempos de Intervención Unidad de Aprendizaje N° 3 Aplicación de Conocimientos Funciones Trigonométricas.

INTERVENCIÓN	FECHA	ACTIVIDAD	TIEMPO	TALLERES
Intervención N° 14	03/ 04/2018	Actividad 12 Aplicación del taller **Teorema del Seno.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 15	10/ 04/2018	Actividad 13 Aplicación del taller **Teorema del Coseno.**	7:50 am – 9:40 am 2 Horas	1 Taller
Intervención N° 16	17/ 04/2018	Actividad 13	7:50 am – 9:40 am	1 Taller

Aplicación Prueba Final.	2 Horas

3.2.6.3 Unidad de Aprendizaje N° 3 Aplicación de conocimientos Funciones Trigonométricas

De la Unidad de Aprendizaje N° 3 se aplicaron dos intervenciones realizadas durante el mes de Abril. Detallaremos en general el proceso realizado con cada una de ellas. Las actividades se realizaron aplicando talleres para cada una de ellas con la totalidad de la muestra de estudiantes. Con esta se pretendió que los jóvenes comprendan y utilicen la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos. Por otra parte, las actividades se plantearon en dos talleres en el marco de la metodología resolución de problemas de George Polya y preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN. Asimismo, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos, ejercicios relacionados con el aprendizaje y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

La tabla muestra las diferentes intervenciones realizadas, que se iniciaron desde el 03 de abril y finalizaron el 10 del mismo mes de 2018. La gran mayoría de las actividades se realizaron en forma grupal y cada uno contó con un taller para que resolvieran las tareas propuestas.

3.2.6.3.1 Taller N° 12 Teorema del Seno. El propósito de esta intervención era que los estudiantes realizaran un reconocimiento del significado del Teorema del Seno en un triángulo no rectángulo, Identificara algunas aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos, resolviera problemas que lo involucran en diferentes contextos y usara representaciones gráficas.

En primer lugar, se presentó un video para brindar información relacionada con el Teorema del Seno, posteriormente se clarificaron dudas brindando definiciones y explicando las pautas cuando se podía usar este teorema. Asimismo, se realizaron varios problemas utilizando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y luego se les oriento para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. De igual importancia una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el Teorema del Seno y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber. Lo más difícil para los estudiantes fue cuando no puedo usar esta ley, resolver algunos despejes de ecuaciones que se presentan y hallar algunos valores con el apoyo de la calculadora. Es necesario aclarar que pese a que los educandos reconocen y saben aplicar la metodología para resolver problemas de George Polya en algunos momentos lo realizan de manera errónea pues muestran debilidades en lo mencionado anteriormente. El taller requiero de un refuerzo para brindar mayores explicaciones sobre algunos aspectos de ecuaciones y el manejo apropiado de la calculadora que le permitan al estudiante tener un aprendizaje más claro y pueda resolver todas sus dudas.

3.2.6.3.2 Taller N° 13 Teorema del Coseno. Al igual que todos los talleres anteriores se fundamentó en cuatro fases (Exploración de saberes, estructuración - practica, transferencia - valoración y la parte de pruébate) donde se busca que el joven reconozca el significado del Teorema del Coseno en un triángulo no rectángulo, identifique algunas de sus aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos, resuelva problemas que involucran diferentes contextos y usa representaciones gráficas.

Inicialmente se presentó un video para brindar información relacionada con el Teorema del Coseno, seguidamente se clarificaron dudas brindando definiciones y explicando las pautas cuando se podía usar este teorema. De igual importancia se realizaron varios problemas utilizando la metodología de George Polya con la participación de los estudiantes y luego se les oriento para que visitaran algunas páginas en internet donde podrían encontrar información adicional que los llevaría a mejorar el aprendizaje. Asimismo, una serie de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN que involucran el aprendizaje. Por último, los estudiantes se relacionaron con las TICS visitando algunas páginas donde encontraban videos y ejercicios relacionados con el Teorema del Coseno y pueden realizar algunos simulacros que los ayudaran en la presentación de las pruebas saber.

Lo más difícil para los estudiantes fue cuando puedo usar el Teorema del Coseno, además reconocer algunas pautas que se requieren para resolver algunas ecuaciones que se presentan durante la resolución de estos ejercicios. Los estudiantes durante el desarrollo del taller participaron y realizaron todas las actividades propuestas, la gran mayoría maneja la metodología de George Polya para resolver problemas, sus avances en la interpretación y análisis de gráficos han mejorado notablemente, las preguntas tipo pruebas saber MEN las están desarrollando con mayor rapidez y precisión lo cual les permite desarrollar los simulacros propuestos en algunas plataformas de internet de una manera más fácil. Pese a todos los avances que vienen presentando los educandos el taller requiere de un refuerzo para brindar mayores explicaciones que le permitan al joven tener un aprendizaje más claro y pueda resolver todas sus dudas.

Como conclusión, sobre la Unidad de Aprendizaje N° 3 se pudo establecer que los estudiantes a pesar de todas las dificultades presentadas comprendieron y utilizaron el Teorema del Seno y Coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos. Adquirieron los conocimientos necesarios para abordar sin ningún tipo de problema la resolución de triángulos no rectángulos, mediante actividades planteadas en talleres en el marco de la metodología resolución de problemas de George Polya. Su avance en la resolución de preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN es bastante notorio. Se mostró durante la aplicación de estas dos intervenciones, que por lo general los estudiantes requieren de un refuerzo para que el aprendizaje sea significativo para ellos y que el uso del video los motiva enormemente durante el desarrollo de las prácticas pedagógicas.

3.3 Población y Muestra.

"En el caso de la investigación-acción, no interesa tanto el tamaño de la muestra como su relevancia teórica; debe representar la misma estructura de la población; ser relevante para determinar el alcance y las posibilidades de generalizar los resultados". (Yuni & Urbano, 2014, p 98-99). La población corresponde a los sujetos o participantes que intervienen en la investigación, Fracica (1988) citado por (Acosta Galván, 2017, p. 107) define la población como "el conjunto de todos los elementos a los cuales se refiere la investigación. Se puede definir como el conjunto de todas las unidades de muestreo" (p. 161), de la misma manera Según Jany (1994), población es "la totalidad de elementos o individuos que tienen ciertas características similares y sobre las cuales se desea hacer inferencia" (p. 48).

Se puede manifestar que, pese a que la población en la investigación – acción no tiene en cuenta su tamaño, si debemos tener presente que debe ser apreciable para que puede tener la trascendencia en el estudio, lo cual nos pueda posibilitar resultados esperados o las conclusiones que se requieren.

> La muestra es la parte de la población que se selecciona, de la cual realmente se obtiene la información para el desarrollo del estudio y sobre la cual se efectuarán la medición y la observación de las variables objeto de estudio (Acosta Galván, 2017, p. 107).

> Por otra parte, Hernández Sampieri (2014) manifiesta que en un estudio cualitativo las decisiones respecto al muestreo reflejan las premisas del investigador a cerca de lo constituye una base de datos creíble, confiable y válida para abordar el planteamiento del problema (p. 407). A demás expresa que en los estudios cualitativos el tamaño de la muestra no es tan importante desde la perspectiva pirobalística, pue el gran interés son los ambientes propios del estudiante o de los individuos (p. 417).

La muestra se convierte en un elemento de gran importancia para la investigación, pues nos permitió obtener la información necesaria para abordar el estudio de una manera creíble y observar claramente las variables del estudio y llegar a conclusiones.

La población objeto de estudio en esta investigación correspondió a los estudiantes del grado Decimo de la Institución Educativa Antonio Nariño, Sede Principal, jornada de la Mañana de la ciudad de Cúcuta. En este caso estuvo conformada por 54 estudiantes, 29 del grado 10° 01 Técnico y 25 del grado 10°02 Académico, grupo que fue seleccionado de manera intencional debido a que el investigador es quien orienta el área de matemáticas en el dicho grado.

Tabla 4. Población Grados Décimos Jornada de la Mañana Sede Principal de la IEAN

GRADO	10° 01	10° 02
CANTIDAD DE ESTUDIANTES	29	25

La muestra corresponde a 25 estudiantes correspondientes al grado 10°02 Académico de la Institución Educativa Antonio Nariño, Sede Principal, jornada de la Mañana de la ciudad de Cúcuta. Las características socioculturales de las familias a las que pertenecen los participantes se encuentran en estratos 1 y 2 ubicándose la mayoría en estrato 1 con un 90% y un 10% para estrato 2. El 68 % de los participantes son Hombres (17) y el 32 % Mujeres (8). La mayoría de los padres de familia se dedican a l trabajo informal o independiente, por lo que no tienen afiliación a la protección social ni a salud y poseen muchas necesidades básicas insatisfechas. Es necesario aclarar que un gran número de los hogares son disfuncionales y con madres cabeza de hogar.

Figura 14. Muestra Participantes en el proyecto: Grado Decimo 02 IEAN

La siguiente tabla muestra un breve perfil de los participantes de esta investigación que presenta sus Nombres y Apellidos, Identificación, Edad, Género, Dirección de su Residencia y su Pasatiempos Favorito.

Figura 15.Perfil de los Participantes – Estudiantes del Grado 10:02 de la Jornada de la Mañana Sede Principal de la IEAN 2018.

N°	NOMBRES Y APELLIDOS	LUGAR DE NACIMIENTO	SEXO	EDAD	BARRIO	FRACE	PASATIEMPO FAVORITO
E1	**ARISMENDI LONDOÑO MATEO**	Cúcuta	M	15	Bellavista	Nunca sabes lo que tienes hasta que lo pierdes.	Escuchar música.
E2	**BOADA MOGOLLON CESAR ARLEY**	Cúcuta	M	15	Pueblo Nuevo	Si ves a alguien haciendo algo malo, no lo critiques, simplemente no lo copies.	Mirar Televisión.
E3	**CARRASCAL FUENTES YUSLARY ANDREA**	Ocaña	F	14	Pueblo Nuevo	Soldado avisado no muere en guerra.	Practicar Deporte.
E4	**CHINCHILLA JURADO NARSHA YISELY**	Ocaña	F	15	Pueblo Nuevo	No hay peor ciego que el que no quiera ver.	Practicar Deporte.
E5	**FERNANDEZ PACHECO LUISA F**	Cúcuta	F	17	Pueblo Nuevo	La responsabili dad ante todo	Escuchar Música.

E6	**GARAY CASTILLA WILSON ANDRES**	Cúcuta	M	17	Sevilla	De los errores se aprende.	Hacer Dibujos.
E7	**GOMEZ FUENTES CRISTIAN DURIEN**	Ocaña	M	15	Pueblo Nuevo	Lucha por tus metas	Escuchar Música.
E8	**GOMEZ FUENTES FABIAN ALEXANDER**	Ocaña	M	14	Pueblo Nuevo	La disciplina es la clave del éxito	Practicar Deporte.
E9	**GUERRERO SORACA ERIKA YULIETH**	Cúcuta	F	16	Portal de las Américas.	Lograr lo que nos proponemos	Escuchar Música.
E10	**MANDON CRUZ WILMER ADRIAN**	Cúcuta	M	16	Loma de Bolívar.	Todo lo puedo, creo en mí	Practicar Deporte.
E11	**MARTINEZ ANGARITA WILFREDY**	Ocaña	M	15	Pueblo Nuevo	Todo tiene un tiempo y un lugar.	Practicar Deporte.
E12	**MENDEZ FUENTES FRANK DANIEL**	Cúcuta	M	17	Los Alpes.	Si caes mil veces, siempre levántate.	Leer.
E13	**MONTAGUT RIVERA MICHELL NATALY**	Cúcuta	M	16	Prados Norte.	Si quieres algo consíguelo por ti mismo.	Escuchar Música.
E14	**ORDUZ ESTEBAN RAFAEL GUSTAVO**	Cúcuta	M	15	Los Alpes.	Nunca tengas miedo.	Practicar Deporte.
E15	**PACHECO ORTIZ YOINER**	Cúcuta	M	17	Pueblo Nuevo.	Yo soy fuerte.	Practicar Deporte.

E16	**PAEZ PEREZ EDGAR FABIAN**	Ocaña	M	18	Pueblo Nuevo.	El deporte es Vida.	Practicar Deporte.
E17	**PEREZ GALVIS JESUS ALEXANDER**	Ocaña	M	15	Pueblo Nuevo.	El amor es el Perdón y algo más.	Practicar Deporte.
E18	**RAMIREZ ACEVEDO ERLIN JHOJAN**	Cúcuta	M	16	Divina Pastora.	Dios siempre está conmigo.	Hacer Dibujos.
E19	**RODRIGUEZ VARGAS CARLOS MIGUEL**	Cúcuta	M	16	Navarro Wolf.	Todo con Amor es Posible.	Escuchar Música.
E20	**ROJAS ANGARITA ANDREY MAURICIO**	Ocaña	M	18	Pueblo Nuevo.	Primero la Familia.	Practicar Deporte.
E21	**ROZO DIAZ SOHET ENILSON**	Cúcuta	M	16	Carora.	Las Cosas en la vida Siempre Pasan para Bien.	Video Juegos.
E22	**RUEDA VILLALBA KELLY BIBIANA**	Cúcuta	F	15	Aeropuerto.	Mi papa es todo en mi vida.	Practicar Deporte.
E23	**SANCHEZ ZULEIMA LUCIA**	Ocaña	F	19	Los Alpes.	Dios es mi Fortaleza.	Escuchar Música.
E24	**SANCHEZ SERRANO DEYSI PAOLA**	Cúcuta	F	17	Los Alpes.	La vida a veces es cruel.	Practicar Deporte.

E25	**SANDOVAL ARCINIEGAS SHELYBER M**	Ocaña	F	18	Los Alpes.	El deporte nos une y trae Felicidad.	Practicar Deporte.

3.4 Instrumentos para la Recolección de la Información.

La recolección de los datos en una investigación cualitativa permite obtener información relevante para analizarla, compararla y encontrar características que nos lleven a conclusiones relevantes acerca de un objeto de estudio. Hernández Sampieri, et. al. (2014) manifiesta que la recolección de datos en la investigación cualitativa ocurre en los ambientes naturales y cotidianos de los participantes. El instrumento de recolección de datos de la investigación cualitativa es el investigador. Los datos se recolectan por medio de diversas técnicas o métodos, que pueden cambiar en el transcurso del estudio: observaciones, entrevistas, análisis de documentos y registros, etcétera. El análisis cualitativo implica organizar los datos recogidos, transcribirlos a texto cuando resulta necesario y codificarlos. La codificación tiene dos planos o niveles. Del primero, se generan unidades de significado y categorías. Del segundo, emergen temas y relaciones entre conceptos. Al final se produce teoría enraizada en los datos (p. 490).

Entre los instrumentos para la recolección de la información que se utilizaron para esta investigación fueron: El diario pedagógico o de campo, datos fotográficos, la observación directa, videos, prueba diagnóstica y prueba final herramientas que sirvieron para el análisis de la información y el reflejar los resultados de la presente propuesta; a continuación, se detallan estos instrumentos:

3.4.1 Diario pedagógico o de Campo.

El instrumento para la recolección de información es el diario pedagógico o de Campo, que sirvió de soporte para recapacitar sobre el desarrollo de las practicas pedagógicas, el contexto de la institución, las eventualidades que suceden entre docente - estudiante y entre educandos, es por esto que el diario de campo se convierte en un elemento de gran importancia para tomar atenta nota de todo lo sucedido durante el transcurso de las clases orientadas por el maestro y poder llevar un plan de mejora según las diferentes situaciones que se le presenten en la práctica pedagógica. En ocasiones a los educadores no se acuerdan de anotar experiencias que se suceden durante el desarrollo de sus prácticas pedagógicas, pues en algunas oportunidades es considerado de poca relevancia tomar nota de eso, es necesario aclarar que dicho instrumento se transforma en un elemento para la reflexión del diario vivir en la institución y la relación que se tiene con todos los miembros de la comunidad educativa. La idea es aplicar y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje, verificar aprendizajes significativos, o con situaciones a mejorar.

Porlan & Matín (1998) citado por (Acosta Galván, 2017, p. 112) en su obra El diario del profesor, menciona el diario cómo guía para la investigación, que permite ser usado como instrumento para detectar problemas, y posibilitar el intercambio de información entre el estudiante y el profesor, convirtiéndose según Porlan en un instrumento para transformar las prácticas de aula. Para el autor, el diario del profesor es: “una guía para la reflexión sobre la práctica, favoreciendo la toma de conciencia del profesor sobre su proceso de evolución y sobre sus modelos de referencia” (p. 23).

En el mismo sentido Fernández & Roldán (2012) describen el diario pedagógico cómo:

El diario pedagógico se concibe como un texto escrito que, registra experiencias, sin embargo, adquiere un sentido de carácter más epistemológico que narrativo, en la medida: en que no se limita a la narración de anécdotas, sino que éstas tienen un sustento pedagógico originado en los resultados obtenidos por los facilitadores en determinado momento, los cuales dan lugar a prácticas pedagógicas que se deben tener en cuenta como parte de la cualificación del proceso educativo (p. 119).

Estos referentes teóricos sirvieron de base para la construcción del diario pedagógico o de Campo, convirtiéndose en la materia prima para determinar los análisis de las prácticas de aula y los aprendizajes en los estudiantes. Este diario pedagógico o de Campo contiene elementos como: El aprendizaje a desarrollar, análisis del desarrollo del momento pedagógico en cuanto a los siguientes aspectos:

- **Maestro:** Planeación de clase, estrategia pedagógica, dominio conceptual y curricular, modelo pedagógico, estrategias didácticas, manejo de grupo, evaluación, ambiente en el aula.
- **Estudiantes:** Motivación, participación, actitud, aptitud, apropiación del conocimiento, dificultades de aprendizaje, comportamiento en el aula de clase.
- **Recursos:** Uso de las TIC, estrategia Pedagógica utilizada (guías, talleres, ensayos, trabajo colaborativo y otros).
- **La Reflexión o Evaluación:** Que permitirá establecer si el estudiante logro el aprendizaje esperado o requiere de algún tipo de refuerzo.

Por otra parte, contiene una casilla para la observación que le permitirá al maestro explorar ambientes, contextos, subculturas y la mayoría de los aspectos de la vida social. Asimismo, detallar las actividades que se desarrollan en éstos, las personas que participan en tales actividades y sus significados e identificar problemas y generar hipótesis entre otros.

De igual importancia una columna que incluye una ampliación de la información en caso que el docente lo requiera si sucede algo extraordinario durante el desarrollo del momento pedagógico. Todo lo anterior para que se describan y analicen las prácticas pedagógicas, así como las habilidades y competencias que los estudiantes desarrollaron con o sin éxito. (Ver Anexo 1)

3.4.2 Datos Fotográficos.

Las fotografías se convierten en algunos casos en fuente de información para dar muestras de los avances de los educandos, Según Elliot (2000) citado por (Acosta Galván, 2017, p. 113). Se pueden captar aspectos visuales de una situación, y además expresa que en el contexto de la investigación acción en el aula, pueden recoger los siguientes aspectos visuales:

1. Los estudiantes, mientras trabajan en el aula.
2. Lo que ocurre a espaldas del profesor.
3. La distribución física del aula.
4. La pauta de organización social del aula; por ejemplo: si los educandos trabajan en grupos, de forma aislada o sentados en filas mirando al profesor (p. 98).

Para poder tener acceso a todos los datos fotográficos con estudiantes, se diseñó un formato especial donde se autoriza o se da el consentimiento por parte del padre de familia al maestro para que se pueda realizar este proceso con los educandos. (Ver Anexo2)

3.4.3 Observación Directa.

La observación es una acción o actividad para asimilar información, que puede implicar el registro de la misma. Consiste en examinar atentamente los hechos y fenómenos que perciben nuestros sentidos. Para este trabajo la observación es una herramienta importante que se evidencia en los diarios pedagógicos y corresponde a hechos relacionados con el trabajo de investigación cómo reacción ante los aciertos y antes las dificultades, actitudes, ante el aprendizaje de las tareas asignadas a los participantes. Sobre la observación Stake (1999, citado por Bedoya, 2014**)** expresa que las observaciones “conducen al investigador hacia una mejor comprensión del caso” (p. 47).

De igual importancia Hernández Sampieri, et. al. (2014), manifiesta que la observación directa son descripciones de lo que estamos viendo, escuchando, olfateando y palpando del contexto y de los casos o participantes observados. Regularmente van ordenadas de manera cronológica. Nos permitirán contar con una narración de los hechos ocurridos (qué, quién, cómo, cuándo y dónde). (p. 396).

De igual importancia manifiesta que en la observación cualitativa se requiere utilizar todos los sentidos. Los propósitos esenciales de la observación son: a) explorar ambientes, contextos, subculturas y la mayoría de los aspectos de la vida social; b) describir comunidades, contextos o ambientes, las actividades que se desarrollan en éstos, las personas que participan en tales actividades y sus significados; c) comprender procesos, vinculaciones entre personas y sus situaciones o circunstancias, eventos que suceden a través del tiempo, así como los patrones que se desarrollan y los contextos sociales y culturales en los cuales ocurren las experiencias humanas; d) identificar problemas y e) generar hipótesis.(p. 490)

Elementos potenciales a observar son: el ambiente físico y social, actividades (acciones) individuales y colectivas, artefactos que usan los participantes y funciones que cubren, hechos relevantes, eventos e historias y retratos humanos. Los papeles más apropiados para el investigador en la observación cualitativa son: participación activa y participación completa. Para ser un buen observador cualitativo se necesita: saber escuchar y utilizar todos los sentidos, poner atención a los detalles, poseer habilidades para descifrar y comprender conductas no verbales, ser reflexivo y disciplinado para escribir anotaciones, así como flexible para cambiar el centro de atención, si esto es necesario. (p. 490)

Esta herramienta de recolección de información permitió tomar información detallada del razonamiento de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas se refiere, así como de algunas aptitudes y actitudes que se detallan en el diario pedagógico, como sus diferentes comportamientos, de concentración, frustración ante las estrategias pedagógicas aplicadas.

3.4.4 La entrevista.

Para Hernández Sampieri, et. al. (2014) La entrevista cualitativa es íntima, flexible y abierta. Se define como una reunión para intercambiar información entre una persona (entrevistador) y otras (entrevistado u entrevistados). Las entrevistas se dividen en estructuradas, semiestructuradas o abiertas. Para este trabajo se aplicó la entrevista semiestructurada que se basan en una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información sobre los temas deseados (es decir, no todas las preguntas están predeterminadas). (p. 490)

La entrevista permitió tomar valiosa información sobre los estudiantes de una manera abierta y flexible, basados en una serie de preguntas que nos permitieron entender el verdadero sentir del estudiante con relación a las prácticas pedagógicas abordadas por los maestros y su verdadera incidencia. Por otra parte, que tanto les gustan las Matemáticas y porque algunos muestran temor o rechazo sobre ellas. Además, sirvieron de gran apoyo para generar estrategias que motiven con mayor facilidad el aprendizaje de las Matemáticas.

3.4.5 Grabaciones de Videos.

Las grabaciones de videos corresponden al uso de elementos como videocámaras donde se observe y escuchen las diferentes intervenciones de los participantes o investigador con la finalidad de verificar situaciones que suceden durante la interacción de estos en una investigación. En el ámbito educativo, los videos pueden usarse para grabar clases, total o parcialmente. Los beneficios de las grabaciones al escucharlas o mirarlas evidencia episodios que resultan interesantes o importantes (Elliot, 2000, p. 99) citado por (Acosta Galván, 2017, p. 113). Se presenta como una herramienta muy útil que además muestra situaciones que no son de fácil observación para el investigador, Se filmaron algunas actividades para analizar situaciones que el profesor no alcanza a observar, sobre todo cuando está orientando a los estudiantes.

De esta manera con las grabaciones de videos se tuvo la oportunidad de mirar la práctica en el aula y de analizar algunos aspectos del grupo en general, cómo los estudiantes que esperan que otros produzcan, cómo los que trabajan en grupo, algunas competencias de comportamiento entre otros. Es necesario aclarar que, para poder tener acceso a todas las grabaciones con los jóvenes, se contó con un permiso especial otorgado por el padre de familia al docente. (Ver Anexo2)

3.4.6 Prueba Diagnóstica.

La prueba diagnóstica fue diseñada y aplicada como prueba inicial para verificar los saberes y pre saberes que los estudiantes de 10° grado de la Institución Educativa Antonio Nariño tenían acerca de las Funciones Trigonométricas, con el fin de ubicar a los estudiantes en un nivel de razonamiento inicial, acerca del objeto de estudio. La mayoría de las preguntas correspondía a preguntas abiertas donde los participantes resolvieron según sus conocimientos y cuyas conclusiones sirvieron como punto de partida para el diseño de las estrategias pedagógicas pertinentes.

3.4.7 Prueba Final.

El objeto de la prueba final fue determinar el logro alcanzado por los estudiantes después del proceso de intervención teniendo en cuenta las actividades planteadas en los talleres propuestos en las Unidades Didácticas, de manera que se pueda contrastar si a través de la propuesta que se implementara los estudiantes de 10° grado de la Institución Educativa Antonio Nariño, han alcanzado mayor grado de fortalecimiento en la resolución de problemas en el contexto de las Funciones Trigonométricas. Consistió en una prueba de conocimiento acerca del objeto de estudio donde se establecieron 17 Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN.

3.5 Validación de los Instrumentos

Todo instrumento de recolección de información debe proporcionar un proceso de validación de manera que los resultados que de ellos se generen sean confiables, durante el proceso de investigación los diferentes instrumentos utilizados fueron revisados y validados por la tutora de la tesis: Doctora Lennis Santafé. Otros aspectos importantes que tendremos en cuenta para la validación de instrumentos serán los siguientes:

- **Confrontación con los objetivos:** Se realiza mediante entrevistas efectuadas a los estudiantes donde podemos palpar sus inquietudes y verdaderas necesidades en el aprendizaje.
- **Validación por pares:** Con el apoyo de un compañero de trabajo que lea las pruebas a aplicar, las lea y nos pueda brindar su valiosa apreciación.
- **Validación con una prueba piloto:** Antes de aplicar cualquier prueba a los estudiantes selecciono un número pequeño, observo equivocaciones en las diferentes preguntas, para luego si estar seguro que la prueba puede ser exitosa.

Según Cisterna (2005) citado por (Acosta Galván, 2017, p. 114). Es muy común que en una investigación cualitativa se utilice más de un instrumento para recoger la información. En esta investigación, los instrumentos que se seleccionaron para realizar la triangulación y emitir el análisis final, fueron la observación directa, el diario de campo y los registros fílmicos y fotográficos, la prueba diagnóstica y la prueba final; Así mismo, el análisis del PEI y los resultados en las pruebas saber fueron instrumentos de recolección de información, estos serán acordados y validados por el director de tesis. De esta manera la validez de expertos es una de las formas como se sustenta la validación de los instrumentos para este proyecto, en ese sentido Hernández Sampieri et. al. (2014) menciona la "face validity", o validez de expertos se refiere al grado en que aparentemente un instrumento de medición mide la variable en cuestión, de acuerdo a "voces calificadas" esta se encuentra vinculada a la validez del contenido (p. 490).

En ese orden, sobre la prueba diagnóstica, la prueba final y talleres de las unidades didácticas, se revisaron una a una, primero por la tutora de la tesis Doctora Lennis Santafé y posteriormente por docentes, pares, especialistas en el área de matemáticas, que realizaron las sugerencias y puntos de vista, cuyos aportes ayudaron a reformar situaciones que no eran tan claras para los estudiantes, estos educadores corresponden a pares idóneos de la Institución Educativa Antonio Nariño donde se llevó a cabo el proyecto, dos docentes: María Victoria Pimiento y Pedro Acero, los cuales realizaron excelentes contribuciones mediante el diligenciamiento de un formato especial que valido el instrumento (Ver Anexo3).Sobre el diario pedagógico, se siguió las recomendaciones en las dadas por los profesores de la maestría de la UNAB donde se estipulan las características ya descritas.

3.6 Categorización y Triangulación de la información.

La estrategia para el análisis de la información se realizó a través de la triangulación. La cual permitió recolectar, analizar y contrastar información de diferentes fuentes con el fin de determinar relaciones que conduzcan a conclusiones y hallazgos de una investigación; Hernández Sampieri, et. al. (2014) “al hecho de utilizar diferentes fuentes y métodos de recolección, se le denomina triangulación de datos” (p. 417).

Triangulación: Puede triangularse para confirmar la corroboración estructural y la adecuación referencial. Primero, triangulación de teorías o disciplinas, el uso de múltiples teorías o perspectivas para analizar el conjunto de los datos (la meta no es corroborar los resultados contra estudios previos, sino analizar los mismos datos bajo diferentes visiones teóricas o campos de estudio). Segundo, triangulación de métodos (complementar con un estudio cuantitativo, que nos conduciría de un plano cualitativo a uno mixto). Tercero, triangulación de investigadores (varios observadores y entrevistadores que recolecten el mismo conjunto de datos), con el fin de obtener mayor riqueza interpretativa y analítica. Cuarto, triangulación de datos (diferentes fuentes e instrumentos de recolección de los datos, así como distintos tipos de datos, por ejemplo, entrevista a participantes y pedirles tanto un ensayo escrito como fotografías relacionadas con el planteamiento del estudio). Las “inconsistencias” deben analizarse para considerar si realmente lo son o representan expresiones diversas. Un ejemplo de triangulación de fuentes en un estudio para entender el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos por parte de niños con ciertas capacidades distintas. (p.486)

Para este estudio se asumió la triangulación de datos para el análisis de la información usando como fuentes el diario pedagógico o de Campo, datos fotográficos, y la observación directa, videos, Prueba diagnóstica y prueba final.

3.7 Resultados y Discusión

La estrategia para el análisis de la información se hará a través de la triangulación. La triangulación es una estrategia para recolectar, analizar y contrastar información de diferentes fuentes con el fin de determinar relaciones que conduzcan a conclusiones y hallazgos de una investigación; Hernández Sampieri, et. al. (2014) “al hecho de utilizar diferentes fuentes y métodos de recolección, se le denomina triangulación de datos” **(**p. 429). En la triangulación de métodos de recolección de los datos siempre y cuando el tiempo y los recursos lo permitan, es conveniente tener varias fuentes de información y métodos para recolectar los datos. En la indagación cualitativa poseemos una mayor riqueza, amplitud y profundidad de datos si provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes y de una mayor variedad de formas de recolección.

Para esta investigación se utilizó la triangulación metodológica para el análisis de la información usando como fuentes el diario pedagógico, datos fotográficos, y la observación directa, videos, algunas entrevistas, pre-test y pos-test.

Para los resultados y discusión el investigador establece unas categorías iniciales, categorías propuestas como resultado del análisis de las competencias y en las unidades didácticas diseñadas. Los factores de enseñanza están asociados a los aprendizajes correspondientes a la temática diseñada en los diferentes talleres y actividades planteadas en los mismos. Los factores de aprendizaje se refieren a las habilidades, competencias que los estudiantes deben desarrollar con la implementación de la estrategia pedagógica, en las siguientes tablas se muestran las categorías y subcategorías definidas para el análisis.

3.7.1 Categorías Iniciales o a Priori

Estas categorías o subcategorías surgieron antes del proceso recopilatorio de la información, siendo supuestos propios del investigador que realiza el estudio. Estas las clasificaremos en Factores de enseñanza y factores de aprendizaje. A continuación, mostraremos cada una de ellas en las siguientes tablas con un respectivo código.

Tabla 5. Categorías Iniciales o a Priori- Factores de Enseñanza

CATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA 1	CODIGO
	[FT]	Concepto de Función	[FT.1]		
		Elementos de una Función Trigonométrica	[FT.2]	Dominio.	[FT.2.1]
				Rango.	[FT.2.2]
				Condominio.	[FT.2.3]
				Gráficos.	[FT.2.4]
				Resolución de problemas	[FT.2.5]
		Función Seno	[FT.3]	Dominio.	[FT.3.1]
				Rango.	[FT.3.2]
				Periodo.	[FT.3.3]
				Gráficos.	[FT.3.4]
				Resolución de problemas	[FT.3.5]
		Función Coseno	[FT.4]	Dominio.	[FT.4.1]
				Rango.	[FT.4.2]
				Periodo.	[FT.4.3]
				Gráficos.	[FT.4.4]
				Resolución de problemas	[FT.4.5]
		Función Tangente	[FT.5]	Dominio.	[FT.5.1]
				Rango.	[FT.5.2]
FUNCIONES TRIGONOME TRICAS				Periodo.	[FT.5.3]
				Gráficos.	[FT.5.4]
				Resolución de problemas	[FT.5.5]
		Función Cotangente	[FT.6]	Dominio.	[FT.5.1]
				Rango.	[FT.5.2]

				Periodo.	[FT.5.3]
				Gráficos.	[FT.5.4]
				Resolviendo con Pólya	[FT.5.5]
		Función Secante	[FT.7]	Dominio.	[FT.7.1]
				Rango.	[FT.7.2]
				Periodo.	[FT.7.3]
				Gráficos.	[FT.7.4]
				Resolución de problemas	[FT.7.5]
		Función Cosecante	[FT.8]	Dominio.	[FT.8.1]
				Rango.	[FT.8.2]
				Periodo.	[FT.8.3]
				Gráficos.	[FT.8.4]
				Resolución de problemas	[FT.8.5]
		Secuenciación	[FT.9]	Cambiando el Contexto.	[FT.9.1]
				Acerándonos a las Pruebas Saber MEN	[FT.9.2]
				Resolviendo con Pólya	[FT.9.3]
INTERVENCIONES	[INT]	Aclaración	[INT.1]		
		Retroalimentación	[INT.2]		
		Refuerzo	[INT.3]		

Tabla 6 . Categorías Iniciales o a Priori - Factores de Aprendizaje

CATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA 1	CODIGO
	[COMP]	**COMUNICACIÓN**	[COMP.1]	Características de las Funciones	[COMP.1.1]
				Representación Gráfica de las Funciones	[COMP.1.2]

				Elementos de las Funciones	[COMP.1.3]
		TECNOLOGIA – USO DE LAS TIC	[COMP.2]	Uso de Video Beam	[COMP.2.1]
				Uso de Sitios Web	[COMP.2.2]
COMPETENCIAS		**ACTITUDINALES**	[COMP.3]	Motivación	[COMP.3.1]
				Interés	[COMP.3.2]
				Participación	[COMP.3.3]
				Atención	[COMP.3.4]
				Trabajo en Grupo	[COMP.3.5]
				Aptitud	[COMP.3.6]
	[MET]	Conocimientos Previos	[MET.1]	Triángulos, elementos, clasificación y su importancia en la trigonometría	[MET.1.1]
				Teorema de Pitágoras	[MET.1.2]
				Ángulos, clasificación, operaciones y sistemas de medición	[MET.1.3]
METODOLOGIA				Razones Trigonométricas	[MET.1.4]
				Acercamiento al Concepto de Función	[MET.1.5]
		Razonamiento e Interpretación	[MET.2]		
		Reconocimiento de la situación en contexto	[MET.3]		
	[DIDAC]	Actividades sobre el manejo de Conocimientos con Funciones Trigonométricas	[DIDAC.1]	Manejo y fundamento conceptual	[DIDAC.1.1]

DIDACTICA				Manejo de Grupo	[DIDAC.1.2]
				Metodología del Maestro	[DIDAC.1.3]
				Apropiación de Contenidos	[DIDAC.1.4]
				Rol del Maestro	[DIDAC.1.5]
PRAGMÁTICA.	[PRAG]	Resolución de Problemas Aplicando las Funciones Trigonométricas.	[PRAG.1]		
		Aplicación del Teorema del Seno en Triángulos Oblicuángulos.	[PRAG.2]		
		Aplicación del teorema del Coseno en Triángulos Oblicuángulos.	[PRAG.3]		
CONTEXTUAL	[CONT]	Participación, Comunicación y Evaluación del Estudiante.	[CONT.1]	Participación del estudiante.	[CONT.1.1]
				Niveles de comunicación.	[CONT.1.2]
				Estrategias de Evaluación.	[CONT.1.3]

3.7.2Categorías emergentes

Las categorías y subcategorías emergentes son todas aquellas que surgieron a medida que se analizaba la información por el investigador. Estas se clasificaron en factores de enseñanza y factores de aprendizaje. A continuación, mostraremos cada una de ellas en las siguientes tablas con un respectivo código.

Tabla 7 . Categorías emergentes - factores de enseñanza

CATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA 1	CODIGO
FUNCIONES TRIGONOMETRICAS	[FT]	Concepto de Función	[FT.1]	Relación	[FT.1.1]
				Variable Independiente	[FT.1.2]
				Variable Dependiente	[FT.1.3]
		Elementos de una Función Trigonométrica	[FT.2]	Intervalo de Crecimiento	[FT.2.5]
				Intervalo de Decrecimiento	[FT.2.6]
				Puntos de Corte Eje X	[FT.2.7]
				Puntos de Corte Eje Y	[FT.2.8]
				Eje de Simetría	[FT.2.9]
				Máximos y Mininos	[FT.2.10]
		Refuerzo	[INT.3]		

Tabla 8. Categorías emergentes - factores de aprendizaje

CATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA 1	CODIGO
	[COMP]	**COMUNICACIÓN**	[COMP.1]	Presentación de Información (Gráficos - Tablas)	[COMP.1.4]

COMPETENCIAS		TECNOLOGIA - USO DE LAS TICS	[COMP.2]	Uso de Videos	[COMP.2.3]
				Recursos didácticos – Taller	[COMP.2.4]
		ACTITUDINALES	[COMP.3]	Trabajo Colaborativo	[COMP.3.7]
				Fobia	[COMP.3.8]
				Apatía	[COMP.3.9]
				Dificultades de Aprendizaje	[COMP.3.10]
				Distractores	[COMP.3.11]
METODOLOGIA	[MET]	Conocimientos Previos	[MET.1]	Operaciones con R	[MET.1.6]
				Despeje de Ecuaciones con una Incógnita	[MET.1.7]
DIDACTICA	[DIDAC]	Actividades sobre el manejo de Conocimientos con Funciones Trigonométricas	[DIDAC.1]	Planeación de Clases	[DIDAC.1.6]
				Estrategia Pedagógica	[DIDAC.1.7]
CONTEXTUAL	[CONT]	Participación, Comunicación y Evaluación del Estudiante.	[CONT.1]	Apropiación del Conocimiento	[CONT.1.4]

3.7.3Categorías finales

Las categorías y subcategorías finales son todas aquellas aparecieron al realizar un contraste entre las iníciales y las emergentes y notamos mediante el respectivo análisis de la información que son reiterativas o repetitivas en el estudio. Estas se clasificaron en factores de enseñanza y factores de aprendizaje. A continuación, mostraremos cada una de ellas en las siguientes tablas con un respectivo código.

Tabla 9 . Categoría final de factores de enseñanza

CATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA 1	CODIGO
FUNCIONES TRIGONOMETRICAS	[FT]	Concepto de Función	[FT.1]	Relación	[FT.1.1]
				Variable Independiente	[FT.1.2]
				Variable Dependiente	[FT.1.3]
		Elementos de una Función Trigonométrica	[FT.2]	Dominio.	[FT.2.1]
				Rango.	[FT.2.2]
				Condominio.	[FT.2.3]
				Gráficos.	[FT.2.4]
				Intervalo de Crecimiento	[FT.2.5]
				Intervalo de Decrecimiento	[FT.2.6]
				Puntos de Corte Eje X	[FT.2.7]
				Puntos de Corte Eje Y	[FT.2.8]
				Eje de Simetría	[FT.2.9]
		Función Seno	[FT.3]	Dominio.	[FT.3.1]

				Rango.	[FT.3.2]
				Periodo.	[FT.3.3]
				Gráficos.	[FT.3.4]
		Función Coseno	[FT.4]	Dominio.	[FT.4.1]
				Rango.	[FT.4.2]
				Periodo.	[FT.4.3]
				Gráficos.	[FT.4.4]
		Función Tangente	[FT.5]	Dominio.	[FT.5.1]
				Rango.	[FT.5.2]
				Periodo.	[FT.5.3]
				Gráficos.	[FT.5.4]
		Función Cotangente	[FT.6]	Dominio.	[FT.5.1]
				Rango.	[FT.5.2]
				Periodo.	[FT.5.3]
				Gráficos.	[FT.5.4]
		Función Secante	[FT.7]	Dominio.	[FT.7.1]
				Rango.	[FT.7.2]
				Periodo.	[FT.7.3]
				Gráficos.	[FT.7.4]
		Función Cosecante	[FT.8]	Dominio.	[FT.8.1]
				Rango.	[FT.8.2]
				Periodo.	[FT.8.3]
				Gráficos.	[FT.8.4]
		Secuenciación	[FT.9]	Cambiando el Contexto.	[FT.9.1]
INTERVENCIONES	[INT]	Aclaración	[INT.1]		
		Retroalimentación	[INT.2]		
		Refuerzo	[INT.3]		

Tabla 10 .Categorías final de factores de aprendizaje

CATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA	CODIGO	SUBCATEGORIA 1	CODIGO
COMPETENCIAS	[COMP]	**COMUNICACIÓN**	[COMP.1]	Características de las Funciones	[COMP.1.1]
				Representación Gráfica de las Funciones	[COMP.1.2]
				Elementos de las Funciones	[COMP.1.3]
				Presentación de Información (Gráficos - Tablas)	[COMP.1.4]
		TECNOLOGIA - USO DE LAS TICS	[COMP.2]	Uso de Video Beam	[COMP.2.1]
				Uso de Sitios Web	[COMP.2.2]
				Uso de Videos	[COMP.2.3]
				Recursos didácticos – Taller	[COMP.2.4]
		ACTITUDINALES	[COMP.3]	Motivación	[COMP.3.1]
				Interés	[COMP.3.2]
				Participación	[COMP.3.3]
				Atención	[COMP.3.4]
				Trabajo en Grupo	[COMP.3.5]
				Aptitud	[COMP.3.6]
				Trabajo Colaborativo	[COMP.3.7]
				Fobia	[COMP.3.8]
				Apatía	[COMP.3.9]
				Dificultades de Aprendizaje	[COMP.3.10]

METODOLOGIA	[MET]	Conocimientos Previos	[MET.1]		
		Razonamiento e Interpretación	[MET.2]		
		Reconocimiento de la situación en contexto	[MET.3]		
DIDACTICA	[DIDAC]	Actividades sobre el manejo de Conocimientos con Funciones Trigonométricas	[DIDAC.1]	Manejo y fundamento conceptual	[DIDAC.1.1]
				Manejo de Grupo	[DIDAC.1.2]
				Apropiación de Contenidos	[DIDAC.1.4]
				Planeación de Clases	[DIDAC.1.6]
				Estrategia Pedagógica	[DIDAC.1.7]
PRAGMÁTICA.	[PRAG]	Resolución de Problemas Aplicando las Funciones Trigonométricas.	[PRAG.1]		
		Aplicación del Teorema del Seno en Triángulos Oblicuángulos.	[PRAG.2]		
		Aplicación del teorema del Coseno en Triángulos Oblicuángulos.	[PRAG.3]		
CONTEXTUAL	[CONT]	Participación, Comunicación y Evaluación del Estudiante.	[CONT.1]	Participación del estudiante.	[CONT.1.1]
				Estrategias de Evaluación.	[CONT.1.3]
				Apropiación del Conocimiento	[CONT.1.4]

3.7.4 Análisis de resultados I fase

3.7.4.1 Resultados de la fase 1. El inicio de esta fase estaba centrado en la aplicación y análisis de la prueba diagnóstica, así que se inició primero con la diligencia de la prueba, y aunque fue lento al principio de la misma posteriormente los estudiantes fueron tomando más confianza.

Sobre el diagnostico se observó en las preguntas 1 y 2 como muestran dificultades en el manejo de ecuaciones con una incógnita. Solo E1, E9, E10, E14, E21 y E25 muestran un dominio claro sobre este aprendizaje, los 19 participantes restantes presentaron problemas para resolver estas preguntas, lo que muestra el poco manejo de este conocimiento previo.

Con relación a las preguntas 3 y 4 relacionadas con los triángulos y su clasificación 18 estudiantes realizaron las preguntas satisfactoriamente E1, E2, E3, E6, E9, E10, E11, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E25. Los estudiantes se mostraron bastante receptivos con estas preguntas clasificando correctamente los triángulos según sus lados y ángulos. Respecto a las preguntas 5, 6, y 7 relacionadas con el Teorema de Pitágoras. Solo E1, E2, E9, E10, E11, E13, E14, E21, E23 y E25, fueron capaces de resolver preguntas relacionadas con este aprendizaje. La mayoría en este caso 15 estudiantes presentan dificultad para solucionar problemas que involucren este Teorema. Realizan sus análisis, pero de una forma desacertada saliéndose de su contexto.

En cuanto a las preguntas 8, 9, 10, 11 que hacen referencia a la interpretación de figuras en el plano cartesiano, análisis de gráficos y tablas. Tan solo E1, E9, E10, E14, E21, E25, respondieron de manera acertada, mostrando así que los 19 participantes en este caso la mayoría de los estudiantes presentan dificultad en este tipo de preguntas, pues no los interpretan correctamente.

Con relación a las preguntas 12 y 13 que hacen referencia a la racionalización con radicales. E12, E15, E23, E24, mostraron dificultades para resolverlas. Los 21 participantes restantes en este caso la mayoría resolvieron sin dificultad, lo cual muestra que este conocimiento previo es dominado ampliamente por los estudiantes.

A manera de resumen, este diagnóstico sirvió para detectar los conocimientos previos que requieren los jóvenes, verificar como razonan, analizan e interpretan los estudiantes ante la presentación de preguntas tipo pruebas saber establecidas por el MEN. Se puede decir que la mayoría de los estudiantes presentan dificultad en la resolución de problemas por no tener una metodología clara para realizarlo. A través de diversos talleres planteados en las unidades didácticas se ayudará a los estudiantes fortalecer esas dificultades. La prueba fue muy dinámica y productiva, se puede decir que los educandos quedaron satisfechos con el manejo de la misma, es así que todos realizaron la actividad en físico y orientados por el Video Beam lo cual les agrado bastante. Con el análisis del diagnóstico se da el punto de partida para llevar a los participantes a mejorar sus aprendizajes y conocimientos de las Funciones Trigonométricas basados en la metodología de George Polya. Asimismo, en la socialización se clarificaron todas las dudas por parte del maestro, solucionando pregunta a pregunta de manera grupal brindando participación a todos los estudiantes que presentaban dificultades.

Estudiantes Resolviendo Preguntas del Diagnostico

Estudiantes Resolviendo dudas del Diagnostico

3.7.5 Análisis de resultados II fase

3.7.5.1 Resultados de la fase II. Esta fase tiene que ver con las intervenciones del proyecto, es decir la aplicación de los diferentes talleres que se presentaron en las unidades didácticas con los estudiantes de 10° grado de la IEAN.

3.7.5.2Taller N° 1 Triángulos, elementos, clasificación y su importancia en la trigonometría. Está relacionado con la parte de los conocimientos previos [MET.1] que requieren los estudiantes para abordar el aprendizaje de las Funciones Trigonométricas, donde se usarán los Triángulos, elementos, clasificación y su importancia en La trigonometría [MET.1.1]. Se propone de actividad inicial donde se muestra una figura de una persona realizada con triángulos que a través de una serie de preguntas formuladas al estudiante le permitirá razonar y acercarse claramente al aprendizaje en este caso los triángulos y su clasificación. E1, E2, E3, E6, E9, E11, E12, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, respondieron de manera correctas las preguntas formuladas. Los seis participantes restantes lo hicieron con el apoyo de sus compañeros de grupo. Se clarificaron dudas por parte de maestro y se dieron definiciones claras sobre el aprendizaje.

Seguidamente se resolvieron problemas usando la metodología de George Polya donde se les explico a los estudiantes cada uno de los respectivos pasos.

Los jóvenes se mostraron con mucha motivación [COMP.3.1] y participaron [COMP.3.3] en los trabajos en grupo [COMP.3.5] que el maestro les propuso durante el desarrollo del taller. Posteriormente se presentaron cinco Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN con relación con el aprendizaje donde solo E1, E9, E10, E14, E21, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas, lo cual muestra la dificultad que presentan los estudiantes para resolver este tipo de pruebas. E10, E14 y E25 manifestaron que esta actividad requería de un refuerzo [INT.3] para poder comprender mejor. Para finalizar el taller se les oriento a los educandos observar algunos videos para fortalecer el aprendizaje, además ingresar a una página en internet donde podían encontrar ejercicios con relación al aprendizaje. E1, E9, E10, E14 y E25 manifestaron que les agradan los videos [COMP.2.3] durante el desarrollo de las clases pues les anima a trabajar y comprenden más. Al finalizar la sesión se dio un momento para que los estudiantes evaluaran [CONT.1.3] la actividad general, encontrando que los jóvenes lucieron motivados, donde se puso de manifiesto lo interesante que fue las tareas realizadas por los participantes, manifestándose sentirse, bien, súper bien, chévere dando una calificación a la actividad de interesante, dinámica, buena, divertida.

Estudiantes Resolviendo Actividades del Taller N° 1

Docente Brindando Explicaciones del Taller N° 1

3.7.5.3. Taller N° 2 El Teorema de Pitágoras y su importancia en la Trigonometría. Asociado al igual que el taller anterior con la parte de los conocimientos previos [MET.1] que requieren los estudiantes para abordar el aprendizaje de las Funciones Trigonométricas, donde se utilizó teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras [MET.1.2]) para proponer, justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes. Se inició la intervención con una lectura relacionada con el Teorema de Pitágoras que aborda aspectos importantes sobre el aprendizaje en estudio, posteriormente se realizan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5].

Los siguientes educandosE1, E2, E3, E4, E5, E6 E7, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, respondieron correctamente las preguntas. Se aclararon dudas por parte de maestro y se proporcionó definiciones sobre el aprendizaje. Asimismo, se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E1, E9 y E10 mostraron gran interés [COMP.3.2] y participación [COMP.3.3] durante el desarrollo de esta actividad. Los estudiantes mostraron buena aptitud [COMP.3.6] y gran motivación [COMP.3.1]. El maestro propuso un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde los jóvenes que muestran mayor habilidad ayudaron aquellos que mostraban dificultades de aprendizaje [COMP.3.10].

