

UNIDADES DIDÁCTICAS DE PERÍMETRO Y ÁREA DE POLÍGONOS COMO
ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN
ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DEL INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE
COMERCIO CÚCUTA, NORTE DE SANTANDER



LADY JANINE CABALLERO JAIMES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BUCARAMANGA

2018

UNIDADES DIDÁCTICAS DE PERÍMETRO Y ÁREA DE POLÍGONOS COMO
ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN
ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DEL INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE
COMERCIO CÚCUTA, NORTE DE SANTANDER

LADY JANINE CABALLERO JAIMES

Trabajo de Grado para obtener el Título de Magister en Educación

Directora

CARMEN EDILIA VILLAMIZAR

Grupo de investigación: Investigación y lenguaje

Línea de Investigación: Prácticas pedagógicas

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BUCARAMANGA

2018

DEDICATORIA

A Dios Padre primeramente por la Vida que me concede hasta el día de hoy y a mi familia.

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Educación Nacional por el apoyo en mi proceso de cualificación personal y profesional. A mi Universidad UNAB por recibirme como su estudiante y acompañarme en el proceso que hoy culmino exitosamente. A mi colegio Instituto Técnico Nacional de Comercio quienes serán los más beneficiados en el proceso de mejoramiento institucional al implementar la propuesta investigativa y de manera especial a mis estudiantes y padres de familia que en su consentimiento y activa participación fundamentaron los cambios pedagógicos que hoy entre todos construimos.

Resumen

Esta investigación pretende determinar la incidencia de la implementación de unidades didácticas para el desarrollo del pensamiento geométrico en el perímetro y área de polígonos. Inicialmente se realizó una revisión de las pruebas SABER del área de matemáticas entre los años 2012 – 2016 que permitieron establecer las posibles dificultades. Se aplicó una prueba diagnóstica para caracterizar el desarrollo del pensamiento geométrico. Se diseñaron unidades didácticas teniendo en cuenta los estándares básicos de competencias y los procesos cognitivos de visualización, razonamiento y construcción desde los referentes de Torregrosa – Quesada y Duval, que permitieron realizar la aplicación de la estrategia didáctica. Se categoriza y analizan los resultados obtenidos a través de los diversos instrumentos implementados, permitiendo determinar la incidencia de la aplicación de unidades didácticas en el desarrollo del pensamiento geométrico. La metodología aplicada es la investigación acción con enfoque cualitativo. Los instrumentos utilizados, son: el diario pedagógico, rejillas de observación y análisis de producciones de los estudiantes. Se destaca la implementación de unidades didácticas como una herramienta fundamental para la conceptualización del perímetro y área de polígonos desarrollando el pensamiento geométrico. Finalizado el proceso el alcance de la investigación se refleja en el mejoramiento de los procesos cognitivos a través de pruebas internas y la disposición en el aprendizaje de la geometría. Se deja este proyecto abierto para lograr un mejoramiento en la enseñanza de la geometría en los diferentes niveles de la Institución.

Palabras clave: Unidades didácticas, Geometría, Pensamiento Geométrico, Perímetro, área.

Abstract

This research aims to determine the incidence of the implementation of didactic units for the development of geometric thinking in the perimeter and area of polygons. Initially, a review of the SABER tests of the area of mathematics was carried out between the years 2012 - 2016, which allowed establishing the possible difficulties. A diagnostic test was applied to characterize the development of geometric thinking. Didactic units were designed taking into account the basic competency standards and the cognitive processes of visualization, reasoning and construction from the referents of Torregrosa - Quesada and Duval, which allowed the application of the didactic strategy. The results obtained through the various implemented instruments are categorized and analyzed, allowing to determine the incidence of the application of didactic units in the development of geometric thought. The applied methodology is action research with a qualitative approach. The instruments used are: the pedagogical diary, observation grids and analysis of student productions. The implementation of didactic units is highlighted as a fundamental tool for the conceptualization of the perimeter and area of polygons developing geometric thinking. Once the process is finished, the scope of the research is reflected in the improvement of the cognitive processes through internal tests and the disposition in the learning of the geometry. This project is left open to achieve an improvement in the teaching of geometry in the different levels of the Institution.

Key words: didactic units, geometry, geometric thinking, perimeter, area.

Introducción

Este trabajo de investigación surge de la necesidad de transformar la práctica pedagógica en la enseñanza de la geometría, dado que a nivel nacional e institucional los resultados en pruebas externas no han tenido los resultados esperados y a nivel de aula se presentan dificultades en el aprendizaje de la misma.

El proceso de investigación se enmarca en el desarrollo del pensamiento geométrico a partir de los estudios de Duval y Torregrosa y Quesada sobre los procesos cognitivos que se desarrollan en geometría.

Este trabajo se desarrolla en el Instituto Técnico Nacional de Comercio de la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander y pretende, como objetivo general, implementar unidades didácticas de perímetro y áreas de polígonos para el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de sexto grado.

Para la consecución de este objetivo se enmarca la propuesta investigativa en la caracterización del pensamiento geométrico de los estudiantes de sexto grado, el diseño de unidades didácticas de perímetro y área de polígonos, la implementación de las mismas y el análisis de la incidencia de esta herramienta didáctica.

El proceso investigativo se fundamenta en el enfoque cualitativo de investigación-acción, que ofrece elementos importantes para la reflexión de las prácticas pedagógicas. De esta manera se realiza de manera cíclica un proceso reflexivo sobre la implementación de esta estrategia didáctica y sobre los resultados obtenidos durante la investigación, a través de instrumentos como el diario pedagógico, las rejillas de observación y las producciones de los estudiantes.

El informe de la investigación está dividido en cinco capítulos.

El capítulo 1 se plantea el problema de investigación a partir de la descripción que da origen a la pregunta investigativa, justificando la importancia y pertinencia para ser realizado. Se enuncian los objetivos que se pretenden abordar y el contexto en el que se desarrolla.

El capítulo 2 presenta de forma organizada los antecedentes de estudios realizados sobre el objeto de investigación a nivel internacional, nacional y local. Igualmente se establece el marco teórico que fundamenta el proceso investigativo a partir de dos autores que determinan los procesos cognitivos presentes en el desarrollo del pensamiento geométrico.

El capítulo 3 se describe la metodología utilizada, el enfoque y tipo de investigación que se realiza, haciendo énfasis en las diferentes etapas que conlleva este proceso, la población y muestra, los instrumentos utilizados para la recolección de datos y los resultados obtenidos del procesamiento y análisis de la información de cada una de las actividades programadas.

El capítulo 4 presenta la propuesta pedagógica de diseño e implementación de unidades didácticas de perímetro y áreas de polígonos. Se establece la importancia de estas, los objetivos que se pretenden lograr, la metodología, el fundamento pedagógico, las actividades realizadas (guías didácticas) y análisis de las experiencias exitosas.

El capítulo 5 establece las conclusiones del proceso investigativa y las recomendaciones para posteriores trabajos de investigación.

Finalmente en este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas que dan respuesta a la pregunta de investigación y recomendaciones que se derivan de este proceso para futuros trabajos de investigación.

TABLA DE CONTENIDO

Resumen.....	V
Abstract.....	VI
Introducción	VII
Capítulo 1	1
Contextualización de la investigación	1
Descripción de la situación problemática	1
Formulación de la pregunta de investigación	14
Objetivo general.....	14
Objetivos específicos	15
Justificación	15
Contextualización de la institución.....	18
Capítulo 2	21
Marco de referencia	21
Antecedentes de la investigación	21
A nivel internacional.....	21
A nivel nacional	29
A nivel local.....	37
Marco teórico	44
Geometría.....	44
Pensamiento geométrico	46
Visualización.....	51
Aprehension perceptiva	58

Aprehension discursiva.....	59
Del anclaje visual al anclaje discursivo	60
Del anclaje discursivo al anclaje visual	61
Aprehension operatoria.....	62
Aprehensión operativa de reconfiguración	63
Aprehensión operativa de cambio figural	64
Razonamiento	66
El razonamiento como un proceso configural:	68
Truncamiento	69
Conjetura sin demostración.....	71
Bucle	71
El razonamiento como un proceso discursivo natural	72
El razonamiento como un proceso discursivo teórico	73
Construcción	73
Perímetro y área	76
Unidad didáctica	81
Cognitivismo.....	82
-Marco legal	85
Capítulo 3.....	89
Diseño metodológico	89
Tipo de investigación.....	89
Proceso de investigación.....	93
Fase diagnóstica	96
Fase de diseño	99

Fase de implementación.....	100
Fase de evaluación de la implementación.....	102
Fase de reflexión.....	106
Población y muestra.....	107
Instrumentos de investigación.....	108
Observación participante	109
Diario pedagógico.....	110
Rejillas de observación	111
Validación de instrumentos.....	111
Resultado y discusión	131
Principios éticos	170
Capítulo 4.....	171
Propuesta pedagógica.....	171
Presentación	171
Justificación	172
Contextualización	174
Objetivo general.....	174
Objetivos específicos	174
Indicadores de desempeño	175
Metodología	176
Fundamento pedagógico	176
Diseño de actividades	178
Análisis de experiencias exitosas.....	228

Capítulo 5	232
Conclusiones.....	232
Recomendaciones	235
Referencias bibliograficas.....	238
Anexos	244

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Momentos de la investigación. Fase diagnóstica.....	98
Tabla 2. Momentos de la investigación. Fase de diseño.....	100
Tabla 3. Momentos de la investigación. Fase de implementación	101
Tabla 4. Momentos de la investigación. Fase de evaluación de la implementación	103
Tabla 5. Categorías y subcategorías del proceso de investigación	104
Tabla 6. Momentos de la investigación. Fase de reflexión.....	107
Tabla 7. Pregunta 1 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	115
Tabla 8. Pregunta 2 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	116
Tabla 9. Pregunta 3 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	117
Tabla 10. Pregunta 4 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	118
Tabla 11. Pregunta 5 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	119
Tabla 12. Pregunta 6 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	120
Tabla 13. Pregunta 7 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	121
Tabla 14. Pregunta 8 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	122
Tabla 15. Pregunta 9 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	123
Tabla 16. Pregunta 10 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	124
Tabla 17. Pregunta 11 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	125
Tabla 18. Pregunta 12 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	126
Tabla 19. Pregunta 13 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	127
Tabla 20. Pregunta 14 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	128
Tabla 21. Pregunta 15 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	129
Tabla 22. Pregunta 16 prueba diagnóstica. Resultados categoriales	130

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Clasificación de unidades figurales elementales. Duval(1999).....	58
Figura 2. Representación de triángulo. Elaboración propia.....	59
Figura 3. Objetos físicos triangulares. Elaboración propia.....	59
Figura 4. Anclaje visual al discursivo. Torregrosa y Quesada (2007).....	60
Figura 6. Coordinación de la aprehensión discursiva y operativa en la resolución de problemas de geometría. Torregrosa y Quesada (2007).....	69
Figura 7. Los momentos de investigación-acción. Kemmis (1989).	95
Figura 8. Los momentos de investigación-acción dimensión organizativa y estratégica. Kemmis (1989).....	95
Figura N° 9: Aplicación de prueba diagnóstica	132
Figura N°10: Respuesta de prueba diagnóstica pregunta 2	133
Figura N°11: Respuesta de prueba diagnóstica pregunta 8	133
Figura N°12: aplicación guía didáctica 1	136
Figura N°13: Guía didáctica 1. Construcción de polígonos con material concreto.....	137
Figura N°14: Guía didáctica 1. Construcción de polígonos.	138
Figura N°15: Guía didáctica 1. Actividad de cierre.....	138
Figura N°16: Guía didáctica 2. Diagonales de un polígono	139
Figura N°17: Guía didáctica 2. Nombre y diagonales de un polígono	140
Figura N°18: Guía didáctica 2. Actividad de desarrollo.....	141
Figura N°19: Guía didáctica 3. Elaboración de la guía	142
Figura N°20: Guía didáctica 3. Elaboración de material para construcción de triángulos	143
Figura N°21: Guía didáctica 3. Producciones de los estudiantes	144
Figura N°22: Aplicación guía didáctica 4.....	146

Figura N°23: producción de estudiantes guía 4.	147
Figura N°24: producción de estudiantes guía 4. Actividad de cierre.	148
Figura N°25: Aplicación de la guía didáctica 5.	149
Figura N°26: Aprehensión operativa por reconfiguración. Guía didáctica 5.	150
Figura N°27: Producción de estudiante, guía didáctica 6.	151
Figura N°28: Elaboración de la, guía didáctica 6.	152
Figura N°29: Elaboración de la guía didáctica 7. Elaboración de sólidos.....	154
Figura N°30: Elaboración de la guía didáctica 7. Sólido para medida de perímetro.....	155
Figura N°31: Elaboración de la guía didáctica 8.	156
Figura N°32: Producción de estudiante guía 8.	157
Figura N°33: Guía didáctica 8. Concepto de área por comparación	158
Figura N°34: Guía didáctica 8. Construcciones de polígonos de acuerdo a unidades de área. ..	159
Figura N°35: Estudiantes desarrollando la guía didáctica N° 9.....	160
Figura N°36: Guía didáctica 9. Producción de estudiante.	160
Figura N°37: Guía didáctica 9. Producción de estudiante, construcciones.	161
Figura N°38: Elaboración guía didáctica 10.....	163
Figura N°39: Elaboración guía didáctica 10. Construcciones	164
Figura N°40: Elaboración guía didáctica 11.....	165
Figura N°41: Elaboración guía didáctica 12. Construcción de sólidos.	166
Figura N°42: Elaboración guía didáctica 12. Elaboración de sólidos para medida de área.	168

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Grafico 1: Resultados Históricos de Colombia en las Pruebas PISA. ICFES (2016).....	2
Grafico 2: Desempeño promedio de Colombia y los países participantes de Latinoamérica y el caribe, prueba de Matemáticas. ICFES (2016).....	3
Grafico 3: Porcentaje de estudiantes con el desempeño más alto y más bajo. ICFES (2016).....	4
Grafico 4: Resultados nacionales en Saber 5°, área de matemáticas. ICFES (2017)	6
Grafico N°5: Resultados de los componentes evaluados en el grado quinto área de Matemáticas años 2012-2016, Tomado del ICFES.....	9
Gráfico 6, Listado de aprendizajes para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento. Prueba Saber 2016 matemáticas quinto competencia razonamiento. ICFES (2016).....	10
Grafico 7, Índice Sintético de Calidad Educativa 2015-2016 grado 5° área de matemáticas, componente progreso, Instituto Técnico Nacional de Comercio Cúcuta. MEN (2017).....	11

INDICE DE ANEXOS

Anexo A: Prueba de caracterización.....	244
Anexo B: Consentimiento informado a rector	250
Anexo C: Consentimiento informado a padres de familia.....	252
Anexo D: Formato diario pedagógico.....	254
Anexo E: Rejilla de observación.....	256

Capítulo 1

Contextualización de la investigación

Descripción de la situación problemática

Los resultados en las pruebas internacionales PISA han evidenciado que en materia educativa y desarrollo de las competencias matemáticas, Colombia ha hecho esfuerzos por mejorar de forma significativa, sin embargo estos siguen siendo escasos en comparación con los demás países participantes.

El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación realizó un informe comparativo de las áreas evaluadas de las pruebas internacionales PISA desde que inició su participación en las mismas. Según el resumen ejecutivo Colombia en PISA 2015, se establece que:

Desde su primera participación en 2006, Colombia ha mejorado notablemente su desempeño en las tres áreas evaluadas. El área de lectura es donde observamos el mayor progreso: en 2015 obtuvimos 40 puntos más en el puntaje promedio, en comparación con el resultado de 2006. Mientras que, durante este periodo, en matemáticas y ciencias aumentamos 20 y 28 puntos, respectivamente (ICFES, 2016, p. 9)

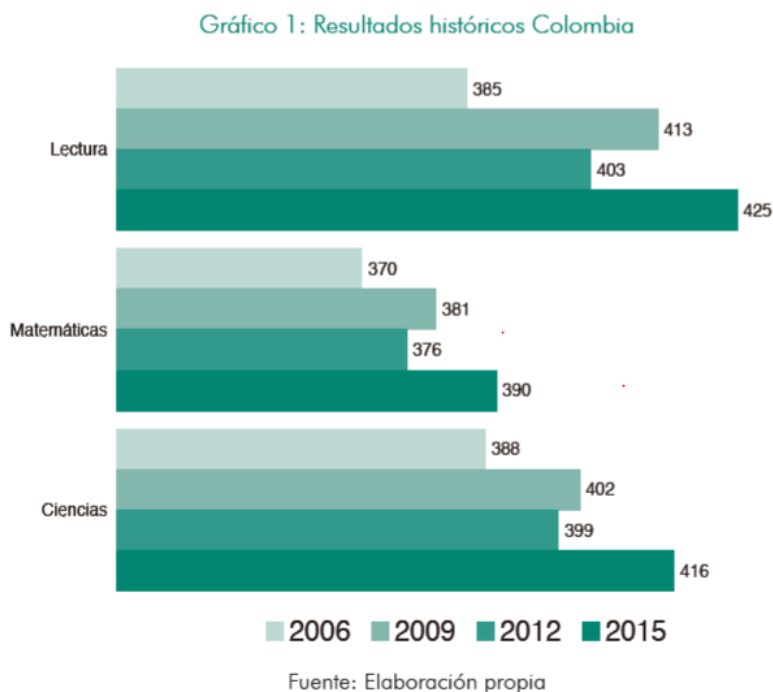


Gráfico 1: Resultados Históricos de Colombia en las Pruebas PISA. ICFES (2016)

Según el gráfico el área de matemática en comparación a Lectura y ciencias, ha obtenido el menor progreso al solo avanzar 20 puntos en los cuatro años referenciados. De igual manera se observa que en cada año, los menores puntajes los obtiene esta área en comparación a las demás.

Es necesario comprender porque se obtienen estos resultados, para plantear estrategias desde el aula de clase que permitan generar cambios significativos y avances en los mismos.

Cabe resaltar que al comparar los resultados del área con los obtenidos por otros países participantes durante las pruebas PISA 2015 según el ICFES (2016) se destaca “que entre las 72 economías participantes, Colombia ocupó la posición 55 en lectura, 58 en ciencias y 62 en matemáticas” (p. 12).

Estos resultados evidencian que el área de matemáticas posiciona a Colombia en un puesto desfavorable de acuerdo a los puntajes obtenidos en comparación a los países participantes. Según el siguiente gráfico, a nivel de países latinoamericanos y del caribe, Colombia obtiene 390 puntos en matemáticas por encima de Brasil, Perú y República Dominicana, con 377, 387 y 328 puntos respectivamente.

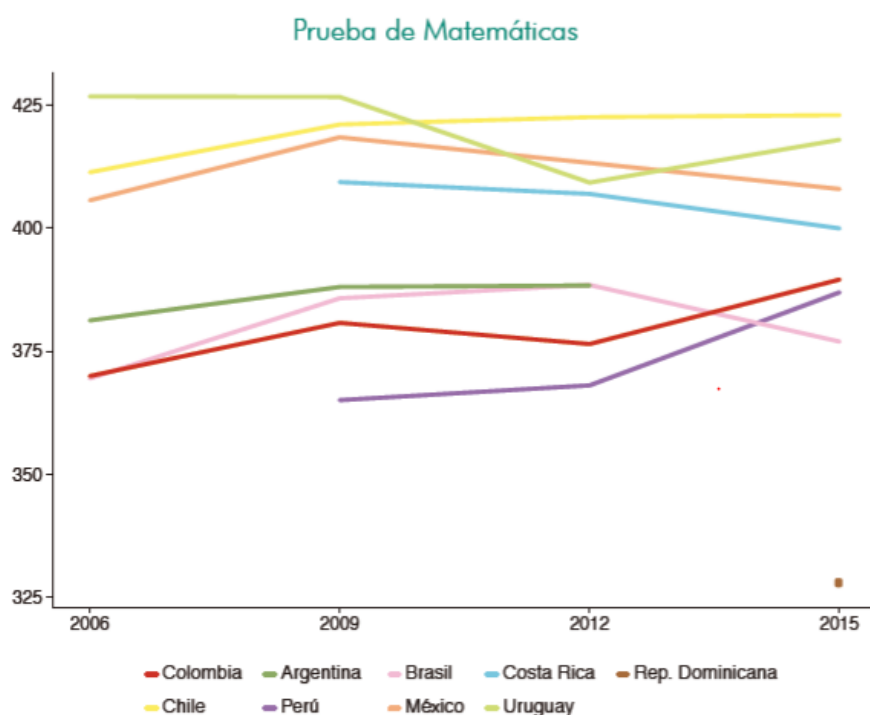


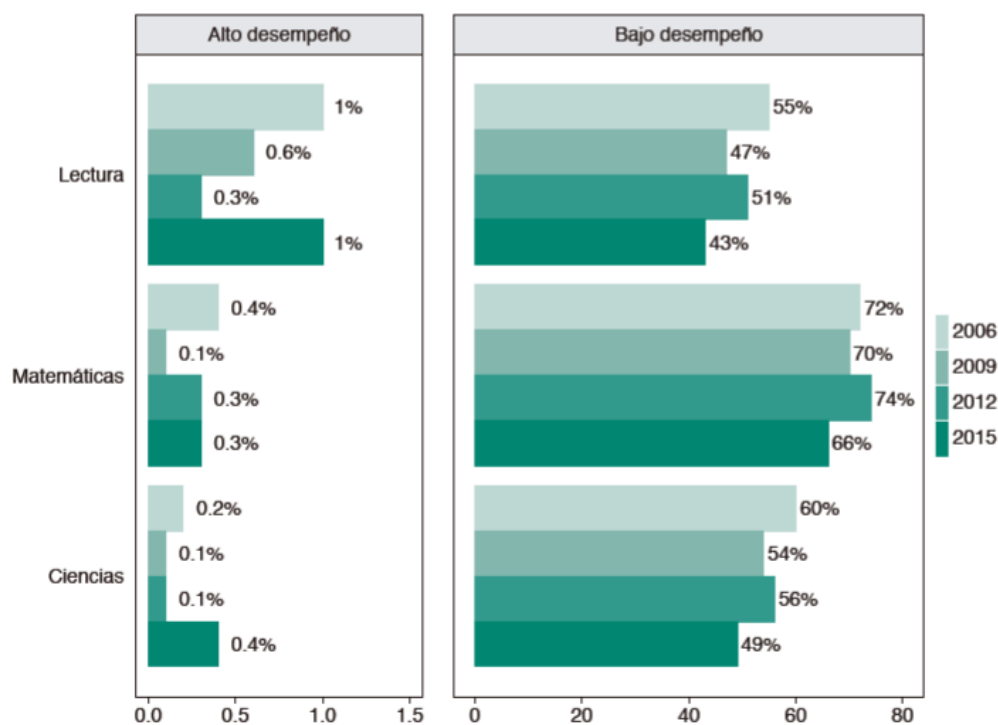
Grafico 2: Desempeño promedio de Colombia y los países participantes de Latinoamérica y el caribe, prueba de Matemáticas. ICFES (2016)

El informe de los resultados de las pruebas PISA permite también a los países participantes conocer la distribución porcentual de los estudiantes por nivel de desempeño a través de categorías cualitativas para facilitar la interpretación de resultados en cada área. Cada prueba está comprendida por seis niveles de desempeño siendo uno el desempeño más bajo y cinco y seis los más altos.

En este mismo informe presenta un gráfico que:

muestra el porcentaje de estudiantes que alcanza el desempeño más alto en la prueba (porcentaje de jóvenes de 15 años que, en Colombia, se ha ubicado en los niveles de desempeño cinco y seis en cada una de las aplicaciones de PISA desde 2006), en conjunto con el porcentaje de estudiantes con el desempeño más bajo, es decir, aquellos jóvenes que se ha ubicado en nivel uno. (ICFES, 2016, p. 14)

Gráfico 3: Porcentaje de estudiantes con el desempeño más alto y más bajo



Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 3: Porcentaje de estudiantes con el desempeño más alto y más bajo. ICFES (2016).

En matemáticas en porcentaje de estudiantes con desempeños altos entre el 2006 y 2015 disminuyó un 0,1 punto, es decir, que contrario a lo deseado se ubican menos estudiantes con desempeños altos en el 2015 que en el 2006. Al analizar los desempeños más bajos en nivel

uno, en este mismo periodo de tiempo se evidencia que el área disminuyó 6 puntos. En general de las tres áreas evaluadas con desempeño bajo, matemáticas sigue siendo el área con menor disminución y en desempeño alto el área de menor aumento.

De esta forma el ICFES (2016) determina que “Colombia aún tiene más del 40% de los estudiantes en el nivel de desempeño más bajo en PISA (resultado especialmente alto en matemáticas, donde el nivel uno reúne a más del 60% de los estudiantes)” (p.15)

Este análisis de los resultados publicados en este informe demuestra que es necesario realizar una intervención, revisión y análisis de los procesos en la enseñanza del área a nivel nacional en las instituciones educativas. De allí la importancia de plantear que aspectos del área están incidiendo en los resultados de las pruebas internacionales PISA.

A nivel nacional los referentes evaluativos de pruebas SABER, en los niveles de básica primaria, secundaria y media evidencian igualmente que los resultados en el desarrollo de competencias matemáticas no han logrado alcanzar los niveles avanzados o satisfactorios en las mismas.

El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, en su informe de resultados nacionales 2012-2016 en las pruebas saber 5° presenta los gráficos de correspondientes a los resultados en donde se evidencia el porcentaje de estudiantes en los cuatro niveles de desempeño.

En lo referente a los resultados obtenidos en la prueba Saber 5 del área de matemáticas, en el informe nacional se evidencian los siguientes resultados:

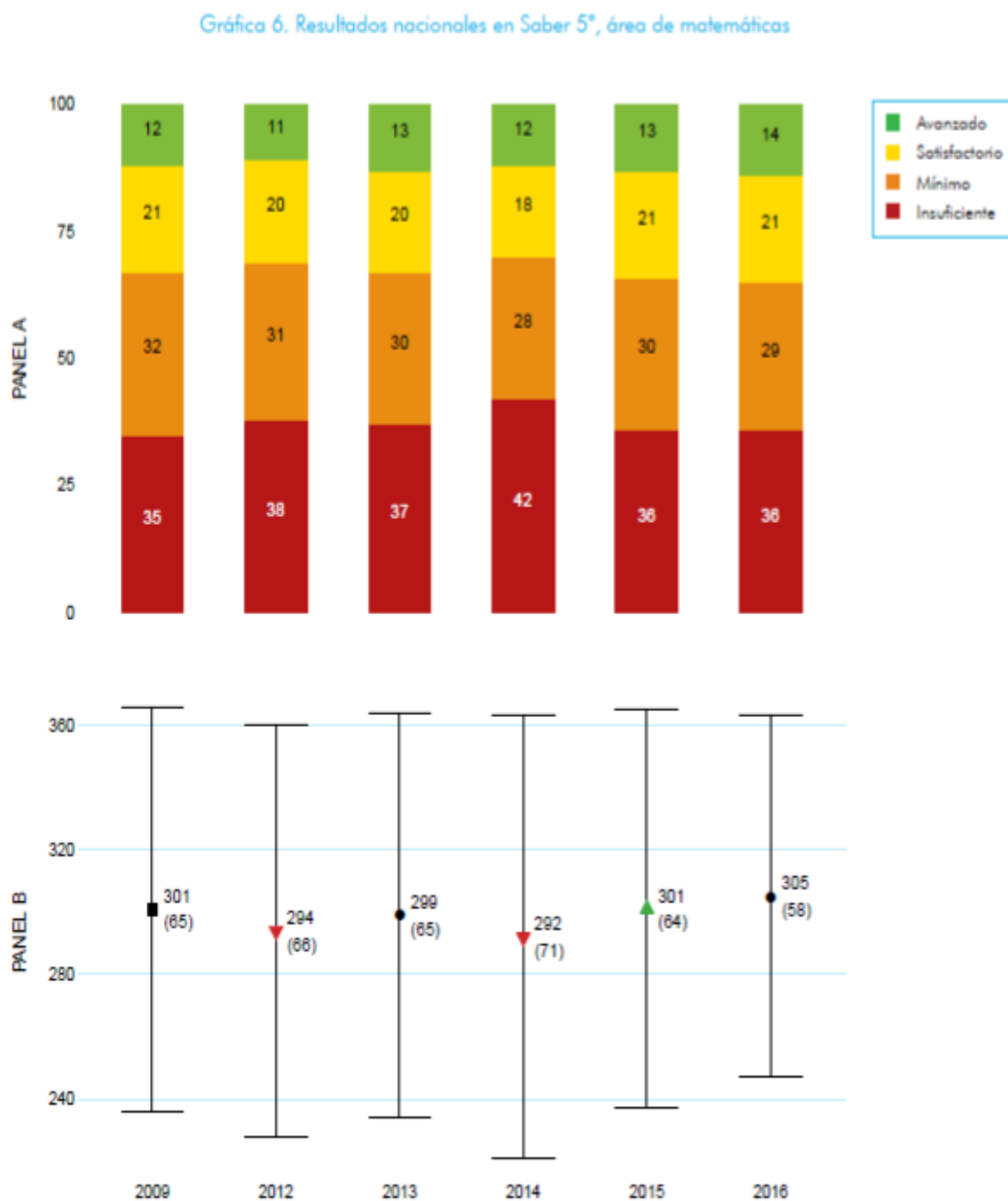


Gráfico 4: Resultados nacionales en Saber 5°, área de matemáticas. ICFES (2017)

Los resultados de las pruebas Saber 5° evidencian que aproximadamente un 30% de los estudiantes desde el año 2012 obtienen desempeños avanzados o satisfactorios, el promedio

obtenido no presenta diferencias considerables pero ha aumentado un 4% en comparación al año 2015, mientras que la desviación estándar disminuyó en 6 puntos entre los años 2016 y 2015, lo cual representa que los resultados en 5° en el área de matemática los estudiantes son más homogéneos. Sin embargo desde el 2015 existe un mayor porcentaje de estudiantes con nivel insuficiente en comparación a los demás desempeños, lo cual evidencia que en 5° no se ha logrado disminuir el porcentaje de estudiantes ubicados en este nivel de desempeño afectando los resultados de las pruebas saber para las instituciones educativas colombianas.

En las instituciones educativas, es un referente permanente, los niveles alcanzados por los estudiantes en las pruebas SABER, que permite evidenciar los componentes o aspectos de manera detallada que son susceptibles de mejoramiento continuo.

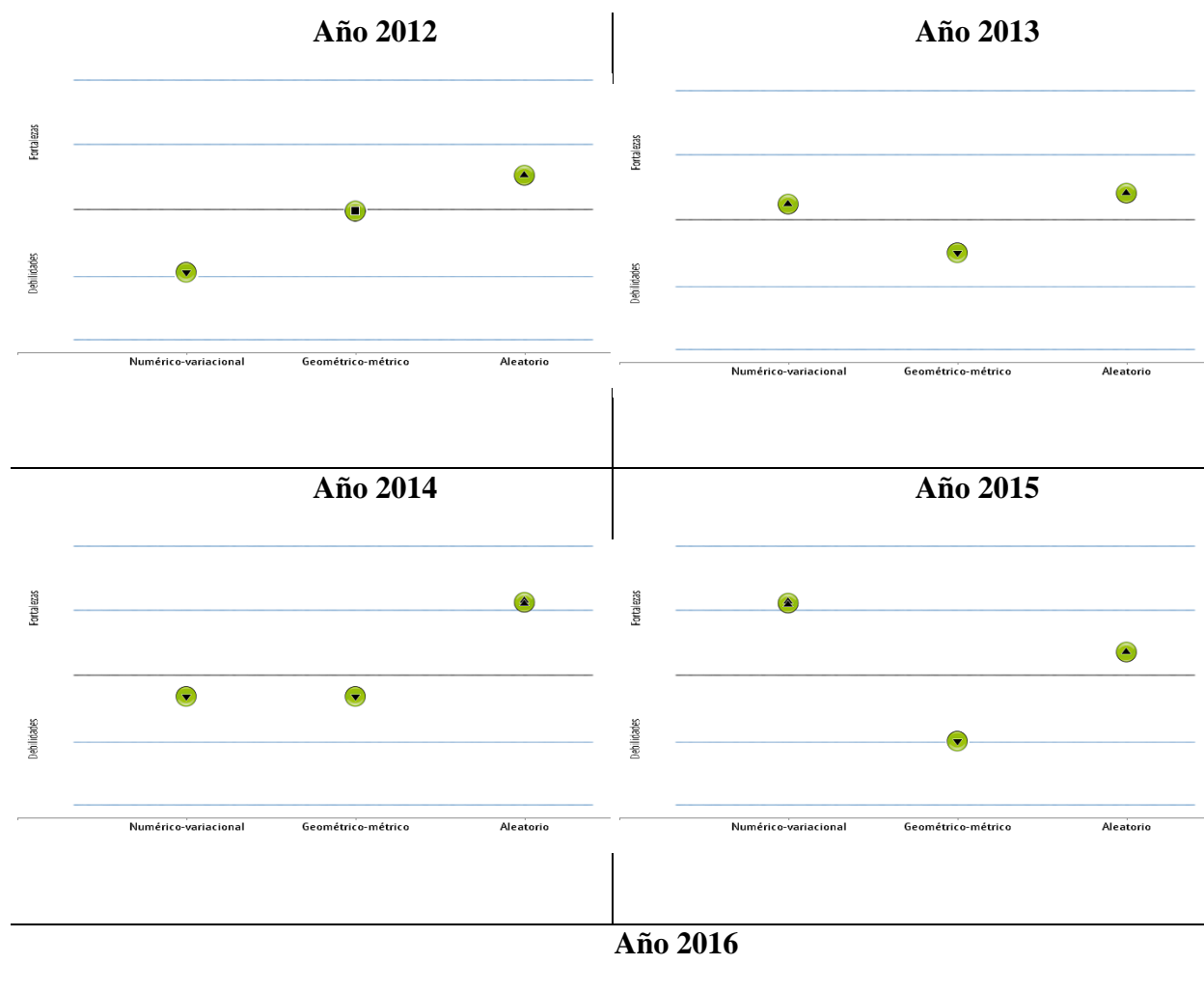
Para el Instituto Técnico Nacional de Comercio de la ciudad de San José de Cúcuta, estos resultados y registros históricos obtenidos en los años anteriores constituyen una herramienta de información permanente para el mejoramiento institucional.

Desde la revisión de estos resultados obtenidos durante los años (2012-2016) en el grado quinto, se observa que el componente geométrico-métrico corresponde a la mayor oportunidad de mejoramiento trabajado en los Planes de Mejoramiento Institucional (PMI), sin lograr avances significativos en la adquisición de las competencias de los estudiantes.

A continuación se muestran los resultados en términos de componentes evaluados en el grado quinto en el área de matemáticas durante los cinco años comprendidos desde el 2012 al 2016.

Resultados de los componentes evaluados en el grado quinto área de Matemáticas

años 2012-2016



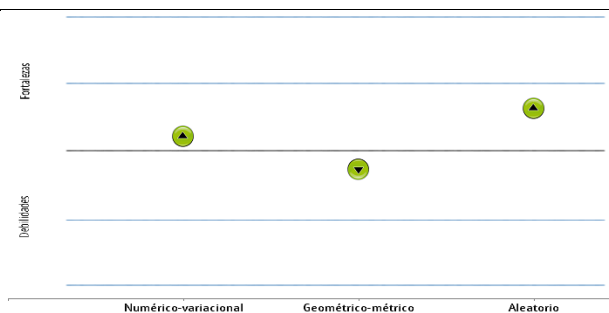


Gráfico N°5: Resultados de los componentes evaluados en el grado quinto área de Matemáticas años 2012-2016, Tomado del ICFES.

Este análisis de los resultados de grado quinto permite evidenciar que: en el año 2012 el componente geométrico-métrico está determinada como una fortaleza de la institución educativa y a partir del año 2013 al 2016 este componente se ha mantenido como una oportunidad de mejoramiento en comparación a los establecimientos que presentaron un puntaje promedio similar durante estos años. Sin embargo, aunque se han dado algunos avances en el mejoramiento de este componente, estos no han sido lo suficientemente significativos para convertirlo en una fortaleza de la institución educativa. Igualmente a continuación aparecen los resultados históricos 2012-2016.

Como referente de mejoramiento institucional, El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación en su informe por colegio 2016 resultados pruebas Saber grado, 5°, presenta de manera detallada para el instituto técnico nacional de comercio, la visualización del estado de las competencias y aprendizajes en matemáticas haciendo énfasis en aquellos aprendizajes que requieren acciones pedagógicas en el aula para su mejoramiento.

A nivel de 5 grado la competencia de razonamiento en matemáticas se obtienen los siguientes resultados:

Listado de aprendizajes para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento.

Prueba Saber 2016 matemáticas tercero competencia razonamiento



Gráfico 6, Listado de aprendizajes para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento. Prueba Saber 2016 matemáticas quinto competencia razonamiento. ICFES (2016)

Según este listado se evidencia que el 47% de los estudiantes no compara ni clasifica objetos bidimensionales o tridimensionales de acuerdo a los componentes y propiedades, el 38% de los estudiantes no conjetura ni verifica resultados al aplicar transformaciones a figuras en el plano, el 35% no justifica relaciones de semejanza y congruencia en figuras, el 33% no describe ni argumenta a cerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas, cuando una de las magnitudes se fija, el 32% no reconoce nociones de paralelismo y perpendicularidad en contextos, ni los usa para clasificar figuras planas y sólidos, el 31% no relaciona objetos

tridimensionales ni sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos y el 22% no construye ni descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.

Todos estos aprendizajes corresponden al pensamiento espacial y el sistema geométrico, es decir, que a nivel institucional según los informes de pruebas saber este aspecto es el que requiere mayor atención en la práctica del aula.

Es por esto que al realizar el análisis de los resultados emitidos por las pruebas nacionales se requiere plantear estrategias en el aula que sean efectivos para lograr elevar los niveles de aprendizaje en los diversos indicadores y competencias.

Otro marco de referencia de mejoramiento institucional corresponde al Índice Sintético de Calidad Educativa del 2015-2016, este documento evidencia los siguientes resultados en grado quinto, en lo referente al área de matemáticas:

Índice Sintético de Calidad Educativa 2015-2016 grado 5°, componente progreso,
Instituto Técnico Nacional de Comercio Cúcuta.

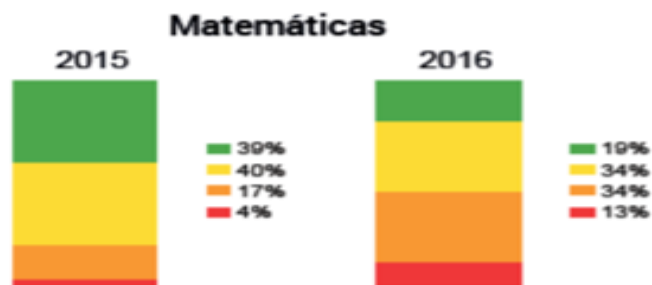


Grafico 7, Índice Sintético de Calidad Educativa 2015-2016 grado 5° área de matemáticas, componente progreso, Instituto Técnico Nacional de Comercio Cúcuta. MEN (2017)

Desde el análisis del índice sintético de calidad educativa del Instituto Técnico Nacional de Comercio de Cúcuta entre los años 2015 y 2016, en grado quinto, se presenta incrementos en los niveles insuficiente y mínimo, del 9% y 17% de los estudiantes respectivamente. Mientras que contrario a lo esperado ha disminuido los niveles avanzado y satisfactorio 20% y 6% respectivamente.

Es decir que al analizar el ISCE permite establecer estrategias que permitan solventar estos resultados obtenidos de manera que se alcancen las metas educativas para los próximos años.

Cada uno de estos resultados a nivel nacional e institucional conlleva a la revisión permanente del Proyecto Educativo Institucional en lo referente al modelo pedagógico y sus orientaciones del marco teórico que encaminan el quehacer pedagógico institucional.

Desde la revisión del PEI se establece el modelo pedagógico institucional corresponde al modelo pedagógico cognitivo. Al respecto (INSTENALCO, 2017) define:

Partimos del modelo cognitivo en donde el aprendizaje significativo tiene en cuenta a: **Piaget**; el conflicto cognitivo, desequilibrio, nuevo equilibrio y estructuración de la inteligencia. **Ausubel**; la motivación, saberes previos, recepción, el descubrimiento y la significación de los materiales y **Bruner** tenemos en cuenta el andamiaje, los modos de representación del conocimiento y el pensamiento narrativo (p. 56).

Desde este marco de referencia es importante que las actividades pedagógicas estén enmarcadas en el desarrollo de aprendizajes significativos a través de uso de materiales que le permitan al estudiante, construir conocimiento. Las prácticas pedagógicas deben partir de los presaberes del estudiante, para posteriormente encaminarlo al descubrimiento de nuevos saberes que modifiquen sus estructuras de conocimiento. Por tal motivo es necesario reflexionar de manera permanente sobre cómo se abordan los procesos de enseñanza, cuales son las mejores estrategias didácticas para la enseñanza del área y cómo lograr los resultados en términos de aprendizaje en los estudiantes que contribuyan al desarrollo de competencias.

Esta reflexión permanente de la práctica pedagógica, evidencia que los estudiantes de los diversos grados presentan dificultades del pensamiento geométrico que están relacionadas con: la clasificación de elementos geométricos de acuerdo a las características de los objetos que lo componen, la identificación de dichos objetos, la representación gráfica de un objeto geométrico desde diversas posiciones al aplicar transformaciones sobre este, el poder predecir de resultados al aplicar transformaciones en un objeto geométrico y el manejo de herramientas para la construcción de objetos geométricos.

Se evidencia también que los procesos de enseñanza para el desarrollo del pensamiento geométrico se han limitado a la medición de características de objetos como ángulos, segmentos, lados de triángulos, o aplicación de teoremas y enunciados, incidiendo estos aspectos en un aprendizaje rutinario, pasivo que no propicia ambientes activos, dinámicos donde se puedan manipular los elementos geométricos y establecer las relaciones de variación, dependencia, independencia entre los elementos básicos que lo componen.

El pensamiento geométrico va más allá que la realización de estas actividades en el aula para esto la investigación se centra en los aportes dados por Duval (1998) y Torregrosa y Quesada (2007) a partir de los procesos cognitivos de visualización, razonamiento y construcción para el desarrollo del mismo.

Es por esto que la presente investigación pretende establecer estrategias que permitan desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de manera que mejoren los desempeños académicos en el área de matemáticas y se vean reflejados en el mejoramiento de las pruebas Saber.

Formulación de la pregunta de investigación

¿Cómo desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de sexto grado del instituto técnico nacional de comercio de la ciudad de Cúcuta?

Objetivo general

Fortalecer el pensamiento geométrico a través de unidades didácticas de perímetro y áreas de polígonos en los estudiantes de sexto grado del instituto técnico nacional de comercio de la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander

Objetivos específicos

Caracterizar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de sexto grado del Instituto Técnico Nacional de comercio.

Diseñar unidades didácticas de perímetro y áreas de polígonos para el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de sexto grado en la institución educativa

Aplicar unidades didácticas de perímetro y áreas de polígonos para el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

Valorar la incidencia de las unidades didácticas de perímetro y áreas de polígonos para desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes de sexto grado del Instituto Técnico Nacional de comercio.

Justificación

El Ministerio de Educación como marco de referencia nacional para las instituciones educativas y los docentes posee documentos valiosos como los estándares básicos de competencias en cada una de las áreas y los lineamientos curriculares. En estos documentos es posible conocer aspectos fundamentales sobre cómo se realizan los procesos de enseñanza, la organización y estructura de lo esperado al terminar cada nivel educativo en términos de competencias en los estudiantes a nivel nacional.

En los lineamientos curriculares de matemáticas se destaca la importancia de la geometría según el (MEN, 1998):

La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación. (p. 17).

De allí radica la importancia de la geometría ya que brinda un espacio para fomentar la modelación y los procesos argumentativos, la geometría se encuentra presente en cualquier aspecto del mundo real, es decir que se brinda contextos significativos para desarrollar el pensamiento y las competencias en los estudiantes.

A nivel nacional esos referentes establecen como conocimientos básicos dentro de una estructura curricular, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Según el (MEN, 1998):

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales. (p. 37).

Otros autores como Guzmán (1988) establecen que el pensamiento geométrico debe ser considerado como algo “básico y profundo, que es el cultivo de aquellas porciones de la matemática que provienen de y tratan de estimular la capacidad del hombre de explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura, la forma básica” (p.135)

Este explorar racionalmente el espacio físico requiere de procesos de pensamiento utilizados para la creación del conocimiento geométrico, según Pérez Gómez (2002) el pensamiento geométrico involucra el “ver, definir, deducir, resolver problemas y aplicar” (p. 12).

Es importante que el docente conozca cuales son los procesos cognitivos que se encuentran el pensamiento geométrico de manera que las prácticas de enseñanza se centren en el desarrollo de actividades en el aula para generar contribuir al desarrollo del mismo.

A nivel institucional, es importante este proyecto de investigación ya pretende mejorar los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a los procesos cognitivos que lo conforman. Este mejoramiento permitirá no solo en los estudiantes la adquisición de competencias, sino también posicionar la institución educativa en niveles más significativos en términos de evaluaciones externas.

Al mismo tiempo se pretende que a nivel nacional, la institución pueda posicionarse en mantenerse con mejores resultados en las pruebas Saber, en el área de matemáticas

especialmente en el componente geométrico dado que este ha presentado durante los últimos años un escaso progreso en las pruebas nacionales.

A nivel docente este proyecto busca enmarcar referentes conceptuales acerca de la enseñanza de la geometría que deben tenerse en cuenta desde para la planeación efectiva de prácticas pedagógicas que propicien las competencias en el estudiante desde los procesos de pensamiento geométrico. Fomentando en los docentes del área la discusión permanente de cómo mejorar las prácticas educativas para obtener mejores resultados en los estudiantes.

A nivel de los estudiantes se pretende que este sea parte activa del proceso de las prácticas pedagógicas, asuma un papel de participación permanente de la construcción del conocimiento, mejore sus procesos de razonamiento, visualización y argumentación frente a los aspectos de la geometría y se motive a comprender que el mundo real desde sus diferentes formas de representación apoyándose en el desarrollo del pensamiento geométrico para comprenderlo, interpretarlo y dar solución a problemas en contextos.

Contextualización de la institución

El instituto Técnico Nacional de Comercio nace con el nombre de **Escuela Nacional de Comercio** de carácter nacional y destinado a ofrecer preparación comercial al personal masculino de la Ciudad de Cúcuta. Esta institución educativa es un plantel oficial de carácter

mixto, que ofrece educación técnica comercial en las especialidades en: **TÉCNICO EN COMERCIO INTERNACIONAL Y TECNICO EN CONTABILIDAD.**

Fue fundado el 6 de mayo de 1953, cumpliendo eficientemente con la ciudad de Cúcuta y el oriente Colombiano en 65 años de labores. En la actualidad ofrece educación pre-escolar, básica primaria, básica secundaria y media técnica y funciona en dos sedes, la sede principal se encuentra ubicada en el centro de la ciudad Calle 12 N° 0-40 Barrio La playa y su sede B “República de Venezuela” está ubicada en la calle 9 No. 2-47 del Barrio Latino, atendiendo una población mixta.

Como misión, (INSTENALCO, 2017) “El Instituto Técnico Nacional de Comercio, es entidad de carácter oficial, que ofrece una educación técnica comercial con calidad, basada en la responsabilidad, liderazgo y honestidad buscando la formación integral en sus educandos.” (p. 33)

En cuanto a la visión (INSTENALCO, 2017)

El Instituto Técnico Nacional de Comercio en el 2021, aspira a nivel local, regional y nacional, ser un referente de excelencia y un foco de irradiación de hábitos intelectuales y morales, logrando que los estudiantes formados en sus aulas, se distingan por sus competencias cognitivas, ciudadanas, comunicativas y laborales. Con sentido de solidaridad, de ética y servicio responsable, líderes en el emprendimiento y realización de proyectos que le permitan el aprovechamiento de los recursos y el cuidado y

preservación del medio ambiente, elevando su calidad de vida, la de su familia y la de su entorno. (p. 33)

La institución cuenta actualmente con sus dos sedes, La sede B “República de Venezuela” atiende los niveles de preescolar y básica primaria en dos jornadas, mientras que la sede A “Sede principal” atiende el nivel de básica secundaria y media técnica en dos jornadas. Se cuenta con un total de 2753 estudiantes en ambas sedes y jornadas.

Dentro del contexto de socioeconómico de la población atendida, El Instituto Técnico Nacional de Comercio atiende una población estudiantil de estratos 2 y 3. Algunos estudiantes provenientes de la zona de frontera venezolana, al estar ubicada la institución educativa en una zona céntrica de la ciudad de fácil acceso a los diferentes barrios de Cúcuta, la mayoría estudiantes pertenecen a barrios distantes de la institución educativa.

Actualmente el Instituto Técnico Nacional de Comercio se ha posicionado a nivel nacional, departamental y municipal como uno de los mejores colegios, según el ministerio de educación por la gran cantidad de estudiantes que acceden al programa ser pilo paga.

Ha recibido algunos reconocimientos por parte del Ministerio Educación Nacional y la Secretaría Educación Municipal, por destacarse varios años consecutivos como la mejor institución educativa de la ciudad de Cúcuta y del departamento en el sector público.

Capítulo 2

Marco de referencia

Antecedentes de la investigación

En la realización de este proyecto de investigación se hizo necesario realizar inicialmente una revisión bibliográfica de referentes de investigativos que se han realizado sobre el desarrollo del pensamiento geométrico, el aprendizaje y la enseñanza de la geometría en lo referente al perímetro y área de polígonos. Al respecto se cuenta con diversas investigaciones desde lo internacional, nacional y local. Teniendo en cuenta el carácter cualitativo de esta investigación y el propósito de analizar la incidencia de unidades didácticas de perímetro y área de polígonos como estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico los estudiantes de sexto grado, se presentan a continuación algunas de las investigaciones encontradas según estos criterios.

A nivel internacional

La tesis doctoral “Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles” elaborada por Gustavo Adolfo Marmolejo Avenia, investigación realizada en el Departamento de Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales en la Universidad de Salamanca en el año 2014. Según (Marmolejo, 2014) la investigación realizada tiene como objetivo general “aportar elementos

de reflexión sobre el diseño y uso de textos escolares de España y Colombia con relación al papel de la visualización como objeto de reflexión en el tratamiento del área” (p. 12).

Este trabajo realiza una caracterización de la visualización como elemento principal para la construcción del concepto de área de figuras planas. El autor selecciona cinco categorías para el análisis de información que son: elementos constitutivos de la visualización, funciones visuales, elementos generadores de control visual, clases de control visual, y tópicos y ciclos educativos en los que se promueve el estudio del área.

Para el análisis de resultados realiza una adaptación de los referentes teóricos propuestos por Duval (1995, 2003, 2005) sobre la visualización asociada a las figuras geométricas bidimensionales.

La investigación realizada por Marmolejo (2014) analizó:

2.561 tareas presentes en 35 libros de texto de seis editoriales (tres españolas y tres colombianas) que forman parte de los capítulos de Geometría y Medida donde los textos escolares seleccionados suscitan, explícita o implícitamente, reflexiones sobre la magnitud área y su medida. (p. 11)

Algunas de las conclusiones de esta investigación determinaron:

Los libros al incluir las estructuras de control visual estudiadas en la investigación favorecen de forma considerable el desarrollo visual. En cuanto a los niveles de complejidad

considerados, su inclusión también favorece el desarrollo visual pero en menor medida que en el caso de las estructuras de control visual. Solo en la tercera parte de las tareas se contempla el nivel de complejidad que determina el desarrollo visual, y, además, los porcentajes de tareas cuya complejidad es la mayor (y que caracterizan los tipos de visualización que las matemáticas requieren) son poco significativos. La variedad de formas en que los libros promueven control visual enfatizan la importancia de la mediación del docente en el aula para que la visualización pueda, o no, ser desarrollada a través de la forma como los libros presenta el concepto de área de superficies planas.

El documento aporta a esta investigación, referentes teóricos sobre la visualización como proceso cognitivo para el desarrollo del pensamiento geométrico, se tiene en cuenta el marco teórico los aportes sobre el proceso de visualización de Duval y la selección de categorías para el análisis de información desde el mismo proceso.

La investigación realizada por Indania Marvely Castellanos Espinal sobre la “visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.” trabajo correspondiente a tesis de maestría de la universidad pedagógica nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa, 2010. De acuerdo a Castellanos (2010) la investigación pretende “desarrollar la visualización y el razonamiento geométrico en el proceso de aprendizaje en los alumnos de segundo de magisterio de la E.N.M.P.N.”.

Esta investigación se realizó en la Escuela Normal Mixta “pedro Niño”, el autor seleccionó dos grupos de segundo de magisterio, participaron 45 alumnos a los cuales se les aplicó una prueba diagnóstica. La muestra fueron doce estudiantes, seis de uno de los grupos y seis de otro. La investigación se realizó en dos meses, las etapas del proceso de investigación fueron: aplicación de una prueba diagnóstica, taller de Geogebra, sesiones de trabajo y una prueba final.

Algunas conclusiones de la investigación en términos de uso de geogebra, se tiene que:

La captación de representaciones visuales externas, en donde aprendieron a leer, comprender e interpretar estas representaciones visuales y el vocabulario adecuado en trabajos geométricos. La coordinación visomotora que es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo, en esta caso lograron reproducir una figura o un objeto presente con la mano o con el mouse de la computadora.

Otras conclusiones del estudio corresponden a:

Los estudiantes de educación magisterial lograron desarrollar habilidades para la creación y procesamiento de imágenes visuales debido a la comprensión que adquirieron para manipular y analizar imágenes mentales y transformar conceptos, relaciones e imágenes mentales en otra clase de información, a través de representaciones visuales externas. El uso de

tecnología es una herramienta que desarrolla la visualización y razonamiento, la cual permite generar un ambiente agradable, hacia un aprendizaje dinámico de la geometría y la resolución de problemas.

La anterior investigación aporta referentes teóricos sobre los procesos de visualización al categorizar y ejemplificar las siete habilidades relacionadas con este proceso. Igualmente permite tener en cuenta los aportes realizados de Torregosa & Quesada sobre la caracterización de los procesos cognitivos que intervienen en el pensamiento geométrico. Estos dos aspectos mencionados se incorporan al proceso de investigación realizado.

La tesis doctoral “Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático” elaborada por Rafael Ramírez Uclés, investigación realizada en el departamento de didáctica de la matemática de la Universidad de Granada en el año 2012. Según Ramírez (2012) el objetivo general es el de “Analizar las habilidades de visualización puestas en juego por los alumnos con talento matemático durante tres sesiones de enriquecimiento curricular” (p. 13)

La investigación se realiza en varias etapas de planificación, implementación y reflexión. Inicialmente se realiza un test para analizar las capacidades visuales de los participantes. El autor implementa los siguientes tres test:

Test 1. factor espacial e del test de aptitudes primarias (PMA): este instrumento, permite la evaluación de los factores básicos de la inteligencia: Espacial (E), Razonamiento (R),

Numérico (N) y Fluidez Verbal (F). Este está estructurado en un total de 20 ítems, Cada ítem presenta un modelo geométrico plano y seis figuras similares presentadas en distintas posiciones. El sujeto debe determinar cuáles de estas figuras, coinciden con el modelo habiendo sufrido algún movimiento sobre el mismo plano.

Test 2: factor relaciones espaciales (sr) de la batería de aptitudes diferenciales (dat-5). Este evalúa ocho aptitudes: razonamiento verbal, razonamiento numérico, razonamiento abstracto, rapidez y exactitud perceptiva, razonamiento mecánico, relaciones espaciales, ortografía y uso del lenguaje.

Según Ramírez (2012):

Cada problema presenta una figura modelo, que es el desarrollo plano de un cuerpo geométrico, seguida de cuatro representaciones en perspectiva de dicho cuerpo. El sujeto debe elegir la única figura que podría construirse a partir del modelo. Requiere imaginar cómo resultará un objeto hecho a partir de un determinado modelo. (p.126)

Test 3: matrices progresivas de raven, según el autor el instrumento: Consiste en 60 problemas repartidos en cinco series (A, B, C, D y E) de doce elementos cada una. En la escala superior utilizada, los ítems de la prueba consisten en completar un dibujo al que le falta un trozo con una de las ocho piezas que aparecen como alternativas. Todas tienen la misma forma pero sólo una es la correcta. Ramírez (2012)

Posteriormente se establece un experimento de enseñanza que consiste en tres sesiones de enriquecimiento curricular de tres horas de duración cada una. Esta fase se constituye en seis etapas: Planificación sesión 1, Implementación, Reflexión sobre sesión 1 y planificación de sesión 2, Implementación sesión 2, Reflexión sobre sesión 2 y planificación de sesión 3, Implementación sesión 3.

Esta investigación se realizó con 25 alumnos del programa ESTALMAT de Andalucía Oriental, que realizan el segundo año el curso 2009-2010, participando en las tres intervenciones de enriquecimiento del experimento de enseñanza.

En la investigación intervienen además dos grupos de alumnos: un grupo de alumnos con talento que constituyeron los sujetos en la prueba piloto y un grupo de alumnos control que se utiliza para contrastar los resultados de los test de visualización e inteligencia.

Los referentes de esta investigación se enmarcan en los aportes de Torregosa & Quesada sobre la coordinación de los procesos de visualización, así mismo como la diferenciación de las diversas habilidades de visualización que constituyen las categorías para el análisis de resultados en cada una de las sesiones de intervención. Estos aspectos mencionados se tendrán en cuenta para el proceso de investigación realizada sobre el desarrollo del pensamiento geométrico.

Por ultimo a nivel internacional la tesis de maestría Gracivane da Silva Pessoa sobre “Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis” de la Universidad Federal de Pernambuco, Recife año 2010.

Según Silva (2010) el objetivo general de su investigación se destaca:

Realizar un estudio de diagnóstico sobre los procedimientos utilizados por alumnos del 6 ° año de la Enseñanza fundamental en la resolución de actividad que involucra el cálculo de área de figuras planas en mallas cuadrículadas y cómo el cambio en el valor de algunas variables pueden influenciar en estos procedimientos (p. 42)

Este trabajo abordó cuatro etapas: Construcción y análisis a priori del instrumento de investigación; Selección de las escuelas y de los alumnos a ser investigados, Aplicación y resolución del instrumento por los alumnos seleccionados; Análisis de las respuestas de los alumnos y confrontación con el análisis a priori.

La prueba consistió en 14 cuestiones de cálculo de área, con variaciones en los valores asignados a cada una de las variables arriba citadas, y fue respondido por 100 alumnos de 6° año de cinco escuelas diferentes, de la región metropolitana de Recife.

El análisis de los datos muestra que cuando los valores de las variables permiten que el problema se resuelva sólo por recuento de cuadraditos, el rendimiento de los alumnos es bastante satisfactorio. En el extremo opuesto, si se requiere la visualización de una figura ladrillable, que contiene la figura original (procedimiento de sustracción de áreas) los sujetos

de la investigación presentan gran dificultad en resolver las cuestiones propuestas. Los procedimientos que involucran descomposición-recomposición, fracciones o complementación de partes de las superficies unitarias están disponibles para un cuantitativo significativo de sujetos, pero hay también muchos alumnos que no logran lidiar con ese tipo de problema adecuadamente: sólo cuentan los cuadraditos completos dentro de la figura o como enteros todos los que están parcialmente contenidos en ella.

Este trabajo aporta elementos sobre el uso de la estrategias como el conteo de cuadrados de la malla, la descomposición figura en sus partes y recomposición para construir una nueva. Para este trabajo de investigación será útil el uso de malla cuadriculadas para figuras planas con el objetivo de calcular el área de la misma, estos aspectos se tendrán en cuenta para el diseño de unidades didácticas que involucren el concepto de área de polígonos.

A nivel nacional

El trabajo de investigación realizado por Natalia Múnera Escobar titulado “caracterización del proceso de construcción geométrica en el diseño de triángulos”, realizada como tesis de maestría de la Universidad de Caldas en el año 2014. El trabajo fue realizado en la Institución Educativa Pedro Luis Villa de la Ciudad de Medellín, con estudiantes de quinto grado de educación básica.

Según Múnera (2014), esta investigación:

muestra la caracterización del proceso de Construcción Geométrica a partir de tres niveles para la construcción: la motricidad (este nivel se caracteriza por la coordinación visomanual, la lateralidad y el manejo del espacio), la interpretación de la instrucción en el diseño (este nivel se caracteriza por el reconocimiento de las imágenes concretas descritas en una instrucción, las relaciones entre las mismas y la realización del diseño) y la verificación desde el proceso discursivo de configuración (este nivel se caracteriza por la decodificación y codificación de instrucciones, y por el reconocimiento de diferentes maneras para realizar el mismo diseño). (p. 6)

Como objetivo general de la investigación se establece el Caracterizar el proceso de Construcción Geométrica en el diseño de triángulos, a partir del desarrollo de una unidad didáctica que relacione elementos de los procesos cognitivos de Visualización y Razonamiento, en estudiantes de quinto grado de educación básica.

Esta investigación se tuvo un diseño de Estudio de Caso con cuatro estudiantes con desempeños académicos diferentes, conformado por tres niñas y un niño del grupo 5^o1 de la Institución Educativa Pedro Luis Villa (IEPLV). Las etapas fueron: etapa de adaptación, adaptación de la unidad didáctica, implementación y análisis de resultados. El investigador emplea para el análisis tres categorías que corresponden a la motricidad, Interpretación de las instrucciones durante el diseño de triángulos y la verificación desde el proceso discursivo de configuración.

Las conclusiones dadas por Múnera (2014) desde la implementación de su investigación se destacan:

Motricidad: este nivel se caracterizó por la coordinación visomanual, la lateralidad y el manejo del espacio. Aquí los estudiantes mostraron coordinación entre los elementos de su mano y reconocimiento de los instrumentos de medida, cómo se usan y las imágenes concretas con las que se relaciona cada uno. De igual manera, los estudiantes reconocieron un mismo dibujo en posiciones diferentes y estimaron el espacio que necesitaban para hacer sus diseños.

Interpretación de las instrucciones durante el diseño: este nivel se caracterizó por el reconocimiento de las imágenes concretas descritas en una instrucción, las relaciones entre las mismas y la realización del diseño. Los estudiantes, haciendo uso de los instrumentos de medida, articularon las imágenes concretas que describían las instrucciones y realizaron los diseños.

Verificación desde el proceso discursivo de configuración: este nivel se caracterizó por la decodificación y codificación de instrucciones, y por el reconocimiento de diferentes maneras para realizar el mismo diseño. Los estudiantes confrontaron lo descrito por la instrucción con su diseño y, haciendo uso de la palabra y el lenguaje, expresaron a sus compañeros lo realizado y comentaron lo que observaron en el diseño de los otros.

Los aportes de este trabajo sobre el diseño de la unidad didáctica de triángulos para la enseñanza de polígonos de tres lados y adaptación de dicha unidad. Igualmente se tiene en cuenta la caracterización de los procesos de visualización, construcción y razonamiento desde los aportes teóricos de Torregosa & Quesada en las categorías de análisis del desarrollo del pensamiento geométrico.

La tesis de maestría “diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento” realizada por Jorge Enrique Galeano Cano de la Universidad del Valle en el año 2015. Según Galeano (2015) este trabajo busca el “desarrollo del pensamiento espacial, en particular, un acercamiento a las figuras geométricas como un modo de ilustrar las posibilidades de una propuesta para la enseñanza de la geometría.”

El objetivo principal de la investigación se enmarca en “Determinar las características del diseño de situaciones de aprendizaje que favorezcan la formación del pensamiento espacial, mediante las actividades cognitivas de construcción, visualización y razonamiento, al inicio de la educación básica secundaria del colegio Jefferson”. El autor trabaja los tres procesos cognitivos para el desarrollo de la actividad geométrica: la visualización, el razonamiento y la construcción, caracteriza estos tres procesos y elabora actividades que permitan la articulación del desarrollo de los mismos.

El diseño de la investigación utiliza la metodología de Experimentos de Enseñanza. De acuerdo a Galeano (2015):

La planeación del experimento se inicia con la determinación de los contenidos o áreas que serán cubiertos con el desarrollo de la intervención en clase; en esta parte es importante tener en cuenta lo que el profesor, y el colegio, tienen planeado para trabajar con los estudiantes.(p. 57)

El autor plantea tres situaciones, cada una de las situaciones está estructurada de la siguiente forma: “La situación 1 surge como una adecuación de la propuesta de Duval (2010). Está constituida por cinco actividades en las que se emplean instrumentos de construcción no convencionales en tareas de reproducción de figuras”, La situación 2 “consta de cinco actividades. Todas ellas tienen que ver con la reproducción de cuadriláteros empleando instrumentos convencionales (las escuadras²) y no convencionales (moldes y plantillas)” y la situación 3 “consta de tres grupos de actividades; en cada una de estas situaciones se daba una figura y la consigna era formular en lengua natural una serie de pasos que le permitan a quien lee o escucha dicho mensaje hacer la reproducción de la figura, conservando forma y tamaño” Galeano (2015)

Algunas de las conclusiones de este trabajo, según Galeano (2015):

La implementación de la propuesta que para la enseñanza de la geometría ha desarrollado Duval, permitió ampliar la comprensión que se tenía del proceso de construcción. Se pudo explorar el lugar que tienen los instrumentos no convencionales

de construcción en la formulación de actividades que exploren diversas actividades cognitivas. (p. 127)

Se logró establecer una descripción del avance de los estudiantes en sus procesos de visualización; se aprecia el desarrollo de formas de visualización ligadas inicialmente a la aprehensión perceptiva, en la cual predominaba la iconicidad de las figuras, hasta llegar a formas de visualización en las que esta iconicidad se va superando para dar paso al reconocimiento de subfiguras y demás elementos constitutivos de una visualización matemáticamente pertinente.(p. 127)

Este documento aporta a la investigación elementos fundamentales en cuanto a las actividades que propone para el desarrollo de los tres procesos cognitivos en las actividades geométricas. Se tendrán en cuenta algunas de las actividades planteadas para incorporarlas en el diseño de unidades didácticas para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Finalmente a nivel nacional el trabajo de maestría de Edwin Fernando Hernández Escobar titulado “estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales” de la Universidad de Medellín en el año 2016. Según Hernández (2016)

El objetivo central fue implementar una estrategia apoyada en una unidad didáctica, vinculada con la enseñanza del concepto de área y de volumen en el grado noveno,

mediadas con el uso de material concreto como fue el origami y con las tecnologías digitales: geogebra y sweet home 3D. (p. 5)

La investigación realizada toma el estudio de caso en la IER Carlos González del Municipio de Belmira, Departamento de Antioquia, inicialmente aplicó una prueba para establecer los conocimientos previos, se elaboran instrumentos de recolección de información y se interviene a partir del diseño de una unidad didáctica sobre el área y el volumen a partir de uso de material concreto para desarrollar el aprendizaje significativo en los estudiantes.

En esta investigación participaron 22 estudiantes del grado noveno de la IER Carlos González, constituida por 17 mujeres y 5 hombres, con edades que oscilan entre los 13 y 17 años.

Las etapas para el desarrollo del trabajo se enmarcan en: recopilación de fuentes bibliográficas y web grafías, elaboración y aplicación de pruebas diagnósticas, análisis de resultados obtenidos de las pruebas diagnósticas, inducción a los estudiantes sobre el uso de tecnologías digitales geogebra y sweet home 3D, diseño de estrategia metodológica, aplicación de la estrategia metodológica, recopilación de información obtenida de la aplicación de la estrategia metodológica, análisis y tabulación de la información de la aplicación y publicación de resultados.

Algunas conclusiones generales del trabajo realizado por Hernández (2016) corresponden:

Se desarrolló esta propuesta de investigación dentro de un marco psicoeducativo que trato de explicar la naturaleza del aprendizaje de los estudiantes en el aula de clase, y estos fundamentos psicológicos proporcionaran a los docentes el descubrimiento a diversos métodos de enseñanza relacionados con la geometría y en mediación con las tecnologías digitales, estrategias innovadoras que forman parte vital de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la Educación Matemática.

El aprendizaje significativo en el modelo pedagógico de Ausubel fue un proceso de orientación del aprendizaje, que permitió alcanzar en el estudiante la apropiación de las formas geométricas en los conceptos de área y de volumen, aproximándose en cada una de sus fases, en mediación con las tecnologías digitales y material concreto aplicados en la unidad didáctica, esta estrategia permitió fortalecer el plan de estudios del área de geometría de la IER Carlos González. (p. 95)

Los aportes a este trabajo de investigación se dan desde las diversas actividades de intervención planteadas en la unidad didáctica sobre la enseñanza del área. Se tendrán en cuenta algunos aspectos planteados por el investigador, haciendo ajustes para el diseño de unidades didácticas que desarrollen el pensamiento geométrico.

A nivel local

Después de realizada una búsqueda de trabajos de investigación a nivel departamental, se encuentran los siguientes referentes:

El trabajo realizado por Raúl Parra Carrillo Tesis de maestría “prácticas pedagógicas para el desarrollo del componente geométrico y espacial a través del uso del software geogebra en estudiantes de séptimo grado” de la Universidad Francisco de Paula Santander de Cúcuta en el año 2015.

Según Parra (2015) el trabajo de investigación se realizó en el:

Instituto Técnico Municipal Los Patios. La selección de los participantes fue realizada mediante el muestreo intencional, y durante el desarrollo de este proceso se eligieron tres (3) docentes del área de matemáticas de los grados séptimo y ochenta y tres (83) estudiantes del grado séptimo de la sede principal y sesenta y nueve (69) de la sede llanitos de séptimo grado (p.66)

Las fases establecidas por el investigador son cinco, entre las cuales están: Fase de elaboración de instrumentos para intentar dar respuesta a los objetivos planteados, realización de entrevistas semiestructurada a tres (3) docentes participantes, aplicación de la encuesta escala Likert a ochenta (80) estudiantes de Séptimo, desarrollo del cuestionario diagnóstico sobre el Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos en torno a los temas de Triángulos y

Cuadriláteros a estudiantes de Séptimo grado y análisis de información a partir de software Atlas Ti. 6 y IBM SPSS Statistics.

Algunas de las conclusiones de la investigación realizada por Parra (2015):

Dentro del contexto conceptual de Competencia para el Diseño de Situaciones Educativas, se espera que el docente propicie aprendizajes deseables basados en su experiencia a través de la organización, las interacciones de los estudiantes, las formas de organizar los espacios en el aula, uso de Tic, presentación de problemas a resolver, observaciones del entorno, entre otros. Los resultados de la entrevista a los docentes participantes permite identificar el cumplimiento curricular del área de la Geometría, pero este proceso, no está estrechamente relacionado con la proyección de formación competitiva a través de los estándares definidos por el MEN hacia los estudiantes. (p. 148)

Teniendo en cuenta la entrevista aplicada a los docentes participantes, del cual permitió un diseño de categorías emergentes, se obtuvieron cuarenta (40) códigos, diez (10) dimensiones, cinco (05) subcategorías y tres (03) categorías, según la Tabla 1 presentada en los resultados. Del cuál manifiestan los docentes participantes que se rigen por los lineamientos curriculares según el MEN pero que el personal docente los ajusta de cuerdo al contexto de la institución partiendo de una renovación curricular siendo la socialización de un diálogo como uno de los papeles más importantes hacia el proceso didáctico que utiliza el profesor. Se resalta la importancia de que los estudiantes participen en clase para poder identificar sus fortalezas y

debilidades conceptuales a través de todo el proceso de aprendizaje, utilizando las herramientas básicas como es la regla, el transportador y el compás. (p. 148)

En cuanto a la Planeación Curricular, los docentes participantes manifestaron que el proceso de enseñanza aprendizaje hacia la Geometría necesita de un cambio enfocado hacia problemas y especialmente que estén relacionados con su entorno; además, se requiere el uso permanente de herramientas tecnológicas y ejercicios tipo pruebas saber para que se ajuste a las formas de evaluación estructuradas por el MEN, partiendo de los estándares junto con los temas correspondientes al contenido de la asignatura. En cuanto a las estrategias didácticas los docentes participantes manifestaron que para obtener un aprendizaje significativo es importante llevar los temas a la vida práctica ya que todo lo que nos rodea tiene forma geométrica debido a que la Geometría es más moldeable en el quehacer diario. (p. 149)

Los aspectos que se tendrán en cuenta para esta investigación corresponden al diseño de actividades que puedan incluirse en la propuesta de intervención pedagógica sobre la implementación de unidades didácticas de perímetro y área de polígonos como estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico.

El trabajo de investigación por Gonzalo Cáceres Bautista, tesis de maestría en educación titulado “el aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de van hiele

mediado por el uso de geogebra, en estudiantes de séptimo grado del centro educativo rural sucre de Mutiscua, 2017”.

Según Cáceres (2017) el objetivo principal de la investigación se establece como:

Analizar el proceso de aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele a través del uso del Software Geogebra con los estudiantes de séptimo grado en el Centro Educativo Rural Sucre del municipio de Mutiscua.(p. 17)

Esta propuesta de investigación se realiza en el Centro Educativo Rural Sucre en su sede principal en el municipio de Mutiscua Norte de Santander.

El trabajo se desarrolló durante año 2016 la población eran 21 estudiantes del grado séptimo y la muestra los mismos 21 estudiantes entre mujeres y hombres, continuando en el año 2017 con el grupo de séptimo grado. En él hubo 7 estudiantes todos pertenecientes a la comunidad rural de los cuales la población son los estudiantes 7 del grado séptimo y la muestra son los mismos 7 estudiantes. De estos 3 son mujeres y 4 son hombres con edades entre los 10 y los 13 años.

El trabajo inicia con la aplicación de un pre test, posteriormente se elaboran tres proyectos de aula apoyados en el modelo de Van Hiele y que incluyeron actividades en Geogebra como intervención en el aula y finalmente se desarrolla un post test para evidenciar los alcances y resultados de la propuesta.

Algunas de las conclusiones de Cáceres (2017) son:

Es muy importante incorporar en nuestra labor pedagógica el diseño de actividades que partan del contexto en el cual el estudiante vive a diario ya que así se consigue que él esté motivado y aprenda de lo que hace, Las actividades que involucran el trabajo en equipo benefician el aprendizaje (p. 149)

Los estudiantes reconocen Las sesiones diseñadas acorde al modelo de Van Hiele y tienen claridad en el trabajo durante las clases, aunque no se les mencionan las fases de aprendizaje, ellos saben que primero debe hacerse un proceso de reconocimiento y de identificación de características, luego deben compartir con sus compañeros y mejorar sus apreciaciones, al final realizar otras actividades que involucren afianzamiento y al terminar las actividades se realiza la practica con Geogebra. (p. 150)

El proceso evaluativo debe hacerse en forma permanente así los estudiantes desarrollan su proceso de aprendizaje de tal forma que no les preocupan las evaluaciones y realizan las actividades con el fin de aprender y no por la calificación. (p. 150)

Los aspectos que se tendrán en cuenta para este trabajo, corresponden al aspecto metodológico, a partir de los autores del enfoque cualitativo y la investigación acción que sirven para enmarcar el aspecto metodológico de este trabajo de investigación.

Finalmente el trabajo realizado por Luddy Consuelo García Quintero y Bellanida Fuentes Aro, tesis de maestría titulada “Los cuadriláteros en el marco del modelo van hiele (niveles 1 y 2), para el fortalecimiento del pensamiento espacial y geométrico de los estudiantes del grado sexto del instituto técnico agrícola de convención, Norte de Santander.”

Según García y Fuentes (2017) el objetivo general del proceso de investigación realizado pretende “implementar una estrategia de aprendizaje de los cuadriláteros en los estudiantes del grado sexto, del Instituto Técnico Agrícola de Convención, Norte de Santander, para el fortalecimiento del pensamiento espacial en el marco del modelo van hiele (niveles 1 y 2).”

La pregunta que pretende responder la investigación es ¿Cómo estimular el proceso de aprendizaje de los cuadriláteros en los estudiantes del grado sexto del Instituto Técnico Agrícola, del municipio de Convención, a través de la implementación de estrategias pedagógicas estructuradas en el marco del modelo Van Hiele? García y Fuentes (2017)

Para responder a este interrogante los investigadores desarrollan las fases de la investigación, iniciando por la aplicación de una prueba diagnóstica, posteriormente seleccionan como estrategia de intervención los proyectos de aula, desarrollando tres durante la implementación y desarrollo de la investigación y posteriormente realizan la reflexión de los resultados obtenidos.

Según García y Fuentes (2017):

La propuesta se desarrolló con el grado sexto uno de la sede principal, conformado por 14 estudiantes y el sexto grado de la sede Balcones que tiene 27 estudiantes, y los dos docentes que tienen la responsabilidad de orientar los procesos de aprendizaje del área de matemáticas en el grado sexto de la Institución. La muestra que se tomó está constituida por el 100% de estudiantes de los grupos mencionado (p. 86)

Algunas conclusiones de este trabajo aportadas por García y Fuentes (2017) son:

Promover proyectos de investigación partiendo desde la problemática del aula de clase, es decir, desde las dificultades que presenta el estudiante, redundan en el mejoramiento de los resultados de los estudiantes en las pruebas externas. Abordar los contenidos a desarrollar desde una teoría disciplinar genera una estructura sólida que incide en los procesos de aprendizaje de los estudiantes. La valoración que hace el Ministerio de educación nacional a las instituciones educativas del país, a través de las pruebas SABER y del índice Sintético de Calidad, ha exigido el inicio de procesos de mejora desde el aula de clase. La implementación de proyectos de aula como estrategia pedagógica permite facilitar la organización del currículo y el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes. La implementación de la lúdica, y del trabajo con material concreto en la enseñanza de la geometría, desarrolla habilidades psicomotrices e intelectuales. El desarrollo de actividades que impliquen la aplicación en contexto de los contenidos desarrollados, genera aprendizajes significativos. (p. 223)

Los aportes de este trabajo a la investigación realizada se enmarcan en la revisión de actividades de intervención sobre cuadriláteros, a partir de la clasificación, diferenciación e identificación de sus elementos dado que estos hacen parte de los polígonos cuyo elemento constituyen el objeto geométrico investigativo.

Marco teórico

Se establecen a continuación los referentes teóricos de los estudios realizados por los autores que sustentan el proceso investigativo desde los procesos cognitivos que se desarrollan en el pensamiento geométrico. Igualmente y de acuerdo con los objetivos del proyecto, se presenta la contextualización teórica de elementos específicos como geometría, pensamiento geométrico, visualización, razonamiento, construcción, perímetro y área, unidad didáctica y cognitivismo, los cuales son fundamentales para la presente investigación.

Geometría

La matemáticas a lo largo de la historia, ha estado constituida por diversas ramas que la complementan como el álgebra, los sistemas de datos, la variación, los sistemas de medidas y la geometría. Inicialmente surge la necesidad de establecer teóricamente qué se entiende por geometría. Algunos estudios realizados desde diversos autores pueden contribuir en definiciones al respecto.

Al definir ¿Qué es geometría? Freudenthal (1973) se refiere a este interrogante como:

La geometría es comprensión del espacio y, puesto que se trata de educación de niños, comprensión del espacio en que el niño vive, respira y se mueve, del espacio que el niño ha de aprender a conocer, explorar y conquistar, de cara a una vida mejor, a una respiración mejor, y a una mejor movilidad propia.

Esta comprensión del espacio donde se desarrolla el ser humano ha dado origen al uso de la geometría para comprender, visualizar, representar y razonar el entorno donde se desenvuelve. De allí que importantes civilizaciones antiguas hicieran uso de la geometría para la representación de fenómenos, construcciones y diversas aplicaciones para el desarrollo de su vida cotidiana.

El conocer, explorar y conquistar el espacio permite al sujeto desarrollar su capacidad para comprender el entorno y potenciar sus capacidades geométricas.

El documento “Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI” elaborado por el ICMI, destaca que es:

La geometría considerada como una herramienta para el entendimiento, la tal vez la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Villani (2001)

Según esto la geometría se constituye como un instrumento presente en la realidad, de allí la importancia de la enseñanza y su aprendizaje, no solo para la comprensión de los objetos geométricos sino para entender el espacio en donde se desarrolla el ser humano. Esta vinculación estrecha entre la geometría y la realidad permite que a partir del contexto se aborden no solo los elementos propios de la geometría sino también, que ésta ayude a percibir, interpretar y dar solución a problemas de otras disciplinas que la requieran. Es así como a lo largo de la historia el hombre ha dado soluciones a diversos interrogantes desde el uso de la representación del espacio a través de la geometría.

Cantoral et al. (2000) al referirse a la enseñanza de la geometría establece que “existen dos formas clásicas de entender la enseñanza de la geometría; una, la geometría vista como la ciencia del espacio y otra, la geometría entendida como una estructura lógica”

Si se considera la geometría como una ciencia del espacio, es necesario que el docente se cuestione sobre cómo el estudiante percibe el entorno y procesa la información que recibe del mismo especialmente a través de la visión. De allí surge la necesidad de establecer teóricamente, qué es y cómo se desarrolla el pensamiento geométrico en el ser humano.

Pensamiento geométrico

En Colombia el conocimiento matemático, se estructura en cinco pensamientos (numérico, métrico, espacial y geométrico, variacional y sistema de medidas) que deben ser desarrollados durante todo el proceso formativo. Frente a este aspecto estructural, es

importante destacar para la investigación, qué se define como pensamiento geométrico, que requiere para ser desarrollado y cómo se puede evidenciar los avances en el desarrollo del mismo en el estudiante.

En cuanto al desarrollo del pensamiento geométrico, el MEN (1998) se establece la necesidad de abordar aspectos como:

El desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas así como del efecto que ejercen sobre ellas las diferentes transformaciones, el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones (p. 17)

La enseñanza de la geometría implica aspectos complejos que requieren de procesos visuales, conceptuales, razonamiento, modelación, predicción de situaciones a partir de transformaciones sobre sus elementos, correlación de propiedades entre los elementos que componen un objeto geométrico.

Es así como el pensamiento espacial es comprendido como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” MEN (1998)

Desarrollar el pensamiento espacial implica una representación mental de los objetos geométricos, establecer relación entre los elementos que lo componen, aplicar sobre estas transformaciones en el espacio y representar de manera gráfica, escrita o física cada uno de estos objetos geométricos.

El ministerio de educación nacional en el marco de los estándares de básicos en competencias matemáticas establece una diferencia entre los elementos geométricos como puntos, líneas, ángulos, planos, regiones sombreadas, áreas, sólidos, entre otros y lo que se constituye como un sistema geométrico. En este último se considera que el sistema geométrico está conformado por tres aspectos “los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos.” MEN (2006)

Comprender los sistemas geométricos requiere desarrollar estos tres aspectos durante las prácticas pedagógicas de manera que el pensamiento geométrico llegue a niveles complejos abstracción y representación de los mismos.

Cabe resaltar que es necesario comprender qué se entiende por pensamiento geométrico. El Ministerio de educación Nacional en su documento Pensamiento Geométrico y Tecnologías computacionales, centra el aprendizaje de la geometría en tres aspectos fundamentales como son “(i) los procesos de visualización y su potencial heurístico en la resolución de problemas, (ii) los procesos de justificación propios de la actividad geométrica y (iii) el papel que juegan las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento geométrico” MEN (2004)

Al respecto Gil y De Guzman (1993):

Pensamiento geométrico no me refiero a la enseñanza de la geometría más o menos fundamentada en los Elementos de Euclides, sino a algo mucho más básico y profundo que es el cultivo de aquellas porciones de la matemática que provienen de y tratan de estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura, la forma física. (p. 83)

Esta exploración racional a la que refieren los autores requiere de parte del hombre apelar a procesos cognitivos que surgen de la comprensión del espacio físico donde vive. Es importante entonces comprender estos procesos que se realiza el ser humano cuando desarrolla su pensamiento geométrico.

Al respecto los estudios realizados por Torregrosa y Quesada (2007) caracterizan procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas de geometría y del desarrollo del pensamiento geométrico, estos centrados particularmente, en los procesos de visualización y los procesos de razonamiento que han sido propuestos por Duval.

Según Torregrosa y Quesada (2007) es importante conocer:

Los procesos cognitivos que evidencia el alumno al resolver un problema de geometría. El conocimiento de dichos procesos y sus relaciones va a servir para diagnosticar al estudiante y dirigir el desarrollo de las nociones y conceptos geométricos asociados; de igual manera, entender su desarrollo, evolución, tratamiento e integración en el currículo escolar puede ayudarnos a conocer el mapa cognitivo de los alumnos, facilitando el aprendizaje.

El conocimiento de estos procesos por parte del docente permiten direccionar las actividades de enseñanza en el aula hacia el desarrollo del pensamiento geométrico, no solo en cuanto a conceptos y definiciones propias de la geometría, sino también para potenciar a través de las prácticas docentes las capacidades para resolver geoméricamente un planteamiento cualquiera. Según los autores, es necesario comprender cognitivamente qué realiza un estudiante en el momento de enfrentarse a un problema que requiere de la geometría para su solución y respuesta a la misma.

Duval (1998) plantea tres procesos cognitivos que se llevan a cabo en la geometría, como son la visualización, el razonamiento y la construcción.

Torregrosa y Quesada (2007) adaptan el marco de análisis de Duval (1998) y planteando que :

–Las tres clases de procesos deben ser desarrollados separadamente.

– Es necesario realizar durante el currículo escolar un trabajo que reconozca los diferentes procesos de visualización y de razonamiento, pues no sólo hay varias formas de ver una figura, sino también de razonamiento.

– La coordinación entre visualización y razonamiento sólo puede ocurrir realmente tras este trabajo de diferenciación.

Para comprender que aspectos requieren cada uno de estos procesos cognitivos desarrollados en el pensamiento geométrico, es necesario, abordar diversos autores frente a cada uno de ellos.

Visualización

Al intentar comprender como el hombre representa el espacio y la percepción que tiene de este, surge la noción de visualización Cantoral et al. (2000) haciendo referencia a esta noción establece que esto “condujo a explorar la clase de las habilidades visuales que se necesitan para aprender geometría”

Cantoral et al. (2000) define este proceso cognitivo como: “se entiende por visualización la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual” .

El autor menciona las habilidades que debe desarrollarse para dicho proceso, en él no solo basta con la representación o uso de figuras mentales, sino que además, se debe contar con habilidades para transformar lo representado, comunicar las representaciones y tener la habilidad de documentarlas.

Duval (1998) define “los procesos de visualización con referencia a las representaciones espaciales para la ilustración de proposiciones, para la exploración heurística de una situación compleja”

Desarrollar la visualización en el aula no solo hace referencia al uso de figuras o dibujos geométricos que ilustren definiciones de objetos de conocimiento, requiere además que el docente elabore prácticas pedagógicas que fomenten las habilidades que se encuentran inmersas en el proceso de visualización.

Dado que la visualización forma parte de la actividad cognitiva para el desarrollo del pensamiento geométrico, el estudiante debe evolucionar en la forma como percibe los objetos del espacio que lo rodea, iniciando por percepciones visuales simples, hasta alcanzar niveles más complejos que le permiten comprender la composición de un objeto en sus diversos elementos de acuerdo a las diversas dimensiones.

Respecto a la visualización (Zimmermann, W. y Cunningham, S., 1990) establece este como “el proceso de formación de imágenes y el uso de tales imágenes en forma efectiva para el descubrimiento matemático y el entendimiento”

Tal como lo refieren los autores, la formación de imágenes (mentales) representa un potencial en desarrollo del pensamiento geométrico, dado que estas permiten descubrir relaciones entre los elementos que la componen y ofrecen la posibilidad de comprender un interrogante.

Por otra parte Samper, Molina, y Echeverry (2013) estable que la visualización “es utilizar las imágenes para desentrañar propiedades o relaciones entre figuras. La visualización provee información que se convierte en base para el desarrollo del razonamiento”.

En los procesos de enseñanza de la geometría es muy común el uso de imágenes, estas permiten representar objetos geométricos que vinculan o agrupan elementos básicos como líneas, puntos, planos entre otros. El proceso de visualización permite descubrir propiedades o relaciones entre figuras tal como lo mencionan los autores. Es decir que una representación de un objeto geométrico muestra visualmente una información al estudiante que involucra elementos que lo conforman, propiedades que puede comprobar a partir de instrumentos y establecer relaciones entre dichos elementos.

Torregrosa y Quesada (2007) definen la visualización como el “proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental o viceversa.”. Es decir que el estudiante al visualizar debe desarrollar dos habilidades, en primera medida, construir una imagen mental a partir de un dibujo sobre algún elemento físico (papel, tablero, pantalla, etc) y en segunda

mediad a partir de una imagen mental producida ser capaz de llevarla a un dibujo en un material concreto.

Al respecto Duval (1999) establece:

La actividad cognitiva que requiere la geometría es más exigente puesto que los tratamientos efectuados separada y alternativamente en cada uno de los registro no basta para que ese proceso llegue algún resultado: es necesario que los tratamientos figurales y discursivos efectúen simultaneamente y de manera interactiva. (p. 147)

Es decir que la enseñanza de la geometría en el aula debe ofrecer actividades que permitan al estudiante utilizar de manera simultanea el registro de figuras y el registro discursivos, tal como lo referencia Torregrosa y Quesada (2007).

Para definir el registro figural es necesario establecer inicialmente que se entiende por figura.

Al respecto Torregrosa y Quesada (2007) establecen que “si se habla de *figura*, entendemos la imagen mental de un objeto físico; el *dibujo* es la representación gráfica de una figura en sentido amplio, ya sea sobre un papel, el ordenador o un modelo físico.”

Igualmente estos autores destacan que:

Así, una figura (imagen mental de un objeto físico) se puede representar mediante una configuración geométrica –dibujo– y se compone de otras figuras mostradas por subconfiguraciones geométricas más simples, de dimensión geométrica menor o igual que la original, las cuales también están vinculadas a afirmaciones matemáticas.

De esta manera los dibujos (representaciones físicas) utilizados en el aula de clase durante la enseñanza de la geometría permite que el docente ejercite al estudiante en la identificación de subconfiguraciones más simples como puntos (dimensión 0), líneas (dimensión 1) ó áreas (dimensión 2). A su vez esto permite que partiendo de un dibujo se generen imágenes mentales de cada uno de los elementos que lo componen en las diversas dimensiones geométricas, desarrollando así el pensamiento geométrico.

Respecto a los elementos constitutivos de una figura Duval (1999) refiere “ toda figura aparece como la combinación de valores para cada una de las variaciones visuales de estos dos tipos, dimensional y cualitativo”

Respecto a las variaciones visuales a las que refiere el autor en cuanto a lo dimensional se destacan puntos (dimensión 0), líneas (dimensión 1) ó áreas (dimensión 2), es decir que al visualizar una figura el estudiante determina a que dimensión pertenece la representación. En relación a lo cualitativo, se puede atribuir cualidades en cuanto a las variaciones de la forma, tamaño, orientación, color, entre otros.

Duval (1999) al hacer un análisis de las figuras geométricas en función de las unidades figurales elementales, establece las siguientes consideraciones:

- Una figura geométrica es siempre una configuración de al menos dos unidades figurales elementales.
- Las unidades figurales de dimensión 2 se estudian en geometría como configuración de unidades figurales de dimensión 1.
- Un mismo "objeto" matemático puede representarse con unidades figurales diferentes.

Respecto a la primera consideración, si se presenta a un estudiante una figura geométrica como por ejemplo un triángulo, en esta configuración se pueden distinguir al menos dos unidades fundamentales como son: los vértices (puntos, dimensión 0) y los lados (segmentos, dimensión 1).

En cuanto al segundo aspecto mencionado anteriormente por Duval, se puede ejemplificar cuando se muestra la representación de un cuadrado (dimensión 2), si se le solicita al estudiante definir este objeto, se presenta un cambio de dimensión del registro figural (dimensión 2) al registro discursivo, al emplear dos unidades figurales elementales como son segmentos (dimensión 1) de acuerdo a relaciones existentes entre estos para definir correctamente dicho objeto.

Finalmente respecto a la última consideración dada por el autor si se presenta un segmento este puede considerarse una línea (dimensión 1) y como el lado (dimensión 2).

Tener en cuenta estos aspectos en el aula permiten a la hora de descripciones de figuras poner en evidencia las dificultades que surgen del paso del registro figural al registro discursivo por parte del docente y más aún la dificultad que tiene el estudiante al ser receptor de la conversión inversa.

Para comprender más estos aspectos Duval (1999) presenta la siguiente clasificación de unidades figurales elementales:

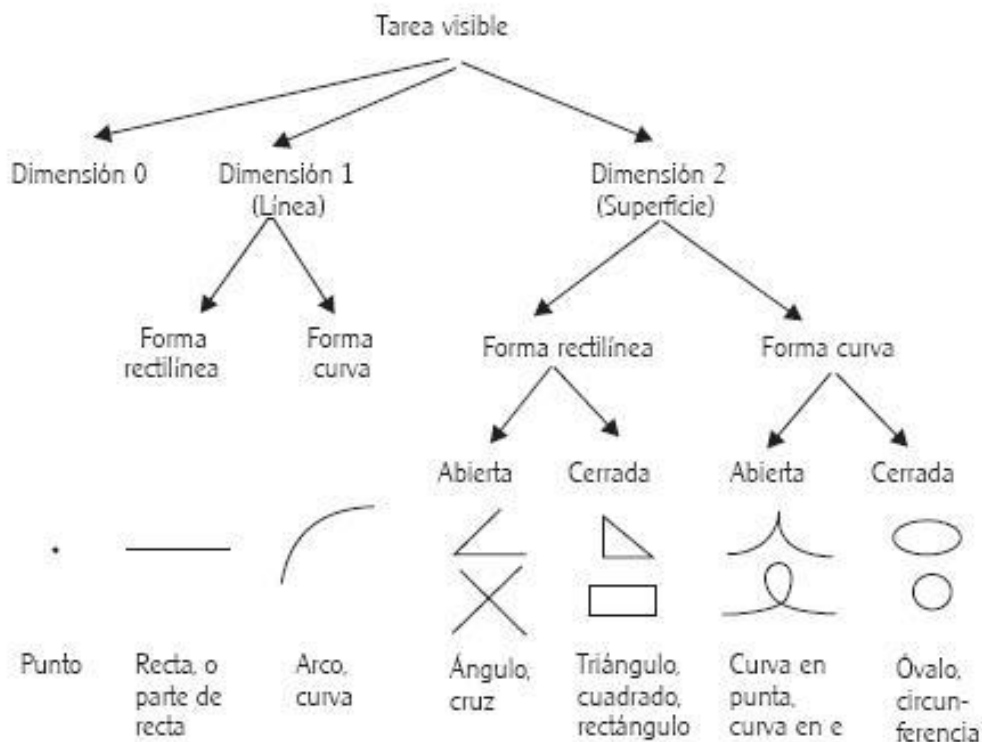


Figura 1. Clasificación de unidades figurales elementales. Duval(1999)

Como se ha mencionado para desarrollar el pensamiento geométrico es necesaria la visualización, pero es necesario además reconocer los tipos de visualización que se dan de representaciones en el proceso de aprendizaje de la geometría.

Al respecto Duval (1999) plantea tres tipos de formas de ver las figuras (tipos de visualización) que el denomina: *aprehensión perceptiva*, *discursiva* y *operatoria*.