E1, E9, E10, E25, le manifiestan al educador que para ellos es más agradable que se le presente la información mediante gráficos o tablas[COMP.1.4], pues así para ellos es más fácil interpretarla cuando resuelven problemas. De igual importancia se presentaron cinco Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje. Los estudiantesE1, E9, E10, E14, E21, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas, lo cual muestra su dificultad en el manejo del teorema de Pitágoras y en la resolución de este tipo de preguntas.

E3, E4, E5, E6 E7, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E22, E23, que nuevamente usara videos [COMP.2.3] para clarificar dudas y así ellos pudieran entender mejor el tema. Como en la intervención anterior al terminar la sesión se dio un momento para que los estudiantes evaluaran [CONT.1.3] la actividad general, encontrando que los jóvenes se mostraron con gran interés [COMP.3.2] manifestando que persistían dificultades y que la actividad requería de un refuerzo [INT.3] para que el aprendizaje quedara plenamente adquirido.

Estudiantes Solucionando Actividades Propuestas en el Taller N°2

Docente Explicando Actividades Propuestas en el Taller N°2

3.7.5.4 Taller N° 3 Ángulos, clasificación, operaciones y sistemas de medición [MET.1.3]. Relacionado con los conocimientos previos [MET.1], donde se buscó reconocer el significado de ángulo, sistemas utilizados para su medición, calcular valores y resolver algunos problemas. Se inicia el desarrollo del taller con una lectura relacionada con la historia de la trigonometría que involucra aspectos importantes de los ángulos y los principales aportes de la trigonometría desde la antigüedad, seguidamente se efectúan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la realización de un trabajo colaborativo [COMP.3.7].

Los siguientes estudiantes E1, E2, E3, E4, E5, E6 E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E25, respondieron correctamente las preguntas. Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por algunos estudiantes y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Posteriormente se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando nuevamente el proceso de medición de ángulos usando el sistema Sexagesimal, los estudiantes mostraron interés[COMP.3.2] y motivación[COMP.3.1] durante el desarrollo del trabajo en grupo [COMP.3.5] que el profesor dejo para realizar usando este sitio web[COMP.2.2].

E9, E10, E14, E25, le manifestaron al maestro que para ellos era más agradable trabajar usando como ayuda didáctica el taller [COMP.2.4], pues le mostraba de manera fácil los pasos que tenían que realizar para resolver con mayor facilidad el tema que ellos estaban realizando. De igual importancia se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E2, E3, E4, E5, E6 E7, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E22, E23, manifestaron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10], pues no entendían claramente algunas equivalencias de los sistemas de medición con ángulos.

Los estudiantes pese a las dificultades presentadas mostraron gran interés [COMP.3.2] y buena aptitud [COMP.3.6] durante el desarrollo de la actividad. Los estudiantesE9, E10, E25, solicitaron al maestro un trabajo colaborativo [COMP.3.7] para donde aquellos estudiantes que comprendían mejor el aprendizaje les ayudaran a sus compañeros. De igual importancia se presentaron nueve preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje. Los educandosE1, E2, E3, E9, E10, E14, E15, E16, E20, E21, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas, lo cual muestra su dificultad en el manejo de los ángulos, sistema de medición y sus operaciones y en la resolución de este tipo de preguntas. E4, E5, E6 E7, E11, E12, E13, E16, E17, E18, E19, E20, E22, E23, solicitaron al maestro realizara un refuerzo [INT.3].

Estudiante Resolviendo Preguntas del Taller N°3

Estudiantes Realizando Actividades del Taller con Orientación del Docente

3.7.5.5 Taller N° 4 Razones Trigonométricas [MET.1.4]. Relacionado con los conocimientos previos [MET.1], donde se buscó identificar el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente. Calcular algunos valores de las razones, resolver problemas mediante el uso y usar representaciones gráficas. E n primer lugar la intervención comienza con la presentación de un video [COMP.2.3] relacionado con las Razones Trigonométricas donde se buscaba que el estudiante adquiriera algunos elementos necesarios para aprendizaje. Seguidamente se efectúan una serie de preguntas con relación al video que el educando desarrollo mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. Los siguientes estudiantesE1, E9, E10, E14, E21, E24, E25, respondieron correctamente las preguntas lo cual muestra lo poco que los jóvenes conocen el tema.

Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por algunos estudiantes y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Durante la actividad los estudiantes no mostraron una buena aptitud [COMP.3.6] y su participación [COMP.3.3] fue muy poca. De igual importancia se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E3, E4, E5, E6 E7, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E22, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10], pues no entendían claramente cuando debían aplicar una razón. Los estudiantesE1, E9, E10, E25, solicitaron al maestro un trabajo colaborativo [COMP.3.7] para donde aquellos educandos que comprendían mejor el aprendizaje les ayudaran a sus compañeros.

Por otra parte, el docente oriento a los estudiantes para que visitaran un sitio web [COMP.2.2] para que observaran unos videos [COMP.2.2] que les permitirían mejorar la resolución de problemas [PRAG.1] y a su vez practicaran la metodología de George Polya desarrollando algunos ejercicios propuestos en la plataforma. Los jóvenes se mostraron motivados [COMP.3.1] y muy interesados [COMP.3.2] lo cual se reflejó en el buen ambiente del aula. Asimismo, se presentaron cinco preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje. Los estudiantesE1, E2, E3, E5, E9, E10, E11, E14, E15, E16, E17, E20, E21, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas mostrando que hay algunos avances en la resolución de este tipo de preguntas pero que todavía se necesita reforzar mucho esa parte. E1, E9, E10 le manifestaron el maestro que para ellos era de gran interés [COMP.3.2] que le mostraran la información usando gráficos o tablas [COMP.1.4], pues para ellos era más atrayente y comprendían mejor los ejercicios o problemas que se le formulaban. Como en los talleres anteriores al terminar la sesión se dio un momento para que los educandos evaluarán [CONT.1.3] la actividad general, encontrando que los jóvenes se mostraron con gran interés [COMP.3.2] manifestando que persistían dificultades y que la actividad requería de un refuerzo [INT.3] para que el aprendizaje quedara plenamente adquirido.

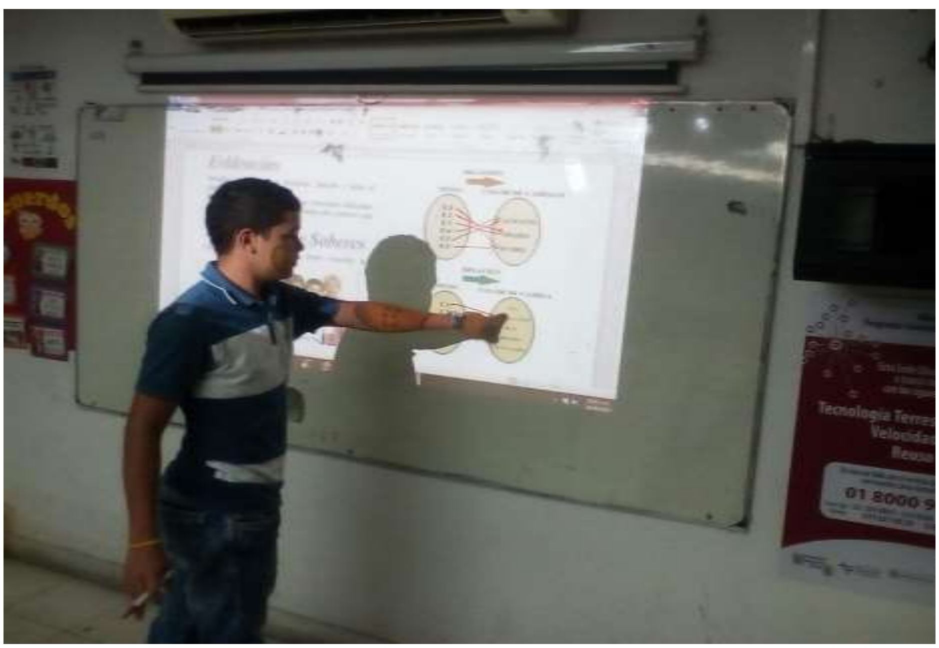
Estudiante Pegando Taller N°4 para Resolver Actividades

Estudiante Realizando Actividades del Taller N°4

3.7.5.6 Taller N° 5 Acercamiento al Concepto de Función [MET.1.5]. Enlazado con los conocimientos previos [MET.1], donde se buscó Identificar el concepto de Relación [FT.1.1], función [FT.1], hallar Dominio [FT.2.1], Rango, Representar gráficamente en el plano cartesiano diferentes tipos de funciones y resolver problemas. Se inició la intervención con la presentación de unas imágenes y gráficos donde se les pide a los estudiantes que establezcan relaciones según lo indicado, donde básicamente se busca que el adquiriera algunos conceptos previos que requiere para el aprendizaje de las Funciones Trigonométricas.

E3, E4, E5, E6 E7, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, le manifestaron al docente que no comprendían claramente la actividad, pues no entendían con exactitud que era una relación [FT.1.1] en Matemáticas. El docente para mejorar la situación presentó un video [COMP.2.3] relacionado con el aprendizaje en este caso las Relaciones, donde posteriormente deberían desarrollar un trabajo en grupo [COMP.3.5] donde deberían efectuar un mapa conceptual y después socializarlo durante la práctica pedagógica. Durante la actividad los educandos prestaron mucha atención [COMP.3.4] y se mostraron muy interesados [COMP.3.2]. Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por algunos estudiantes y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Por otra parte, se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E4, E5, E6 E7, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E22, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10], pues no entendían claramente cuáles eran los elementos de una relación. E1, E9, E10, E14, E21, E24, E25, le solicitaron al maestro un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde ellos le ayudarían a explicar a los estudiantes para superar las dificultades presentadas. Posteriormente se presentó otra actividad donde los estudiantes establecían correspondencia entre diagramas sagitales y planos cartesianos.

La actividad fue muy agradable he interesante para los estudiantes. E1, E9, E10 y E25 le manifestaron al maestro que les agradaba que se les presentaran información usando gráficos y tablas [COMP.1.4], pues así ellos comprendían mejor los temas. De igual importancia se presentaron nueve preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje. Los educandosE1, E2, E3, E5, E7, E9, E10, E11, E14, E15, E16, E17, E20, E21, E23, E24, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas mostrando que al terminar la primera unidad didáctica relacionada con los conocimientos previos los estudiantes están avanzando satisfactoriamente en la resolución de este tipo de preguntas, pero que todavía se necesita reforzar mucho esa parte. Se programó un refuerzo [INT.3] para que el aprendizaje quedara plenamente comprendido por todos los jóvenes.



Estudiante Resolviendo Actividades Relacionadas con el Taller N°5

Estudiante Resolviendo Mapa Conceptual Propuesto en Actividad del Taller N°5

3.7.5.7 Taller N° 6 Funciones Trigonométricas (Función Seno) [FT.3]. Asociado con las Funciones Trigonométricas [FT]. El objetivo del taller era reconocer el significado de la Función Seno en un triángulo rectángulo, representarla gráficamente, calcular Dominio [FT.3.1], Rango [FT.3.2] y Periodo [FT.3.3]. La resolución de problemas [PRAG.1] que involucran elementos del contexto e identificar algunas aplicaciones de la función Seno [FT.3]. Se empezó el taller con la presentación de una lectura relacionada con la historia de la Trigonometría, donde básicamente se buscaba que el estudiante adquiriera algunos conceptos previos que requiere para el aprendizaje de las Funciones Trigonométricas[FT] y en especial la Función Seno[FT.3]. Posteriormente se efectúan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la realización de un trabajo en grupo [COMP.3.5] donde se hizo necesario algunas aclaraciones [INT.1] por parte del maestro.

Los siguientes estudiantes E4, E5, E6E11, E14, E15, E16, E20, E21, E22, no respondieron correctamente las preguntas. Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los jóvenes antes mencionados dando una retroalimentación

[INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Asimismo, se presentó un video [COMP.2.3] donde los educandos fortalecieron el aprendizaje observando cómo se realizaba la representación gráfica de la función Seno y además la realizaron mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5] usando hojas de papel milimetrado.

Los estudiantes mostraron buena aptitud [COMP.3.6] y gran motivación [COMP.3.1]. E5, E6 E7, E12, E13, E15, E16, E17, E19, E22, le solicitaron al maestro realizar un refuerzo [INT.3] donde les explicara algunos elementos usados en geometría para realizar estos gráficos. Por otra parteE1, E2, E3, E5, E7, E9, E10, E11, E14, E15, E16, E17, E20, E21, E23, E24, E25,asimismo le requirieron al docente aclara mejor lo relacionado a los máximos y mínimos[FT.2.10],variable independiente[FT.1.2],variable dependiente[FT.1.3],intervalo de crecimiento[FT.2.5], intervalo de decrecimiento[FT.2.6], Puntos de corte eje X[FT.2.7], puntos de corte eje Y, [FT.2.8], eje de simetría[FT.2.9], pues ellos no lo entendían y mostraban dificultad en esos aspectos. El profesor para retroalimentar [INT.2] el tema presento un video [COMP.2.3] donde mostro cada uno de los elementos requeridos por los estudiantes, luego realizo un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde se respondieron algunas preguntas y se resolvieron algunos ejercicios con gráficos usando la Función Seno [FT.3]. De igual importancia se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E3, E4, E5, E6 E7, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E22, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10], pues no entendían claramente cómo se sacaban algunos resultados en la tabla de valores y posteriormente como se ubicaban para la realización del grafico de la función. Asimismo, se presentaron cinco preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje de la Función Seno.

Los educandos E1, E2, E3, E9, E10, E14, E15, E16, E20, E21, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas, lo cual muestra su dificultad en el manejo de esta prueba y algunos conceptos inmersos del aprendizaje que aún no lo comprenden claramente. E5, E6, E7, E11, E12, E13, E16, E17, E18, E20, E22, E23, solicitaron al maestro realizara un refuerzo [INT.3] una retroalimentación [INT.2] del aprendizaje, pues presentaban muchas dudas. A pesar de todas las dificultades presentadas en el taller los estudiantes participaron [COMP.3.3] y les pareció bien las estrategias pedagógicas [DIDAC.1.7] usadas. Se programó un refuerzo [INT.3] del taller para solucionar todas las inquietudes presentadas por los estudiantes.

Estudiante Resolviendo Actividades Propuestas en el Taller N°6

Docente Explicando la Realización Grafica Función Seno

3.7.5.8 Taller N° 7 Funciones Trigonométricas (Función Coseno) [FT.4]. Vinculado con las Funciones Trigonométricas [FT]. El objetivo del taller era reconocer el significado de la Función Coseno en un triángulo rectángulo, representarla gráficamente, calcular Dominio [FT.4.1], Rango [FT.4.2] y Periodo [FT.4.3]. Asimismo, la resolución de problemas [PRAG.1] que involucran elementos del contexto e identificar algunas aplicaciones de la función Coseno [FT.4]. Se inició la intervención con la exposición de una lectura relacionada con la Función Coseno, donde fundamentalmente se buscaba que el estudiante obtuviera algunos conceptos previos que requiere para el aprendizaje de la función Coseno [FT.4]. A continuación, se efectúan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la realización de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E2, E4, E5, E6E11, E14, E15, E16, E20, E21, E22, E23, no respondieron correctamente las preguntas. Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los estudiantes antes mencionados dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. De igual importancia se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando cómo se realizaba la representación gráfica de la función Coseno y se realizaron mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5] usando hojas de papel milimetrado. Los estudiantes se mostraron más motivados [COMP.3.1], pues manejaron con mayor facilidad los instrumentos de geometría requeridos para este tipo de trabajo.

Por otra parte, mostraron mayor facilidad para reconocer el dominio [FT.4.1], rango [FT.4.2] y Periodo [FT.4.3] en los gráficos. Se muestra alguna dificultad para determinar eje de simetría [FT.2.9],los máximos y mininos [FT.2.9].E1, E9, E10, E14, E21, E25, le solicitaron al maestro un trabajo colaborativo [COMP.3.7] para una mejor apropiación del conocimiento [CONT.1.4].El profesor para retroalimentar [INT.2] el tema presento un video [COMP.2.3] donde les recordó todos los elementos de la función, luego realizo un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde se realizaron algunos ejercicios propuestos y se relacionaron graficas con expresiones algebraicas usando la Función Coseno [FT.4].Igualmente se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E3, E4, E5, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E22, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10]. Los estudiantes muestran mejoría en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso. Asimismo, se presentaron cinco Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje de la Función Coseno. Los educandos E1, E2, E9, E10, E14, E15, E16, E20, E21, E25, respondieron de manera correcta las preguntas formuladas, lo cual muestra su dificultad en el manejo de esta prueba y algunos conceptos inmersos del aprendizaje que aún no los comprenden claramente. E5, E6, E7, E11, E12, E13, E16, E17, E18, E20, E22, E23, solicitaron al maestro realizara un refuerzo [INT.3] una retroalimentación [INT.2] del aprendizaje, pues presentaban muchas dudas. E1, E9, E21, E25, manifiestan al profesor el gusto por que la información se represente en forma gráfica y con tablas [COMP.1.4] y les gustaría seguir trabajando con talleres [COMP.2.4] y usando el Video Beam [COMP.2.1] para brindar mejor las explicaciones. Al igual que los talleres anteriores de Funciones Trigonométricas se programó un refuerzo [INT.3] para brindar mayor claridad al aprendizaje.

Estudiantes Realizando Graficas en Papel Milimetrado Actividad Propuesta Taller N°7

Docente Orientando la Realización de la Gráfica de la Función Coseno Taller N°7

3.7.5.9 Taller N° 8 Funciones Trigonométricas (Función Tangente) [FT.5].

Vinculado con las Funciones Trigonométricas [FT]. El objetivo del taller era reconocer el significado de la Función Tangente en un triángulo rectángulo, representarla gráficamente, calcular dominio [FT.5.1], rango [FT.5.2] y periodo [FT.5.3]. Además, la resolución de problemas [PRAG.1] que involucran elementos del contexto e identificar algunas aplicaciones de la función Tangente FT.5].

Se da comienzo con el taller mediante una lectura relacionada con la Función Tangente y sus principales características, donde se trataba que el estudiante obtuviera algunos conceptos previos que requiere para el aprendizaje de la función Tangente [FT.5]. Seguidamente se realizan una serie de preguntas que los jóvenes desarrollaron mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E3, E4, E5, E6, E14, E15, E16, E20, E22, E23, no respondieron correctamente las preguntas. Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los educandos antes mencionados dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Asimismo, se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando cómo se realizaba la representación gráfica de la función Tangente y la realizaron mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5] usando hojas de papel milimetrado. Los estudiantes presentaron pocos inconvenientes pues conocían pautas necesarias para desarrollar el grafico. El profesor para retroalimentar [INT.2] el tema presento un video [COMP.2.3] donde les recordó todos los elementos de la función, luego realizo un trabajo colaborativo [COMP.3.7] en el cual se efectuaron algunos ejercicios propuestos y se relacionaron graficas con expresiones algebraicas usando la Función Tangente [FT.5]. Igualmente se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E4, E5, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E22, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10].

Los educandos muestran mejoría en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso, pues algunos muestran alguna debilidad en el manejo de sus pasos. De igual importancia se presentaron seis preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje de la Función Tangente. Los estudiantesE2, E9, E10, E14, E15, E16, E20, E21, respondieron de manera incorrecta las preguntas formuladas, lo cual muestra el avance que se viene obteniendo con relación a este tipo de prueba. Los jóvenes mostraron buena aptitud [COMP.3.6], participación [COMP.3.3] y le manifestaron al educador que les había gustado la estrategia pedagógica [DIDAC.1.7]. E1, E21, E25, le sugieren al docente un refuerzo [INT.3] para aclarar algunas dudas. Terminada la intervención se usó como estrategia de evaluación [CONT.1.3] que los estudiantes expresaran que les había gustado y que no del taller, en general manifestaron el agrado por los videos [COMP.2.3] y la información a partir de gráficos y tablas [COMP.1.4] que les permite comprender mejor los ejercicios.

Estudiantes Realizando una Actividad con un Trabajo Colaborativo Taller N°8

Docente Explicando el Grafico de la Función Tangente

3.7.5.10 Taller N° 9 Funciones Trigonométricas (Función Cotangente) [FT.6]. Vinculado con las Funciones Trigonométricas [FT]. El propósito de esta intervención era que los estudiantes realizaran un reconocimiento de las Funciones Trigonométricas Reciprocas o Inversas y en especial la Función Cotangente [FT.6]. Representarla gráficamente [FT.6.4], calcular dominio [FT.6.1], rango [FT.6.2] y periodo [FT.6.3]. Igualmente la resolución de problemas [PRAG.1] que involucran elementos del contexto e identificar algunas aplicaciones de la función Cotangente [FT.6].Empezó el taller utilizando una lectura relacionada con las Funciones Trigonométricas Inversas y sus principales características, donde se busca que el estudiante reconozca el significado de la Función Cotangente como función inversa de la Tangente en un triángulo rectángulo y obtuviera algunos conceptos previos que requiere para el aprendizaje.

Seguidamente se realizan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E5, E6, E14, E15, E16, E20, E22, no respondieron correctamente las preguntas mostrando un mejor manejo sobre el aprendizaje de la función trigonométrica. Como en el desarrollo de las intervenciones anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los estudiantes antes mencionados dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Asimismo, se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando cómo se realizaba la representación gráfica de la función Cotangente y realizaron mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5] usando hojas de papel milimetrado. Los estudiantes mostraron interés [COMP.3.2], pues el uso del video [COMP.2.3] les agrada, manejan con mayor propiedad los instrumentos de geometría requeridos para elaborar los gráficos.

Luego realizo un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde se efectuaron algunos ejercicios propuestos y se relacionaron graficas con expresiones algebraicas usando la Función Cotangente [FT.6]. De igual importancia se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E5, E12, E13, E16, E17, E18, E19, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10]. Los jóvenes muestran mejoría en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso para que cada día tenga menos dificultad en aplicar cada uno de los pasos que requiere la metodología. E5, E12, E13, E16, le solicitaron al docente realizar algunas aclaraciones [INT.1] sobre la metodología de Polya con respecto a la revisión de la respuesta o mirada atrás. El profesor la efectuó mediante la resolución de problemas [PRAG.1] con la participación de varios estudiantes en el tablero Por otra parte se presentaron 5 Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje de la Función Cotangente. Los estudiantes E8, E9, E10, E14, E15, E16, E20, E21, E22, respondieron de manera incorrecta las preguntas formuladas, lo cual muestra su progreso con relación a este tipo de prueba. Los jóvenes mostraron buena aptitud [COMP.3.6], participación [COMP.3.3] y le manifestaron al educador que les había gustado la estrategia pedagógica [DIDAC.1.7].

Terminada la intervención se usó como estrategia de evaluación [CONT.1.3] que los estudiantes manifestaran que les había gustado taller [COMP.2.4], en general se manifestaron el agrado por la información a partir de gráficos y tablas [COMP.1.4] que les permite comprender mejor los ejercicios. El docente pese a que los educandos no manifestaron requerir un refuerzo [INT.3] lo programo para así apropiar mejor los conocimientos [DIDAC.1.4].

Estudiante Pegando Actividades Taller N°9 en su Cuaderno

Estudiante Realizando Grafico Función Cotangente en Hojas de Papel Milimetrado

3.7.5.11 Taller N° 10 Funciones Trigonométricas (Función Secante) [FT.7].

Relacionado con las Funciones Trigonométricas [FT]. El propósito de esta intervención fue que los estudiantes comprendieran que no solo la Tangente tiene su inversa sino el Seno y el Coseno igualmente. Con esta intervención se pretende que el estudiante reconozca el significado de la Función Secante como reciproca del Coseno en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente [FT.7.4], calcule dominio [FT.7.1], rango [FT.7.2] y periodo [FT.7.3] mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Por otra parte, identifique algunas aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos de variación periódica y así continuar el estudio de las funciones Trigonométricas inversas o reciprocas.

Se da comienzo con intervención presentando un Video relacionado con la Función Secante para involucrar al estudiante con el aprendizaje. Seguidamente se realizan una serie de preguntas que el educando desarrollo mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E3, E5, E6, E14, E15, E16, E20, E22, E23, no respondieron correctamente las preguntas mostrando alguna dificultad por no prestar atención [COMP.3.4]y estar usando algunos distractores[COMP.3.11]como el celular durante la presentación del video. Como en el desarrollo de los talleres anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los estudiantes antes mencionados dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje.

De igual importancia se presentó un video [COMP.2.3] donde los jóvenes fortalecieron el aprendizaje observando cómo se realizaba la representación gráfica de la función Secante y la realizaron mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5] usando hojas de papel milimetrado. Los estudiantes mostraron alguna dificultad en la representación gráfica de la función. E1, E9, E10, E21, E25, solicitaron al maestro algunas aclaraciones [INT.1] para poder comprender mejor el tema. El profesor para retroalimentar [INT.2] el tema presento un video [COMP.2.3] donde les recordó todos los elementos de la función, luego realizo un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde se realizaron algunos ejercicios propuestos y se relacionaron graficas con expresiones algebraicas usando la Función Secante [FT.7]. Asimismo, se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E5, E11, E13, E15, E17, E18, E19, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10]. Los jóvenes muestran mejoría en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso para que cada día tenga menos dificultad en aplicar cada uno de los pasos que requiere la metodología. Por otra parte, se presentaron cinco preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje de la Función Secante. Los estudiantesE7, E9, E11, E14, E15, E16, E20, E20, E23, respondieron de manera incorrecta las preguntas formuladas, lo cual muestra su progreso con relación a este tipo de prueba.

Los educandos mostraron apatía [COMP.3.9] y se mostraron poco motivados [COMP.3.1] y su participación [COMP.3.3] fue muy poca. Terminada la intervención se usó como estrategia de evaluación [CONT.1.3] que los estudiantes manifestaran que habían trabajado en grupo mal, pues se presentó mucha indisciplina porque la mayoría de estudiantes no habían traído los elementos necesarios para las actividades del taller. E1, E9, E21 y E25 le solicitaron al maestro un refuerzo [COMP.3.3] de la actividad. E5 y E7 manifestaron el agrado por la información a partir de gráficos y tablas [COMP.1.4].

Estudiante Realizando Actividades del Taller N°10

Estudiantes Realizando Actividades en Grupo Taller N°10

3.7.5.12 Taller N° 11 Funciones Trigonométricas (Función Cosecante) [FT.8]. Relacionado con las Funciones Trigonométricas [FT]. El propósito de esta intervención era que los estudiantes comprendieran reconocieran el significado de la Función Cosecante como reciproca del Seno en un triángulo rectángulo, la represente gráficamente [FT.8.4], calcule dominio [FT.8.1], rango[FT.8.2] y periodo [FT.8.3] mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Asimismo, identifique algunas aplicaciones en el estudio de diversos fenómenos de variación periódica y así finalizar el estudio de las funciones Trigonométricas inversas o reciprocas. Se da apertura del taller presentando un Video relacionado con la Función Cosecante para involucrar al estudiante con el aprendizaje. Seguidamente se realizan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E3, E5, E6, E14, E15, E16, E20, no respondieron correctamente las preguntas mostrando alguna dificultad por no prestar atención [COMP.3.4] y usando algunos distractores [COMP.3.11] como el celular durante la presentación del video. Como en el desarrollo de los talleres anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los estudiantes antes mencionados dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje.

De igual importancia se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando cómo se realizaba la representación gráfica de la función Cosecante y además la realizaron mediante un trabajo en grupo [COMP.3.5] usando hojas de papel milimetrado.

Los educandos mostraron buena habilidad para representar gráficamente la función usando adecuadamente los elementos de geometría para realizarla. El profesor para retroalimentar [INT.2] el tema presento un video [COMP.2.3] donde les recordó todos los elementos de la función, luego realizo un trabajo colaborativo [COMP.3.7] donde se realizaron algunos ejercicios propuestos y se relacionaron graficas con expresiones algebraicas usando la Función Cosecante [FT.7]. Como en todos los talleres anteriores se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E5, E11, E17, E18, E19, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10]. Los estudiantes muestran un gran avance en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso para que cada día sean menos los que presenten dificultad. Por otra parte, se presentaron cinco preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje de la Función Cosecante. Los educandos E5, E9, E12, E14, E15, E16, E18, E20, E22, respondieron de manera incorrecta las preguntas formuladas, lo cual muestra su progreso con relación a este tipo de prueba. Los estudiantes se mostraron motivados [COMP.3.1] y su participación [COMP.3.3] fue amplia durante el desarrollo de las actividades. Terminada la intervención se usó como estrategia de evaluación [CONT.1.3] que los jóvenes manifestaran que habían trabajado en grupo fue bueno y que se habían sentido cómodos durante el desarrollo del taller. E1, E2, E9, E10 y E21 solicitaron al profesor una retroalimentación [INT.2] tanto de las Funciones Trigonométricas básicas como las reciprocas antes de ingresar con el siguiente aprendizaje.

Estudiante Pegando Taller N°12 como Evidencia en su Cuaderno

Estudiantes Realizando Actividades Propuestas en Taller N°11 en su Cuaderno

3.7.5.13 Taller N° 12 Aplicación de Conocimientos Funciones Trigonométricas (Teorema del Seno) [PRAG.2]. Vinculado con la Aplicación de Conocimientos de las Funciones Trigonométricas [PRAG]. La intensión de esta intervención fue que los estudiantes Comprendieran y utilizaran la ley del seno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos. Se da inicio al taller presentando un Video [COMP.2.3] relacionado con el Teorema del Seno [PRAG.2] para adentrar al estudiante con el aprendizaje. Seguidamente se realizan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E2, E3, E5, E6, E14, E15, E16, E20, E22, E23, no respondieron correctamente las preguntas mostrando alguna dificultad por no prestar atención [COMP.3.4] y usando algunos distractores [COMP.3.11] como el celular y algunos dispositivos de sonido durante la presentación del video. De la misma forma que en talleres anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los educandos antes mencionados dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje.

Asimismo, se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando nuevamente el procedimiento que se utiliza para aplicar el teorema del Seno y cuando lo podemos hacer. De igual importancia se realizaron una serie de ejercicios para despejar dudas de los estudiantes. E1, E9, E10, E14, E21, solicitaron al profesor aclaraciones [INT.1] Con relación a qué criterios se debían tener en cuenta para poder aplicar el Teorema del Seno.

Como en todos los talleres anteriores se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E2, E5, E11, E17, E18, E19, E20, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10]. Los jóvenes muestran un gran avance en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso para que cada día sean menos los que presenten dificultad. E1, E9 y E25, manifiestan que les agrada que los problemas presenten la información usando Gráficos o Tablas [COMP.1.4]. De igual importancia se presentaron cuatro preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje del Teorema del Seno [PRAG.2].

Los estudiantes E2, E3, E5, E7, E12, E14, E15, E16, E18, E20, E22, respondieron de manera incorrecta las preguntas formuladas, lo cual muestra que todavía algunos estudiantes presentan dificultad para resolver este tipo de prueba, se requiere que se continúe fortaleciendo esta parte para ayudar a mejorar a los educandos y cuando presenten las pruebas de estado los resultados sean satisfactorios. Los jóvenes se mostraron motivados [COMP.3.1] y su participación [COMP.3.3] fue amplia durante el desarrollo de las actividades. Terminada la intervención se usó como estrategia de evaluación [CONT.1.3] que los estudiantes manifestaran que habían trabajado en grupo fue bueno y que se habían sentido cómodos durante el desarrollo del taller.

E1, E2, E10 solicitaron al profesor un refuerzo [INT.3] para superar algunas dificultades del aprendizaje.

Estudiante Observando Las Actividades Propuestas en el Taller N|12

Estudiantes Resolviendo Actividades del Taller N°12 en Grupo

3.7.5.14 Taller N° 13 Aplicación de Conocimientos Funciones Trigonométricas (Teorema del Coseno) [PRAG.3]. Relacionado con la Aplicación de Conocimientos de las Funciones Trigonométricas [PRAG]. El objetivo de este taller fue que los estudiantes Comprendieran y utilizaran la ley del Coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos. Se empieza la intervención presentando un Video [COMP.2.3] relacionado con el Teorema del Coseno [PRAG.3] para involucrar al estudiante con el aprendizaje. Posteriormente se realizan una serie de preguntas que el estudiante desarrollo mediante la ejecución de un trabajo en grupo [COMP.3.5]. E3, E5, E14, no respondieron correctamente las preguntas mostrando alguna dificultad por no prestar atención [COMP.3.4] durante la presentación del video. Al igual que todos los talleres anteriores talleres anteriores el docente despejo las dudas presentadas por los educandos dando una retroalimentación [INT.2] y se suministró definiciones sobre el aprendizaje. Asimismo, se presentó un video [COMP.2.3] donde los estudiantes fortalecieron el aprendizaje observando nuevamente el procedimiento que se utiliza para aplicar el teorema del Coseno y cuando lo podemos hacer.

Se realizaron una serie de ejercicios para despejar dudas de los jóvenes. Seguidamente se resolvieron problemas usando elementos del contexto y aplicando la metodología de George Polya. E11, E17, E18, E19, mostraron dificultades de aprendizaje [COMP.3.10]. Los estudiantes muestran un gran avance en la resolución de problemas [PRAG.1] pero se debe continuar fortaleciendo el proceso para que cada día sean menos los que presenten dificultad. De igual importancia se presentaron cuatro preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN donde se involucran claramente gráficos y problemas con relación al aprendizaje del Teorema del Coseno [PRAG.3].Los estudiantes E5, E7, E12, E14, E15, E16, E18, E22, respondieron de manera incorrecta las preguntas formuladas, lo cual muestra que todavía algunos educandos presentan dificultad para resolver este tipo de prueba, se requiere que se continúe fortaleciendo esta parte para ayudar a mejorar a los estudiantes y cuando presenten las pruebas de estado los resultados sean satisfactorios. Los jóvenes se mostraron motivados [COMP.3.1] y su participación [COMP.3.3] fue amplia durante el desarrollo de las actividades. Terminada la intervención se usó como estrategia de evaluación [CONT.1.3] donde los estudiantes manifestaron que había gustado y que no del taller, expresaron que estuvieron cómodos durante el desarrollo del taller. E2, E10, E13, E21, solicitaron al profesor un refuerzo [INT.3] para superar algunas dificultades del aprendizaje.

Estudiante Ubicando Taller N°13 en su Cuaderno como Evidencia

Estudiantes Realizando Actividades del Taller N°13 en Grupo

3.7.5.15 Taller N° 14 Aplicación de Conocimientos Funciones Trigonométricas (Prueba Final)

Durante la Prueba Final muchos estudiantes se acercaron a preguntar, pues había situaciones que no recordaban. Se les dio instrucciones, pero sin que se les diera la respuesta. Durante la evaluación se iba revisando estudiante por estudiante para verificar que tanto estaban siendo tan acertados en sus respuestas. En la evaluación se presentan seis situaciones que abordaron las Funciones Trigonométricas[FT.3]en su totalidad y algunas aplicaciones con el Teorema del Seno[PRAG.2] y Coseno[PRAG.3], todas relacionadas con la interpretación de Grafico, Problemas del Contexto, donde el educando tendrá que resolver preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN.

Las preguntas 1 y 2 están relacionadas con la Función Seno [FT.3], algunos participantes presentaron dificultades en la parte de relacionar gráficos con su expresión algebraica. Estas preguntas solo la respondieron Satisfactoriamente E1, E2, E4, E5, E6, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E17, E19, E21, E23, E24, E25. Sobre las preguntas 3 y 4 están relacionadas con la Función Coseno[FT.4]en cuanto al análisis de gráficos los estudiantes se mostraron motivados[COMP.3.1] y los resultados sobre esas preguntas mejoraron con relación a las anteriores solo E3, E7, E8, E13, E15, E17, E19, E22, mostraron dificultad al responder. E1, E9, E25, le manifestaron al maestro que ellos responden con mayor facilidad las preguntas que la información la muestran con graficas o tablas [COMP.1.4].

Asimismo, las preguntas 5 y 6 se correspondieron con la Función Tangente [FT.5], los estudiantes se mostraron con mayor disposición en la relación de gráficos con su expresión algebraica, realizándolo la mayoría con mayor facilidad, solo muy pocos presentaron dificultad y con las orientaciones del maestro lo pudieron lograr. En cuanto a la pregunta de interpretación grafica todavía hay algunos estudiantes que no logran mejorar en ese aspecto, lo cual no les permite tener mucho interés [COMP.3.2]. Solo E1, E2, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E17, E19, E21, E23, E25, respondieron satisfactoriamente la pregunta anterior.

Por otra parte, las preguntas 7, 8 y 9 que hacen referencia a la Función Cotangente[FT.6] y el comienzo de las Funciones Inversas los jóvenes se mostraron confundidos y realizaron muchas preguntas al profesor pues no recordaban algunos aspectos del aprendizaje, se clarificaron dudas, pero los estudiantes resolvieron solos las preguntas. E1, E2, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E17, E19, E21, E25, respondieron de manera acertada las preguntas.

Sobre las preguntas 10 y 11 que se relacionan con la Función Secante [FT.7] los estudiantes mejoraron con las indicaciones dadas anteriormente por el profesor. Solo E5, E7, E11, E12, E14, E16, E17, E19, E21, presentaron dificultad para realizarlas correctamente. E1 y E9 le propusieron al profesor una vez terminada la prueba les brindara de nuevo una retroalimentación [INT.2] con las Funciones Inversas.

De la misma forma las Preguntas 12 y 13 corresponden a la Función Cosecante [FT.8] la mayoría de educandos relacionaron bien los gráficos y respondieron acertadamente pues tenían clara la información de esa Función Trigonométrica. Solo E11, E12, E14, E16, E17, E19, E21, E25.

De igual importancia las preguntas 14, 15, 16 y 17 vinculadas con el Teorema del Seno[PRAG.2] y Coseno[PRAG.3] donde los estudiantes se mostraron interesados [COMP.3.2], pues mostraban problemas que involucran elementos del contexto, la mayoría aplicaron correctamente el procedimiento para realizar los problemas propuestos y seleccionar la respuesta correcta. E2, E4, E5, E6, E11, E12, E14, E16, E17, E19, E23. Solicitaron algunas aclaraciones [INT.1] durante la ejecución de la prueba.

Terminada la prueba se permitió un espacio para realizar una evaluación [CONT.1.3] donde los jóvenes manifestaron haberse sentido a gusto durante la realización de la misma y con el tiempo suficiente para realizarla. De forma unánime se acordó un refuerzo [INT.3] para aclarar dudas que todavía persisten, pero en general el análisis de la prueba pudo permitir los grandes avances que han tenido los estudiantes tanto en la realización de este tipo de prueba como en la resolución de problemas en el marco de las Funciones Trigonométricas

A manera de conclusión podemos decir que la prueba Final se constituyó en un instrumento de gran valor para verificar los aprendizajes que pudieron adquirir los estudiantes con relación a las Funciones Trigonométricas. El proceso de intervención mostro su gran valor con la aplicación de los Talleres que se reflejó en los resultados de la prueba donde un gran porcentaje de los estudiantes evidencio sus grandes avances en la resolución de problemas implementando la metodología de George Pólya. Solo nos queda continuar con el proceso para seguir fortaleciendo los educandos y que sus resultados sean los mejores en la presentación de sus pruebas saber 11.

Estudiantes Presentando la Prueba Final

Estudiantes resolviendo dudas de la Prueba Final y Dejando Evidencias en su Cuaderno

3.8 Principios Éticos

Sobre los principios éticos se mencionan dos documentos uno llamado consentimiento informado para los estudiantes, y otro consentimiento informado del rector de la institución donde se llevará a cabo la investigación.

Cómo es una investigación donde los participantes son jóvenes estudiantes que oscilan entre 13 y 17 años, se solicitó a sus padres o representados, la autorización correspondiente, se hizo a través de una carta dirigida que será firmada por los acudientes, padres y por los mismos participantes. A este documento se le ha llamó Consentimiento Informado (Ver Anexo 1).

Igualmente se ha solicitado por escrito al representante legal de la institución, la Rectora de la Institución Educativa Antonio Nariño, un consentimiento especial para el uso de documentos de la institución, como el PEI, el ISCE, resultados de las pruebas saber, el uso de recursos existentes en la institución entre otros (Ver Anexo 3).

Capítulo IV

4. Propuesta pedagógica

4.1 Presentación

El proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas debe estar siempre colmado de significado; es decir, las matemáticas deben ser empleadas durante el quehacer cotidiano de los estudiantes, se requiere derogar la metodología de la escuela tradicional, donde estas aparecen como una cantidad de números y signos sin alcance alguno. Hacer matemáticas es resolver problemas, los que se muestran a diariamente, cuyos procedimientos deben aparecer teniendo en cuenta los pre-saberes del estudiante y la práctica; Incorporando estrategias eficaces e innovadoras que le permitan desarrollar pensamiento, activen capacidades mentales, usando la tecnología que le posibilite acceder a la información para la construcción de un aprendizaje significativo, donde se tenga en cuenta el error como una manera de aprender por parte del educando.

Esta investigación a se considera innovadora por varios aspectos, entre ellos los siguientes: En primer lugar, lo manifestado por los jóvenes, como una experiencia novedosa para para ejercitar con mayor efectividad las Matemáticas. Lo segundo lo observado por el maestro investigador, cuando verifico lo motivacional, agradable y novedoso que era esta metodología de resolución de problemas aplicada por George Pólya para sus estudiantes. Por último, o en tercer lugar la participación y el interés mostrado por los estudiantes cuando aprendían a través de sus propis errores apoyándose constantemente en el trabajo colaborativo como una estrategia para mejorar sus aprendizajes.

El proyecto Fortalecimiento del Proceso Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el marco de la Metodología Resolución de Problemas de George Pólya con estudiantes de décimo Grado de la Institución Educativa Antonio Nariño es innovador porque contiene elementos como La metodología implementada por Polya, el uso de Unidades Didácticas que se desarrollan a través de talleres que realizan una serie de actividades que asimismo involucran el uso de las TICS. Pedagógico porque se trabajas con estudiantes respondiendo a problemas de aprendizaje del aula, diseñando estrategias para el mejoramiento de los mismos. Colectivo porque deben asumir un compromiso de trabajo colaborativo, y en algunas ocasiones con responsabilidades compartidas. Pertinente, porque se tienen las Unidades, diseño de talleres, acceso a recursos en la Internet, Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN, permitiendo desarrollar aprendizajes significativos a los estudiantes haciendo que estos fortalezcan la enseñanza a partir situaciones de su propio contexto. La propuesta pedagógica se ejecuta en tres Unidades Didácticas:

1. Unidad de Aprendizaje N° 1: Acercamiento al Concepto de Función Trigonométrica.
2. Unidad de Aprendizaje N° 2: Funciones Trigonométricas.
3. Unidad de Aprendizaje N° 3: Aplicación de conocimientos Funciones Trigonométricas.

Cada Unidad de Aprendizaje tiene incorporados los estándares, Indicadores de desempeño, los DBA, Evidencias de Aprendizaje, el tiempo a emplear y las herramientas a utilizar para el logro de los objetivos. Posteriormente se plantean Talleres los cuales presentan actividades en el marco de la metodología resolución de problemas de George Polya, Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN e incorporación de las TICS.

La mayoría de los Talleres contienen entre cuatro o cinco actividades que representa entre 4 a 2 horas de trabajo y que corresponden a estrategias para el fortalecimiento de la Resolución de Problemas que es la que presenta más bajo rendimiento en la Institución Educativa.

4.2 Justificación

Se ha evidenciado que la matemática es una ciencia fundamental debido a que se encuentra presente en todos los aspectos de nuestra vida o sociedad. A través de la resolución de problemas puede ser fortalecida o potenciada. Presentar un problema y desarrollar las competencias necesarias para resolver ese problema es de gran motivación y valor especial como vehículo para aprender o reforzar nuevos conceptos y habilidades ya adquiridas. Adentrarse a la matemática mediante la resolución de problemas puede crear un contexto que simula la vida cotidiana y, por tanto, justifica la matemática como una actividad atractiva y aceptada con facilidad por los estudiantes que las encuentran novedosas, las reconocen como elementos de su realidad y les permiten desarrollar su espíritu competitivo.

Nieto, Lizarazo y Carrasco (2015) exponen que la resolución de problemas sea el foco de la enseñanza de matemáticas porque, dicen, abarca habilidades y funciones que son una parte importante de la vida cotidiana. Además, puede ayudar a la gente a adaptarse a los cambios y los problemas inesperados en sus carreras y otros aspectos de sus vidas.

Es por esto que se hace necesario la presente propuesta ya que la Resolución de problemas contribuye al uso práctico de las matemáticas donde es más que un vehículo para enseñar y reforzar el conocimiento, esta ayuda a enfrentar los desafíos cotidianos. Es una habilidad que puede mejorar el razonamiento lógico. Los estudiantes ya no pueden funcionar de manera óptima en la sociedad simplemente sabiendo las reglas a seguir para obtener una respuesta correcta. Asimismo, tienen que ser capaces de decidir a través de un proceso de deducción lógica lo que es algoritmo. Por estas razones, la resolución de problemas puede potenciarse como una habilidad valiosa en sí misma, una forma de pensar, más que como el medio para encontrar la respuesta correcta.

Freudenthal, propone: “La enseñanza de la matemática debe de llevarse a cabo mediante un proceso en el que los educándose-inventan ideas y herramientas matemáticas a partir de organizar o estructurar situaciones problemáticas en interacción con sus pares y bajo la guía del docente” (Entrena Martínez, 2014).

Con respecto al histórico de las pruebas saber, índice sintético de calidad y simulacros externos de los años 2015 y 2016 en los estudiantes de noveno, que hoy están décimo grado, de la Institución Educativa Antonio Nariño, en cuanto a Matemáticas se refiere, podemos expresar que sus bajos resultados se constituyen como un gran referente sobre el nivel de desempeño de los educandos en el marco de la resolución de problemas, pues durante el año 2015 los estudiantes de 9° grado presentaron dificultades en 79% para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales, un 76% de los estudiantes no resuelven problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos y el 66% de los jóvenes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. Analizando el año 2016 los estudiantes de 9° grado en un 100% no resuelve ni formula problemas en diferentes contextos, que requieren hace inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes, el 71% no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos, el 70% no plantea ni resuelve situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad y el 68% no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

Con la propuesta Fortalecimiento del Proceso Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el marco de la Metodología Resolución de Problemas de George Pólya con estudiantes de décimo

Grado de la Institución Educativa Antonio Nariño se diseñaron y aplicaron una serie de Talleres que mejorarán los aprendizajes con bajo rendimiento, centrándose en la resolución de problemas en diferentes contextos. Todas las actividades de los talleres se diseñaron en el marco de la metodología de George Polya, Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN e incorporación de las TICS, que permiten a los educandos avanzar en los niveles de razonamiento, Interpretación y análisis en el estudio de un objeto de aprendizaje, de lo menos sencillo a lo más complejo.

Además, el MEN ha venido realizando acciones para que la educación en primaria, secundaria y la media estén a la altura de la formación del siglo XXI, realizando diversos programas como contenidos para aprender, supérate con el saber 2.0, Siempre día e, entre otros en los que nuestra Institución participa. Asimismo, desde el portal Colombia aprende se ha suministrado diversos documentos cómo Las mallas de competencias y aprendizajes, Los derechos básicos de Aprendizaje DBA v.2, Los estándares de competencias básicas, Los lineamientos curriculares, referentes que fueron tenidos en cuenta en el diseño de propuesta.

Con todo lo anterior, la propuesta cuenta con todos los elementos de una propuesta innovadora apoyada en las TICS.

4.3 Objetivos

Los objetivos para realizar la propuesta están encaminados al mejoramiento de los aprendizajes del pensamiento numérico y Variacional en la competencia Resolución de Problemas, al mejoramiento de ambientes de aprendizaje, a la utilización de herramientas existentes en la institución entre otros, se han establecieron los siguientes:

4.3.1 Objetivo general

Fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya, con estudiantes de 10°grado de la Institución Educativa Antonio Nariño.

4.3.2 Objetivos específicos

- Describir situaciones donde se encuentran presentes las Funciones Trigonométricas.
- Reconocer el significado de Función Trigonométrica.
- Identificar las Funciones Trigonométricas Básicas e Inversas.
- Reconocer el procedimiento para representar gráficamente Funciones Trigonométricas.
- Calcular Dominio, Rango y Periodo de las Funciones Trigonométricas mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.
- Reconocer algunas aplicaciones de las Funciones Trigonométricas en el estudio de diversos fenómenos de variación.

4.4 Competencias y Aprendizajes a Desarrollar

El MEN en su portal Colombia aprende, muestra las competencias y aprendizajes a desarrollar en grado 10°. Estas son las competencias que evalúa las pruebas saber para ese grado. Se detallan las competencias relacionadas con el objeto de estudio y con el diseño de la propuesta haciendo más énfasis en la resolución de problemas y teniendo en cuenta algunas de Comunicación y razonamiento, todas ellas del componente numérico Variacional.

La siguiente tabla muestra los aprendizajes y evidencias que se tuvieron en cuenta para la elaboración de los talleres de las Unidades didácticas.

Tabla 11. Competencias y Aprendizajes a Desarrollar

APRENDIZAJES	EVIDENCIAS
Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	Reconoce el significado de las Funciones Básicas: Seno, Coseno y Tangente en un triángulo rectángulo. Representa gráficamente la Función Seno. Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Seno, Coseno y Tangente mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Reconoce algunas aplicaciones de la función Seno, Coseno y Tangente en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.

	Reconoce el significado de las Funciones Inversas o Reciprocas: Cotangente, Secante y Cosecante en un triángulo rectángulo. Representa gráficamente la Función Seno. Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Cotangente, Secante y Cosecante mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto. Reconoce algunas aplicaciones de la Función Cotangente, Secante y Cosecante en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.
Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.	Reconoce el significado del Teorema del Seno en un triángulo no rectángulo. Reconoce algunas aplicaciones del teorema del Seno en el estudio de diversos fenómenos. Resuelve problemas que involucran el Teorema del Seno en diferentes contextos y usa representaciones gráficas.
Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.	Reconoce el significado del Teorema del Coseno en un triángulo no rectángulo. Reconoce algunas aplicaciones del teorema del Coseno en el estudio de diversos fenómenos. Resuelve problemas que involucran el Teorema del Coseno en diferentes contextos y usa representaciones gráficas.

Otros aprendizajes tuvieron en cuenta para la elaboración de los talleres en las Unidades didácticas fueron los conocimientos previos que requiere el estudiante para poder abordar correctamente las Funciones Trigonométricas, se relacionan en la siguiente tabla.

Tabla 12. Competencias y Aprendizajes a Desarrollar Conocimientos Previos

APRENDIZAJES	EVIDENCIAS
Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.	Utiliza criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos. Discrimina casos de semejanza de triángulos en situaciones diversas y los clasifica. Resuelve problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza con Triángulos.
Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.	Explica propiedades de figuras geométricas que se involucran en los procesos de medición. Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.
Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	Reconoce el significado de ángulo y los sistemas utilizados para su medición. Calcula algunos valores de ángulos usando el sistema sexagesimal y cíclico. Resuelve problemas mediante el uso de los sistemas de medición de ángulos y sus operaciones. Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo

	para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente. Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. Resuelve problemas mediante el uso de las Razones Trigonométricas y usa representaciones gráficas. Identifica el concepto de Relación, función y halla el Dominio, Rango de ellas. Representa gráficamente en el plano cartesiano diferentes tipos de funciones y resuelve problemas del contexto que las involucran.

4.5 Metodología

Las bases de la propuesta están concebidas con enfoque constructivista, abarcan tres unidades Didácticas, que se ejecutan mediante la aplicación de Talleres que contiene una serie de actividades y algunas tareas a realizar. El enfoque constructivista se pone de manifiesto en la metodología para Resolver problemas implementada por George Polya, donde se encamina al estudiante con problemas desde lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, haciendo que se realicen situaciones que lo conduzcan a razonamientos y análisis para la comprensión del objeto de estudio.

Cada intervención cuenta con una serie de actividades donde los estudiantes las desarrollan en su gran mayoría mediante la realización de trabajos grupales y Colaborativos y se puede comprobar el avance y la forma de responder de estos.

Las actividades son orientadas por el maestro que hará seguimiento desde el tablero con una proyección del taller con el apoyo del Video Beam. Los estudiantes tienen la posibilidad del trabajo Colaborativo, para discutir las respuestas de las diferentes actividades propuestas. Se da la posibilidad de que en algunas actividades los estudiantes participen mediante la resolución de problemas o ejercicios propuestos en el tablero. El maestro resuelve dudas y da aclaraciones pertinentes cuando se requiera. Cada intervención contiene problemas que se deben resolver a través de la metodología de George Polya, Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN e incorporación de las TICS**,** que permiten a los estudiantes avanzar en los niveles de razonamiento, Interpretación y análisis en el estudio de las Funciones Trigonométricas. Al finalizar cada Taller se efectúa una retroalimentación del aprendizaje con el fin de que los jóvenes superen dificultades y su aprendizaje sea significativo. Además, una evaluación donde el educando manifiesta que le gusto y que no le gusto del mismo y que dificultades se le presentaron en su realización.

El Taller se desarrolla en 4 fases (Exploración de saberes, estructuración - práctica, transferencia - valoración y la parte de pruébate): La exploración corresponde a la presentación de la actividad, con una situación que puede ser una lectura, video o una actividad de aprendizaje. Posteriormente viene la Estructuración y Practica donde el maestro realiza aclaraciones y brinda definiciones sobre el aprendizaje, así mismo realiza algunos ejercicios prácticos con la participación d los estudiantes contiene herramientas o conceptos, de apoyo, para la siguiente actividad con grado mayor de complejidad. De igual importancia Transferencia y Valoración, etapa que le permite al docente mediante una serie de actividades reforzar el aprendizaje y ante todo resolver problemas usando la metodología de George Polya, igualmente seda retroalimentación del aprendizaje, y donde el maestro tiene la gran oportunidad de corregir y brindar aclaraciones. Por último, la parte de Pruébate don el educando soluciona preguntas tipo pruebas saber con relación al aprendizaje en este caso las Funciones Trigonométricas.

El taller del estudiante es pegado en su cuaderno para verificar su trabajo durante el desarrollo del momento pedagógico.

4.6 Fundamentos Pedagógicos

Muchos Autores han destacado la importancia de la resolución de problemas como un medio para desarrollar el aspecto del pensamiento lógico de las matemáticas. "Si la educación no contribuye al desarrollo de la inteligencia, es obviamente incompleta. Sin embargo, la inteligencia es esencialmente la capacidad de resolver problemas: problemas cotidianos, problemas personales... "(Nieto 2008, p.103). Las definiciones modernas de la inteligencia (Gardner, 1985) hablan de la inteligencia práctica que permite "resolver problemas genuinos o dificultades que él o ella encuentra" (p.60) y anima al individuo a encontrar o crear problemas, sentando así las bases Para la adquisición de nuevos conocimientos "(p.85).

El docente de aula tiene como objetivo orientar a sus estudiantes: “desarrollar el razonamiento matemático, su capacidad de formular y resolver problemas, de comunicar sus ideas matemáticas y relacionar las diferentes partes de las matemáticas entre sí y con las restantes disciplinas. Finalmente debe promover unas buenas actitudes en los educandos hacia las matemáticas”. (Godino, Batanero, & Font, 2003).

Para el diseño de la propuesta pedagógica se toma como base la teoría del constructivismo teniendo en cuenta que está planteada en el PEI de la institución educativa como ruta pedagógica, cuyo eje principal es aprender haciendo. El docente facilitador y Mediador favorece el desarrollo de los aprendizajes de sus estudiantes. La mediación entre compañeros y profesor se hará evidente durante las actividades presentadas en los diferentes talleres.

Las actividades están diseñadas en el marco de la metodología Resolución de Problemas de George Polya, que da el soporte didáctico a la propuesta, usando las Funciones Trigonométricas, buscando siempre mejorar la capacidad de razonamiento y análisis en la matemática por parte de los estudiantes. De igual importancia orientarlo a usar algunos recursos de la web que le permitirán fortalecer su aprendizaje.

4.7 Diseño de Actividades

Tabla 13. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	**10**	**ASIGNATURA**	**MATEMATICAS**	**PERIODO**		**FECHA**	**DESDE**		**HASTA**	
DOCENTE						**SEDE**				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS						PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	**EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL**	**ACTIVIDADES POR MOMENTOS** **EXPLORACIÓN** **(Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)**	**ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA** **(Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)**	**VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA**
Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.	**SABER CONOCER** Reconoce criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos mediante la presentación de algunas imágenes relacionadas con el aprendizaje. **SABER HACER** Resuelve problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza con Triángulos a	Para iniciar el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una imagen de una persona construida con diferentes triángulos planteados en el taller N° 1 de la unidad de N° 1 de Aprendizaje N° 1 "Acercamiento al Concepto de Función Trigonométrica". Luego de analizada plenamente la imagen por los estudiantes con el apoyo del Video	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1 ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA (TRIANGULOS, ELEMENTOS, CLASIFICACIÓN Y SU IMPORTANCIA EN LA TRIGONOMÉTRIA) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a los triángulos y su clasificación y sus principales características. Seguidamente presentara un trabajo grupal donde los estudiantes deberán observar detenidamente en que elementos de su colegio y casa se utilizan triángulos. Deberá tomar fotos con su celular y realizar algunas diapositivas con ellas. Además, buscara por internet 5 grandes obras realizadas con la ayuda de los triángulos y como fueron usados en su construcción.	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y las diapositivas relacionadas con las fotografías tomadas desde el celular.

través de la realización de trabajos colaborativos.

SABER SER Y CONVIVIR

Valora el uso de la congruencia de dos triángulos en situaciones diversas del contexto y los clasifica mediante la resolución de problemas planteados en plataformas virtuales.

Beam y su taller, el estudiante procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de los Triángulos y su clasificación.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.

Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes.
Luego pasaremos a realizar algunos problemas usando la metodología de George Polya donde explicaremos cada uno de los pasos usando el aprendizaje en este caso los Triángulos.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página:

https://www.youtube.com/watch?v=8_jsjTk6RnU

Donde podrá reforzar el aprendizaje y le permitirá realizar algunos ejercicios. Además, podrá visitar otra página que le mostrará varios ejemplos sobre Perímetros y Áreas con Triángulos.

https://www.sangakoo.com/es/temas/perimetro-y-area-de-un-triangulo

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue

Para la valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de George Pólya y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de George Pólya con semejanza de triángulos.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES ambas usando el aprendizaje de Clasificación de Triángulos, Perímetros y Áreas.

explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

OBSERVACIONES

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 14. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					**SEDE**				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					**PRINCIPAL**				

		ACTIVIDADES POR MOMENTOS		
APRENDIZAJES (DBA)	**EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL**	**EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)**	**ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)**	**VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA**
Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.	**SABER CONOCER** Reconoce el Teorema de Pitágoras y algunas de sus aplicaciones a través de diferentes situaciones que se presentan en el contexto relacionadas con el aprendizaje. **SABER HACER** Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Pitágoras y	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una lectura relacionada con la Breve Historia del Teorema de Pitágoras. Planteada en el Taller N°2 de la Unidad de Aprendizaje N° 1, titulada “Acercamiento al Concepto de Función Trigonométrica”. Luego de efectuada la lectura por parte de los estudiantes con el	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1 ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA (EL TEOREMA DE PITAGORAS) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación al Teorema de Pitágoras y algunas de sus aplicaciones. Concluida esta actividad el profesor realizara algunos ejemplos utilizando el Teorema de Pitágoras con algunos elementos del contexto con la participación de los estudiantes. Luego pasaremos a realizar como en los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de George Polya usando El Teorema de Pitágoras.	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto. La valoración de esta evidencia tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la

relaciones intra e interfigurales mediante la resolución de problemas en trabajos colaborativos.

SABER SER Y CONVIVIR

Se interesa por el uso del Teorema de Pitágoras en situaciones diversas del contexto mediante la resolución de problemas planteados en plataformas virtuales.

apoyo del Video Beam y su taller, el estudiante procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje del Teorema de Pitágoras y algunas situaciones donde se puede aplicar.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los educandos a cerca del aprendizaje.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante:

1. Observa detenidamente el video "El teorema de Pitágoras" que te permitirá mediante la resolución de varios ejercicios mejorar tu aprendizaje, lo encontraras en la página:

https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k

2. Ingresa a la página:

https://www.vitutor.com/geo/eso/as_5.html

Donde encontraras una serie de ejercicios y problemas relacionados con el Teorema de Pitágoras, que te posibilitaran de una manera interactiva potenciar aún más tu aprendizaje.

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

presentación de los trabajos grupales. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de George Pólya con el Teorema de Pitágoras.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES ambas usando el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

OBSERVACIONES

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	REVISÓ	APROBÓ
NOMBRE	IVAN DARIO PEÑA CARDENAS		JUDITH M. VILLAVICENCIO G.
CARGO	DOCENTE	COORDINADOR(A)	RECTORA
FECHA			

Tabla 15. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)	VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de ángulo y los sistemas utilizados para su medición mediante la presentación de una lectura propuesta en el taller. **SABER HACER** Calcula algunos valores de ángulos usando el sistema sexagesimal y cíclico mediante la resolución de problemas en trabajos colaborativos. **SABER SER Y**	Se da inicio al desarrollo del momento pedagógico mediante la presentación de una lectura relacionada con la Historia de la Trigonometría. Planteada en el Taller N°3 de la Unidad de Aprendizaje N° 1, titulada "Acercamiento al Concepto de Función Trigonométrica". Luego de efectuada la lectura por parte de los estudiantes con el apoyo del Video Beam y su taller, el estudiante procederá a resolver en un trabajo en	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1 ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA (ÁNGULOS, CLASIFICACIÓN, OPERACIONES Y SUS SISTEMAS DE MEDICIÓN) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a los ángulos, clasificación, operaciones y sistemas de medición. Concluida esta actividad el profesor realizara algunos ejemplos utilizando el Sistema Sexagesimal y Cíclico en la medición de ángulos usando algunos ejercicios y problemas que involucran elementos del contexto. Luego pasaremos a realizar como en los talleres anteriores algunos problemas	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto.

CONVIVIR Aprecia el uso de los sistemas de medición de ángulos y sus operaciones en situaciones diversas del contexto mediante la resolución de problemas planteados en plataformas virtuales.	grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de los ángulos, clasificación, operaciones y sus sistemas de medición. Además, aprovecharemos conocimientos previos de los educandos a cerca del aprendizaje.	usando la metodología de George Polya usando operaciones con ángulos. Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°	Para la valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de George Pólya. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de George Pólya con ángulos y sus sistemas de medición.
		Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante Ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con ángulos. Comienza con la realización de simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co	Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES ambas usando el aprendizaje de los ángulos y operaciones y sus sistemas de medición.

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

OBSERVACIONES

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

PLAN DE CLASE POR APRENDIZAJES

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO	I	FECHA	DESDE	26 02 2018	HASTA	14 03 2018
DOCENTE					SEDE					
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL					

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	ACTIVIDADES POR MOMENTOS ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)	VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. **DBA: 4**	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente, mediante la presentación de un video relacionado con el tema. (R) **SABER HACER** Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de	Para iniciar el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una imagen y video relacionado con las Relaciones y Funciones. https://www.youtube.com/watch?v NHniQ Planteado en el taller N°4 de la Unidad De Aprendizaje N°1, titulada Acercamiento al concepto de Función Trigonométrica. Con la observación y escucha del video relacionado con las Razones Trigonométricas: https://www.youtube.com/watch ?v=B3KXN5IFzs8 el estudiante podrá identificar claramente los	**UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1** **ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMETRICA** **LAS RAZONES TRIGONOMETRICAS** A partir de todos los aspectos explicados sobre las Razones Trigonométricas daremos definiciones claras respecto al aprendizaje y explicaremos con la ayuda de la resolución de algunos problemas usando la metodología de **George Polya,** que nos permitirán afianzar mejor el aprendizaje. Posteriormente a las explicaciones presentadas por el maestro, se presentarán unos videos que se muestran en las siguientes páginas: https://www.youtube.com/watch?v=rj0kkRM-JsM https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase y el desarrollo del trabajo en grupo propuesto. Para la valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los

ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario, a través de explicaciones realizadas mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes. (R) **SABER SER Y CONVIVIR** Valora el uso de las Razones trigometricas a través de problemas planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto.	triángulos, clasificación, elementos, asimismo podrá definir claramente que es una Razón Trigonométrica, cuantas son y cómo se representa cada una de ellas. Lo cual nos permitirá adentrarnos con facilidad al aprendizaje que pretendemos. Además, aprovecharemos conceptos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.	https://www.youtube.com/watch?v=ZRLaVT8E3Zs Donde el estudiante deberá resolver en grupo unas actividades propuestas en el taller que le permitirán entender de a donde aparecen las Razones Trigonométricas, cuáles son las básicas e inversas. Por otra parte, deberá efectuar algunos ejercicios y problemas que se encuentran en un enlace que se halla en su parte inferior, utilizando la metodología de George Polya. Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°	estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** y la utilización de la plataforma sugerida en internet.
		Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole ingresar a las páginas: https://www.puntajenacional.co https://www.vitutor.com/al/trigo/tr_e.html Donde encontraras Material de apoyo y una serie de ejercicios que le permitirán de una manera interactiva potenciar su aprendizaje. Deberás realizar algunos de estos usando la metodología de George Polya.	Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Pólya.**
		Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el	Para la valoración final de todas las evidencias

	contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.	una evaluación grupal usando la metodología de resolución de problemas de **George Pólya** con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo **ICFES.**

OBSERVACIONES

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 16. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	**10**	**ASIGNATURA**	**MATEMATICAS**	**PERIODO**	**I**	**FECHA**	**DESDE**	**19**	**03**	**2018**	**HASTA**	**06**	**04**	**2018**

DOCENTE	**SEDE**
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS	**PRINCIPAL**

ACTIVIDADES POR MOMENTOS				
APRENDIZAJES (DBA)	**EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL**	**EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)**	**ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)**	**VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA**
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. **RESOLUCIÓN** Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa	. **SABER CONOCER** Reconoce el significado de Relación y función mediante la presentación de una imagen y video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Calcula Dominio, Rango, a través de explicaciones realizadas mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes. (R)	Para iniciar el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una imagen y video relacionado con las Relaciones y Funciones. https://www.youtube.com/watc 3FNHniQ Planteado en el taller N°5 de la Unidad De Aprendizaje N°1, titulada Acercamiento al concepto de Función Trigonométrica. Con la visualización de la imagen, la observación y la escucha atenta del video, el estudiante podrá Definir y reconocer claramente una Relación y por supuesto una	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1 ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓI TRIGONOMETRICA A partir de todos los aspectos explicados sobre las Relaciones y Funciones pasaremos a brindar definiciones claras respecto al aprendizaje y explicaremos con la ayuda de algunos videos que nos permitirán afianzar mejor el aprendizaje. https://www.youtube.com/watch?v=YnC4KtjGijw https://www.youtube.com/watch?v=XoDB7MYS qPc Seguidamente a las explicaciones presentadas en los videos, el maestro desarrollara algunos ejercicios y problemas con estudiantes en el tablero	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase y el desarrollo del trabajo en grupo propuesto. Para la valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de George Pólya y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación

representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.
DBA: 4 Y 7

Representa diferentes tipos de funciones, a través de ejercicios propuestos en una plataforma de internet.

SABER SER Y CONVIVIR

Valora el uso de las diferentes Funciones a través de problemas planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el MEN.

Función, además será capaz de identificar sus elementos, definir Dominio y rango.

Además, aprovecharemos conceptos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.

para brindar mayores aclaraciones a los jóvenes respecto al aprendizaje.

Luego pasaremos a realizar un trabajo en grupo con actividades propuestas en el taller. En la deberás resolver algunos problemas usando la metodología de George Polya.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole ingresar a las páginas:

https://www.youtube.com/watch?v=glhFLEZ

https://www.vitutor.com/fun/2/d_e.html

Donde encontraras un video y una serie de ejercicios que le permitirán de una manera interactiva potenciar su aprendizaje. Deberás realizar algunos de estos usando la metodología de George Polya.

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el

individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de George Pólya.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES.

contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

OBSERVACIONES

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	REVISÓ	APROBÓ
NOMBRE	IVAN DARIO PEÑA CARDENAS		JUDITH M. VILLAVICENCIO G.
CARGO	DOCENTE	COORDINADOR(A)	RECTORA
FECHA			

Tabla 17. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS		VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
		EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	**ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)**	
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. **DBA 4**	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de la Función Seno en un triángulo rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Representa gráficamente la Función Seno usando hojas de papel milimetrado en un trabajo grupal.	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una lectura relacionada con la Historia de las Funciones Trigonométricas. Planteada en el Taller N°6 de la Unidad de Aprendizaje N° 2, titulada “Funciones Trigonométricas” Luego de efectuada la lectura por parte de los estudiantes con el apoyo del Video Beam y su taller, el estudiante procederá a resolver en	**UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2** **FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN SENO)** Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a la Función Seno y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante orientarlo para la construcción del grafico que el estudiante deberá realizarlo con la orientación del profesor en hojas de papel milimetrado. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=BUBe2yOzXfQ Asimismo, Terminada la actividad anterior presentará un video que le permitirá orientar los elementos que conforman una Función Trigonométrica en este caso: Dominio, Rango y Periodo. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=zqdoZpv2tiA Los estudiantes deberán resolver en un trabajo grupal una serie de preguntas relacionadas con el video que le permitirán reconocer	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y el grafico de la Función en papel milimetrado. Para la valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Seno mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)

SABER SER Y CONVIVIR

Valora el uso y aplicación de la Función Seno a través de problemas de variación periódica planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el **MEN.**

un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de las Funciones Trigonométricas y en especial al Seno.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.

cada uno de estos elementos no solo en el Seno sino en las demás funciones. Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes.

Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de George Polya.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Pólya** con Dominio, Rango y Periodo con la Función Seno.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES ambas usando el aprendizaje de la Función Seno.

OBSERVACIONES
Se requiere de un refuerzo para manejar con mayor propiedad lo relacionado al Dominio, Rango y Rango. Asimismo la representación gráfica de las funciones en especial la del Seno en la cual los estudiantes presentaron dificultades por el mal manejo de algunos elementos de Geometría y el círculo Trigonométrico.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 18. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS: EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	ACTIVIDADES POR MOMENTOS: ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)	VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. **DBA 4**	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de la Función Coseno en un triángulo rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Representa gráficamente la Función Coseno usando hojas de	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una lectura relacionada con la Función Coseno. Planteada en el Taller N°7 de la Unidad de Aprendizaje N° 2, titulada “Funciones Trigonométricas” Luego de efectuada la lectura por parte de los estudiantes con el apoyo del Video Beam y su taller, el estudiante procederá a resolver en	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN COSENO) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a la Función Coseno y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante orientarlo para la construcción del grafico que el estudiante deberá realizarlo con la orientación del profesor en hojas de papel milimetrado. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=d79JTZtFfFk Asimismo, Terminada la actividad anterior presentará un video que le permitirá orientar los elementos que conforman el Coseno en este caso: Dominio, Rango y Periodo. La página donde podrá observar el video es:	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y el grafico de la Función Coseno en papel milimetrado. La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de

papel milimetrado en un trabajo grupal.

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Coseno mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)

SABER SER Y CONVIVIR

Valora el uso y aplicación de la Función Coseno a través de problemas de variación periódica planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el **MEN.**

un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de la Función Coseno.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los jóvenes a cerca del aprendizaje.

https://www.youtube.com/watch?v=Dgpsd_CwZfs

Los educandos deberán resolver en un trabajo grupal una serie de preguntas relacionadas con el video que le permitirán reconocer cada uno de estos elementos.
Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes.
Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de George Polya.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** con la Función Coseno y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Pólya** con Dominio, Rango y Periodo con la Función Coseno.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de **George Pólya** con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo **ICFES** ambas usando el aprendizaje de la Función Coseno.

OBSERVACIONES
Se requiere de un refuerzo para manejar con mayor propiedad lo relacionado al Dominio, Rango y Rango. Por otra parte la representación gráfica de las funciones en especial la del Seno en la cual los estudiantes presentaron dificultades por el mal manejo de algunos elementos de Geometría y el círculo Trigonométrico.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 19. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS		
		EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	**ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)**	**VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA**
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. **DBA 4**	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de la Función Tangente en un triángulo rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Representa gráficamente la Función Tangente usando hojas de papel milimetrado en un trabajo grupal.	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una lectura relacionada con ¿Qué es la función tangente y cuáles son sus características? Planteada en el Taller N°8 de la Unidad de Aprendizaje N° 2, titulada "Funciones Trigonométricas" Luego de efectuada la lectura por parte de los estudiantes con el apoyo del Video Beam y su taller, el estudiante	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN TANGENTE) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a la Función Tangente y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante orientarlo para la construcción del grafico que el estudiante deberá realizarlo con la orientación del profesor en hojas de papel milimetrado. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=l6NDonI8juk Asimismo, Terminada la actividad anterior presentará un video que le permitirá orientar los elementos que conforman la Tangente en este caso: Dominio, Rango y Periodo. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=-hISqPei4G4	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y el grafico de la Función Tangente en papel milimetrado. La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Tangente mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)	procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de la Función Tangente. Además, aprovecharemos conocimientos previos de los jóvenes a cerca del aprendizaje.	Los educandos deberán resolver en un trabajo grupal una serie de preguntas relacionadas con el video que le permitirán reconocer cada uno de estos elementos. Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes. Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de George Polya. Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°	salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de George Pólya con la Función Tangente y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de George Pólya con Dominio, Rango y Periodo con la Función Tangente.
SABER SER Y CONVIVIR Valora el uso y aplicación de la Función Tangente a través de problemas de variación periódica planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el MEN.		Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.	Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES ambas usando el aprendizaje de la Función Tangente.

OBSERVACIONES
Se requiere de un refuerzo para manejar con mayor propiedad lo relacionado al Dominio, Rango y Rango. Igualmente la representación gráfica de la función Tangente en la cual los estudiantes presentaron dificultades por el mal manejo de algunos elementos de Geometría y el círculo Trigonométrico.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 20. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

		ACTIVIDADES POR MOMENTOS		
APRENDIZAJES (DBA)	**EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL**	**EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)**	**ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)**	**VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA**
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. DBA 4	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de la Función Cotangente en un triángulo rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Representa gráficamente la Función Cotangente usando hojas de papel milimetrado en un trabajo grupal. Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Cotangente mediante la resolución de problemas que involucran elementos del	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos una lectura relacionada con Las funciones trigonométricas inversas. Planteada en el Taller N°9 de la Unidad de Aprendizaje N° 2, titulada “Funciones Trigonométricas” Luego de efectuada la lectura por parte de los estudiantes con el apoyo del Video Beam y su taller, el estudiante procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN COTANGENTE) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a las Funciones Trigonométricas Inversas o Reciprocas en especial la Cotangente y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante orientarlo para la construcción del grafico que el estudiante deberá realizarlo con la orientación del profesor en hojas de papel milimetrado. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=nEdrkh_O_o Y Asimismo, Terminada la actividad anterior presentará un video que le permitirá orientar los elementos que conforman la Cotangente en este	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y el grafico de la Función Cotangente en papel milimetrado. La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los

contexto mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)

SABER SER Y CONVIVIR

Valora el uso y aplicación de la Función Cotangente a través de problemas de variación periódica planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el **MEN.**

adentraran al aprendizaje de la Función Cotangente.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los jóvenes a cerca del aprendizaje.

caso: Dominio, Rango y Periodo. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=FQQM6jd1kG4

Los jóvenes deberán resolver en un trabajo grupal una serie de preguntas relacionadas con el video que le permitirán reconocer cada uno de estos elementos.

Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes.

Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de **George Polya.**

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber **MEN** para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las **TICS,** solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de

estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** con la Función Cotangente y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Pólya** con Dominio, Rango y Periodo con la Función Cotangente.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de **George Pólya** con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo **ICFES** ambas usando el aprendizaje de la Función Cotangente.

George Polya. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

OBSERVACIONES
Se requiere de un refuerzo para manejar con mayor propiedad lo relacionado con las Funciones Trigonométricas Inversas y en especial la Cotangente. Además, la representación gráfica en la cual los estudiantes presentaron dificultades por el mal manejo del círculo Trigonométrico.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 21. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE						SEDE			
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS						PRINCIPAL			

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS		VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
		EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)	
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. **DBA 4**	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de la Función Secante en un triángulo rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Representa gráficamente la Función Secante	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos un Video relacionado con las funciones Secante y sus principales Características. Planteada en el Taller N°10 de la Unidad de Aprendizaje N° 2, titulada “Funciones Trigonométricas”. La página es: https://es.slideshare.net/bapu2012/funcin-secante-2	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN SECANTE) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a la Función Secante y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante orientarlo para la construcción del grafico que el estudiante deberá realizarlo con la orientación del profesor en hojas de papel milimetrado. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=kWEOSWoWL-Q Asimismo, Terminada la actividad anterior presentará un video que le permitirá orientar los elementos que conforman la Secante en este caso: Dominio, Rango y Periodo. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=3b7NSPgZWDk	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y el grafico de la Función Secante en papel milimetrado.

usando hojas de papel milimetrado en un trabajo grupal.

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Secante mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)

SABER SER Y CONVIVIR

Valora el uso y aplicación de la Función Secante a través de problemas de variación periódica planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el MEN.

Luego de efectuadas las observaciones pertinentes al video por parte del maestro y los estudiantes.

Se procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de la Función Secante.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los jóvenes a cerca del aprendizaje.

Los educandos deberán resolver en un trabajo grupal una serie de preguntas relacionadas con el video que le permitirán reconocer cada uno de estos elementos.
Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes.
Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de **George Polya** con la Secante.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber **MEN** para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co

La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** con la Función Secante y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Pólya** con Dominio, Rango y Periodo con la Función Secante.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de **George Pólya** con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo **ICFES** ambas usando el aprendizaje de la Función Secante.

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

OBSERVACIONES

Se requiere de un refuerzo para manejar con mayor propiedad lo relacionado con las Funciones Trigonométricas Inversas y en especial la Secante. Además la representación gráfica en la cual los estudiantes presentaron dificultades por el mal manejo del círculo Trigonométrico y las proyecciones que se deben efectuar en los diferentes cuadrantes.

CONTROL DE EMISIÓN

	ELABORÓ	REVISÓ	APROBÓ
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 22. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS		VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
		EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)	
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. DBA 4	**SABER CONOCER** Reconoce el significado de la Función Cosecante en un triángulo rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R)	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos un Video relacionado con Las funciones Cosecante y sus principales Características. Planteada en el Taller N°11 de la Unidad de Aprendizaje N° 2, titulada "Funciones Trigonométricas". La página es: https://es.slideshare.net/Danii Navarrete/funciones-trigonometricas-cosecante	**UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2** **FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN COSECANTE)** Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación a la Función Cosecante y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante orientarlo para la construcción del grafico que el estudiante deberá realizarlo con la orientación del profesor en hojas de papel milimetrado. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=k7r6KNu1_sE	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto y el grafico de la Función Cosecante en papel milimetrado.
	SABER HACER Representa gráficamente la Función Cosecante usando hojas de papel milimetrado en un	Luego de efectuadas las observaciones pertinentes al	Asimismo, Terminada la actividad anterior presentará un video que le permitirá orientar los elementos que conforman la Cosecante en este caso: Dominio, Rango y Periodo. La página donde podrá observar el video es:	La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en

trabajo grupal. Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Cosecante mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto mediante la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)	video por parte del maestro y los estudiantes. Se procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje de la Función Cosecante. Además, aprovecharemos conocimientos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.	https://www.youtube.com/watch?v=3b7NSPgZWDk Los jóvenes deberán resolver en un trabajo grupal una serie de preguntas relacionadas con el video que le permitirán reconocer cada uno de estos elementos. Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes. Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de George Polya con la Cosecante. Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°	sus salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** con la Función Cosecante y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Pólya** con Dominio, Rango y Periodo con la Función Cosecante.
SABER SER Y CONVIVIR Valora el uso y aplicación de la Función Cosecante a través de problemas de variación periódica planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el **MEN.**		Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue	Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de **George Pólya** con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo **ICFES** ambas usando el aprendizaje

	explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.	de la Función Cosecante.

OBSERVACIONES
Se requiere de un refuerzo para manejar con mayor propiedad lo relacionado con las Funciones Trigonométricas Inversas y en especial la Cosecante. Asimismo, la representación gráfica en la cual los estudiantes presentaron dificultades por el mal manejo del círculo Trigonométrico y las proyecciones que se deben efectuar en los diferentes cuadrantes.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 23. Plan de clase por aprendizajes

<table>
<tr><td>GRADO</td><td>10</td><td>ASIGNATURA</td><td>MATEMATICAS</td><td>PERIODO</td><td></td><td>FECHA</td><td>DESDE</td><td></td><td>HASTA</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">DOCENTE</td><td colspan="6">SEDE</td></tr>
<tr><td colspan="5">IVAN DARIO PEÑA CARDENAS</td><td colspan="6">PRINCIPAL</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">APRENDIZAJES (DBA)</td><td rowspan="2">EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL</td><td colspan="3">ACTIVIDADES POR MOMENTOS</td></tr>
<tr><td>EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)</td><td>ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)</td><td>VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA</td></tr>
<tr><td>RAZONAMIENTO
Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.</td><td>SABER CONOCER

Reconoce el significado del Teorema del Seno en un triángulo no rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R)

SABER HACER

Resuelve problemas que involucran el Teorema del Seno en diferentes</td><td>Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos un Video relacionado con El Teorema del Seno. Planteado en el Taller N°12 de la Unidad de Aprendizaje N° 3, titulada “Aplicaciones de las Funciones Trigonométricas”.
La página es:
https://www.youtube.com/watch?v=e2_WDo5yK_Q
Luego de efectuadas las observaciones pertinentes al video por parte del maestro y los estudiantes.</td><td>UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 3

APLICACIONES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (TEOREMA DEL SENO)

Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación al Teorema del Seno y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante fortalecer el aprendizaje y entender con mayor claridad cuando podemos aplicar este teorema en la resolución de un problema o ejercicio propuesto. La página donde podrá observar el video es:
https://www.youtube.com/watch?v=nCK3jKq_Iyk

Los educandos deberán resolver en un trabajo grupal una serie de ejercicios propuestos por el maestro usando la metodología de George Polya con el Teorema del Seno.
Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos mediante la</td><td>Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto

La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus salidas al tablero, la</td></tr>
</table>

contextos y usa representaciones gráficas a través de la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R)

SABER SER Y CONVIVIR

Valora algunas aplicaciones del teorema del Seno en el estudio de diversos fenómenos a través de problemas planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el **MEN.**

Se procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje del Teorema del Seno.

Además, aprovecharemos conocimientos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.

realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes.
Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de **George Polya** con El Teorema del Seno.

Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11°

Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las TICS, solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.

presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de **George Pólya** con la El Teorema del Seno y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de **George Polya** con el Teorema del Seno.

Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de **George Pólya** con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo **ICFES** ambas usando el aprendizaje del Teorema del Seno.

OBSERVACIONES
El taller requiere de un refuerzo, pues los estudiantes aun presentan dificultad en el manejo del Teorema del Seno debido a que desconocen algunas funciones básicas de la calculadora y no comprender que requisitos se deben cumplir para poder aplicarlo.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

Tabla 24. Plan de clase por aprendizajes

GRADO	10	ASIGNATURA	MATEMATICAS	PERIODO		FECHA	DESDE		HASTA
DOCENTE					SEDE				
IVAN DARIO PEÑA CARDENAS					PRINCIPAL				

APRENDIZAJES (DBA)	EVIDENCIAS DE FORMACIÓN INTEGRAL	ACTIVIDADES POR MOMENTOS EXPLORACIÓN (Diagnóstico, motivación y disposición de los estudiantes frente al aprendizaje)	ACTIVIDADES POR MOMENTOS ESTRUCTURACIÓN, PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA (Conceptualización, modelación, ejercitación, aplicación y socialización de los contenidos de aprendizaje)	VALORACIÓN DE LA EVIDENCIA
RAZONAMIENTO Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.	**SABER CONOCER** Reconoce el significado del Teorema del Coseno en un triángulo no rectángulo mediante la presentación de un video relacionado con el Aprendizaje. (R) **SABER HACER** Resuelve problemas que involucran el Teorema del	Para enterar en el desarrollo del momento pedagógico presentaremos un Video relacionado con El Teorema del Coseno. Planteado en el Taller N°13 de la Unidad de Aprendizaje N° 3, titulada “Aplicaciones de las Funciones Trigonométricas”. La página es: https://www.youtube.com/watch?v=65RP6V0hsy4 Luego de efectuadas las observaciones pertinentes al video por parte del maestro y los estudiantes.	UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 3 APLICACIONES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTR CAS (TEOREMA DEL COSENO) Posteriormente el docente brindara explicaciones claras y definiciones con relación al Teorema del Coseno y sus principales características. Seguidamente presentará un video que permitirá al estudiante fortalecer el aprendizaje y entender con mayor claridad cuando podemos aplicar este teorema en la resolución de un problema o ejercicio propuesto. La página donde podrá observar el video es: https://www.youtube.com/watch?v=x4sCCs5q8aA Los jóvenes deberán resolver en un trabajo grupal una serie de ejercicios propuestos por el maestro usando la metodología de **George Polya** con el Teorema del Coseno. Concluida esta actividad el profesor brindara definiciones claras y realizara algunos ejemplos de cada uno de ellos	Para valorar esta evidencia se tendrá en cuenta la Participación del estudiante durante la clase, el desarrollo del trabajo en grupo propuesto. La valoración de esta evidencia se tendrá en cuenta participación de los estudiantes en sus

Coseno en diferentes contextos y usa representaciones gráficas a través de la realización de trabajos en grupo y colaborativos con los estudiantes planteados en algunas plataformas de internet. (R) **SABER SER Y CONVIVIR** Valora algunas aplicaciones del teorema del Coseno en el estudio de diversos fenómenos a través de problemas planteados por el docente donde se toman diferentes elementos del contexto Y pruebas validadas por el **MEN.**	Se procederá a resolver en un trabajo en grupo una serie de preguntas que lo adentraran al aprendizaje del Teorema del Coseno. Además, aprovecharemos conocimientos previos de los estudiantes a cerca del aprendizaje.	mediante la realización de algunos ejercicios con la participación de los estudiantes. Luego pasaremos a realizar como en todos los talleres anteriores algunos problemas usando la metodología de George Polya con El Teorema del Coseno. Luego de dejar claras todas las dudas presentadas con relación al aprendizaje, pasaremos a desarrollar una prueba que involucra preguntas tipo pruebas saber MEN para ir adentrando al estudiante con la prueba que tendrá que presentar en grado 11° Para finalizar el desarrollo del momento pedagógico Relacionaremos al estudiante con las **TICS,** solicitándole al estudiante ingresar a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de George Polya. Recuerda que la página es: https://www.puntajenacional.co Luego de terminada esta actividad se pasará a valorar y confirmar con los estudiantes si el aprendizaje fue explicado con claridad o por el contrario requiere de un nuevo proceso de retroalimentación.	salidas al tablero, la presentación de los trabajos grupales donde se involucran problemas usando la metodología de George Pólya con la El Teorema del Coseno y la utilización de la plataforma sugerida en internet. Evaluación individual usando la resolución de problemas teniendo en cuenta el método de George Polya con el Teorema del Coseno. Para la valoración final de todas las evidencias una evaluación grupal donde se involucra la resolución de problemas mediante la metodología de George Pólya con elementos del contexto y otra de carácter individual tipo ICFES ambas usando el aprendizaje del Teorema del Coseno.

OBSERVACIONES
El taller requiere de un refuerzo, pues los estudiantes aun presentan dificultad en el manejo del Teorema del Coseno debido a que desconocen algunas funciones básicas de la calculadora y no comprender que requisitos se deben cumplir para poder aplicarlo.

CONTROL DE EMISIÓN			
	ELABORÓ	**REVISÓ**	**APROBÓ**
NOMBRE	**IVAN DARIO PEÑA CARDENAS**		**JUDITH M. VILLAVICENCIO G.**
CARGO	**DOCENTE**	**COORDINADOR(A)**	**RECTORA**
FECHA			

4.8 Cierre de la Propuesta Pedagógica

La elección de la metodología de George Polya se mostró adecuada para la elaboración de las diferentes Talleres de cada Unidad Didáctica, con la selección adecuada de las situaciones de análisis y las actividades propuestas se pudieron describir el progreso en cuanto a la Resolución de problemas se refiere con los estudiantes. Las actividades se presentaron en Talleres que fueron acercando al joven al fortalecimiento de las Funciones Trigonométricas, en están se pudo observar por ejemplo cómo Resolvieron diferentes problemas del contexto utilizando la metodología de George Polya con el aprendizaje de todas las Funciones.

El uso de tablas, gráficos, acceso a recursos en la Internet, Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN, aparecen como medios importantes para permitir desarrollar aprendizajes significativos en los educandos y haciendo que estos fortalezcan la enseñanza de las Matemáticas.

Las situaciones del contexto planteadas en la propuesta despertaron interés en los estudiantes, tanto para analizarlas como para abordar preguntas sobre las mismas. Plantearlas al inicio de las clases con preguntas de reconocimiento, ubican al estudiante a abordar con mayor facilidad el aprendizaje.

La gran mayoría de actividades presentadas en los talleres usualmente se presentan para desarrollar durante el desarrollo de la práctica pedagógica, con la presencia y orientación del maestro, pero no se quiere decir que el joven no la pueda desarrollar cómo tarea en casa.

La propuesta está dirigida a estudiantes del Grado Decimo de Educación Media, con actividades de alto contenido gráfico, visual e interpretativo, donde se tiene la oportunidad de hacer avanzar al estudiante en el fortalecimiento de las Funciones Trigonométricas a través de la Resolución de Problemas.

Capítulo V

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

Recordando el problema de investigación Cómo Fortalecer del Proceso Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el Marco de la Metodología Resolución de Problemas de George Pólya con Estudiantes de Décimo Grado de la Institución Educativa Antonio Nariño del municipio de san José de Cúcuta y Teniendo como base los objetivos planteados en el estudio se generaron las siguientes conclusiones:

Se aplicó la Metodología resolución de problemas de George Polya para el fortalecimiento del aprendizaje de las Funciones Trigonométricas, a partir del uso de unidades didácticas, con Estudiantes de Décimo Grado de la Institución Educativa Antonio Nariño del municipio de san José de Cúcuta, en donde además se tuvo en cuenta el enfoque constructivista que es el modelo pedagógico asumido por la Institución Educativa.

Con el diagnóstico se pudo determinar los pre-saberes y saberes de los estudiantes acerca del conocimiento de las Funciones Trigonométricas, en el marco de la metodología de George Pólya. Tomando como base estos resultados se pudo verificar que la mayoría de estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas, muestran inconvenientes para resolver preguntas tipo pruebas saber y que sus conocimientos previos sobre las funciones trigonométricas no son los mejores, por tal motivo se inició el diseño de una serie de estrategias pedagógicas para generar en los estudiantes una mejor manera de resolver problemas en diferentes contextos y manejar este tipo de prueba.

Se diseñaron estrategias pedagógicas encaminadas a estudiar el proceso de aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el Marco de la Metodología Resolución de Problemas de George Pólya dando la oportunidad a que los participantes estudiaran el objeto de estudio de una forma metódica, mostrándoles actividades sencillas de observación, análisis e interpretación. Se diseñaron tres unidades didácticas, acercamiento al concepto de Función Trigonométrica ,Funciones Trigonométricas, aplicación de Conocimientos Funciones Trigonométricas mostrando en cada uno de ellos diversas actividades encaminadas a que el participante fortaleciera los aprendizajes de la competencia Resolución de Problemas.

En la implementación de las estrategias diseñadas se pudo observar que la metodología de George Pólya es apropiada para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes en el objeto de estudio, las Funciones Trigonométricas, porque se pudo organizar en talleres con una serie de actividades para abarcar aspectos cómo el concepto de Relación y Función, los elementos de la función, las Funciones Trigonométricas elementos y características, su clasificación, gráficas y llevando al participante a generar habilidades como: al análisis de gráficos, modelar situaciones de variación, relacionar gráficos con expresiones algebraicas, Resolver problemas a través de la metodología de George Pólya, Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el **MEN** entre otras. Con su ejecución se evidenciaron los siguientes aspectos:

- Se genera un cambio de actitud en los estudiantes al presentarles actividades diferentes durante el desarrollo del momento pedagógico.
- Se observa motivación e interés por el desarrollo de las actividades propuestas.

- El trabajo en grupo y colaborativo permite que los estudiantes intercambien ideas y propuestas de solución a los diferentes problemas planteados y les genera más confianza en el momento de argumentar sus soluciones ya que así construyen sus conocimientos de una forma más significativa.
- El hecho de debatir y presentar las soluciones a las situaciones planteadas en los talleres conlleva a aclarar dudas, interpretar mejor el tema y construir conocimiento a partir de las ideas y razonamientos de sus compañeros.

Para evaluar la efectividad de las estrategias implementadas en este caso las Unidades Didácticas en el marco de la metodología de George Pólya, utilizando las Funciones Trigonométricas con estudiantes del Grado Decimo de la Institución Educativa Antonio Nariño se puede abordar desde tres puntos de vista. El primero tiene que ver con que los las Unidades Didácticas diseñadas fueron pertinentes y coherentes con el objeto de estudio porque permitió direccionar los contenidos con los aprendizajes y evidencias que recomienda el MEN a través de la resolución de problemas. El segundo punto tiene que ver con el uso de las TICS, donde se puso de manifiesto las competencias tecnológicas a través del uso de recursos que podemos encontrar en Internet los cuales permiten fortalecer el aprendizaje de las matemáticas y avanzar notablemente en la resolución de Preguntas tipo pruebas saber según lo establecido por el MEN. El tercer punto tiene que ver con la parte actitudinal del estudiante donde se reflejaron características importantes como interés, atención, actitud positiva, concentración, tanto en la solución de los Talleres cómo en el uso de los diferentes recursos.

Con estas afirmaciones se establece que el proyecto Fortalecimiento del Proceso Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el Marco de la Metodología Resolución de Problemas de George Pólya con Estudiantes de Décimo Grado de la Institución Educativa Antonio Nariño del municipio de san José de Cúcuta constituye una propuesta innovadora donde se puso en manifiesto el uso de las TICS, a través de la utilización de algunos recursos de internet. Asimismo, el taller donde el estudiante desarrollo una serie de actividades que le permitieron mayor interés, atención y motivación por el aprendizaje de las matemáticas.

5.2. Recomendaciones

Para la implementación de esta propuesta se recomienda que el estudiante disponga de su material de trabajo o Taller, para que pueda realizar las diferentes actividades o tareas propuestas.

Los tiempos deben ser bien distribuidos para el desarrollo de las Actividades. Se debe dar un tiempo preciso para la solución de estas y conviene socializar y clarificar dudas sobre cada pregunta o ejercicios presentados, entre los mismos estudiantes para que el docente visualice el nivel de aprendizaje de estos y se verifique si se tiene que profundizar en las actividades propuestas en el taller.

Se recomienda el acompañamiento constante del docente en el taller y las actividades del mismo, para que los estudiantes tengan éxito en su desarrollo, no hay que darles todo, hay que mostrarles el camino que los conduzca a razonar sobre las situaciones de su contexto.

Los docentes de los diferentes grados deben dejar de lado la enseñanza tradicional y plantear en cambio actividades enseñanza y aprendizaje en el contexto, exploratorias, de observación y descubrimiento, ensayo y error. Lo anterior, debido a que los estudiantes necesitan desarrollar sus propias teorías, probarlas, probar las teorías de los demás, descartarlas si no son consistentes e intentar algo más de este modo involucrarlos aún más en la resolución de problemas formulando y resolviendo sus propios problemas o reescribiendo los problemas en sus propias palabras para facilitar la comprensión.

Se recomienda animar a los estudiantes a construir sus propios procesos, a solucionar problemas ya que sus experiencias les permiten descartar algunas ideas y tomar conciencia de otras posibilidades. Además de potenciarle conocimiento, los estudiantes están desarrollando una comprensión de cuándo es apropiado usar estrategias particulares.

Finalmente, es importante sugerir la continuidad tanto en los procesos de capacitación docente a través de los programas de maestrías y doctorados, como en el diseño y aplicación de propuestas en el aula que permitan al estudiante construir aprendizajes significativos.

Bibliografía

Acosta Galván, D.E. (2017). La función cuadrática en el marco del modelo de van hiele utilizando GeoGebra para el fortalecimiento del proceso de aprendizaje de los estudiantes del grado noveno del instituto técnico municipal los patios. Programa de Becas para la Excelencia Docente de las matemáticas. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Alcaraz, F. (2002). Didáctica y currículo: un enfoque constructivista. Castilla – La Mancha: Universidad de Castilla - La Mancha.

Aprendizaje por descubrimiento de Bruner - Slideshare https://es.slideshare.net/Ruth061986/aprendizaje-por-descubrimiento-de-bruner

Arias, F (2010). El Proyecto De Investigación Introducción A La Metodología Científica. Caracas, Venezuela: Episteme.

Ariza Niño, C.R. (2017) "el método de George Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de cuarto grado de la institución educativa Anna Vitiello del municipio de los patios"

Ardila, R. (1979). Psicología del aprendizaje. Bogotá: Siglo XXI Editores S.A. Vygotsky: Teoría histórico cultural - Slideshare.

Aprendizaje cooperativo - Wikipedia, la enciclopedia libre
https://es.wikipedia.org/wiki/Aprendizaje_cooperativo

Beltrán Acosta, M., Gamboa Mora, M., García Sandoval, Y. (2013) Estrategias pedagógicas y didácticas para el desarrollo de las inteligencias múltiples y el aprendizaje autónomo. Artículo original producto de la investigación. 12(1) 101-128, Revista de Investigaciones UNAD, ISSN 0124 793X.

Bedoya Echavarría, M.C; Ospina Sánchez, S.A. (2014). Concepciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza y aprendizaje. Universidad de Medellín departamento de ciencias básicas Medellín.

Bedoya, D. (2014). La comprensión de las estructuras de tipo aditivo, enmarcada en las fases del modelo de Van Hiele. Tesis de grado, Medellín, Universidad de Antioquia.

Bernal, C. (2010). Metodología de la investigación. Bogotá: Editorial Pearson.

Boscán, M. y Klever, K. (2012). Metodología basada en el Método Heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Escenarios, pp. 7-19

Cano Fernández, Freidel Francisco (2014). Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria Estudio de Caso: Institución Educativa Supia. Disponible en: http://www.bdigital.unal.edu.co/44384/1/8412505.2014.pdf.

Caricote, M. (2008). Métodos de Investigación en Ciencias Sociales. Ediciones Siglo XXI. Argentina.

Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. Teoría, 14(1), 61-71

Constitución Política de Colombia. (1991). Obtenido de http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=4125

Chumaceiro, Z. (2010) Estrategias Pedagógicas Para La Enseñanza De La Matemática. Trabajo de Grado de Maestría. Universidad de Río. Brasil.

D´Amore, B. (2010). Problemas Pedagogía y psicología de la matemática en actividad de resolución de problemas. Madrid: Síntesis.

D'Amore, B. & Fandiño Pinilla M. I. (2014). Illusioni, panacee, miti nell'insegnamento-apprendimento de la matemática. Difficoltà in matemática. Bogotá: En curso de publicación.

El método de Pólya para resolver problemas | Vestigio – glc www.glc.us.es/~jalonso/vestigium/el-metodo-de-polya-para-resolver-problemas/

Entrena Martínez, I. (2014). Aprender a matematizar matematización como medio y no como fin. Granada España: Universidad de Granada, Tesis maestría.

Fandiño, M. (2010). Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática. Bogotá: Magisterio.

Federman, M. G. (2006). Experiencias en investigación-acción-reflexión con educadores en proceso de formación. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5-6.

Fernández, A. & Roldán, E. (2012). El diario pedagógico como herramienta para la investigación. Itinerario Educativo, 26(60), 117-128

Figueroa Vera, R. E. (2013). Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables: una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas. Perú.

Fonseca Montero, E.E. (2016), La resolución de triángulos y sus aplicaciones. Una unidad didáctica para estudiantes de grado decimo, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de ciencias. Bogotá-Colombia: Tesis Maestría.

Fracica, G. (1988). Modelo de simulación en muestreo. Bogotá: Universidad de la Sabana.