Aprehension perceptiva

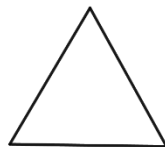
Para Torregrosa y Quesada (2007) este “la *aprehensión perceptiva* se caracteriza como la identificación simple de una configuración. Es la primera en ser usada a lo largo de toda la etapa educativa y también la primera que aparece en el desarrollo cognitivo del alumno.”

Este tipo de visualización de las figuras es esencial en el desarrollo del pensamiento geométrico ya que permite al estudiante asociar figuras a objetos físicos. Así por ejemplo si se presenta una representación (figura 2) ésta puede ser asociada a diversos objetos físicos como un instrumento musical o una señal de tránsito (figura 3)

Figura 2. Representación de triángulo. Elaboración propia



Figura 3. Objetos físicos triangulares. Elaboración propia



Aprehension discursiva

Esta hace referencia a la “acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definiciones, teoremas, axiomas)” Torregrosa y Quesada (2007)

Duval (1995) refiere respecto a la aprehensión discursiva

Las propiedades matemáticas representadas en un dibujo no pueden determinarse a través de la comprensión perceptual, algunas deben darse primero a través del habla (denominación una hipótesis) y otras pueden derivarse de las propiedades dadas. Un dibujo sin denominación o hipótesis es una representación ambigua, de modo que no todos verán las mismas cosas o las mismas propiedades. (p. 146)

Una representación por sí sola no permite reconocer las propiedades matemáticas que posee la misma, es necesario utilizar el registro discursivo para lograr visualizar lo que se requiere de ella. Por esta razón es muy frecuente que en la enseñanza de la geometría en el aula de clase las representaciones estén acompañadas por registros discursivos que permitan al alumno comprender la representación en términos del lenguaje matemático de manera acertada.

Este vínculo entre registro figurales y registros discursivos pueden realizarse de dos maneras:

Del anclaje visual al anclaje discursivo

Este anclaje sucede al tener un dibujo (representación gráfica) y se asocia a esta una afirmación.



Figura 4. Anclaje visual al discursivo. Torregrosa y Quesada (2007)

La figura 4 relaciona un dibujo a una definición, el alumno debe vincularla con las características propias de un triángulo rectángulo (polígono de tres lados con un ángulo recto)

Este tipo de vínculos entre registros figurales y discursivos es muy común realizarlos en la enseñanza de la geometría en el aula de clase, estos requieren que el estudiante vincule a dibujos presentados, propiedades que son escritas en lenguaje matemático.

Del anclaje discursivo al anclaje visual

Este ocurre cuando dada una definición el estudiante tiene la competencia de elaborar un dibujo que represente las características enunciadas en la misma.

Tomando como ejemplo el propuesto anteriormente si se da la definición “ABC es un triángulo rectángulo” el estudiante que realice este cambio podrá realizar el dibujo que corresponde a un polígono de tres lados con uno de sus ángulos rectos. Sin embargo este tipo de cambio del anclaje discursivo al visual no solo se realiza a través de una definición o teorema, también es posible ser abordado en el aula de clase a partir de situaciones de contextos donde se ejemplifique la aplicación de esta definición. El sólo dibujo o situación de contexto no establece que se lleve a cabo por parte del estudiante el cambio de anclaje, pero si, a partir del problema en contexto planteado él es capaz de representarlo a través de una figura que cumpla con las condiciones dadas de forma discursiva, entonces el estudiante habrá logrado realizar el cambio discursivo al visual.

Aprehension operatoria

Este tipo de aprehensión hace referencia a las posibles modificaciones que pueden tener las figuras geométricas. Duval (1988) refiriéndose a esta establece:

Es una aprehensión centrada en las posibles modificaciones de una figura inicial y, en consecuencia, en las reorganizaciones perceptivas que conllevan estas modificaciones.

Toda figura puede modificarse de varias maneras. Se pueden separar las unidades figurales elementales de dimensión 2 que la componen en otras unidades figurales, homogéneas o heterogéneas, también de dimensión 2; y éstas pueden recombinarse para modificar el contorno global de la figura. Se puede también agrandar o achicar la figura, desplazarla por la traslación o por rotación, etc. Todas estas modificaciones, que no son de la misma naturaleza, promueven cada una operaciones específicas y constituyen la productividad heurística de las figuras. (p. 62-63)

Al respecto Torregrosa y Quesada (2007) “La aprehensión operativa se produce cuando el sujeto lleva a cabo alguna modificación a la configuración inicial para resolver un problema geométrico”

Estos autores refieren dos tipos de aprehensión operativa que corresponden a la reorganización y el cambio figural.

Aprehensión operativa de reconfiguración

Respecto a que se entiende por reconfiguración Duval (1999) la define como “la operación que consiste en reorganizar una o varias subfiguras diferentes de una figura dada en otra figura.”

Es decir que dada una figura geométrica puedo separarla en subfiguras como partes de un todo para formar una nueva figura a partir de esta nueva organización.

Según Torregrosa y Quesada (2007) esta se dá “cuando las subconfiguraciones iniciales se manipulan como las piezas de un puzzle”.

En terminos de Duval (1999) “es un tratamiento que consiste en la división de una figura en subfiguras, en su comparación y en su reagrupamiento eventual en una figura de un contorno global diferente.”

El proceso de división (fraccionamiento) de una figura en partes, permite desarrollar en el estudiante la capacidad de encontrar subfiguras que pertenecen a una figura general, facilitando la productividad y aumento del conocimiento de las figuras geométricas.

La aprehensión operatoria de reconfiguración debe realizarse de manera permanente en los procesos de enseñanza de la geometría, estas modificaciones que pueden efectuarse sobre una figura no se realizan de manera espontánea ni de forma evidente, requieren que los estudiantes partan de situaciones simples presentadas en el aula hasta llegar a niveles de mayor complejidad a través del tiempo, logrando superar los obstáculos que puedan tener al respecto.

Aprehensión operatoria de cambio figural

Torregrosa y Quesada (2007) definen este tipo de aprehensión operatoria ocurre “cuando a la configuración inicial se le añaden (quitan) nuevos elementos geométricos (nuevas subconfiguraciones).”

Si dada una figura geométrica inicial a esta se le agregan otras unidades figurales que inicialmente no están para dar solución al problema, en este caso se habla de un cambio figural. En algunos ejercicios planteados en la enseñanza de la geometría es necesario recurrir al uso de elementos nuevos sobre las figuras iniciales para dar soluciones a un problema específico planteado.

El uso de este cambio figural también se realiza en sentido inverso, quitando elementos que han sido planteados en una figura geométrica al inicio. Es posible presentar situaciones que requieran que el alumno identifique subconfiguraciones dentro de la figura inicial. Esta

situación de suprimir o quitar consiste en eliminar mentalmente aquellos elementos de la figura inicial que no hacen parte de la subconfiguración que ha identificado para la solución de un problema.

La ejercitación en la aprehensión operatoria no solo se requiere por parte del estudiante, es necesario además que el docente que enseña geometría reconozca las condiciones que son necesarias para desarrollarla. Cada una de estas operaciones que refieren a la modificación de figuras deben estar presentes de forma explícita y sistemática en el aula de clase. Para esto las prácticas pedagógicas deben proponer ejercicios de geometría que permitan que su solución se obtenga a través del tratamiento figural que permitan generar la competencia en el estudiante.

Para Duval (1999) debe tenerse en cuenta tres la condiciones para desarrollar la aprehensión operatoria:

La resolución del ejercicio propuesto no debe implicar ninguna actividad de razonamiento que exija la utilización de definiciones y teoremas, la resolución del ejercicio propuesto no debe implicar nincun cambio de dismensión en la secuencia de subfiguras y el ejercicio propuesto debe tener lugar en una serie organizada en fución de una variación sistemática de los factores de visibilidad (p. 167)

Finalmente Torregrosa y Quesada (2007) establece la interacción entre los tres tipos de aprehensión como:

La perceptiva está conectada con la discursiva y la operativa. Esta es la base para el desenvolvimiento de las otras. A medida que se desarrollan la aprehensión operativa y la discursiva, queda más atenuada la acción en la que subyace la aprehensión perceptiva como mero nexo entre ellas.



Figura 5. Importancia de la aprehensión perceptiva. Torregrosa y Quesada (2007)

Razonamiento

Dado que el razonamiento es otro de los procesos cognitivos en geometría, es importante definir qué se entiende por razonamiento, qué tipos de razonamientos existen, cómo se desarrollan y cómo se establecen la validez de los mismos.

Respecto a la definición, Duval (1998) establece que “cualquier movimiento, cualquier ensayo y error, cualquier procedimiento para solucionar una dificultad con frecuencia es considerado como una forma de razonamiento”

De manera continua en la solución de problemas geométricos el estudiante recurre a procedimientos de diversas formas que le permita encontrarla. En este camino a solucionar un problema planteado es necesario el ordenar y relacionar ideas que tiene del problema para llegar a una conclusión que responda al interrogante inicial.

Torregrosa y Quesada (2007) lo define “entendemos por razonamiento a cualquier procedimiento que nos permita desprender nueva información de informaciones previas, ya sean aportadas por el problema o derivadas del conocimiento anterior.”

En esta definición los autores valoran como proceso de razonamiento el desprendimiento de nueva información, es decir, el encontrar una información adicional a la inicial planteada.

Para Duval (1998) establece tres tipos de razonamiento: el proceso configural, que se identifica con la aprehensión operativa; el proceso discursivo natural, que es espontáneamente realizado en el acto de la comunicación ordinaria a través de la descripción, explicación y

argumentación, y el proceso discursivo teórico, que se caracteriza por un desarrollo del discurso mediante la deducción y puede ser hecho en un registro estrictamente simbólico o en el del lenguaje natural. (p. 45)

El razonamiento como un proceso configural:

Al respecto Torregrosa y Quesada (2007) definen: entendemos el proceso configural como el desarrollo de la acción coordinada aprehensión discursiva/aprehensión operativa que efectúa el estudiante, cuando resuelve un problema de geometría, lo cual genera una interacción entre la configuración inicial y sus posibles modificaciones con las afirmaciones matemáticas adecuadas.

En el desarrollo de ejercicios de geometría durante el proceso de enseñanza de la misma es muy común que las representaciones empleen además un enunciado para enmarcar la situación planteada y en otros casos es el estudiante quien debe representar la situación. Es así como el estudiante para dar solución al problema, requiere en primera medida desarrollar la aprehensión discursiva, posteriormente al analizar la información y representación de las mismas puede realizar, sobre la figura inicial, modificaciones (aprehensión operativa) hasta que de manera reiterada de estos pasos, establece una solución o deserta las estrategias seguidas en el procedimiento para alcanzarla.

Torregrosa y Quesada (2007) establecen esta relación entre la aprehensión discursiva y operativa de acuerdo a la siguiente figura:

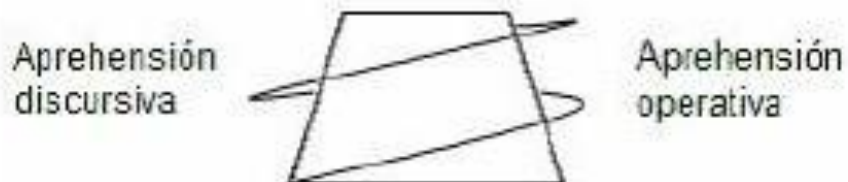


Figura 6. *Coordinación de la aprehensión discursiva y operativa en la resolución de problemas de geometría. Torregrosa y Quesada (2007)*

Esta figura muestra cómo se recurre de manera cíclica a la aprehensión discursiva y operativa para solucionar un problema en geometría. Este proceso de coordinación entre los dos tipos de aprehensiones, tienen dos posibles situaciones: “la coordinación da una solución al problema o La coordinación no consigue ninguna solución.” Torregrosa y Quesada (2007).

Respecto a la coordinación entre la aprehensión discursiva y la aprehensión operativa que conllevan a una solución o no de los mismos, estos autores clasifican tres clases de procesos: “el truncamiento, la conjetura sin demostración y bucle” Torregrosa y Quesada (2007).

Truncamiento

Este término se refiere, según Torregrosa, Quesada y Penalva (2010) “cuando la coordinación proporciona la «idea» para resolver deductivamente el problema. Es decir, el razonamiento configural se interrumpe cuando se obtiene la «idea» que resuelve el problema (la prueba). A partir de esa idea se genera el discurso deductivo”

Es común para el docente, observar las producciones de los estudiantes en cuanto a los caminos abordados para hallar la solución a un problema de geometría planteado. En esta actividad de construcción de una solución se pone de manifiesto los esbozos de razonamiento, iniciando por la aprehensión discursiva (de lo visual a o lo discursivo ó viceversa), donde comúnmente el estudiantes realiza apuntes que le permitan comprender las representaciones e información inicial, registrando las ideas que tiene éste para ir construyendo la solución. El truncamiento ocurre cuando a partir de los registros el alumno consigue la idea, interrumpiendo su razonamiento para pasar a un discurso deductivo con el fin de lograr la solución al interrogante planteado.

Es importante entonces tener en cuenta los procedimientos para la solución de problemas en geometría, de manera que el docente pueda identificar los procesos de razonamiento empleados para el hallazgo de respuestas.

Conjetura sin demostración

Según Torregrosa et al. (2010) este se da:

Cuando el razonamiento configural permite al estudiante dar una respuesta al problema aceptando las conjeturas mediante percepción simple y expresando la solución mediante el lenguaje natural y no validando las relaciones ni afirmaciones usadas. (p. 332)

La conjetura sin demostración se evidencia claramente en los procesos de solución de problemas geométricos cuando el estudiante encuentra la respuesta al interrogante utilizando las relaciones matemáticas o afirmaciones dadas en su proceso de búsqueda de soluciones a partir de percepciones simples (visuales) ó desde el uso de lenguaje natural. Es claro que muchos estudiantes resuelven problemas con respuestas desde sus propias palabras sin uso de terminología o simbolismo matemático. Cuando esto ocurre en los procesos de enseñanza, el docente tiene la capacidad de verificar la validez de los procedimientos y establecer que el estudiante realiza conjeturas sin demostraciones de las actividades propuestas.

Bucle

Para Torregrosa et al. (2010) este es el “proceso en el que se ha llegado a una situación de bloqueo que no permite el avance hacia la solución y por tanto un estancamiento del razonamiento producido”.

Muchos de los estudiantes al resolver un problema geométrico experimentan un bloqueo o estancamiento en el razonamiento que no le permite llegar a una solución al mismo. De esta manera ocurre que se utilizan aprehensiones discursivas y operativas sin ningún resultado que le permita ver la solución.

Puede ser que durante su proceso de razonamiento haga deducciones útiles pero sin la capacidad de llevarlas a salida al problema planteado, evidencia entonces que se ha producido un bucle o situación de bloqueo.

Cuando un estudiante presenta este hecho es necesario que el docente le oriente en otras posibles subconfiguraciones que no haya tenido en cuenta desde el principio y que ofrezcan nuevas oportunidades para la solución del mismo ó al mismo tiempo otras aprehensiones configurales que éste no haya realizado sobre la figura inicial. Estas orientaciones del docente pueden favorecer a que el estudiante salga del estancamiento donde se encuentra y contemple la solución a través de otro camino.

El razonamiento como un proceso discursivo natural

Según Torregrosa y Quesada (2007), el proceso discursivo natural se lleva a cabo de manera espontánea en el lenguaje natural a través de descripciones, explicaciones o argumentaciones. Para poder identificarlo es necesario distinguir las operaciones discursivas

básicas, como los conectores "y", "o", además de los símbolos verbales abreviados ("=" significa "produce"; "-" indica "quitar de") que puedan aparecer en la descripción, la explicación o la argumentación utilizada en la resolución de problemas de geometría.

El razonamiento como un proceso discursivo teórico

El proceso discursivo teórico utiliza sólo teoremas, axiomas o definiciones para llegar a la conclusión, está estructurado deductivamente y ocurre en un registro estrictamente simbólico o en lenguaje natural. Torregrosa y Quesada (2007)

En la solución de problemas geométricos se da el discurso teórico como un proceso de razonamiento, cuando a partir de las configuraciones dadas inicialmente, se realizan no solo subconfiguraciones sino también el uso de teoremas, axiomas o definiciones que puedan ser utilizadas para resolver el problema planteado. Es claro que en muchas ocasiones se recurren a propiedades demostradas para encontrar las soluciones, de esta manera se evidencia el discurso teórico.

Construcción

En los procesos de enseñanza de la geometría se realiza de manera continua la construcción de figuras geométricas que permiten, establecer propiedades de un objeto, definiciones y características del mismo.

La actividad de construcción tiene una gran importancia en el desarrollo del pensamiento geométrico, según Bonilla, Camargo, Castiblanco, y Vanegas (2002)

Las construcciones geométricas ocupan un importante papel en la matemática escolar pues se constituyen en un medio para articular las representaciones gráficas con las representaciones verbales de enunciados geométricos, al hacer explícitas relaciones geométricas en el uso de los instrumentos de construcción. (p.42)

Igualmente el MEN (2004) respecto a la construcción geométrica determina: “Podemos describirla como un dibujo técnico, en el que la utilización apropiada de ciertos instrumentos asegura la adecuación del dibujo a determinadas propiedades.”

La construcción de figuras geométricas requiere por parte del estudiante el uso de los instrumentos adecuados para realizarla, compás, transportador, reglas y escuadras hacen evidentes las propiedades de los objetos matemáticos como perpendicularidad, equidistancia, paralelismos, entre otros.

Para el desarrollo del pensamiento geométrico es necesario el uso de instrumentos para la construcción de manera que se asocien conceptos a representaciones válidas a través del uso de los mismos. El uso y manejo adecuado de los instrumentos constituye un elemento fundamental en la construcción geométrica, de allí la importancia de presentar a los estudiantes

diversas actividades donde empleen estos, para desarrollar la competencia en el manejo de los mismos y la representación de objetos geométricos.

Respecto a lo que pretende una construcción geométrica el MEN (2004) determina dos aspiraciones básicas que son:

Asegurar el cumplimiento de propiedades geométricas buscando superar las limitaciones de la percepción necesariamente presentes en el dibujo y lograr una generalización, asegurando la reproductibilidad del dibujo, tomando en cuenta (únicamente) las propiedades fundamentales del mismo por medio de la utilización de instrumentos técnicos como el compás y la regla. (p. 17)

De esta manera el estudiante a la hora de realizar una construcción geométrica puede reconocer y vincular diversas propiedades matemáticas para obtenerla, así mismo puede justificar si es correcta o no su construcción a partir de elementos conceptuales.

Es así como a partir de una construcción geométrica se pueden dar premisas sobre el objeto representado puesto que las propiedades de dicho objeto están explícitamente construidas y esto lleva al estudiante a potenciar su pensamiento deductivo.

Duval citado por Hitt (2003) “para la construcción de conceptos matemáticos no basta trabajar las actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también realizar las tareas de conversión de una representación a otra, y viceversa.”

Perímetro y área

El MEN (2006) haciendo referencia al pensamiento espacial y los sistemas geométricos establece que:

La apropiación por parte de los estudiantes del espacio físico y geométrico requiere del estudio de distintas relaciones espaciales de los cuerpos sólidos y huecos entre sí y con respecto a los mismos estudiantes; de cada cuerpo sólido o hueco con sus formas y con sus caras, bordes y vértices; de las superficies, regiones y figuras planas con sus fronteras, lados y vértices, en donde se destacan los procesos de localización en relación con sistemas de referencia, y del estudio de lo que cambia o se mantiene en las formas geométricas bajo distintas transformaciones. (p. 62)

Es claro evidenciar que uno de los procesos de enseñanza se enmarca en los bordes de las figuras (perímetro) y las superficies (medida del área) de las figuras geométricas.

En igual el MEN (2006) medida destaca que

El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras. (p. 62)

En este aspecto se destaca el uso de elementos concretos en el aula para la enseñanza de la geometría, de manera que esta manipulación, construyan los conceptos de área y perímetro de los elementos manipulados y a su vez se dé el desarrollo del pensamiento métrico.

En los procesos de enseñanza de geometría, es claro evidenciar de manera permanente problemas de aprendizaje sobre los conceptos de perímetro y áreas de figuras planas. Numerosas investigaciones sobre este problema se han realizado, al respecto, se cuenta con los aportes de los siguientes autores que se basan de forma explícita en términos de perímetro y área.

Es importante conocer las definiciones teóricas de perímetro y área, como se desarrollaron a través de la historia de la humanidad y cuáles han sido las mayores dificultades en la construcción de dichos conceptos.

Las antiguas civilizaciones, desarrollaron los conceptos de perímetro y área de figuras. En Egipto el concepto de perímetro fue abordado como lo refiere Morales (2002)

Los egipcios utilizaban una regla precisa relativa a la circunferencia: la razón entre el área de un círculo y su circunferencia es la misma que entre el área del cuadrado circunscrito al círculo y su perímetro.

Algunos autores realizan investigaciones que aportan referentes teóricos en cuanto al concepto de área. Entre estos se destacan:

Freudenthal (1983) menciona diferentes aproximaciones al concepto de área a partir de: repartir equitativamente (En éstas se incluyen las situaciones en las que dado objeto hay que repartirlo), comparar y reproducir (situaciones en las que hay que comparar dos superficies y también aquellas otras en donde hay que obtener una reproducción de una superficie con una forma diferente a la que tiene) y medir (la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar)

La investigación realizada por Wagman (1975) respecto al desarrollo del concepto de área presenta una tarea para los axiomas de área, de aditividad, de congruencia y de unidad.

Axioma de área. Si R es una región poligonal dada, existe una correspondencia que asocia a cada región poligonal un único número positivo tal que el número asignado a la región dada R es el uno.

Axioma de aditividad. Supongamos que la región poligonal R es la unión de dos regiones poligonales S y T tal que la intersección de S y T está contenida en la unión de un número finito de segmentos. Entonces respecto de la unidad dada de área, el área de R es la suma de las áreas S y T .

Axioma de congruencia. Si dos triángulos son congruentes, entonces las respectivas regiones triangulares constituidas por los triángulos y sus interiores tienen la misma área relativa a una unidad de área dada.

Axioma de unidad. Dadas un par de unidades para medir distancias, el área de un rectángulo respecto a la unidad cuadrada es el producto de las medidas (respecto al par de unidades dadas) de alguno de los lados consecutivos del rectángulo.

La investigación de Wagman (1975) sobre la construcción del concepto de área estableció cuatro etapas en su desarrollo. La primera respecto a habilidad de aplicación del conjunto entero de axiomas en casos perceptivamente fáciles y difíciles, la segunda en cuanto a la aplicación de axiomas en casos simples donde la exigencia perceptiva es compleja o los estudiantes no son capaces de resolver la problemática planteada, la tercera en la aplicación de algunos, pero no todos, los axiomas (los estudiantes de esta etapa conservan el área) y finalmente la cuarta etapa si se considera el concepto de conservación de área pero no se aplica en todas las situaciones posibles y se consideran algunos de los axiomas de la medida del área.

Osborne (1976) citado por Del Olmo, Moreno, y Gil (1989) considera los axiomas de la medida y propone introducir el concepto de área aprovechando la axiomática común con la magnitud longitud. Este subraya cinco propiedades comunes (función, aditividad, congruencia, comparación y unidad) después de analizar los sistemas de medida del área y la longitud.

La investigación realizada por Rogalski (1982) citado por Del Olmo et al., (1989) estudió la dimensionalidad de las longitudes, las superficies y los volúmenes en la consideración de invariancias de algunas transformaciones (una semejanza de razón r , para la longitud asocia el invariante r , para la superficie r^2 , para el volumen r^3). Esta investigación concluyó que: 1) el modelo lineal funciona relativamente de forma precoz, pero existen grandes dificultades para superar este modelo y pasar a un tratamiento multidimensional apropiado a las medidas de superficie y de volumen; 2) una buena representación del carácter unidimensional de la longitud es necesaria para alcanzar un éxito mediano en la superficie, pero está lejos de ser suficiente; 3) la adquisición de la bidimensionalidad de la superficie como concepto es un proceso largo y complejo; 4) la acción espontánea de pavimentar parece un factor importante para lograr un paso del pavimentado al cálculo de la medida y 5) las dificultades persistentes parecen estar relacionadas con la existencia de obstáculos cognitivos y epistemológicos que se refuerzan mutuamente. Este es el caso del paso de las estructuras aditivas a las multiplicativas y su construcción como un dominio propio, el reconocimiento de la dimensionalidad relativa a los objetos geométricos así como la noción de equivalencia que fundamenta la medida de formas no pavimentables y subtiende propiedades de continuidad, complejas, pero ciertas.

Unidad didáctica

La unidad didáctica surge como herramienta necesaria para responder a problemas de enseñanza. Según Fernández, Elortegui, Rodríguez y Moreno (1999) “la unidad didáctica tiene su origen en la necesidad de encontrar una estrategia capaz de organizar la enseñanza y el aprendizaje de manera que ambas competencias resulten eficientes.”

Del Carmen (1996) define la unidad didáctica, “es un conjunto de actividades relacionadas en torno a una cuestión básica, mediante la que se pretenden conseguir unos aprendizajes específicos”

Para Fernández et al., (1999) establece que:

La unidad didáctica es un conjunto de ideas, una hipótesis de trabajo, que incluye no sólo los contenidos de la disciplina y los recursos necesarios para el trabajo diario, sino unas metas de aprendizaje, una estrategia que ordene y regule en la práctica escolar los diversos contenidos del aprendizaje y la forma de pensar del equipo de docentes que impregna todo el conjunto con su filosofía y sus métodos de trabajo, casi siempre implícitos pero determinantes. (p. 10)

Esta herramienta didáctica requiere reflexionar sobre los contenidos de enseñanza, los recursos, objetivos de aprendizaje y todos aquellos aspectos presentes en el proceso formativo.

Igualmente Fernández et al., (1999) determina los pasos necesarios para la planeación de unidades didácticas, refiriendo que:

Primero seleccionan el tema; después, en unos casos seleccionan lo que se llama “la materia”, es decir los contenidos conceptuales (a esto se le suele llamar "lo que hay que saber"), en otros seleccionan un conjunto de actividades y experiencias. Luego, entresacan las actividades que posibiliten a los alumnos el aprendizaje de los conocimientos señalados o, en el caso de aquellos que seleccionan actividades previamente, ahora relacionarán los conceptos que el alumno adquiere con las actividades. Más tarde se seleccionan los objetivos que encuadran en el marco que se ha creado, o se formulan objetivos aislados, acorde con lo planificado, pero desconectados del proceso de la educación sistemática, y en muchos casos, hasta desligados del contenido de la unidad (p. 13)

Cognitivismo

El presente trabajo de investigación se basa fundamentalmente en esta teoría pedagógica. Se consideran los aportes dados por Vygotsky y Ausubel en sus teorías sobre el aprendizaje.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1983) establece:

El aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

El reconocimiento de las ideas previas o conceptos que posee el estudiante son fundamentales para el desarrollo del aprendizaje significativo.

Ausubel (1983) destaca que:

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

De esta manera Ausubel determina lo que es aprendizaje significativo como:

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983)

El aprendizaje significativo se genera cuando:

Una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. Ausubel (1983)

Según Ausubel se establecen requisitos para que se genere el aprendizaje significativo, estos son que el material sea potencialmente significativo y que el estudiante muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva.

La teoría socio-cultural Vygotsky establece que el sujeto aprende en un ambiente social y desarrolla sus procesos superiores de pensamiento, lenguaje y actividad motora en esta relación. Es importante destacar que el ser humano aprende del entorno y desde la experiencia con los otros, es decir que los procesos de aprendizaje en el entorno educativo, están vinculados a las experiencias que tiene el estudiante con sus pares y con los ambientes escolares.

Vygotsky distingue dos niveles de interacción social, el desarrollo social y el desarrollo potencial. él define la zona de desarrollo próximo como “la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz Vygotsky (1995)

-Marco legal

El marco de referencia de todo acto educativo colombiano está enmarcado en las disposiciones legales que orientan los procesos de enseñanza en el territorio nacional. Es necesario entonces comprender desde los diferentes referentes legales educativos cual es el objetivo de la educación, para qué se educa, cómo se establecen y organizan los procesos de educación y todos estos aspectos que están presentes durante este proceso.

La constitución política colombiana establece que “La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.” (Constitución Política Colombiana, 1991, Pág 18)

Así mismo la Ley General de Educación, Ley 115 determina de manera expresa que “La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.” (Ley 115, 1994, art. 1)

En Colombia la ley general de educación es un marco referencial que determina de aspectos puntuales del proceso educativo colombiano, el reconocimiento de los fines, objetivos, la estructura y demás aspectos constituyen la carta de navegación para cualquier proceso de enseñanza desde las diversas áreas. En este documento se establece claramente los objetivos generales para cada uno de los niveles: preescolar, básica y media. Para el nivel de básica secundaria uno de los objetivos específicos es “el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana” (Ley 115, 1994, art. 22).

Este marco de referencia establece la necesidad del desarrollo de las capacidades geométricas, para comprender cómo potenciarlo es necesario tener en cuenta las disposiciones

legales del Ministerio de Educación Nacional en el marco de los lineamientos curriculares de matemáticas que constituyen para los sistemas educativos colombianos, un punto de apoyo, para la organización del currículo en las instituciones educativas colombianas comprendida esta como “el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.” (Ley 115, 1994, art. 76).

Comprender el currículo como la integración de cada aspecto mencionado anteriormente, requiere del docente el dominio de la disciplina de conocimiento, cómo está estructurado, que se pretende desarrollar y como evidenciar los logros alcanzados al respecto.

En este campo una nueva versión de la enseñanza de las matemáticas en el aula requiere nuevos contextos que sean significativos, esta visión requiere del docente: “Considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras), constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento y reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones” MEN (1998)

Las instituciones educativas colombianas, en el proceso de enseñanza en las diferentes áreas del conocimiento, cuentan con los estándares básicos de competencia en las diferentes áreas. Estos estándares permiten valorar el estudiante, institución o sistema educativo de manera

que cumpla las expectativas de calidad que espera, en cuanto a cada una de las áreas del conocimiento en los diversos grados formativos académicos establecidos legalmente en Colombia.

Para el área matemática específicamente los estándares de competencias fundamentan la enseñanza a través del desarrollo de cinco pensamientos organizados por niveles y grados aumentando la complejidad y las competencias utilizadas en el estudiante de manera gradual.

Finalmente el Ministerio de Educación Nacional en el año 2015 elabora los derechos básicos de aprendizaje DBA que estructura para un grado y área partículas los aprendizajes que los estudiantes deben alcanzar. Estos se organizan de manera coherente con los lineamientos curriculares y los estándares de competencias. Se consideran una ruta de enseñanza que a su vez debe estar articulados con los proyectos educativos institucionales.

Este marco de referencia posee en su estructura tres elementos centrales que son el enunciado, evidencias de aprendizaje y ejemplo. Este constituye una herramienta para el docente en términos de planeación de los procesos de enseñanza.

A nivel de esta investigación se tendrán como marco referencial los derechos básicos de aprendizaje en matemáticas relacionados con el pensamiento espacial y sistemas geométricos correspondientes al perímetro y área de polígonos.

Capítulo 3

Diseño metodológico

Tipo de investigación

Este trabajo se enmarca en el enfoque cualitativo, ya que “con este tipo de acercamiento metodológico no se busca cuantificar, sino comprender determinado fenómeno; es decir, establecer cómo se relaciona un aspecto con otro.” Del Cid, Méndez y Sandoval (2011)

El enfoque cualitativo permite la comprensión de los aspectos más relevantes en las prácticas docentes durante el desarrollo de este proceso investigativo de manera que los elementos que resulten podrán relacionarse para poder interpretar las situaciones presentes en el ámbito de la enseñanza.

Este proceso se realiza de manera continua, de forma que “cuando se realiza un estudio con enfoque cualitativo, los datos no se recogen de una sola vez, sino progresivamente.” Del Cid et al. (2011).

Dada la progresividad que permite el enfoque cualitativo este proceso de investigación tendrá información recolectada desde diversos instrumentos en cada una de las fases en las que se desarrolle esta propuesta.

Por tanto “el estudio cualitativo profundiza en el entendimiento de las interioridades de los fenómenos, nos facilita su comprensión, la captación de lo profundo de ello” Del Cid et al. (2011). De allí la importancia del enfoque ya que permite comprender a fondo el objeto de estudio a través de su permanente análisis y reflexión de los elementos que lo componen.

Según Krause (1995)

La metodología cualitativa se refiere, entonces, a procedimientos que posibilitan una construcción de conocimiento que ocurre sobre la base de conceptos. Son los conceptos los que permiten la reducción de complejidad y es mediante el establecimiento de relaciones entre estos conceptos que se genera la coherencia interna del producto científico. (p. 21)

Para este autor “uno de los aspectos más importantes de la investigación cualitativa es el hecho práctico que el investigador se constituye en el instrumento principal de recolección y análisis de datos” Krause (1995)

Teniendo en cuenta esto, el enfoque cualitativo permite al docente convertirse en el principal autor de la investigación, siendo éste responsable de la obtención de datos del objeto

de estudio durante las prácticas docentes y su posterior reflexión para la comprensión del mismo.

Krause (1995) establece que “existen diferentes tipos de estudios cualitativos: descriptivos (que pueden dar lugar a tipologías descriptivas), analítico-relacionales (a través de los cuales se crean modelos teóricos) y de investigación-acción (orientados al cambio)”. Para efectos de este estudio, se realiza investigación-acción, ya que ofrece elementos importantes para la reflexión de las prácticas pedagógicas.

Carr y Kemmis (1988) establecen la investigación acción como “una forma de indagación autorreflexiva que emprenden los participantes en situaciones sociales en orden a mejorar la racionalidad y las justicias de sus propias prácticas, su entendimiento de las mismas y las situaciones dentro de las cuales tienen lugar” (p. 174)

Es así como el acto educativo por ser una situación social, permite que el docente realice de forma permanente la reflexión de las situaciones que se generan durante las prácticas pedagógicas.

Lewin (1946) Define la investigación acción como:

Es una forma de cuestionamiento autorreflexivo, llevada a cabo por los propios participantes en determinadas ocasiones con la finalidad de mejorar la racionalidad y la justicia de situaciones, de la propia práctica social educativa, con el objetivo también de

mejorar el conocimiento de dicha práctica y sobre las situaciones en las que la acción se lleva a cabo.

Elliott (2000) define la investigación-acción como «un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma». De esta manera el docente tiene como objetivo la comprensión de los problemas prácticos que surgen en el aula, generadas desde la situación social vivida en ella, con fin de generar acciones que las modifiquen.

En cuanto a (Lomax, 1990), define la investigación-acción como “una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora”. Es así como el docente desea mejorar una situación específica de su práctica pedagógica y para esto realiza una intervención con el fin de superar la situación observada.

Entre los propósitos de la investigación-acción es el interrogarse sobre las prácticas sociales y los valores que la integran para lograr explicarlos.

Para Kemmis y McTaggart (1988) los principales beneficios de la investigación-acción son la mejora de la práctica, la comprensión de la práctica y la mejora de la acción en la que tiene lugar la práctica.

De esta manera los propósitos fundamentales de esta investigación, se establecen en la mejora y transformación de la práctica docente a través de la reflexión de la misma para su

comprensión, establecer la articulación entre la investigación, la acción, acercamiento de la realidad social en los procesos de enseñanza y la vinculación del docente a la reflexión permanente de su práctica pedagógica como protagonista del mismo.

Como características principales de la investigación-acción Pring (2000) señala cuatro que son: cíclica recursiva, participativa, cualitativa y reflexiva. Cíclica porque de manera permanente se repiten los pasos de investigación, participativa ya que tanto el investigador como los demás participantes son agentes activos durante todo el proceso, cualitativa porque describe a través del lenguaje las situaciones presentadas en el proceso y reflexiva ya que requiere un análisis crítico para cada uno de los ciclos de la investigación.

Proceso de investigación

El proceso de investigación-acción establece los pasos que el investigador debe realizar para llevarla a cabo. Muchos autores presentan este proceso en un conjunto de pasos que referencia una espiral reflexiva de conocimiento y acción.

Lewin (1946) describió la investigación-acción como ciclos de acción reflexiva. Cada ciclo se compone de una serie de pasos: planificación, acción y evaluación de la acción. Kemmis, (1989) apoyándose en el modelo de Lewin, elabora un modelo para aplicarlo a la

enseñanza. El proceso lo organiza sobre dos ejes: uno estratégico, constituido por la acción y la reflexión; y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación.

Elliott, (2000) toma como punto de partida el modelo cíclico de Lewin, que comprendía tres momentos: elaborar un plan, ponerlo en marcha y evaluarlo; rectificar el plan, ponerlo en marcha y evaluarlo, y así sucesivamente.

En el modelo de Elliott aparecen las siguientes fases: identificación de una idea general, exploración o planteamiento de las hipótesis de acción como acciones que hay que realizar para cambiar la práctica y construcción del plan de acción.

Para esta investigación se tomará como modelo de referencia el planteado por Kemmis (1989). Según este autor el proceso de investigación-acción, está integrado por cuatro fases o momentos interrelacionadas: planificación, acción, observación y reflexión.

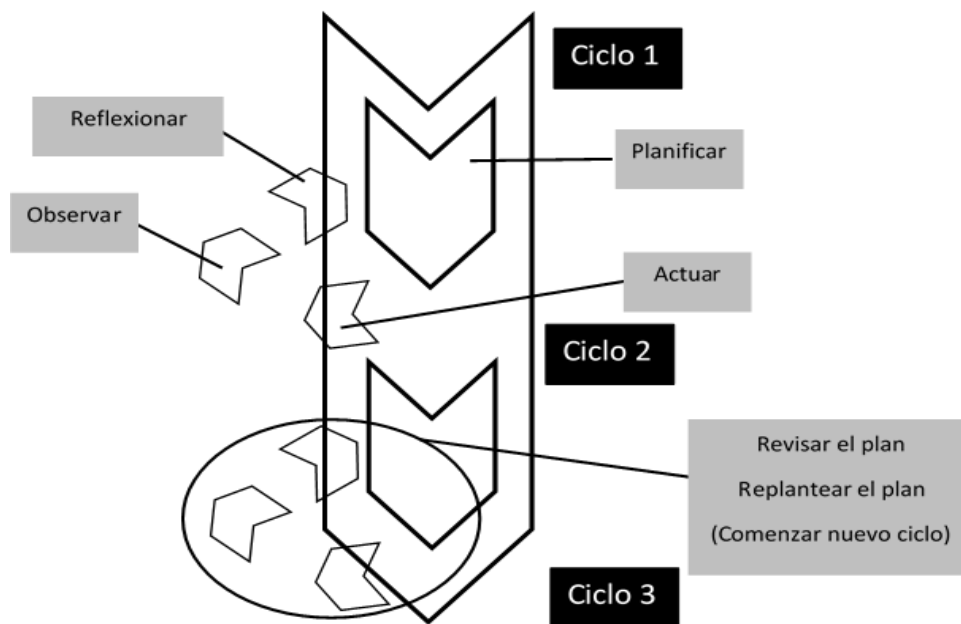


Figura 7. *Los momentos de investigación-acción*. Kemmis (1989).

Cada una de estas fases debe realizarse con una mirada retrospectiva, y una intención prospectiva formando así la espiral autoreflexiva de conocimiento y acción.

		Dimensión organizativa	
		Reconstructiva	Constructiva
Dimensión estratégica	Discurso entre participantes	4. Reflexionar Retrospectiva sobre la observación	1. Planificar Prospectiva para la acción
	Práctica en el contexto social	3. Observar Prospectiva para la reflexión	2. Actuar Retrospectiva guiada por la planificación

Figura 8. *Los momentos de investigación-acción dimensión organizativa y estratégica*. Kemmis (1989).

Las fases implementadas para esta investigación son: fase diagnóstica, fase de diseño, fase de implementación, fase de evaluación de la implementación y reflexión.

Fase diagnóstica

Esta fase se planea realizar acciones de búsqueda de información inicial a cerca de posibles problemas objetos de estudio. Se desarrolla durante entre los meses de febrero y marzo se complementa con los resultados de pruebas externas en el primer periodo 2018. El tiempo planeado para la implementación de las unidades didácticas es de nueve meses comprendidos en el lapso de tiempo establecido.

La investigación parte de una revisión de la práctica docente donde se evidencia a nivel del aula, dificultades para el aprendizaje de la geometría en aspectos conceptuales y procedimentales. Esta situación en el aula conlleva a plantear por parte del investigador, ¿Qué aspectos debo mejorar en la práctica pedagógica? ¿Qué puedo hacer para que el estudiante mejore su pensamiento geométrico? ¿Cómo puedo contribuir a superar estas dificultades evidenciadas? .

Para dar respuestas a estos interrogantes se establece un plan de acción que consiste en realizar una revisión documental sobre los resultados en matemáticas en el componente geométrico a nivel nacional (pruebas PISA), a nivel institucional (registros históricos de pruebas SABER e ISCE) y a nivel grupal (diagnóstico en los participantes) que permitan obtener información para el análisis correspondiente en términos de pensamiento geométrico.

A nivel grupal se aplica una prueba diagnóstica con preguntas tomadas de las pruebas internacionales Trends In International Mathematics And Science Study, INEE (2011) de ítems liberados en años anteriores, tomando como referencia los ítems correspondientes al dominio de contenido “Figura geométrica y medidas”.

En la revisión documental se observa que a nivel nacional se presentan dificultades en el área de matemáticas, específicamente en el pensamiento geométrico. De igual forma la revisión documental a nivel institucional establecen las dificultades en el grado 5° de la prueba saber en el pensamiento geométrico de manera consecutiva en años anteriores. En forma similar la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, evidencia dificultades en aspectos como: dibujo de figuras geométricas, medidas de área y longitud, dificultades en la percepción visual de los objetos geométricos entre otros.

Una vez obtenida la información de la fase de diagnóstico, se reflexiona sobre los resultados obtenidos. Respecto a las pruebas nacionales, se realizan nuevos cuestionamientos para comprender cómo enseña la geometría, cuáles son sus referencias teóricas, qué procesos cognitivos se debe desarrollar, cómo se encuentra estructurado en Colombia los procesos de enseñanza de la geometría y qué documentos orientan los procesos de enseñanza de la geometría a nivel nacional.

Respecto a los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes se reflexiona a partir de categorías establecidas en términos del pensamiento geométrico. Estos

resultados permiten establecer interrogantes sobre por qué las dificultades en aspectos específicos como la identificación o construcción de polígonos, identificación de área por recubrimiento de la región poligonal, cálculo de valor del perímetro y el área de figuras planas.

Los momentos de investigación de esta fase diagnóstica se resumen en la siguiente tabla, tomando como referencia el modelo planteado por Kemmis (1989), en cada uno de los momentos que se establecen en la investigación-acción.

Tabla 1. *Momentos de la investigación. Fase diagnóstica.*

		Dimensión organizativa	
		Reconstructiva	Constructiva
Dimensión estratégica	Discurso entre participantes	Reflexionar Nuevos cuestionamientos: cómo enseña la geometría, cuáles son sus referencias teóricas, qué procesos cognitivos se debe desarrollar, cómo se encuentra estructurado en Colombia los procesos de enseñanza de la geometría reflexión a partir de categorías establecidas en términos del pensamiento geométrico	Planificar Dificultades observadas en la práctica pedagógica ¿Qué aspectos debo mejorar en la práctica pedagógica? ¿Qué puedo hacer para que el estudiante mejore su pensamiento geométrico? ¿Cómo puedo contribuir a superar estas dificultades evidenciadas? .
	Práctica en el contexto social	Observar Identificación de los resultados, dificultades a nivel institucional en registros históricos y de la prueba diagnóstica.	Actuar Revisión documental sobre los resultados en matemáticas en el componente geométrico a nivel nacional (pruebas PISA), a nivel institucional (registros históricos de pruebas SABER e ISCE) y a nivel grupal (diagnóstico en los participantes)

Fuente: elaboración propia

Fase de diseño

Inicialmente se planifica como diseñar la propuesta a través de la implementación de unidades didácticas en alumnos de sexto grado. Esta fase se realiza entre los meses marzo y abril del 2017. Para este diseño se tienen en cuenta dos aspectos: el primero, la selección del marco teórico sobre los procesos cognitivos en geometría y cómo desarrollarlos; el segundo, el diseño de unidades didácticas para el desarrollo del pensamiento geométrico.

El diseño de las unidades didácticas se realiza a partir de los referentes teóricos dados por Duval (1988, 1995, 1998, 1999) y por Torregrosa y Quesada (2007) teniendo en cuenta los tres procesos cognitivos que son; visualización, razonamiento y construcción.

Se diseñan unidades didácticas para perímetro y área de polígonos cada una con siete intervenciones en el aula. Estas intervenciones están estructuradas con una actividad de inicio “conceptualización”, actividad de desarrollo y actividad de cierre. Se tienen en cuenta para el diseño de cada una de las actividades, los procesos cognitivos del marco teórico.

Se prueba el diseño de las unidades didácticas, a cada una de las intervenciones se realiza una prueba piloto en tres estudiantes de otro grado sexto diferente donde se realiza la implementación del proceso investigativo, de manera que se pueda observar los efectos de la acción en el contexto de manera que permita realizar la reflexión prospectiva y a su vez identificar aspectos a mejorar.

Se analizan las intervenciones pilotos para determinar ajustes pertinentes en el diseño de las unidades didácticas, esta reflexión permite al investigador plantear nuevas actividades o mejorar las diseñadas inicialmente.

Tabla 2. *Momentos de la investigación. Fase de diseño.*

		Dimensión organizativa	
		Reconstructiva	Constructiva
Dimensión estratégica	Discurso entre participantes	Reflexionar Se analizan las intervenciones pilotos para determinar ajustes pertinentes en el diseño de las unidades didácticas	Planificar Selección del marco teórico sobre los procesos cognitivos en geometría y diseño de unidades didácticas para el desarrollo del pensamiento geométrico.
	Práctica en el contexto social	Observar Prueba del diseño de las unidades didácticas, a cada una de las intervenciones se realiza una prueba piloto en tres estudiantes .	Actuar Diseño unidades didácticas para perímetro y área de polígonos cada una con siete intervenciones en el aula. Cada intervención posee actividad de inicio “conceptualización”, actividad de desarrollo y actividad de cierre

Fuente: Elaboración propia

Fase de implementación

Esta fase se planea para realizar las intervenciones pedagógicas en el segundo periodo del 2017 y el primer periodo 2018. El tiempo planeado para la implementación de las unidades didácticas es de nueve meses comprendidos en el lapso de tiempo establecido.

La implementación se realiza durante el periodo de tiempo establecido en la planeación de esta fase.

En cada una de las intervenciones pedagógicas de las unidades didácticas se realizan observaciones de que son registradas en instrumentos de recolección como diario pedagógico, con el fin realizar la reflexión prospectiva de las acciones realizadas en el aula. Este instrumento permite describir las acciones y eventos que se generan en esta fase

La reflexión de la implementación de las intervenciones se realiza a partir de los instrumentos de recolección de información (diario pedagógico), además se cuenta con rejillas de observación y se tienen en cuenta las categorías establecidas para la investigación.

Tabla 3. *Momentos de la investigación. Fase de implementación*

		Dimensión organizativa	
		Reconstructiva	Constructiva
Dimensión estratégica	Discurso entre participantes	Reflexionar La reflexión de la implementación de las intervenciones se realiza a partir de los instrumentos de recolección de información (diario pedagógico), además se cuenta con rejillas de observación y se tienen en cuenta las categorías establecidas para la investigación.	Planificar Planeación de las intervenciones pedagógicas en el segundo periodo del 2017 y el primer periodo 2018
	Práctica en el contexto social	Observar Las acciones y eventos que surgen en la implementación de la propuesta son registradas en instrumentos de recolección como diario pedagógico	Actuar La implementación de las intervenciones durante el periodo de tiempo establecido en la planeación de esta fase.