García Zuluaga, C.L; Sachica Navarro, R. A. (2016). El modelo de aprendizaje experiencial de Kolb en el aula: Una propuesta de intervención y modificación de los estilos de aprendizaje -en un grupo de estudiantes de grado cuarto de la I.E Santa María Goretti de Montenegro Quindío. Universidad Católica de Manizales Maestría en Educación Manizales Caldas.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Granada: Publicación realizada en el marco del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

Granada Ramírez, O. (2.014). Diseñó una unidad didáctica para la enseñanza aprendizaje de la multiplicación de números naturales, en el grado tercero de la Institución Educativa Antonio Derka Santo Domingo, de Medellín. Medellín: Tesis de maestría.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (2010). Metodología de la investigación. México: Editorial Mc Graw Hill.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010) Metodología de la Investigación. 5ta Edición. México D.F.: Editorial McGraw Hill.

John Elliott, "La investigación-acción en educación"; Edición ilustrada, reimpresa, Ediciones Morata, 1990; Pág. 334. www.terras.edu.ar/biblioteca/37/37ELLIOT-Jhon-Cap-1-y-5.pdf.

Kemmis, Stephen; “Cómo planificar la investigación – acción”; Barcelona: Laertes 1988.

La Perspectiva John Dewey, Aprender Haciendo y el Pensamiento...
https://es.slideshare.net/.../la-perspectiva-john-dewey-aprender-haciendo-y-el-pensami...

La teoría cognitiva de Jerome Bruner - Psicología y Mente
https://psicologiaymente.net/psicologia/teoria-cognitiva-jerome-bruner.

Lewin, Kart; (1992) “La Investigación-acción participativa inicios y desarrollos”; Magisterio.

Lina María, M. M.; Sandra Milena, L. O.; Carlos Mario, J. L.; Johnny Alexander, V. O (2014).Contextos Auténticos y la Producción de Modelos Matemáticos Escolares. Colombia, Revista Virtual Universidad Católica Del Norte ISSN: 0124-5821, 2014 vol:42 fasc: NA págs.: 48 – 67.
Recuperable http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/download/494/1028.

Lopera Vega, M.A. (2012). Metodología de la investigación. Profesionalización educación básica en danza, Colombia creativa - Facultad de Artes. Universidad de Antioquia.

Malacaria, M.I. (2010). “Estilos de Enseñanza, Estilos de Aprendizaje y desempeño académico”. Universidad FASTA Facultad de Humanidades Escuela de Ciencias de la Educación Licenciatura en Psicopedagogía.

Martínez y Álvarez (2013). Creación de ambientes de aprendizaje en la enseñanza de polígonos; una experiencia de aula desde la educación matemática crítica.

Martínez Hernández, C. R. (2.016). Implementación del enfoque resolución de problemas como estrategia para el aprendizaje. Programa de Becas para la Excelencia Docente de las matemáticas. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Marín Arguello, L.K. (2017). La maleta viajera de Euclides, como estrategia didáctica para fortalecer el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Programa de Becas para la Excelencia Docente de las matemáticas. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Meza (2011) Estudio Comparativo Para La Comprensión Del Pensamiento Matemático. Trabajo de Grado de Maestría. Universidad Pedagógica de Colombia. Bogotá

Muñoz Hernández, L. G. (2013). El uso de la tecnología en la trigonometría, en algunos libros de texto, para el grado escolar décimo, Universidad de Medellín: Tesis de Maestría.

Ortiz Cáceres, L. A., Pimiento Díaz, C. M., (2016) Fortalecimiento del Proceso Matemático: “Formular, Comparar, y Ejercitar Procedimientos y Algoritmos”, En Los Estudiantes de los Grados Segundo Y Quinto del Instituto Empresarial Gabriela Mistral de Floridablanca Santander por Medio de la Estrategia Didáctica Resolución de Situaciones Problemas.

Ortiz Cáceres, L.A; Pimiento Díaz, C.M. (2017). Fortalecimiento del Proceso Matemático: “Formular, Comparar, y Ejercitar Procedimientos y Algoritmos”, En Los Estudiantes de los Grados Segundo Y Quinto del Instituto Empresarial Gabriela Mistral de Floridablanca Santander por Medio de la Estrategia Didáctica Resolución de Situaciones Problemas. Programa de Becas para la Excelencia Docente de las matemáticas. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Pápala, D., Olds, S., Feldman, R. & Salinas, M. (2005). Desarrollo humano. México: Mc Graw Hill.

Pérez Solís, H. M (2015). “El método del Polya y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de educación básica paralelo “D” de la unidad educativa Santa Rosa de la ciudad de Ambato provincia de Tungurahua”. Ecuador: UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO.

Pólya, G. (1990). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Pólya, G. (1981) Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving. Combined Edition. New York: Wiley & Sons, Inc.

Borasi, R.” MATHEMATICS -- Study & teaching”; Nov89, Vol. 36 Issue 3, p47, 6p.

Porlan, R. & Matín, J. (1998). El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula. Sevilla: Diada Editorial.

Repository.udem.edu.co:8080/.../Concepciones%20que%20poseen%20los%20profeso...

<http://es.wikipedia.org/wiki/Sen(x)_%28trigonometr%C3%ADa%29> [citado en 16 de noviembre de 2013].

https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_trigonom%C3%A9trica.

Restrepo, B. (2011) "Investigación - Acción Pedagógica: Tras La Hipótesis Del Maestro Investigador" En: Colombia. Ed: Panamericana formas e Impresos S.A ISBN: 978-958-57179-0-9 v. 1000 págs. 309

scienti.colciencias.gov.co:8081/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do? cod_rh.

Santos Magaña, Z. M. (2013). El uso de las gráficas para resignificar elementos de la funcionalidad trigonométrica, Instituto Politécnico Nacional, México: Tesis de Maestría.

Sepúlveda, A., Sepúlveda D. y M. Santos (2004). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas.

Disponible en: http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf.

Serrano, J. M y Pons, R.M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 13(1).Consultado el día de mes de año en: http://redie.uabc.mx/vol13no1/contenido-serranopons.html.

Shunck, D. H. (2012). Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa. 6ª ed. México, DF: Pearson.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de caso. Madrid: Morata.

Teoría del Aprendizaje Significativo - Slideshare https://es.slideshare.net/lprovenzano1/teora-ausubel.

Valencia, M. (2000). La triangulación metodológica: sus principios, alcances y limitaciones. Investigación y Educación en Enfermería, 18(1), 13-22.

Vega Rimarachín, J. C. (2014) "Aplicación del método de George Pólya, para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos, en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Víctor Berríos Contreras" – Cullanmayo". Perú.

Viloria, N; Godoy, G; (2010). Planificación de estrategias didácticas para el mejoramiento de las competencias matemáticas de sexto grado. Investigación y Postgrado, 25(1) 95-116. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=65822264006 https://es.slideshare.net/drjrmejiasortiz/vigostky-teoria-historico-cultural.

Yuni, J. A., & Urbano, C. A. (2014). Mapas y Herramientas para Conocer la Escuela: Investigación Etnográfica e Investigación Acción. Córdoba: Editorial Brujas.

ANEXOS

Anexo 1. Taller 1, Triángulos, elementos, clasificación y su importancia en la trigonometría

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 1

ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	Nº 1	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: TRIANGULOS, ELEMENTOS, CLASIFICACIÓN Y SU IMPORTANCIA EN LA TRIGONOMETRÍA				

DBA

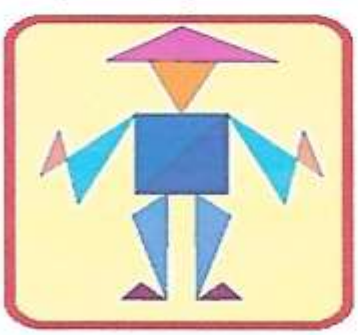
Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.

Evidencias de Aprendizaje

Utiliza criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos.
Discrimina casos de semejanza de triángulos en situaciones diversas y los clasifica.
Resuelve problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza con Triángulos.

Exploración de Saberes

En el colegio Antonio Nariño se desea realizar una figura de una persona utilizando triángulos, para ello los estudiantes construyeron el siguiente diseño.



https://bit.ly/2HI6E1E

1. ¿Cuántos triángulos puedes observar en el diseño?____________________________

2. ¿Todos los triángulos en la figura son iguales?____________________________

3. ¿Según la figura podrías decir cuántas clases de triángulos la conforman?____________________________

4. Según tus conocimientos previos construye la definición de triangulo.____________________________

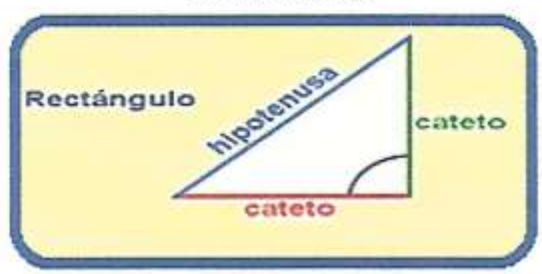
Después de socializar con tus compañeros y el profesor escribe la definición en tu cuaderno.

Estructuración y Práctica

Teniendo en cuenta las siguientes definiciones relacionadas con los triángulos, elementos y su clasificación, deberás realizar las siguientes actividades planteadas en el taller.

TRIÁNGULOS RECTANGULOS: Se llama **triángulo rectángulo** a todo triángulo que posee un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90-grados. Las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo es la base de la trigonometría.

TRIANGULO RECTÁNGULO Y SUS ELEMENTOS



https://bit.ly/2GWQ6to

Los triángulos se clasifican según la longitud de sus lados y la medida de sus ángulos.

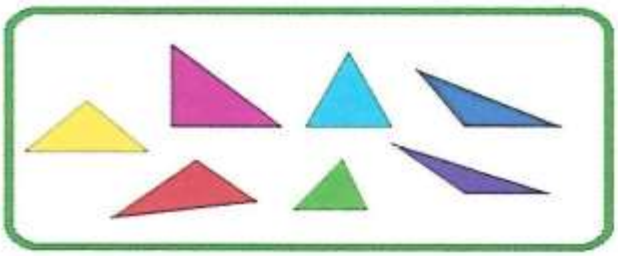
- **Según la longitud de sus lados:**

Triángulo Equilátero: Sus tres lados tienen la misma longitud y los ángulos de sus vértices miden lo mismo.
Triángulo Isósceles: Tiene dos lados iguales.
Triángulo Escaleno: Todos sus lados y todos ángulos son distintos.

- **Según la medida de sus ángulos:**

Triangulo Rectángulo: Es aquel que tiene un ángulo recto 90°.
Triangulo Obtusángulo: Uno de sus ángulos es Obtuso (Mayor de 90°).
Triangulo Acutángulo; Es aquel cuyo tres ángulos son agudos, menor de 90°.

2. Para la siguiente actividad deberás reunirte en grupo y de acuerdo con los gráficos presentados clasificaras los triángulos y discutirás porque son importantes en la Trigonometría.



PASO N°1 ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema?
¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?
La medida de los Catetos del jardin 4 y 3 mts.
La medida de la Hipotenusa del jardin 5mts.
¿Sabes a dónde quieres llegar?
A poder encontrar el área y el perimetro del Jardin interno del colegio que tiene Forma un Triángulo Rectángulo.
¿Hay suficiente información en el problema?
Si la hay.
¿Existe información extraña para ti?
No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente?
Algunos realizados con el Teorema de Pitagoras.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

Reemplazo los valores en las fórmulas que me permitiran hallar el área y el perimetro.

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{4mts \times 3mts}{2} = \frac{12mts^2}{2} = 6mts^2$$

$$\boxed{A = 6mts^2}$$

$$P = a + b + c$$
$$P = 4mts + 3mts + 5mts = 12mts$$

$$\boxed{P = 12mts}$$

3. Realiza con tus compañeros de grupo un mapa conceptual con relación a los triángulos y su clasificación.
4. De acuerdo con la siguiente afirmación da respuesta a la siguiente inquietud:
Un triángulo escaleno se caracteriza por tener todos sus lados desiguales. En ningún triángulo de este tipo no habrá dos ángulos que dispongan de la misma medida. Entonces no podrá haber ángulos idénticos.

Transferencia y Valoración

1. ¿En qué objetos de tu casa y colegio se utilizan los triángulos? Toma algunas fotografías con tu celular y realiza algunas diapositivas en Power Point.
2. Muchas obras desde la antigüedad se han realizado con el apoyo de los triángulos. Busca 5 de ellas con la ayuda de internet y anéxalas al trabajo de tus diapositivas y explica en cada una de ellas como fueron usados los triángulos en su diseño o construcción.

Resolviendo Problemas con Pólya

En el **Colegio Antonio Nariño** los estudiantes del Grado 10: 02 desean conocer el área y el perímetro de un jardín interno que tienen en su Institución, el cual tiene forma de un Triángulo Rectángulo, cuentan con la medida de sus Catetos que representan 4 y 3 mts, ademas se conoce su hipotenusa que es 5 mts. **¿Cuál será el área y perímetro del jardín interno del colegio?**

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar las variables disponibles
Longitud de los Catetos del jardin.
Longitud de la hipotenusa del jardin.
Realizar el grafico correspondiente al problema.

¿Hay alguna Formula con la que puedo hallar el área y el Perímetro de un triángulo Rectángulo?

$\boxed{A = \frac{b \times h}{2}}$ $\boxed{P = a + b + c}$

Usaremos la Formula para hallar el área, pues ya que contiene todos los datos del problema planteado y es la única que manera de hallarla, tambien usare la del Perimetro pues tambien es la única manera de poder hacerlo y los datos disponibles me lo permiten realizar.

PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

La cantidad obtenida es razonable para el valor del área del jardin pues su resultado siempre se dará en cuadrados, en este caso mts^2 y será el producto de la base por su altura y dividido entre dos. Ademas la medida del perimetro será siempre la sumatoria de todos los lados del jardin de forma de un Rectángulo, lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados, pues las formulas nos permitieron hallar los interrogantes planteados en el problema sin dificultad alguna.

Pruébate

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 Y 4 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Los triángulos se clasifican de acuerdo con las medidas de sus lados en isósceles, equiláteros y escalenos. Un triángulo con dos lados congruentes se llama isósceles; con tres lados congruentes se llama equilátero. Un triángulo escaleno en el cual todos sus lados tienen diferente medida.

3. De la afirmación: **"Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los lados opuestos a estos lados son congruentes".** Se puede decir que

A. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los ángulos opuestos a estos lados son congruentes

B. Todo triángulo equilátero es equiángulo.

C. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los tres ángulos son congruentes.

D. Todo triangulo equiángulo es equilátero.

4. De acuerdo con la clasificación de los triángulos, **NO ES CORRECTO** afirmar que:

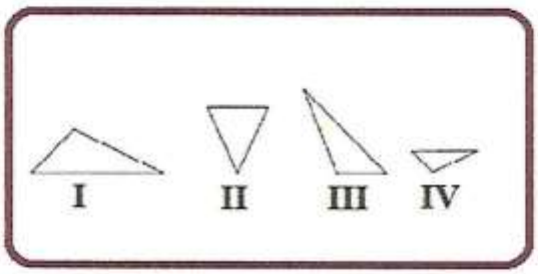
A. Existen triángulos isósceles que nos son equiláteros.

B. Si un triángulo no es escaleno puede ser equilátero.

C. Existen triángulos rectángulos que son isósceles.

D. Si un triángulo es equilátero es Isósceles.

5. Dos de los siguientes triángulos son semejantes. ¿Cuáles son?



A. I y II Porque sus tamaños son proporcionales.

B. I y III Porque tienen tre lados desiguales.

C. I y IV Porque tienen dos ángulos iguales.

D. II y IV Porque tiene dos lados iguales y el ángulo comprendido entre ellos tiene la misma medida.

6. De un triángulo obtusángulo podemos afirmar que

A. Es aquel que tiene tres ángulos agudos.

B. Es aquel que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.

C. Es aquel que tiene un ángulo recto y dos ángulos obtusos.

D. es aquel que tiene un ángulo recto y dos ángulos obtusos.

7. De un triángulo rectángulo es falso afirmar

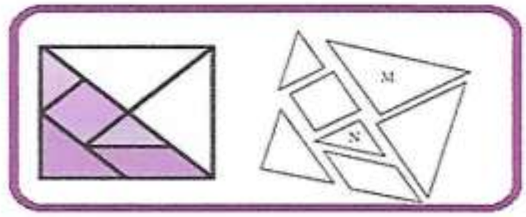
A. que la suma de sus ángulos internos es 180°.

B. Que su hipotenusa siempre será mayor que sus catetos.

C. Tienen un ángulo recto o que mide 90°.

D. Que todos sus lados siempre serán iguales y que tienen un ángulo recto o que mide 90°.

8. El Tangram es un rompecabezas formado por un conjunto de piezas que se obtienen al fraccionar una figura plana y que puede acoplarse de diferentes maneras para construir distintas figuras. En la siguiente grafica aparece un Tangram Chino y a su lado de muestran los moldes que se utilizaran para su construcción.



Los triángulos **M y N** son semejantes porque la medida de sus ángulos correspondientes son iguales. Por tanto, miden.

A. (30°, 60°, 90°) y los lados del triángulo N miden la mitad de sus correspondientes en el triángulo M.

B. (30°, 60°, 90°) y los lados del triángulo M miden la mitad de sus correspondientes en el triángulo N.

C. (45°, 45°, 90°) y los lados del triángulo N miden el doble de sus correspondientes en el triángulo M.

D. (45°, 45°, 90°) °) y los lados del triángulo N miden la mitad de sus correspondientes en el triángulo M.

Relacionándonos con las Tics

1. Observa detenidamente el video **"Como se clasifican los Triángulos"** que te permitirá mediante la resolución de varios ejercicios y su representación gráfica mejorar tu aprendizaje, lo encontraras en la página:

https://www.youtube.com/watch?v=8_jsjTk6RnU

2. Ingresa a la página:

https://www.sangakoo.com/es/temas/perimetro-y-area-de-un-triangulo

Donde encontraras una serie de ejercicios relacionados con los Triángulos (Perímetros, Áreas), que te posibilitaran de una manera interactiva potenciar aún más tu aprendizaje.

Ademas podas encontrar en su parte inferior en laces que te permitiran acceder a información relacionada con este aprendizaje y una serie de ejercicios que podrás desarrollar para fortalecer tu conocimiento.

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 2. Taller 2, Teorema de Pitágoras y su importancia en la trigonometría

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1

ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 2	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: EL TEOREMA DE PITAGORAS Y SU IMPORTANCIA EN LA TRIGONOMETRÍA				

DBA

Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.

Evidencias de Aprendizaje

Explica propiedades de figuras geométricas que se involucran en los procesos de medición.

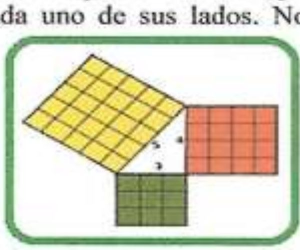
Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.

Exploración de Saberes

BREVE HISTORIA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras relaciona los lados de un triángulo rectángulo. Un triángulo rectángulo es el triángulo que tiene un ángulo recto (90°). A los lados que forman el ángulo recto se les llama catetos y al lado restante hipotenusa. Pues bien, el teorema de Pitágoras relaciona la hipotenusa con sus dos catetos. Vamos ahora a descubrir esta relación.

Imaginemos un triángulo rectángulo, por ejemplo de catetos y cm y con una hipotenusa de cm, y dibujamos un cuadrado sobre cada uno de sus lados. Nos queda una figura así:



http://bit.ly/2G7eew3

Pues bien, lo sorprendente es que el cuadrado de la hipotenusa tiene la misma área que los otros dos cuadrados juntos.

En nuestra imagen de muestra podemos comprobarlo sumando la cantidad de cuadraditos que conforman cada cuadrado, pues, el cuadrado de la hipotenusa está formado por **25** cuadraditos, que es igual a los **16+9=25** cuadraditos de los otros dos cuadrados.

Estos valores no son más que el área de cada cuadrado, que se calcula A_c = Lado X Lado

$$\mathbf{5 \times 5 = 4 \times 4 + 3 \times 3}$$
$$\mathbf{5^2 = 4^2 + 3^2}$$
$$\mathbf{25 = 16 + 9}$$
$$\mathbf{25 = 25}$$

Como podemos observar, calcular el área de un cuadrado es elevar al cuadrado (elevar a dos) la longitud del cateto o hipotenusa en cada caso. Así pues, podemos afirmar que:

En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Esta relación se conoce con el nombre de **teorema de Pitágoras.** El teorema de Pitágoras cuenta con una infinidad de demostraciones diferentes, de hecho el matemático estadounidense Elisha Scott Loomis publicó el libro "The Pythagorean Proposition" en 1927 con 370 demostraciones diferentes. Loomis clasifica las demostraciones en cuatro apartados: las algebraicas, donde se relacionan los lados del triángulo; geométricas, en las que se comparan áreas; dinámicas, a través de las propiedades de fuerza y masa; y las cuaterniónicas, que usan los vectores. En esta unidad solamente haremos una demostración geométrica.

Dentro de sus principales aplicaciones es la que nos permite encontrar la longitud de cualquiera de los lados de un triángulo ¡rectángulo! dadas las longitudes de los otros dos. https://www.sangakoo.com/es/temas/teorema-de-pitagoras

De acuerdo con la lectura anterior responde las siguientes preguntas:

1. ¿El Teorema de Pitagoras en que tipo de Triángulos se pude usar?

____

2. ¿Que relaciona el Teorema de Pitagoras en los triángulos rectángulos?

____

3. ¿Cómo clasifica el matemático Loomis las demostraciones con el Teorema de Pitagoras?______________________________

____

4. ¿Cuál sería la principal aplicación del Teorema de Pitagoras?______________________________.

____

5. Redacte una breve una definición, según tus conocimientos previos sobre el Teorema de Pitágoras.

____

____

6. Escribe 5 situaciones en donde podrías utilizar el Teorema de Pitagoras en tu casa o colegio.

____

____

____

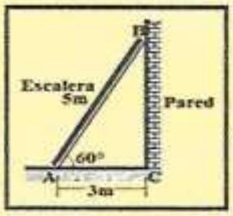
PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema?
¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?
La medida de la longitud de la escalera 5 mts, La distancia a la que se encuentra el pie de la escalera con la pared 3m, < A = 60°
¿Sabes a dónde quieres llegar?
A poder encontrar la altura de la pared donde se pintara el mural y hallar el ángulo restante.
¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.
¿Existe información extraña para ti? No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente?
Algunos anteriores con áreas y perimetros de triángulos rectángulos.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

Reemplazo los valores en las fórmulas que me permitiran la altura de la pared y el valor del angulo restante en el problema.

$c^2 = a^2 + b^2$
$(5m)^2 = a^2 + (3m)^2$
$25m^2 = a^2 + 9m^2$
$25m^2 - 9m^2 = a^2$
$16m^2 = a^2$
$\sqrt{16m^2} = \sqrt{a^2}$
$4m = a$
$a = 4m$ (Altura de la Pared)



$< A + < B + < C = 180°$
$< A + 60° + 90° = 180°$
$< A = 180° - 60° - 90°$
$< A = 30°$ (Valor del ángulo que falta)

Estructuración y Práctica

Teniendo en cuenta las siguientes definiciones relacionadas con el Teorema de Pitagoras, deberás realizar las siguientes actividades planteadas en el taller.

EL TEOREMA DE PITÁGORAS

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Si un triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes **a** y **b**, y la medida de la hipotenusa es **c,** se establece que:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Se denomina **hipotenusa** al lado mayor del triángulo, el lado opuesto al ángulo recto. Se llaman **catetos** a los dos lados menores, los que conforman el ángulo recto. Si la medida de los lados son números enteros, estos reciben el nombre de terna pitagórica. La cual las suma de sus lados suma 180 grados.

Resolviendo Problemas con Pólya

Una escalera de 5m de longitud se encuentra apoyada sobre una pared del **Colegio Antonio Nariño,** donde se desea pintar por parte de los estudiantes del Grado 10:02 un mural relacionado con el cuidado del medio ambiente, el pie de la escalera se encuentra a una distancia 3m de la pared y forma un ángulo con el piso de 60°. ¿Cuál es la altura de la pared donde se desea pintar el mural? ¿Cuál es la medida del ángulo que falta?

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar las variables disponibles: Longitud de la escalera que representa la Hipotenusa = 5m. La distancia a la que se encuentra el pie de la escalera con la pared que representa el Cateto Adyacente = 3m.
Realizar el grafico correspondiente al problema.
¿Hay alguna Formula con la que puedo hallar la altura de la pared y el ángulo restante en el problema?
$c^2 = a^2 + b^2$ $< A + < B + < C = 180°$
Usaremos el Teorema de Pitagoras para hallar uno de sus catetos, en este caso el opuesto que representa la altura de la pared, pues ya que contiene todos los datos del problema planteado, tambien usare la fórmula de la sumatoria de ángulos internos en un triángulo rectángulo, que me permitirá hallar el valor del ángulo restante y los datos disponibles me posibilitan realizarlo.

PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

La cantidad obtenida es razonable para el valor de la altura de la pared, pues su resultado siempre será menor que el de la longitud de la escalera, pues esta representa la hipotenusa y siempre será mayor que el valor de los catetos. Ademas el valor del ángulo restante es correcta pues al sumarla con los otros valores de los ángulos internos nos dará como resultado 180°, lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados, pues las formulas nos permitieron hallar los interrogantes planteados en el problema sin dificultad alguna.

1. Para determinar la estatura de la persona de la gráfica, se requiere conocer:

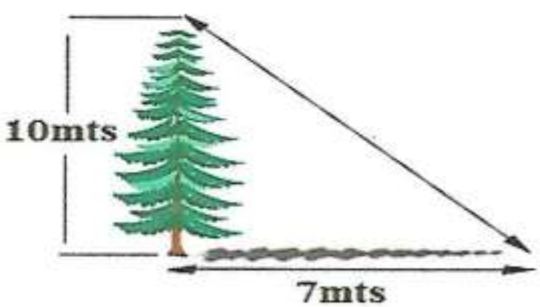
I. La longitud de los rayos del sol.
II. El valor del ángulo θ.
III. La longitud de la sombra.

A. I y II Solamente.
B. I y III Solamente.
C. II y II Solamente.
D. Cualquiera de las opciones A, B, o C.

2. De acuerdo con grafico anterior **NO ES CORRECTO** afirmar que
A. La estatura de la persona en el grafico representa el Cateto Opuesto.
B. Que la sombra proyectada por la persona en el gráfico, es la hipotenusa porque forma un ángulo recto con la persona.
C. Que los rayos del sol representan la Hipotenusa, porque es el lado más largo del triángulo rectángulo que forma la figura
D. Que para determinar la altura de la persona representada en el gráfico, no se requiere del ángulo θ

Pruébate

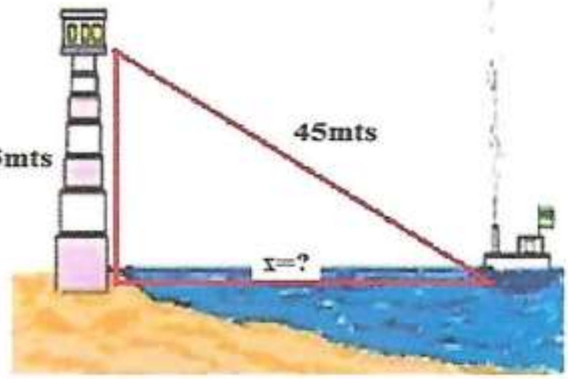
1. Un árbol de 10mts de altura proyecta una sombra al piso de 7mts como lo muestra la figura. **Respecto a la situación anterior podemos afirmar que:**



http://bit.ly/2prsJRL

A. La sombra proyectada por el árbol, siempre será mayor que la longitud que existe entre la copa del árbol y hasta donde llega la sombra.
B. la longitud que existe entre la copa del árbol y hasta donde llega la sombra, siempre será mayor que la altura del árbol y la distancia existente entre la base del árbol y ha donde llega la proyección de la sombra.
C. Que el cateto opuesto en la figura corresponde a la sombra proyectada.
D. La longitud que hay de la copa del árbol hasta donde llega la proyección de la sombra es de $149m^2$.

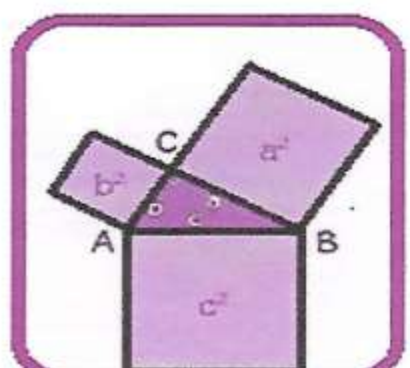
2. Un faro de 25mts de altura proyecta una luz de 45mts a una pequeña embarcación que se encuentra en el mar. Como lo muestra la figura. **Respecto a la situación anterior es FALSO AFIRMAR que**



A. Que la luz proyectada por el faro, siempre será mayor que la distancia entre la base del faro y la embarcación.
B. Que la distancia entre la base del faro y el barco, siempre será mayor que la luz proyectada por el faro.
C. Que en la figura, la altura del faro representara el cateto opuesto.
D. Que la distancia entre la base del faro y la embarcación que está en el mar es de 20mts.

TEOREMA DE PITÁGORAS

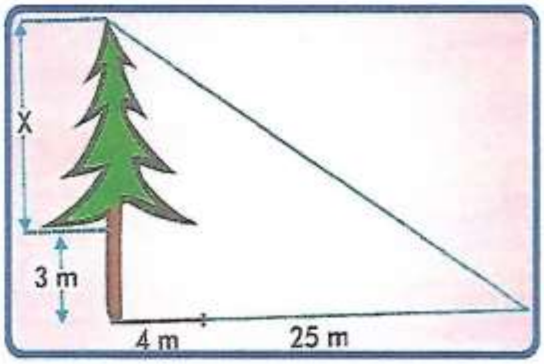
3. El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.



Sobre uno de los catetos de un triángulo rectángulo se ha construido un cuadrado. La medida de la **Hipotenusa** es de 10cm y la medida del otro **Cateto** 8cm, por lo tanto el área construida del cuadrado es

A. $18cm^2$
B. $25cm^2$
C. $36cm^2$
D. $49cm^2$

4. Respecto a la parte X del árbol, podemos afirmar que



A. Mide más de 10mts y menos de 15mts.
B. La información es insuficiente para calcularla.
C. Se halla mediante el Teorema de Pitágoras.
D. Se calcula utilizando el Teorema de Thales.

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2IUfhx7

1. Observa detenidamente el video **"El teorema de Pitagoras"** que te permitirá mediante la resolución de varios ejercicios mejorar tu aprendizaje, lo encontraras en la página**:**
https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k

2. Ingresa a la página:
https://www.vitutor.com/geo/eso/as_5.html
Donde encontraras una serie de ejercicios y problemas relacionados con el Teorema de Pitagoras, que te posibilitaran de una manera interactiva potenciar aún más tu aprendizaje.

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 3. Taller 3, Ángulos, clasificación, operaciones y sistemas de medición

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1
ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMETRICA

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 3	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: ÁNGULOS, CLASIFICACIÓN, OPERACIONES Y SISTEMAS DE MEDICIÓN				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de ángulo y los sistemas utilizados para su medición.
Calcula algunos valores de ángulos usando el sistema sexagesimal y cíclico.
Resuelve problemas mediante el uso de los sistemas de medición de ángulos y sus operaciones.

Exploración de Saberes

HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

La **trigonometría** es una rama de las tantas ramas de matemáticas, se encarga de estudiar y analizar la relación entre los lados y los ángulos de los triángulos. Para esto recurre generalmente a las llamadas razones trigonométricas. El origen de la palabra trigonometría desciende del griego "**trigonos**" (triángulo) y "**metros**" (metria). Los babilonios y los egipcios (hace más de 3000 años) fueron los primeros en utilizar los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para efectuar medidas en agricultura y para la construcción de pirámides. También se desarrolló a partir de los primeros esfuerzos hechos para avanzar en el estudio de la astronomía mediante la predicción de las rutas y posiciones de los cuerpos celestes y para mejorar la exactitud en la navegación y en el cálculo del tiempo y los calendarios.

El estudio de la trigonometría pasó después a Grecia, en donde se destaca el matemático y astrónomo Griego **Hiparco de Nicea**, por haber sido uno de los principales desarrolladores de la Trigonometría. Las tablas de "cuerdas" que construyó fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad. Desde Grecia, la trigonometría pasó a la India y Arabia donde era utilizada en la Astronomía. Y desde Arabia se difundió por Europa, donde finalmente se separa de la Astronomía para convertirse en una rama independiente que hace parte de la Matemática. Los egipcios establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Sin embargo, la tabla de cuerdas que construyó Hiparco para resolver triángulos comenzó con un ángulo de 71°, llegando hasta 180° con incrementos de 71°, la tabla dada la longitud de la cuerda delimitada por los lados del ángulo central dado que corta a una circunferencia de radio r. No se sabe el valor que Hiparco utilizó para r. Trescientos años después, el astrónomo **Tolomeo** utilizó r = 60, pues los griegos adoptaron el sistema numérico (base 60) de los babilonios. Durante muchos siglos, la trigonometría de Tolomeo fue la introducción básica para los astrónomos. El libro de astronomía el Almagesto (escrito por él) también tenía una tabla de cuerdas junto con la explicación de su método para compilarla, y a lo largo del libro dio ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos. El teorema de Menelao utilizado para resolver triángulos esféricos fue autoría de Tolomeo. Al mismo tiempo, los astrónomos de la India habían desarrollado también un sistema trigonométrico basado en la función seno en vez de cuerdas como los griegos. Esta función seno, era la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada.

Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para ésta en sus tablas. A finales del siglo VIII los astrónomos Árabes trabajaron con la función seno y a finales del siglo X ya habían completado la función seno y las otras cinco funciones. También descubrieron y demostraron teoremas fundamentales de la trigonometría tanto para triángulos planos como esféricos. Los matemáticos sugirieron el uso del valor r = 1 en vez de r = 60, y esto dio lugar a los valores modernos de las funciones trigonométricas. El occidente latino se familiarizó con la trigonometría Árabe a través de traducciones de libros de astronomía arábigos, que comenzaron a aparecer en el siglo XII. El primer trabajo importante en esta materia en Europa fue escrito por el matemático y astrónomo alemán **Johann Müller,** llamado Regio montano. Principios del siglo XVII, el matemático **John Napier** inventó los logaritmos y gracias a esto los cálculos trigonométricos recibieron un gran empuje. A mediados del siglo XVII Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral. Uno de los fundamentos del trabajo de Newton fue la representación de muchas funciones matemáticas utilizando series infinitas de potencias de la variable x. Newton encontró la serie para el sen x y series similares para el cos x y la tg x. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas. Por último, en el siglo XVIII, el matemático **Leonhard Euler** demostró que las propiedades de la trigonometría eran producto de la aritmética de los números complejos y además definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de números complejos. Tomado: **https://matematica.laguia2000.com/general/historia-de-la-trigonometria**

De acuerdo con la lectura anterior en grupo responde las siguientes preguntas:

1. Redacte una breve definición de lo que es la trigonometría._________________________

2. ¿Quiénes fueron los primeros en utilizar los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas? ¿Para que las usaron?_________________________

3. ¿Quién fue Hiparco de Nicea y que construyo?

4. ¿Que establecieron los egipcios?

5. ¿Que desarrollaron los astrónomos de la India?

6. Según los astrónomos de la India ¿en qué consistía la Función Seno?

7. ¿Quiénes y en qué siglo completaron la Función Seno y las otras cinco Funciones?

8. ¿Qué invento el Matemático John Napier?

9. ¿Qué invento Isaac Newton y cuál fue uno de sus fundamentos?_________________________

10. ¿Cuál fue el aporte de Leonard Euler?

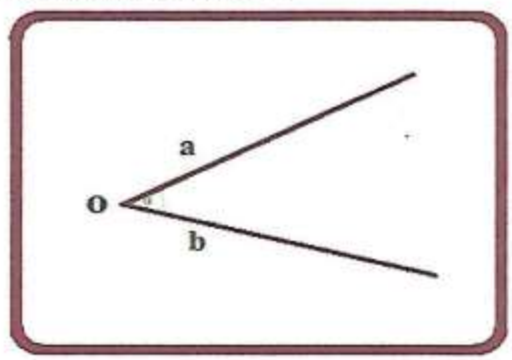
11. De acuerdo con todas las afirmaciones anteriores presentadas en la lectura construya con tus compañeros una definición de ángulo.

Estructuración y Práctica

ANGULOS Y SISTEMAS DE MEDICION

ANGULO

Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común.



A las semirrectas se las llama lados del ángulo. El origen común es el vértice.

Observa y escucha el video relacionado con la Clasificación de los ángulos, luego comenta con tus compañeros en plenaria, guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza las siguientes actividades en grupo.

https://www.youtube.com/watch?v=ENLass_jwAA

1. Realice un mapa conceptual sobre la clasificación de los ángulos, luego de socializarlo con sus compañeros y profesor efectúalo en el cuaderno de apuntes.

2. De acuerdo con las apreciaciones del video anterior define y representa gráficamente los siguientes ángulos. Angulo recto, agudo, obtuso, plano, completo, consecutivo, adyacente, opuesto, complementario y suplementario.

3. Identifique los posibles ángulos que encuentres en tu aula de clase y algunas partes del colegio, toma fotografías con tu celular, clasifícalos y realiza unas diapositivas en Power Point.

Los ángulos tambien los podemos clasificar **en positivos y negativos.** El ángulo es positivo si se desplaza en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj. El ángulo negativo en sentido de las agujas del reloj.

SISTEMA DE MEDICION DE ANGULOS

Para medir ángulos vamos a tomar dos sistemas diferentes: El sistema sexagesimal y el sistema cíclico.

SISTEMA SEXAGESIMAL

Este sistema es utilizado cuando hacemos referencia a grados. Para medir un ángulo en grados se amplía un valor de 360° al ángulo de una vuelta en sentido positivo y mediante particiones de la unidad.

Un ángulo mide un grado sexagesimal escrito 1° si es 1/360 de una vuelta completa. El grado tiene dos submúltiplos: El minuto y el Segundo.
El minuto se representa con una comilla y el segundo con dos comillas.
1° = 60 ` Un grado equivale a sesenta minutos
1 ` = 60 "Un minuto equivale a 60 segundos
1` = 1°/60` Un minuto es la sesentava parte del grado.
1" = 1`/60" un segundo es la sesentava parte de un minuto.
Ejemplo.

Expresar **4206"** en grados, minutos y segundos.
4206" x 1`/60" (Reducimos segundos a minutos).
4206 / 60 = 70` y residuo 6"
70` x 1°/60` (Reducimos minutos a grados).
70 / 60 = 1° y residuo 10`
4206 = 1° 10` 6"

SISTEMA CICLICO

Este sistema es utilizado cuando hacemos referencia a radianes. Este sistema se forma y define de la manera siguiente: en una circunferencia cualquiera se señala un arco de longitud igual al radio de la circunferencia y se trazan los radios correspondientes a cada extremo del arco. El ángulo central que forman estos dos radios se llama radián; el radián se divide decimalmente, es decir, en décimos, centésimos, milésimos, etc.

El radian lo podemos definir como la amplitud que tiene un ángulo, que subtiende un arco con la misma longitud que el radio de la circunferencia. El radian es la unidad cíclica de medida.

La equivalencia fundamental 360° equivale 2 π. Radianes.

360° = 2 π	**180° = π**
120° = 2π / 3	**90° = π / 4**
60° = π / 3	**30° = π / 6 Ejemplos:**

1. Convertir 135° a Radianes

Solución:
Se multiplica 135° por el factor π/180°, y la fracción resultante se simplifica, entonces:
Rad = (π/180°) = 135° π / 180° = 27/36 π = 3/4 π

2. Convertir 1/5 π a Grados

Solución:
Se multiplica 1/5 π por el factor (180°/ π), es decir:
Grados = (1/5 π). (180°/ π) = 180°/5 = 36°

Observa detenidamente el video **"Convertir Grados a Radianes, Centesimales, Sexagesimales"** el cual te servirá para mejorar los procedimientos para desarrollar este aprendizaje y te mostrara diferentes ejercicios que te motivaran a desarrollar este tipo de ejercicios, si deseas obtener más ejercicios suscríbete en el enlace que se encuentra en la parte inferior y encontraras una variedad de actividades sobre el tema, la página es:

https://www.youtube.com/watch?v=OsVjELdd6Ag.

De acuerdo con lo anterior resuelve las siguientes actividades.

1. En grupo resuelve los ejercicios y problemas planteados con relación al sistema Sexagesimal que se encuentran en la página:
https://www.vitutor.com/di/m/b_1.html
Solo debes efectuar los que se encuentran en el enlace medida del tiempo y medida de ángulos.

2. En grupo resuelve los ejercicios y problemas planteados con relación al sistema Cíclico que se encuentran en la página:
https://www.vitutor.com/al/trigo/tri_1_e.html

OPERACIONES CON ÁNGULOS

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con la Suma, Resta, Multiplicación y División de ángulos, luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro realice algunos ejemplos y te clarifique dudas realiza la siguiente actividad en grupo.
La página es:
https://www.youtube.com/watch?v=PbTIrdsIYp4

Resolviendo Problemas con Pólya

En el **Colegio Antonio Nariño** dos estudiantes del Grado 10:02 desean adicionar dos ángulos. Narsha con un ángulo cuyo valor es de **32° 24´ 48"** y Fabián con un ángulo que tiene un valor **43° 49´ 25"**. ¿Cuál será el valor del nuevo ángulo una vez efectuada la adición?

https://bit.ly/2qvbWwQ

PASO Nº1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema?
¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?
Valor ángulo de Narsha 32° 24´ 48"
Valor ángulo de Fabián 43° 49´ 25"
¿Sabes a dónde quieres llegar?
A poder encontrar el valor del nuevo ángulo, mediante la sumatoria de los dos valores.
¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.
¿Existe información extraña para ti? No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente?
Algunos anteriores realizados con el sistema Sexagesimal y Cíclico.

PASO Nº2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar Los valores disponibles: Valor ángulo de **Narsha 32° 24´ 48"** y Valor ángulo de **Fabián 43° 49´ 25"**
No se requiere Realizar el grafico correspondiente al problema.
¿Hay algún procedimiento para hallar el valor de este nuevo ángulo?
Usaremos un procedimiento básico para adicionar ángulos, que me permitiran hallar el valor y usar los datos disponibles para llegar a la solución del problema.
1° Para sumar ángulos se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos; y se suman.
2° Si los segundos suman más de 60, se divide dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el cociente se añadirán a los minutos.
3° Se realiza el mismo procedimiento para los minutos.

PASO Nº3. EJECUTAR EL PLAN

Reemplazo los valores en cada uno de los procedimientos indicados que me permitiran hallar la respuesta al problema.

Primer Procedimiento:

$$\begin{array}{rrrr} & 32^\circ & 24' & 48'' \\ + & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline & 75^\circ & 73' & 73'' \end{array}$$

Segundo Procedimiento:

$$73'' \;\underline{|60} \quad 13'' \;\; 1'$$

$$75^\circ \; 74' \; 13''$$

Tercer Procedimiento:

$$74' \;\underline{|60} \quad 14' \;\; 1^\circ$$

$$76^\circ \; 14' \; 13''$$

El valor del nuevo ángulo es de 76° 14´ 13"

PASO Nº4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

El valor obtenido para los Segundos y Minutos es razonable, pues sus valores no sobrepasan los 60 y en cuanto a los grados en este caso no interesa si sobrepasan este valor o no, lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados, pues los procedimientos nos permitieron hallar la solución satisfactoriamente al problema sin dificultad alguna.

1. Resuelve los siguientes ejercicios y problemas que involucran Sumas, Restas, Multiplicaciones y Divisiones de ángulos, debes tener en cuenta que algunos problemas indicados por el profesor deberás hacerlos utilizando la metodología de Pólya que se encuentran en la siguiente página:

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/Descartes1/1y2_eso/Medicion_de_angulos/Angulos2.htm

Pruébate

RESPONDE LAS PREGUNTAS 1, 2 Y 3 TENIENDO EN CUENTA LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Los ángulos se clasifican de acuerdo algunos criterios, entre ellos tenemos según la medida (Nulos, Agudos, Rectos, Obtusos, Planos y Completos).

Según su posición (Consecutivos, Adyacentes y Opuestos por el vértice). Según la suma de sus medidas (Complementarios y Suplementarios), lo cual nos permite tener gran variedad de ellos.

1. De lo anterior podemos afirmar, que según su clasificación con respecto a su medida un ángulo Obtuso es

A. Es aquel que mide más de 0° pero menos de 90°.
B. Es aquel que mide exactamente 90°.
C. Es aquel que mide más de 90° pero menos de 180°.
D. Es aquel que mide exactamente 180°.

2. De lo anterior podemos afirmar, que según la clasificación con respecto a su posición ángulos consecutivos son

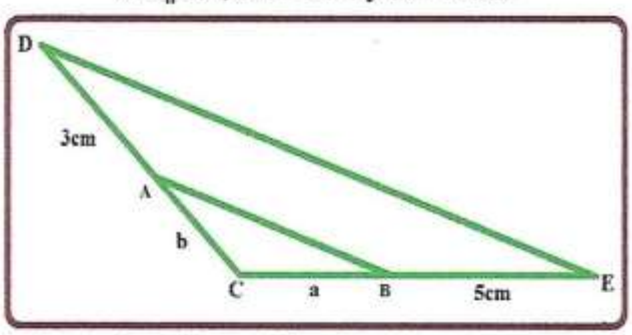
A. Aquellos que tiene un vértice en común pero ademas sus dos lados que sobran forman una línea recta.
B. Aquellos que tienen el vértice en común y uno de sus lados tambien es común.
C. Tienen un vértice en común y dos pares de ángulos opuestos
D. Aquellos cuya medida es exactamente la misma por estar en una forma consecutiva.

3. De lo anterior es **FALSO** afirmar que

A. Dos ángulos cuya suma es 90° se llaman complementarios.
B. Dos ángulos cuya suma es 180° se llaman suplementarios.
C. Dos ángulos son adyacentes tienen un vértice en común y un lado en común y ademas sus dos lados que sobran forman una línea recta.
D. Los ángulos opuestos por el vértice son aquellos que no tienen un vértice en común ni sus lados son opuestos.

4. En la figura que aparece a continuación

$$AB \parallel DE, \overline{BE} = \overline{5cm} \text{ y } AD = 3cm$$



¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones sobre los ángulos en la figura, es o son verdadera(s)?

I. < ABC ≅ < DEF
II. < ACB ≅ < DCE
II. < CBA ≅ < EDC

A. I Solamente.
B. I y II Solamente.
C. II Solamente.
D. II y III Solamente.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 5, 6 Y 7 TENIENDO EN CUENTA LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Los sistemas de medición de ángulos que entre ellos tenemos **el Sexagesimal** (Hace referencia a Grados, Minutos y segundos) y **el Cíclico** (Hace referencia a los Radianes), nos permiten medirlos con gran precisión y eficacia.

5. De lo anterior podemos afirmar que un Radian es

A. Una Porción indefinida de plano limitada por dos líneas que parten de un mismo punto o por dos planos que parten de una misma línea y cuya abertura puede medirse en grados.
B. La amplitud que tiene un ángulo, que subtiende un arco con la misma longitud que el radio de la circunferencia. El radian es la unidad cíclica de medida.
C. La amplitud de rotación o giro que describe un segmento rectilíneo en torno de uno de sus extremos tomado como vértice desde una posición inicial hasta una posición final.
D. Cada una de las dos partes del espacio delimitado por dos semiplanos que parten de una recta común,

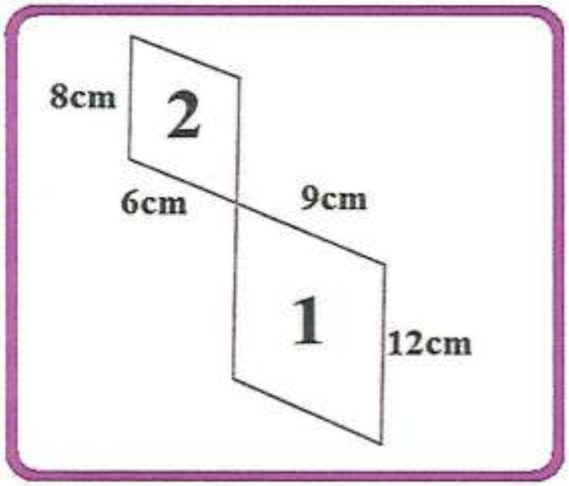
6. Al convertir 540° a Radianes es válido afirmar que

A. Debemos multiplicar la expresión por (180°/ π) y luego efectuar la simplificación respectiva del fraccionario, para obtener el resultado de 3 π.
B. Debemos multiplicar la expresión por (π/180°) y luego efectuar la simplificación respectiva del fraccionario, para obtener el resultado de 3 π.
C. El resultado obtenido al realizar el proceso cumpliendo con todos los pasos es 1/3 π.
D. Debemos Dividir la expresión por (π/180°) y luego efectuar la simplificación respectiva del fraccionario, para obtener el resultado de 1/3 π.

7. Al convertir 3/10 π a Grados es **FALSO** afirmar que

A. Que la expresión la debemos multiplicar por (180°/ π) y posteriormente simplificar el resultado para obtener 54°.
B. Que la expresión la debemos multiplicar por (π/180°) y posteriormente simplificar el resultado para obtener 54°.
C. El resultado obtenido al realizar el proceso cumpliendo con todos los pasos siempre será en grados.
D. El resultado obtenido al realizar el proceso cumpliendo con todos los pasos es 54°.

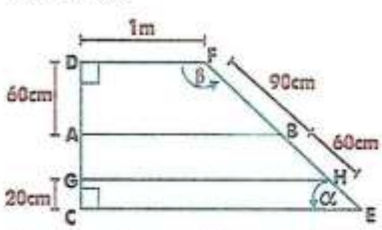
8. Los cuadriláteros 1 y 2 son paralelogramos como se muestra en la siguiente gráfica.



De los cuadriláteros representados se puede afirmar que

A. Son semejantes porque tienen sus ángulos correspondientes congruentes y las medidas de sus lados son proporcionales.
B. No son semejantes porque las medidas de sus lados son proporcionales pero sus ángulos correspondientes no son congruentes.
C. Son semejantes porque todos los ángulos del paralelogramo miden lo mismo y las medidas de sus lados son proporcionales.
D. No son semejantes porque sus ángulos correspondientes son congruentes pero las medidas de sus lados no son proporcionales.

9. La siguiente es una vista lateral de una rampla utilizada en algunos lugares para lavar o hacer mantenimiento a los vehículos.



Los ángulos α y β mostrados en la figura, satisfacen
A. $\alpha + \beta = 180°$
B. $\alpha + \beta = 270°$
C. $\alpha + \beta < 180°$
D. $\alpha + \beta > 270°$

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2qwNoo6

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con ángulos. Comienza con la realización de simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es:
https://www.puntajenacional.co

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 4. Taller 4, Razones trigonométricas

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1
ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMETRICA

AREA: MATEMATICAS		**ASIGNATURA:**	**TRIMESTRE: PRIMERO**	**EVALUACIÓN**
TALLER	**N° 4**	**DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C**	**FECHA:**	
ESTUDIANTE:			**GRADO: 10: 02**	
APRENDIZAJE: RAZONES TRIGOMÉTRICAS				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente.

Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario.

Resuelve problemas mediante el uso de las Razones Trigonométricas y usa representaciones gráficas.

Exploración de Saberes

Observa y escucha el video relacionado con las **"Razones Trigonométricas"**, luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro efectúe algunos ejemplos, clarifique dudas, realiza la siguiente actividad en grupo. La página es:

https://www.youtube.com/watch?v=B3KXN5IFzs8

1. ¿En qué tipo de triangulo se pueden establecer las Razones Trigonométricas?

____

2. ¿Cuáles son los elementos que constituyen un triángulo rectángulo?______________________________

____

3. ¿Cuantas Razones Trigonométricas se nos pueden presentar? ¿Cuáles son consideradas Elementales o Básicas? ¿Cuáles Reciprocas o Inversas?

____

____

4. ¿Cómo se representan cada una de las seis Razones Trigonométricas?______________________________

____

5. ¿El Teorema de Pitagoras sirve para hallar todos los valores en un triángulo rectángulo?

____

____

6. De acuerdo con lo escuchado y observado en el video con tus compañeros de grupo construye una definición de Razón Trigonométrica.

____

____

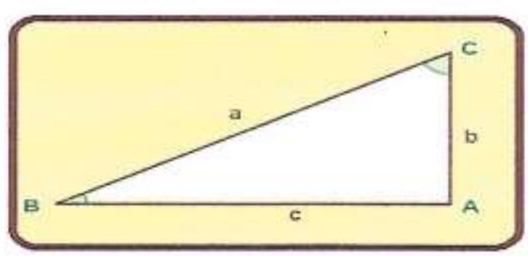
Estructuración y Práctica

RAZONES TRIGONOMETRICAS

Una razón trigonométrica es el cociente entre las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo. Las Razones Trigonométricas relacionan los ángulos con los lados para determinar los elementos del triángulo.

Las tres razones trigonométricas básicas son el **seno, coseno, y la tangente.** Éstas se abrevian como sen, cos y tang. Además tiene cada una sus reciprocas o Inversas como **Cotangente, Secante y Cosecante.**

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN TRIANGULO RECTÁNGULO



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

SENO	COSENO	TANGENTE	COTANGENTE	SECANTE	COSECANTE
El seno del ángulo B es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa. **Se denota por Sen B.** $\text{sen } B= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$	El coseno del ángulo B es la razón entre el cateto contiguo al ángulo y la hipotenusa. **Se denota por Cos B.** $\cos B= \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$	La tangente del ángulo B es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto contiguo al ángulo. **Se denota por Tang B.** $\text{tg } B= \frac{\text{sen } B}{\cos B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{b}{c}$	La cotangente del ángulo B es la razón inversa de la tangente de B. **Se denota por cotg B.** $\text{cotg } B= \frac{1}{\text{tg } B} = \frac{\cos B}{\text{sen } B} = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{c}{b}$	Secante La secante del ángulo B es la razón inversa del coseno de B. **Se denota por sec B.** $\sec B= \frac{1}{\cos B} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{a}{c}$	La cosecante del ángulo B es la razón inversa del seno de B. **Se denota por cosec B.** $\text{cosec } B= \frac{1}{\text{sen } B} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{b}$

Resolviendo Problemas con Pólya

En el **Colegio Antonio Nariño** se desea pintar un mural en una pared de la cancha principal y sobre esta se recargara una escalera de 4.33 m de altura que forma un ángulo de 60° con respecto al piso. **¿Cuál es la longitud de la escalera? ¿Cuál es el valor del angulo restante?**

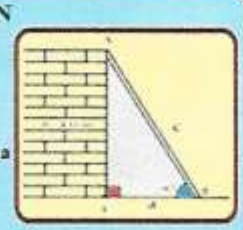
PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema?
¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?
La altura de la pared es de 4.33m
El ángulo que forma la pared con el piso que es 60°
¿Sabes a dónde quieres llegar?
A poder encontrar la longitud de la escalera y el valor del ángulo restante.
¿Hay suficiente información en el problema?
Si la hay.
¿Existe información extraña para ti?
No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente?
Algunos realizados con el Teorema de Pitagoras.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar las variables disponibles
Longitud de la escalera
Altura de la pared (Cateto opuesto)
Angulo = 60°

Realizar el grafico correspondiente al problema



¿Hay alguna razón Trigonométrica que puedas utilizar para solucionar este problema?

$$\text{sen } B= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

Usaremos la razón Seno, pues ya que contiene todos los datos del problema planteado y es la única que maneja el Cateto Opuesto, la Hipotenusa y el ángulo, únicos datos disponibles que tengo.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

Reemplazo los valores en la razón Trigonométrica

$\text{Sen } B = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$ $\quad$ $\text{Sen } 60° = \frac{4.33\text{m}}{\text{Hipotenusa}}$ $\quad$ $\text{Sen } 60° = \frac{4.33\text{m}}{\text{Hipotenusa}}$

$0.86 = \frac{4.33\text{m}}{\text{Hipotenusa}}$ $\quad$ $\text{Hipotenusa} = \frac{4.33\text{m}}{0.86}$ $\quad$ **Hipotenusa = 5.03m**

Por lo tanto ya conocemos la longitud de la escalera con la que se pintara el mural en el Colegio Antonio Nariño es de 5.03m
Para encontrar el ángulo desconocido en este A, debemos saber que la suma de los ángulos internos de un Triángulo Rectángulo Suman 180°
Para encontrar el <A

$<A + <B + <C = 180$ $\quad$ $<A + 60° + 90° = 180°$

$<A + 60° + 90° = 180°$ $\quad$ $<A = 180° - 60° - 90°$

$<A = 30°$

De igual manera ya encontramos el valor del ángulo requerido y es 30°

PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

La cantidad obtenida es razonable para el valor de la Hipotenusa, pues está siempre debe ser mayor que los catetos en un Triángulo Rectángulo y esta lo es. Ademas la medida del ángulo tambien se pudo hallar solucionando claramente los interrogantes planteados en el problema.

Transferencia y Valoración

Observa y escuchas los videos relacionados con las Razones Trigometricas que te permitiran recordar aspectos importantes con relación al aprendizaje y que mostraran algunos ejercicios que te permitiran potenciar el tema en estudio. Luego comenta con tus compañeros en plenaria, guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza las siguientes actividades en grupo.

https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg
https://www.youtube.com/watch?v=ZRLaVT8E3Zs

1. De acuerdo con los videos anteriores y las apreciaciones de tus compañeros de grupo, Realiza los ejercicios 2, 3, y 4 propuestos en el enlace que se encuentra ubicado en la parte inferior, utilizando la metodología de **George Pólya** y si quieres tener mayor claridad en el aprendizaje suscríbete para tener mayor información.

LA FUNCIÓN ARCO EN LA RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Cuando en tenemos que resolver un ejercicio o problema que involucra razones Trigonométricas y en el triángulo rectángulo no existen ángulos diferentes al de 90°, debemos usar la función arco con la ayuda de la calculadora, esta se puede presentar con las tres razones básicas Arco Seno, Arco Coseno y Arco Tangente.

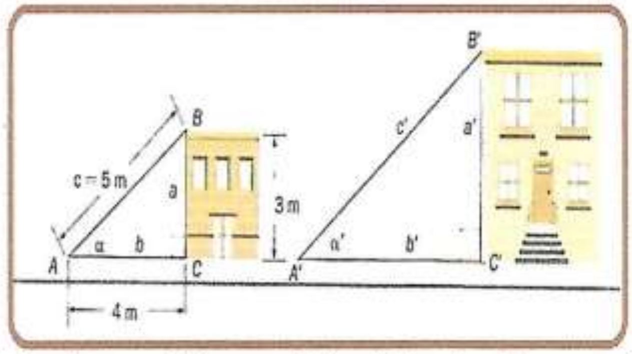
Observa y escucha el video relacionado con **"Razones Trigonométricas – Encontrar un ángulo"**, luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro realice algunos ejemplos y te clarifique dudas realiza la siguiente actividad en grupo. La página es:

https://www.youtube.com/watch?v=yVTQ0oJBGag
https://www.youtube.com/watch?v=aklKj824ZDs

1. Resuelve los problemas **3,4 y 5** que involucran las Razones Trigonométricas tanto del primer video como del segundo. Recuerda que debes realizarlos utilizando la metodología de **George Pólya** y que el enlace se encuentra en la parte inferior, si quieres tener mayor información suscríbete.

Pruébate

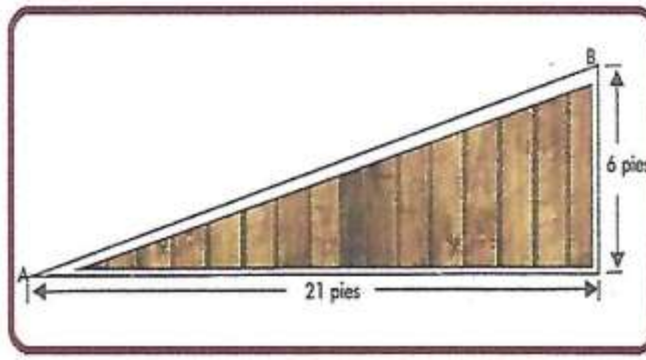
1. Los triángulos **ABC** y **A'B'C'** que se muestra en la figura son semejantes, ya que son Triángulos rectángulos y tienen los ángulos **α y α´** congruentes por consiguiente, los lados correspondientes son proporcionales.



De las Razones Trigonométricas de los ángulos **α y α´** que muestra la figura es **FALSO** afirmar que

A. Coseno: b/c = b'/c' = 4/5
B. Secante: c/b = c'/b' = 5/4
C. Seno: a/c = a'/c' = 3/5
D. Tangente: a/b = a´/b´ = ¾

2. Una competencia de Esquí acuático, usa ramplas como la que muestra la figura.



De lo anterior podemos afirmar que el ángulo A y la distancia recorrida por el Esquiador es

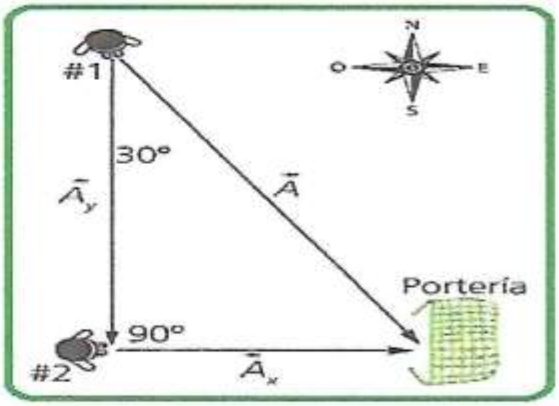
A. El ángulo A es de 15° y la distancia recorrida por el esquiador es de 22 pies. Pues para obtener esos resultados se utilizó la Función Arco Seno y posteriormente se aplicó la razón Coseno.

B. El ángulo A es de 24° y la distancia recorrida por el esquiador es de 15 pies. Pues para obtener esos resultados se utilizó la Función Arco Seno y posteriormente se aplicó la razón Seno.

C. El ángulo A es de 15° y la distancia recorrida por el esquiador es de 24 pies. Pues para obtener esos resultados se utilizó la Función Arco Tangente y posteriormente se aplicó la razón Seno.

D. El ángulo A es de 27° y la distancia recorrida por el esquiador es de 30 pies. Pues para obtener esos resultados se utilizó la Función Arco Seno y posteriormente se aplicó la razón Tangente.

3. En un partido de Futbol, el futbolista **#1** se encuentra a 8,5mts de la portería. Si lanza primero al jugador **#2**, quien luego lanza a la red y convierte el gol como lo muestra la figura.



De lo anterior podemos afirmar que

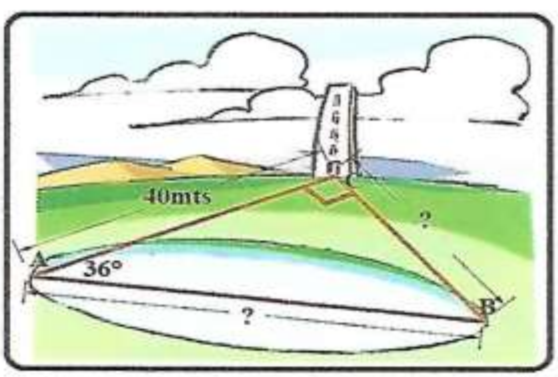
A. Las magnitudes de los dos desplazamientos sucesivos después de usar las Razones Trigometricas para hallar sus valores suman 14,56mts.

B. Las magnitudes de los dos desplazamientos sucesivos después de usar las Razones Trigometricas para hallar sus valores suman menos de 8,5mts.

C. El primer desplazamiento es menor que el segundo desplazamiento por lo tanto ambos suman 11,56mts.

D. Para hallar estos dos desplazamientos sucesivos se requiere utilizar la Razón Tangente, pues el primero representa el Cateto Opuesto y el segundo el Cateto Adyacente.

4. Una torre se encuentra situada sobre una ladera de unas montañas formando un ángulo recto con los extremos de un lago que se encuentra al frente suyo.



De acuerdo con lo anterior el FALSO afirmar que

A. Que el largo del lago siempre será mayor que sus extremos pues representa la hipotenusa del triángulo rectángulo.

B. Que para poder hallar el largo del lago es necesario usar la Razón Coseno y así obtener su medida que es de 50mts.

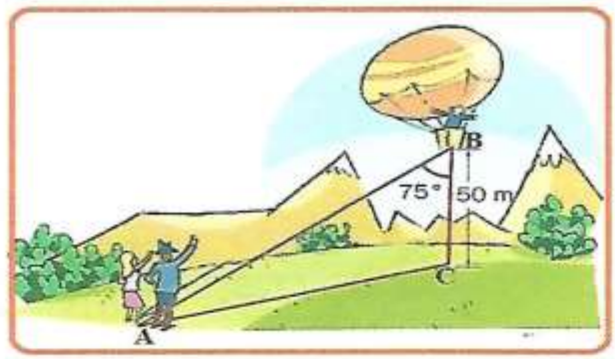
C. Que la sumatoria de los tres ángulos internos del triángulo rectángulo son 180°.

D. Que para obtener la medida del extremo que falta es necesario usar la Razón Seno y así obtener su medida que es de 19mts.

5. Juan Pablo estudiante del Grado 10:02 del **Colegio Antonio Nariño** subió en un globo aerostático hasta una altura de 50mts, desde donde observaba a sus padres con un ángulo de depresión de 75°. Sus padres con algún temor siguen el vuelo desde el suelo como lo muestra la figura.

De lo anterior podemos afirmar que

A. Los padres de Juan se encuentran a una distancia de 107mts y observan a su hijo con un ángulo de elevación de 25°



B. La distancia que hay desde el globo donde se encuentra Juan a sus padres es de 119mts y su ángulo de elevación de 25°

C. La distancia que hay del punto A donde estan los padres de Juan es de 107mts y su ángulo de elevación de 15°.

D. El ángulo de elevación con que los padres miran a su hijo Juan es de 15° y la distancia que los separa del globo donde está su hijo es de 109mts.

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2JNKZxc

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las Razones Trigonométricas.

Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

2. Ingresa a la página:
https://www.vitutor.com/al/trigo/tr_e.html
En grupo resuelve los primeros 13 problemas propuestos en la plataforma, comenta con tus compañeros y resuelve dudas con la socialización de los mismos con el apoyo del profesor.

Anexo 5. Taller 5, Acercamiento al concepto de Función

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 1
ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN TRIGONOMETRICA

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 5	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Identifica el concepto de Relación, función y halla el Dominio, Rango de ellas.
Representa gráficamente en el plano cartesiano diferentes tipos de funciones y resuelve problemas del contexto que las involucran.

Exploración de Saberes

Observa la figura 1. Luego en grupo responde las preguntas.

Figura 1. Fuente: https://bit.ly/2pGkYaY

1. Escribe por lo menos 3 relaciones que hagan parte de la figura 1.

____

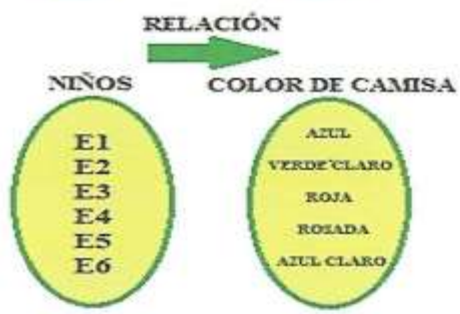
____

____

____

____

2. Teniendo en cuenta la figura 1. Completa los diagramas relacionando cada niño con el color cabello y otro de acuerdo con el color de su camisa (utiliza una flecha para cada relación):



3. Teniendo en cuenta el video que se te presentara relacionado con las Relaciones Matemáticas en grupo responde las siguientes preguntas:
https://www.youtube.com/watch?v=2pn93FNHniQ

1. ¿Cuantos elementos se deben tener en cuenta en una relación?______________________________

____

____

2. De acuerdo con las explicaciones dadas en el video con tus compañeros construye una definición de Relación.

____

____

3. De acuerdo con el video anterior ¿cómo podrías definir Dominio y Rango de una Relación?

____

____

4. Con tus compañeros de grupo construye un mapa conceptual donde vincules las Relaciones en Matemáticas y sus principales elementos, luego de socializarlo con sus compañeros y maestro realízalo en tu cuaderno.

Estructuración y Práctica

Teniendo en cuenta las siguientes definiciones relacionadas con las Relaciones y Funciones, deberás realizar en grupo las siguientes actividades planteadas en el taller.

RELACIÓN MATEMÁTICA

En matemática, **Relación** es la correspondencia de un primer conjunto, llamado **Dominio**, con un segundo conjunto, llamado **Recorrido o Rango**, de manera que a cada elemento del Dominio le corresponde uno o más elementos del Recorrido o Rango. Tambien podemos definirla relación como cualquier subconjunto del producto cartesiano. **Ejemplo.**

En una familia se establecen relaciones de parentesco entre los diferentes miembros: Relaciones

“_____ Es padre de _____ “
“_____ Es madre de _____ ”
“_____ Es hijo de _____ ”
“_____ Es hermano de _____ ”

Son ejemplos que se presentan en la familia típica.

Las relaciones se representan gráficamente mediante un **diagrama sagital o cartesiano.**

ELEMENTOS DE UNA RELACION

Al analizar una relación se deben tener en cuenta los siguientes elementos:

El **conjunto de Partida** es aquel del cual **salen** las flechas que representan la relación.

El **conjunto de llegada** es aquel al cual **llegan** las flechas que representan la relación.

El Dominio es el conjunto cuyos elementos pertenecen al conjunto de partida que está relacionado con el conjunto de llegada. El **Dominio** de la relación es el conjunto formado por los primeros elementos de las parejas ordenadas.

El Rango o Recorrido de la Relación es el conjunto cuyos elementos pertenecen al conjunto de llegada y están relacionados con algún elemento del dominio, el rango de la relación es el conjunto formado por los segundos elementos de las parejas ordenadas.

Resolviendo Problemas con Pólya

Los estudiantes del Grado 10:02 de la IEAN, desean resolver un problema sobre relaciones y sus elementos, encontrado en una plataforma de Internet sugerida por el profesor, donde le manifiestan que tienen dos conjuntos A = {2, 3, 4, 7} y B = {4, 5, 8, 12, 16} donde existe una relación definida A en B "Ser Múltiplo". ¿Cuál será el conjunto de Partida y de Llegada de esta relación? ¿Cuál será su Dominio y Rango? ¿Cómo se representaría la Relación mediante un Diagrama Sagital y uno Cartesiano?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema? Los conjuntos A = {2, 3, 4, 7} y B = {4, 5, 8, 12, 16} y La relación definida A en B "ser múltiplo de"
¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar El Conjunto de Partida, Llegada, Dominio, Rango y efectuar sus gráficas.
¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.
¿Existe información extraña para ti? No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos anteriores relacionados con el Producto Cartesiano.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar las variables disponibles en este caso los conjuntos A = {2, 3, 5, 7} y B = {4, 5, 8, 12, 13} que me permitiran hallar las parejas ordenadas teniendo en cuenta su relación "Ser Múltiplo de". **Realizar el grafico correspondiente al problema.**
¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema? Hallaremos primeramente el conjunto de parejas ordenadas A x B o producto Cartesiano, teniendo en cuenta la relación que se presenta ente los dos conjuntos en este caso **"Ser Múltiplo de"**. Posteriormente hallaremos el conjunto de Partida, Llegada, Dominio, Rango y realizaremos la representación gráfica mediante un Diagrama Sagital y uno Cartesiano.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

A = {2, 3, 5, 7}
B = {4, 5, 8, 12, 13}

1. Hallo el conjunto de parejas ordenadas A x B teniendo en cuenta la relación que se presenta ente los dos conjuntos en este caso **"Ser Múltiplo de"**
   A x B = {(2,4) (2,8) (2,12) (3,12) (5,5)}
2. Hallaremos el **Conjunto de Partida, Llegada, Dominio, Rango** teniendo en cuenta definiciones y aclaraciones hechas por el profesor
   Conj de Partida: {2, 3, 5, 7} **Conj de Llegada:** {4, 5, 8, 12, 13}
   Dominio: {2, 3, 5} **Rango:** {4, 8, 12}
3. Representaremos gráficamente mediante un Diagrama Sagital y uno Cartesiano.

PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? El conjunto de parejas ordenadas es razonable pues representa únicamente a las definidas por la relación en este caso "Ser múltiplo de", El conjunto de Partida representa todas las primeras componentes el Conjunto A, el de llegada representa todas las segundas componentes el Conjunto B, El Dominio lo representan los elementos que pertenecen al conjunto de partida y que están relacionados con el conjunto de llegada, El Rango lo constituye los elementos que pertenecen al conjunto de llegada y están relacionados con algún elemento del dominio.

LA FUNCION EN MATEMATICAS

La podemos definir como una relación entre dos conjuntos, llamados el dominio de A y Codominio de B de la función, tales que a cada elemento del Dominio le corresponde uno y solamente un elemento del rango que es un subconjunto del Codominio.

ELEMENTOS DE UNA FUNCION

Dominio: Es el conjunto de valores que toma la variable independiente x.

Codominio: Es el conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente y.

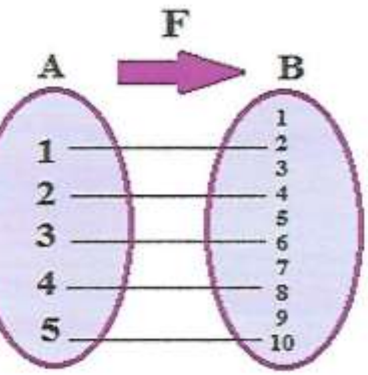
Rango: Es el conjunto de valores que efectivamente toma la variable dependiente y. Ejemplo:

A = {1, 2, 3, 4, 5}

B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Función definida A en B, en donde "B es el doble de A"

R = {(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10)}



Dominio = {1, 2, 3, 4, 5}

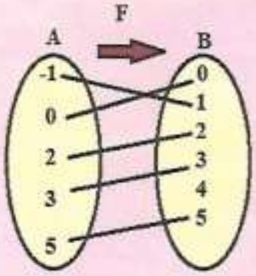
Codominio = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Rango = {2, 4, 6, 8, 10}

Para representar una función se puede utilizar la forma verbal, la fórmula, la tabla de valores y la gráfica.

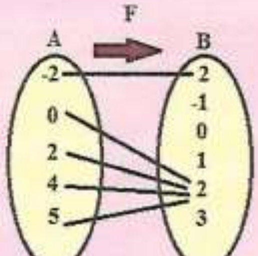
Determina si es Función, Dominio y Rango de cada uno de los siguientes diagramas Sagitales. Establece correspondencia entre las relaciones de los diagramas Sagitales con las representaciones cartesianas y especifica qué tipo de función corresponde para cada gráfico.

D1



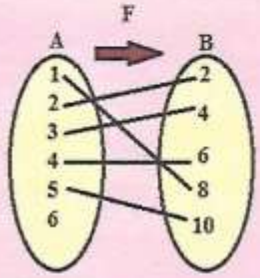
Es Función: ____________
Dominio: ____________
Rango: ____________
Codominio: ____________

D2



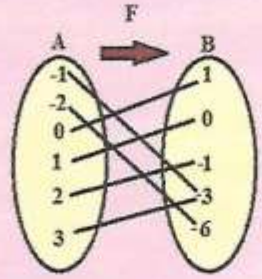
Es Función: ____________
Dominio: ____________
Rango: ____________
Codominio: ____________

D3

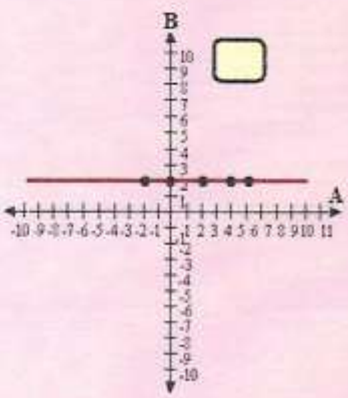


Es Función: ____________
Dominio: ____________
Rango: ____________
Codominio: ____________

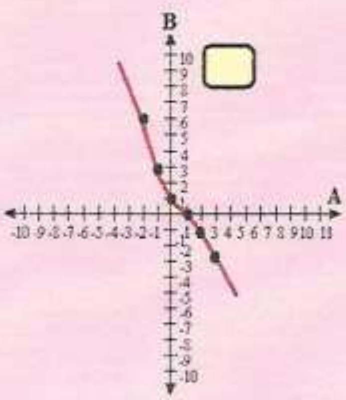
D4



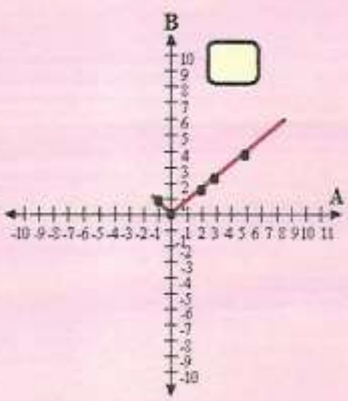
Es Función: ____________
Dominio: ____________
Rango: ____________
Codominio: ____________



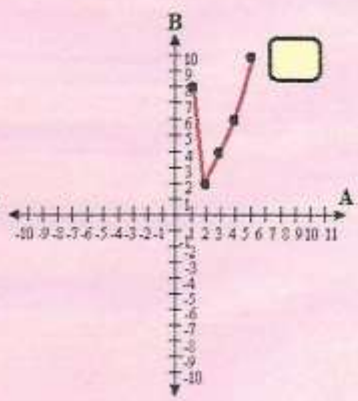
¿Qué tipo de función es ? ____________



¿Qué tipo de función es ? ____________



¿Qué tipo de función es ? ____________



¿Qué tipo de función es ? ____________

Transferencia y Valoración

Observa y escuchas los videos relacionados con la Clasificación de funciones, luego comenta con tus compañeros en plenaria, guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza las siguientes actividades en grupo.

https://www.youtube.com/watch?v=YnC4KtjGijw

De este video realiza las siguientes actividades:

1. Define que es una Función Inyectiva y realiza un ejemplo donde la representes tambien gráficamente.

2. Define que es una Función Sobreyectiva y realiza un ejemplo donde la representes tambien gráficamente.

3. Define que es una Función Biyectiva y realiza un ejemplo donde la representes tambien gráficamente.

https://www.youtube.com/watch?v=XoDB7MYSqPc

De este video realiza las siguientes actividades:

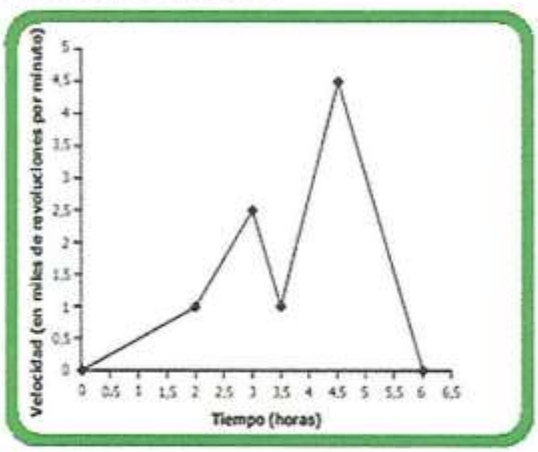
1. Elabora un mapa conceptual sobre la clasificación de las Funciones.

2. De acuerdo con el video anterior y las apreciaciones de tus compañeros de grupo define las siguientes funciones y elabora un gráfico que la represente con las orientaciones de tu profesor.

Función Creciente, Decreciente, Constante, Exponencial, Lineal, Identidad y Trigonométrica.

Pruébate

RESPONDE LA PREGUNTA DE ACUERDO CON EL SIGUIENTE TEXTO



1. La gráfica muestra la relación entre la velocidad de un molino y el tiempo de funcionamiento en un día.

El molino aumentó más rápidamente su velocidad entre

A. La hora 2 y la hora 3.

B. La hora 3 y la hora 3,5

C. La hora 3,5 y la hora 4,5

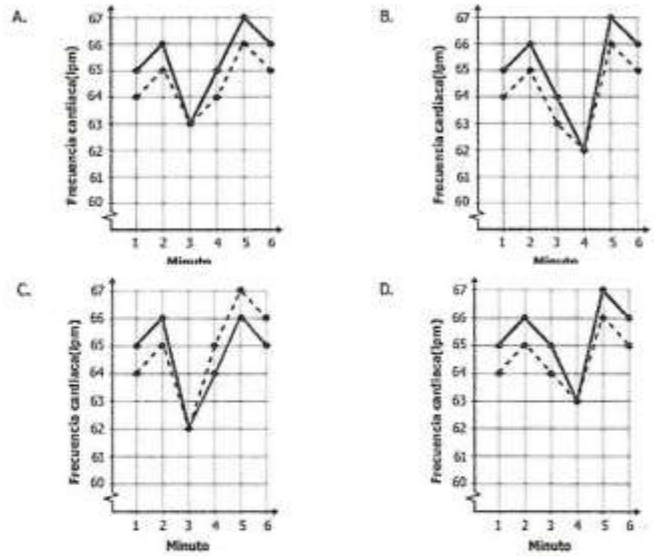
D. La hora 4,5 y la hora 6

2. La tabla muestra la frecuencia cardiaca, medida en latidos del corazón por minuto (lpm) de Pedro y Claudia, estudiantes del Colegio Antonio Nariño durante 6 minutos.

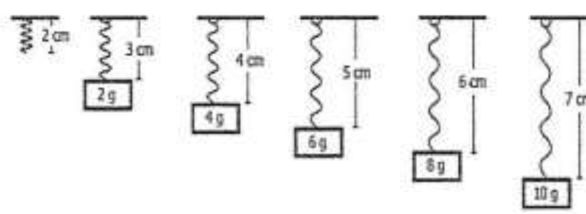
Minuto	1	2	3	4	5	6
Frecuencia cardiaca de Pedro (lpm)	64	65	62	65	67	66
Frecuencia cardiaca de Claudia (lpm)	65	66	62	64	66	65

Tabla

¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la frecuencia cardiaca de Pedro y Claudia durante los 6 minutos?

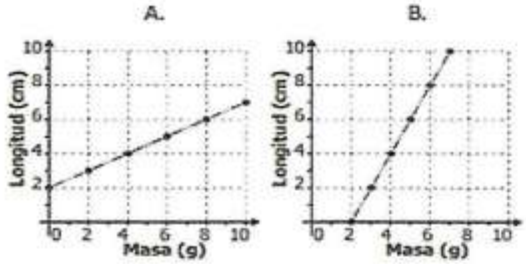


3. La figura muestra la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g).

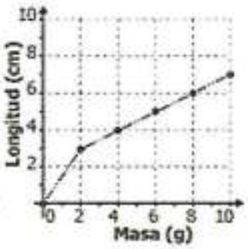


Figura

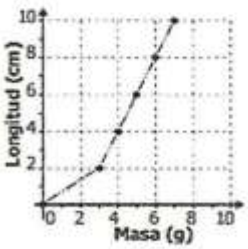
¿Cuál de las siguientes graficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?



C.



D.

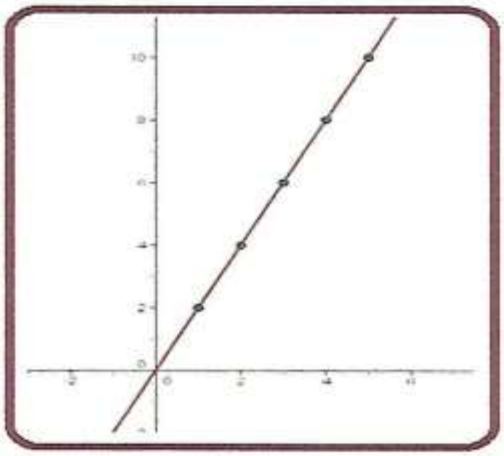


RELACIONES Y FUNCIONES

4. Una relación matemática es la correspondencia entre los elementos de dos conjuntos que forman parejas ordenadas y una función matemática es la correspondencia o relación de cada elemento de un conjunto A con un único elemento del conjunto B, es decir, que la función es la Relación de un elemento de un conjunto con un único elemento del otro conjunto. De lo anterior es **FALSO** afirmar que

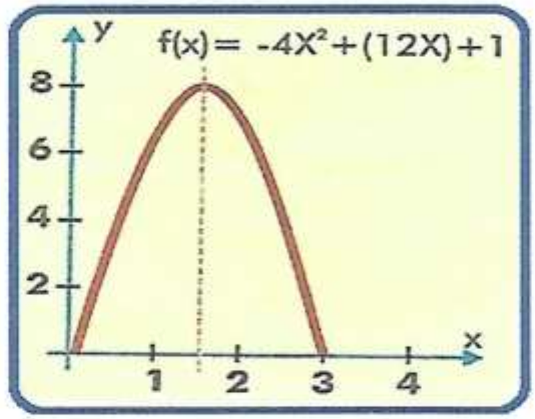
A. No toda Relación es Función.
B. Toda Relación es un subconjunto del producto cartesiano.
C. Todas las Funciones son Relaciones.
D. Se llama Función a una Relación en la cual a cada elemento del conjunto de partida le corresponde solo un elemento en el conjunto de llegada.

5. De la gráfica que se muestra a continuación, podemos afirmar que



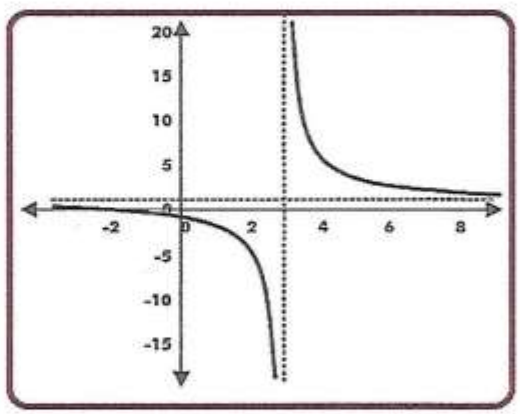
A. Es una función impar, pues sus elementos opuestos aditivos del dominio corresponden también elementos opuestos aditivos en el rango.
B. Es una función creciente pues al aumentar la variable in dependiente la otra variable tambien aumenta ósea la dependiente.
C. Es una función Identidad porque Su gráfica es la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
D. Es una Función Decreciente porque si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable.

6. La figura nos muestra la representación gráfica de la Función $\mathbf{f(x) = -4X^2 + 12X + 1}$.
Identifique la afirmación que consideres **INCORRECTA:**



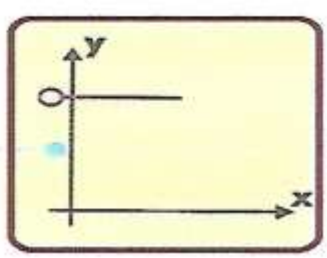
A. Vértice en el punto (3/2, 8)
B. Eje de Simetría X = 3/2
C. Creciente para X < 5/2
D. Decreciente X > 3/2

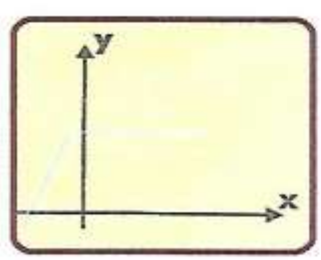
7. Observa detenidamente la siguiente grafica de la Función $\mathbf{f(x) = \frac{X+2}{X-3}}$

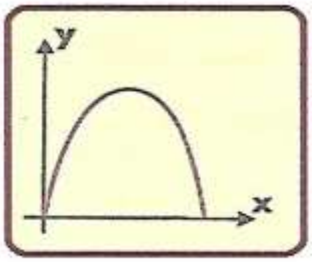


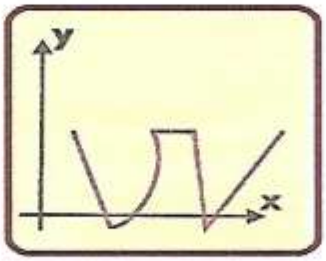
Con relación a la gráfica se puede afirmar que
A. Su Dominio es **(-∞,2) U (2, ∞)**
B. Su Dominio es **(-∞, ∞)**
C. Su Dominio es **(-∞,3) U (3, ∞)**
D. Su Dominio es **(-3,3)**

8. Respecto a las gráficas siguientes, es **FALSO** afirmar que



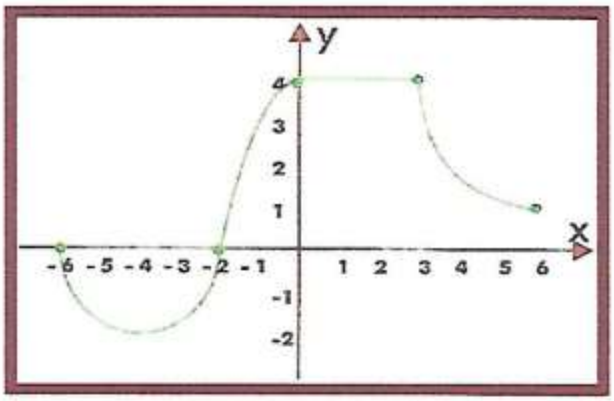






A. Todas las gráficas nos representan Funciones Lineales.
B. Hay tres Funciones Continuas y una Discontinua.
C. Solamente hay una Función Cuadrática.
D. Hay solo una gráfica con Dominio e imagen positiva.

9. Observa detenidamente la siguiente grafica



Con relación a la gráfica se puede afirmar que
A. Es Decreciente en el intervalo [0,2]
B. Es Creciente en el intervalo [-6,-4]
C. Es Decreciente en el intervalo [-4,-2]
D. Es Creciente en el intervalo [-1,0]

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2H037GK

1. Observa detenidamente el video **"Dominio y Rango de Funciones"** que te permitirá mediante la resolución de varios ejercicios y su representación gráfica mejorar tu aprendizaje, lo encontraras en la página:
https://www.youtube.com/watch?v=glhFLEZgnrE
Ademas encontraras un en lace que te descargara una guía con ejercicios que podrás resolver para profundizar más sobre el aprendizaje.

2. Ingresa a la página:
https://www.vitutor.com/fun/2/d_e.html.
Donde encontraras una serie de ejercicios relacionados con las funciones (Dominio, Rango y Representación Gráfica), que te permitiran de una manera interactiva potenciar aún más tu aprendizaje.

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 6. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 6, Funciones trigonométricas (Función Seno)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 6	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN SENO)				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de la Función Seno en un triángulo rectángulo.

Representa gráficamente la Función Seno.

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Seno mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.

Reconoce algunas aplicaciones de la función Seno en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.

Exploración de Saberes

BREVE HISTORIA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

De acuerdo con la historia, la trigonometría se desarrolló dada la necesidad de medir y relacionar los lados y ángulos de un triángulo y resolver problemas concretos de la ciencia. En primera instancia se definirá la función trigonométrica como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo que contiene al ángulo; más adelante se darán otras definiciones y su aplicación. Existen seis funciones trigonométricas básicas. Las tres primeras se llaman **Seno, Coseno y Tangente**; las otras tres se consideran como las inversas multiplicativas del Seno, Coseno y tangente. Estas son la **Cotangente, Secante y Cosecante.** Para facilidad en su manipulación, cada una contiene una nomenclatura. Las funciones trigonométricas, en matemática, son relaciones angulares.

Es necesario aclarar que guardan relación con el estudio de la geometría de los triángulos y son de gran importancia en astronomía, cartografía, náutica, telecomunicaciones, representación de fenómenos periódicos, y otras muchas aplicaciones. Todas las funciones trigonométricas de un ángulo θ pueden ser construidas geométricamente en relación a una circunferencia de radio unidad de centro O. Las funciones trigonométricas son funciones cuyos valores son extensiones del concepto de razón trigonométrica. En consecuencia, en cualquier triángulo rectángulo los ángulos no rectos se encuentran entre 0 y $\pi/2$ radianes. Las definiciones que se dan a continuación definen estrictamente las funciones trigonométricas para ángulos dentro de ese rango:

El seno de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la longitud de la hipotenusa. El valor de esta relación no depende del tamaño del triángulo rectángulo que elijamos, siempre que tenga el mismo ángulo α, en cuyo caso se trata de triángulos semejantes.

El coseno de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud de la hipotenusa.

La tangente de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la del adyacente.

La cotangente de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la del opuesto.

La secante de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente.

La cosecante de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto. Si queremos representar gráficamente una función tomamos los valores de la variable independiente como abscisas y los valores de la función como ordenadas, obteniendo así una serie de puntos, los que al unirlos nos dará una línea que será la representación gráfica.

Las gráficas de las funciones trigonométricas poseen propiedades matemáticas muy interesantes como máximo, mínimo, asíntotas verticales, alcance y periodo entre otras. Es necesario estudiar la forma de la gráfica de cada función trigonométrica. Esta forma está asociada a las características particulares de cada función.

Las gráficas de estas funciones se extienden sobre los ejes coordenados, si es sobre el eje de x, tienen la característica de repetirse por intervalos. Esto significa que cada cierta cantidad de radianes, una parte de la gráfica de la función es la misma (periodo). La extensión sobre el eje de y se conoce como alcance. El modelo de las gráficas de las funciones trigonométricas se obtiene evaluando la función para ángulos que forman una revolución completa.

De acuerdo con la lectura anterior en grupo responde las siguientes preguntas:

1. ¿Para qué se desarrolló la Trigonometría según la historia?

2. ¿Cuantas Funciones Trigonométricas existen? ¿Cuáles son las básicas? ¿Cuáles son las inversas o reciprocas?

3. ¿Porque son importantes las Funciones Trigonométricas?

4. De acuerdo con la lectura construye una definición de las Funciones Trigonométricas Básicas y di como se representa cada una.

5. De acuerdo con todas las afirmaciones anteriores presentadas en la lectura construye con tus compañeros una definición de Función Trigonométrica.

6. ¿Qué propiedades matemáticas importantes tienen las gráficas de las Funciones Trigonométricas?

7. De acuerdo con lo expresado en la lectura ¿todos los gráficos de las Funciones Trigonométricas son iguales o por el contrario diferentes? Justifica tu respuesta.

Estructuración y Práctica

LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

En matemáticas, las funciones trigonométricas son las funciones establecidas con el fin de extender la definición de las razones trigonométricas a todos los números reales y complejos.

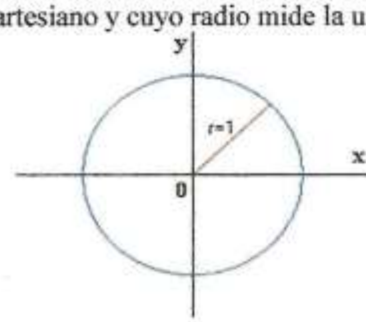
Las funciones trigonométricas son de gran importancia en física, astronomía, cartografía, náutica, telecomunicaciones, la representación de fenómenos periódicos, y otras muchas aplicaciones.

Las funciones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo, asociado a sus ángulos.

Las funciones trigonométricas son funciones cuyos valores son extensiones del concepto de razón trigonométrica en un triángulo rectángulo trazado en una circunferencia unitaria (de radio unidad). Las funciones trigonométricas son seis: **Tres básicas** Seno, Coseno, Tangente y **Tres Inversas o Reciprocas:** Cosecante, Secante y la Cotangente. Es necesario aclarar que existen definiciones modernas de las Funciones Trigonométricas que las describen sencillamente como series infinitas o como la solución de ciertas ecuaciones diferenciales, permitiendo su extensión a valores positivos y negativos, e incluso a números complejos.

CIRCULO TRIGONOMETRICO O GIONOMETRICO

Se llama círculo trigonométrico, o goniométrico, a aquel círculo cuyo centro coincide con el origen de coordenadas del plano cartesiano y cuyo radio mide la unidad.

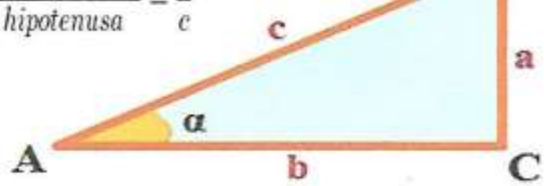


El circulo trigonométrico es de mucha ayuda para conocer los valores de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante). Para utilizar el círculo debemos tener en cuenta los siguientes pasos: **(1).**Trazamos la circunferencia. **(2).** El radio siempre será 1 (metros, yardas, centímetros etc.). **(3).** Construimos un triángulo rectángulo dentro del círculo y procedemos a buscar los diferentes valores.

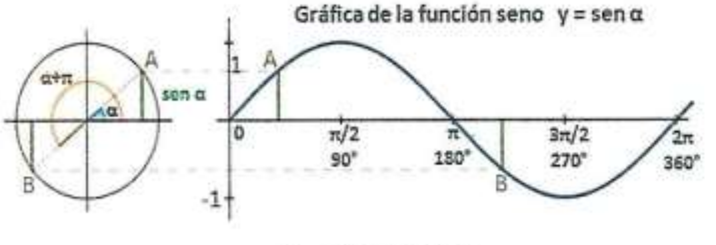
FUNCIÓN SENO

En trigonometría el **Seno** de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto y la Hipotenusa. Su abreviatura son **Sen** o **Sin.**

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$



La gráfica de la función seno es:



https://bit.ly/2GUkdoj

La función del **Seno** es periódica de período 360° (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R **Imagen, Rango o Recorrido: [−1, 1]**
Periodo (T): 2 π rad

Observa el video relacionado con la construcción del gráfico de la **Función Seno** y con la orientación del profesor realízalo en hojas de papel milimetrado. La Página es:
https://www.youtube.com/watch?v=BUBe2yOzXfQ

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con las Funciones Trigometricas que te permitiran recordar aspectos importantes. Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza la siguiente actividad en grupo. Pagina:
https://www.youtube.com/watch?v=zqdoZpv2tiA
De este video responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es el Dominio y el Rango en una Función Trigonométrica?________________________

2. ¿Qué es el Periodo en una Función Trigonométrica y como se representa?________________________

3. ¿Qué son los Mínimos y Máximos en una Función Trigonométrica?________________________

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes analizar la Función y = Sen (5x) y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál será su Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Mínimos? ¿Se podrá representar Gráficamente la Función?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?
Si la Función y = sen (5x)
¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, Dominio, Rango, Periodo y efectuar su gráfica.
¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.
¿Existe información extraña para ti? No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente?
Algunos parecidos con Relaciones y Funciones.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles la Función y = **Sen (5x)** que me permitiran hallar **Dominio, Rango, Periodo** y tomando como referencia la representación gráfica.
Realizar el grafico correspondiente al problema.
¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema? El siguiente procedimiento:
1. Construir una tabla de valores.
2. Hallaremos primeramente el Dominio que son los posibles valores de la variable "X" teniendo en cuenta el respectivo gráfico, como observaremos no existe ningún tipo de restricción ira (-∞;∞) que representa los R.
3. Para el Rango debemos tener en cuenta que son todos los valores que toma la Función en el eje "Y", que son el minimo y máximo valor.
4. Para establecer el Periodo necesitamos observar el grafico y determinar cada cuanto se repite.
5. Para los puntos Máximos y Minimos en el gráfico, tomaremos como referencia la ecuación y los ubicaremos sencillamente hasta donde se ascienda y descienda más en el gráfico.