Fuente: Elaboración propia

Fase de evaluación de la implementación

Para realizar esta fase, se planea inicialmente los instrumentos pertinentes para la recolección de información como diario pedagógico, rejillas de observación, categorías para el análisis, revisión de las producciones de los estudiantes en cada una de las actividades. El periodo de evaluación de la implementación se realiza en el segundo periodo del 2017 y el primer periodo 2018.

Posteriormente cada intervención se registra en un diario pedagógico y se valora a través de una rejilla de observación, se realiza el compendio de producciones de los estudiantes para su posterior análisis teniendo en cuenta las categorías establecidas para la investigación.

Después de realizada la aplicación de los instrumentos para la evaluación de cada una de las implementaciones, se observan los puntos comunes entre los registros obtenidos por el diario pedagógico, rejilla de observación y categorías de análisis en las producciones.

Al finalizar cada implementación se realiza una reflexión de los aspectos más relevantes encontrados en la observación de los instrumentos de recolección. Estos hallazgos se tienen en cuenta para la fase final de reflexión del proceso investigativo.

Tabla 4. *Momentos de la investigación. Fase de evaluación de la implementación*

Dimensión estratégica	Dimensión organizativa	
	Reconstructiva	Constructiva
	<p>Discurso entre participantes</p> <p>Reflexionar</p> <p>Se reflexiona los aspectos más relevantes encontrados en la observación de los instrumentos de recolección. Estos hallazgos se tienen en cuenta para la fase final de reflexión del proceso investigativo.</p>	<p>Planificar</p> <p>Planeación de los instrumentos pertinentes para la recolección de información como diario pedagógico, rejillas de observación, categorías para el análisis, revisión de las producciones de los estudiantes en cada una de las actividades</p>
<p>Práctica en el contexto social</p> <p>Observar</p> <p>Se observan los puntos comunes entre los registros obtenidos por el diario pedagógico, rejilla de observación y categorías de análisis en las producciones</p>	<p>Actuar</p> <p>Al finalizar cada intervención se realiza: registro en el diario pedagógico, valoración a través de una rejilla de observación, compendio de producciones de los estudiantes para su posterior análisis teniendo en cuenta las categorías establecidas para la investigación.</p>	

Fuente: Elaboración propia

Las categorías de análisis correspondientes a la investigación realizada, surgen desde el marco teórico, en los procesos cognitivos que desarrollan el pensamiento geométrico y la elaboración de conceptos de perímetro y área de polígonos. En la tabla 5 se encuentran organizadas las categorías y subcategorías para su análisis.

Tabla 5. *Categorías y subcategorías del proceso de investigación*

Categorías de análisis	Subcategorías	Codificación de subcategorías
Visualización (V)	Identificación de unidades figurales elementales	V1
	Identificación Subconfiguraciones	V2
	Aprehensión discursiva	V3
	Aprehensión operatoria	V4
Razonamiento (R)	Como proceso configural	R1
	Como proceso discursivo natural	R2
	Como proceso discursivo teórico	R3
Construcción (C)	Uso de instrumentos	C1
	Validez de las construcciones	C2
Conceptualización de perímetro y área (CPA)	Perímetro y área como medida	CPA1
	Perímetro y área como adición	CPA2
	Perímetro y área como comparación	CPA3
Unidad didáctica (UD)	Incidencia en el desarrollo del pensamiento geométrico	UD1

Fuente: Elaboración propia.

Para efectos de sistematización y análisis de la información, las categorías y subcategorías se codifican.

A continuación se definen cada una de las categorías de análisis propuestas para la investigación.

Visualización

Se establece como el proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental o viceversa. Está constituido por los procesos de aprehensión perceptiva, discursiva y operatoria.

Razonamiento

Se define como cualquier movimiento, cualquier ensayo y error, cualquier procedimiento para solucionar una dificultad. Este se puede dar a partir de tres situaciones como proceso configural, como proceso discursivo natural ó como proceso discursivo teórico.

Construcción

Son las representaciones gráficas de un objeto matemático, que requiere de instrumentos para la elaboración y brindan información sobre propiedades geométricas del mismo.

Conceptualización de perímetro y área

El perímetro entendido como la medida del contorno de una figura geométrica y área como extensión de la superficie comprendida dentro de un perímetro, expresada en una unidad de medida. La conceptualización se construye a partir de la medición, la adición y la comparación de figuras

Unidad didáctica

Recurso didáctico diseñado para intervenir las dificultades del pensamiento geométrico en alumnos de sexto grado de tercero de, estructurada a partir un objetivo y una duración específica para el desarrollo.

Fase de reflexión

Se determina realizar la reflexión al finalizar cada intervención programada. La fase reflexiva se desarrolla durante el tiempo de implementación de la propuesta comprendida el segundo periodo del 2017 y el primer periodo 2018.

Una vez realizada la intervención, se procede a la reflexión de la misma a través de la información suministrada por los instrumentos de recolección de información. En esta fase se comparan la información obtenida a través del diario pedagógico, rejillas de observación y producciones de los estudiantes.

Se observan los hallazgos comunes en cada una de las reflexiones de intervención para consolidar los aspectos más relevantes que sirvan como conclusiones del proceso investigativo.

Finalmente se establecen las conclusiones generales del proceso investigativo a partir de la triangulación de la información, a partir de las categorías propuestas para la investigación.

Y se proponen aspectos que deben tenerse en cuenta para el mejoramiento de la misma

Tabla 6. *Momentos de la investigación. Fase de reflexión*

		Dimensión organizativa	
		Reconstructiva	Constructiva
Dimensión estratégica	Discurso entre participantes	Reflexionar Se establecen las conclusiones generales del proceso investigativo a partir de la triangulación de la información, a partir de las categorías propuestas para la investigación y se proponen aspectos que deben tenerse en cuenta para el mejoramiento de la misma	Planificar Planeación de la periodicidad reflexiva de las intervenciones realizadas en la investigación.
	Práctica en el contexto social	Observar Se observan los hallazgos comunes en cada una de las reflexiones de intervención para consolidar los aspectos más relevantes que sirvan como conclusiones del proceso investigativo.	Actuar Se realiza la reflexión a través de la información suministrada por los instrumentos de recolección de información

Fuente: Elaboración propia

Población y muestra

La población objeto de estudio estuvo constituida por 336 estudiantes de los grados 6A, 6B, 6C, 6D, 6E, 6F, 6G, 6 H y 6I del Instituto técnico Nacional de Comercio de la ciudad de

Cúcuta, Norte de Santander y la muestra es de 35 estudiantes que corresponden al grado 6 H, siendo una selección intencional dado que la docente que realiza la investigación desarrolla los procesos de enseñanza de geometría en este grado.

Instrumentos de investigación

En todo proceso investigativo la obtención de datos representa un aspecto fundamental para su desarrollo, comprensión y análisis.

Latorre (2003) establece que “la recogida de datos constituye un momento importante dentro de la fase de la observación del ciclo de investigación-acción. El investigador precisa recoger información sobre la intervención o acción para ver qué consecuencias o efectos tiene su práctica educativa.”

Se establecen entonces diversas técnicas e instrumentos que permitan el proceso de recolección de datos sobre la intervención realizada en la práctica educativa.

De esta forma según Latorre (2003):

Las técnicas de recogida de información nos permiten reducir de un modo sistemático e intencionado la realidad social que pretendemos estudiar, en nuestro caso la práctica profesional de los docentes, a un sistema de representación que nos resulte más fácil de tratar y analizar. (p. 53)

Al respecto se destaca para esta investigación la siguiente técnica y los instrumentos:

Observación participante

Esta es considerada como una “estrategia metodológica que implica la combinación de una serie de técnicas de obtención y análisis de datos entre las que se incluyen la observación y la participación directa.” Latorre (2003)

El uso de esta técnica de recolección de información hace parte de la investigación-acción ya que el docente observa los eventos que suceden en su proceso de enseñanza y participa de forma directa en la misma.

En términos de Latorre (2003) “la observación participante posibilita al investigador acercarse de una manera más intensa a las personas y comunidades estudiadas y a los problemas que le preocupan y permite conocer la realidad social que difícilmente se podría alcanzar mediante otras técnicas”

Este acercamiento a la realidad de la práctica permite comprender, conocer y analizarla de manera que los datos obtenidos a través de esta técnica ofrecen elementos importantes al docente para reflexionar continuamente sobre las acciones implementadas.

Diario pedagógico

Según Monsalve y Pérez (2012):

El diario pedagógico es un ejercicio de escritura que realizan los facilitadores acerca de su práctica docente, en donde van registrando algunas reflexiones sobre el día a día de su labor y experiencias que ellos consideran como significativas en el proceso de enseñanza aprendizaje. (p. 119)

Este instrumento de recolección facilita al docente el registro de las situaciones de forma objetiva y organizada en la implementación de la investigación en el aula, aportando elementos para el análisis de su práctica diaria.

En esta investigación se utiliza este instrumento de recolección de información ya que como lo indican Polar y Martín (1999)

A través de éste se pueden realizar focalizaciones sucesivas en la problemática que se aborda, sin perder las referencias del contexto [...] propicia también el desarrollo de los

niveles descriptivos, analítico- explicativo y valorativos del proceso de investigación y de reflexión del docente (p. 23).

Rejillas de observación

Postic y De Ketele (1992) definen que “las rejillas de observación se trata de técnicas de observación sistemática en las que los atributos que hay que observar se establecen de antemano”

Esta técnica ofrece al investigador la posibilidad de establecer los aspectos que desea observar en la implementación de la investigación.

Esta técnica de observación sistemática tiene las cualidades de pertinencia dado que lo que se desea observar responde a los objetivos de la investigación; validez, dado que existe correspondencia entre lo que observo y lo que quiero observar, fiabilidad, dos observadores independientes codifican de la misma manera y transferencia dado que los resultados obtenidos pueden transferirse a la población que el investigador desea generalizar lo observado.

Validación de instrumentos

Latorre (2003) establece que “para validar la información necesitamos: hacer afirmaciones; examinar críticamente las afirmaciones contra la evidencia, e implicar a otras personas en la elaboración de juicios”.

Según Lincoln y Guba (1985), el rigor científico de cualquier metodología puede ser considerado desde cuatro criterios regulativos: Credibilidad, transferibilidad, dependencia y confirmabilidad.

Estrategias de credibilidad

Como estrategias de credibilidad se establecen la observación persistente y la triangulación.

La observación es persistente cuando “el investigador observa y registra la realidad que indaga. Se convierte en un observador constante, que anota y registra lo que ve y oye” Latorre (2003). En este aspecto se realiza de forma constante la observación y el registro en los diarios pedagógicos durante la investigación.

La triangulación entendida como “la combinación de metodologías en el estudio de un mismo fenómeno. Consiste en un control cruzado entre diferentes fuentes de datos: personas, instrumentos, documentos, o la combinación de ellos” Latorre (2003). En la investigación realizada, el proceso de triangulación se desarrolla de manera continua entre tres instrumentos: registros de diarios pedagógicos, rejillas de observación y producciones de los estudiantes.

Estrategias de transferibilidad

Se refieren a la aplicabilidad de los resultados a otros sujetos o contextos Latorre (2003). Teniendo en cuenta los aspectos que intervienen se realiza la descripción densa y la recogida abundante de información.

Descripción densa corresponde a “descripciones exhaustivas y minuciosas del contexto con el fin de establecer correspondencias con otros contextos posibles y hacer más extensivas posibles generalizaciones” Latorre (2003). En este sentido el diario pedagógico aporta elementos de descripción exhaustivas del contexto en el proceso de investigación para posteriormente realizar generalizaciones.

Recogida de abundante información según Latorre (2003) estos “permiten comparar el contexto de investigación con otros contextos posibles, a los que se podría transferir los resultados”. La recopilación de datos permite analizar y comprender el contexto donde se desarrolla la investigación realizada en la institución educativa, de manera que se pueda realizar la comparación con otros posibles contextos donde esta se pueda desarrollar.

Estrategias de dependencia

Esta se define como “la estrategia que se ocupa de la consistencia de los resultados” Latorre (2003). Para la realización de esta se tiene en cuenta la auditoria de dependencia, en la

investigación este proceso de control se da con la revisión continua del asesor que determina si los procesos de investigación seguidos son aceptables.

Estrategias de confirmabilidad

Estas “confirman la información, la interpretación de los significados y la generación de conclusiones” Latorre (2003). En la investigación se realiza la auditoría de confirmabilidad por parte del asesor quien controla la correspondencia que hay entre los datos e información obtenida a través de los instrumentos y las reflexiones e interpretaciones dadas en el proceso de investigación.

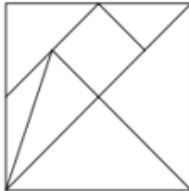
En este aspecto es importante mencionar que la validación de los instrumentos se dio desde la revisión permanente de la tutora del trabajo de grado de la investigación la doctora Carmen Edilia Villamizar y se tienen en cuenta los criterios de Lincoln y Guba (1985).

A continuación se presentan los siguientes hallazgos de los resultados de la evaluación diagnóstica para caracterizar el pensamiento geométrico en los estudiantes de sexto grado del Instituto Técnico Nacional de Comercio.

Se presenta a continuación la pregunta, las categorías y subcategorías para el proceso de recolección de información y observaciones sobre las dificultades de la misma. La prueba

diagnóstica fue aplicada a 35 estudiantes del grado sexto con el objetivo de caracterizar el pensamiento geométrico de los estudiantes.

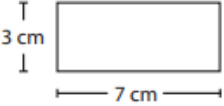
Tabla 7. *Pregunta 1 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
1. Este cuadrado está cortado en 7 trozos. Coloque una X en cada uno de los 2 triángulos que tengan el mismo tamaño y la misma forma. 	Visualización (V)	Identificación Subconfiguraciones (V2) Aprehensión discursiva (V3)
Porcentaje de acierto: 97% Porcentaje de error: 3%	Conceptualización de perímetro y área (CPA)	Perímetro y área como comparación (CPA3)

El 97% de los estudiantes identifican las subconfiguraciones solicitadas, realizan la aprehensión discursiva realizando el anclaje discursivo al anclaje visual e identifica la condición de mismo tamaño como comparación de área de las figuras. Se establece que el proceso de visualización es desarrollado por la mayoría de los estudiantes, así como la identificación de figuras que tienen la misma área e igual forma.

El 3% de los estudiantes seleccionan otros triángulos que no cumplen con la condición de tamaño. Se evidencia que se tiene en cuenta la forma pero no el área igual de las figuras para cumplir con las condiciones establecidas.

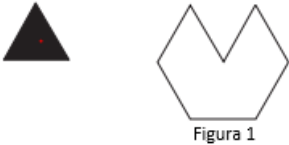
Tabla 8. *Pregunta 2 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>2. ¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?</p>  <p>A. 7 cm B. 10 cm C. 20 cm D. 21 cm</p>	<p>Visualización (V)</p> <p>Razonamiento (R)</p> <p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Aprehensión discursiva (V3)</p> <p>Como proceso discursivo teórico (R3)</p> <p>Perímetro y área como medida (CPA3)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 31%</p> <p>Porcentaje de error: 69%</p>		

El 31% de los estudiantes realizan la aprehensión discursiva realizando el anclaje discursivo al anclaje visual y viceversa, utiliza procesos de razonamiento como discurso teórico al utilizar las características del rectángulo y calcula el perímetro del rectángulo a partir de la suma de cantidades.

El 69% de los estudiantes relacionan el valor del perímetro como la suma de las dos medidas dadas en el problema, no realizan el proceso de visualización al no identificar las medidas de los otros dos lados a partir del razonamiento a cerca de las propiedades de un rectángulo.

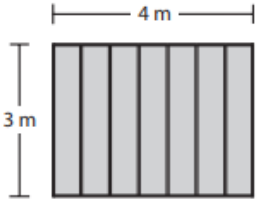
Tabla 9. Pregunta 3 prueba diagnóstica. Resultados categoriales

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>3. Cuántas baldosas triangulares negras son necesarias para construir la figura 1</p>  <p>Figura 1</p> <p>Respuesta: _____</p>	<p>Visualización (V)</p> <p>Razonamiento (R)</p> <p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Identificación Subconfiguraciones (V2)</p> <p>Aprehensión discursiva (V3)</p> <p>Como proceso discursivo natural (R2)</p> <p>Perímetro y área como comparación (CPA3)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 63%</p> <p>Porcentaje de error: 37%</p>		

El 63% de los estudiantes en cuanto a la visualización, identifican las subconfiguraciones al establecer la figura 1 como composiciones de la ficha negra, se realiza el proceso de anclaje discursivo al visual al identificar el cubrimiento de la figura 1 a través de la ficha negra, el razonamiento discursivo natural se evidencia en las respuestas en el lenguaje natural de los estudiantes para dar solución a la pregunta. La conceptualización de área se establece al utilizar la ficha negra para cubrir cierta cantidad de veces la figura 1.

El 37% de los estudiantes no realizan subconfiguraciones en la figura 1, presentan dificultad proceso de anclaje discursivo al visual cuando utilizan la ficha negra para completar la figura no como elemento de comparación para el recubrimiento. Presentan errores en el razonamiento como proceso discursivo natural al dar la respuesta, no conceptualizan el área por


Tabla 11. *Pregunta 5 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>5. Borja está un lado de una valla de madera. La valla mide 4 metros de longitud y 3 metros de altura. ¿Cuál es el área que tiene que pintar Borja?</p>  <p>A. 4 centímetros cuadrados B. 7 centímetros cuadrados C. 12 centímetros cuadrados D. 14 centímetros cuadrados</p>	<p>Visualización (V)</p> <p>Razonamiento (R)</p> <p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Aprehensión discursiva (V3)</p> <p>Como proceso discursivo teórico (R3)</p> <p>Perímetro y área como medida (CPA1)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 37%</p> <p>Porcentaje de error: 63%</p>		

El 37% de los estudiantes en cuanto a la visualización realizan el cambio de anclaje discursivo al visual y viceversa, en cuanto al razonamiento como proceso teórico emplean las propiedades de área de un rectángulo para dar solución al interrogante y encuentran la medida del área a través de la multiplicación de los lados de la figura.

El 63% de los estudiantes no realizan la aprehensión discursiva, no emplean las propiedades del rectángulo y en referencia al concepto de área como medida, confunden esta con el valor del perímetro o establecen que la medida del área corresponde a la suma de los valores dados en la figura.



Tabla 13. *Pregunta 7 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>7. El hombre del dibujo mide 2 metros de altura. Calcula la altura del árbol.</p>  <p>A. 4m B. 6 m C. 8 m D. 10 m</p>	Visualización (V)	Aprehensión discursiva (V3)
<p>Porcentaje de acierto: 26% Porcentaje de error: 74%</p>		

El 26% de los estudiantes realizan el cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo al establecer como patrón de medida la altura del hombre.

El 74% de los estudiantes no realizan el cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo al establecer como patrón de medida la altura del hombre.

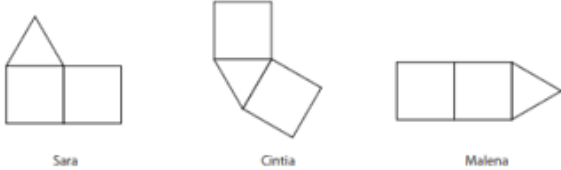
Tabla 14. *Pregunta 8 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>8. Julia tenía un trozo de papel rectangular</p>  <p>Cortó el papel a lo largo de la línea de puntos e hizo una figura en forma de L como ésta.</p>  <p>¿Cuál de las siguientes frases es verdadera?</p> <p>A. El área de la figura en forma de L es mayor que el área del rectángulo.</p> <p>B. El área de la figura en forma de L es igual que el área del rectángulo.</p> <p>C. El área de la figura en forma de L es menor que el área del rectángulo.</p> <p>D. No se puede averiguar qué área es mayor sin medirlas.</p>	<p>Visualización (V)</p> <p>Razonamiento (R)</p> <p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Aprehensión operatoria(V4)</p> <p>Como proceso configural (R1)</p> <p>Perímetro y área como adición (CPA 2)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 51%</p> <p>Porcentaje de error: 49%</p>		

El 51% de los estudiantes realizan aprehensión operatoria al reorganizar las subconfiguraciones del rectángulo inicial, realizan el razonamiento como proceso configural al realizar coordinadamente aprehensión discursiva/aprehensión operativa de la figura y reconocen el área de una región como la adición de áreas de subconfiguraciones.

El 49% de los estudiantes no realizan la aprehensión operatoria ya que identifican la nueva organización de la figura como elementos de diferente dimensión, no realizan el razonamiento como proceso configural y se dificulta reconocer el área del rectángulo como la adición de áreas de subdivisiones de la primera.

Tabla 16. *Pregunta 10 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>10. Sara, Cintia y Malena colocan, por turnos, 3 baldosas. Cada una coloca las baldosas de una forma diferente, tal y como se muestra.</p>  <p>¿Cuál de las siguientes frases sobre el área de las figuras resultantes es la verdadera?</p> <p>A. La figura de Sara tiene un área mayor que las otras</p> <p>B. La figura de Cintia tiene un área mayor que las otras</p> <p>C. La figura de Malena tiene un área mayor que las otras</p> <p>D. Todas las figuras tienen la misma área.</p>	<p>Visualización (V)</p> <p>Razonamiento (R)</p> <p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Identificación de subconfiguraciones (V2)</p> <p>Aprehensión operatoria(V4)</p> <p>Como proceso configural (R1)</p> <p>Perímetro y área como adición (CPA2)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 69%</p> <p>Porcentaje de error: 31%</p>		

El 69% de los estudiantes identifica visualmente las subconfiguraciones de las construcciones hechas, reconocen que se realiza sobre la figura una aprehensión operatoria de reconfiguración, el razonamiento como proceso configural se evidencia y comprenden que el área de las figuras no varía ya que es la suma de las áreas de cada subconfiguración.

El 31% de los estudiantes no identifica las las subconfiguraciones, no reconocen que se realiza sobre la figura una aprehensión operatoria de reconfiguración, no se da el razonamiento como proceso configural y respecto al área consideran que al realizar la reconfiguración el área de la construcción varía.

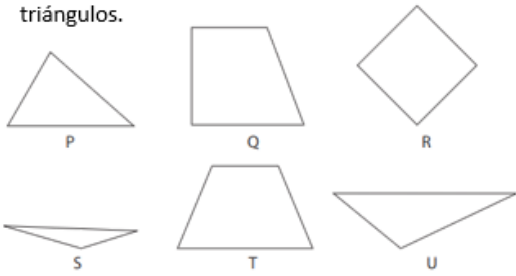
Tabla 17. *Pregunta 11 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>11. .</p> <p>Carlos tiene montones de baldosas como ésta: <input type="checkbox"/></p> <p>Walter tiene montones de baldosas como ésta: <input type="checkbox"/></p> <p>Ahmed tiene montones de baldosas como ésta: <input type="checkbox"/></p> <p>Miguel tiene montones de baldosas como ésta: <input type="checkbox"/></p> <p>¿Cuál de ellos necesitaría el menor número para cubrir el suelo de un salón con sus baldosas?</p> <p>A. Carlos B. Walter C. Ahmed D. Miguel</p>	<p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Perímetro y área como comparación (CPA3)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 83%</p> <p>Porcentaje de error: 17%</p>		

El 83% de los estudiantes establecen la comparación de las baldosas presentadas y determinan que entre mayor sea la baldosa (área) menor cantidad debe utilizar para el cubrimiento.

El 17% de los estudiantes no reconocen la comparación de área, seleccionan las baldosas más pequeñas para dar solución al problema. No vinculan área de la baldosa y cantidad de baldosas necesarias.

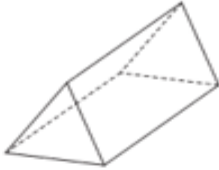
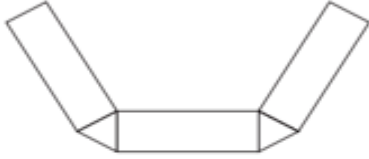



Tabla 18. *Pregunta 12 prueba diagnóstica. Resultados categoriales*

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>12. Escribe las letras de todas las figuras que sean triángulos.</p>  <p>Respuesta: _____</p>	Visualización (V)	Aprehensión discursiva (V3)
<p>Porcentaje de acierto: 80%</p> <p>Porcentaje de error: 20%</p>		

El 80% de los estudiantes realizan la aprehensión discursiva ya que asocian las configuraciones a la definición de triángulo.

El 20% de los estudiantes no realizan la aprehensión discursiva ya que no asocian las configuraciones a la definición de triángulo. Las respuestas equivocadas seleccionan el rombo como triángulo o descartan a U como triángulo.

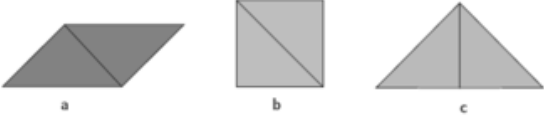
Tabla 19. Pregunta 13 prueba diagnóstica. Resultados categoriales

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>13.</p>  <p>¿Cuál de los siguientes recortables podría doblarse para formar una figura en 3 dimensiones como la de arriba?</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p>	Visualización (V)	<p>Identificación de subconfiguraciones (V2)</p> <p>Aprehensión operatoria (V4)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 43%</p> <p>Porcentaje de error: 57 %</p>		

El 43% de los estudiantes identifican el sólido como subconfiguraciones (2D), realizan la aprehensión operatoria al realizar la reconfiguración del objeto.

El 57% de los estudiantes no identifican las subconfiguraciones presentes en el sólido, ni realizan reconfiguraciones del mismo.

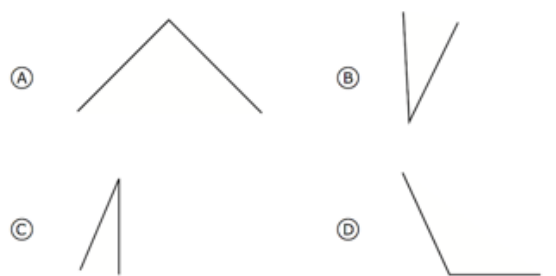
Tabla 20. Pregunta 14 prueba diagnóstica. Resultados categoriales

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>14. Con dos triángulos iguales se pueden formar estas tres figuras. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es la correcta?</p>  <p>a b c</p> <p>A. Las tres figuras tienen igual perímetro B. Las figuras a y b tienen igual perímetro C. Las tres figuras tienen la misma área D. Las figuras a y c tienen distinto perímetro</p>	<p>Visualización (V)</p> <p>Conceptualización de perímetro y área (CPA)</p>	<p>Aprehensión operatoria (V4)</p> <p>Perímetro y área como adición (CPA 2)</p>
<p>Porcentaje de acierto: 29% Porcentaje de error: 71 %</p>		

El 29% de los estudiantes realizan la reconfiguración de la figura y comprenden que al cambiar de posición las figuras el área se conserva dado que esta es la suma de áreas de las subconfiguraciones.

El 71% de los estudiantes no realizan la reconfiguración de la figura, comprenden que al cambiar de posición cambia el área de la figura. Entre las respuestas incorrectas a esta pregunta se destaca que consideran que el perímetro se mantiene constante.

Tabla 22. Pregunta 16 prueba diagnóstica. Resultados categoriales

Pregunta	Categorías	subcategorías
<p>16. Uno de estos ángulos es un ángulo recto. ¿Cuál de ellos?</p> 	Visualización (V)	Aprehensión discursiva (V4)
<p>Porcentaje de acierto: 46%</p> <p>Porcentaje de error: 54 %</p>		

El 46% de los estudiantes realizan la aprehensión discursiva al realizar el cambio de anclaje discursivo al visual ya que identifican lo descrito de forma discursiva y lo asocia a una figura que cumpla con las condiciones.

El 54% de los estudiantes no realizan la aprehensión discursiva al realizar el cambio de anclaje discursivo al visual ya que no identifican lo descrito de forma discursiva ni lo asocia a una figura que cumpla con las condiciones. El mayor error esta en proponer la opción D como respuesta a ángulo recto, descartan la verdadera por no encontrarse su lado inicial sobre el eje horizontal.

El 31% de los estudiantes no reconocen los lados del sólido como subconfiguraciones (piezas dadas), no realizan la reconfiguración de las piezas y la construcción que proponen no es válida con las condiciones del problema.

Resultado y discusión

Para analizar los resultados de la información recolectada durante el proceso investigativo es necesario realizar la triangulación de la misma. La triangulación, “se define como la combinación de metodologías en el estudio de un mismo fenómeno. Consiste en un control cruzado entre diferentes fuentes de datos: personas, instrumentos, documentos, o la combinación de ellos” Latorre (2003)

La triangulación en este proceso investigativo se realiza desde el cruce de información obtenido a través de los registros del diario pedagógico, resultados de la prueba diagnóstica y las producciones de los estudiantes durante la implementación de cada una de las actividades.

A continuación se presentan los resultados obtenidos del procesamiento y análisis de la información recolectada en cada una de las actividades programadas durante la investigación.

Con el objetivo de categorizar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de sexto grado, se inicia con la aplicación de una prueba diagnóstica referente al pensamiento espacial y los sistemas geométricos, tomando las preguntas liberadas de las pruebas TIMSS 2007.

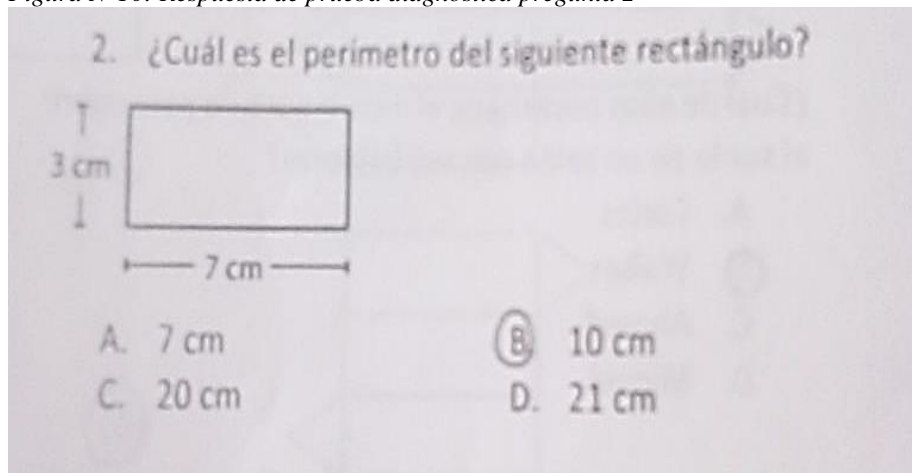
Figura N° 9: Aplicación de prueba diagnóstica



En la aplicación de esta prueba y posterior triangulación de los instrumentos de diagnóstico realizados por los estudiantes, se evidencia dificultades en la conceptualización de área y perímetro, asignación de medidas a polígonos cuando estos hacen parte de una figura compuesta, identificación de los polígonos que construyen un sólido y la identificación de situaciones donde hay cambio de perímetro y área de una figura.

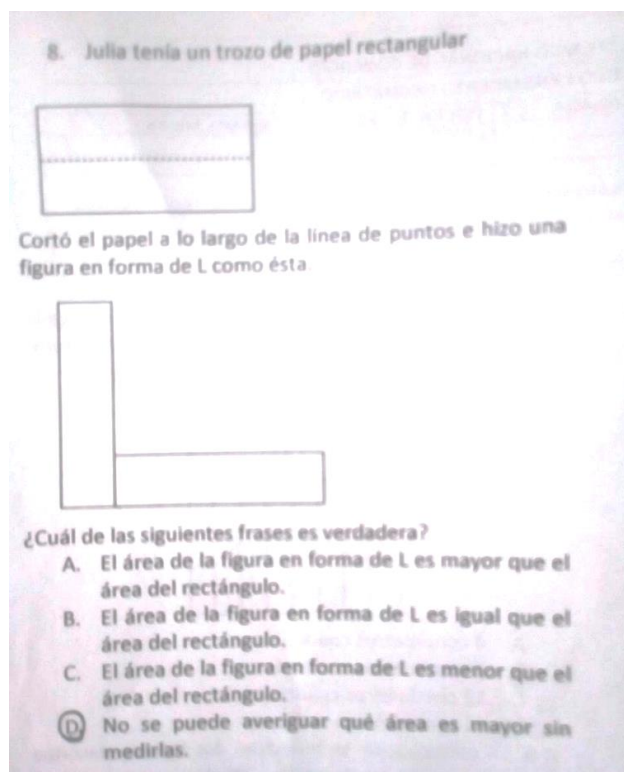
Respecto a la conceptualización de área y perímetro los estudiantes frecuentemente confunden ambos términos, no identifican cuando una situación requiere del uso de estos ó calculan el área cuando la pregunta requiere hallar el valor del perímetro y viceversa. Otro de los hallazgos es que de forma recurrente si se plantea una figura por ejemplo un rectángulo donde se muestran la medida de los lados perpendiculares y se solicita encontrar el valor del perímetro, el estudiante suma el valor de las dos medidas de los lados pero no reconoce las medidas de todos los segmentos al no tener presente las características propias de la figura.

Figura N°10: Respuesta de prueba diagnóstica pregunta 2



Igualmente cuando se presentan figuras compuestas por diversos polígonos y se realiza recomposición de éstas utilizando transformaciones sencillas como rotaciones, el estudiante presenta errores conceptuales en cuanto variación o no del valor del perímetro y el área.

Figura N°11: Respuesta de prueba diagnóstica pregunta 8



Estas dificultades evidenciadas a través de los resultados de la prueba diagnóstica constituyen el punto de partida para iniciar con un proceso de reflexión que permita al estudiante construir el concepto de perímetro y área, dar solución a problemas que involucren este concepto, desarrollar los procesos cognitivos del pensamiento geométrico y transformar las prácticas pedagógicas.

Aplicación de la unidad didáctica

Para el diseño de la unidad didáctica se tienen en cuenta el tema de perímetro y área de polígonos abordada desde el marco teórico (como adicción, como medida, como comparación) estas actividades diseñadas fueron desarrolladas por los estudiantes de sexto H el Instituto Técnico Nacional de Comercio.

La unidad didáctica de perímetro de polígonos cuenta con 7 guías didácticas que permiten construir el concepto de polígono y perímetro como medida (fórmula para calcularlo), como adición (suma de varios lados) y como comparación. Posteriormente la unidad didáctica de área cuenta igualmente con 7 guías didácticas para la construcción del concepto. Cada actividad está fundamentada en el desarrollo de los procesos cognitivos del pensamiento geométrico: visualización, razonamiento y construcción.

La unidad didáctica de perímetro inicia con la guía 1, su objetivo es lograr que el estudiante reconozca las características de una figura para ser polígono. Se presenta unos

ejemplos de figuras que son polígonos y otras que no lo son. Se da un tiempo para que el estudiante identifique las características comunes a los polígonos de manera que él pueda realizar una lista de todas estas. Posteriormente se realiza una discusión grupal sobre todas las características que los estudiantes han considerado. Igualmente se muestran la clasificación de los polígonos de acuerdo a la medida de sus ángulos internos (cóncavo y convexo) y medida de sus lados (regular e irregular).

La actividad presenta un grupo de polígonos para ser clasificados por ángulos y lados. Finalmente se presentan unas preguntas que permiten al estudiante razonar sobre los polígonos y las posibilidades de su construcción. Esta última fase se realiza a través del uso de material concreto (hilo, alfileres e icopor) para facilitar la construcción de polígonos.

La triangulación de información obtenida desde el diario pedagógico, rejillas de observación y producción de los estudiantes se pueden destacar los siguientes resultados:

La mayoría de estudiantes realizan la identificación de unidades figurales elementales en los polígonos como son (segmentos rectos), figura cerrada y de dos dimensiones.

Respecto a la aprehensión discursiva teniendo en cuenta el anclaje visual al discursivo se evidencian dificultades en el momento de definir qué es un polígono por parte de los estudiantes. Este anclaje se evidencia cuando a partir de los polígonos y la identificación de las unidades figurales elementales (visual) se les solicita la definición de polígonos (uso

discursivo). Las principales dificultades en la escritura de un concepto coherente con las características observadas de las unidades figurales elementales.

La identificación de subconfiguraciones (ángulos internos del polígono) la mayoría de estudiantes identifica visualmente el tipo de ángulos que se encuentran el polígono para su clasificación (cóncavo / convexo) y la medida de sus lados (regular / irregular).

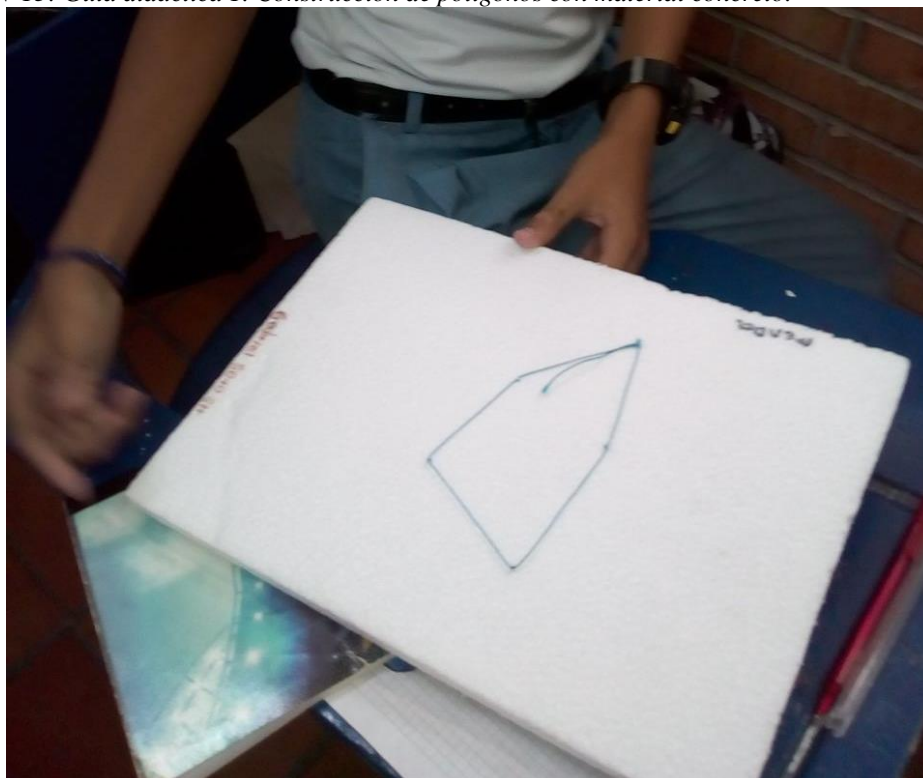
Figura N°12: aplicación guía didáctica 1



En cuanto al uso de instrumentos (transportador) se evidencian dificultades en la medida de los ángulos internos ya que estos no se encuentran de forma horizontal como frecuentemente el estudiante realiza medidas. Igualmente las cuerdas y alfileres como instrumentos de

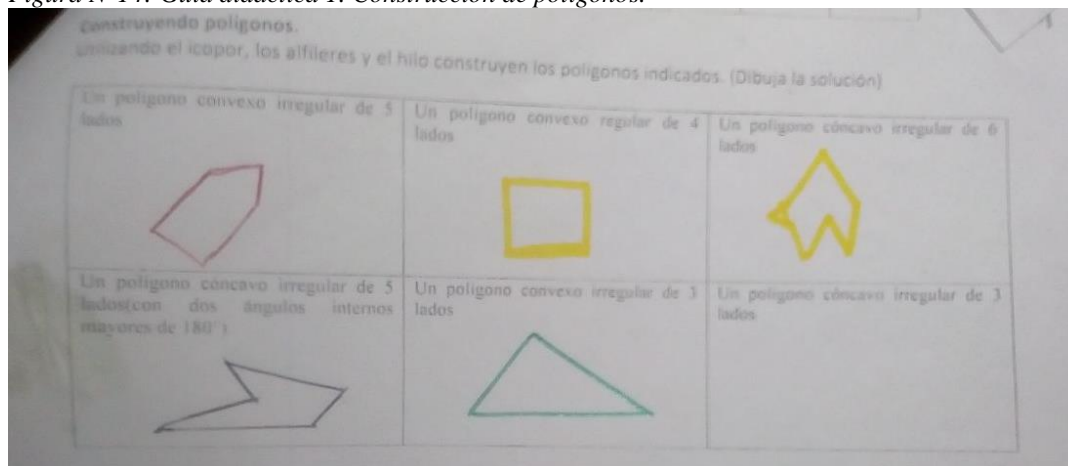
construcción presentan un uso adecuado en el desarrollo de la guía ya que no representa dificultad la construcción de polígonos.

Figura N°13: Guía didáctica 1. Construcción de polígonos con material concreto.



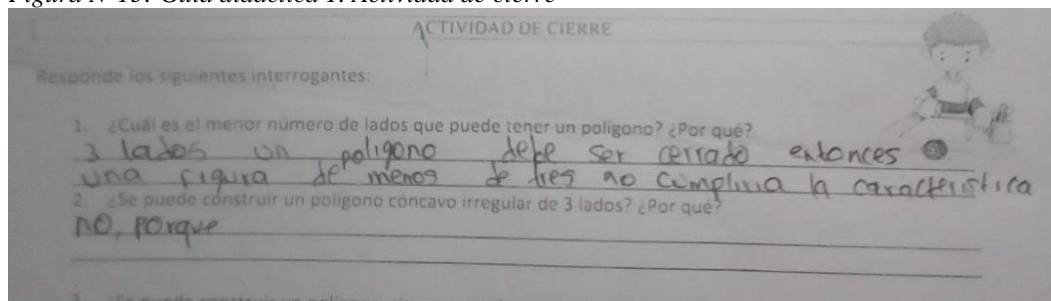
Al observar la validez de las construcciones de los polígonos utilizando hilo y alfileres se evidencia que el estudiante tiene en cuenta las condiciones dadas para la construcción del mismo. Sin embargo al incluir más de dos condiciones es muy frecuente que la construcción dada por el estudiante no sea válida

Figura N°14: Guía didáctica 1. Construcción de polígonos.



En cuanto al razonamiento como proceso discursivo natural se evidencia en las actividades de cierre de esta guía didáctica. Dentro de los resultados obtenidos se encuentra que la mayoría de estudiantes no evidencia este proceso ya que las razones por las cuales da su respuesta no corresponde ó simplemente no determina porqué se puede o no construir un polígono de ciertas condiciones. Muy pocos estudiantes validan su razonamiento a través del discurso natural, algunos utilizan hilo y aguja para verificar si es posible realizar las construcciones pero no infieren las razones teóricas (razonamiento como proceso discursivo teórico) para argumentarlas.

Figura N°15: Guía didáctica 1. Actividad de cierre



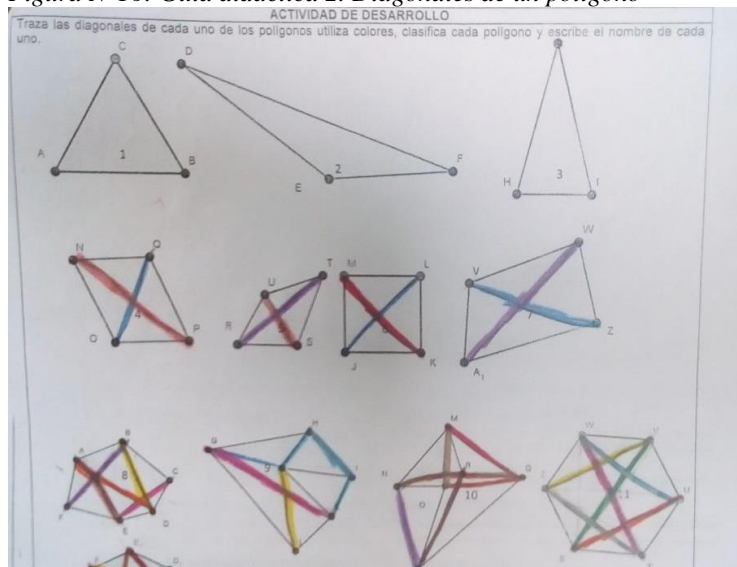
En la segunda guía didáctica, se planteó como objetivos el reconocer el nombre de los polígonos y el número de diagonales.

Inicialmente se presenta a los estudiantes cuatro polígonos que corresponden a pentágonos regulares e irregulares con ello se pretende dibujar las diagonales que posee. Para eso se tiene en cuenta que la diagonal con el dos vértices no consecutivos de un polígono.

La actividad permite que el estudiante reconozca que la cantidad de diagonales de un polígono varía dependiendo del número de lados que tenga.

Al trabajar cuatro polígonos que son pentágonos diferentes entre cóncavos y convexos regulares e irregulares, pretende que el estudiante descubra que sin importar estos parámetros, la cantidad de diagonales de todo pentágono es la misma.

Figura N°16: Guía didáctica 2. Diagonales de un polígono



Posteriormente se muestra una tabla con el nombre que reciben los polígonos de acuerdo al número de sus lados. De esta manera el estudiante adquiere lenguaje matemático para poder realizar los procesos de aprehensión.

En las actividades de desarrollo se le propone al estudiante que case las diagonales de los polígonos mostrados. El objetivo es poder evidenciar la comprensión del concepto de diagonal de un polígono a través de la construcción. Igualmente en estas actividades de desarrollo se proponen unos interrogantes al estudiante sobre si todos los polígonos tienen diagonales, el objetivo consiste en deducir que el único polígono que no posee diagonales es el triángulo, para los demás polígonos éstas varían de acuerdo al número de lados.

La actividad del cierre se muestra una tabla con la cantidad de diagonales que posee cada polígono según el número de lados. Se pretende con la actividad de cierre que el estudiante descubra un patrón o fórmula que permita encontrar rápidamente el número de diagonales que posee un polígono.

Figura N°17: Guía didáctica 2. Nombre y diagonales de un polígono

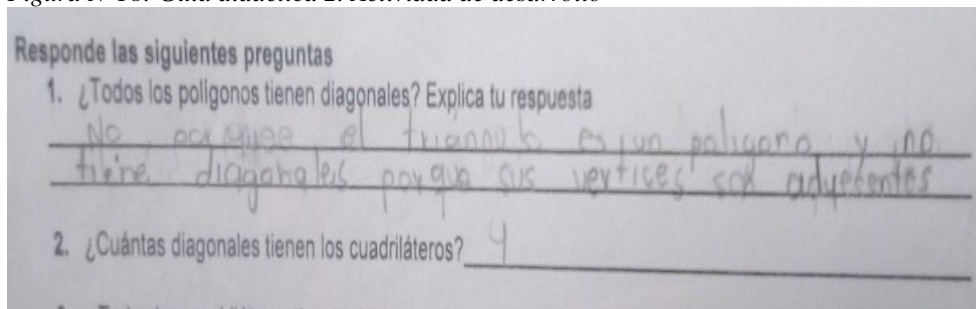


La triangulación de información de esta segunda guía didáctica en términos de las categorías seleccionadas para esta investigación son las siguientes:

Se identifica las unidades figurales elementales de un polígono como son la cantidad de vértices que posee. Este proceso lo realizan la mayoría de los estudiantes sin ninguna dificultad. En cuanto a la identificación del número de diagonales y su trazado sobre el polígono, cabe destacar que la mayoría de los estudiantes realiza la aprehensión operatoria de cambio figurado, ya que el estudiante adiciona elementos al polígono que inicialmente no se encuentran en la figura.

El razonamiento como proceso discursivo natural de evidencia al dar razón a los interrogantes planteados de manera que argumenta las respuestas dadas por el estudiante. Es así por ejemplo que frente a la pregunta si todos los polígonos tienen diagonales, la mayoría de los estudiantes a partir de la visualización y el ejercicio realizado en la actividad de desarrollo, descubren que el único polígono al cual no se puede trazar diagonales es el triángulo. En este proceso el razonamiento configurado es fundamental para dar solución a este interrogante.