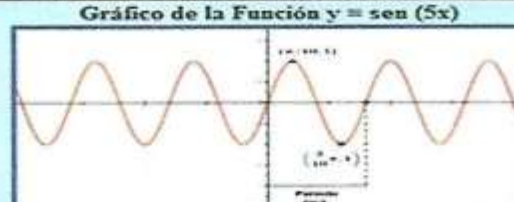
PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

1. Construimos la tabla de valores de tal forma que para cada valor de "X" hallemos su imagen en "Y", esto es:
x = 0 y = Sen (5. 0) y = Sen 0 y = 0

x	0				
f(x) = y	0				

2. Hallo el Dominio, Rango y Periodo con el apoyo del Grafico y siguiendo el procedimiento indicado.
y = sen (5x)
Dominio: R **Rango o Recorrido:** [-1, 1]
Periodo: Como la función seno es periódica de periodo 2π, la función f(x) = sen (5x) es periódica de periodo:
2π = 5x ⇔ x = 2π/5 Es periódica de periodo 2π/5
También podemos hallar el periodo de la función asi:
F(x) = sen (5x) = sen (5x + 2π) = sen [5 (x + 2π/5)] = f(x + 2π/5)
También podemos calcular el periodo de forma más fácil aplicando directamente la siguiente formula:
Y = a Sen (bx + c) ⇒ 2π/IbI
Periodo = 2π/5
Máximos y minimos: Calculamos los máximos y minimos que se encuentran dentro del primer periodo de la función.
Los puntos máximos de la función vendrán dados por la ecuación:
1 = sen (5x) ⇒ 5x = π/2 ⇒ x = π/10 ⇒ (π/10, 1)
Los puntos minimos de la función vendrán dados por la ecuación:
-1 = sen (5x) ⇒ 5x = 3π/2 ⇒ x = 3π/10 ⇒ (3π/10, -1)

Gráfico de la Función y = sen (5x)



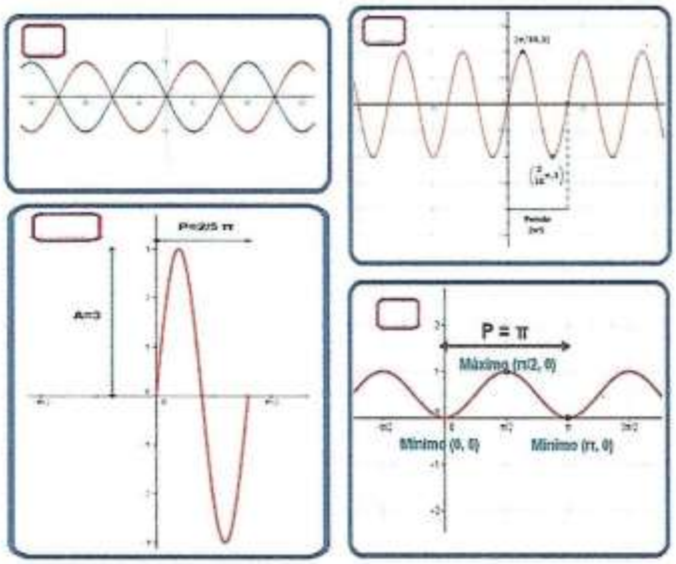
PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
Los valores obtenidos para el Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Minimos son razonables pues en la representación gráfica se reflejan demostrando que la Función es periódica, lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados, pues los procedimientos nos permitieron hallar la solución satisfactoriamente al problema sin dificultad alguna.

4. Observa y escucha con atención el video relacionado con la Función Trigonométrica **Seno,** elabora en tu cuaderno el grafico con la orientación de tu profesor e identifica ademas su Dominio, Rango y Periodo. La página es:
https://www.youtube.com/watch?v=JwGW8YyNp4M

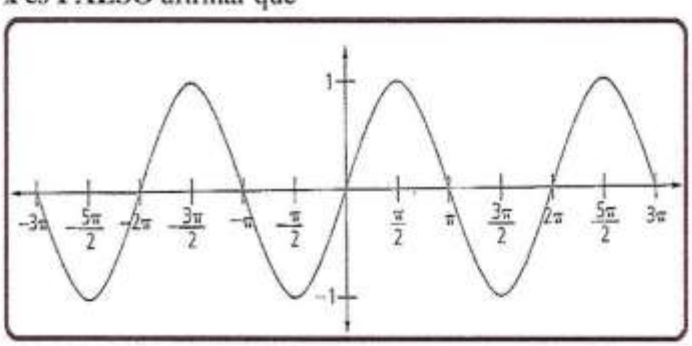
5. De acuerdo con el video anterior y las apreciaciones de tus compañeros de grupo, realiza 3 ejercicios sugeridos por el profesor que involucren las Función **Seno,** los cuales se encuentran en el enlace ubicado en la parte inferior, utilizando la metodología de **George Polya** y si quieres tener mayor claridad en el aprendizaje suscríbete para tener mayor información.

6. Relaciona cada grafica con su expresion algebraica
A. y = sen (5x)
B. y = - sen x
C. y = sen2(x)
D. y = 3 sen 5x



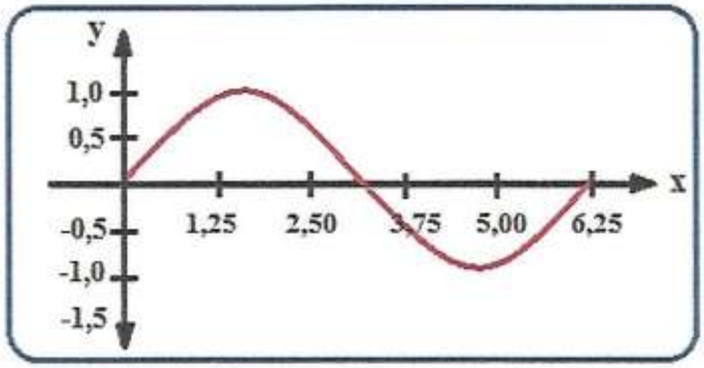
Pruébate

1. A partir de la gráfica que se muestra de la Función **y=Sen x** es **FALSO** afirmar que

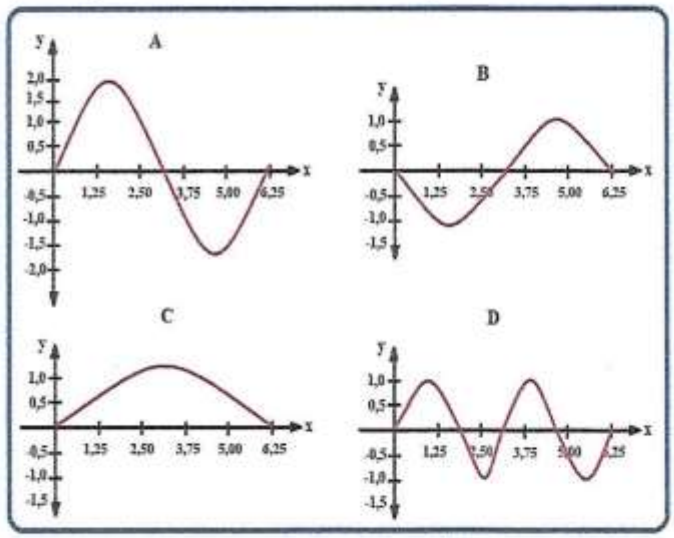


A. El Dominio es **R** y el Rango o Recorrido es el intervalo **[−1, 1]**
B. El Periodo es **2 π,** por tanto su estudio se puede realizar en el intervalo **[0, 2 π]** y después se extienden las características obtenidas a **R.**
C. El valor Máximo es 1 y lo alcanza en **x = π/2**; el valor Mínimo es **-1** y lo alcanza en **x =3 π/2**, se dice entonces, que la amplitud de la función es **1.**
D. La Función **y = Sen x** representa en su grafico ser no periódica, pues no se repite en diferentes periodos.

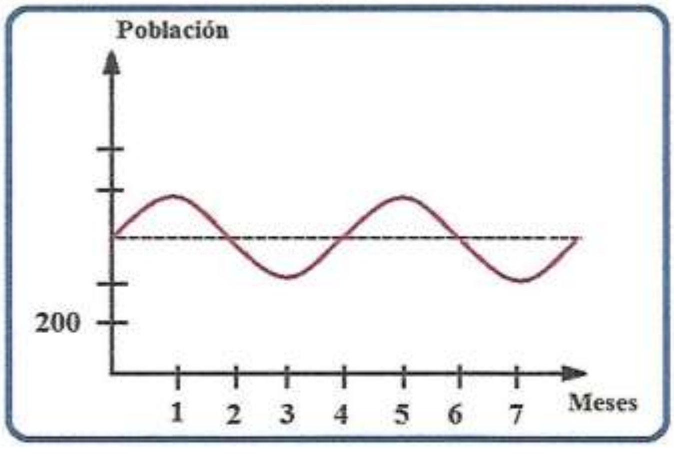
2. La grafica representa la ecuación **y = Sen x** para **x** entre **0 y 2 π**



La gráfica **y = Sen 2x** para **x** entre **0 y 2 π** es



3. La figura muestra la gráfica sobre el comportamiento de la población de estudiantes del Colegio Antonio Nariño de la ciudad de Cúcuta.



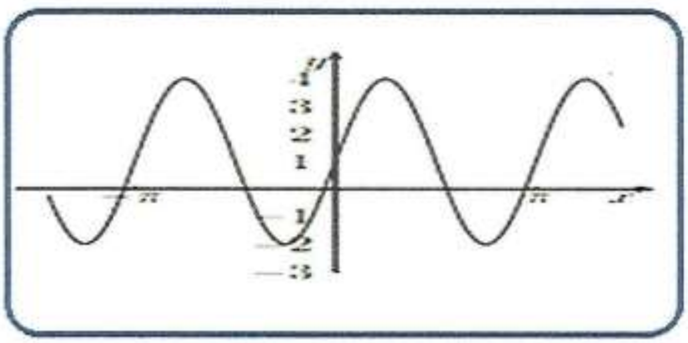
Al identificar aspectos relevantes de la gráfica, es **FALSO** afirmar que

A. La población máxima en el colegio es de 800 estudiantes, y se registra en el primer y quinto mes.
B. La población mínima es de 400 estudiantes, y se registra en el tercer y en el séptimo mes.
C. El periodo de la función correspondiente al comportamiento de la población es de 4 meses.
D. Durante el primer mes y del tercer al quinto mes la población decrece. Del primer mes al tercer mes y del quinto al séptimo mes la población crece.

4. Sobre las funciones **$y=3Sen\,(2\pi t)$** y **$y=3Cos\,(2\pi t-\pi/2)$** Podemos afirmar que
A. Son equivalentes porque tienen la misma amplitud.
B. Son diferentes porque las dos funciones tienen periodos distintos.
C. Diferentes porque la segunda está desfasada en $\pi/2$ con respecto a la primera.
D. Equivalentes porque sólo hay un desfase de $\pi/2$ de una con respecto a la otra.

5. Las Funciones Trigonométricas son de naturaleza Periódica, de modo que podemos afirmar que.
A. $Sen\,(x+\pi)= Cos\,x$
B. $Tang\,(x+\pi)= Cotg\,x$
C. $Tang\,(x+\pi)= Tang\,x$
D. $Cos\,(x+2\pi) = Sen\,x$

6. A continuación se muestra una gráfica cartesiana de una determinada Función f



La ecuación de la forma **$y= a\,Sen\,(bx) + c$** que mejor se ajusta a la gráfica de la función f es
A. $y = 4Sen\,(2r) - 2$
B. $y = 3Sen\,(2r) + 1$
C. $y = 4Sen\,(1/2x) - 2$
D. $y = 4Sen\,(1/2x) + 1$

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2HJmOj4

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve algunos ejercicios propuestos en la guía relacionada con las funciones Trigonométricas. Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 y 4 ejercicios sugeridos por el profesor donde deberás utilizar la Metodología de **George Polya**. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

Anexo 7. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 7, Funciones trigonométricas (Función Coseno)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 7	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN COSENO)				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de la Función Coseno en un triángulo rectángulo.

Representa gráficamente la Función Coseno.

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Coseno mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.

Reconoce algunas aplicaciones de la función Coseno en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica.

Exploración de Saberes

LA FUNCIÓN COSENO

La función coseno es una función trigonométrica, que es el resultado del cociente entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

La función coseno es una función periódica que es muy importante en trigonometría.

La función coseno se define a partir del concepto de coseno, considerando que el ángulo siempre debe expresarse en radianes.

Para representar dicha función, tan sólo deben trasladarse los valores del coseno obtenidos a partir de la circunferencia unitaria a la gráfica de la función, tal como puede hacerse en esta aplicación desplazando el punto que representa el valor de x (es decir, el valor del ángulo α) a derecha e izquierda. Podemos observar varias características de la función coseno:

Su dominio contiene a todos los reales. En cambio, su imagen es el intervalo $[-1,1]$, ya que el coseno de un ángulo siempre se encuentra entre estos valores.

Esta función se repite exactamente igual cada 2π; es decir, los valores de la función en el intervalo del dominio $[0,2\pi)$ son suficientes para conocer la función en cualquier punto. Así pues, es periódica, de período 2π.

La función se anula en $\pi 2+k\pi\pi 2+k\pi$, siendo k cualquier número entero. La función alcanza sus extremos máximos, es decir, los valores mayores de la y, cuando el coseno del ángulo es 1, es decir, cuando la x es $2k\pi 2k\pi$, siendo k un número entero cualquiera. Sus extremos mínimos, es decir, los valores menores de la y (cuando el coseno es -1), se encuentran cuando la x es $\pi+2k\pi\pi+2k\pi$, siendo k cualquier número entero.

Para la Función Coseno en cuanto a su representación gráfica debemos tener muy en cuenta que Para los valores negativos de la variable independiente la gráfica discurre por el segundo y tercer cuadrante. Para los valores positivos de la variable independiente la gráfica discurre por el primer y cuarto cuadrante.

En la vida diaria existen muchos casos de comportamiento periódico como la Función Coseno, es decir, de comportamiento que se repite una y otra vez, cuando la variable es el tiempo. Situaciones como el movimiento de las manecillas del reloj, y las fases de la luna muestran un comportamiento periódico, o simplemente el día y la noche. Un movimiento periódico es aquel en que las posiciones del sistema se pueden expresar en base a las funciones periódicas, todas con el mismo periodo. Otros ejemplos de la Función Coseno serian aquellos que involucran al movimiento causado por la vibración y por la oscilación. Las ondas sonoras, las ondas luminosas, la corriente eléctrica alterna, dispositivos eléctricos, electrónicos las estrellas pulsantes y en la medicina el osciloscopio que los médicos los usan para medir la estabilidad de los latidos del corazón, entre otros.

De acuerdo con la lectura anterior en grupo responde las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué la Función Coseno es considerada como Periódica?________________________________

2. ¿Cómo está representado el Dominio y el Rango en la Función Coseno?

____

3. ¿Qué debemos tener en cuenta para la representación gráfica de la Función Coseno?

____

4. De acuerdo con la lectura construye una definición de la Función Coseno.

____

5. Escribe 5 situaciones en las que se utiliza en la vida cotidiana tu colegio y su casa la Función Coseno.

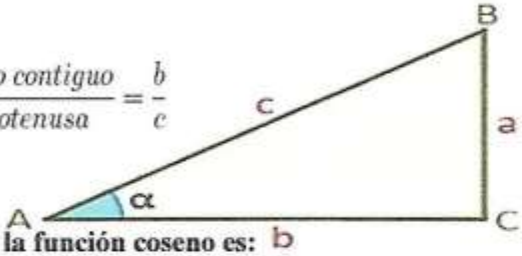
____

Estructuración y Práctica

FUNCIÓN COSENO

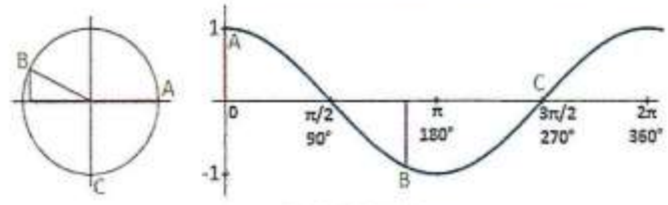
En trigonometría el **Coseno** de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto adyacente a ese ángulo y la hipotenusa. Su abreviatura es **Cos.**

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$



La gráfica de la función coseno es:

Gráfica de la función coseno y = cos α



https://bit.ly/2GUkdoj

La función del **Seno** es periódica de período 360° (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R **Imagen, Rango o Recorrido: [−1, 1]**

Periodo (T): 2 π rad

Observa el video relacionado con la construcción de la **Función Coseno** y con la orientación del profesor realízalo en hojas de papel milimetrado. La Página es: **https://www.youtube.com/watch?v=d79JTZtFfFkhttp**

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes analizar la Función y = 2Cos(x) y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál será su Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Mínimos? ¿Se podrá representar Gráficamente la Función?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?
¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?
Si la Función y = 2Cos(x)
¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, Dominio, Rango, Periodo y efectuar su gráfica.
¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.
¿Existe información extraña para ti? No existe.
¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con la Función Seno.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles la Función y = **2Cos(x)** que me permitiran hallar **Dominio, Rango, Periodo** y tomando como referencia la representación gráfica. **Realizar el grafico correspondiente al problema.**
¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema?
El siguiente procedimiento:
1. Construir una tabla de valores.
2. Hallaremos primeramente el Dominio que son los posibles valores de la variable "X" teniendo en cuenta el respectivo gráfico, como observaremos no existe ningún tipo de restricción irá (-∞;∞) que representa los R.
3. Para el Rango debemos tener en cuenta que son todos los valores que toma la Función en el eje "Y", que son el mínimo y máximo valor.
4. Para establecer el Periodo necesitamos observar el grafico y determinar cada cuanto se repite.
5. Para los puntos Máximos y Mínimos en el gráfico, tomaremos como referencia la ecuación y los ubicaremos sencillamente hasta donde se ascienda y descienda más en el gráfico.

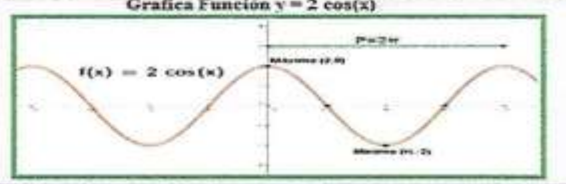
PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

1. Construimos la tabla de valores de tal forma que para cada valor de "X" hallemos su imagen en "Y", esto es:
x = 0 y = 2Cos(x) y = 2Cos (0) y = 2

x	0				
f(x) = y	2				

2. Hallo el Dominio, Rango y Periodo con el apoyo del Grafico y siguiendo el procedimiento indicado.
y = 2 cos(x) Dominio: R Rango o Recorrido: [-2, 2]
Periodo: Como la función coseno es periódica de periodo 2π, la función $f(x) = 2\cos(x)$ tiene el mismo periodo: 2π.
También podemos sacar el periodo de la función así: $f(x) = 2\cos(x) = 2\cos(x + 2\pi) = f(x + 2\pi)$
Puntos de corte: Calculamos los puntos de corte que haya dentro del primer periodo de nuestra función. Puntos de corte con el eje Y: Si $x = 0 \Rightarrow y = 2\cos 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (0, 2)$
Puntos de corte con el eje X: Si $y = 0 \Rightarrow 0 = 2\cos(x) \Rightarrow \cos(x) = 0 \Rightarrow x = \pi/2$ ó $x = 3\pi/2$
Luego los puntos de corte con el eje X son: $(\pi/2, 0)$, $(3\pi/2, 0)$
Máximos y mínimos: Calculamos los máximos y mínimos que se encuentran dentro del primer periodo de la función.
Los puntos máximos de la función vendrán dados por la ecuación: $2 = 2\cos(x) \Rightarrow 1 = \cos(x) \Rightarrow x = 0$ ó $x = 2\pi \Rightarrow (0, 2)$, $(2\pi, 2)$
Los puntos mínimos de la función vendrán dados por la ecuación: $-2 = 2\cos(x) \Rightarrow -1 = \cos(x) \Rightarrow x = \pi \Rightarrow (\pi, -2)$

Grafica Función y = 2 cos(x)



PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

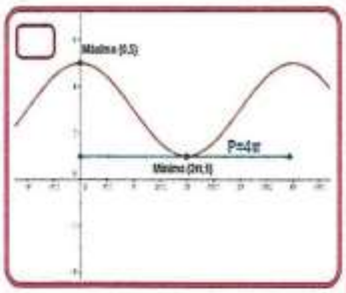
¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? Los valores obtenidos para el **Dominio, Rango, Periodo,** Máximos y Mínimos son razonables pues en la representación gráfica se reflejan demostrando que la Función es periódica, luego se repiten exactamente igual cada 2π; Es decir, los valores de la función en el intervalo del Dominio $[0, \pi]$ son suficientes para conocer la función en cualquier punto. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

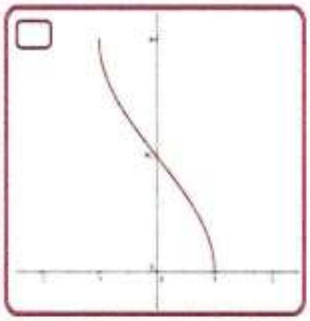
Transferencia y Valoración

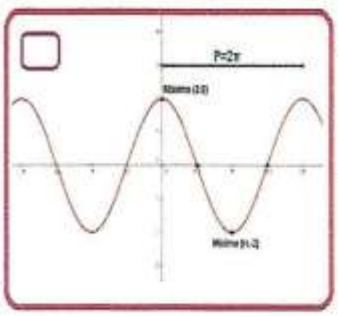
Observa y escucha el video relacionado con **la Función Coseno** que te permitiran recordar aspectos importantes. Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los **4** ejercicios donde deberás hallar **Dominio, Rango, Periodo** y representar Gráficamente, estos se presentan en el enlace que se encuentra en la parte inferior, recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal. La Página es: **https://www.youtube.com/watch?v=Dgpsd_CwZfs**

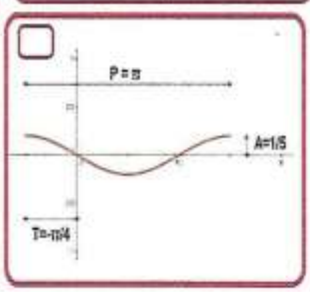
Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. $y = 2\cos(x)$
B. $y = 3 + 2\cos(x/2)$
C. $y = \text{arc Cos } x$
D. $y = \frac{1}{5}\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$



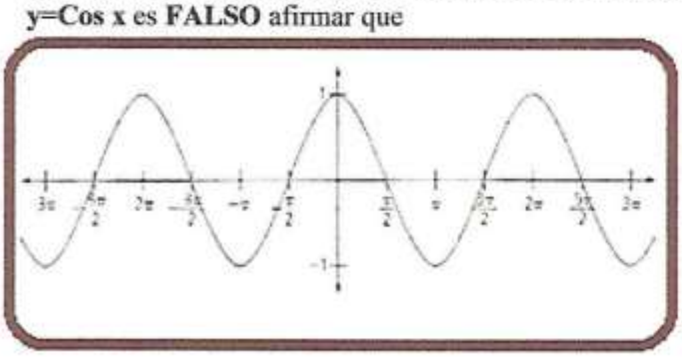






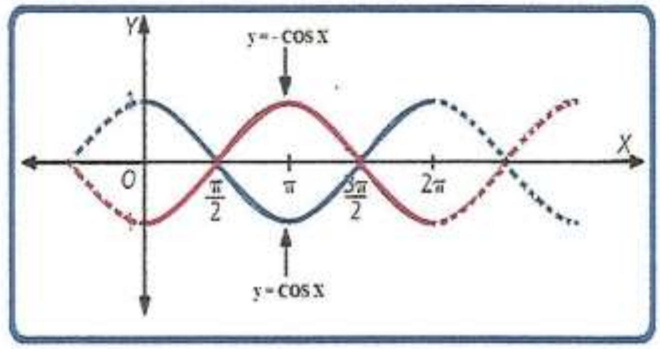
Pruébate

1. A partir de la gráfica que se muestra de la Función **y=Cos x** es **FALSO** afirmar que



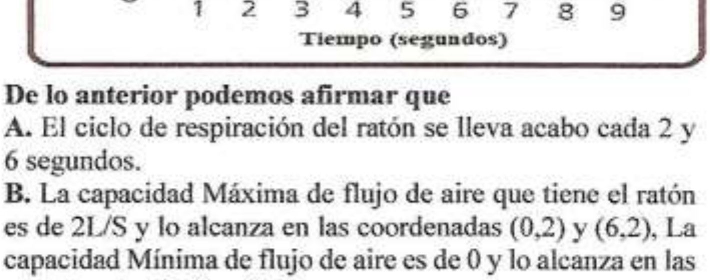
A. Es periódica y su periodo es 2π **Rad**
B. El dominio son todos los números Reales y su Rango o Recorrido es el Intervalo $[-1, 1]$.
C. El valor máximo es **1** y lo alcanza en $X = 0$ y en $X = 2\pi$; el valor Mínimo es **-1** y lo alcanza en $X = \pi$, luego la amplitud de la función es **1.**
D. La Función no es continua en todo su Dominio, es Creciente en el Intervalo $(\pi, 2\pi)$ y Decreciente en el Intervalo $(0, \pi)$

2. Al representar las Funciones y = Cos x y y = -Cos x en el mismo sistema de coordenadas como lo muestra el grafico, podemos afirmar que



A. La Función y = -Cos x alcanza su valor Máximo en X= 2π y el Mínimo en X = 0 y en X = π.
B. La Función y = -Cos x ES Creciente en el intervalo $[0, \pi]$ y decreciente en $[0, 2\pi]$.
C. Las Funciones tienen igual Dominio, Recorrido, Periodo y Amplitud.
D. y = -Cos x no es el Reflejo de y = Cos x con respecto al eje X.

3. La grafica muestra el proceso rítmico de la respiración de un ratón que se encuentra en la casa de un estudiante de Grado 10: 02 de la **IEAN** durante un Tiempo **t** en Segundos.

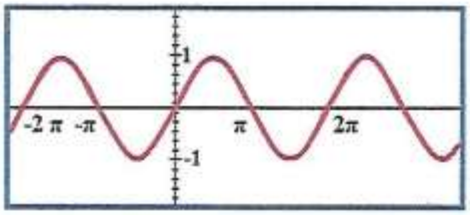


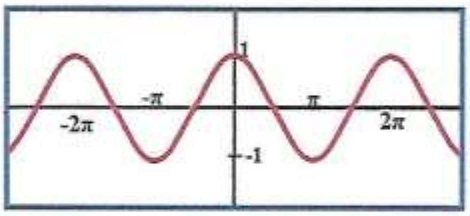
De lo anterior podemos afirmar que

A. El ciclo de respiración del ratón se lleva acabo cada 2 y 6 segundos.
B. La capacidad Máxima de flujo de aire que tiene el ratón es de 2L/S y lo alcanza en las coordenadas (0,2) y (6,2), La capacidad Mínima de flujo de aire es de 0 y lo alcanza en las coordenadas (3,0) y (9,0).

C. El periodo en el grafico lo representa el tiempo que recorre el ratón, que es de 2 Segundos.
D. Durante los 3, 6 y 9 Segundos el ritmo de respiración del ratón decrece.

4. A continuación se presentaran las gráficas de las Funciones Seno y Coseno.

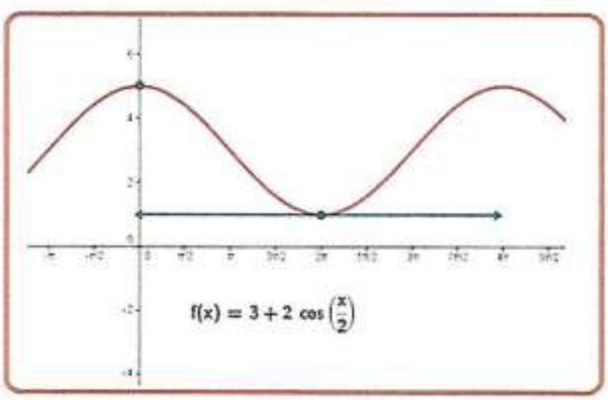
Y = SEN X


Y = COS X


Teniendo en cuenta las gráficas, es posible afirmar que

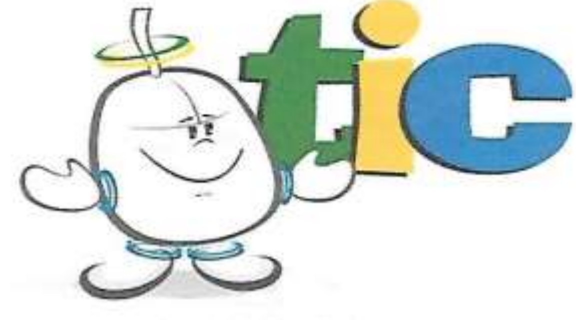
A. Sen x = Cos(x + π)
B. Cos x = Sen (x + π/2)
C. Cos x = Sen (x - π/2)
D. Sen x = Cos(x + π/4)

5. A partir de la gráfica que se muestra de la Función **y = 3 + 2cos(x/2)** es **FALSO** afirmar que



A. El Dominio de la Función es R y su Rango o Recorrido [-1, 1].
B. La Función es periódica de periodo 4π.
C. Los puntos máximos de la función son: ⇒ x = 0 ó x = 4π ⇒ (0, 5), (4π, 5) y su punto mínimo ⇒ (2π, 2)
D. La función no presenta puntos de corte en el eje X.

Relacionándonos con las Tics



https://bit.ly/2qwNoo6

1. Ingresa a la página:
http://calculo.cc/temas/temas_bachillerato/primero_ciencias_sociales/funciones_elementales/problemas/p_trigonometricas.html

Ubica el en lace que se encuentra con el nombre de representación gráfica trigonométricas I, que se encuentra ubicado en la parte izquierda y en grupo resuelve los primeros 3 problemas propuestos en la plataforma usando la metodología de **George Polya**, comenta con tus compañeros y resuelve dudas con la socialización de los mismos con el apoyo del profesor.

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 8. Unidad de aprendizaje N°2, taller 8, Funciones trigonométricas (Función Tangente)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 8	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN TANGENTE)				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de la Función Tangente en un triángulo rectángulo.
Representa gráficamente la Función Tangente.
Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Tangente mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.
Reconoce algunas aplicaciones de la función Tangente en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.

Exploración de Saberes

¿Qué es la función tangente y cuáles son sus características?

La función tangente es otra de las funciones trigonométricas que a cada valor (en radianes) le hace corresponder su tangente. La función tangente es una función periódica, de período π. Su dominio son todos los números excepto algunos puntos y su imagen son todos los números. La función tangente es aquella función trigonométrica que asocia a un ángulo en radianes, su tangente. Para la trigonometría, la tangente de un ángulo es la relación entre los catetos de un triángulo rectángulo. Puede expresarse como valor numérico a partir de la división entre la longitud del cateto opuesto y el cateto adyacente del ángulo en cuestión. Representándose de la siguiente manera: $\operatorname{tg}(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)} = \dfrac{b}{a}$

Por otro lado, el arco tangente es la función inversa de la tangente de un ángulo. Las principales características de la función tangente son las siguientes:

Su dominio contiene a todos los reales excepto a aquellos en los que no existe la tangente, que son los ángulos (2k−1) π2 (2k−1) π2, siendo kk un número entero. En cambio, cualquier número real pertenece a su imagen.
Esta función se repite exactamente igual cada π; es decir, los valores de la función en el intervalo del dominio (−π2 (−π2, π2) π2) son suficientes para conocer la función en cualquier punto. Así pues, es periódica, de período π.
La función se anula en kπkπ, siendo k un número entero.
La función no tiene ni máximos ni mínimos porque siempre crece (dentro de su dominio, claro está).
La tangente es siempre una función creciente.
La función tangente no tiene amplitud porque no tiene un valor máximo o mínimo.

De acuerdo con la lectura anterior en grupo responde las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué la Función Tangente es considerada como Periódica?______________________________

2. ¿Cómo se representa la Función Tangente?

____

3. ¿Cómo está representado el Dominio y el Rango en la Función Tangente?

____

4. ¿Por qué la Función Tangente no tiene Máximos ni Mínimos?

____

5. De acuerdo con la lectura construye una definición de la Función Tangente.

____

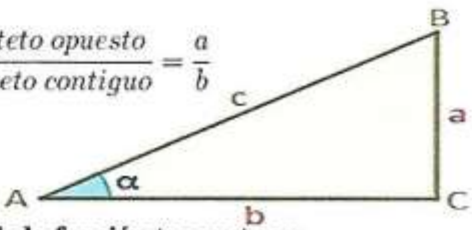
____

Estructuración y Práctica

FUNCIÓN TANGENTE

En trigonometría la tangente de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto a ese ángulo y el cateto adyacente. Su abreviatura es **Tang.**

$$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{a}{b}$$



La gráfica de la función tangente es:

https://bit.ly/2GUkdoj

La función de la tangente es periódica de período 180° (**π radianes).** Por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R (excepto $\pi/2 + a \cdot \pi$), siendo a un número entero. O, con esta casuística: $x \neq \pm\pi/2; \pm 3\pi/2; \pm 5\pi/2;\ldots$

Imagen, Rango o Recorrido: R **Periodo (T): π rad**

Creciente en: R Máximos: No tiene. **Mínimos:** No tiene.

Observa el video relacionado con la construcción del gráfico de la **Función Tangente** y con la orientación del profesor realízalo en hojas de papel milimetrado. La Página es:

https://www.youtube.com/watch?v=l6NDonI8juk

https://bit.ly/2HzEqBf

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes analizar la Función y = Tang(x /4) y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál será su Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Mínimos? ¿Se podrá representar Gráficamente la Función?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?

¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?

Si la Función y = Tang(x /4)

¿Sabes a dónde quieres llegar?

A poder encontrar, Dominio, Rango, Periodo y efectuar su gráfica.

¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.

¿Existe información extraña para ti? No existe.

¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con la Función Seno y Coseno.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles la Función y = Tang(x /4) que me permitiran hallar **Dominio, Rango, Periodo** y tomando como referencia la representación gráfica. **Realizar el grafico correspondiente al problema.**

¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema? Debemos tener en cuenta un procedimiento:

1. Construir una tabla de valores.
2. Hallaremos primeramente el Dominio que son los posibles valores de la variable "X" teniendo en cuenta el respectivo gráfico, como nos daremos cuenta existe Restricción ira desde R - {2(2k + 1) π | k ∈ Z}
3. Para el Rango debemos tener en cuenta que son todos los valores que toma la Función en el eje "Y ", que son el mínimo y máximo valor.
4. Para establecer el Periodo necesitamos observar el grafico y determinar cada cuanto se repite.
5. Para los puntos Máximos y Mínimos en el gráfico, tomaremos como referencia la ecuación y los ubicaremos sencillamente hasta donde se ascienda y descienda más en caso de que existan.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

1. Construimos la tabla de valores de tal forma que para cada valor de **"X"** hallemos su imagen en **"Y"**, esto es:

x = 0 **y = Tang (0 /4)** **y = Tang 0** y = 0

x	0				
f(x) = y	0				

2. Hallo el Dominio, Rango y Periodo con el apoyo del Grafico y siguiendo el procedimiento indicado.

y = Tang(x /4) **Dominio:** La función tangente no está definida en: $(2k + 1)\pi/2$, $k \in Z$. Por tanto, nuestra función tampoco estará definida en: $x/4 = (2k + 1)\pi/2$ $k \in Z$ $\Leftrightarrow$ $x = 2(2k + 1)\pi$, $k \in Z$. Luego:

Dom (f) = R - {2(2k + 1) π | k ∈ Z} **Rango o Recorrido:** No existe problema son todos los R.

Periodo: Como la función tangente es periódica de periodo π, la función $f(x) = tg(x/4)$ es periódica de periodo: $x/4 = \pi$ $\Leftrightarrow$ $x = 4\pi$. Es periódica de periodo 4π. También podemos sacar el periodo de la función así:

Puntos de corte: Puntos de corte con el eje Y: $x = 0$ $\Rightarrow$ $y = tg(x/4)$ $\Rightarrow$ $y = tg(0)$ $\Rightarrow$ $y = 0$ $\Rightarrow$ $(0, 0)$

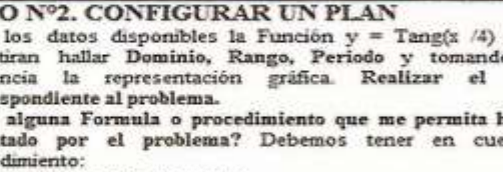
Sabemos que la función tangente corta al eje X en: $0 = tg(x)$ $\Leftrightarrow$ $x = 0$ ó $x = \pi$

En nuestro caso: $0 = tg(x/4)$ $\Leftrightarrow$ $x = 0$ ó $x/4 = \pi$ $\Leftrightarrow$ $x = 0$ ó $x = 4\pi$

Como el periodo de nuestra función es 4π, los puntos de corte con el eje X en el primer periodo son: $(0, 0)$, $(4\pi, 0)$

Máximos y mínimos: La función tangente no tiene máximos mininimos, por tanto, $f(x) = tg(x/4)$ tampoco los tiene.

Gráfico de la Función y = Tang(x /4)



PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? Los valores obtenidos para el **Dominio, Rango, Periodo,** son razonables pues en la representación gráfica se reflejan demostrando que la Función es periódica, luego se repiten exactamente igual cada 4π. Ademas la función tangente no tiene máximos ni mínimos, por tanto, **f(x) = tg(x/4)** tampoco los tiene. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con **la Función Coseno** que te permitiran recordar aspectos importantes. Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los **3** ejercicios donde deberás hallar **Dominio, Rango, Periodo** y **representar Gráficamente**, estos se presentan en el enlace que se encuentra en la parte inferior, recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal. La Página es:

https://www.youtube.com/watch?v=-hISqPei4G4

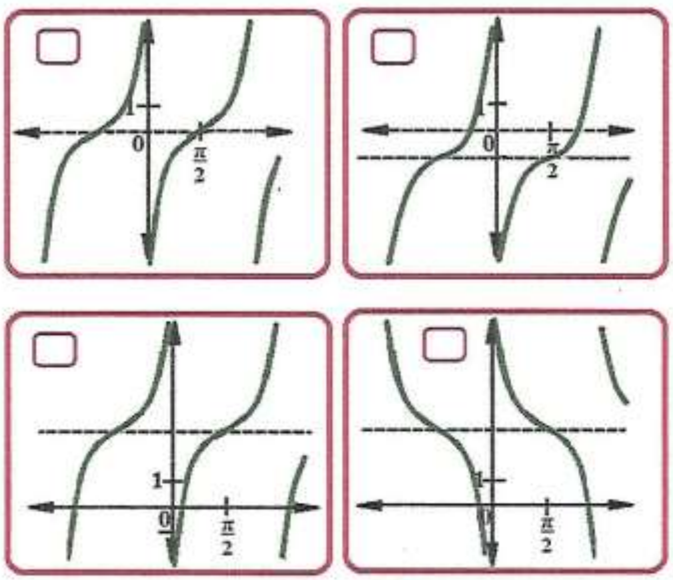
Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. $f(x) = -\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$

B. $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$

C. $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

D. $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



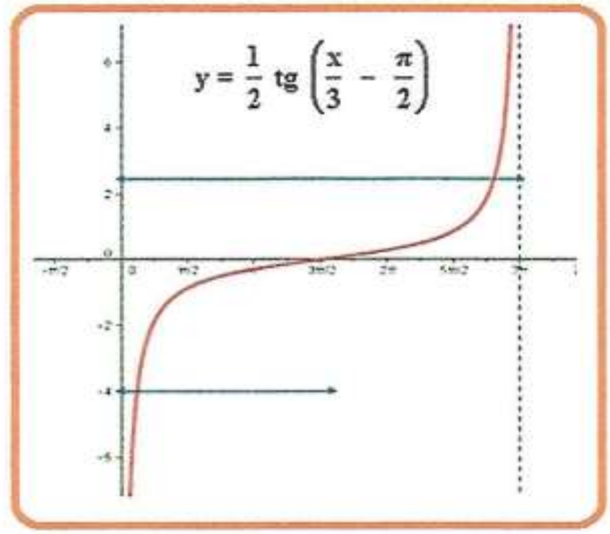
Pruébate

1. En trigonometría la **Tangente** de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto a ese ángulo y el cateto adyacente. Su abreviatura es **Tang** y se representa como $f(x)\quad \text{tg}\,x\quad \frac{\text{sen}\,x}{\cos x}$

De lo anterior es FALSO afirmar que

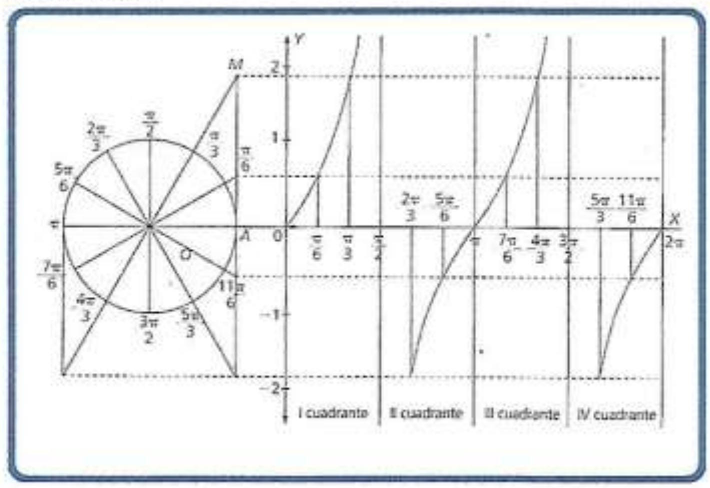
A. Es estrictamente creciente en todo su dominio.
B. Su dominio es R-{π/2 + k·π con k∈Z} y su Rango es R.
C. No tiene máximos ni mínimos.
D. Es periódica de periodo 2π.

2. la gráfica muestra de la Función $y = \frac{1}{2}\,\text{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$



De lo anterior podemos afirmar que
A. El periodo es **3π/2.**
B. Su punto Maximo es 6 y su punto Minimo -6.
C. Es estrictamente Decreciente en todo su dominio y su Rango son todos los Reales.
D. El periodo es **3π.**

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3,4 Y 5 TENIENDO EN CUENTA EL GRAFICO DE LA FUNCIÓN TANGENTE



3. Del rango de la funcion tangente podemos afirmar:
A. Son todos los numeros Reales.
B. Esta indefinido.
C. Es un subconjunto de los Reales.
D. Es el conjunto de los Reales ecepto el 0.

4. De la simetria de la funcion tangente podemos afirmar:
A. Es simetrica con respecto al origen.
B. Es una funcion par.
C. Es asimetrica.
D. Es simetrica con respecto al intervalo [-1,1].

5. Del periodo de la funcion tangente afirmamos.

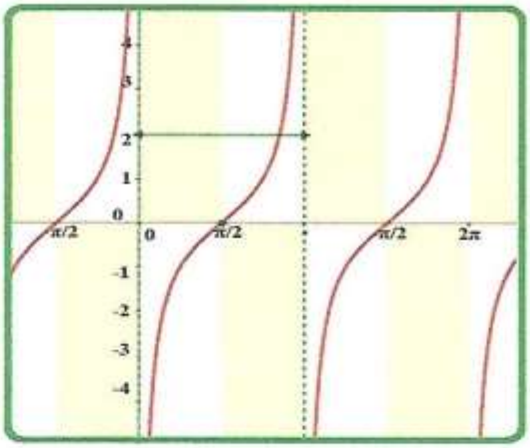
A. Es una funcion periodica con periodo $\pi/2$.

B. Es una funcion periodica con periodo 3π.

C. Es una funcion periodica con periodo 2π.

D. Es una funcion periodica con periodo π.

6. La grafica muestra la Función $= \mathbf{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



Teniendo en cuenta la gráfica, es posible afirmar que

A. La función es continua en todo su dominio.

B. La función tiene simetría impar.

C. La Función es Creciente de Dominio R

D. La Función es periódica de periodo π.

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2Jvijbq

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve 3 ejercicios propuestos en la guía relacionada con las Funciones Trigonométricas (Tangente).Recuerda que debes utilizar la metodología de **George Pólya** en la resolución de los ejercicios.

Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 9. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 9, Funciones trigonométricas (Función Cotangente)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 9	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN COTANGENTE)				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de la Función Cotangente en un triángulo rectángulo.

Representa gráficamente la Función Cotangente.

Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Cotangente mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.

Reconoce algunas aplicaciones de la función Cotangente en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica.

Exploración de Saberes

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS INVERSAS

Son necesarias para calcular los ángulos de un triángulo a partir de la medición de sus lados, aparecen con frecuencia en las soluciones de ecuaciones diferenciales. Sin embargo ninguna de las 6 funciones trigonométricas básicas tiene inversa debido a que son funciones periódicas y por lo tanto no son inyectivas pero restringiendo los dominios se puede hallar la inversa. Las Funciones trigonométricas inversas del seno, coseno y la tangente. Dado un triángulo rectángulo, las definimos como la cosecante, secante y cotangente, respectivamente. La cosecante es la inversa del seno, secante es la inversa del coseno, la cotangente es la inversa de la tangente. Retomando la idea de cotangente, ya habíamos mencionado que se trata de la función inversa de la tangente. Por lo tanto, si la tangente es el cociente entre el cateto opuesto y el cateto adyacente, la cotangente equivale al cociente entre el cateto adyacente y el cateto opuesto. Dado que la cotangente es la función inversa de la tangente, también se la puede obtener dividiendo 1 por la tangente. Se define la función **cotangente** como:

1

Las características generales de la función cotangente:

La función y= cot x no está definida para los valores x= 0, π, 2π. En general, la función y= cot x no está definida para los valores de x de la forma x= nπ con n∈Z por lo tanto, el dominio de la función y= cot x conjunto {x ∈ R / x ≠ nπ, n ∈ Z}. El rango de la función Y= cot x es el conjunto de los números reales. La función y= cot X es periódica y su periodo es π. Se expresa como cot= (x + nπ) con n ∈Z.

La función Y= cot x es impar, es decir, cot (-x) = -cot x. Por lo tanto, la gráfica de la función y= cot x es simétrica con respecto al origen. La función Y= cot x tiene asíntotas verticales en los valores de x, donde la función no está definida, es decir, para x=0, π, 2π... en general, las rectas x= nπ con n ε Z son asíntotas verticales para la función y cot x. La tangente y cotangente están relacionadas no sólo por el hecho de que son recíprocos, sino también por el comportamiento de sus rangos. Es necesario aclarar que los rangos de ambos, tangente y cotangente son infinitos, que, cuando se expresa en notación matemática, se ve así: Los valores de rango para estas funciones se ponen muy pequeña (hacia el infinito negativo) o muy grande (hacia el infinito positivo) siempre que el denominador de la relación respectiva se acerca a 0. Cuando se divide un número por un valor muy pequeño, como 0.0001, el resultado es grande. Cuanto más pequeño es el denominador, mayor será el resultado.

De acuerdo con la lectura anterior en grupo responde las siguientes preguntas:

1. ¿Para qué son necesarias las Funciones Trigonométricas inversas?________________________

2. ¿Cuáles son las Funciones Trigonométricas Inversas del Seno, Coseno y la Tangente?________________

3. ¿Cómo está representado el Dominio y el Rango en la Función Cotangente?__________________

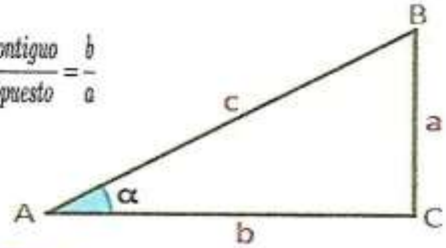
4. ¿Por qué Los rangos de la Función Tangente y Cotangente son infinitos?__________________

Estructuración y Práctica

FUNCIÓN COTANGENTE

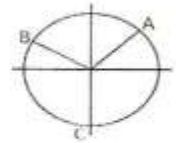
La **cotangente**, abreviado como cot, cta, o cotg, es la Función trigonométrica inversa de la tangente, o también su inverso multiplicativo:

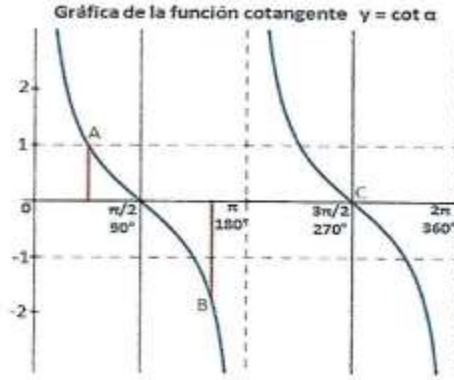
$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$



https://bit.ly/2HFfB6Y

La gráfica de la función Cotangente es:





https://bit.ly/2GUkdoj

La función de la Cotangente es periódica de período 180° (**π radianes).** Por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

Dominio: R - {π + k·π con k∈Z}

Rango o Recorrido: R Periodo (T): π rad Decreciente en: R Máximos: No tiene. **Mínimos:** No tiene.

Observa el video relacionado con la construcción del gráfico de la **Función Cotangente** y con la orientación del profesor realízalo en hojas de papel milimetrado. La Página es:

https://www.youtube.com/watch?v=nEdrkh_O_oY

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes analizar la Función y = cotg (2x) y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál será su Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Mínimos? ¿Se podrá representar Gráficamente la Función?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?

¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?

Si la Función y = **cotg (2x)**

¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, Dominio, Rango, Periodo y efectuar su gráfica.

¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.

¿Existe información extraña para ti? No existe.

¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con la Función Seno, Coseno y Tangente.

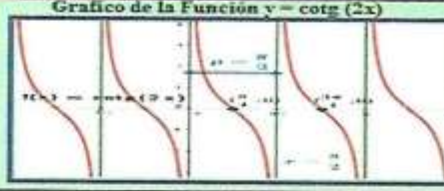
PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles la Función y = **cotg (2x)** que me permitiran hallar **Dominio, Rango, Periodo** y tomando como referencia la representación gráfica. **Realizar el grafico correspondiente al problema.**

¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema? El siguiente procedimiento:

1. Construir una tabla de valores.
2. Hallaremos el Dominio que son los posibles valores de la variable "X" teniendo en cuenta el respectivo gráfico, como observaremos no existe ningún tipo de restricción ira (-∞;∞) que representa los R.
3. Para el Rango debemos tener en cuenta que son todos los valores que toma la Función en el eje "Y", que son el mínimo y máximo valor.
4. Para establecer el Periodo necesitamos observar el grafico y determinar cada cuanto se repite.
5. Para los puntos Máximos y Mínimos en el gráfico, tomaremos como referencia la ecuación y los ubicaremos sencillamente hasta donde se ascienda y descienda más en el gráfico.

Grafico de la Función y = cotg (2x)



PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

1. Construimos la tabla de valores de tal forma que para cada valor de "X" hallemos su imagen en "Y", esto es:

x = 0 ⇔ y = **cotg (2x)** y = Cotg (2.0) y = Cotg (0)
y = 0

x	0				
f(x) = y	0				

2. Hallo el Dominio, Rango y Periodo con el apoyo del Grafico y siguiendo el procedimiento indicado.

y = **cotg (2x)** **Dominio: Dom (f) = R - {kπ/2 | k ∈ Z}**
Rango o Recorrido: R

Periodo: Como la función cotangente es periódica de periodo π, la función f(x) = cotg (2x) es periódica de periodo: 2x = π ⇔ x = π/2

También podemos sacar el periodo de la función así: f(x) = cotg (2x) = cotg (2x + π) = cotg (2(x + π/2)) = f(x + π/2)

Puntos de corte: La función cotangente no corta al eje Y, por tanto, la función f(x) = cotg (2x) tampoco.

Máximos y mínimos:
La función cotangente no tiene máximos ni mínimos, por tanto, f(x) = cotg (2x) tampoco los tiene.

PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? Los valores obtenidos para el **Dominio, Rango, Periodo,** son razonables pues en la representación gráfica se reflejan demostrando que la Función es periódica, luego se repiten exactamente igual cada π. Ademas la función Cotangente no tiene máximos ni mínimos, por tanto, f(x) = **cotg (2x)** tampoco los tiene. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con **la Función Cotangente** que te permitiran recordar aspectos importantes. La página es:

https://www.youtube.com/watch?v=FQQM6jd1kG4

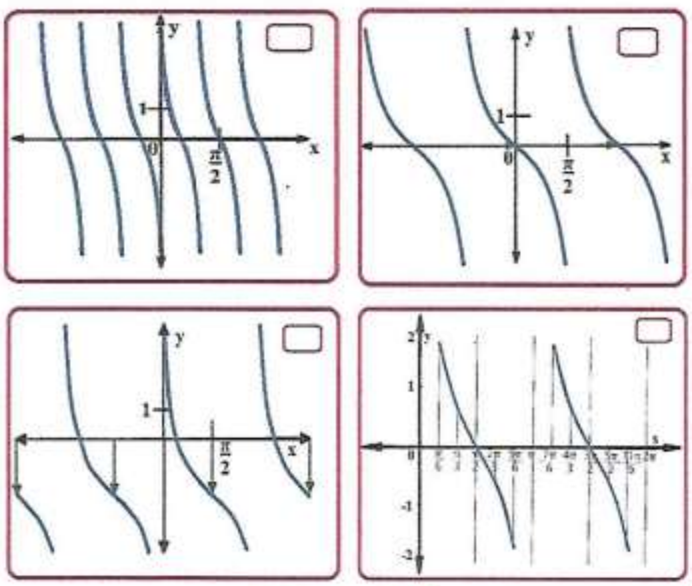
Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los siguientes ejercicios:

- $y = \text{Cot}(4x + \pi)$
- $y = \text{Cotg } 2x - 3$
- $y = \text{Cotg } (3x - \pi)$

Donde deberás hallar **Dominio, Rango, Periodo** y **representar Gráficamente**, recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal.

Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. $f(x) = \text{Cotg}(x) - 2$
B. $f(x) = \text{Cotg}(x)$
C. $f(x) = \text{Cotg } 3x$
D. $f(x) = \text{Cotg}(x - \pi/2)$



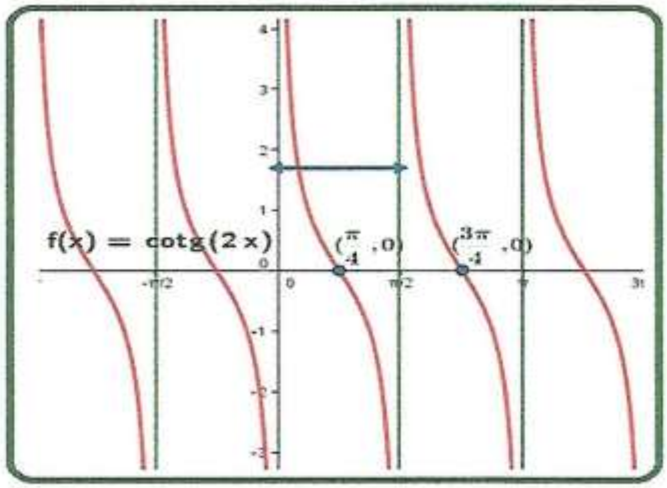
Pruébate

1. En trigonometría la **Cotangente es la** inversa de la Tangente y define como la razón entre el cateto Adyacente y el cateto Opuesto. Su abreviatura es **Tang** y se representa como: $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\textit{cateto contiguo}}{\textit{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$

De lo anterior es FALSO afirmar que

A. No tiene Máximos ni Mínimos.
B. Es Decreciente en todo su dominio.
C. Su dominio es R-{$\pi/2 + k\cdot\pi$ con k∈Z} y su Rango es R.
D. Es periódica de período 180° (π radianes).

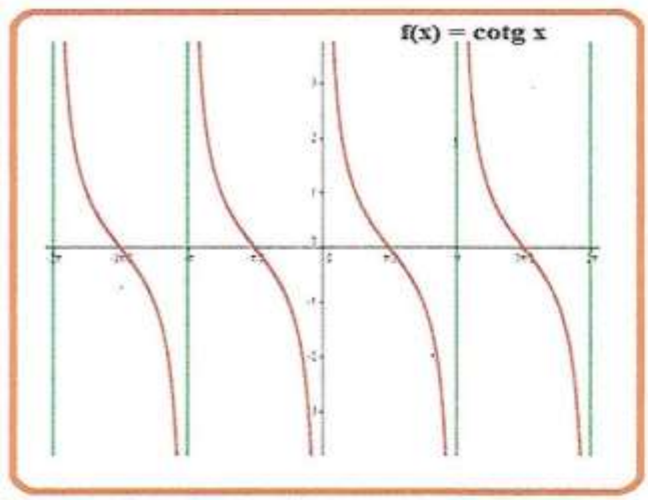
2. la gráfica muestra de la Función **f(x) = Cotg (2x)**



De lo anterior podemos afirmar que

A. Es periódica de período $4\pi/2$.
B. Su Dominio es R + { $k\pi/4$ | k ∈ Z }
C. Es estrictamente Creciente en todo su dominio y su Rango son todos los Reales.
D. La función cotangente no corta al eje Y, por tanto, la función f(x) = cotg(2x) tampoco.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3,4 Y 5 TENIENDO EN CUENTA EL GRAFICO DE LA FUNCIÓN COTANGENTE



3. Del rango de la funcion Cotangente podemos afirmar:

A. Son todos los numeros Reales.
B. Son todos los Racionales..
C. Es un subconjunto de los Reales con alguna restricción.
D. Es el conjunto de los Reales ecepto {$\pi - k\cdot\pi$ con k∈Z}.

4. Del periodo de la funcion Cotangente afirmamos.

A. Es una funcion periodica con periodo $\pi/4$.
B. Es una funcion periodica con periodo 3πRad.
C. Es una funcion periodica con periodo 2π Rad.
D. Es una funcion periodica con periodo πRad.

5. De la simetria de la funcion Cotangente podemos afirmar:

A. Es simetrica con respecto al origen.
B. Es una funcion par y simétrica respecto al origen.
C. Es asimetrica.
D. Es impar, es decir, simétrica respecto al origen.

Relacionándonos con las Tics

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve los siguientes ejercicios:

- $y = -\text{Cotg}2x$
- $y = \text{Cotg } 3x - 2$
- $y = \text{Cotg}(2x) - 5$

Propuestos en la guía relacionada con las Funciones Trigonométricas (Cotangente).Recuerda que debes utilizar la metodología de **George Pólya** en la resolución de los ejercicios.

Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 10. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 10, Funciones trigonométricas (Función Secante)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 10	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN SECANTE)				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de la Función Secante en un triángulo rectángulo.
Representa gráficamente la Función Secante.
Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Secante mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.
Reconoce algunas aplicaciones de la función Secante en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica.

Exploración de Saberes

Observa la presentación relacionada con la **Función Secante** y sus principales características, la cual puedes encontrar en la siguiente página:
https://es.slideshare.net/bapu2012/funcin-secante-2
Luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro efectúe algunos ejemplos, clarifique dudas. Responde las siguientes preguntas en grupo:

1. ¿Cómo podrías definir la Función Secante?
____

2. ¿Cómo se representa la Función Secante?
____

3. ¿Cómo podemos determinar el Dominio de la Función Secante?_______________
____

4. ¿Cómo podríamos determinar el Rango de la Función Secante?_______________
____

5. ¿Tiene Máximos y Mínimos la Función Secante?
____

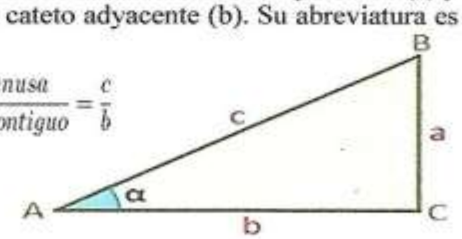
6. Escribe las principales características de la Función Secante._______________
____

Estructuración y Práctica

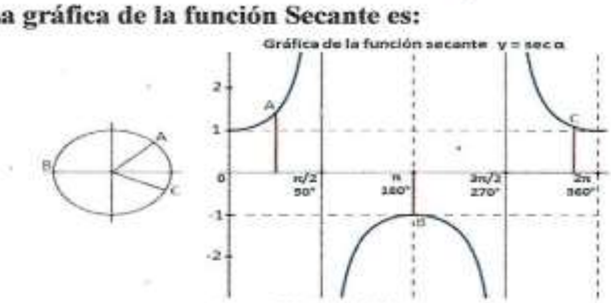
FUNCIÓN SECANTE

La **Función Secante** es la inversa del coseno. Es el recíproco o el inverso multiplicativo del coseno, es decir Sec α · cos α=1. La **Secante** de un ángulo α de un triángulo rectángulo se define como la razón entre la hipotenusa (c) y el cateto contiguo o cateto adyacente (b). Su abreviatura es **Sec.**

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{hipotenusa}{cateto\ contiguo} = \frac{c}{b}$$



La gráfica de la función Secante es:



https://bit.ly/2w3RjhA

La función es periódica de período 360º (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos. **Dominio: R - {π/2 + k·π} con k∈Z.**
Rango o Recorrido: R - (- 1, 1) Periodo (T): 2π rad
Decreciente en: R. Tiene infinitos **Máximos** relativos en los puntos de la forma (π + 2·k·π, - 1) con k∈Z. Tiene infinitos **Mínimos** relativos en los puntos de la forma (2·k·π, 1) con k∈Z. Observa el video relacionado con la construcción del gráfico de la **Función Secante** y con la orientación del profesor realízalo en hojas de papel milimetrado. La página es:
https://www.youtube.com/watch?v=kWEOSWoWL-Q

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes analizar la Función y = 3 sec(x) y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál será su Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Mínimos? ¿Se podrá representar Gráficamente la Función?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?

¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?

Si la Función $y = 3\sec(x)$

¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, Dominio, Rango, Periodo y efectuar su gráfica.

¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.

¿Existe información extraña para ti? No existe.

¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con la Función Seno, Coseno, Tangente y la Cotangente.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles la Función $y = 3\sec(x)$ que me permitiran hallar **Dominio, Rango, Periodo** y tomando como referencia la representación gráfica. **Realizar el grafico correspondiente al problema.**

¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema? El siguiente procedimiento:

1. Construir una tabla de valores.

2. Hallaremos el Dominio que son los posibles valores de la variable "X" teniendo en cuenta el respectivo gráfico, como observaremos existe alguna restricción en los R.

3. Para el Rango debemos tener en cuenta que son todos los valores que toma la Función en el eje "Y", que son el mínimo y máximo valor.

4. Para establecer el Periodo necesitamos observar el grafico y determinar cada cuanto se repite.

5. Para los puntos Máximos y Mínimos en el gráfico, tomaremos como referencia la ecuación y los ubicaremos sencillamente hasta donde se ascienda y descienda más en el gráfico.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

1. Construimos la tabla de valores de tal forma que para cada valor de "X" hallemos su imagen en "Y", esto es:

$x = 0 \Rightarrow y = 3\sec(x) \quad y = 3\sec(0) \quad y = 3$

x	0				
f(x) = y	3				

2. Hallo el Dominio, Rango y Periodo con el apoyo del Grafico y siguiendo el procedimiento indicado.

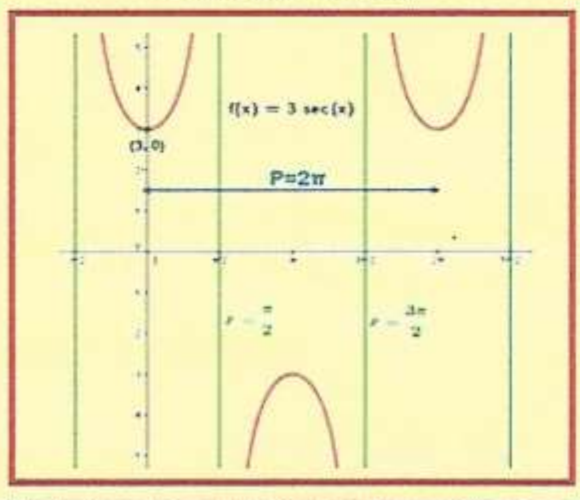
$y = 3\sec(x)$ **Dominio:** $\mathbb{R} - \{(2k+1)/2.\pi = (K + ½)\pi = \pi/2 + k\pi, k \in Z\}$ **Rango o Recorrido:** $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

Periodo: Como la función secante es periódica de periodo π, la función $f(x) = 3\sec(x)$ tiene el mismo periodo: π.
También podemos sacar el periodo de la función así: $f(x) = 3\sec(x) = 3\sec(x + \pi) = f(x + \pi)$

Puntos de corte: Puntos de corte con el eje Y: Si $x = 0 \Rightarrow y = 3\sec 0 \Rightarrow y = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow (0, 3)$
No tiene puntos de corte con el eje X, puesto que: $y = 0 \in Im(f) = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

Máximos y mínimos: La función sec(x) no tiene ni máximos ni mínimos absolutos, por tanto, la función $f(x) = 3\sec(x)$ tampoco.

Grafica f(x) = 3sec(x)



PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? Los valores obtenidos para el **Dominio, Rango, Periodo**, son razonables pues en la representación gráfica se reflejan demostrando que la Función es periódica, luego se repiten exactamente igual cada π. Ademas la función Secante no tiene máximos ni mínimos, por tanto, $f(x) = 3\sec(x)$ tampoco los tiene. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con **la Función Secante** que te permitiran recordar aspectos importantes. La página es:

https://www.youtube.com/watch?v=3b7NSPgZWDk

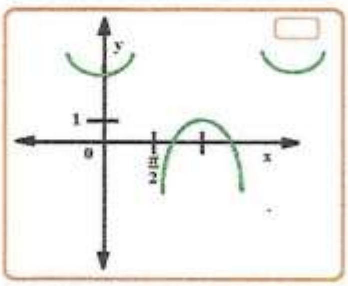
Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los siguientes ejercicios:

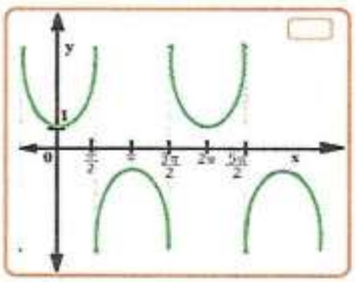
- $y = \mathrm{Sec}(x - \pi)$
- $y = \mathrm{Sec}2x - 3$
- $y = \mathrm{Sec}(1/2x + \pi)$

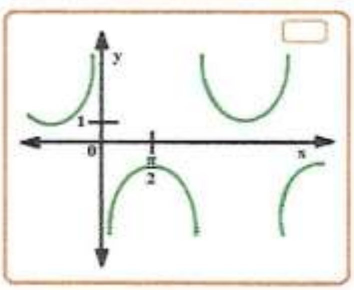
Donde deberás hallar **Dominio, Rango, Periodo** y **representar Gráficamente**, recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal.

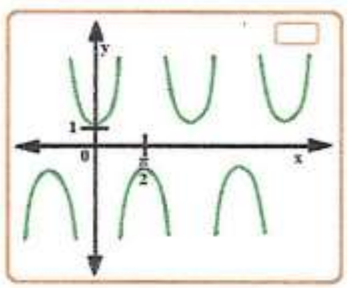
Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. $f(x) = \mathrm{Sec}\ x$
B. $f(x) = \mathrm{Sec}2x$
C. $f(x) = \mathrm{Sec}(x + \pi/2)$
D. $f(x) = \mathrm{Sec}(x) + 2$









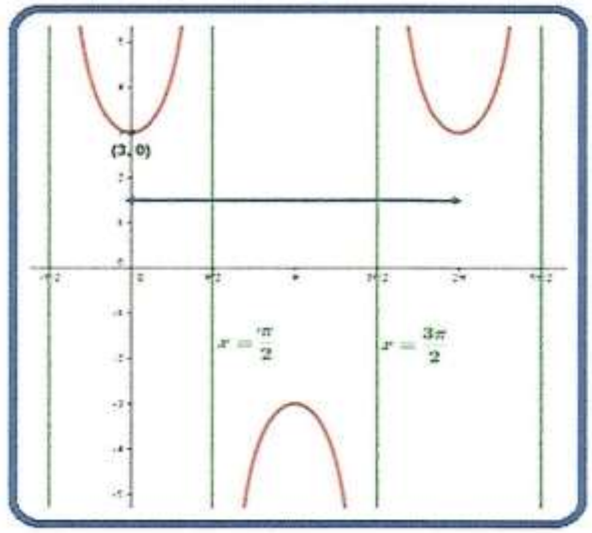
Pruébate

1. En trigonometría la **Secante** es la inversa del Coseno y se define como la razón entre la hipotenusa (c) y el cateto contiguo o cateto adyacente (b). Su abreviatura es **Sec.**

De lo anterior podemos afirmar que

A. Es par, es decir, simétrica respecto al origen.
B. Tiene infinitos máximos relativos en los puntos de la forma $(-\pi/2 + 2\cdot k\cdot\pi, -1)$ con $k \in Z$. Tiene infinitos mínimos relativos en los puntos de la forma $(\pi/2 + 2\cdot k\cdot\pi, 1)$ con $k \in Z$.
C. Es periódica de periodo 4π.
D. Su dominio es $R + \{k\cdot\pi\}$ con $k \in Z$.

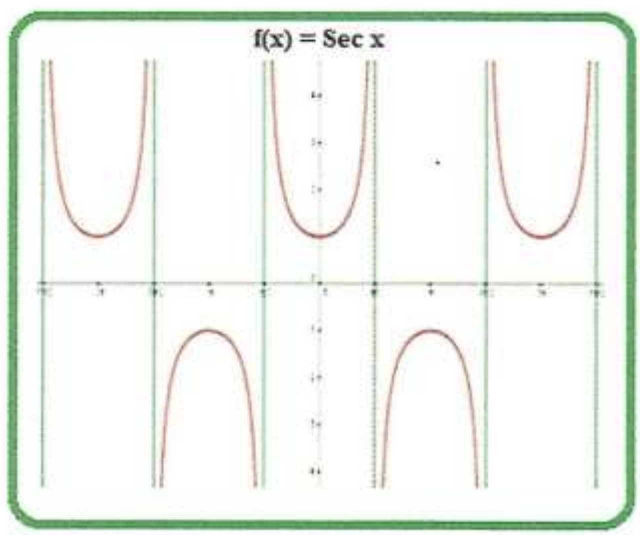
la **2.** La gráfica muestra de la Función $\mathbf{f(x) = 3\ sec(x)}$



De lo anterior es FALSO afirmar que

A. El Rango o Recorrido de la función es: $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$Es periódica de período $4\pi/2$.
B. Como la función secante es periódica de período π, la función $f(x) = 3\sec(x)$ tiene el mismo período: π.
C. Es estrictamente Creciente en todo su dominio y su Rango son todos los Reales.
D. No tiene puntos de corte con el eje X, puesto que: $y = 0 \notin \mathrm{Im}(f) = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3,4 Y 5 TENIENDO EN CUENTA EL GRAFICO DE LA FUNCIÓN SECANTE.



3. Del periodo de la funcion Secante afirmamos que

A. Es una funcion periodica con periodo 4πRad.
B. Es una funcion periodica con periodo 3πRad.
C. Es una funcion periodica con periodo 2π Rad.
D. Es una funcion periodica con periodo πRad.

4. De la simetria de la funcion Secante podemos afirmar que

A. Es simetrica con respecto al origen.

B. Es par, es decir, simétrica respecto al eje Y.

C. Es asimetrica.

D. Es impar, es decir, simétrica respecto al origen.

5. Del Rango de la funcion Secante podemos afirmar que

A. Son todos los numeros Reales.

B. Son todos los R - (- 1, 1) .

C. Es un subconjunto de los Reales con alguna restricción.

D. Son todos los R + (- 1, 1).

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2HRsYkw

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve los siguientes ejercicios:

- $y = \text{Sec}\,(2x - \pi)$
- $y = \text{Sec}(x - \pi/2) + 3$
- $y = \text{Sec}(x - \pi) - 2$

Propuestos en la guía relacionada con las Funciones Trigonométricas (Secante).Recuerda que debes utilizar la metodología de **George Pólya** en la resolución de los ejercicios.

Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 11. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 11, Funciones trigonométricas (Función Cosecante)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 2 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	Nº 11	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (FUNCIÓN COSECANTE)				

DBA

Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado de la Función Cosecante en un triángulo rectángulo.
Representa gráficamente la Función Cosecante.
Calcula Dominio, Rango y Periodo de la Función Cosecante mediante la resolución de problemas que involucran elementos del contexto.
Reconoce algunas aplicaciones de la función Cosecante estudio de fenómenos diversos de variación periódica.

Exploración de Saberes

Observa la presentación relacionada con la **Función Cosecante** y sus principales características, la cual puedes encontrar en la siguiente página:
https://es.slideshare.net/DaniiNavarrete/funciones-trigonometricas-cosecante
Luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro efectúe algunos ejemplos, clarifique dudas. Responde las siguientes preguntas en grupo:

1. ¿Cómo podrías definir la Función Cosecante?

____

2. ¿Cómo se representa la Función Cosecante?

____

3. ¿Tiene Máximos y Mínimos la Función Cosecante?

____

____

4. ¿Es Periódica la Función Cosecante?

____

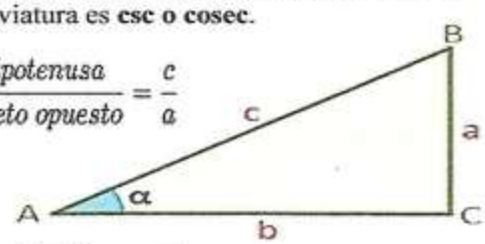
5. Escribe las características fundamentales de la Función Cosecante.

Estructuración y Práctica

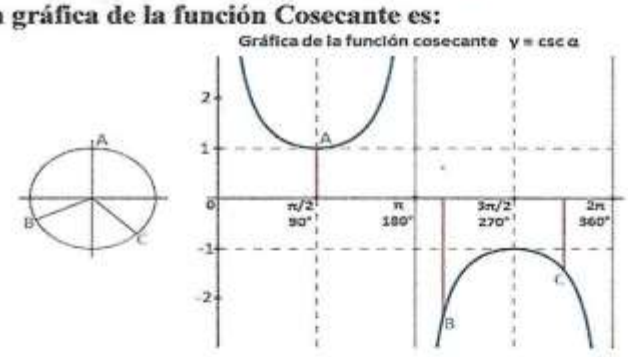
FUNCIÓN COSECANTE

La **Cosecante** es la inversa del seno, es decir csc α · sen α=1. La cosecante del ángulo α de un triángulo rectángulo se define como la razón entre la hipotenusa (c) y el cateto opuesto (a). Su abreviatura es **csc o cosec**.

$$\csc\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{c}{a}$$



La gráfica de la función Cosecante es:



https://bit.ly/2w3RjhA

La función es periódica de período 360º (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos. **Dominio: R** - {k·π} con k∈Z.
Rango o Recorrido: R - (- 1, 1) **Periodo (T): 2π rad**
Tiene infinitos **Máximos** relativos en los puntos de la forma (- π/2 + 2•k•π, - 1) con k∈Z .Tiene infinitos **Mínimos** relativos en los puntos de la forma (π/2 + 2•k•π, 1) con k∈Z.

Observa el video relacionado con la construcción del gráfico de la **Función Cosecante** y con la orientación del profesor realízalo en hojas de papel milimetrado. La página es: **https://www.youtube.com/watch?v=k7r6KNu1_sE**

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes analizar la Función y = Cosec x + 2 y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál será su Dominio, Rango, Periodo, Máximos y Mínimos? ¿Se podrá representar Gráficamente la Función?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?

¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?

Si la Función **y = Cosec x + 2**

¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, Dominio, Rango, Periodo y efectuar su gráfica.

¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.

¿Existe información extraña para ti? No existe.

¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con la Función Seno, Coseno, Tangente, Cotangente, Secante y Cosecante.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles la Función **y = Cosec x + 2** que me permitiran hallar **Dominio, Rango, Periodo** y tomando como referencia la representación gráfica. **Realizar el grafico correspondiente al problema.**

¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema? El siguiente procedimiento:

1. Construir una tabla de valores.
2. Hallaremos el Dominio que son los posibles valores de la variable "X" teniendo en cuenta el respectivo gráfico, como observaremos existe alguna restricción en los R.
3. Para el Rango debemos tener en cuenta que son todos los valores que toma la Función en el eje "Y", que son el mínimo y máximo valor.
4. Para establecer el Periodo necesitamos observar el grafico y determinar cada cuanto se repite.
5. Para los puntos Máximos y Mínimos en el gráfico, tomaremos como referencia la ecuación y los ubicaremos sencillamente hasta donde se ascienda y descienda más en el gráfico.

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

1. Construimos la tabla de valores de tal forma que para cada valor de "X" hallemos su imagen en "Y", esto es:

x = 0 ⇒ y = Cosec x + 2
y = Cosec 0 + 2
y = Cosec 2
y = 28

x	0				
f(x) = y	28				

2. Hallo el Dominio, Rango y Periodo con el apoyo del Grafico y siguiendo el procedimiento indicado.

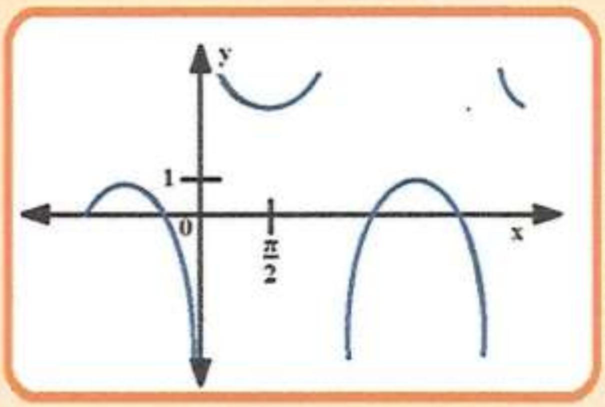
y = Cosec x + 2 **Dominio:** R - {k·π} con k∈Z.

Rango o Recorrido: R - (- 1, 1) **Periodo:** Como la función Cosecante es periódica de periodo 2π, la función **y = Cosec x + 2** tiene el mismo periodo: **2 π.**

Puntos de corte: No corta al eje X ni al eje Y.

Máximos y mínimos: La función **Cosec(x)** tiene infinitos Máximos y Mínimos, por tanto, la función **y = Cosec x + 2** tambien los tiene.

Grafico f(x) = Cosec x + 2



PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

Los valores obtenidos para el **dominio, rango, periodo**, son razonables pues en la representación gráfica se reflejan demostrando que la función es periódica, luego se repiten exactamente igual cada 2π. Ademas la función cosecante tiene infinitos máximos y mínimos, por tanto, **y = cosec x + 2** tambien los tiene. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con **la Función Cosecante** que te permitiran recordar aspectos importantes. La página es:

https://www.youtube.com/watch?v=3b7NSPgZWDk

Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los siguientes ejercicios:

- y = Cosec3x
- y = Cosec(x + π/2)
- y = Cosec x + 4

Donde deberás hallar **Dominio, Rango, Periodo** y **representar Gráficamente**, recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal.

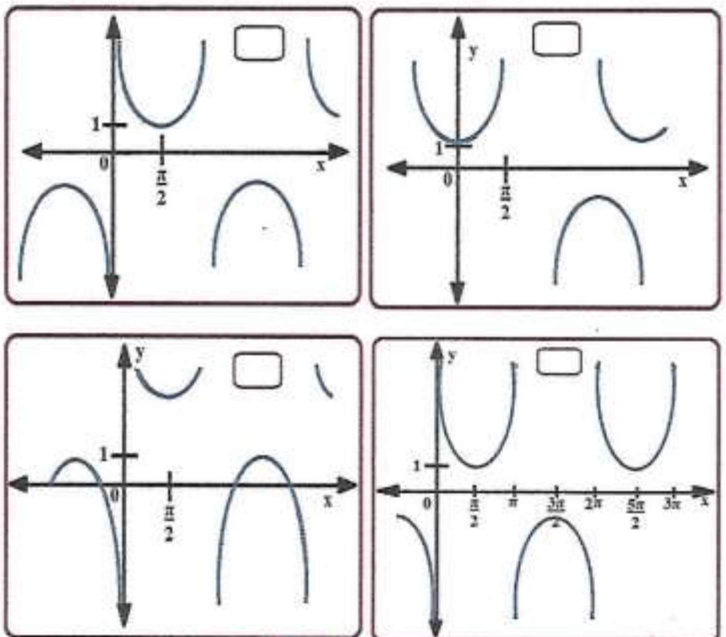
Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. f(x) = Cosec x

B. f(x) = Cosec2x

C. f(x) = Cosec(x+ π/2)

D. f(x) = Cosec(x) + 2



Pruébate

1. En trigonometría la **Cosecante** es la inversa del seno, es decir csc α · sen α=1. La cosecante del ángulo α de un triángulo rectángulo se define como la razón entre la hipotenusa (c) y el cateto opuesto (a). Su abreviatura es **csc o cosec**

De lo anterior es FALSO afirmar que

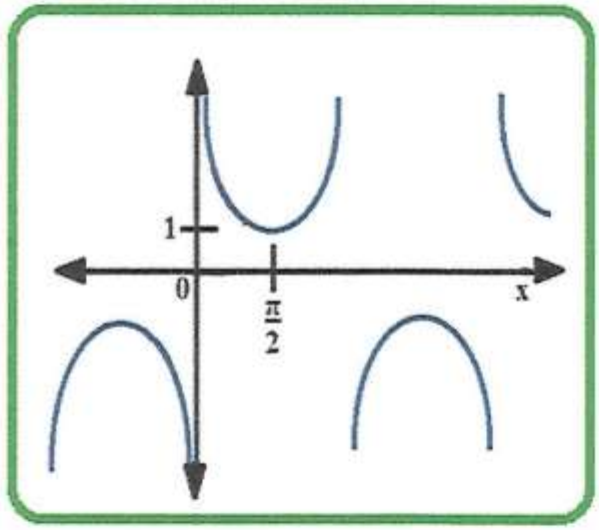
A. No está acotada.

B. Es impar, es decir, simétrica respecto al origen.

C. Es periódica de periodo 2π.

D. Su dominio es R + {k - π} con k∈Z.

2. La gráfica muestra de la Función **f(x) = Cosec2x**



De lo anterior podemos afirmar que

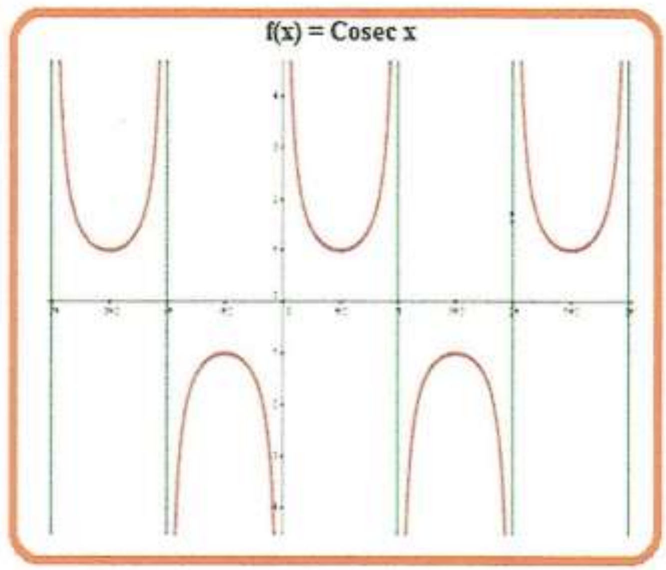
A. Es par, es decir, simétrica respecto al origen.

B. Como la función secante es periódica de período π , la función f(x) = Cosec2x tiene el mismo período: π .

C. Es estrictamente Creciente en todo su dominio y su Rango son todos los **R** - (- 1, 1).

D. Tiene infinitos Máximos y Minimos.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3,4 Y 5 TENIENDO EN CUENTA EL GRAFICO DE LA FUNCIÓN COSECANTE.



3. De la simetria de la funcion Cosecante podemos afirmar que

A. Es asimetrica.

B. Es par, es decir, simétrica respecto al eje Y.

C. Es par, es decir, simétrica respecto al origen.

D. Es impar, es decir, simétrica respecto al origen.

4. Del Rango de la funcion Cosecante podemos afirmar que

A. Son todos los numeros R - {k·π} con k∈Z .
B. Son todos los R - (- 1, 1) .
C. Es un subconjunto de los Reales con alguna restricción.
D. Son todos los R - {π/2 + k·π} + (- 1, 1).

5. Del periodo de la funcion Cosecante afirmamos que

A. Es una funcion periodica con periodo π/2Rad.
B. Es una funcion periodica con periodo 3πRad.
C. Es una funcion periodica con periodo 2π Rad.
D. Es una funcion periodica con periodo 4πRad.

Relacionándonos con las Tics

Ingresa a la página de puntaje nacional como ya te encuentras registrado con anterioridad observa el material de apoyo para los estudiantes, resuelve los siguientes ejercicios:

- y = Cosec (2x +3)
- y = Cosec (3x – π)
- y = Cosec2 + x

Propuestos en la guía relacionada con las Funciones Trigonométricas (Cosecante).Recuerda que debes utilizar la metodología de **George Pólya** en la resolución de los ejercicios.

Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

"Educación Integral que Trasciende"

Anexo 12. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 12, Aplicaciones de las Funciones trigonométricas (Teorema del Seno)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 3
APLICACIONES FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		ASIGNATURA:	TRIMESTRE: PRIMERO	EVALUACIÓN
TALLER	N° 12	DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C	FECHA:	
ESTUDIANTE:			GRADO: 10: 02	
APRENDIZAJE: APLICACIONES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (TEOREMA DEL SENO)				

DBA

Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado del Teorema del Seno en un triángulo no rectángulo.
Reconoce algunas aplicaciones del teorema del Seno en el estudio de diversos fenómenos.
Resuelve problemas que involucran el Teorema del Seno en diferentes contextos y usa representaciones gráficas.

Exploración de Saberes

Observa y escucha el video relacionado con el **Teorema del Seno**, el cual puedes encontrar en la siguiente página:
https://www.youtube.com/watch?v=e2_WDo5yK_Q
Luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro efectúe algunos ejemplos, clarifique dudas. Responde las siguientes preguntas en grupo:

1. ¿En qué tipo de triángulos se trabaja el Teorema del Seno?______________________________

2. ¿Con que tipo de letras se designan los ángulos en un Triángulo?______________________________

3. ¿Con que tipo de letras se designan los lados en un Triángulo?______________________________

4. ¿Cómo podrías definir el Teorema del Seno?

____
____
____

5. ¿Cómo se representa el Teorema del Seno?

____

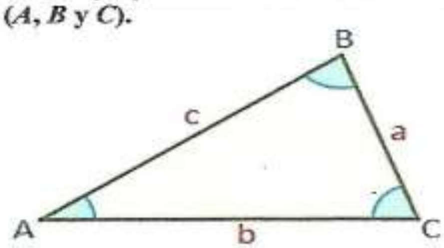
6. ¿Cuándo podemos usar el Teorema del Seno?

____
____
____

Estructuración y Práctica

EL TEOREMA DEL SENO

En Trigonometría, el **Teorema del Seno** (o teorema de los senos) relaciona proporcionalmente los lados y los ángulos de un triángulo cualquiera. Éste enuncia que:
Cada lado de un triángulo (***a***, ***b*** y ***c***) es directamente proporcional al seno del ángulo opuesto (***A***, ***B*** y ***C***).



Usualmente se presenta de la siguiente forma:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

El **Teorema del Seno** es utilizado para resolver problemas en los que se conocen dos ángulos del triángulo y un lado opuesto a uno de ellos. También se usa cuando conocemos dos lados del triángulo y un ángulo opuesto a uno de ellos. Puede ser empleado la ley de los senos, con reajustes circunstanciales, en:

- Cálculo de la altura de un árbol.
- Hallar el ángulo de elevación del suelo.

- Plano para construcción de puentes.
- Estudio y dibujo de carriles de una autopista.
- Itinerario de un planeo.
- Ubicación de un foco de incendio.
- Situación de un transmisor de radio clandestino.
- La altitud de una montaña y otros casos.

https://bit.ly/2HUjUeN

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 les solicita a sus estudiantes resolver un Triángulo con los siguientes datos: b = 8cm, B = 85°, C=60° y resolver los siguientes interrogantes: ¿Cuál es el valor del lado a y c? y ¿Cuál es el valor del ángulo A?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?

¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?

Si **b** = 8cm, **B** = 85° y **C**=60°

¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, el valor de los lados **"a, c"** y el ángulo **"A"**.

¿Hay suficiente información en el problema? Si la hay.

¿Existe información extraña para ti? No existe.

¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con las Razones y Funciones Trigonométricas (Seno, Coseno y Tangente).

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles que me permitiran poder encontrar, el valor de los lados **"a, c"** y el ángulo **"A"**

b = 8cm,

B = 85°

C=60°

a = ? b= ? ∢A= ?

Realizar el grafico correspondiente al problema.

¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema?

Usaremos el Teorema del Seno, pues con este podremos hallar los lados **"a y c"**, ya que con él y los datos disponibles del problema planteado es la única que manera de poder hacerlo. Para hallar el ángulo **"A"** sencillamente usaremos la ecuación **∢A + ∢B + ∢C = 180°**

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

Realizo el grafico del correspondiente problema y ubico los datos disponibles.

Reemplazo los valores en la ecuación **∢A +∢B +∢C = 180°** para hallar el valor del ángulo **"A"**

∢A + ∢B +∢C = 180°

∢A + ∢85° + ∢60° = 180°

∢A = 180° - 85° - 60°

∢A = 35°

Usaremos el Teorema del Seno para hallar los lados desconocidos.

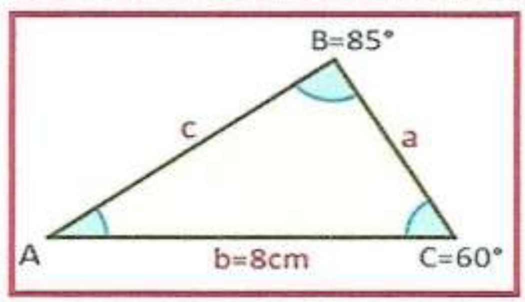
$$\boxed{\frac{a}{\operatorname{sen} A}=\frac{b}{\operatorname{sen} B}=\frac{c}{\operatorname{sen} C}} \quad \boxed{\frac{a}{\operatorname{sen} 35^\circ}=\frac{8}{\operatorname{sen} 85^\circ}=\frac{c}{\operatorname{sen} 60^\circ}}$$

Simplificando podemos obtener los dos lados restantes (a y c).

$$\boxed{a=\frac{8\cdot \operatorname{sen} 35^\circ}{\operatorname{sen} 85^\circ}=\frac{8\cdot 0,57}{0,996}=1,6\,cm}$$

$$\boxed{c=\frac{8\cdot \operatorname{sen} 60^\circ}{\operatorname{sen} 85^\circ}=\frac{8\cdot 0,87}{0,996}=7\,cm}$$

Por lo que el lado a=4,6 cm y c=7 cm.



PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

La cantidad obtenida para el valor del ángulo "A "es razonable, pues al adicionarla con los otros dos ángulos (B y C) nos da 180°. Los valores de los lados **"a y c"** Tambien son correctos al ser inferiores que el lado b que representa la hipotenusa en el Triángulo. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con El **Teorema del Seno** que te permitiran recordar aspectos importantes. La página es:
https://www.youtube.com/watch?v=nCK3jKq_Iyk
Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los siguientes ejercicios:

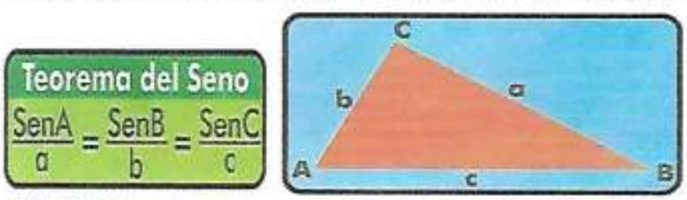
1. De un triángulo sabemos que: a = 10 m, b = 7 m y C = 30°. Calcula los restantes elementos.
2. Resuelve el triángulo de datos: A = 30°, a = 3 m y b = 8m.
3. Resuelve el triángulo de datos: a = 15 m, b = 22 m y c = 17 m.
Recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal.

Pruébate

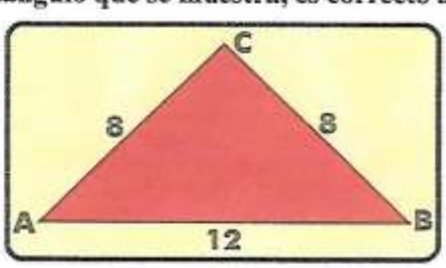
1. En Trigonometría, el **Teorema del Seno** (o teorema de los senos) relaciona proporcionalmente los lados y los ángulos de un triángulo cualquiera. Una de las cosas que debemos saber acerca de la ley de senos, es que solo es aplicable a **triángulos oblicuángulos**, es decir aquellos triángulos los cuales no tienen ningún ángulo recto o de 90°.

De lo anterior podemos afirmar que
A. El Teorema del Seno es Utilizado cuando se tiene dos lados y un ángulo del Triángulo.
B. El Teorema del Seno es utilizado cuando se conocen dos ángulos del triángulo y un lado opuesto a uno de ellos y También se usa cuando conocemos dos lados del triángulo y un ángulo opuesto a uno de ellos.
C. El Teorema del Seno es utilizado cuando los Datos conocidos es un lado y su ángulo Opuesto.
D. El Teorema del Seno es utilizado cuando se conocen sus tres lados y tambien se usa cuando conocemos dos ángulos y un lado del triángulo.

2. En un triángulo como el que se muestra en la figura a, b y c corresponden a las longitudes de sus lados. El Teorema del Seno relaciona lados y ángulos de un triángulo **ABC** cualquiera.

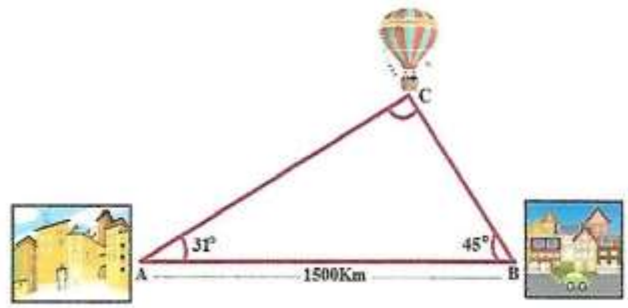


Del Triángulo que se muestra, es correcto afirmar



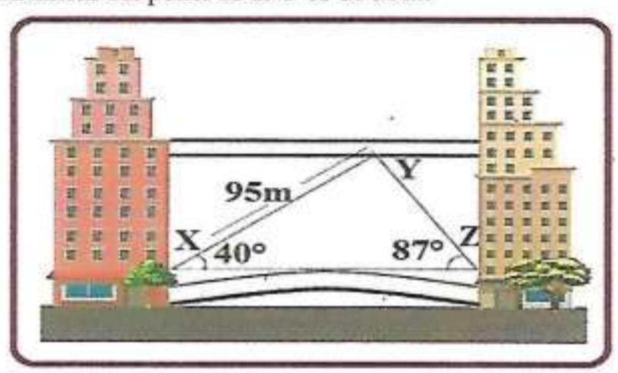
A. 3Sen A = 2Sen C
B. Sen B = Sen C
C. 3Sen A = 4Sen C
D. 6Sen A = Sen C

3. Un globo se encuentra volando entre dos barrios **A** y **B** cerca al **Colegio Antonio Nariño**, con ángulos de elevación de 31° y 45°, respectivamente. La distancia entre los dos barrios es de 1500Km.



De la anterior es FALSO afirmar que
A. El ángulo formado por el globo con respecto a la distancia de los barrios **A y B** es de 114°
B. Que la distancia a la que está el globo del barrio **B** es de 1840 Km aproximadamente.
C. Que la distancia a la que está el globo del barrio A es de 1153 Km aproximadamente.
D. Que ninguna de las dos distancias a la que está el globo de los barrios **A y B** serán superiores a la que hay entre los dos barrios.

4. Entre dos edificios de la ciudad de Cúcuta, se encuentra un puente como lo muestra el grafico. Si la distancia del punto **X** al **Y** es de 95m.



De lo anterior podemos afirmar que
A. Que la longitud del puente de 85,8m aproximadamente.
B. Que el ángulo **Y** = 63°
C. Que la longitud del puente es mayor de 95m.
D. Que la distancia entre **"Y y Z"** es de 61,4m aproximadamente.

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2HXJ7oC

Ingresa a la página:

https://www.vitutor.com/al/trigo/tr_e1.html

Resuelve los Ejercicios **4, 5,6 y 7** propuestos en este sitio web. Recuerda que debes utilizar la metodología de **George Pólya** en la resolución de los ejercicios.

Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año. Recuerda que la página es: **https://www.puntajenacional.co**

Anexo 13. Unidad de aprendizaje Nº2, taller 13, Aplicaciones de las Funciones trigonométricas (Teorema del Coseno)

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 3
APLICACIONES FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

AREA: MATEMATICAS		**ASIGNATURA:**	**TRIMESTRE: PRIMERO**	**EVALUACIÓN**
TALLER	**N° 13**	**DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA C**	**FECHA:**	
ESTUDIANTE:			**GRADO: 10: 02**	
APRENDIZAJE: APLICACIONES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (TEOREMA DELCOSENO)				

DBA

Comprende y utiliza la ley del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.

Evidencias de Aprendizaje

Reconoce el significado del Teorema del Coseno en un triángulo no rectángulo.
Reconoce algunas aplicaciones del teorema del Coseno en el estudio de diversos fenómenos.
Resuelve problemas que involucran el Teorema del Coseno en diferentes contextos y usa representaciones gráficas.

Exploración de Saberes

Observa y escucha el video relacionado con el **Teorema del Coseno**, el cual puedes encontrar en la siguiente página:
https://www.youtube.com/watch?v=65RP6V0hsy4
Luego comenta con tus compañeros y profesor en plenaria, después de que tu maestro efectúe algunos ejemplos, clarifique dudas. Responde las siguientes preguntas en grupo:

1. ¿En qué tipo de triángulos se trabaja el Teorema del Coseno?______________________________

2. ¿Cuándo podemos utilizar el Teorema del Coseno?______________________________
____

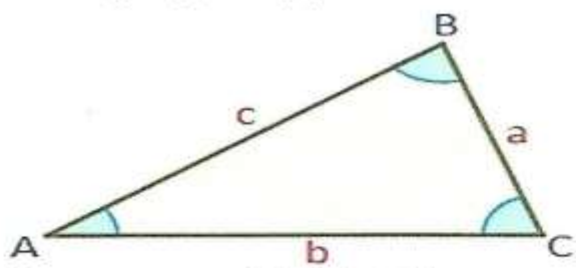
3. ¿Cómo podrías definir el Teorema del Coseno?
____
____
____

4. ¿Cómo se representa el Teorema del Coseno?
____
____

Estructuración y Práctica

EL TEOREMA DEL COSENO

En Trigonometría, El teorema del coseno relaciona un lado del triángulo con los otros dos y el ángulo que forman éstos. El teorema enuncia que:
El cuadrado de un lado **(a, b o c)** cualquiera de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los dos lados restantes menos el doble del producto de ellos por el coseno del ángulo **(A, B o C)** que forman.



Usualmente se presenta de la siguiente forma:

$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\ CosA}$

$\mathbf{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\ CosB}$

$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\ CosC}$

Siendo **a, b y c** los costados y **A, B y C** los ángulos del Triángulo.

El teorema del coseno es una generalización del teorema de Pitágoras para cualquier triángulo.
El **Teorema del Coseno** es utilizado para resolver problemas con triángulos en los que:

- Conocemos los 3 lados **a, b y c.**
- Conocemos 2 lados y el ángulo que forman **a y b**
- Conocemos 2 lados y el ángulo opuesto.

Puede ser empleado la ley de los Cosenos, con reajustes circunstanciales, en:

- La navegación, mecánica y la radio.
- En construcciones de ingeniería como carreteras, puentes, acueductos, edificaciones entre otros.
- Hallar el ángulo de elevación del suelo.
- La altitud de una montaña y otros casos.

https://bit.ly/2jJkY6o

Resolviendo Problemas con Pólya

El profesor de Matemáticas del Grado 10:02 de la IEAN, les solicita a sus estudiantes resolver un Triángulo cuyos lados a y b miden 25 y 32 cm y sus respectivos ángulos opuestos son de 37° y 62°. Ademas solucionar los siguientes interrogantes: ¿cuánto mide el lado "c" del triángulo? y ¿Cuál es el valor del ángulo C?

PASO N°1. ENTENDER EL PROBLEMA

¿Entiendes todo lo que te dice el problema? ¿Puedes replantear el problema de otra manera?

¿Distingues claramente cuáles son los datos del problema?

Si $a = 25\text{cm}$, $b = 32\text{cm}$, $A = 37°$ y $B = 62°$

¿Sabes a dónde quieres llegar? A poder encontrar, el valor del lado "c" y el ángulo "C".

¿Hay suficiente información en el problema? Sí la hay.

¿Existe información extraña para ti? No existe.

¿Este problema es similar alguno que haya podido realizar anteriormente? Algunos parecidos con el Teorema del Seno.

PASO N°2. CONFIGURAR UN PLAN

Usar los datos disponibles que me permitiran poder encontrar, el valor del lado "c" y el ángulo "C"

$a = 25\text{cm}$, $b = 32\text{cm}$, $A = 37°$ y $B = 62°$

Realizar el grafico correspondiente al problema.

¿Hay alguna Formula o procedimiento que me permita hallar lo solicitado por el problema?