Figura N°18: Guía didáctica 2. Actividad de desarrollo



Una de las dificultades que se evidencia es el trazado de diagonales sobre polígonos convexos, en donde resultan diagonales fuera de la región del polígono.

Los estudiantes no encuentran la fórmula para hallar la cantidad de diagonales en polígono conociendo su número de lados. Pero sí se da el reconocimiento de variación del número de diagonales con respecto al número de lados de un polígono.

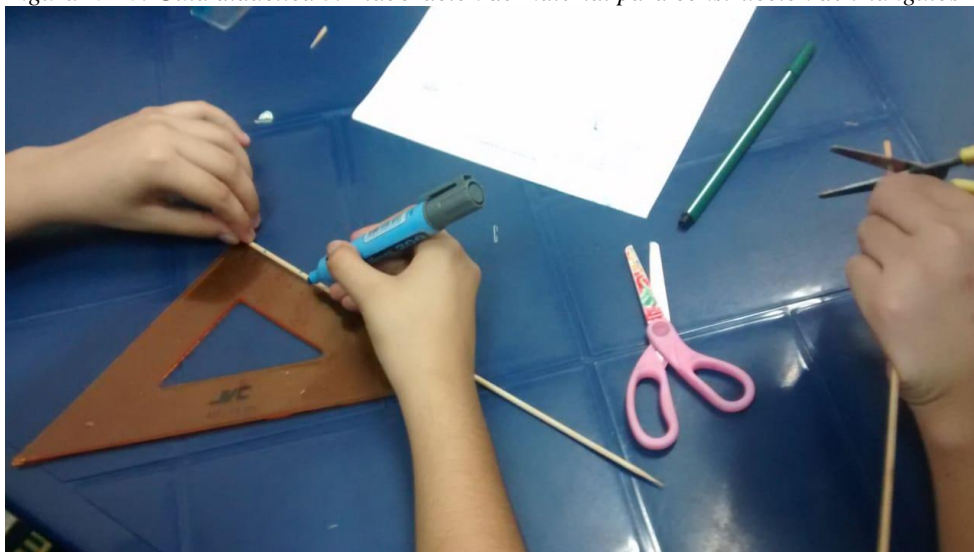
La tercera guía didáctica tiene como objetivo que los estudiantes identifiquen claramente los tipos de triángulo de acuerdo a la medida sus lados y la medida sus ángulos. Para realizar este objetivo se inicia con un grupo de triángulos en el cual se solicita que el estudiante identifique como esta medida sus lados y cuál es la medida de sus ángulos. Posteriormente en las actividades de desarrollo se pretende que a partir de material concreto trabajado con palillos los alumnos construyan un grupo de triángulos con medidas específicas en sus lados.

Figura N°19: Guía didáctica 3. Elaboración de la guía



Se presentan un grupo de construcciones que el estudiante al realizar la manipulación con los palillos podrá verificar si es posible bono realizar dicha construcción. Se pretende entonces que el estudiante infiera que existen unos tipos de triángulos que no son posibles construir. En la actividad del cierre se realizan preguntas acerca de las construcciones realizadas en el punto anterior con el fin de evidenciar el nivel de razonamiento y justificación de sus respuestas.

Figura N°20: Guía didáctica 3. Elaboración de material para construcción de triángulos



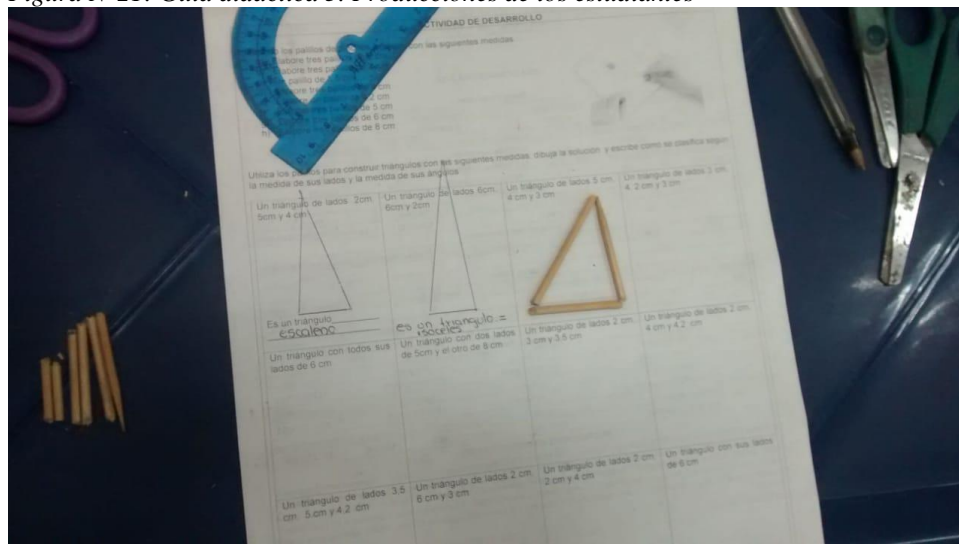
La triangulación de información de esta intervención en cuanto a las categorías de investigación, son:

Los estudiantes identifican unidades figurales elementales al reconocer los lados del polígono (triángulo) como segmentos que pueden ser medidos. De esta manera identifican el triángulo como una composición de figuras de dimensión uno y cero (Segmentos rectos y puntos). Mediante la visualización de estas unidades figurales elementales, el estudiante puede determinar cómo son los lados de un triángulo en cada uno de los casos. De esta manera el

proceso de visualización se enriquece al considerar una figura geométrica como la unión de unidades figurales elementales.

Referente a las construcciones realizadas por los estudiantes en la categoría de uso de instrumentos, se evidencia un buen manejo del instrumento de medida común como es la regla, para encontrar el valor de los lados de cada triángulo. Igualmente se evidencia un buen manejo en el instrumento del transportador como herramienta para calcular la medida de los ángulos y poder realizar la clasificación de la misma.

Figura N°21: Guía didáctica 3. Producciones de los estudiantes



La validez en las construcciones de los triángulos, a través del uso de material concreto, facilita la representación de las figuras con el fin de analizarlas de acuerdo a la medida de los lados y la medida sus ángulos. Se presentan construcciones válidas dado que el material facilita la interpretación de la construcción solicitada. Igualmente reconocen que no es posible construir

algunos triángulos. Algunos estudiantes no logran realizar construcciones correctas y se les dificulta transferirlas sobre la guía de trabajo.

Se evidencia algunas dificultades de visualización en cuanto la aprehensión discursiva con el cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo, en cuanto al utilizar los términos para definir el tipo de triángulo, después de haber realizado una construcción con el material concreto.

Desde el razonamiento es importante destacar que ha mejorado en algunos estudiantes los niveles de justificar las respuestas, en esta actividad especialmente dado que pueden recurrir al material concreto para construir rápidamente la situación presentada y corroborar si eso uno posible realizarla. El uso del discurso natural en algunos casos se cambia por el discursivo teórico en el momento de ir dando definiciones acerca de las características propias de los triángulos.

En la cuarta intervención se planeó una guía didáctica que permitiera al estudiante comprender el concepto del perímetro de un polígono a través de la suma de todos los bordes de la figura. Para eso se planteó inicialmente una actividad muy común que es el encerramiento de terrenos con diferente forma. En esta actividad el estudiante comprende que el cercado se realiza alrededor de la figura.

Figura N°22: Aplicación guía didáctica 4.

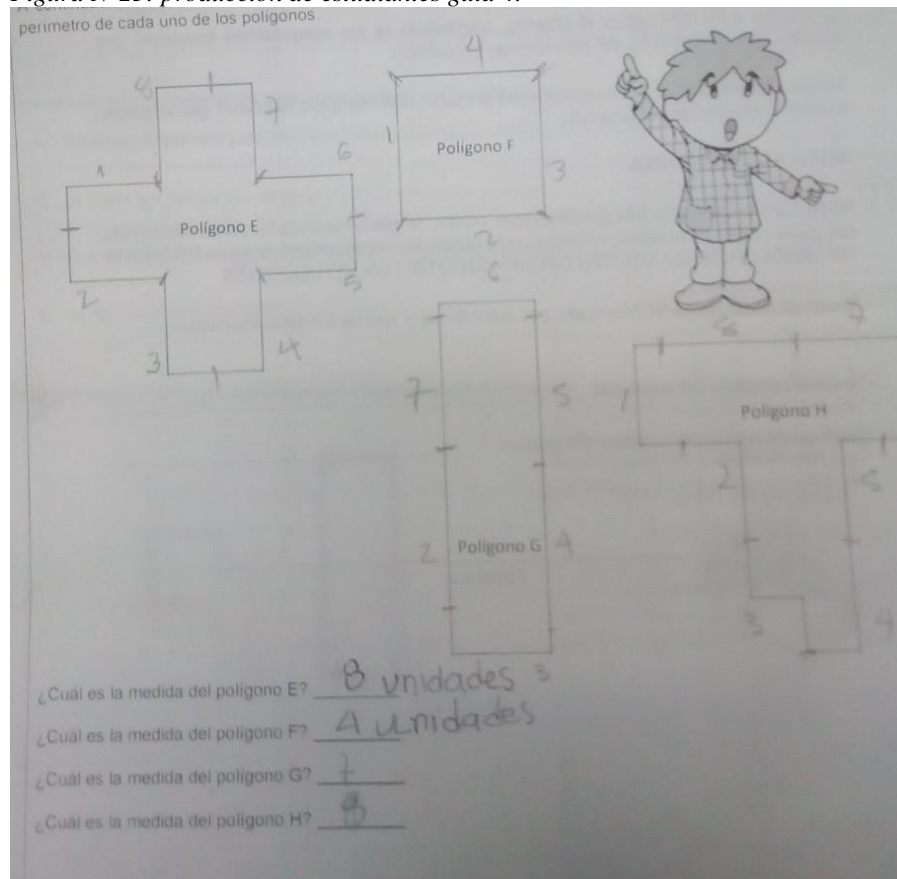


Posteriormente se presenta una actividad donde con un trozo de lana se de realizar la medida de los bordes de polígonos regulares e irregulares, ayudando así al concepto de perímetro por comparación.

Dentro de las actividades de cierre se presenta también posibilidad de construcción de polígonos que cumplan con las condiciones establecidas de manera que permita evidenciar la adquisición del concepto de perímetro.

En la triangulación, al analizar la información entre el diario pedagógico, y los registros de las producciones escritas de los estudiantes fueron los siguientes:

Figura N°23: producción de estudiantes guía 4.



La actividad de encerramiento de terrenos con diferente perímetro permite que el estudiante identifique unidades figurales elementales de una dimensión (segmentos) que corresponden a los lados de los polígonos presentados.

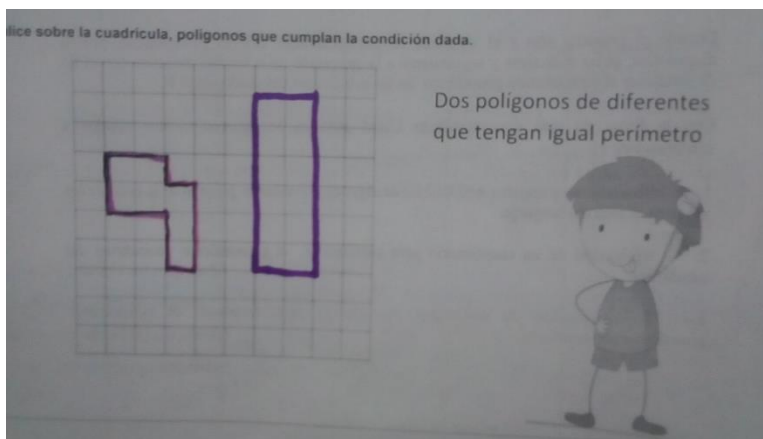
Los estudiantes se les facilitan la comprensión del borde de la figura a través de la idea de encerrarla. Esta actividad permite construir el concepto de perímetro como adición de unidades figurales elementales, de manera que el perímetro se asume como la suma de las medidas de los bordes de la figura.

En la actividad de desarrollo con la selección de una unidad de medida establecida para ser utilizada en el cálculo del borde de las figuras, facilita el concepto de perímetro a través de

la comparación de manera que el estudiante pueda determinar cuántas veces es utilizado el patrón de medida de longitud. Sin embargo para muchos estudiantes no realizan la comprensión del proceso de comparación entre el patrón de medidas tomado por la lana y el perímetro del polígono.

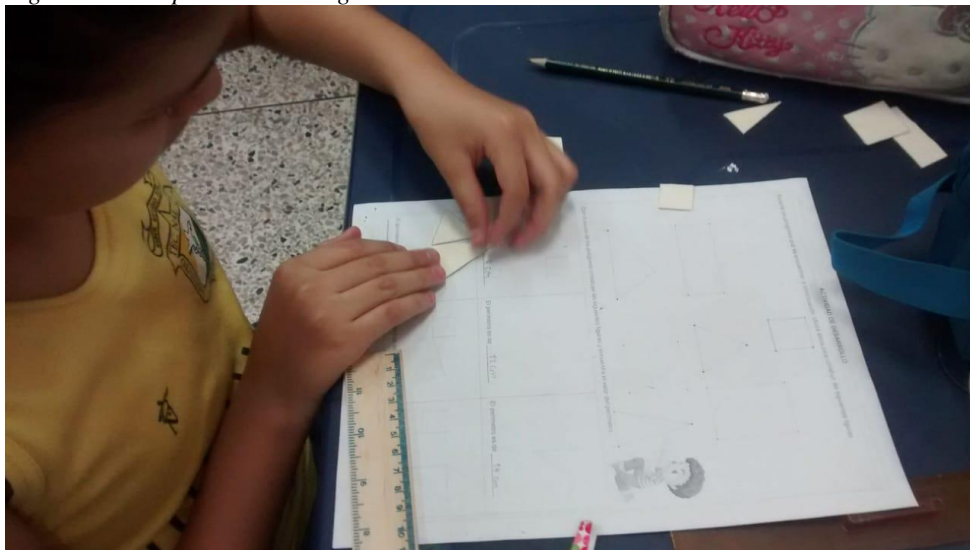
Respecto a la validez de las construcciones y el uso de instrumentos se evidencia que los estudiantes comprenden que para medir el perímetro de una figura se puede terminar un patrón de medida de longitud cualquiera.

Figura N°24: producción de estudiantes guía 4. Actividad de cierre.



La guía didáctica número cinco tiene por objetivo el desarrollar la habilidad en los estudiantes de encontrar el perímetro de figuras compuestas por varios polígonos.

Figura N°25: Aplicación de la guía didáctica 5.



Una de las principales dificultades que se evidenció en la prueba diagnóstica corresponde al cálculo del perímetro en figuras que estuvieran compuestas por varios polígonos.

Las actividades planteadas permiten que el estudiante manipule polígonos de diferentes medidas y construya nuevas figuras a partir de estos. De esta manera se puede construir el concepto que la composición de figuras a partir de polígonos, puede presentar situaciones de variación del perímetro en cuanto la disposición de los polígonos que la conforman.

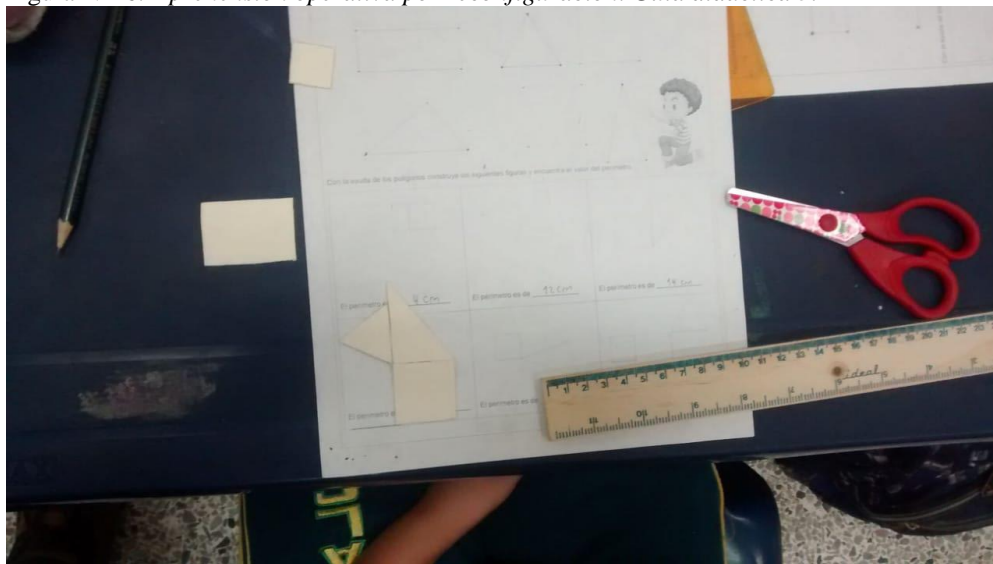
Al realizar la triangulación de información obtenida en esta implementación, se tiene que:

La actividad de inicio muestra un polígono que puede descomponerse en dos figuras, Un triángulo equilátero y un cuadrado. Se evidencia que los estudiantes logran identificar fácilmente a partir de la visualización estos dos polígonos que constituyen la figura inicial.

Predecir que los estudiantes logran realizar una aprehensión operatoria a través de la reconfiguración inicial.

La utilización de los polígonos propuestos para la construcción de figuras compuestas, permiten que el estudiante desarrolle el proceso de aprehensión operatoria de reconfiguración dado que al manipular dicho material puede encontrar diversas formas de organizar los mismos polígonos. Se presenta dificultad en la mayoría de estudiantes cuando se requiere girar los polígonos iniciales para construir nuevas figuras, dado que no mantienen la medida de los lados cuando se realiza sobre ellos, la rotación.

Figura N°26: *Aprehensión operatoria por reconfiguración. Guía didáctica 5.*



Respecto a la categoría de conceptualización del perímetro como adición, esta actividad permite que el estudiante reconozca que el perímetro de la figura resultante se puede hallar a través de la suma de los lados de los polígonos iniciales.

La actividad evidencia el uso de la presión operatoria de cambio configurado dado que muchas oportunidades el estudiante incluye segmentos que inicialmente no se presentan en la figura compuesta en para poder resolver y comprender el tipo de polígonos han sido seleccionados para su construcción.

La Implementación de la guía didáctica número seis tiene por objetivo que el estudiante formalice una expresión matemática para el cálculo del perímetro del rectángulo y un polígono regular cualquiera.

Figura N°27: Producción de estudiante, guía didáctica 6.

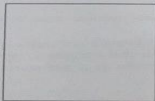
GUIA DIDACTICA 6

INSTITUTO TECNICO NACIONAL DE COMERCIO

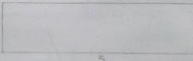
GRADO	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Perímetro de polígonos
Docente	Ledy Janine Caballero James		
Extemar	Cálculo polígonos en relación con sus propiedades		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.		
Competencias	Generaliza una expresión para calcular el área de rectángulos y polígonos regulares.		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación.		

Actividad de inicio


Calculo del perímetro por formulas



4



5
2



¿Cuál es el valor del perímetro del cuadrado mostrado anteriormente? $4+4+4+4 = 16$

Si un cuadrado tiene 2 cm de lado ¿Cuál sería su perímetro? $2+2+2+2 = 8$

Si un cuadrado tiene 7 cm de lado ¿Cuál sería su perímetro? $7+7+7+7 = 28$


¿Cómo encontraría el valor del perímetro de un cuadrado de cualquier tamaño? se suma los 4 lados

Cual es el valor del perímetro del rectángulo mostrado anteriormente? $2+2+5+5 = 4+10 = 14$

Si un rectángulo tiene sus lados perpendiculares de 5 y 3 cm ¿Cuál sería su perímetro? $5+5+3+3 = 16$

Si un rectángulo tiene sus lados perpendiculares de 4 y 2 cm ¿Cuál sería su perímetro? $4+4+2+2 = 12$

¿Cómo encontraría el valor del perímetro de un rectángulo de cualquier tamaño? se suma los 4 lados



Se presentan actividades que buscan generar un patrón para el cálculo del perímetro de una figura que corresponda a un polígono regular.

Figura N°28: *Elaboración de la, guía didáctica 6.*



La triangulación de información, en términos de las categorías de análisis, muestran que:

Evidencia el razonamiento discursivo natural para argumentar la forma de encontrar el perímetro para un cuadrado cualquiera o un rectángulo. Igualmente será el cambio en la aprehensión discursiva del anclaje visual al discursivo cuando partir de la imagen el estudiante en debe proponer con sus palabras el cálculo del perímetro de los polígonos regulares.

En términos del razonamiento discursivo teórico se evidencia que algunos estudiantes y recorren a definiciones propias de los polígonos regulares para generalizar el cálculo del perímetro a partir de la medida del lado.

Del desarrollo del concepto de perímetro como medida se realiza a medida que el estudiante es capaz de encontrar un patrón repetitivo en el perímetro de diferentes cuadrados o polígonos regulares. Éste se evidencia cuando el estudiante es capaz de comprender el perímetro

como la multiplicación del valor como medida de un lado por el número de lado siete en el polígono si éste es un polígono regular.

Se presentan dificultades en términos de razonamiento discursivo teórico en referencia a la expresión y propiedades del perímetro para rectángulos.

La guía didáctica número siete permite que el estudiante comprenda, que un sólido se puede formar por la unión de polígonos. Dado que en la prueba diagnóstica una de las dificultades más evidentes es la descomposición de sólidos en figuras planas, se diseña y se implementa esta actividad para superar las dificultades evidenciadas.

Inicialmente se muestra un cubo que se entregan los estudiantes elaborado en cartón paja, con ello se espera que identifiquen las caras de sólido, el número de caras, los tipos de polígonos presentes en cada una de sus caras , los bordes que tiene y el número de vértices. Se le pregunta al estudiante sobre la cantidad de cinta necesaria para construir el sólido. Esta actividad busca formalizar el concepto de perímetro a través de adición.

Desde la triangulación de información de los diarios pedagógicos y las producciones de los estudiantes, en términos de las categorías de investigación se tiene que:

Figura N°29: *Elaboración de la guía didáctica 7. Elaboración de sólidos*



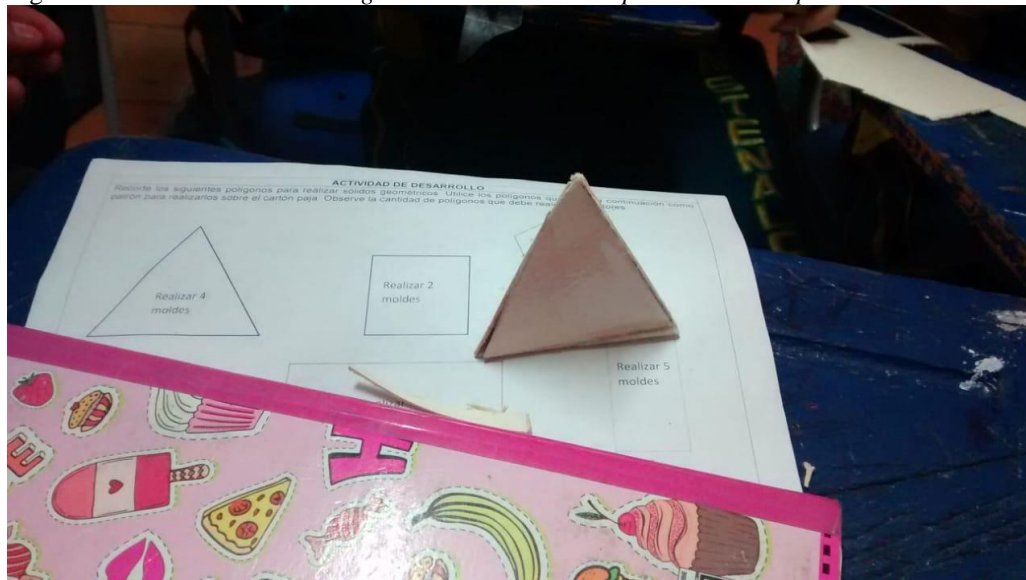
Esta actividad permite la identificación de unidades figurales elementales de un sólido geométrico en las dimensiones 0, 1 y 2. En segunda dimensión al reconocer el tipo a polígonos que conforman las caras del sólido, en primera dimensión al reconocer la cantidad de aristas que tiene el sólido y en dimensión cero, correspondiente a la cantidad de vértices que posee el sólido.

Se evidencia el proceso de visualización a partir de la aprehensión operatoria de reconfiguración, desde la manipulación del objeto.

Es importante la implementación de actividades en donde la aprehensión operatoria por reconfiguración se utilice, obtener nuevas construcciones a partir de los objetos dados

favorecen el desarrollo el pensamiento geométrico, ya que el cambio dimensiones es una de las situaciones de mayor falencia en la enseñanza de la geometría.

Figura N°30: *Elaboración de la guía didáctica 7. Sólido para medida de perímetro.*



Una las actividades que involucran el manejo de manejo de materiales que permiten manipular el objeto de conocimiento (polígonos) favorecen los procesos de conceptualización. Dentro de las dificultades que se evidencian en la implementación de la actividad, se encuentra el conteo de los números de caras, la cantidad de aristas y vértices que tiene el sólido. Sin embargo los estudiantes desarrollan estrategias al manipular el objeto con el fin de comprender el perímetro total de los bordes del sólido.

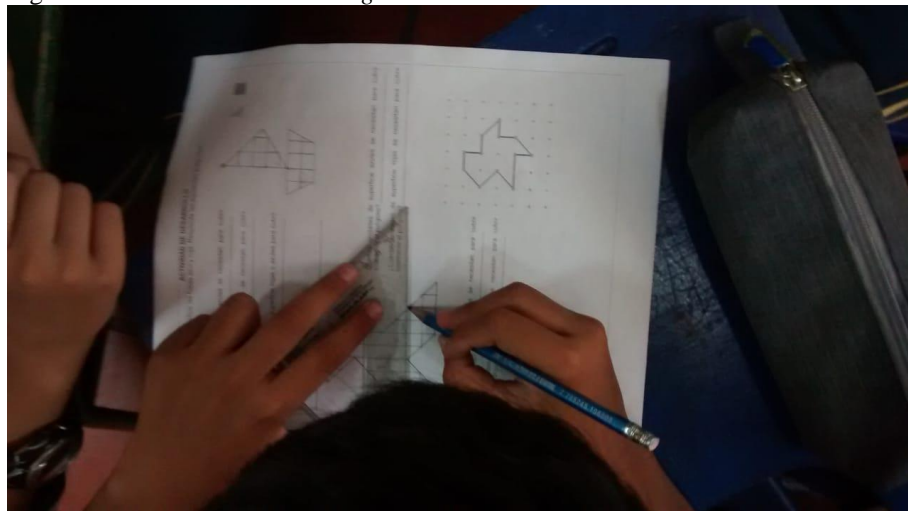
Algunos de los estudiantes utilizan el método de suma de todos los perímetros de cada polígono que componen el sólido (antes de construirlo), sin embargo no tienen presente que la

construcción se tienen lados comunes, por lo cual el método de suma de perímetros de cada polígono de forma independiente no es válido.

Se destaca que la implementación de esta unidad didáctica ha favorecido no solamente el interés del estudiante sino también la producción de conocimiento frente a la manipulación de objetos de tercera dimensión y descomposición en sus partes planas.

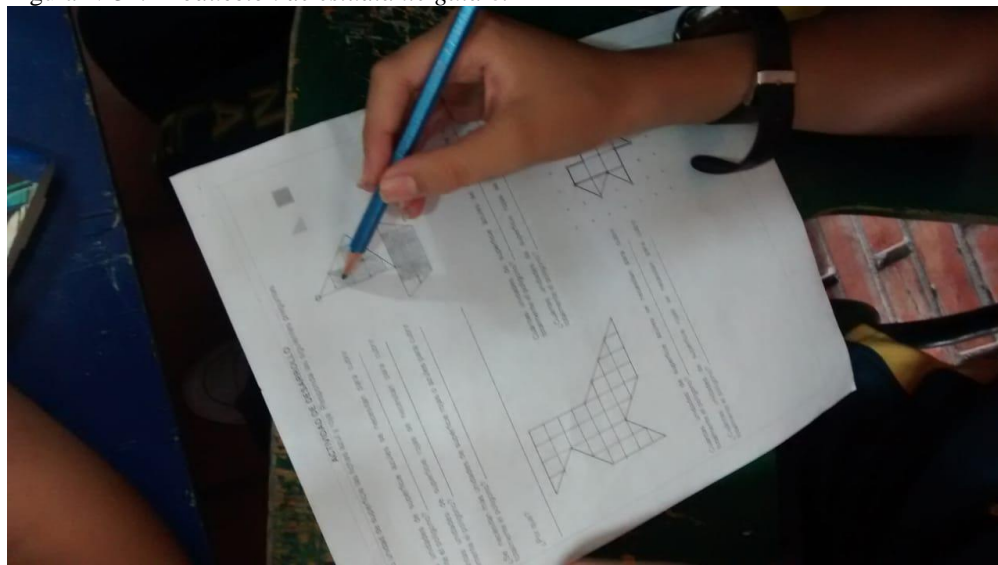
La octava intervención corresponde al inicio de la segunda unidad didáctica de áreas de un polígono, objetivo planteado durante la actividad es el encontrar el área de un polígono a partir de un patrón de medida no convencional.

Figura N°31: *Elaboración de la guía didáctica 8.*



Esta actividad permite desarrollar el concepto de área a partir de la comparación entre una unidad de medida y la superficie del polígono que se dice a medir. Se implementa el uso del geoplano y como actividad del cierre se proponen construcciones que cumplan con las condiciones establecidas.

Figura N°32: Producción de estudiante guía 8.



Al realizar la triangulación de información el diario pedagógico y las producciones de los estudiantes en el desarrollo de las actividades, se obtienen los siguientes resultados:

La actividad de inicio evidencia el uso de un patrón de medida para comprobar la cantidad por número de veces que éste puede ser utilizado en el cubrimiento del polígono. Dentro de las estrategias utilizadas por los estudiantes, de acuerdo a sus registros en el desarrollo de la actividad, están el de realizar el patrón sobre la superficie del polígono, de manera que utiliza una malla con la unidad de medida y finalmente establecen el número de veces que ha podido dibujarla.

Figura N°33: Guía didáctica 8. Concepto de área por comparación

Actividad de inicio

Cubriendo superficies

Unidad de medida de superficie

Unidad de medida de longitud

Polígono 1

Polígono 2

Tomando como medida de superficie la indicada responde las siguientes preguntas

¿Cuántas unidades de superficie se necesitan para cubrir totalmente el polígono 1?

27 unidades

¿Cuántas unidades de superficie se necesitan para cubrir totalmente el polígono 2?

10

Tomando como medida de longitud la indicada responde las siguientes preguntas

¿Cuántas unidades de longitud se necesitan para cubrir el borde del polígono 1?

17

¿Cuántas unidades de longitud se necesitan para cubrir el borde del polígono 2?

10

Esta actividad inicia el proceso de construcción del concepto de área como comparación entre superficies.

En la actividad de desarrollo se plantean dos unidades de superficie diferentes de manera que el estudiante debe encontrar el área del polígono, en ambas unidades. Este procedimiento permite que el estudiante realice la comparación y transferencia entre las áreas equivalentes de los patrones de medir.

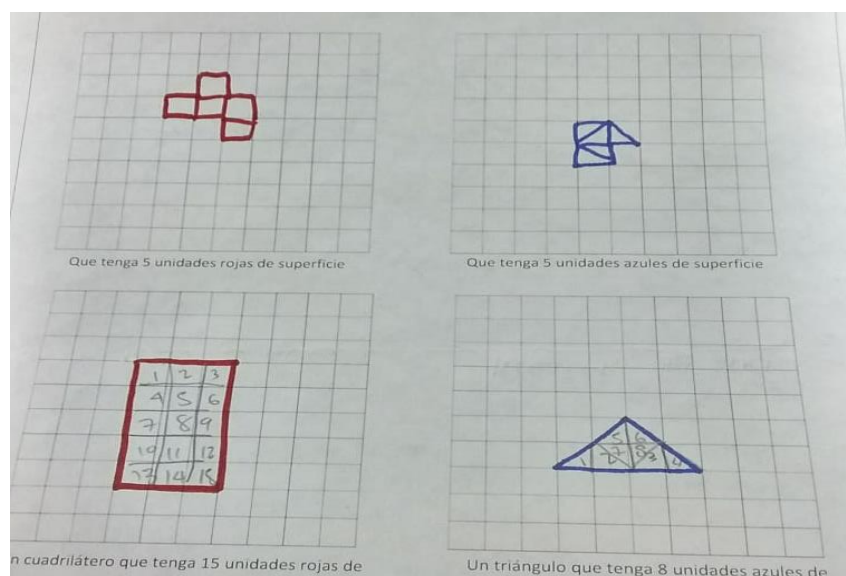
Igualmente los estudiantes utilizan mallas para encontrar la cantidad de veces que se puede dibujar la superficie cuadrada sobre la superficie de los polígonos. Se evidencia que la mayoría estudiantes completan unidades cuadradas en los polígonos en donde quedan

superficies en formas regulares este proceso de completar el patrón de medida permite evidenciar la construcción del concepto área por comparación de superficies.

Respecto a la categoría de validez de las construcciones, se evidencia en la actividad de cierre algunas dificultades en la proposición de polígonos que cumplan con las condiciones establecidas en cuanto a la cantidad de unidades de medida cuadradas y en forma triangular.

Se destaca también la importancia de emplear condiciones que involucren aspectos de área y perímetro en los polígonos que se desean construir, con el objetivo de vincular y relacionar ambos conceptos para efectos de variación.

Figura N°34: Guía didáctica 8. Construcciones de polígonos de acuerdo a unidades de área.



La guía didáctica nueve tiene como objetivo que el estudiante formalice una expresión para calcular el área de un cuadrado y un rectángulo de cualquier medida.

Figura N°35: *Estudiantes desarrollando la guía didáctica N° 9*



En la actividad de inicio se toman como patrón de media superficie el centímetro cuadrado y se preguntan los estudiantes sobre la cantidad de centímetros cuadrados que pueden organizarse en el los polígonos mostrados.

Figura N°36: *Guía didáctica 9. Producción de estudiante.*

GUÍA DIDÁCTICA 9			
INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO			
GRADO: _____	Curso: _____	ÁREA: _____	Matemáticas
ASIGNATURA: _____	Geometría	Unidad temática: _____	Área de polígonos
Docente: _____	Prof. Javier Caballero Jarama	Cualificar polígonos en relación con sus propiedades	
Objetivos: _____	Elaborar e interpretar diagramas de elaboración, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes)		
Competencias básicas de _____	Áreas, volúmenes, etc. para resolver problemas.		
Competencias _____	Cálculo el área de cuadrados y rectángulos.		
Evidencias de aprendizaje _____	Elabora la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación.		

Actividad de inicio

Área de cuadrados y rectángulos

Observa los siguientes polígonos y responde las preguntas

1

2

3

4

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 2cm de lado? 4 cm^2

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 3cm de lado? 9 cm^2

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 4cm de lado? 16 cm^2

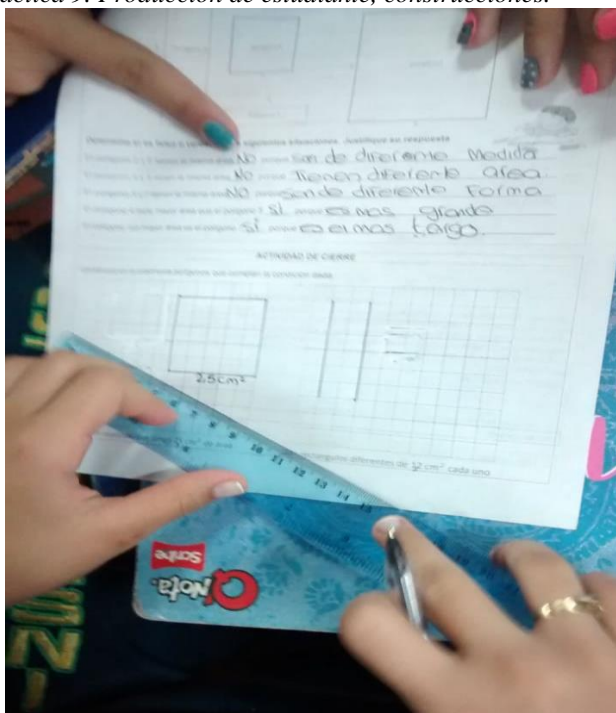
¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 5cm de lado? 25 cm^2

¿Puedes encontrar alguna expresión matemática para calcular el número de fichas cuadradas para cubrir completamente un cuadrado de cualquier medida? Se toma el lado y se usa el número de fichas cuadradas para cubrir completamente

El área es la medida de la superficie de una figura, también se puede entender como el número de veces que se utiliza patrones (unidad de medida) para cubrir su superficie. El área de un polígono está delimitado por los lados del mismo. Se puede establecer que es la medida de la región interna del polígono, limitada por sus lados.

Igualmente la actividad de desarrollo se realizan mismo proceso pero como polígonos rectangulares con el fin de determinar en una expresión matemática para el cálculo del área de estos polígonos.

Figura N°37: Guía didáctica 9. Producción de estudiante, construcciones.



Al realizar la triangulación de información se encuentra que:

La mayoría estudiantes de logran pasar del concepto de área por cubrimiento al concepto de área por medida (uso de formula). Este proceso se logra a través de la visualización de patrones en el caso de los cuadrados cuando varía el lado del mismo.

Actividad de desarrollo permite plantear situaciones de comparación de las áreas entre polígonos diferentes. Aquí se evidencia la categoría de razonamiento como proceso discursivo natural al expresar en un lenguaje común las razones de equivalencia entre áreas de polígonos diferentes.

Finalmente la actividad de cierre y permite evidenciar la categoría validez de las construcciones, debido a las condiciones que se deben tener en cuenta para elaborar rectángulos y cuadrados el cumplan con las medidas de área establecidas. Unos estudiantes presentan dificultades en la construcción de los polígonos establecidos, ya que se conoce el área total y el estudiante debe encontrar las medidas de los lados del polígono.

La guía didáctica diez tiene por objetivo que el estudiante deduzca a partir de los procesos de reconfiguración una expresión matemática, que permita encontrar el área a cualquier triángulo.

En la actividad de inicio, se retoma el área de rectángulos trabajados en la guía anterior y a partir de esta se dibujan sobre él, un triángulo rectángulo que permita evidencia la comparación entre el área formada por el triángulo y la porción que queda fuera de ella.

Figura N°38: Elaboración guía didáctica 10



Unidad de desarrollo que aborda de manera similar a partir de un rectángulo de medidas 3 centímetros y 4 centímetros, pero sobre este se dibuja un triángulo isósceles.

De la triangulación de información de esta actividad se obtiene:

La visualización como proceso cognitivo se desarrollan a lo largo de la guía didáctica, dado que el estudiante se encuentra familiarizado con el proceso de reconfiguración desde la aprehensión operativa. Es decir que se identifican fácilmente desde el proceso de corte y separación de áreas que la medida superficial del triángulo corresponde a la mitad del rectángulo.

Figura N°39: Elaboración guía didáctica 10. Construcciones



Otra categoría de análisis de información presente en una guía didáctica es la validez de las construcciones, dado que sobre un geoplano el estudiante debe proponer triángulos que cumplan con las condiciones de la medida superficial de su área. En esta última parte de la guía didáctica, se evidencian que algunos estudiantes que persisten en dificultad de construir de acuerdo a las condiciones dadas.

En referencia a la categoría conceptualización del área como comparación es evidente que los estudiantes han adquirido la destreza en determinar el área de un polígono a través de este.

La guía didáctica número once tiene como objetivo principal que el estudiante construya el concepto de área de un polígono regular a partir de los procesos de reconfiguración de los elementos presentes en un polígono.

Figura N°40: Elaboración guía didáctica 11.



La triangulación de información recolectada de esta implementación de la propuesta, se obtiene que:

Mediante la aprehensión operatoria a través de los procesos de reconfiguración se utiliza el pentágono para identificar este como la unión de cinco triángulos que conforman su área.

Manera similar los estudiantes identificación subconfiguraciones al establecer la cantidad de triángulos que equivalen al área total del pentágono.

Se presenta dificultades en cuanto a la formulación de la expresión matemática que permiten calcular el área para cualquier polígono que se regular.

También se dificulta el razonamiento como proceso configural al tratar de establecer la relación que existe entre el perímetro y el área de un polígono regular.

La guía didáctica número doce tiene como objetivo encontrar el área de un sólido construido a partir de polígonos. Se plantean los estudiantes y la elaboración de las caras que forman el sólido desde la elaboración de las plantillas de los polígonos.

Figura N°41: Elaboración guía didáctica 12. Construcción de sólidos.



Se pretende con la manipulación del material que el estudiante reconozca el número de caras y los polígonos que conforman dichas caras, las aristas y la cantidad de vértices que tiene. Igualmente que el estudiante sea capaz de calcular el área del material utilizado para su construcción.

La triangulación de información desde la reflexión de los diarios pedagógicos y la producción de los estudiantes son los siguientes:

La actividad permite que el estudiante identifique unidades configurales que elementales de dimensión 0, 1 y 2. En cuanto a la dimensión cero el número de vértices que poseen el sólido, de dimensión 1, la cantidad de aristas que posee y de dimensión dos el tipo de polígonos que lo conforman. Se evidencia la capacidad de los estudiantes para identificar a las comunidades configurales elementales.

Se evidencia avances en cuanto a la categoría de aprehensión operatoria por reconfiguración, dado que los estudiantes se encuentran familiarizados con las construcciones de sólidos a partir de polígonos.

Figura N°42: Elaboración guía didáctica 12. Elaboración de sólidos para medida de área.



La guía didáctica número trece tiene como objetivo que el estudiante comprenda la relación que existe entre el área y el perímetro de un polígono. Se plantea como actividad de inicio el completar una tabla con los valores de perímetro y área de una secuencia de cuadrados que aumentan el lado de manera que el estudiante determine cómo estos.

La actividad desarrollo proponen la construcción de un rectángulo de perímetro constante de manera que permita evidenciar si el área varía o no de acuerdo a este. Se emplea para la construcción una cuerda de 20 cm de largo, alfileres que icopor de manera que facilite el estudiante la construcción de rectángulos para la observación de la misma.

Las categorías analizadas en esta actividad desde la triangulación de información, corresponden al razonamiento como un proceso configural, la validez de las construcciones y la concpetualización de área como medida.

Se evidencia el razonamiento como un proceso que configura ya que el estudiante realiza manera permanente el cambio en el discurso y la aprehensión operativa para dar solución actividad.

En cuanto a la validez de las construcciones desea que la mayoría estudiantes, a través de la manipulación del material concreto, es capaz de construir rectángulos de acuerdo a las medidas el lado de la base.

Respecto a la aprehensión operativa se evidencia cuando el estudiante que es capaz de modificar los lados el rectángulo para obtener una nueva figura que cumpla con la condición del perímetro constante.

La guía didáctica número catorce presenta situaciones de aplicación del perímetro y área con situaciones variables y constantes. Al realizar la triangulación de información desde los diferentes instrumentos de recolección de datos se obtiene:

La categoría de análisis que se la conceptualización de perímetro y área. Respecto de esta categoría se evidencia que han disminuido las dificultades en confusión de cada uno de estos términos para resolver problemas que los involucra.

El razonamiento como proceso discursivo natural se han transformado en un proceso discursivo teórico donde el estudiante se apropian de algunas definiciones y características válidas para dar respuesta a interrogantes y problemas.

En relación a la unidad didáctica y la valoración de la incidencia se puede establecer que ha mejorado los procesos cognitivos para el desarrollo del pensamiento geométrico en comparación a la prueba diagnóstica aplicada.

Principios éticos

Este trabajo investigativo se rige por los siguientes principios éticos: el respeto de los participantes del proyecto, por parte del docente investigador. Se resalta la solicitud y aprobación de los padres de familia a través de consentimientos informados para el tratamiento de material fotográfico como evidencia de proyecto, el cuál será solo para uso de evidencias del proceso de investigación. Se garantiza la confidencialidad de los datos, siendo estos usados solo con fines investigativos.

De igual forma se solicita al rector de la institución el consentimiento para la implementación de esta investigación.

Se garantiza el derecho de información sobre el proceso de investigación a padres de familia, rector y estudiantes. Igualmente se garantiza a los participantes el derecho del retiro voluntario del proceso investigativo cuando se desee.

Esta investigación respeta los derechos de autor y la propiedad intelectual. Todos los aportes dados por otros estudios, se encuentran debidamente referenciados en el proceso investigativo de acuerdo a la norma. Este trabajo está realizado con la finalidad educativa y pedagógica de manera que pueda ser compartido y sujeto a sugerencias para su mejoramiento

Capítulo 4

Propuesta pedagógica

Presentación

Las siguientes unidades didácticas están dirigidas a estudiantes de sexto grado del Instituto Técnico Nacional de comercio, para desarrollar el pensamiento geométrico a través del perímetro y área de polígonos.

Estas se presentan como una estrategia para la enseñanza del perímetro y el área de polígonos que fortalezcan la practica pedagógica y los procesos de aprendizaje de la geometría.

La implementación de estas unidades se realiza a través de actividades que permitan desarrollar el pensamiento geométrico y construyan el concepto de perímetro y área en los polígonos, teniendo en cuenta para su desarrollo las teorías de aprendizaje significativo.

La implementación de esta estrategia requiere de una duración de 7 intervenciones en el aula.

Para la planeación y diseño de las unidades didácticas se tienen en cuenta los procesos cognitivos que son desarrollados en el pensamiento geométrico. Igualmente las actividades planteadas buscan aportar contextos significativos para el aprendizaje del perímetro y el área de polígonos.

Se presenta la estructura de las unidades didácticas teniendo en cuenta aspectos como: estándares, Derechos básicos de aprendizaje, competencias, evidencias de aprendizaje, actividades de conceptualización, actividades de desarrollo y actividades de cierre.

Justificación

“La unidad didáctica tiene su origen en la necesidad de encontrar una estrategia capaz de organizar la enseñanza y el aprendizaje de manera que ambas competencias resulten eficientes.” Fernández et al. (1999)

Esta propuesta didáctica es una estrategia que busca organizar la enseñanza y el aprendizaje del perímetro y el área de polígonos a partir de actividades que permitan desarrollar en el estudiante los conocimientos significativos de manera que permita mejorar los procesos del pensamiento geométrico.

La implementación de las unidades didácticas busca dinamizar las prácticas pedagógicas a través de actividades que fortalezcan el aprendizaje en contextos significativos.

Esta propuesta de intervención permite articular el modelo pedagógico institucional a la realidad de las prácticas de enseñanza-aprendizaje en el aula a partir de la generación ambientes que potencialicen espacios de aprendizaje significativo en donde el estudiante aprende desde la interacción con el objeto de conocimiento y la interacción social con los demás actores educativos. Permite además que el estudiante como actor principal del acto educativo, descubra las relaciones fundamentales que existen entre los elementos que conforman los sistemas geométricos desde las características del aprendizaje por descubrimiento, logrando así, que las estructuras mentales y el pensamiento geométrico que evidencien los aportes de los referentes teóricos institucionales establecidos en el modelo pedagógico.

A nivel institucional la propuesta de implementación de unidades didácticas pretende mejorar los procesos cognitivos en los estudiantes en el aprendizaje de la geometría, fortalecer los desempeños académicos de los estudiantes, impactar en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría y mejorar los resultados de pruebas externas y en el índice sintético de calidad.