Usaremos el Teorema del Coseno, pues con este podremos hallar los lados "c", ya que con él y los datos disponibles del problema planteado es la única que manera de poder hacerlo. Para hallar el ángulo "C" sencillamente usaremos la ecuación:

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$

PASO N°3. EJECUTAR EL PLAN

Realizo el grafico del correspondiente problema y ubico los datos disponibles.

Reemplazo los valores en la ecuación:

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$ para hallar el valor del ángulo "A"

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$

$\sphericalangle 37° + \sphericalangle 62° + \sphericalangle C = 180°$

$\sphericalangle C = 180° - 37° - 62°$

$\sphericalangle C = 81°$

Usaremos el Teorema del Coseno para hallar los lados desconocidos

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\ \text{Cos}C$

$c^2 = (25\text{cm})^2 + (32\text{cm})^2 - 2(25\text{cm}).\ (32\text{cm}).\ \text{Cos}81°$

$c^2 = 625\text{cm}^2 + 1024\ \text{cm}^2 - 50\text{cm}.32\text{cm}.0.15$

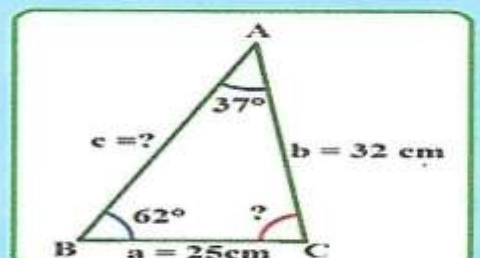
$c^2 = 1649\ \text{cm}^2 - 240\ \text{cm}^2$

$c^2 = 1409\ \text{cm}^2$

$\sqrt{c^2} = \sqrt{1409\text{cm}^2}$

$c = 37.53\ \text{cm}$

Por lo que el lado c=37,53 cm y el ángulo C=81°



PASO N°4. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA O MIRAR HACIA ATRÁS

¿La solución es correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

La cantidad obtenida para el valor del ángulo "C "es razonable, pues al adicionarla con los otros dos ángulos (A y B) nos da 180°. El valor del lado "c" Tambien es correctos pues representa el lado más largo del triángulo que representa la hipotenusa. Lo cual nos hace pensar que los resultados obtenidos son acertados por que pueden ser demostrables.

Transferencia y Valoración

Observa y escucha el video relacionado con El **Teorema del Coseno** que te permitiran recordar aspectos importantes. La página es:
https://www.youtube.com/watch?v=x4sCCs5q8aA
Luego comenta con tus compañeros en plenaria guiada por tu profesor durante el desarrollo del taller y realiza los siguientes ejercicios:

1. De un triángulo sabemos que: a = 10 m, b = 7 m y C = 30°. Calcula los restantes elementos.
2. De un Triángulo sabemos que: a = 8, b = 19 y c = 14. Encuentre las medidas de los ángulos.
3. La distancia entre dos árboles en sentido horizontal es de 120metros, los cuales divisan un pájaro con ángulos de elevación de 56° y 63° respectivamente. ¿A qué altura del piso se encuentra el pájaro?
4. De un Triángulo sabemos que: a = 11, b = 5 y C = 20°. Encuentre el lado y ángulos faltantes.

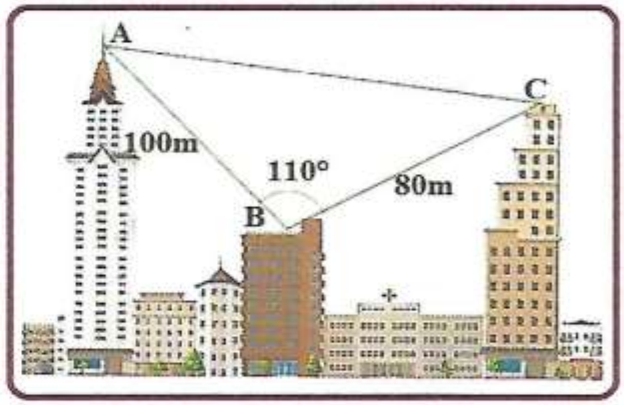
Recuerda que debes realizarlos usando la metodología de **George Pólya** y en forma grupal.

Pruébate

1. En Trigonometría, el **Teorema del Coseno** (o teorema de los Cosenos) relaciona un lado del triángulo con los otros dos y el ángulo que forman éstos. El teorema enuncia que: El cuadrado de un lado **(a, b o c)** cualquiera de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los dos lados restantes menos el doble del producto de ellos por el coseno del ángulo **(A, B o C)** que forman. Una de las cosas que debemos saber acerca de la ley de los Cosenos, es que solo es aplicable a triángulos oblicuángulos, es decir aquellos triángulos no rectángulos.

De lo anterior es FALSO afirmar que
A. El Teorema del Coseno es Utilizado cuando Conocemos los 3 lados del Triángulo.
B. El Teorema del Coseno es utilizado cuando se Conocen 2 lados y el ángulo que forman a y b
C. El Teorema del Coseno es utilizado cuando los Datos conocidos es un lado y su ángulo Opuesto.
D. El Teorema del Coseno es utilizado cuando Conocemos 2 lados y el ángulo opuesto.

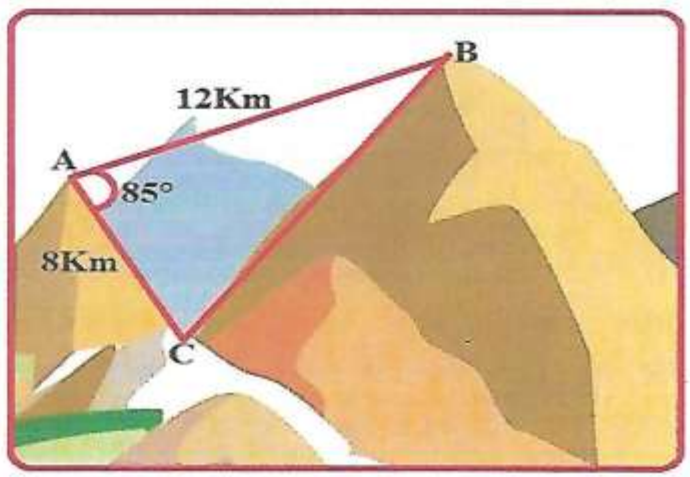
2. Fernanda una estudiante del Grado **10:02** de la **IEAN,** se encuentra en la azotea **B** de un edificio como lo muestra el grafico, observando los dos edificios más altos **A y C.** Si la distancia desde la azotea de su edificio a los otros dos es de 80m y 110m.



De lo anterior podemos afirmar que

A. La distancias entre las Azoteas **A y C** es de 150m aproximadamente.
B. La distancias entre las Azoteas **A y C** es menor de 150m.
C. Que el ángulo **A** = 38°.
D. Que el ángulo B = 42°.

3. Dos escaladores se encuentran en los picos de dos montañas como lo muestra el grafico. El escalador **A** se encuentra a 5,6Km del campamento **C,** y el escalador **B** a 12,6 km. El ángulo de separación entre los dos escaladores es de 85°.

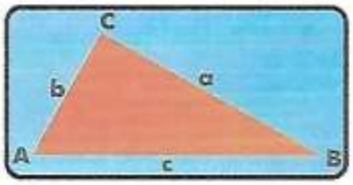


De lo anterior es FALSO afirmar que
A. la distancia que existe entre **C y B** siempre será mayor que todas las demás existentes entre los campamentos, pues corresponde a la hipotenusa del triángulo.
B. la distancia entre **B y C** es de 13,8 Km aproximadamente.
C. la distancia entre **B y C** es menor 13,8 Km aproximadamente.
D. para poder hallar la distancia entre **B y C** solo es posible mediante el Teorema del Coseno.

4. En un triángulo como el que se muestra en la figura a, b y c corresponden a las longitudes de sus lados. El Teorema del Coseno relaciona lados y ángulos de un triángulo **ABC** cualquiera.

Teorema del Coseno

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$



Si un Triángulo **ABC** Se tiene que Cos A = 0, es posible que

A. b > a
B. c > a
C. b = c
D. a = b

Relacionándonos con las Tics

https://bit.ly/2HXJ7oC

Ingresa a la página:
https://www.puntajenacional.co
Resuelve los Ejercicios 1**, 3, 5 y 9** propuestos en el material de ayuda o apoyo para el estudiante.
Recuerda que debes utilizar la metodología de **George Pólya** en la resolución de los ejercicios.
Realiza como mínimo 2 simulacros que te empezaran a familiarizarte con la prueba saber 11 que deberás presentar el próximo año.

Anexo 14. Consentimiento Informado

Anexo 1

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, BÁSICA PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA, MEDIA ACADÉMICA Y MEDIA TÉCNICA CON ENFASÍS EN ASISTENCIA ADMINISTRATIVA.

Decreto de Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Reconocimiento Oficial 2516 del 25 de Noviembre de 2013 – Modificada por la Resolución No 1607 del 27 de julio de 2016.

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

San José de Cúcuta, 14 de Febrero de 2017.

Magister
JUDITH MARGARITA VILLAVICENCIO GALINDO
Rectora Institución Educativa Antonio Nariño

Cordial Saludo

De la manera más atenta me dirijo a usted, con el ánimo de informar que a partir de la fecha iniciare proyecto de investigación **"FORTALECIMIENTO DEL PROCESO APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL MARCO DE LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA CON ESTUDIANTES DE DECIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO DEL MUNICIPIO DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA"**, para el cual requiero su valioso consentimiento, requisito exigido para la ejecución del mismo por parte de la Maestría en Educación que viene presentando la Universidad Autónoma de Bucaramanga convenio con el **MEN** Becas para le Excelencia Docente.

Anexo consentimiento informado.

En espera de su valiosa colaboración y apoyo, atentamente,

Recibido Rosalia Leal
14-02-17

IVÁN DARIO PEÑA CÁRDENAS
Docente
Estudiante Maestría en Educación
Universidad Autónoma de Bucaramanga convenio con el **MEN** Becas para le Excelencia Docente.

	SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA **INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO** ***Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías*** PREESCOLAR, BÁSICA PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA, MEDIA ACADÉMICA Y MEDIA TÉCNICA CON ENFASÍS EN ASISTENCIA ADMINISTRATIVA. Decreto de Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Reconocimiento Oficial 2516 del 25 de Noviembre de 2013 – Modificada por la Resolución No 1607 del 27 de julio de 2016. DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6	

CONSENTIMIENTO INFORMADO

El propósito del siguiente documento es brindar información acerca del proyecto de investigación: **FORTALECIMIENTO DEL PROCESO APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL MARCO DE LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA CON ESTUDIANTES DE DECIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO DEL MUNICIPIO DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA** con estudiantes del grado Decimo de la Institución Educativa Antonio Nariño, y su a ves solicitar aprobación para la ejecución el mismo.

Los participantes del proyecto corresponden al grado Decimo 02, Sede Principal, Jornada de la Mañana.
El estudio estará bajo la orientación del docente **IVÁN DARIO PEÑA CÁRDENAS**, estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga convenio con el **MEN** Becas para le Excelencia Docente.

Durante el desarrollo de la presente investigación se aplicaran diferentes actividades, donde se buscara:

- Fortalecer el proceso de aprendizaje de las funciones trigonométricas, a partir del uso de unidades didácticas, en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya.
- Identificar en qué nivel de apropiación se encuentran los estudiantes de Décimo Grado, con relación a la resolución de problemas, en el contexto de las Funciones Trigonométricas.
- Diseñar unidades didácticas sobre Funciones Trigonométricas, enmarcadas en la metodología resolución de problemas de George Pólya.
- Implementar Unidades Didácticas sobre Funciones Trigonométricas, enfocadas en la metodología George Pólya para resolver problemas.
- Analizar los resultados alcanzados con la implementación de las Unidades Didácticas sobre Funciones Trigonométricas, orientadas en la metodología George Pólya.

Con la firma de este consentimiento se autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Toma de Fotografías y/o filmaciones de algunas clases, con los participantes de la investigación durante la realización de actividades escolares grupales o individuales y la publicación de estas en informes o presentaciones del proyecto.
2. Aplicación de prueba diagnóstica para saber en qué nivel se encuentran los estudiantes donde se observan unos pre-saberes propios de su edad de los jóvenes del Grado Decimo.
3. Aplicación de talleres para el fortalecimiento del aprendizaje de las Funciones Trigonométricas.
4. Completar talleres, evaluaciones, encuestas, para realizar algunas indagaciones y que el producto de estos documentos sean incluidos como anexos de evidencias de la ejecución del proyecto: **FORTALECIMIENTO DEL PROCESO APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL MARCO DE LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA CON ESTUDIANTES DE DECIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO DEL MUNICIPIO DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA** con estudiantes del grado Decimo de la Institución Educativa Antonio Nariño.

Anexo 15. Consentimiento Informado

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO
Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías
PREESCOLAR, BÁSICA PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA, MEDIA ACADÉMICA Y MEDIA TÉCNICA CON ENFASÍS EN ASISTENCIA ADMINISTRATIVA.
Decreto de Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Reconocimiento Oficial 2516 del 25 de Noviembre de 2013 – Modificada por la Resolución No 1607 del 27 de julio de 2016.
DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

5. El uso de espacios para el aprendizaje para la ejecución del proyecto.
6. El uso de recursos como el Video Beam, conectividad de internet, computador asignado al docente, sala de Informática como elementos tecnológicos para la ejecución del proyecto y el buen uso de los mismos.
7. Uso de documentos pertenecientes a la Institución Educativa Antonio Nariño como: PEI, informes del **ISCE**, resultados de las pruebas saber Once y Noveno.
8. Publicación en alguna página Web información resultante de la investigación y/o información relacionada con la institución contenida en el **PEI.**

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Firma del Rector
Email: colantonionarino@yahoo.es
Nº de Celular 3173636337

Anexo 16. Consentimiento informado de padres o acudientes de estudiantes

	SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA **INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO** ***Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías*** PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016 DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6	

CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Yo Yolimar Rozo Diaz o Jesus Esnever Rozo Diaz, yo Nelson miguel morantes o yo ____, mayor de edad, [X] madre, [X] padre, [X] acudiente o [X] representante legal del estudiante Sohet Enilson Rozo Diaz de 16 años de edad, he (hemos) sido informado(s) acerca de la toma de fotografías y grabación del video de práctica educativa relacionada con el proyecto de Maestría en Educación, que viene adelantando el docente **IVAN DARIO PEÑA CARDENAS,** con la Universidad Autónoma de Bucaramanga **(UNAB)**, programa Becas para la Excelencia Docente **MEN**, el cual se requiere para que el Maestro de mi hijo(a) desarrolle algunas pruebas que requiere la investigación.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mí (nuestro) hijo(a) en la toma de fotografías, grabaciones, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en estas fotos y video o los resultados obtenidos por el docente en la Maestría no tendrán repercusiones o consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en las fotos o video no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mí (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes y sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos del proyecto de investigación en la Maestría y como evidencia de la práctica educativa del docente.
- Las entidades a cargo de realizar la investigación y el docente que efectuara el estudio garantizarán la protección de las imágenes de mí (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de investigación.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

[ ] **DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO** [ ] **NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO**

Para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en la toma de Fotografías y grabación del video de práctica educativa del docente en las instalaciones de la Institución Educativa Colegio Antonio Nariño donde estudia.

Lugar y Fecha: Cúcuta, Enero 24 / 2018

Yolimar Rozo

FIRMA MADRE
CC/CE: 30 049 933

FIRMA PADRE
CC/CE: 13497975

FIRMA ACUDIENTE O REPRESENTANTE LEGAL
CC/CE:

Anexo 17. Formato de evaluación de estudiantes

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

FORMATO EVALUACION CUESTIONARIO A ESTUDIANTES DE 10° GRADO CONFRONTACIÓN CON LOS OBJETIVOS

Nro.	Criterio a Evaluar	SI	NO	Sugerencias
1	La información general dada en el instrumento permite un entendimiento de lo que se busca con el proyecto.			
2	Las preguntas hechas en el instrumento son coherentes con los objetivos de la investigación.			
3	El número de ítems propuesto en el instrumento es apropiado para alcanzar lo propuesto en la investigación			
4	La redacción y puntuación del instrumento permite su entendimiento general.			

OBSERVACIONES:

Nombre del Evaluador: ____

Escolaridad del Evaluador: ____

Institución actual del Evaluador: ____________________________________

Anexo 18. Formato de evaluación- validación por pares

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

FORMATO EVALUACION - VALIDACIÓN POR PARES

Nro.	Criterio a Evaluar	SI	NO	Sugerencias
1	La información general dada en el instrumento permite un entendimiento de lo que se busca con el proyecto.	X		
2	Las preguntas hechas en el instrumento son coherentes con los objetivos de la investigación.	X		
3	El número de ítems propuesto en el instrumento es apropiado para alcanzar lo propuesto en la investigación	X		
4	La redacción y puntuación del instrumento permite su entendimiento general.	X		

OBSERVACIONES:
Las unidades de aprendizaje son coherentes con el aprendizaje requerido.
Las preguntas están bien formuladas y en concordancia con lo exigido por el MEN

Nombre del Evaluador: María Victoria Pimiento Farelo

Escolaridad del Evaluador: Licenciada en Matemáticas y Física.

Institución actual del Evaluador: Colegio Antonio Nariño

Fecha de Evaluación: ______

MariaVictoriaPimientoFarelo
CC 63'349.103

Anexo19. Formato diario Pedagógico

	SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA **INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO** ***Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías*** PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Decreto de Creación No. 00790 del 30 de septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación No. 0504 del 24 de agosto de 2006 - Reconocimiento Oficial No. 2516 del 25 de noviembre de 2013 DANE No. 154001001644 - NIT 8000001044-6	

FORMATO DIARIO PEDAGOGICO

FECHA: ____________________
ACTIVIDAD A DESARROLLAR: ____
DOCENTE: IVAN DARIO PEÑA CARDENAS **AREA: MATEMATICAS** **GRADO: 10°**

AMPLIACION	**OBSERVACION**	**ANALISIS**
		MAESTRO: Planeación de clase, estrategia pedagógica, dominio conceptual y curricular, modelo pedagógico, estrategia didáctica, manejo de grupo, evaluación, ambiente en el aula.
		ESTUDIANTES: Motivación, participación, actitud, aptitud, apropiación del conocimiento, dificultades de aprendizaje, comportamiento en el aula de clase.
		RECURSOS: Uso de las TIC, estrategia Pedagógica utilizada (guías, talleres, ensayos, trabajo colaborativo y otros).
		REFLEXIÓN:

"Educación Integral que Trasciende

Anexo 20. Prueba diagnostica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ANTONIO NARIÑO
CREADO POR DECRETO No.000790 DEL 30 DE SEPTIEMBRE DE 2002
RECONOCIMIENTO OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN 000504 DEL 24 DE AGOSTO DE 2006
NIT-807.001.044.-6- DANE- 154001001644

PRUEBA DIAGNÓSTICA

NOMBRE: ______________________ **GRADO:** ________ **FECHA:** ______________

La siguiente prueba diagnóstica se efectúa con el fin de determinar algunos de los conocimientos previos que el estudiante de 10° grado de la **IEAN** debe tener para comprensión significativa del aprendizaje relacionado con las Funciones Trigonométricas y algunas de sus aplicaciones. Por lo anterior solicitamos muy respetuosamente a los educandos respondan con la mayor sinceridad posible las siguientes preguntas, leyendo con atención cada uno de los puntos, señalando la opción correcta.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

La solución de una ecuación es uno de los temas centrales en las matemáticas, ya que mediante una ecuación podemos relacionar variables y a partir de estas relaciones podemos optimizar proceso, hacer mediciones indirectas, enunciar en forma precisa leyes, entre otras aplicaciones. El campo de aplicación de las ecuaciones es inmenso. **Por ejemplo:**

Una familia del colegio Antonio Nariño es propietaria de un lugar de objetos para realizar regalos. Entre otros artículos podemos encontrar bolígrafos. Ellos saben que si venden un numero X de estos bolígrafos, los ingresos y los gastos vienen dados por expresiones

Ingresos = 8X **Gastos** = 3X + 20.000

1. La ecuación que permite encontrar el # de bolígrafos que hay que vender para conseguir unos ingresos de $20.000 es:

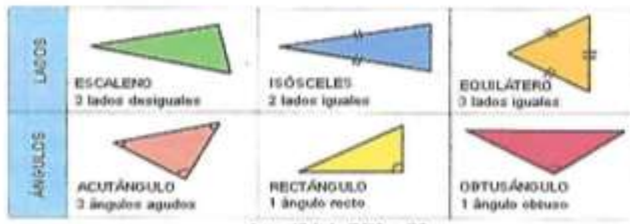
A. 8X + 200.000 = 0 B. 3X + 20.0000 = 200.000
C. 8X – 200.000 = 0 D. 3X – 20.000 = 0

2. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite determinar cuántos bolígrafos tienen que vender la familia del Colegio Antonio Nariño para que se mantenga el punto de equilibrio?

A. 5X – 20.000 = 0 B. 11X – 20.000 = 0
C. 5X + 20.000 = 0 D. 11X + 20.000 = 0

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 Y 4 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Los triángulos se clasifican de acuerdo con las medidas de sus lados en isósceles, equiláteros y escalenos. Un triángulo con dos lados congruentes se llama isósceles; con tres lados congruentes se llama equilátero. Un triángulo escaleno en el cual todos sus lados tienen diferente medida.



http://bit.ly/2E9xoS3

3. De la afirmación: **"Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los lados opuestos a estos lados son congruentes"**. Se puede decir que:

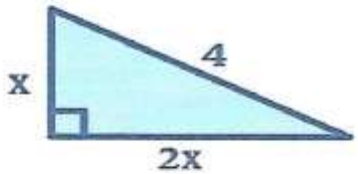
A. Todo triangulo equiángulo es equilátero.
B. Todo triángulo equilátero es equiángulo.
C. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los tres ángulos son congruentes.
D. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes entonces los ángulos opuestos a estos lados son congruentes.

4. De acuerdo con la clasificación de los triángulos, **NO ES CORRECTO** afirmar que:

A. Si un triángulo es equilátero es Isósceles.
B. Si un triángulo no es escaleno puede ser equilátero.
C. Existen triángulos rectángulos que son isósceles.
D. Existen triángulos isósceles que nos son equiláteros.

El **Teorema de Pitágoras** establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa (el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo) es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (los dos lados menores del triángulo, los que conforman el ángulo recto). De igual importancia el **Teorema de Thales** manifiesta que, si dos rectas, no necesariamente paralelas, son cortadas por un sistema de rectas paralelas, entonces los segmentos que resultan sobre una de las dos rectas son proporcionales a los correspondientes segmentos obtenidos sobre la otra.

5. En un triángulo rectángulo la Hipotenusa mide 4cm y uno de los catetos es el doble del otro. **Respecto a la situación anterior podemos afirmar que:**



A. Los valores de los catetos los hallamos mediante la aplicación del teorema de Thales.

B. El cateto menor mide $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. El cateto mayor mide $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. La ecuación $X^2 + 4X^2 = 16$ nos permite hallar los valores de los catetos.

6. Para determinar la estatura de la persona de la gráfica, se requiere conocer:

I. La longitud de los rayos del sol.
II. El valor del ángulo θ.
III. La longitud de la sombra.

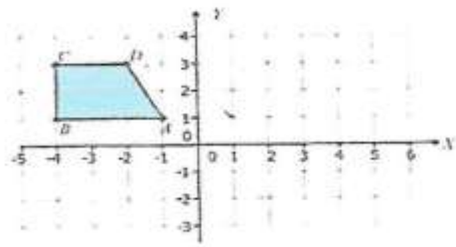
A. I y II Solamente.
B. I y III Solamente.
C. II y II Solamente.
D. Cualquiera de las opciones A, B, o C.

7. Un árbol de 3m de altura proyecta una sombra al piso de 4m como lo muestra la figura. **Respecto a la situación anterior podemos afirmar que:**

A. La sombra proyectada por el árbol, siempre será mayor que la longitud que existe entre la copa del árbol y hasta donde llega la sombra.
B. la longitud que existe entre la copa del árbol y hasta donde llega la sombra, siempre será mayor que la altura del árbol y la distancia existente entre la base del árbol y ha donde llega la proyección de la sombra.
C. Que el cateto opuesto en la figura corresponde a la sombra proyectada.
D. La longitud que hay de la copa del árbol hasta donde llega la proyección de la sombra es de $25m^2$.

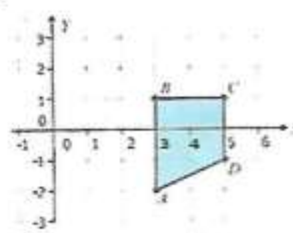
El plano cartesiano es una herramienta sumamente importante, no solo en las Matemáticas si no en diferentes áreas del conocimiento, pues nos permite representar gráficamente cualquier función o interpretar con gran facilidad cualquier problema, esto quiere decir que con la ayuda de ellos podremos visualizar un movimiento, la velocidad, ubicación o desplazamiento de diferentes objetos, personas o cosas entre otros. Sus aplicaciones en el campo de las Matemáticas son extraordinarios. **Por Ejemplo.**

Se tiene un cuadrilátero en el plano cartesiano (Ver figura).

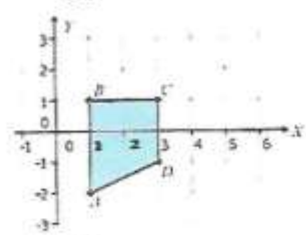


8. Al trasladar el cuadrilátero 5 unidades en el plano cartesiano hacia la derecha y rotarlo 90° alrededor del punto B en el sentido que giran las manecillas del reloj, la nueva ubicación de la figura es

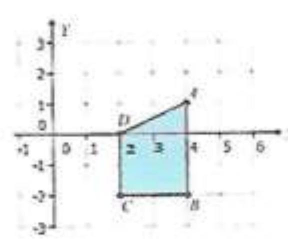
A



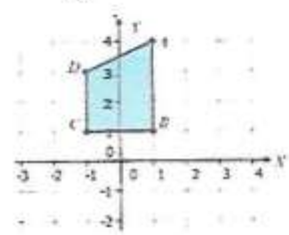
B.



C.



D.



A. El grafico "A" porque roto los 90° alrededor del punto B en el mismo sentido de las manecillas del reloj y se ubicó 5 unidades como lo requería la nueva figura en el plano cartesiano.
B. El grafico "B" porque roto 90° alrededor del punto B en el mismo sentido de las manecillas del reloj y se desplazó correctamente las unidades que se solicitaba para la nueva ubicación de la figura en el plano cartesiano.

C. El grafico "C" porque roto los 90° con respecto al punto B y se desplazó 5 unidades como lo requería la nueva ubicación de la figura en el plano cartesiano.
D. El grafico "D" porque cumplió con todo lo requerido para la nueva ubicación de la figura en el plano cartesiano.

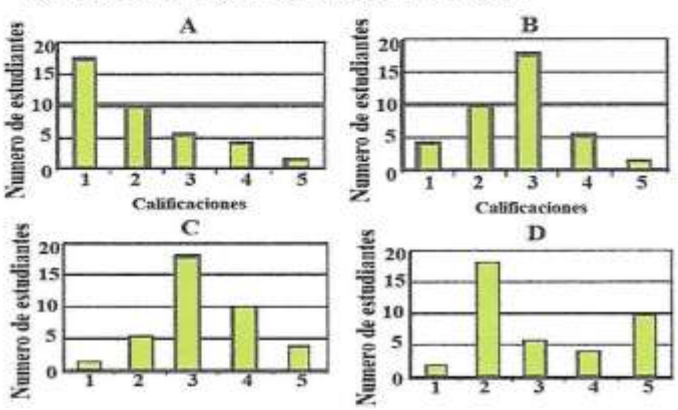
9. En una sala de cine se organiza una rifa entre los asistentes a una de las funciones. Cada asistente marca la boleta de la entrada con sus datos y la introduce en una urna, al final de la función se extrae una boleta al azar. De los asistentes, **1/6** son hombres adultos, **1/5** son mujeres adultas, **1/3** son niños y **3/10** son niñas. **Es menos probable que la rifa la gane**

A. una niña. **B.** un niño.
C. una mujer adulta. **D.** un hombre adulto.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 10 Y 11 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN
10. La siguiente tabla representa las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes universitarios en un examen.

Calificación	Número de estudiantes
1	2
2	6
3	18
4	10
5	4

¿En cuál de las siguientes graficas se representan correctamente los resultados de la tabla?



11. Según las calificaciones obtenidas en el examen, los estudiantes son clasificados como se indica a continuación

Calificación	Clasificación
1 ó 2	Reprobado
3	Pendiente
4 ó 5	Aprobado

¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante escogido este clasificado como aprobado?
A. 4/40 **B.** 10/40
C. 14/40 **D.** 20/40

En Matemáticas, la racionalización de radicales es un proceso en el cual se transforma una expresión, que consiste en operar para eliminar los radicales del denominador de una fracción.

12. Al racionalizar $\frac{2}{\sqrt{2}}$ es válido afirmar que

A. Multiplicamos el numerador y denominador de la expresion por el conjugado del denominador para posteriormente racionalizar y llegar a su mínima expresión.
B. le sumamos al numerador y denominador de la expresion **$\sqrt{2}$** y posteriormente procedemos a racionalizar para llegar a su mínima expresion.
C. Debemos multiplicar el numerador y denominador de la expresion por **$\sqrt{2}$** y posteriormente proceder a eliminar términos para llegar a su mínima expresion.
D. El resultado obtenido al realizar el proceso de racionalización cumpliendo con todos los pasos es **$2\sqrt{2}$**

13. En clase, el profesor de Matemáticas del **Colegio Antonio Nariño** pide escribir la raíz cubica de la raíz cuadrada de un numero x. Un estudiante escribe correctamente $\sqrt[3]{\sqrt[2]{x}}$
¿Cuál de las siguientes expresiones tambien representa lo solicitado por el profesor?

A. $\sqrt[5]{x}$ Porque una raíz elevada a otra raíz es igual a otra raíz cuyo índice es la suma de los dos índices.
B. $\sqrt[6]{x}$ Porque una raíz elevada a otra raíz es igual a otra raíz cuyo índice es el producto los dos índices
C. $\sqrt[3]{x/2}$ Porque una raíz elevada a otra raíz es igual a otra raíz cuyo primer índice se mantiene y el segundo pasa a dividir la cantidad subradical.
D. $\sqrt[6]{x^2}$ Porque una raíz elevada a otra raíz es igual a otra raíz cuyo índice es el producto los dos índices y ademas la cantidad subradical se eleva al valor del segundo índice.

Prueba validada por el Grupo Educativo Helmer Pardo Pineda, Matemáticas y resolución cuantitativa, Helmer Pardo y Carlos Angulo, Cali - Valle, Colombia 2014. Recuperado: www.helmerpardo.com
Prueba validada por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), ICFES mejor saber cuadernillo 59 del año 2015. Recuperado: http://www.icfes.gov.co/estudiantes-y-padres/pruebas-saber-3-5-y-9-estudiantes/ejemplos-de-preguntas-saber-3-5-y-9
Prueba validada por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), ICFES mejor saber cuadernillo GBX 9 del año 2017. Recuperado: http://www.icfes.gov.co/estudiantes-y-padres/pruebas-saber-3-5-y-9-estudiantes/ejemplos-de-preguntas-saber-3-5-y-9

__Anexo 21.__ Prueba final

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO NARIÑO

Sedes Principal – Nuestra Señora de Lourdes – San José Obrero – Mis Alegrías

PREESCOLAR, EDUCACIÓN PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA ACADÉMICA Y TÉCNICA

Decreto Creación 790 del 30 de Septiembre de 2002 - Resolución de Aprobación 504 del 24 de Agosto de 2006 - Resolución Licencia de Reconocimiento Oficial 1607 del 27 de Julio de 2016

DANE No. 154001001644 - NIT 807001044-6

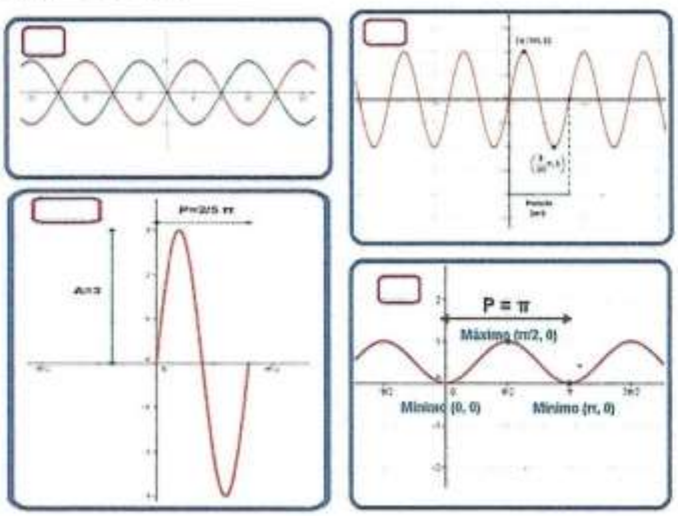
PRUEBA FINAL

NOMBRE: ______________________________ **GRADO:** ________ **FECHA:** ________________

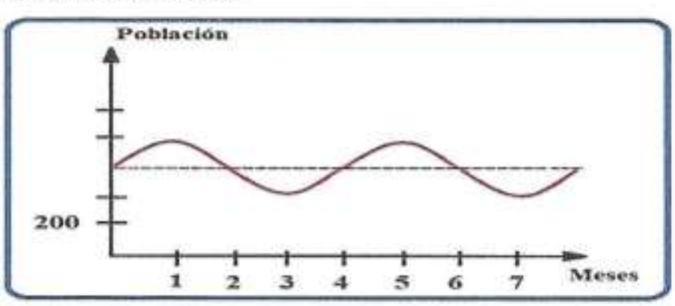
La siguiente Prueba Final se efectúa con el objetivo de establecer el logro alcanzado por los estudiantes después del proceso de intervención teniendo en cuenta las actividades planteadas en los talleres propuestos en las Unidades Didácticas, de manera que se pueda contrastar si a través de la propuesta que se implementó los estudiantes de 10° grado de la **IEAN**, han alcanzado mayor grado de fortalecimiento en la resolución de problemas en el contexto de las Funciones Trigonométricas. Por lo anterior solicitamos muy respetuosamente a los educandos respondan con la mayor sinceridad posible las siguientes preguntas, leyendo con atención cada uno de los puntos, señalando la opción correcta

1. Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. y = sen (5x)
B. y = - sen x
C. y = sen2(x)
D. y = 3 sen 5x



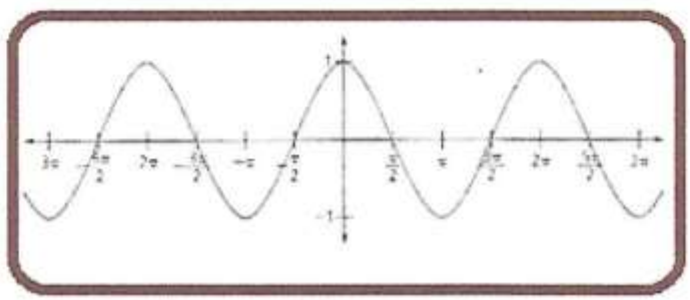
2. La figura muestra la gráfica sobre el comportamiento de la población de estudiantes del Colegio Antonio Nariño de la ciudad de Cúcuta.



Al identificar aspectos relevantes de la gráfica, es **FALSO** afirmar que

A. La población máxima en el colegio es de 800 estudiantes, y se registra en el primer y quinto mes.
B. La población mínima es de 400 estudiantes, y se registra en el tercer y en el séptimo mes.
C. El periodo de la función correspondiente al comportamiento de la población es de 4 meses.
D. Durante el primer mes y del tercer al quinto mes la población decrece. Del primer mes al tercer mes y del quinto al séptimo mes la población crece.

3. A partir de la gráfica que se muestra de la Función **y=Cos x** es **FALSO** afirmar que



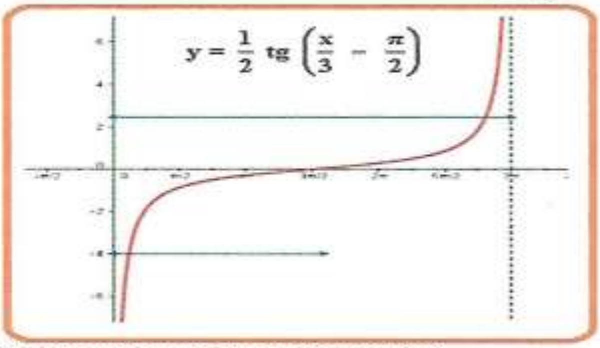
A. Es periódica y su periodo es $\mathbf{2\pi}$ **Rad**
B. El dominio son todos los números Reales y su Rango o Recorrido es el Intervalo $\mathbf{[-1, 1]}$.
C. El valor máximo es **1** y lo alcanza en $\mathbf{X = 0}$ y en $\mathbf{X = 2\pi}$; el valor Mínimo es **-1** y lo alcanza en $\mathbf{X = \pi}$, luego la amplitud de la función es **1**.
D. La Función no es continua en todo su Dominio, es Creciente en el Intervalo $\mathbf{(\pi, 2\pi)}$ y Decreciente en el Intervalo $\mathbf{(0, \pi)}$

4. En trigonometría la **Tangente** de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto opuesto a ese ángulo y el cateto adyacente. Su abreviatura es **Tang** y se representa como $f(x) \quad \operatorname{tg} x \quad \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

De lo anterior es FALSO afirmar que

A. Es estrictamente creciente en todo su dominio.
B. Su dominio es R-{π/2 + k·π con k∈Z} y su Rango es R.
C. No tiene máximos ni mínimos.
D. Es periódica de periodo 2π.

5. la gráfica muestra de la Función $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$

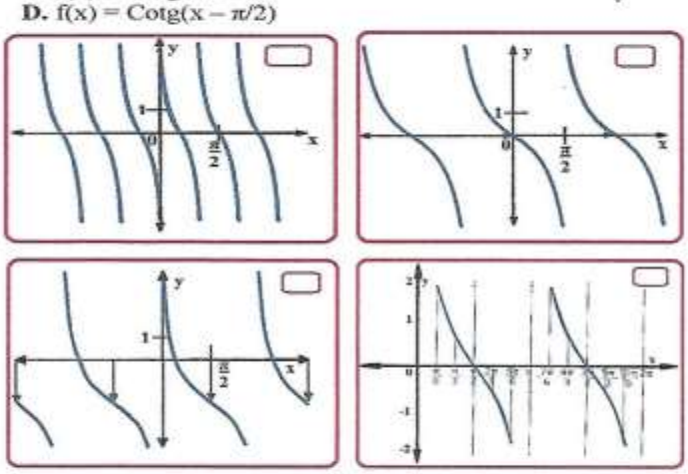


De lo anterior podemos afirmar que

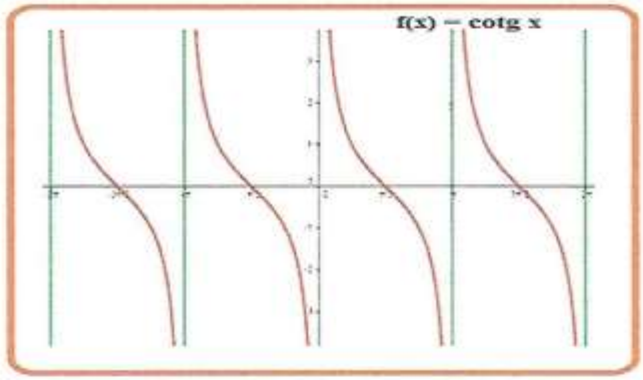
A. El periodo es **3π/2.**
B. Su punto Maximo es 6 y su punto Minimo -6.
C. Es estrictamente Decreciente en todo su dominio y su Rango son todos los Reales.
D. El periodo es **3π.**

6. Relaciona cada grafica con su expresion algebraica

A. f(x) = Cotg(x) - 2
B. f(x) = Cotg(x)
C. f(x) = Cotg 3x
D. f(x) = Cotg(x – π/2)



RESPONDE LAS PREGUNTAS 8 Y 9 TENIENDO EN CUENTA EL GRAFICO DE LA FUNCIÓN COTANGENTE



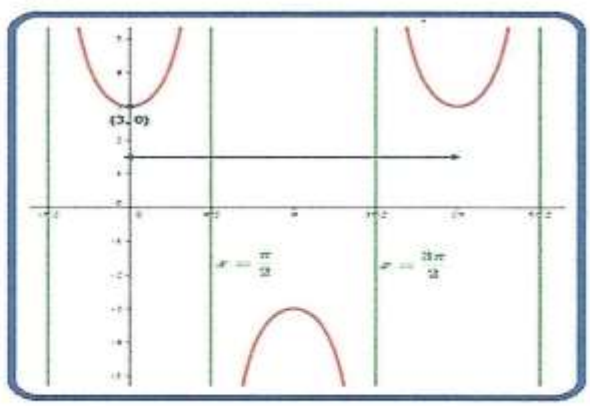
8. Del rango de la funcion Cotangente podemos afirmar:

A. Son todos los numeros Reales.
B. Son todos los Racionales..
C. Es un subconjunto de los Reales con alguna restricción.
D. Es el conjunto de los Reales ecepto {π - k·π con k∈Z}.

9. Del periodo de la funcion Cotangente afirmamos.

A. Es una funcion periodica con periodo π/4.
B. Es una funcion periodica con periodo 3πRad.
C. Es una funcion periodica con periodo 2π Rad.
D. Es una funcion periodica con periodo πRad.

10. La gráfica muestra de la Función **f(x) = 3 sec(x)**

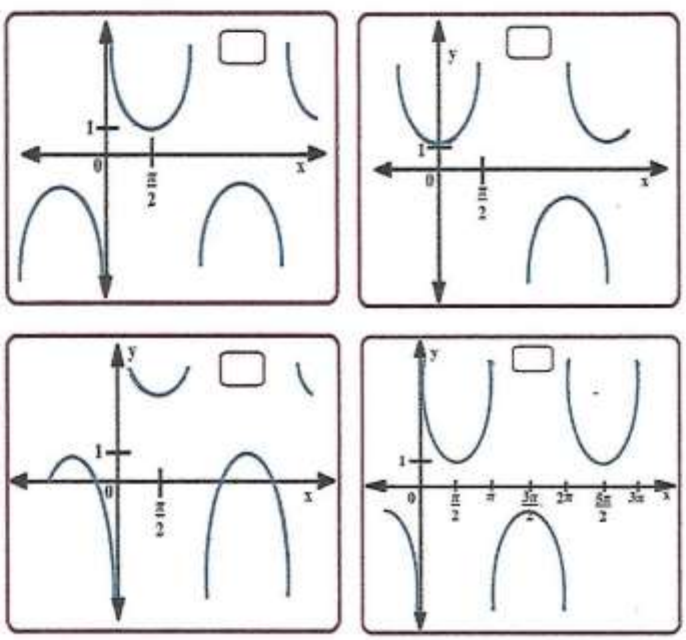


De lo anterior es FALSO afirmar que

A. El Rango o Recorrido de la función es:
$(-\infty , -3] \cup [3 , \infty)$Es periódica de período $4\pi/2$.
B. Como la función secante es periódica de período π , la función $f(x) = 3\ \sec(x)$ tiene el mismo período: π .
C. Es estrictamente Creciente en todo su dominio y su Rango son todos los Reales.
D. No tiene puntos de corte con el eje X, puesto que:
$y = 0 \notin Im(f) = (-\infty , -3] \cup [3 , \infty)$

11. En trigonometría la **Secante** es la inversa del Coseno y se define como la razón entre la hipotenusa (c) y el cateto contiguo o cateto adyacente (b). Su abreviatura es **Sec.**
De lo anterior podemos afirmar que
A. Es par, es decir, simétrica respecto al origen.
B. Tiene infinitos máximos relativos en los puntos de la forma $(-\pi/2 + 2\cdot k\cdot\pi, -1)$ con $k\in Z$. Tiene infinitos mínimos relativos en los puntos de la forma $(\pi/2 + 2\cdot k\cdot\pi, 1)$ con $k\in Z$.
C. Es periódica de periodo 4π.
D. Su dominio es $R + \{k\cdot\pi\}$ con $k\in Z$.

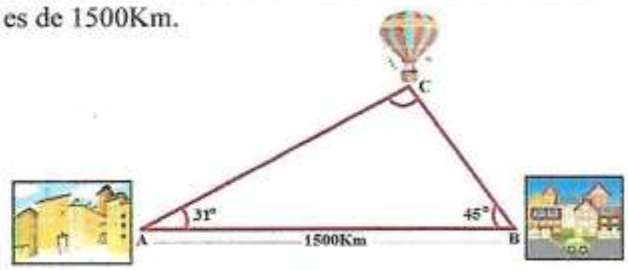
12. Relaciona cada grafica con su expresion algebraica .
A. $f(x) = Cosec\ x$
B. $f(x) = Cosec2x$
C. $f(x) = Cosec(x+ \pi/2)$
D. $f(x) = Cosec(x) + 2$



13. En trigonometría la **Cosecante** es la inversa del seno, es decir $csc\ \alpha \cdot sen\ \alpha=1$. La cosecante del ángulo α de un triángulo rectángulo se define como la razón entre la hipotenusa (c) y el cateto opuesto (a). Su abreviatura es **csc o cosec**
De lo anterior es FALSO afirmar que
A. No está acotada.
B. Es impar, es decir, simétrica respecto al origen.
C. Es periódica de periodo 2π.
D. Su dominio es $R + \{k - \pi\}$ con $k\in Z$.

14. En Trigonometría, el **Teorema del Seno** (o teorema de los senos) relaciona proporcionalmente los lados y los ángulos de un triángulo cualquiera. Una de las cosas que debemos saber acerca de la ley de senos, es que solo es aplicable a **triángulos oblicuángulos**, es decir aquellos triángulos los cuales no tienen ningún ángulo recto o de 90°.
De lo anterior podemos afirmar que
A. El Teorema del Seno es Utilizado cuando se tiene dos lados y un ángulo del Triángulo.
B. El Teorema del Seno es utilizado cuando se conocen dos ángulos del triángulo y un lado opuesto a uno de ellos y También se usa cuando conocemos dos lados del triángulo y un ángulo opuesto a uno de ellos.
C. El Teorema del Seno es utilizado cuando los Datos conocidos es un lado y su ángulo Opuesto.
D. El Teorema del Seno es utilizado cuando se conocen sus tres lados y tambien se usa cuando conocemos dos ángulos y un lado del triángulo.

15. Un globo se encuentra volando entre dos barrios **A** y **B** cerca al **Colegio Antonio Nariño,** con ángulos de elevación de 31° y 45°, respectivamente. La distancia entre los dos barrios es de 1500Km.



De la anterior es FALSO afirmar que
A. El ángulo formado por el globo con respecto a la distancia de los barrios **A y B** es de 114°
B. Que la distancia a la que está el globo del barrio **B** es de 1840 Km aproximadamente.
C. Que la distancia a la que está el globo del barrio A es de 1153 Km aproximadamente.
D. Que ninguna de las dos distancias a la que está el globo de los barrios **A y B** serán superiores a la que hay entre los dos barrios.

16. En Trigonometría, el **Teorema del Coseno** (o teorema de los Cosenos) relaciona un lado del triángulo con los otros dos y el ángulo que forman éstos. El teorema enuncia que: El cuadrado de un lado **(a, b o c)** cualquiera de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los dos lados restantes menos el doble del producto de ellos por el coseno del ángulo **(A, B o C)** que forman. Una de las cosas que debemos saber acerca de la ley de los Cosenos, es que solo es aplicable a triángulos oblicuángulos, es decir aquellos triángulos no rectángulos.

De lo anterior es FALSO afirmar que

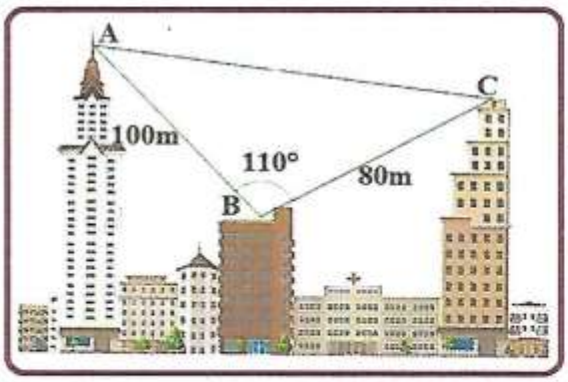
A. El Teorema del Coseno es Utilizado cuando Conocemos los 3 lados del Triángulo.

B. El Teorema del Coseno es utilizado cuando se Conocen 2 lados y el ángulo que forman a y b

C. El Teorema del Coseno es utilizado cuando los Datos conocidos es un lado y su ángulo Opuesto.

D. El Teorema del Coseno es utilizado cuando Conocemos 2 lados y el ángulo opuesto.

17. Michel una estudiante del Grado **10:02** de la **IEAN,** se encuentra en la azotea **B** de un edificio como lo muestra el grafico, observando los dos edificios más altos **A y C.** Si la distancia desde la azotea de su edificio a los otros dos es de 80m y 110m.



De lo anterior podemos afirmar que

A. La distancias entre las Azoteas **A y C** es de 150m aproximadamente.

B. La distancias entre las Azoteas **A y C** es menor de 150m.

C. Que el ángulo **A** = 38°.

D. Que el ángulo B = 42°.

Anexo 22. Evaluación talleres por pares evaluadores

Evaluación Talleres Pares Evaluadores

Evaluación Talleres Pares Evaluadores

Anexo 23. Aplicación prueba diagnostica

Aplicación Prueba Diagnostica

Aplicando la Prueba Diagnostica

Anexo 24. Manejo de funciones Trigonométricas

Estudiantes Realizando Gráficos de las Funciones Trigonométricas

Docente Explicando la realización de los Gráficos de las Funciones Trigonométricas

Anexo 25. Realización de gráficos con funciones trigonométricas

Estudiantes Realizando Gráficos con la Orientación del Profesor

Estudiantes Pegando los Talleres como Evidencia del Trabajo

A*nexo 26.* Orientaciones de los Talleres unidades didácticas

Brindando Orientaciones de los Talleres a través del Video Beam

Anexo 27. Aplicación de prueba final

Aplicación Prueba Final

Orientaciones Prueba Final

Anexo 28. Socialización prueba final

Socialización Prueba Final