Contextualización

La propuesta de intervención se desarrolla en el Instituto Técnico Nacional de Comercio de la ciudad de Cúcuta. Esta institución educativa es un plantel oficial de carácter mixto, que ofrece educación técnica comercial en las especialidades en: **TÉCNICO EN COMERCIO INTERNACIONAL Y TECNICO EN CONTABILIDAD.**

Fue fundado el 6 de mayo de 1953, cumpliendo eficientemente con la ciudad de Cúcuta y el oriente Colombiano en 65 años de labores. En la actualidad ofrece educación pre-escolar, básica primaria, básica secundaria y media técnica y funciona en dos sedes, la sede principal se encuentra ubicada en el centro de la ciudad Calle 12 N° 0-40 Barrio La playa.

Objetivo general

Fortalecer la práctica pedagógica mediante la implementación de unidades didácticas que desarrollen el pensamiento geométrico en el perímetro y área de polígonos.

Objetivos específicos

Aplicar una prueba diagnóstica a los estudiantes de sexto grado para determinan las dificultades que presentan en el perímetro y área de polígonos.

Planear unidades didácticas que desarrollen el pensamiento geométrico en los estudiantes de sexto grado

Implementar las unidades didácticas planeadas que desarrollan el pensamiento geométrico que incidan en el mejoramiento del rendimiento académico

Evaluar la implementación de unidades didácticas en el mejoramiento de la práctica pedagógica docente.

Indicadores de desempeño

Describe los elementos que constituyen un polígono y establece las relaciones entre los mismos

Halla el perímetro de un polígono a partir la medida de los lados, la adición de perímetros en figuras compuestas y la comparación entre diferentes polígonos.

Halla el área de un polígono a partir la medida de los lados, la adición de áreas en figuras compuestas y la comparación entre diferentes superficies de polígonos

Establece la diferencia entre perímetro y área de un polígono

Metodología

La metodológica de la propuesta de intervención a partir de la implementación de unidades didácticas, se establecen tres momentos que corresponden a:

En primera medida se da una actividad de Inicio donde se presenta ejemplos, problemas o representaciones geométricas que permitan iniciar el proceso de conceptualización, estas frecuentemente permiten que el estudiante defina a través de lenguaje natural o matemático conceptos para el desarrollo de la actividad.

Posteriormente se estructura una actividad de desarrollo, en donde los estudiantes trabajan ejercicios desde el uso de diferentes materiales, instrumentos de medida, empleando los conceptos correspondientes a la primera actividad.

Para finalizar se establece una actividad de cierre se comprueba a través de las producciones de los estudiantes los conocimientos, habilidades y nivel de apropiación de los conceptos construidos.

Fundamento pedagógico

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1983) establece:

El aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización

El reconocimiento de las ideas previas o conceptos que posee el estudiante son fundamentales para el desarrollo del aprendizaje significativo.

Ausubel (1983) destaca que:

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

Requena y Sainz (2009) “La vida diaria, el juego o la exploración del medio son situaciones que pueden dar lugar a aprendizajes significativos ya en ellas el niño parte siempre de lo que ya sabe y puede relacionan sus conocimientos con los progresos que realiza” estos espacios inherentes en las primeras etapas del ser humano deben estar presentes por su riqueza significativa en las prácticas educativas, que permitan motivar al estudiante y dar significado al aprendizaje desde sus propios intereses.


La teoría socio-cultural Vygotsky establece que el sujeto aprende en un ambiente social y desarrolla sus procesos superiores de pensamiento, lenguaje y actividad motora en esta relación. Es importante destacar que el ser humano aprende del entorno y desde la experiencia con los otros, es decir que los procesos de aprendizaje en el entorno educativo, están vinculados a las experiencias que tiene el estudiante con sus pares y con los ambientes escolares.

Vygostky distingue dos niveles de interacción social, el desarrollo social y el desarrollo potencial. el define la zona de desarrollo próximo como “la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz Vigostsky (1995)

Diseño de actividades

A continuación se muestran las 14 guías de intervención que constituyen las unidades didácticas que conforman la propuesta de intervención pedagógica.

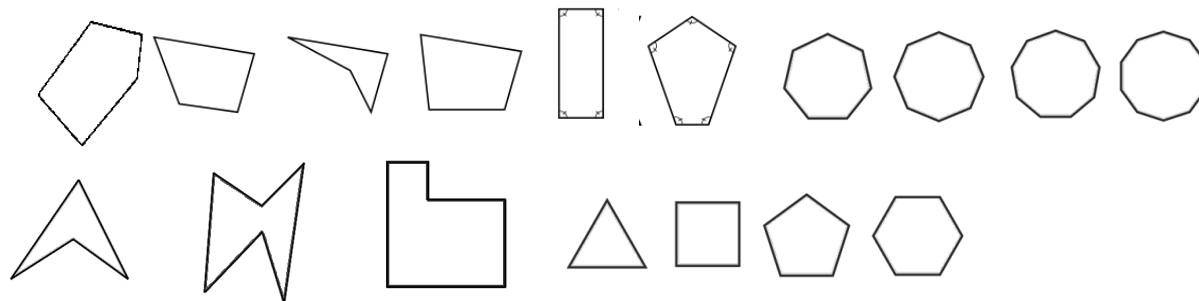
GUIA DIDÁCTICA N° 1

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Los polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados.		
Competencias	<ul style="list-style-type: none"> • identifica polígonos cóncavos y convexos • identifica polígonos regulares e irregulares 		
Evidencias de aprendizaje	• Diferencia las propiedades geométricas de las figuras		
Nombre del estudiante			

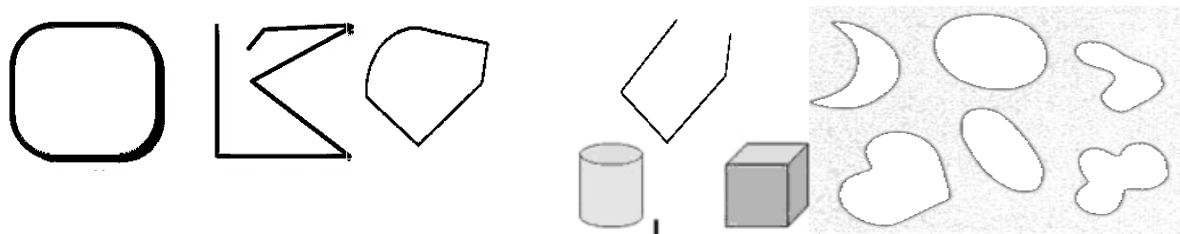
ACTIVIDAD DE INICIO Conceptualización



Observa las imágenes
Grupo 1 (polígonos)



Grupo 2 (no son polígonos)

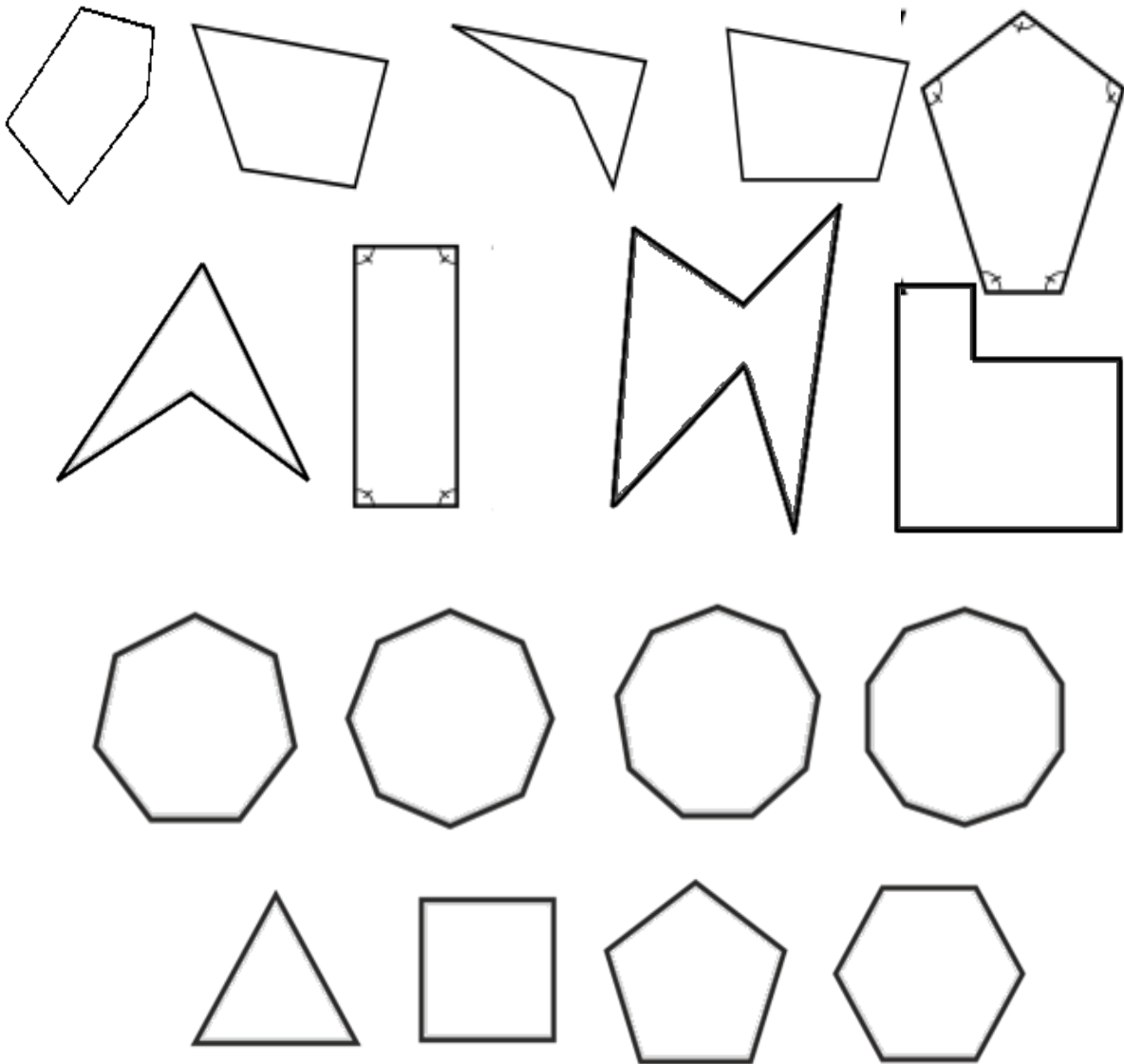


¿Qué características tienen en común las imágenes que son polígonos?

¿Qué es un polígono?



Mida los lados y ángulos internos de cada uno de los polígonos. Determine si son cóncavos, convexos, regular o irregular



¿Cómo se clasifican los polígonos?

1. **Según su forma:** Los polígonos pueden ser cóncavos o convexos. Un polígono convexo tiene todos sus ángulos internos menores de 180° . Un polígono cóncavo tiene al menos uno de sus ángulos internos mayor de 180° .
2. **Por la medida de sus lados y ángulos internos:** Según la medida de sus lados, los polígonos pueden ser regulares e irregulares. Los polígonos regulares son los que tienen todos sus ángulos iguales y sus lados de igual medida. Los polígonos irregulares tienen, por lo menos, un lado con distinta medida o sus ángulos son diferentes.

Marca con una x la característica que cumpla cada polígono

	Polígono 1	Polígono 2	Polígono 3	Polígono 4	Polígono 5	Polígono 6	Polígono 7	Polígono 8	Polígono 9
Regular									
Irregular									
Cóncavo									
Convexo									

	Polígono 10	Polígono 11	Polígono 12	Polígono 13	Polígono 14	Polígono 15	Polígono 16	Polígono 17
Regular								
Irregular								
Cóncavo								
Convexo								

Construyendo polígonos.

Utilizando el icopor, los alfileres y el hilo construyen los polígonos indicados. (Dibuja la solución)

Un polígono convexo irregular de 5 lados	Un polígono convexo regular de 4 lados	Un polígono cóncavo irregular de 6 lados
Un polígono cóncavo irregular de 5 lados (con dos ángulos internos mayores de 180°)	Un polígono convexo irregular de 3 lados	Un polígono cóncavo irregular de 3 lados

ACTIVIDAD DE CIERRE



Responde los siguientes interrogantes:

- ¿Cuál es el menor número de lados que puede tener un polígono? ¿Por qué?

- ¿Se puede construir un polígono cóncavo irregular de 3 lados? ¿Por qué?


- ¿Se puede construir un polígono cóncavo regular de 3 lados? ¿Por qué?

- ¿Se podría construir un polígono cóncavo irregular de 4 lados? ¿Por qué?

- ¿Se podría construir un polígono cóncavo regular de 4 lados? ¿Por qué?

- ¿Qué tipo de polígonos no se podrían construir (teniendo en cuenta si son cóncavos, convexos, regulares e irregulares? Explica tu respuesta

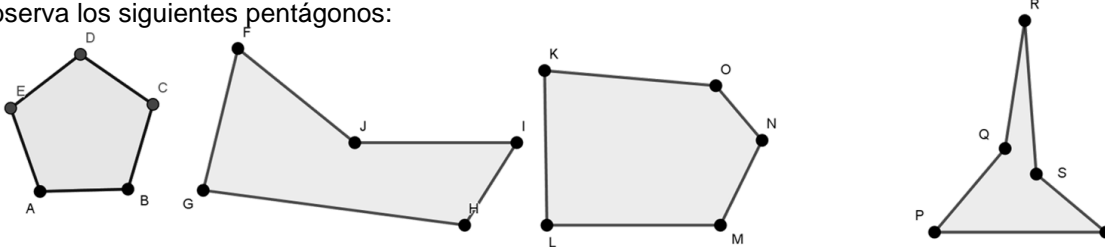
GUIA DIDÁCTICA 2

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Los polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados.		
Competencias	<ul style="list-style-type: none"> identifica el nombre de los polígonos según el número de lados y el número de diagonales de un polígono. 		
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> Diferencia las propiedades geométricas de las figuras. 		

Actividad de inicio

¿Qué nombre reciben los polígonos?

Teniendo en cuenta la cantidad de lados que tiene un polígono reciben un nombre. Por ejemplo: Aquellos que tienen 5 lados reciben el nombre de pentágonos. Estos pueden ser regulares o irregulares. Observa los siguientes pentágonos:



Conociendo el nombre de los polígonos según el número de lados

Nombre	N° de lados
Triángulo	3
Cuadrilátero	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octágono	8
Eneágono	9
Decágono	10

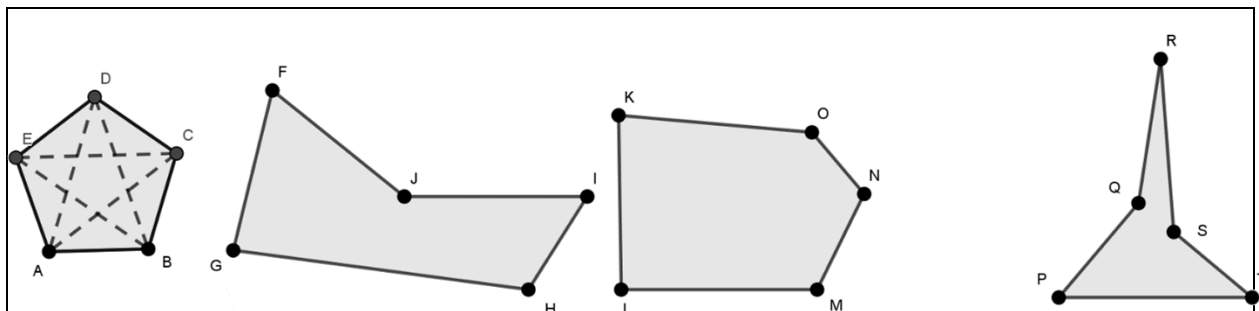
Nombre	N° de lados
Endecágono	11
Dodecágono	12
Tridecágono	13
Tetradecágono	14
Pentadecágono	15
Hexadecágono	16
Heptadecágono	17
Octadecágono	18
Eneadecágono	19

Nombre	N° de lados
Icoságono	20
Triacontágono	30
Tetracontágono	40
Pentacontágono	50
Hexacontágono	60
Heptacontágono	70
Octacontágono	80
Eneacontágono	90

Nombre	N° de lados
Hectágono	100
Chiliágono	1.000
Miriágono	10.000
Megágono	1.000.000
Googológono	10^{100}
n-ágono	n

Diagonales de un polígono

Las **diagonales de un polígono** son segmentos que unen dos vértices no consecutivos. Tomemos como ejemplo los pentágonos anteriores para buscar la cantidad de diagonales que tiene un polígono.



En el primer pentágono se pueden dibujar cinco diagonales que son \overline{EB} , \overline{EC} , \overline{AD} , \overline{AC} y \overline{DB} .
¿Cuáles son las diagonales del segundo, tercero y cuarto pentágono?

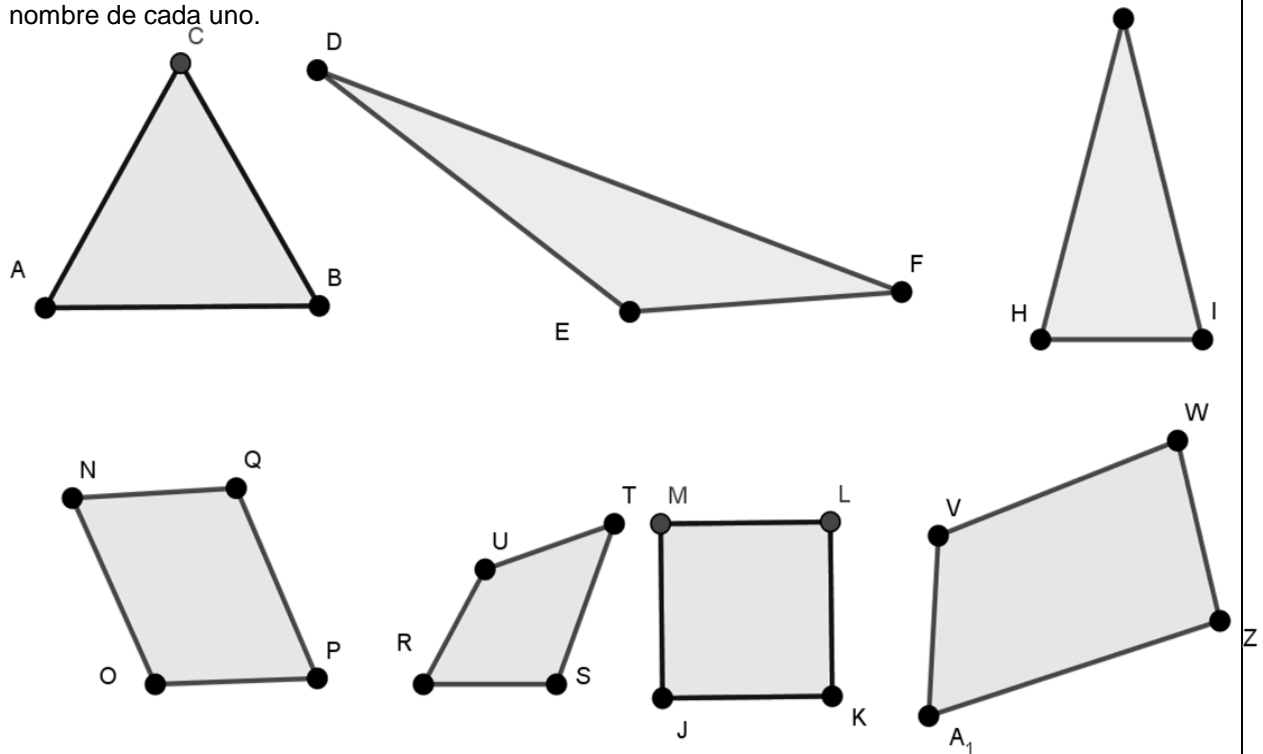
El segundo pentágono tiene ___ diagonales que son _____

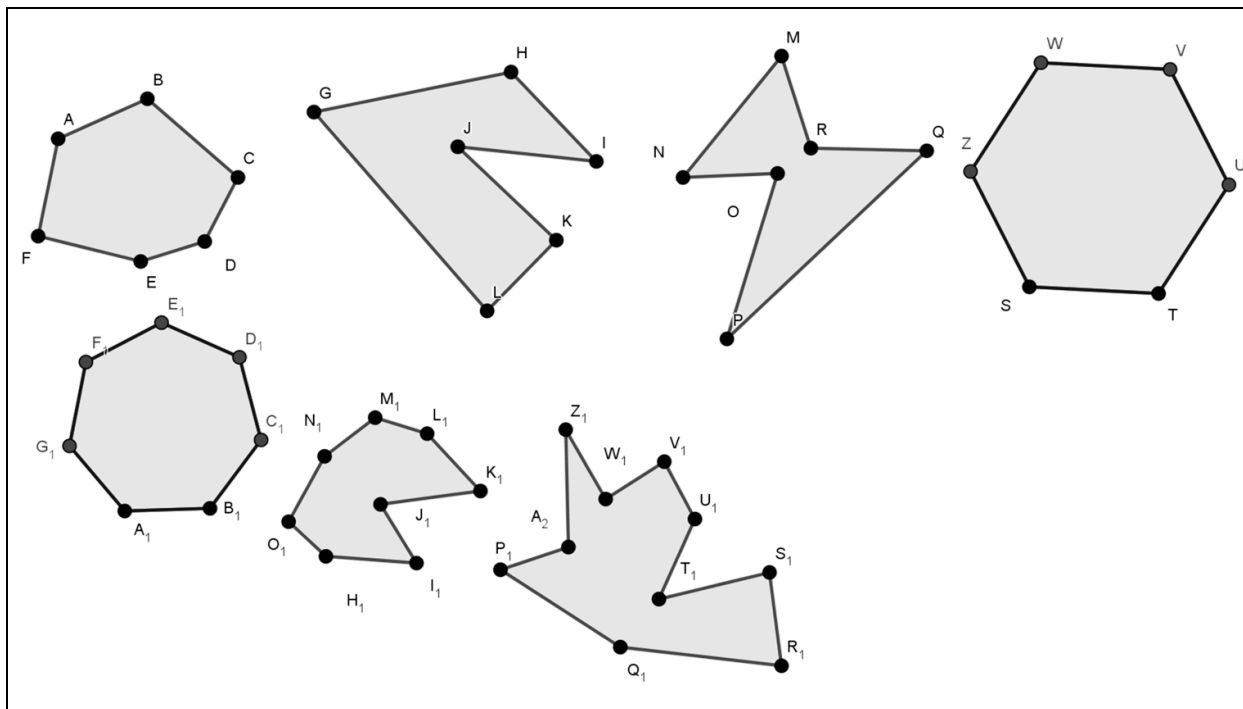
El tercer pentágono tiene ___ diagonales que son _____

El cuarto pentágono tiene ___ diagonales que son _____

ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Traza las diagonales de cada uno de los polígonos utiliza colores, clasifica cada polígono y escribe el nombre de cada uno.





	Regular	Irregular	Cóncavo	Convexo	Según el número de lados se llama	N° de diagonales
Polígono 1						
Polígono 2						
Polígono 3						
Polígono 4						
Polígono 5						
Polígono 6						
Polígono 7						
Polígono 8						
Polígono 9						
Polígono 10						
Polígono 11						
Polígono 12						
Polígono 13						
Polígono 14						

Responde las siguientes preguntas

1. ¿Todos los polígonos tienen diagonales? Explica tu respuesta

2. ¿Cuántas diagonales tienen los pentágonos? _____

3. ¿Todos los pentágonos tienen el mismo número de diagonales? Explica tu respuesta _____

4. ¿Cuántas diagonales tienen los pentágonos? _____

5. ¿Todos los pentágonos tienen el mismo número de diagonales? Explica tu respuesta

6. ¿Cuántas diagonales tienen los hexágonos? _____

7. ¿Cuántas diagonales tienen los heptágonos? _____

8. ¿Cuántas diagonales tienen los octágonos? _____

9. ¿Cuántas diagonales tienen los eneágonos? _____

10. ¿Cuántas diagonales tienen los decágonos? _____

ACTIVIDAD DE CIERRE

Observe la siguiente tabla que muestra el número de diagonales de los polígonos según su nombre

Nombre del polígono	Numero de lados del polígono	Cantidad de diagonales del polígono
Triángulo	3	0
Cuadrilátero	4	2
Pentágono	5	5
Hexágono	6	9
Heptágono	7	14
Octágono	8	20
Eneágono	9	27
Decágono	10	35

Responde las preguntas:

¿Puedes encontrar una forma rápida de saber la cantidad de diagonales de un polígono sin dibujarlas?

¿Escribe una fórmula que permita saber la cantidad de diagonales de un polígono conociendo el número de lados que tiene el mismo?

Comprueba tu respuesta

¿Para un endecágono cuantas diagonales se pueden dibujar? _____


Compruébalo matemáticamente.

Encuentra las diagonales de los siguientes polígonos a través de fórmula:

Nombre del polígono	Numero de lados del polígono	Cantidad de diagonales del polígono
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	18	
	19	

Realiza el procedimiento

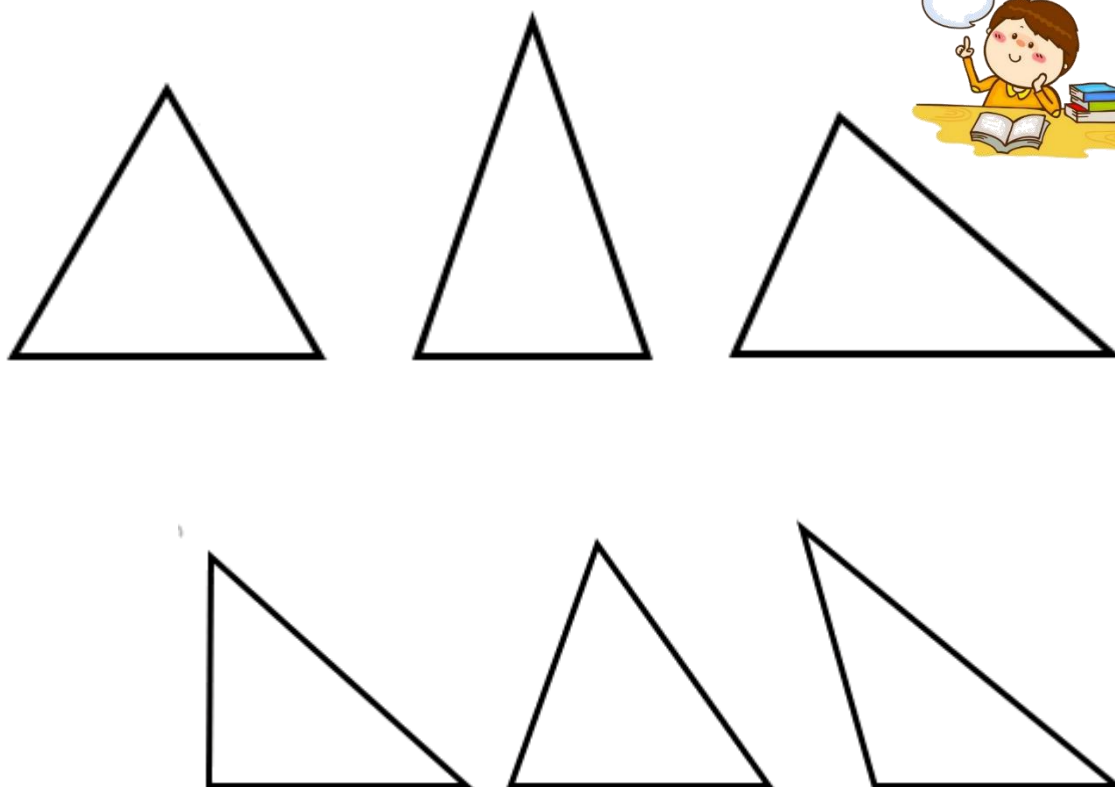
GUIA DIDÁCTICA 3

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Los polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Utiliza y explica diferentes estrategias (desarrollo de la forma o plantillas) e instrumentos para la construcción de figuras planas y cuerpos.		
Competencias	Clasifica triángulos según la medida de sus lados y sus ángulos		
Evidencias de aprendizaje	Construye plantillas para cuerpos geométricos dadas sus medidas.		

Actividad de inicio

¿Cómo clasifican los triángulos?

Observa los siguientes triángulos, encuentra el valor de la medida de sus ángulos y sus lados.



Responde

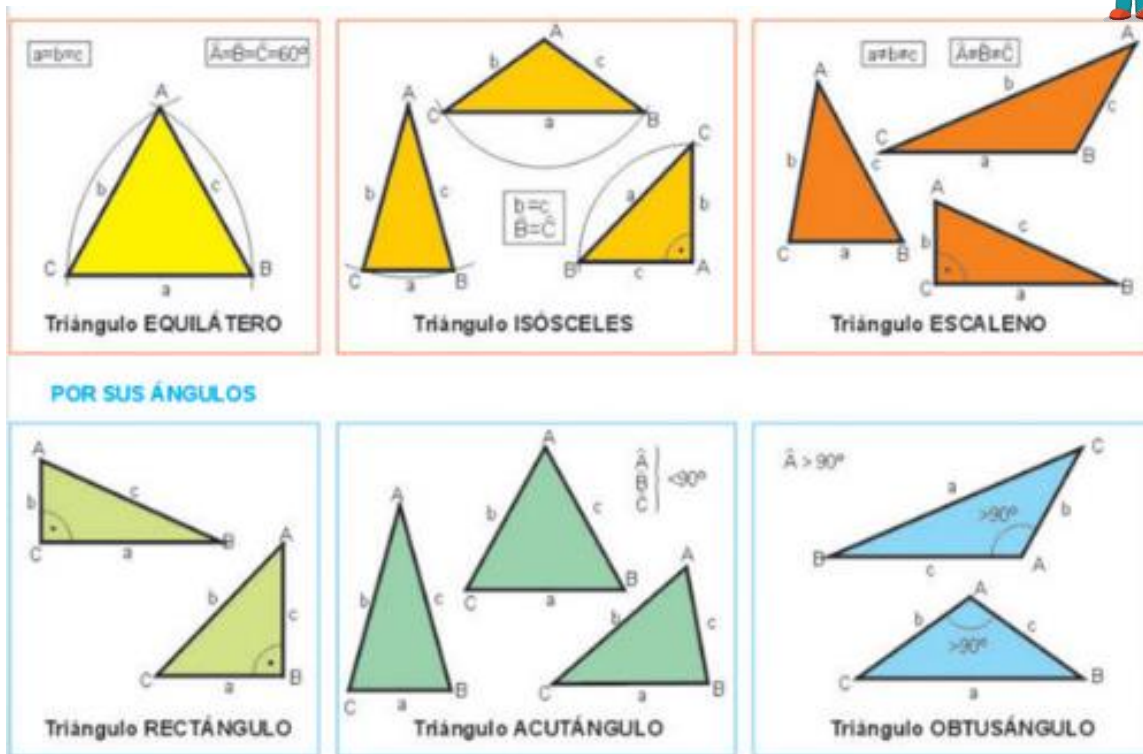
1. Teniendo en cuenta la medida de los lados del triángulo ABC ¿Cómo son sus lados? _____

2. Teniendo en cuenta la medida de ángulos del triángulo ABC ¿Qué tipo de ángulos son? _____

3. Teniendo en cuenta la medida de los lados del triángulo DER ¿Cómo son sus lados? _____

4. Teniendo en cuenta la medida de ángulos del triángulo DEF ¿Qué tipo de ángulos son? _____
5. Teniendo en cuenta la medida de los lados del triángulo GHI ¿Cómo son sus lados? _____
6. Teniendo en cuenta la medida de ángulos del triángulo GHI ¿Qué tipo de ángulos son? _____
7. Teniendo en cuenta la medida de los lados del triángulo JKL ¿Cómo son sus lados? _____
8. Teniendo en cuenta la medida de ángulos del triángulo JKL ¿Qué tipo de ángulos son? _____
9. Teniendo en cuenta la medida de los lados del triángulo MNO ¿Cómo son sus lados? _____
10. Teniendo en cuenta la medida de ángulos del triángulo MNO ¿Qué tipo de ángulos son? _____
11. Teniendo en cuenta la medida de los lados del triángulo PQR ¿Cómo son sus lados? _____
12. Teniendo en cuenta la medida de ángulos del triángulo PQR ¿Qué tipo de ángulos son? _____

La clasificación de los triángulos



ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Utilizando los palillos de pinchos, córtelos con las siguientes medidas.

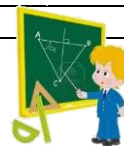
- Elabore tres palillos de 2 cm
- Elabore tres palillos de 3 cm
- Un palillo de 3,5 cm
- Elabore tres palillos de 4 cm
- Elabore un palillo de 4,2 cm
- Elabore tres palillos de 5 cm
- Elabore tres palillos de 6 cm
- Elabore tres palillos de 8 cm



Utiliza los palillos para construir triángulos con las siguientes medidas, dibuja la solución y escribe como se clasifica según la medida de sus lados y la medida de sus ángulos

Un triángulo de lados 2cm, 5cm y 4 cm	Un triángulo de lados 6cm, 6cm y 2cm	Un triángulo de lados 5 cm, 4 cm y 3 cm	Un triángulo de lados 3 cm, 4, 2 cm y 3 cm
Es un triángulo _____ _____			
Un triángulo con todos sus lados de 6 cm	Un triángulo con dos lados de 5cm y el otro de 8 cm	Un triángulo de lados 2 cm, 3 cm y 3,5 cm	Un triángulo de lados 2 cm, 4 cm y 4,2 cm
Un triángulo de lados 3,5 cm, 5 cm y 4,2 cm	Un triángulo de lados 2 cm, 6 cm y 3 cm	Un triángulo de lados 2 cm, 2 cm y 4 cm	Un triángulo con sus lados de 6 cm

ACTIVIDAD DE CIERRE



De acuerdo a las construcciones hechas en el punto anterior responde las preguntas.

1. ¿Es posible construir un triángulo escaleno rectángulo? Justifica tu respuesta

2. ¿Es posible construir un isósceles acutángulo? Justifica tu respuesta

3. ¿Es posible construir un triángulo isósceles rectángulo? Justifica tu respuesta

4. ¿Es posible construir un triángulo escaleno obtusángulo? Justifica tu respuesta

5. ¿Es posible construir cualquier triángulo? Justifica tu respuesta


Utiliza palillos de madera y construye los siguientes triángulos

6. Un equilátero rectángulo. ¿Es posible construirlo? Justifica la respuesta

7. Un equilátero obtusángulo. ¿Es posible construirlo? Justifica la respuesta



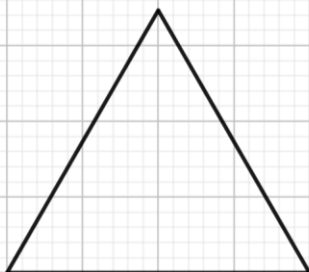
GUIA DIDÁCTICA 4

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Perímetro de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.		
Competencias	Encuentra el valor del perímetro de en polígonos diferentes		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación.		

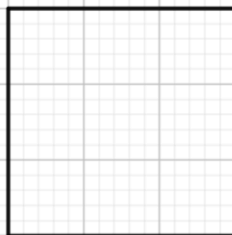
Actividad de inicio

Encerrando figuras

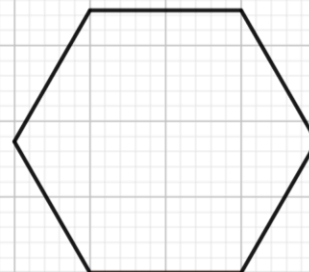
A continuación aparecen diferentes terrenos que son necesarios encerrarlos con alambre. Observa cada uno de ellos y responde las preguntas



Terreno A



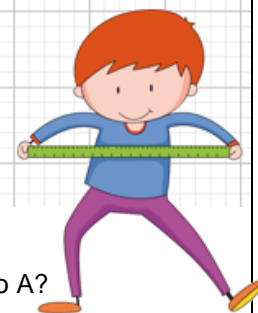
Terreno B



Terreno C



Terreno D



¿Cómo puedes encontrar la cantidad de alambre necesario para encerrar el terreno A?

¿Qué se debe tener en cuenta para conocer la cantidad de alambre necesario para encerrar cada terreno?

¿Qué forma tiene cada uno de los terrenos?

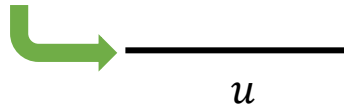
¿Cuál de los terrenos necesita mayor cantidad de alambre para encerrarlo? ¿Por qué?

Conceptualizando

Cuando hablamos de la medida del borde, contorno, orilla de un polígono, hacemos referencia al **perímetro** del polígono. Para hallarlo debe sumarse todos los lados del polígono. La palabra viene del griego peri (alrededor) y metro (medida).

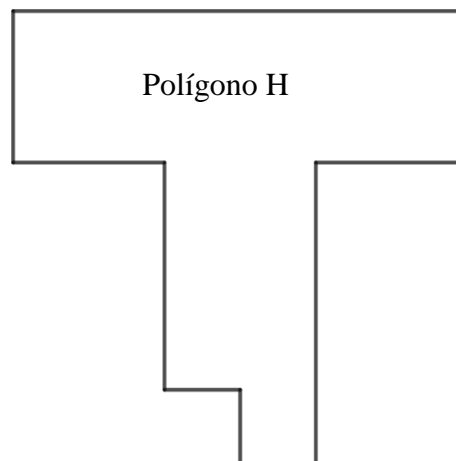
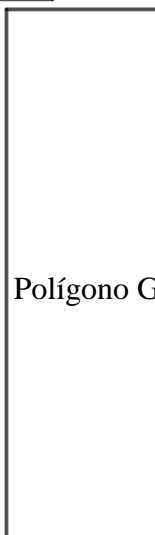
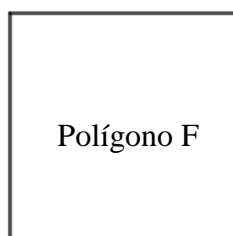
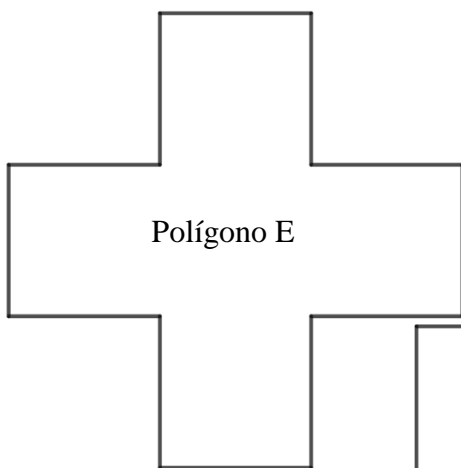
ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Corta trozo de hilo que sea igual de largo al siguiente segmento.



Este será la unidad de medida de longitud llamada u

A continuación se presentan diferentes polígonos, utilizando el trozo de hilo (u) como unidad de medida, encuentra el perímetro de cada uno de los polígonos.



¿Cuál es la medida del polígono E? _____

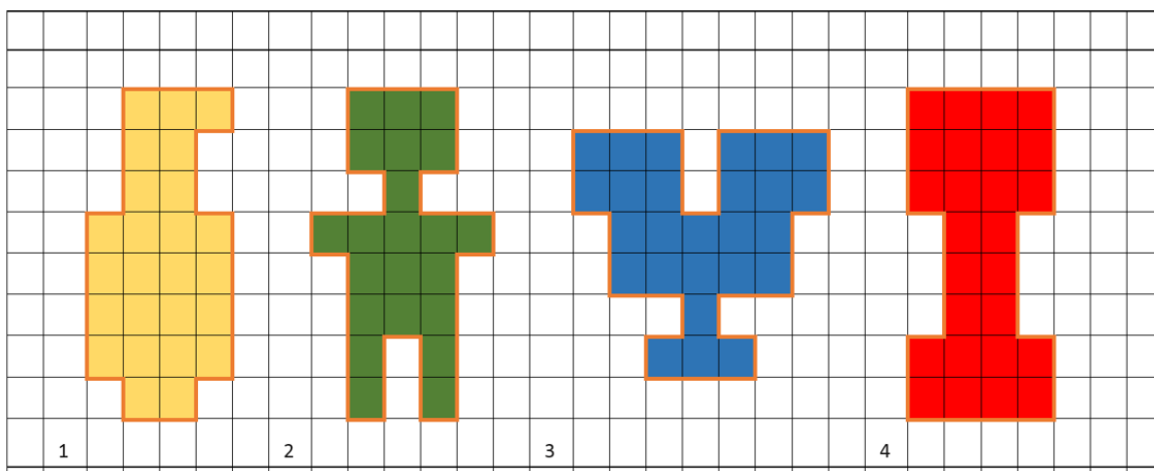
¿Cuál es la medida del polígono F? _____

¿Cuál es la medida del polígono G? _____

¿Cuál es la medida del polígono H? _____

ACTIVIDAD DE CIERRE

En un salón de preescolar la profesora les pide a los niños que decoren con lana el borde de cada una de las siguientes figuras.



Determine si son verdaderas las siguientes situaciones. Justifique sus respuestas.

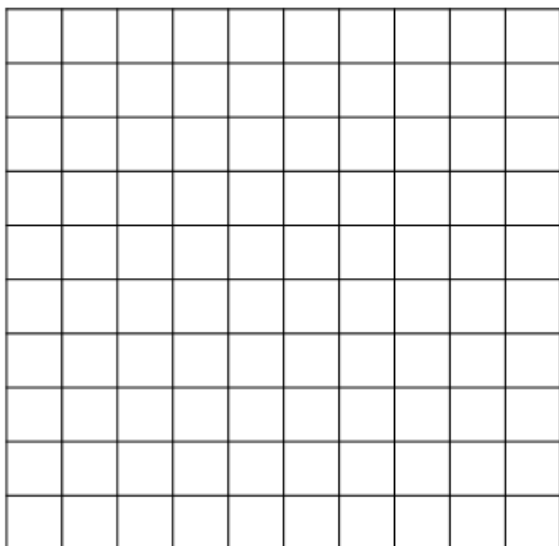
1. Se necesita más lana para decorar el borde de la figura verde que la figura azul

2. La figura que menos lana necesita para decorarla es la amarilla

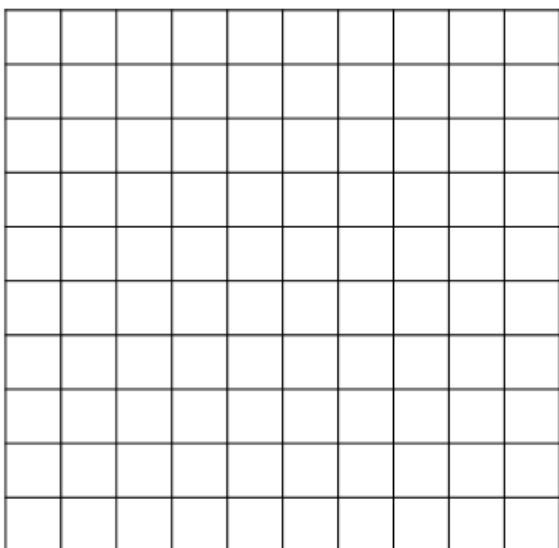
3. Dos de las figuras necesitan igual cantidad de lana para decorarlas

4. La figura que necesita más lana para decorar es la verde.

Realice sobre la cuadrícula, polígonos que cumplan la condición dada.

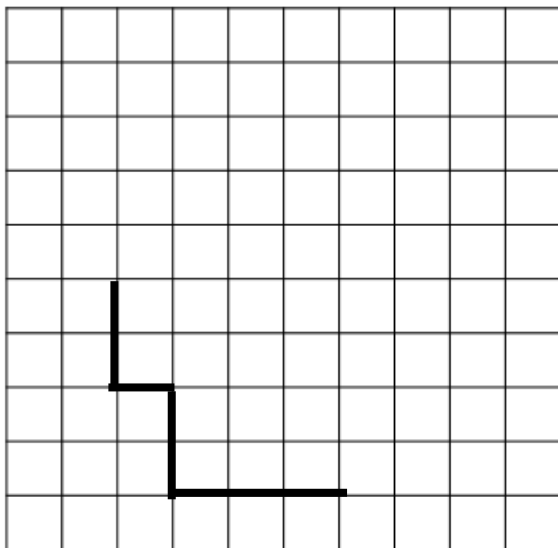


Dos polígonos de diferentes
que tengan igual perímetro

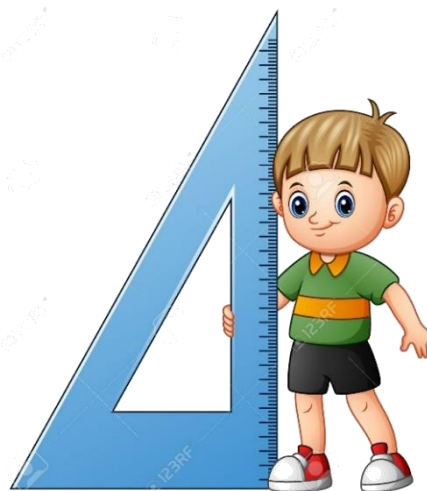


Dos polígonos que tengan 10
unidades de longitud cada uno

*



Completa el polígono para que tenga 20 unidades de longitud




Responde las preguntas. Justifica tu respuesta

1. ¿Dos polígonos pueden tener igual perímetro, siendo de forma diferente?

2. Si dos polígonos tienen el mismo perímetro ¿tienen la misma forma?

3. ¿Los polígonos que tienen la misma forma tienen igual perímetro?

GUIA DIDÁCTICA 5

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Perímetro de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.		
Competencias	Encuentra el valor del perímetro a partir de construcciones compuestas por diversos polígonos		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación.		

Actividad de inicio

Perímetro de figuras compuestas

Observa la siguiente figura

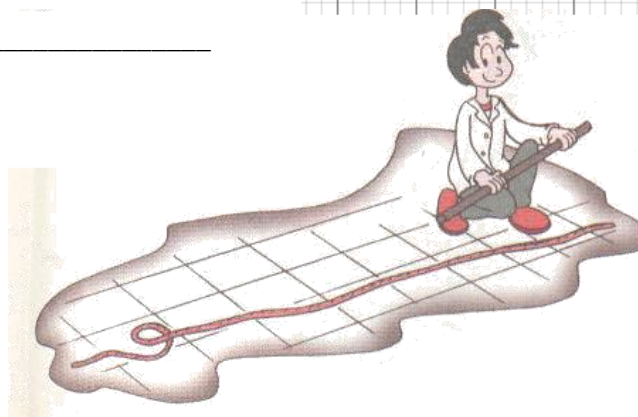
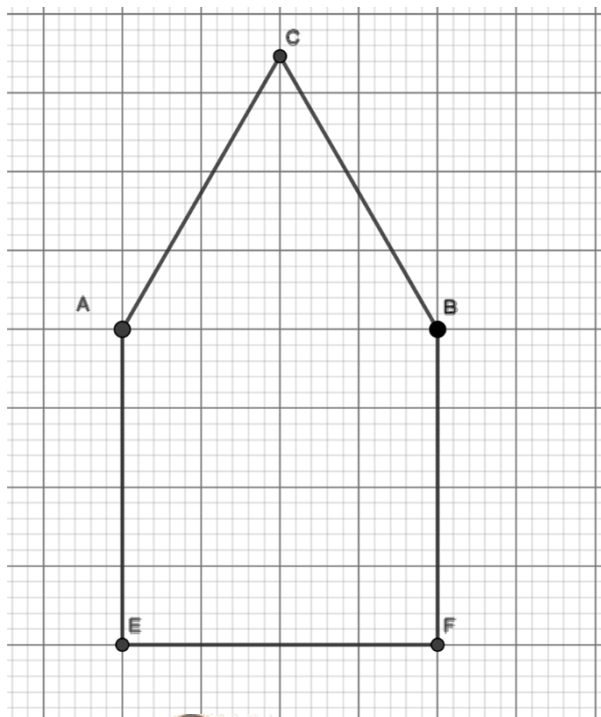
¿Qué tipo de polígonos componen la figura?

¿Cuántos polígonos componen la figura?

¿Cuál es la medida del segmento AC?

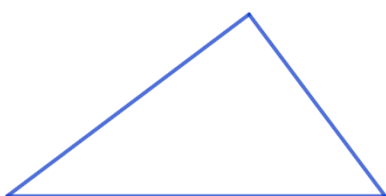
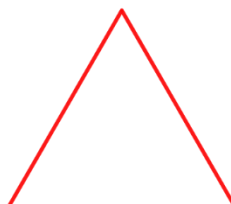
¿Cómo es la medida de \overline{AC} en comparación con los demás lados de la figura?

¿Cuál es el perímetro del polígono formado por ACBEF?




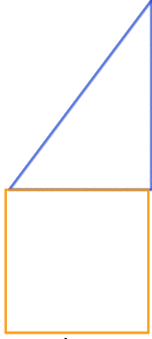
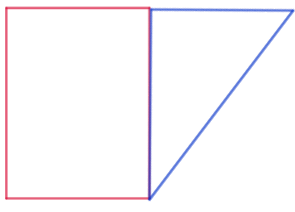
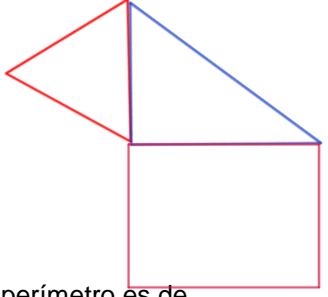
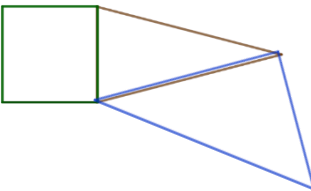
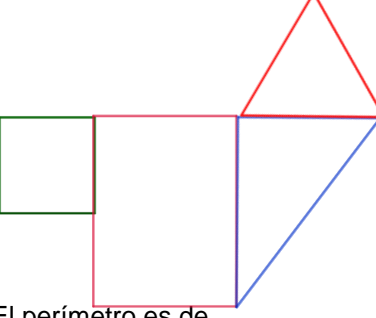
ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Recorta los polígonos que se encuentran a continuación. Utiliza estos para construir las siguientes figuras.



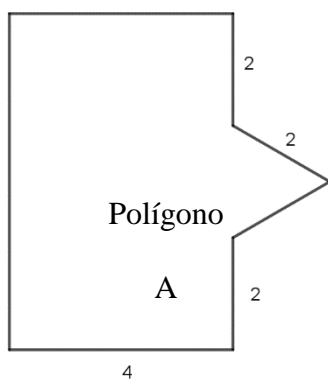
Con la ayuda de los polígonos construye las siguientes figuras y encuentra el valor del perímetro.



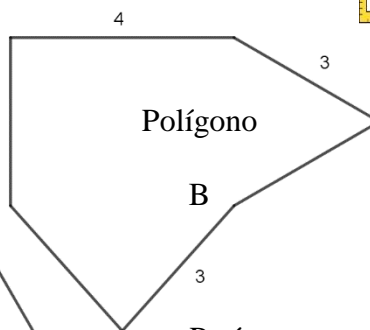
 <p>El perímetro es de _____</p>	 <p>El perímetro es de _____</p>	 <p>El perímetro es de _____</p>
 <p>El perímetro es de _____</p>	 <p>El perímetro es de _____</p>	 <p>El perímetro es de _____</p>

ACTIVIDAD DE CIERRE

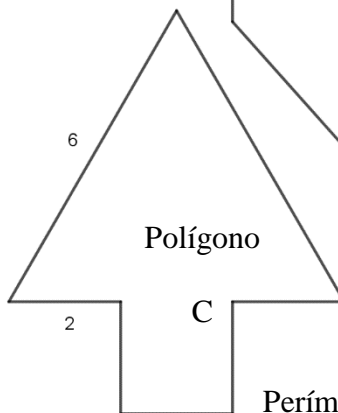
Encuentre el perímetro de los siguientes polígonos



Perímetro: _____



Perímetro: _____

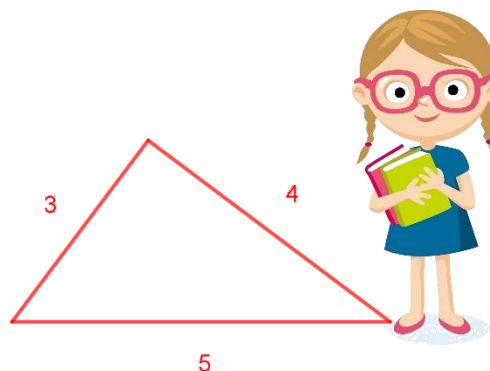
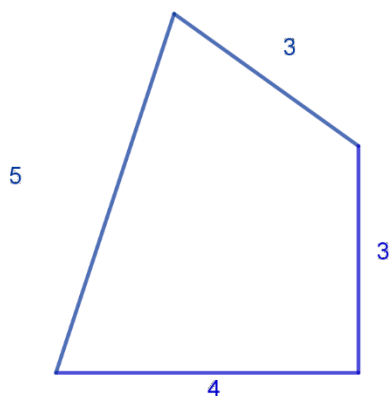


Perímetro: _____

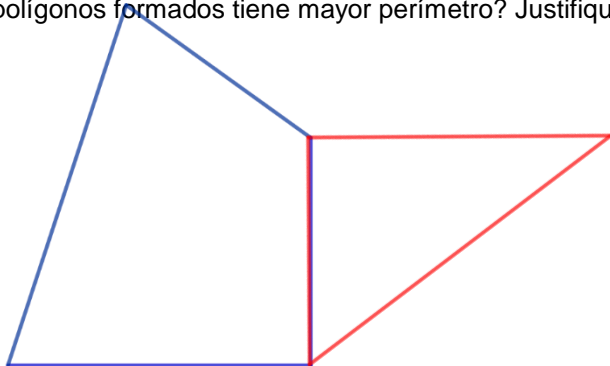


Observa y resuelve

Julián, Carlos y María se les ha dado dos fichas, a cada uno, en forma de polígonos para construir polígonos más grandes.

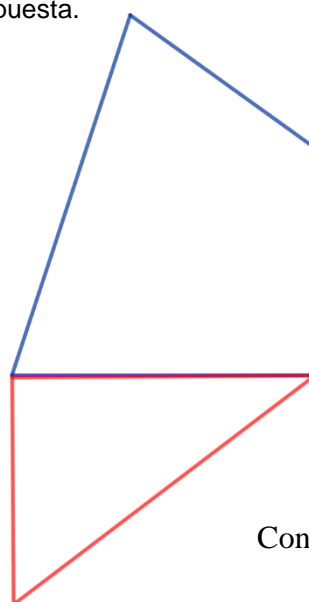


Ellos han organizado las fichas de forma diferente como se muestra a continuación. ¿Cuál de los polígonos formados tiene mayor perímetro? Justifique su respuesta.



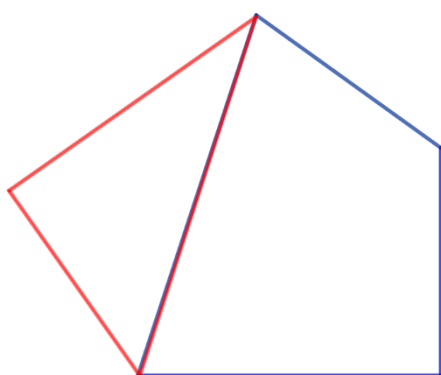
Construcción de

Julián




Construcción de

María



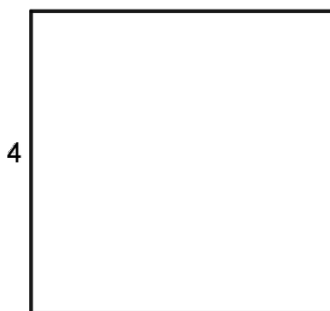
Construcción de Carlos

GUIA DIDÁCTICA 6

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Perímetro de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.		
Competencias	Generaliza una expresión para calcular el área de rectángulos y polígonos regulares		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación.		

Actividad de inicio

Cálculo del perímetro por fórmulas



¿Cuál es el valor del perímetro del cuadrado mostrado anteriormente? _____

Si un cuadrado tiene 2 cm de lado. ¿Cuál sería su perímetro? _____

Si un cuadrado tiene 7 cm de lado. ¿Cuál sería su perímetro? _____

¿Cómo encontraría el valor del perímetro de un cuadrado de cualquier tamaño? _____

Cuál es el valor del perímetro del rectángulo mostrado anteriormente? _____

Si un rectángulo tiene sus lados perpendiculares de 5 y 3 cm. ¿Cuál sería su perímetro? _____

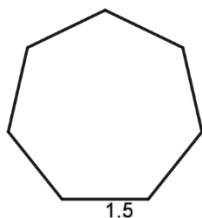
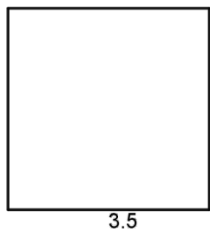
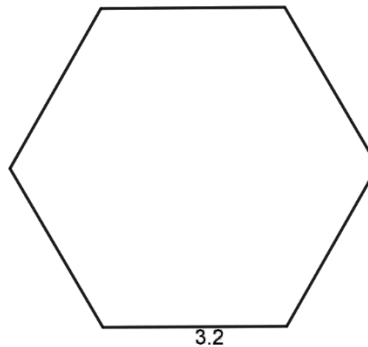
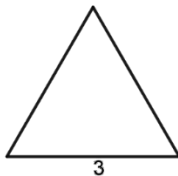
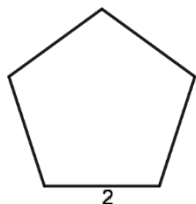
Si un rectángulo tiene sus lados perpendiculares de 4 y 2 cm. ¿Cuál sería su perímetro?? _____

¿Cómo encontraría el valor del perímetro de un rectángulo de cualquier tamaño? _____



ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Encuentre el valor del perímetro de los siguientes polígonos regulares.



¿Qué características en común tienen los anteriores polígonos? _____

¿Cuál es el valor del perímetro del pentágono? _____

¿Cuál es el valor del perímetro del triángulo? _____

¿Cuál es el valor del perímetro del cuadrado? _____

¿Cuál es el valor del perímetro del hexágono? _____

¿Cuál es el valor del perímetro del heptágono? _____

¿Cómo puedes encontrar el perímetro de un polígono regular? _____

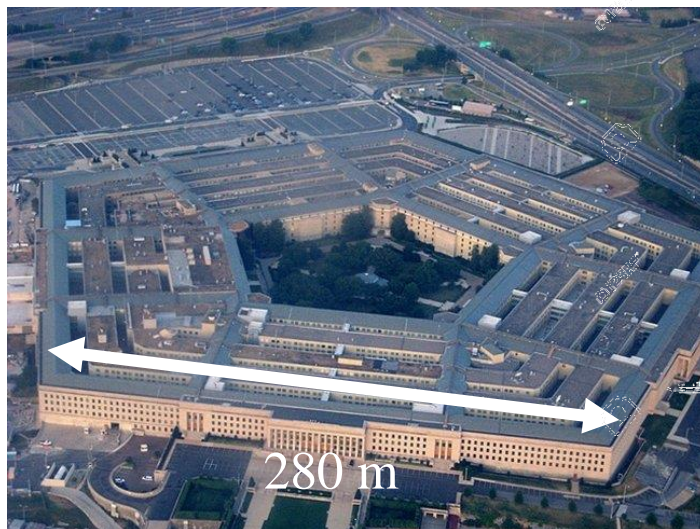
Escribe una fórmula que permita encontrar el perímetro de un polígono regular cualquiera

Perímetro de un polígono regular =



ACTIVIDAD DE CIERRE

El Pentágono (en inglés: The Pentagon) es la sede del Departamento de Defensa de los Estados Unidos. El edificio tiene forma de pentágono, y trabajan en él aproximadamente 23 000 empleados militares y civiles, 1 y cerca de 3000 miembros de personal de apoyo. Se halla en el condado de Arlington, Virginia. Tiene cinco pisos, cada uno de los cuales incluye cinco corredores. La construcción del Pentágono comenzó el 11 de septiembre de 1941 (poco antes del ingreso de los Estados Unidos en la Segunda Guerra Mundial), fue inaugurado el 15 de enero de 1943 y continúa siendo el edificio de oficinas más grande del mundo.




Si se desea cercar el edificio del departamento de defensa de Estados Unidos, ¿Cuántos metros se necesitarían?

Observa la imagen y responde



Se sabe que este edificio tiene forma de polígono regular, su perímetro es de 2640 metros ¿Cuál es la medida de uno de sus lados?

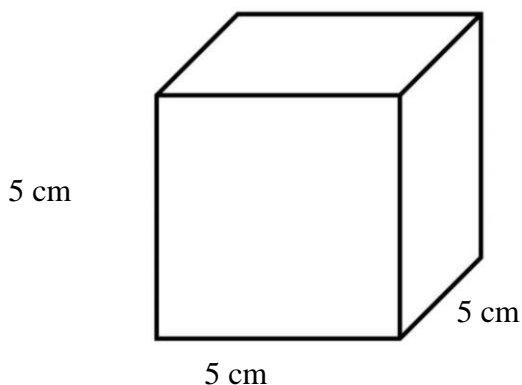
GUIA DIDÁCTICA 7

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Perímetro de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de - aprendizaje	Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados		
Competencias	Encuentra el valor del perímetro en construcciones tridimensionales.		
Evidencias de aprendizaje	Identifica los elementos que componen las figuras y cuerpos geométricos		

Actividad de inicio

Construyendo sólidos.

Observa el siguiente cubo



¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

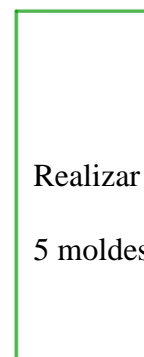
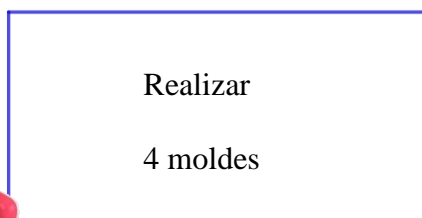
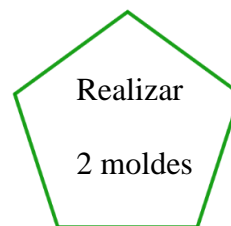
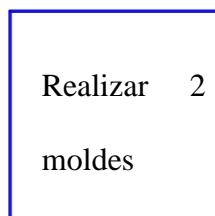
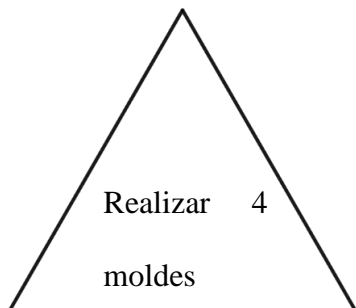
¿Cuántos bordes tiene el cubo? _____

¿Cuántos vértices tiene el cubo (esquinas) _____

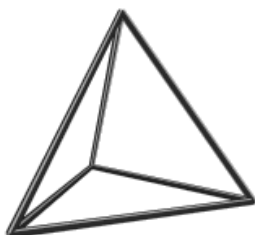
Si todos los polígonos que conforman el sólido fueran piezas separadas y se desean unir para formar el cubo ¿Cuántos centímetros de cinta se necesitarían?

ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Recorte los siguientes polígonos para realizar sólidos geométricos. Utilice los polígonos que están a continuación como patrón para realizarlos sobre el cartón paja. Observe la cantidad de polígonos que debe realizar por colores.



Con las piezas negras realice el sólido correspondiente. Este debe quedar construido así:



¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

¿Cuántos centímetros de cinta se necesitan para formar el sólido? _____

Con las piezas azules realice el sólido correspondiente. Este debe quedar construido así:

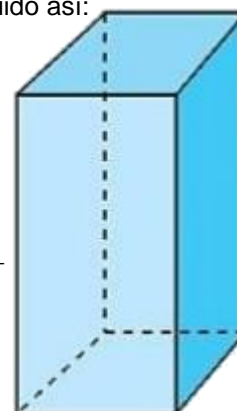
¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

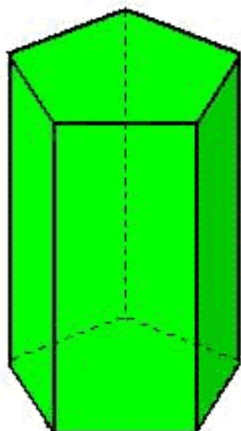
¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

¿Cuántos centímetros de cinta se necesitan para formar el sólido? _____





Con las piezas verdes realice el sólido correspondiente. Este debe quedar construido así:

¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

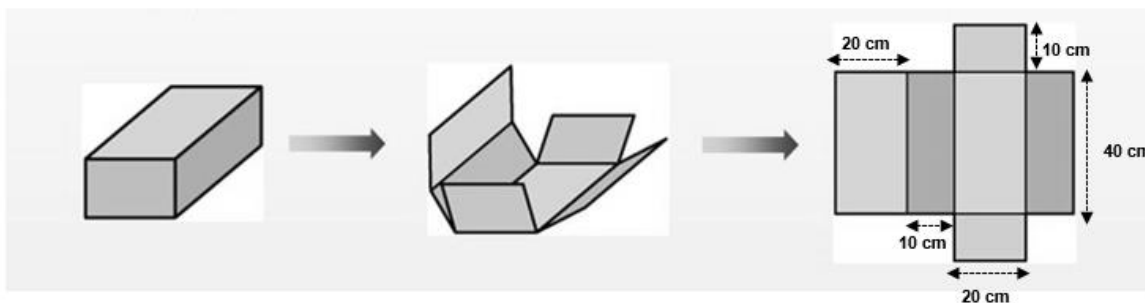
¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

¿Cuántos centímetros de cinta se necesitan para formar el sólido? _____

ACTIVIDAD DE CIERRE

A continuación se muestra la plantilla de una caja.



¿Cuál es el perímetro de la tapa de la caja?


¿Cuál es el perímetro de los lados rectangulares menores?

¿Cuál es el perímetro de la caja abierta?

Si para formar la caja fuera necesario pegar cada una de las caras, ¿Cuánta cinta necesitaría?



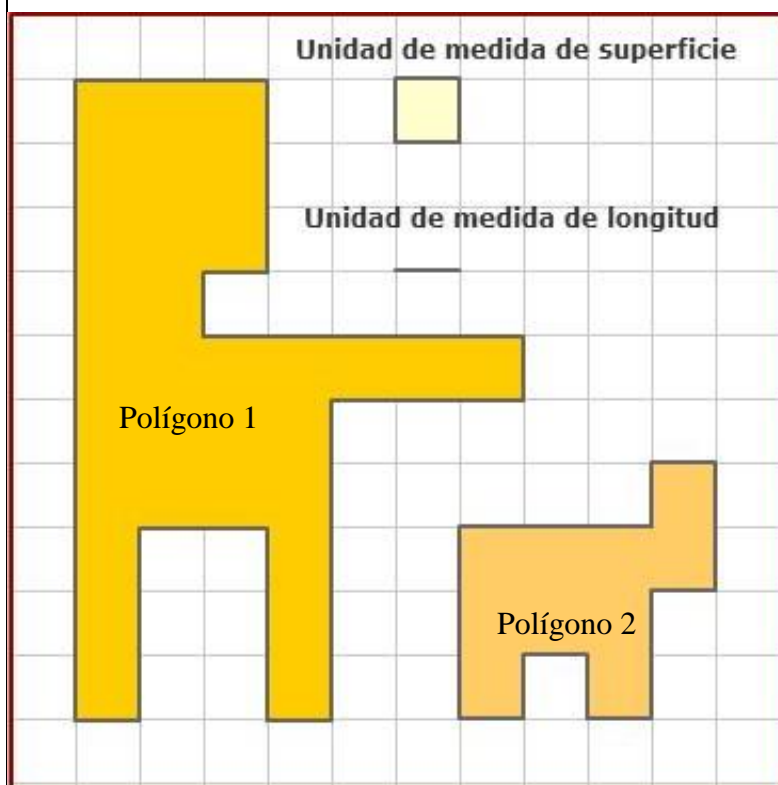
GUIA DIDÁCTICA 8

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas		
Competencias	Encuentra el área de un polígono a partir de un patrón de medida.		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación		

Actividad de inicio

Cubriendo superficies

Tomando como medida de superficie la indicada, responda las siguientes preguntas



Unidad de medida de superficie

Unidad de medida de longitud

Polígono 1

Polígono 2

¿Cuántas unidades de superficie se necesitan para cubrir totalmente el polígono 1?

¿Cuántas unidades de superficie se necesitan para cubrir totalmente el polígono 2?

Tomando como medida de longitud la indicada, responda las siguientes preguntas

¿Cuántas unidades de longitud se necesitan para cubrir el borde del polígono 1?

¿Cuántas unidades de longitud se necesitan para cubrir el borde del polígono 2?

ACTIVIDAD DE DESARROLLO

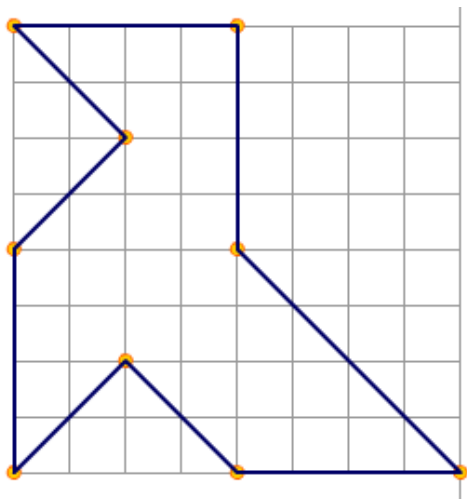
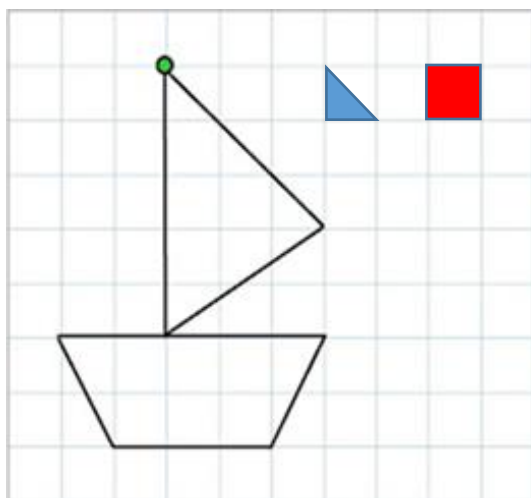
Tomando como unidad de superficie las fichas azul y roja. Responda las siguientes preguntas.

¿Cuántas unidades de superficie azules se necesitan para cubrir totalmente el polígono? _____

¿Cuántas unidades de superficie rojas se necesitan para cubrir totalmente el polígono? _____

¿Se necesitan más unidades de superficie rojas o azules para cubrir totalmente el polígono? _____

¿Por qué?

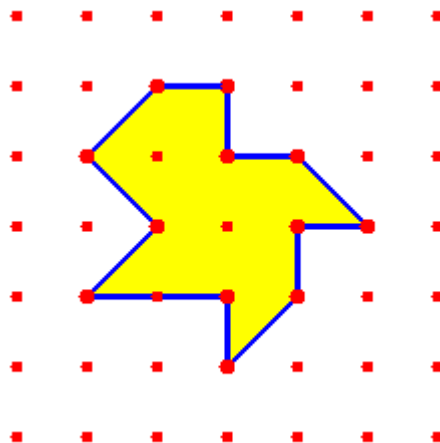


Cuántas unidades de superficie azules se necesitan para cubrir totalmente el polígono? _____

¿Cuántas unidades de superficie rojas se necesitan para cubrir totalmente el polígono? _____

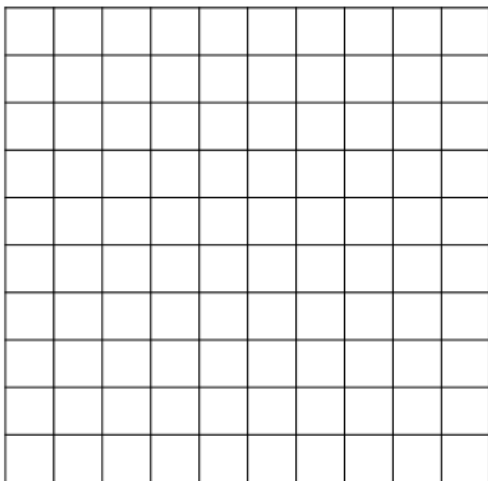
Cuántas unidades de superficie azules se necesitan para cubrir totalmente el polígono? _____

¿Cuántas unidades de superficie rojas se necesitan para cubrir totalmente el polígono? _____

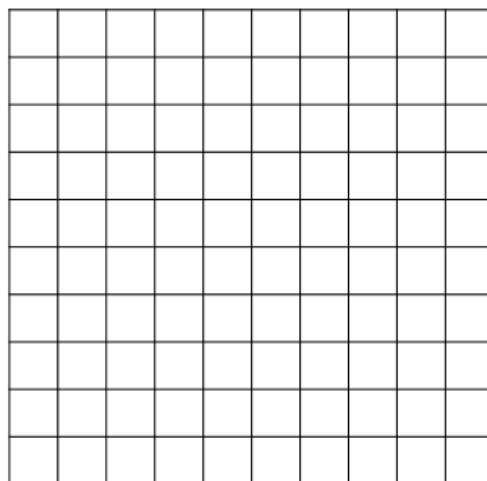


ACTIVIDAD DE CIERRE

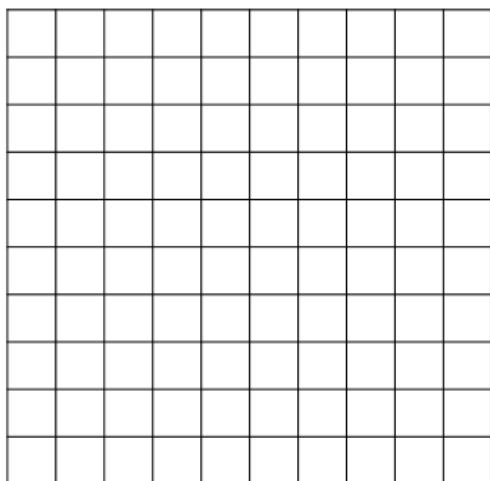
Teniendo en cuenta las unidades de superficie roja y azul del punto anterior, construya un polígono que cumpla con las condiciones dadas



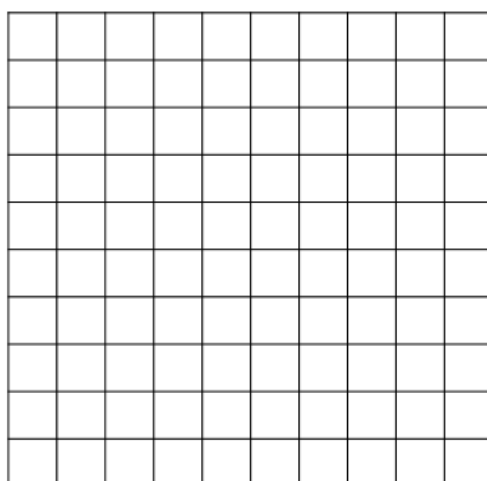
Que tenga 5 unidades rojas de superficie



Que tenga 5 unidades azules de superficie




Un cuadrilátero que tenga 15
unidades rojas de superficie



Un triángulo que tenga 8 unidades
azules de superficie

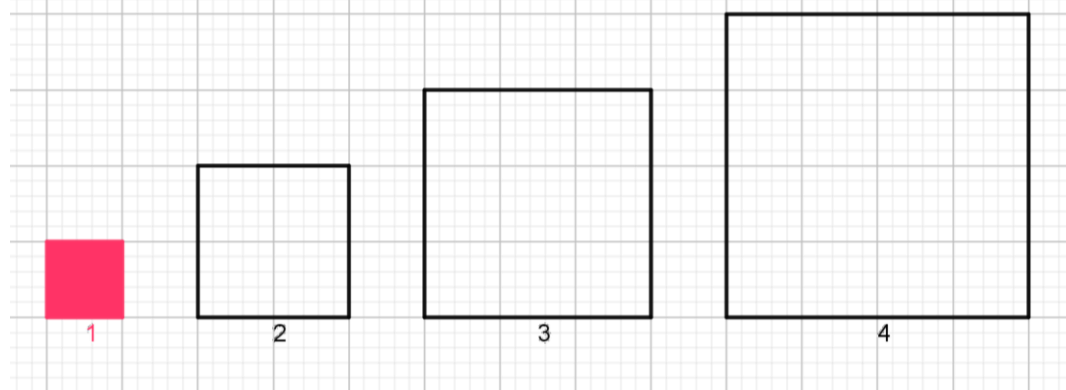
GUIA DIDÁCTICA 9

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	AREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas		
Competencias	Calcula el área de cuadrados y rectángulos		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación		

Actividad de inicio

Área de cuadrados y rectángulos

Observa los siguientes polígonos y responde las preguntas.



¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 2cm de lado? _____

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 3cm de lado? _____

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 4cm de lado? _____

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el cuadrado de 5cm de lado? _____

¿Puedes encontrar alguna expresión matemática para calcular el número de fichas cuadradas para cubrir completamente un cuadrado de cualquier medida? _____

El área: es la medida de la superficie de una figura, también se puede entender como el número de veces que se utiliza patrón (unidad de medida) para cubrir su superficie. El área de un polígono está delimitado por los lados del mismo. Se puede establecer que es la medida de la región interna del polígono, limitada por sus lados.

ACTIVIDAD DE DESARROLLO

x

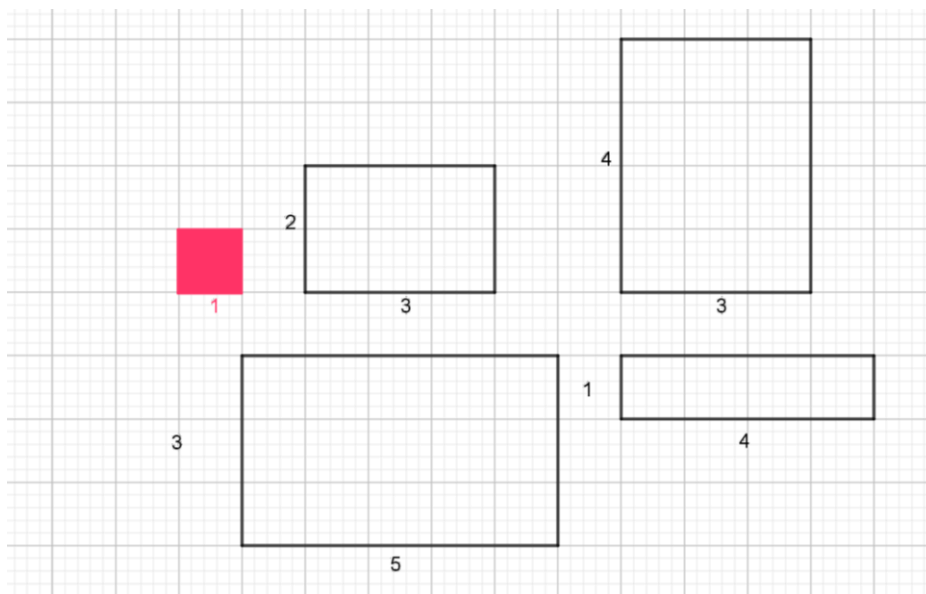
¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el rectángulo de 3 cm de base y 2 cm de alto? _____

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el rectángulo de 3 cm de base y 4 cm de alto? _____

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el rectángulo de 5 cm de base y 2 cm de alto? _____

¿Cuántas fichas rojas (cm^2) son necesarias para cubrir completamente el rectángulo de 4 cm de base y 1 cm de alto? _____

¿Puedes encontrar alguna expresión matemática para calcular el número de fichas cuadradas para cubrir completamente un rectángulo de cualquier medida en la base y en su altura? _____

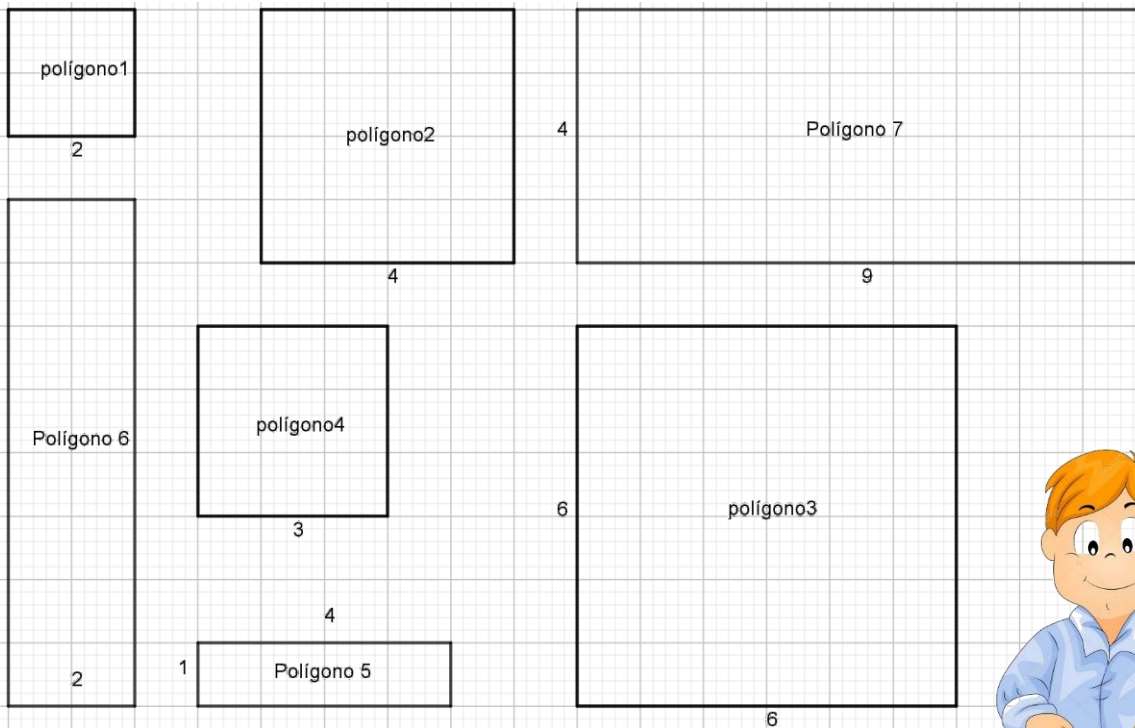


GENERALIZANDO

Área de un cuadrado =

Área de un rectángulo =

Observa los siguientes polígonos y responde las preguntas.



Determine si es falso o verdadera las siguientes situaciones. Justifique su respuesta

El polígono 2 y 6 tienen la misma área _____ porque _____

El polígono 4 y 5 tienen la misma área _____ porque _____

El polígono 3 y 7 tienen la misma área _____ porque _____

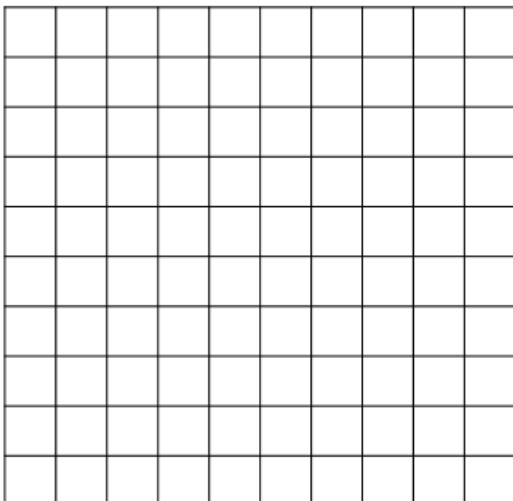
El polígono 4 tiene mayor área que el polígono 5 _____ porque _____

El polígono con mayor área es el polígono 7 _____ porque _____

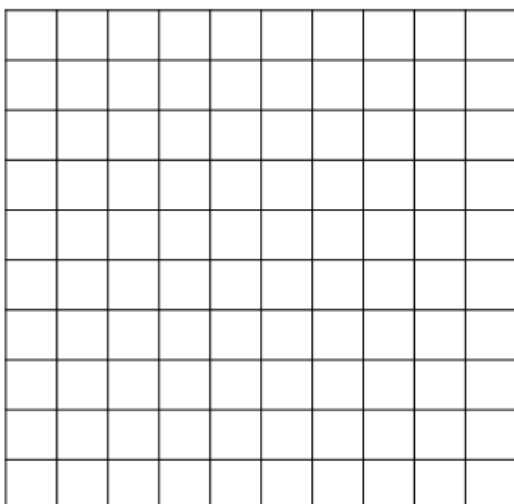
ACTIVIDAD DE CIERRE

Construya en la cuadrícula polígonos que cumplan la condición dada






Un cuadrado que tenga 25 cm^2 de área



Dos rectángulos diferentes de 12 cm^2 cada uno

GUIA DIDÁCTICA 10

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas		
Competencias	Calcula el área de triángulos		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación		

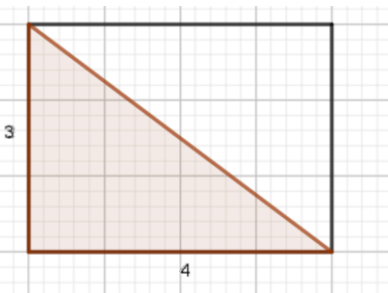
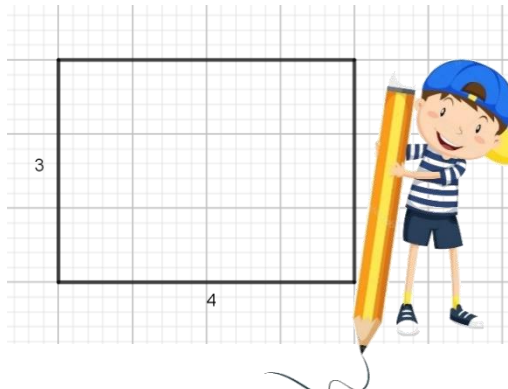
Actividad de inicio

Área de triángulos

Observa el siguiente el polígono que aparece a continuación

¿Cuál es el área del rectángulo? _____

Se desea dibujar un triángulo rectángulo de lados 3 cm, 4cm y 5 cm sobre el rectángulo inicial. Esta quedaría.



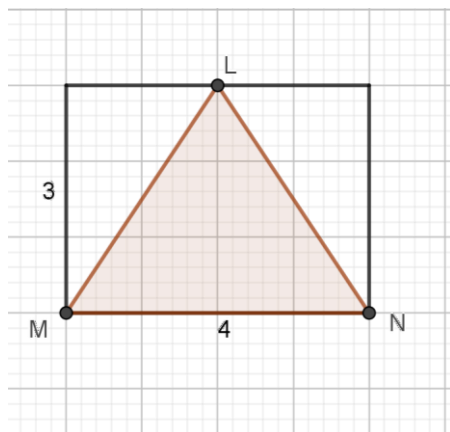
¿Cuánta superficie respecto al área del rectángulo, ocupa el triángulo? _____

¿Cuál es el área del triángulo? _____

¿Puede encontrar una expresión matemática para hallar el área del triángulo? _____

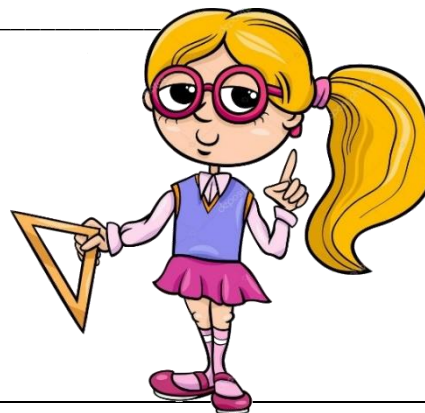
ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Recorta el rectángulo, separa el triángulo MNL



Compara el área del triángulo MNL y la superficie restante del rectángulo ¿Qué puedes concluir? _____

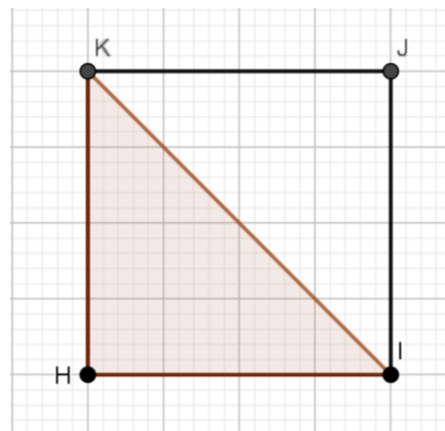
¿Qué tipo de triángulo es MNL?



Recorta el rectángulo, separa el triángulo HKI

Compara el área del triángulo HKI y la superficie restante del rectángulo ¿Qué puedes concluir? _____

¿Qué tipo de triángulo es HKI?



GENERALIZANDO

Área de un triángulo =

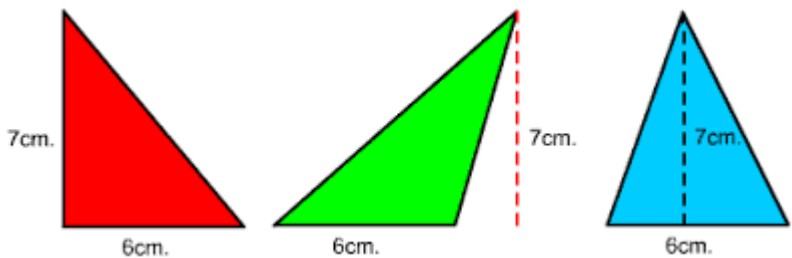


Resuelve

¿Cuál es el área del triángulo rojo?

¿Cuál es el área del triángulo verde?

¿Cuál es el área del triángulo azul?



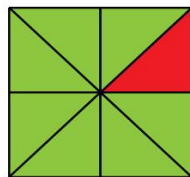
¿Son iguales los triángulos? _____ ¿Sus áreas son diferentes? _____

ACTIVIDAD DE CIERRE

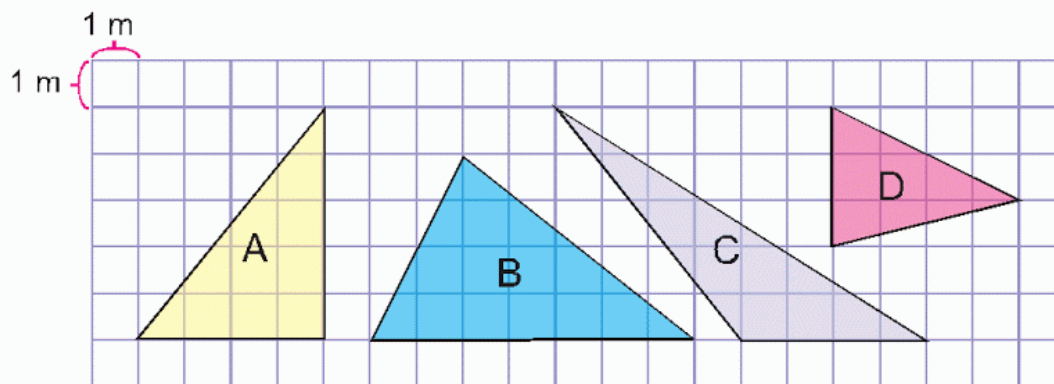
Resuelve los siguientes problemas

1.

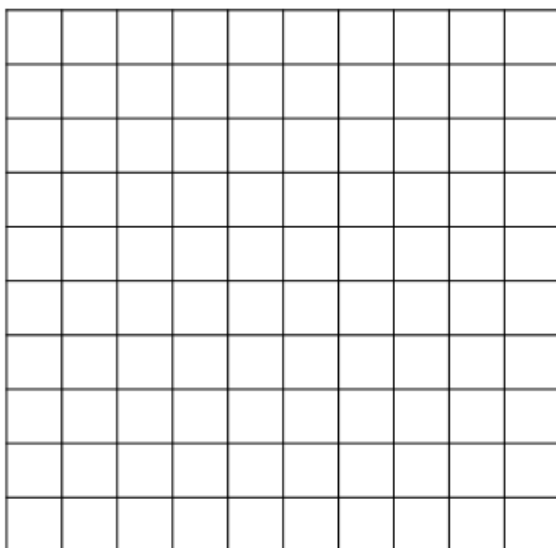
El área del cuadrado grande mide 64 cm^2 . Observa la figura y calcula el área del triángulo rojo.



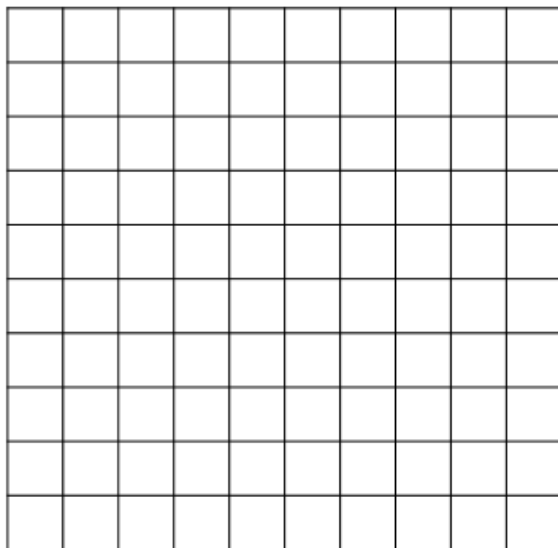
2. encuentre el área de cada triángulo



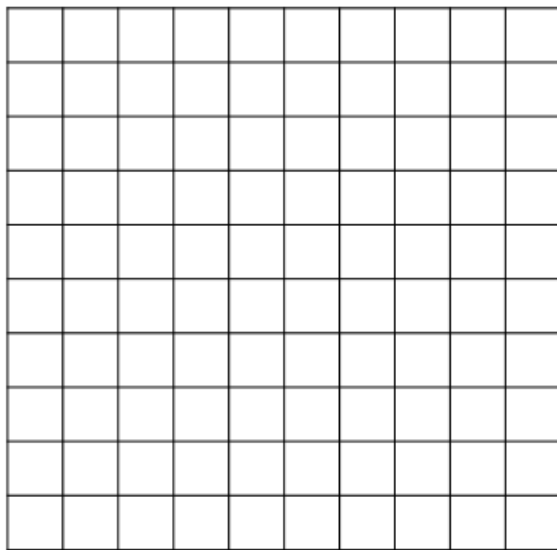
3. dibuja en la cuadrícula un triángulo que tenga las condiciones dadas



Triángulo rectángulo isósceles de 32 cm^2




Triángulo acutángulo isósceles de 5 cm^2



Triángulo rectángulo escaleno de 14 cm^2

GUIA DIDÁCTICA 11

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas		
Competencias	Calcula el área de polígonos regulares		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación		

Actividad de inicio

Área de polígonos regulares

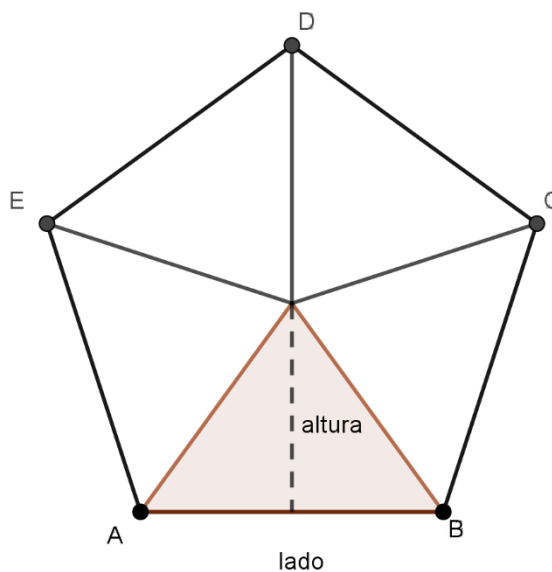
Observa el siguiente el pentágono

¿Cuántos triángulos componen un pentágono? _____

¿Cuál es el área del triángulo rojo? _____

¿Cómo podría encontrar el área total del pentágono si conocemos el área del triángulo rojo? _____

La expresión 5 veces el lado ¿Qué permite calcular del pentágono? _____



Conceptualización

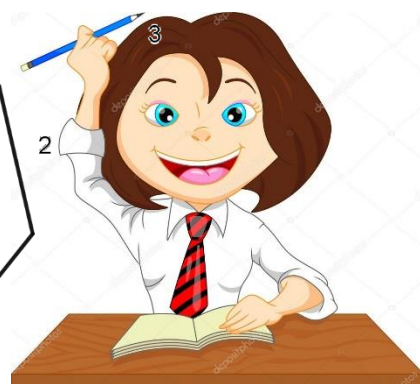
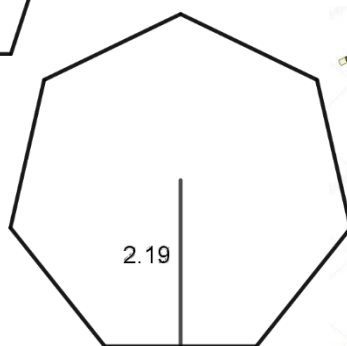
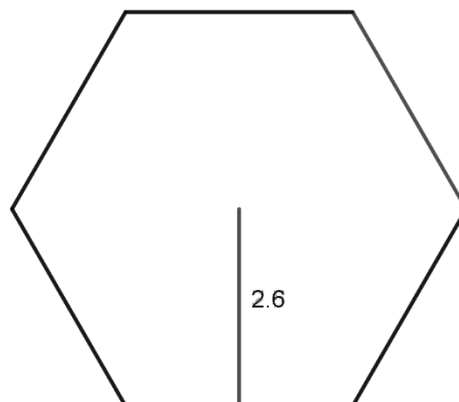
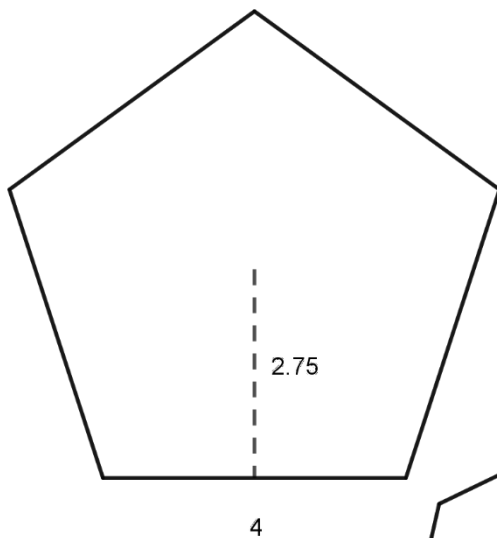
El **área de un polígono regular** se calcula a partir de su **perímetro** (medida y su borde) **apotema** (distancia más corta entre el centro del polígono y uno de sus lados). Sea P el **polígono regular** con n número de lados cualquiera, su **área** es:

$$\text{Área} = \frac{\text{Perímetro} \cdot ap}{2}$$



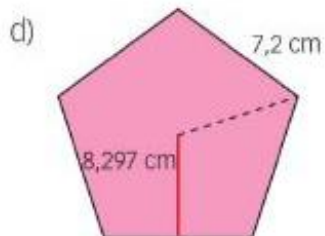
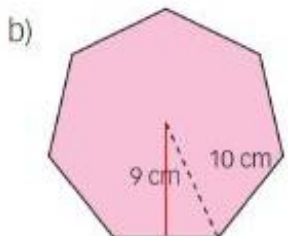
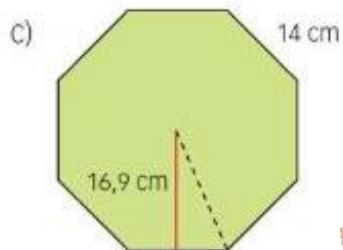
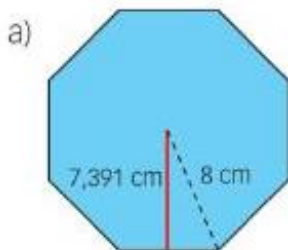
ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Encuentra el área y el perímetro de los siguientes polígonos regulares




ACTIVIDAD DE CIERRE

Encuentre el área de los siguientes polígonos regulares



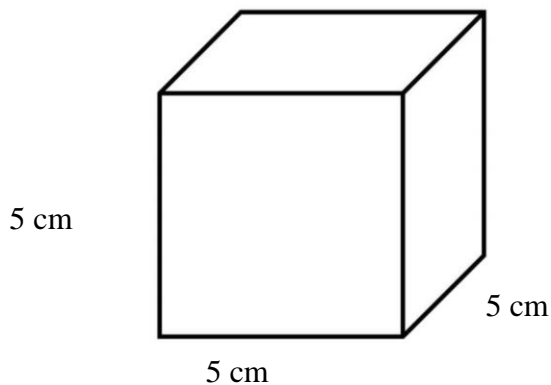
GUIA DIDÁCTICA 12

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados		
Competencias	Encuentra el valor del área en construcciones tridimensionales.		
Evidencias de aprendizaje	Identifica los elementos que componen las figuras y cuerpos geométricos		

Actividad de inicio

Construyendo sólidos.

Observa el siguiente cubo



¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el cubo? _____

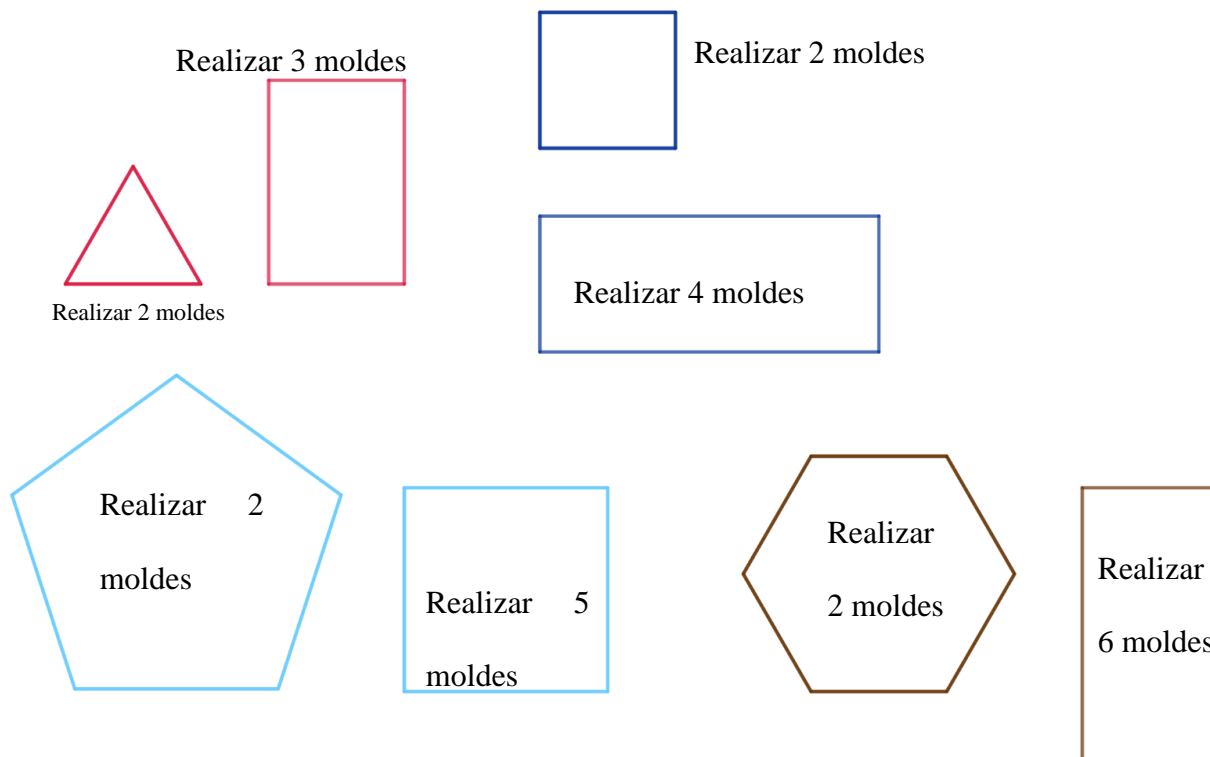
¿Cuántos vértices tiene el cubo (esquinas) _____

¿Cuántos cm^2 de cartón paja se necesitó para construir el sólido? _____

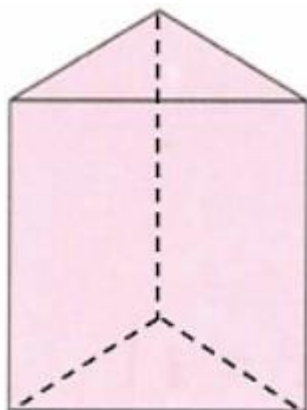
¿Cómo puedes encontrar el área de todo el sólido? _____

ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Recorte los siguientes polígonos para realizar sólidos geométricos. Utilice los polígonos que están a continuación como patrón para realizarlos sobre el cartón paja. Observe la cantidad de polígonos que debe realizar por colores.



Con las piezas rosadas realice el sólido correspondiente. Este debe quedar construido así:



¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

¿Cuál es el área de las caras del sólido? _____

¿Cuántos cm^2 de cartón paja se necesitó para construir el sólido? _____

¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

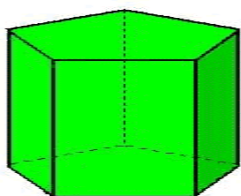
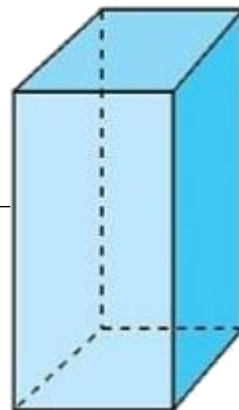
¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

¿Cuál es el área de las caras del sólido? _____

¿Cuántos cm^2 de cartón paja se necesitó para construir el sólido? _____



¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

¿Cuál es el área de las caras del sólido? _____

¿Cuántos cm^2 de cartón paja se necesitó para construir el sólido? _____

¿Cuántas caras tiene el sólido? _____

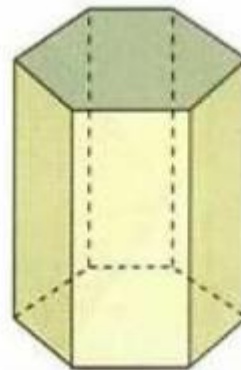
¿Qué tipo de polígonos son sus caras? _____

¿Cuántos bordes tiene el sólido? _____

¿Cuántos vértices tiene el sólido (esquinas)? _____

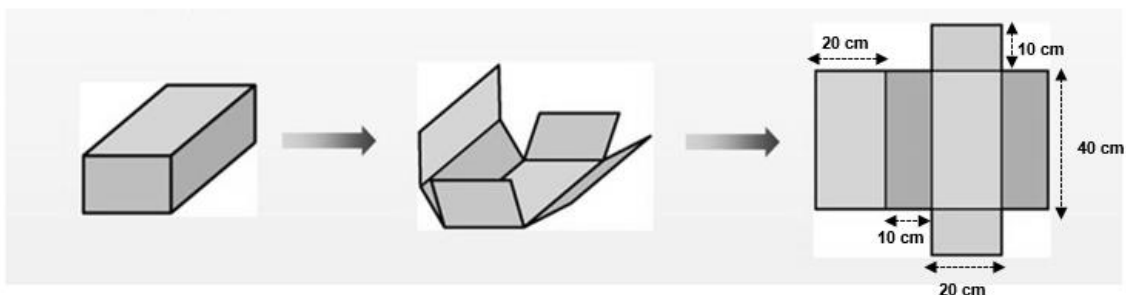
¿Cuál es el área de las caras del sólido? _____

¿Cuántos cm^2 de cartón paja se necesitó para construir el sólido? _____



ACTIVIDAD DE CIERRE

A continuación se muestra la plantilla de una caja.




¿Cuál es el área de la tapa de la caja?

¿Cuál es el área de los lados rectangulares menores?

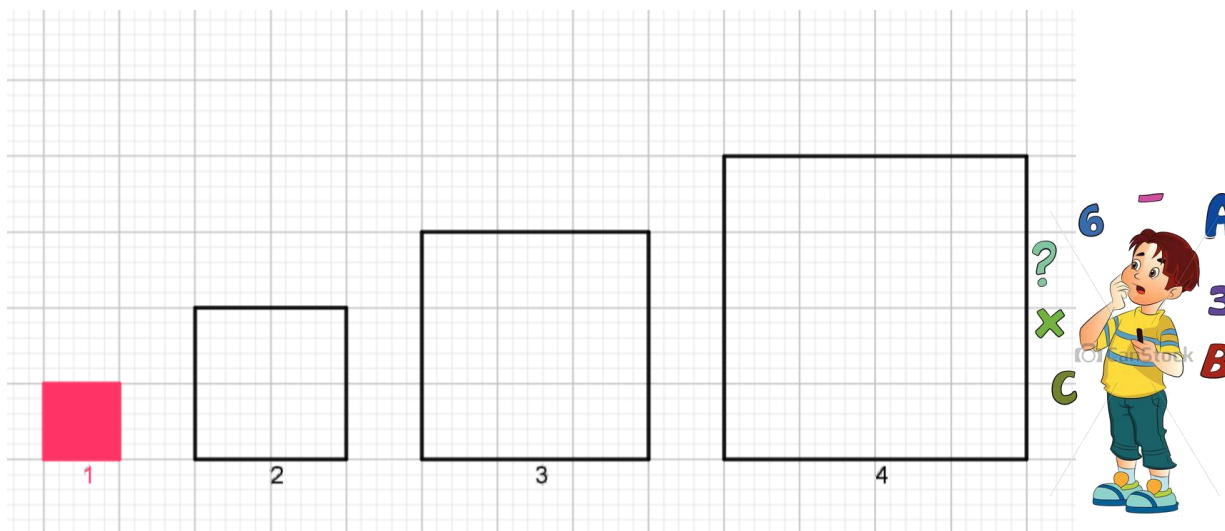
¿Cuánto cartón se necesita para elaborar una caja como ésta?

GUIA DIDÁCTICA 13

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas		
Competencias	Comprende la relación entre el área y el perímetro de un polígono		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, áreas, en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación		

Actividad de inicio

Completa la tabla con las medidas de perímetro y área de los cuadrados que aparecen a continuación



Medida de lado (cm)	Perímetro del cuadrado (cm)	Área del cuadrado (cm ²)
1		
2		
3		
4		

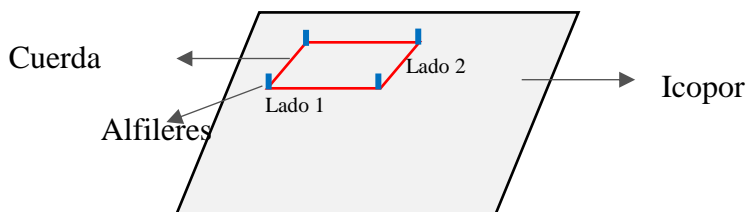
¿Qué sucede con el valor del perímetro del cuadrado si aumenta la medida del lado?

¿Qué sucede con el valor del área del cuadrado si aumenta la medida del lado?

¿Ha medida que aumenta el perímetro del cuadrado el área también aumenta?

ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Tome un trozo de cuerda de 20 cm de largo, anude los extremos y sobre el icopor, con la ayuda de alfileres, construya rectángulos con las medidas indicadas.



Complete la tabla que aparece a continuación, calculando el valor del área del rectángulo.

Lado 1 (base cm)	Lado 2 (altura cm)	Área del rectángulo (cm^2)
1		
1,5		
2		
2,5		
3		
3,5		
4		
4,5		
5		
5,5		
6		
6,5		
7		
7,5		
8		
8,5		
9		
9,5		
10		



ACTIVIDAD DE CIERRE

Responde las preguntas

¿Al aumentar el la base (lado 1) del rectángulo que sucede con la altura (lado 2)? _____

¿Si el perímetro del rectángulo es constante, el área también? _____

¿Al aumentar la base (lado 1) del rectángulo el área siempre aumenta? _____

¿Por qué ocurre esto? _____


¿Qué sucede con el área del rectángulo cuando la base (lado 1) mide más de 5 cm? _____

¿Qué valores deben tomar los lados del rectángulo para que el área sea la mayor posible? _____

¿Qué polígono se forma cuando se tiene la mayor área? _____



GUIA DIDÁCTICA 14

	INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO		
GRADO:	Sexto	ÁREA	Matemáticas
ASIGNATURA	Geometría	Unidad temática	Área de polígonos
Docente	Lady Janine Caballero Jaimes		
Estándar	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.		
Derechos básicos de aprendizaje	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades(ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas		
Competencias	Aplica el concepto de perímetro y áreas de polígonos para la solución de problemas		
Evidencias de aprendizaje	Estima la medida de longitudes, áreas, en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación		

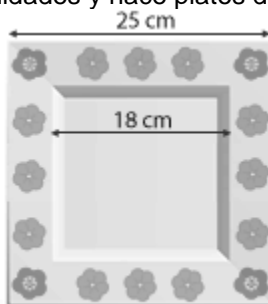
Actividad de inicio

1. Cuál es el área de un terreno cuadrado que mide 150 m de lado. Si se desea cercar el terreno con alambre ¿Cuánto alambre se necesita para encerrarlo?

Dibuja la situación y soluciona

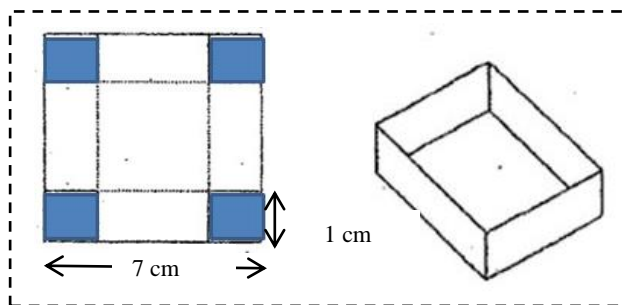
ACTIVIDAD DE DESARROLLO

1. El área de un cuadrado es $12,25 \text{ cm}^2$. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?
2. A María le encantan las manualidades y hace platos decorativos como el de la figura.



Plato Indica el área de la zona decorada con flores.

3. Para construir una caja de fósforos se toma de una lámina cuadrada de cartón delgado con las medidas que se muestran en la figura y se cortan cuatro cuadrados pequeños de igual medida de cada una de las esquinas. Así :

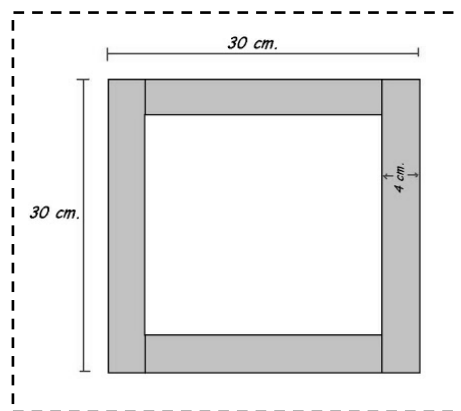


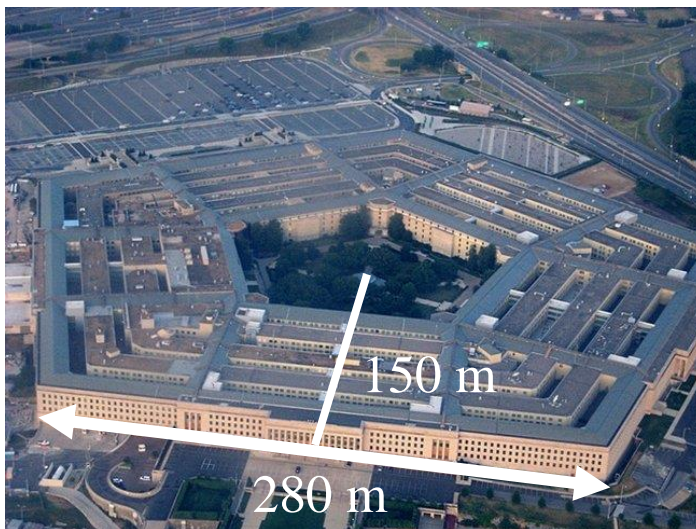
¿Cuál es el área del fondo de la caja de fósforos formada?

4. A continuación se muestra el plano de una casa de un piso cuyo lote es de forma cuadrada. Se sabe que la casa tiene 100 cm^2 . ¿Cuánto mide el lado?



5. Un porta retratos tiene las siguientes medidas como indica la figura. ¿Cuál es el tamaño máximo (medida del lado) de una foto que puede ser colocada en él?



ACTIVIDAD DE CIERRE

Cuál es el área del edificio del departamento de defensa de Estados Unidos

Análisis de experiencias exitosas

A continuación se presenta un análisis de las actividades más exitosas durante la implementación de las unidades didácticas del perímetro diario de polígonos. Esas son importantes destacar las por el impacto que han generado en los estudiantes a nivel de sus aprendizajes, habilidades y desarrollo del pensamiento geométrico.

Dentro de estas experiencias exitosas la guía número uno de identificación de polígonos cóncavos, convexos, regulares e irregulares, se destaca como una experiencia exitosa debido a que la mayoría estudiantes alcanzaron los niveles de identificación de polígonos de acuerdo

estas características. Principalmente el éxito se debió al trabajo con material concreto como cuerdas y alfileres sobre icopor, que facilitó las construcciones de manera que el estudiante podía visualizar rápidamente sea cumplía uno las condiciones para ser construidas. De allí se destaca que el estudiante fue capaz de encontrar que no todos los polígonos son posibles de construir, por ejemplo que para construir un polígono la menor cantidad de lados que de poseer son tres, que los polígonos de tres lados no pueden ser cóncavos y que todos los polígonos regulares son convexos. La generalización de estas construcciones se da a partir del uso del material, generando un dinamismo y una participación continua entre los mismos estudiantes que proponían construcciones permanentes para corroborar o no las condiciones.

Es muy importante el uso de materiales prácticos que permitieran la visualización de las condiciones de manera que el estudiante afianzaba su aprendizaje mediante el descubrimiento y mejoraba cada vez más el razonamiento a partir de las construcciones.

De manera similar se destacan la implementación de la guía didáctica número tres sobre la clasificación y tipos de triángulos.

La implementación de esa actividad fue exitosa debido al material fácil de manipular cómo son los palillos que permiten que el estudiante visualice las distintas formas de construcción de triángulos, variando la medida de los lados o de sus ángulos.

Aprendizaje es indicativo debido a que el estudiante fue capaz de comprobar que no es posible construir cualquier tipo de triángulo, que condiciones especiales para la construcción

de triángulos dependiendo de la medida de los lados y que no es posible construir triángulos equilátero sé que sea lo sus ángulos o rectángulos. Esas generalizaciones fueron posibles que el estudiante las dedujera desde la experiencia de construcción de manera que el manejo continuo del material permitían generalizar reglas acerca de la construcción de polígonos de traslados.

Esta actividad permitió el aprendizaje por descubrimiento, la interacción social entre pares y la formación del nuevo conocimiento desde el aprender hacer.

La guía número cinco sobre cálculo de perímetro en figuras compuestas se destaca como una experiencia exitosa a partir del uso de polígonos iniciales con medidas establecidas los cuales permitieron crear nuevas construcciones, en donde el estudiante debía mantener las medidas de longitud de los lados de las diferentes figuras que conformaban el nuevo polígono.

Esta actividad permitió el desarrollo del pensamiento geométrico a partir del proceso de reconfiguración en donde muchas de las piezas iniciales presentaban transformaciones de rotaciones, siendo ésta una de las mayores dificultades evidencias al inicio de la prueba diagnóstica.

De igual manera el estudiante evidenció que con una cierta cantidad de polígonos se podían realizar muchas otras figuras compuestas, en donde el valor del perímetro variaba de acuerdo a la posición que se ubicara cada uno de ellos, es decir, que utilizando unos mismos polígonos y organizándolos de manera diferente su perímetro podría aumentar o disminuir. En este aspecto se destaca también el desarrollo del pensamiento variacional.

La guía siete y doce, se destacan como actividades exitosas dado que el las construcciones de los sólidos a partir de patrones de polígonos establecidos, permitía que el estudiante los visualizara como la unión de diferentes partes planas.

Este proceso subconfiguraciones permitió que el estudiante desarrollara el pensamiento geométrico, dado que para ellos es muy difícil identificar las figuras planas que conforman los lados de un sólido geométrico.

Finalmente la guía número trece, cuyo objetivo era la lección de la relación que existe entre el valor del perímetro del área de un polígono, se destaca como una experiencia exitosa, debido a la manipulación del material concreto cuerdas, alfileres e icopor que permitían que el estudiante construyera rectángulos con perímetros constantes y descubriera que el valor del área varía dependiendo de la medida sus lados.

Esta actividad es enriquecedora porque favorece el pensamiento variación en el estudiante y la oportunidad de comprender el perímetro y el área de un polígono, como una función.

De igual manera el aprendizaje significativo dado que el estudiante construye el saber, a partir de la manipulación concreta de materiales, definiendo las características y observando cómo se presenta la variación a medida que se dan las construcciones.

A una de las anteriores actividades aportaron también al mejoramiento de la práctica docente en cuanto al estudiante fue el protagonista de su aprendizaje a partir del uso de materiales que le permitieron descubrir las características de los polígonos desde su área y su perímetro.

Igualmente favoreció el trabajo en equipo y la interacción social entre pares, de manera que los estudiantes podían argumentar y expresar sus ideas en cuanto a las construcciones a partir de la confrontación de sus argumentos mostrando así la validez de los mismos.

El aprendizaje de la geometría se dio desde la interacción con los objetos del conocimiento, permitiendo desarrollar el pensamiento geométrico desde sus tres procesos cognitivos que son la visualización, el razonamiento y las construcciones.

Capítulo 5

Conclusiones

Esta investigación ha tenido como objetivo general desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes desde los tres procesos cognitivos: la visualización, el razonamiento y la construcción.

Finalizado el proceso de investigación y una vez realizada la interpretación de cada uno de los objetivos específicos planteados como puntos iniciales en el logro del objetivo general, se tienen las siguientes conclusiones:

Es necesario realizar la caracterización de los procesos cognitivos de visualización, razonamiento y construcción en los estudiantes como punto de partida del proceso enseñanza de la geometría, con el fin de establecer cuáles son las dificultades que presenta los estudiantes en estos tres procesos de manera que el docente diseñe e implemente estrategias y actividades que permitan superar las dificultades evidenciadas y mejoren las habilidades en cada uno de estos aspectos.

Las dificultades en los tres procesos cognitivos, repercuten en la imposibilidad del estudiante para asumir procesos geométricos de mayor complejidad como: métodos demostrativos, generalización de propiedades de los objetos geométricos y comprensión de las transformaciones de elementos en las diversas dimensiones.

El diseño de unidades didácticas constituye una herramienta para que el docente transforme la práctica pedagógica. Este debe estar enmarcado en los referentes nacionales establecidos por el ministerio de educación, incorporando los referentes teóricos actuales acerca de la enseñanza de la geometría, con el fin de alcanzar las competencias básicas en el pensamiento geométrico.

En relación a la implementación de las unidades didácticas se evidencia que estas permiten que el estudiante se involucre activamente como sujetos de aprendizaje, a través de la interacción social construyendo el conocimiento de manera autónoma y participativa, transformado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La implementación de unidades didácticas constituye una herramienta fundamental para la conceptualización del perímetro y área de polígonos a partir de la medida, la adición y la comparación de unidades. Las actividades que conforman las unidades didácticas ofrecen al estudiante el desarrollo de los procesos de visualización, razonamiento y construcción, profundizando el nivel de complejidad de los mismos, desarrollando así el pensamiento geométrico.

Desde el aspecto metodológico de la investigación, la implementación de las unidades didácticas, permite al docente reflexionar continuamente sobre la práctica pedagógica, con el fin de mejorar de forma permanente los procesos de enseñanza, valorando aquellas actividades de mayor éxito en términos de aprendizaje y replanteando otras para lograr los objetivos planteados.

El diseño e implementación de unidades didácticas inciden en forma favorable en aspectos como: el ambiente de aula, el logro de aprendizaje significativo, desarrollo de competencias y mejoramiento de los resultados académicos en concordancia con el Proyecto Educativo Institucional.

En referencia a la pregunta de investigación ¿Cómo desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de sexto del instituto técnico nacional de comercio de la ciudad de Cúcuta? Se concluye que la propuesta de implementación de unidades didácticas se constituye como una herramienta que responde a la pregunta planteada. Es necesario que el docente planee, diseñe e implemente actividades que desarrollen los procesos de visualización de forma permanente, profundizando en el nivel de complejidad del mismo. Igualmente el proceso de enseñanza de la geometría debe brindar la posibilidad al estudiante de aplicar y mejorar los niveles de razonamiento. Se debe implementar en el aula de clase los procesos de construcción de objetos geométricos a través no solo de la representación de lápiz y papel sino también de otros materiales concretos que dinamicen la enseñanza y permitan al estudiante comprobar a través de estas, propiedades de dichos objetos.

Finalmente el desarrollo de esta investigación ha permitido una renovación en el diseño del currículo del área de matemáticas mediante la utilización de las unidades didácticas como herramienta para la transformación de las prácticas de enseñanza.

Recomendaciones

Desde la investigación realizada se dan las siguientes consideraciones para los próximos estudios investigativos:

Las unidades didácticas se constituyen como una herramienta para la reflexión permanente del docente y la transformación de las prácticas pedagógicas. Esta herramienta didáctica no solamente contribuyen al desarrollo el pensamiento geométrico, pueden implementarse en otras áreas del conocimiento logrando una renovación curricular en la institución educativa.

El presente estudio puede tomarse como marco de referencia para otros cuyo objetivo de investigación sea desarrollo del pensamiento geométrico, con el fin de tomar como punto de partida los resultados, las metodologías y el diseño de las unidades didácticas para ser adaptados a diferentes niveles educativos.

Es importante implementar la caracterización de los procesos cognitivos del pensamiento geométrico de manera que el docente establezca las acciones pedagógicas necesarias en las dificultades identificadas a partir de esta con el fin de obtener excelentes resultados en términos de habilidades geométricas.

Se propone incentivar el desarrollo de los tres procesos cognitivos presentes en el pensamiento geométrico: la visualización, el razonamiento y la construcción. Las prácticas docentes deben permitir el desarrollo de estos en el estudiante de manera que se profundice gradualmente su nivel de complejidad. Es necesario utilizar herramientas e instrumentos que

permitan desarrollar estos procesos cognitivos que favorecen posteriormente en la solución de problemas geométricos de mayor complejidad.

Es importante ampliar los procesos de investigativos sobre el aprendizaje y la enseñanza de la geometría a partir de los referentes teóricos existentes, para lograr la renovación curricular y la actualización en los métodos de enseñanza.

Se propone a las instituciones educativas reflexionar sobre los procesos de enseñanza de la geometría, de manera que estos no solo sean contemplados como el desarrollo de fórmulas, aprendizaje de definiciones y propiedades, sino que se planteen a partir de actividades que desarrollen y potencien los procesos cognitivos necesarios en el pensamiento geométrico.

Referencias bibliograficas

- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1, 1-10.
- Bonilla, S., Camargo, L., Castiblanco, A., y Vanegas, Y. (2002). Pensamiento espacial y sistemas geométricos. Análisis de la propuesta de estándares. En ASOCOLME, *Estándares curriculares área de matemáticas. Aportes para el análisis*. (págs. 34-42). Bogotá: Gaia.
- Cáceres, G. (2017). *El aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele mediado por el uso de geogebra, en estudiantes de séptimo grado del centro educativo rural sucre de Mutiscua, 2017*. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís J., Rodríguez, R., y Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Carr, W. y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona: Martínez Roca.
- Castellanos Espinal, I. M. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.* Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- Constitución Política Colombiana. (1991). *Asamblea Nacional Constituyente*. Bogotá, Colombia: 6 de Julio de 1991.
- Del Carmen, L. (1996). *análisis y secuenciación de los contenidos educativos*. ICE, Universidad de Barcelona: Horsori.
- Del Cid, A., Méndez, R. y Sandoval F. (2011). *Investigación, fundamentos y metodología*. México: Pearson Educación.

- Del Olmo, M., Moreno, M. y Gil, F. (1989). *Superficie y volumen ¿algo más que trabajo con fórmulas?* Madrid: Sintesis S.A.
- Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1(1), 57-74.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: kinds of representation and specific processes. En R. M. Sutherland, *Exploiting Mental Imagery with Computer in Mathematical Education* (págs. 142-157). Berlin: Springer.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. y. Mammana, *Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21 st Century* (págs. 37-51). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Elliott, J. (2000). *El cambio educativo desde la investigación acción*. Madrid: Morata.
- Fernández, J., Elortegui, N., Rodríguez, J., y Moreno, T. (1999). *¿Cómo hacer unidades didácticas innovadoras?* Sevilla: Diada Editora SL.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Galeano, J. (2015). *Diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento*. Cali: Universidad del valle.

- García, L. y Fuentes, B. (2017). *Los cuadriláteros en el marco del modelo van hiele (niveles 1 y 2), para el fortalecimiento del pensamiento espacial y geométrico de los estudiantes del grado sexto del Instituto Técnico Agrícola de convención, Norte de Santander*. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga.
- Gil, Daniel y De Guzman, Miguel. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e Innovaciones*. Madrid: Popular.
- Guzmán, d. M. (1988). *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Labor.
- Hernández, E. (2016). *Estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales*. Medellín: Universidad de Medellín.
- Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10 (2), 213-223.
- ICFES. (2016). *Informe por colegio 2016 resultados pruebas Saber 3°, 5° y 9°*. Bogotá: ICFES.
- ICFES. (2016). *Resumen ejecutivo Colombia en PISA 2015*. Bogotá: El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.
- ICFES. (2017). *Informe nacional resultados nacionales 2009, 2012-2016 Saber 3°, 5° y 9°*. Bogotá: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.
- INEE – INSTITUTO NACIONAL DE EVALUACIÓN EDUCATIVA. (2011). *TIMSS 2007: guía del usuario para la base de datos internacional. Preguntas de Ciencias y Matemáticas*. Madrid: Secretaría General técnica.
- INSTENALCO. (2017). *Proyecto Educativo Institucional*. Cúcuta: Instituto Técnico Nacional de Comercio.

- Kemmis, S. (1989). Investigación en la acción. En Husen, T. y Postlethwaite, N., *Enciclopedia Internacional de la Educación* (págs. 3330-3337). Barcelona: Vincens-vives.
- Kemmis, S. y McTaggart, T. (1988). *Como planificar la investigación acción*. Barcelona: Laertes.
- Krause, M. (1995). La investigación cualitativa: un campo de posibilidades y desafíos. *Revista temas de educación*, 7 (7),19 - 40.
- Latorre, A. (2003). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Graó.
- Lewin, k. (1946). action research an minority problems. *Journal of social issues*, 2 (4), 34-46.
- Ley N° 115. (8 de Febrero de 1994). *Ley General de Educación N° 115*. Congreso Nacional de la República. Santa Fe de Bogotá: Colombia 8 de Febrero de 1994. Obtenido de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Lincoln, Y. y Guba, E. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Beverly Hills: CA. Sage.
- Lomax, P. (1990). *Managing staff development in schools: An action research approach*. Clevedon: Multilingual Matters.
- Marmolejo Avenia, G. A. (2014). *Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2017). *Reporte de la excelencia 2017*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional .


- Monsalve, A. y Pérez, E. (2012). El diario pedagógico como herramienta para la investigación. *Itinerario educativo*, 26 (60), 117-128.
- Morales, L. (2002). las matemáticas en el antiguo Egipto. *Apuntes de historia de las matemáticas*, 1 (1), 5-13.
- Múnera, N. (2014). *Caracterización del proceso de construcción geométrica en el diseño de triángulos*. Manizales: Universidad de Caldas.
- Parra, R. (2015). *Prácticas pedagógicas para el desarrollo del componente geométrico y espacial a través del uso del software geogebra en estudiantes de séptimo grado*. Cúcuta: Universidad Francisco de Paula Santander.
- Pérez Gómez, R. (2002). *La geometría de las ideas del espacio al espacio al espacio de las ideas en el aula*. Caracas: Laboratorio Educativo.
- Polar, R. y Martín, J. (1999). El diario como instrumento para detectar problemas y hacer explícitas las concepciones. En *El diario del profesor. Un recurso para la investigación* (págs. 21-69). Sevilla: Díada Editora S. L.
- Postic, M. y De Ketele, J. (1992). *Observar las situaciones educativas*. Madrid: (Vol 61). Narcea Ediciones.
- Pring, R. (2000). *Philosophical of Educational Research*. London: Continuum.
- Prior Martínez, J., y Torregrosa Gironés, G. (2013). Razonamiento configural y procedimientos de verificación en contexto geométrico. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13 (3). 339-368.
- Ramírez Uclés, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático*. Granada: Universidad de Granada.
- Requema, M., y Sainz, P. (2009). *Didáctica de la educación infantil*. Madrid: Editex.

- Samper, C., Molina, O. y Echeverry, A. (2013). *Elementos de Geometría: aprendizaje y enseñanza de la geometría*. Bogotá: Fondo editorial de la Universidad Pedagógica Nacional.
- Silva, G. (2010). *Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Torregrosa, G. y Quesada, H. (2007, Julio). Coordinación en los procesos cognitivos en geometría. *Revista latinoamericana de investigación en Matemática educativa*, 10 (2), 275-300. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/335/33500205.pdf>.
- Torregrosa, G., Quesada, H. y Penalva, M. (2010). Razonamiento configural como coordinación de procesos de visualización. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 28 (3), 327-340.
- Vigotsky, L. (1995). *Obras escogidas, Volumen III. El desarrollo de las funciones psicológicas superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- Villani, V. (2001, Febrero). Perspectives en l'ensenyament de la geometria pel segle XXI: Documento de discusión para un estudio ICMI. *PMME-UNISON*, Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>.
- Wagman, H. G. (1975). The child's conception of area measure. En M. Roszkopf, *Children's mathematical concepts: six Piagetian studies in mathematical education* (págs. 71-110). New York: Teachers College, Columbia University.
- Zimmermann, W. y Cunningham, S. (1990). What is Mathematical Visualization? En W. y Zimmermann, *Visualization in Teaching an Mathematics* (págs. 1-8). USA: MAA series.

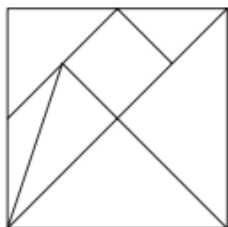
Anexos

Anexo A: Prueba de caracterización

Prueba de caracterización del pensamiento geométrico en estudiantes de sexto grado.

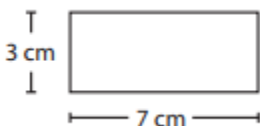
		INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO			
		DIAGNÓSTICO PENSAMIENTO GEOMÉTRICO			
ÁREA: MATEMÁTICAS		SEDE A	JORNADA	T	DOCENTE: Lady Janine Caballero Jaimes
ASIGNATURA	GEOMETRIA			PERÍODO: I	
GRADO	SEDE	A	JORNADA	T	
Objetivo de la prueba 1. Caracterizar el pensamiento geométrico a partir de los procesos cognitivos de los estudiantes de sexto H del Instituto Técnico Nacional de Comercio.					
NOMBRE:					

1. Este cuadrado está cortado en 7 trozos. Coloque una X en cada uno de los 2 triángulos que tengan el mismo tamaño y la misma forma.



y la misma forma.

2. ¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?



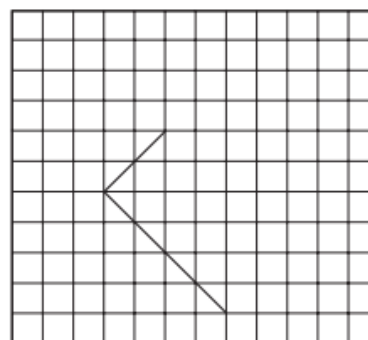
- A. 7 cm B. 10 cm
C. 20 cm D. 21 cm

3. Cuántas baldosas triangulares negras son necesarias para construir la figura 1

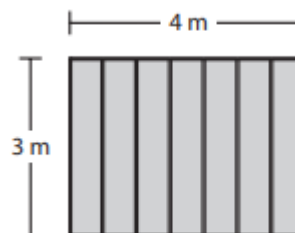


Respuesta: _____

4. Aquí están dibujados dos lados de un rectángulo. Dibuje los otros dos lados.



5. Borja está un lado de una valla de madera. La valla mide 4 metros de longitud y 3 metros de altura. ¿Cuál es el área que tiene que pintar Borja?.



- A. 4 centímetros cuadrados
B. 7 centímetros cuadrados
C. 12 centímetros cuadrados
D. 14 centímetros cuadrados

6. A continuación se muestran dos figuras, describe un aspecto en el que sean iguales y un aspecto en el que sean distintas.



A. Iguales

B. Distintas

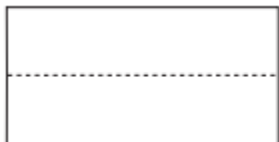
7. El hombre del dibujo mide 2 metros de altura. Calcula la altura del árbol.



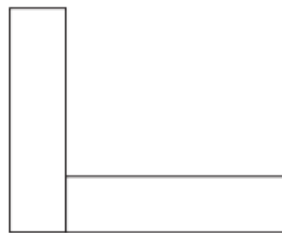
A. 4m
C. 8 m

B. 6 m
D. 10 m

8. Julia tenía un trozo de papel rectangular



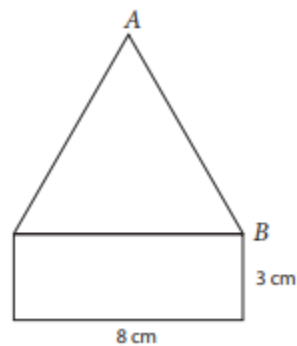
Cortó el papel a lo largo de la línea de puntos e hizo una figura en forma de L como ésta.



¿Cuál de las siguientes frases es verdadera?

- A. El área de la figura en forma de L es mayor que el área del rectángulo.
B. El área de la figura en forma de L es igual que el área del rectángulo.
C. El área de la figura en forma de L es menor que el área del rectángulo.
D. No se puede averiguar qué área es mayor sin medirlas.

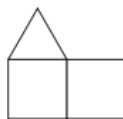
9. Esta figura está formada por un rectángulo y un triángulo con los tres lados iguales. ¿Cuál es la longitud, en centímetros, del lado AB?



A. 8
C. 10

B. 9
D. 11

10. Sara, Cintia y Malena colocan, por turnos, 3 baldosas. Cada una coloca las baldosas de una forma diferente, tal y como se muestra.



Sara



Cintia



Malena

¿Cuál de las siguientes frases sobre el área de las figuras resultantes es la verdadera?

- A. La figura de Sara tiene un área mayor que las otras
- B. La figura de Cintia tiene un área mayor que las otras
- C. La figura de Malena tiene un área mayor que las otras
- D. Todas las figuras tienen la misma área.

11. .

Carlos tiene montones de baldosas como ésta:



Walter tiene montones de baldosas como ésta:



Ahmed tiene montones de baldosas como ésta:



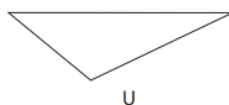
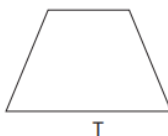
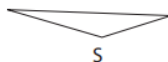
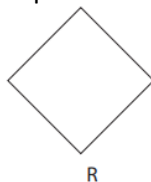
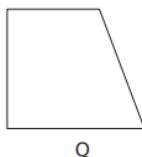
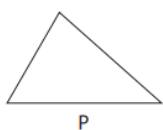
Miguel tiene montones de baldosas como ésta:



¿Cuál de ellos necesitaría el menor número para cubrir el suelo de un salón con sus baldosas?

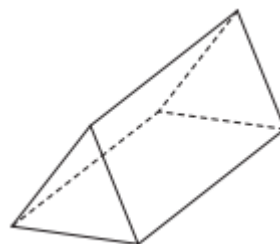
- A. Carlos
- B. Walter
- C. Ahmed
- D. Miguel

12. Escribe las letras de todas las figuras que sean triángulos.

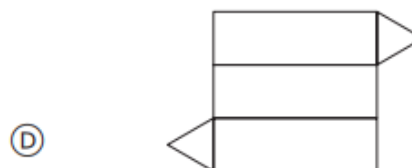
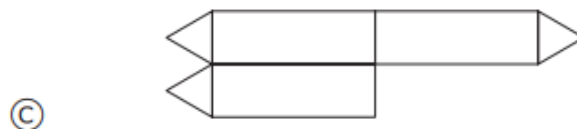
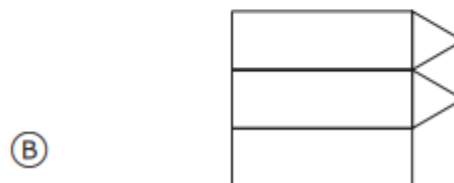
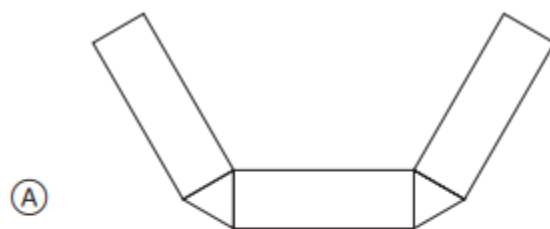


Respuesta: _____

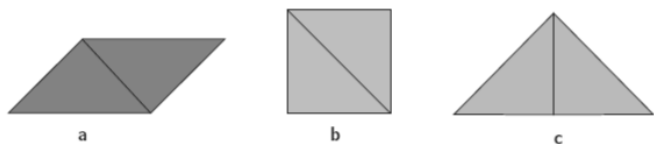
13.



¿Cuál de los siguientes recortables podría doblarse para formar una figura en 3 dimensiones como la de arriba?

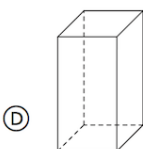
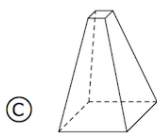
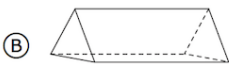
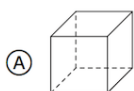
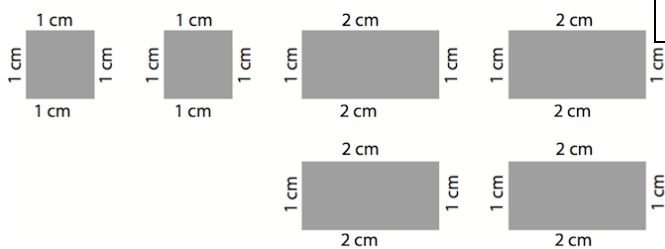


14. Con dos triángulos iguales se pueden formar estas tres figuras. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es la correcta?

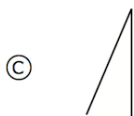
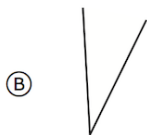


- A. Las tres figuras tienen igual perímetro
- B. Las figuras a y b tienen igual perímetro
- C. Las tres figuras tienen la misma área
- D. Las figuras a y c tienen distinto perímetro

15. Susana tiene las 6 piezas de cartón que se muestran arriba. ¿Cuál de las siguientes figuras podría construir Susana utilizando todas estas 6 piezas sin cortarlas?



16. Uno de estos ángulos es un ángulo recto. ¿Cuál de ellos?





Hoja de respuestas

Responda en esta hoja las preguntas con selección múltiple de única respuesta.

	2	5	7	8	9
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	10	11	13	14	15
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Anexo B: Consentimiento informado a rector

	<p>UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, HUMANIDADES Y ARTE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p> <hr/> <p>INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO CUCUTA</p>	 <p align="center">DANE: 154001000010</p>
---	---	---

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Cordial saludo,

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto de investigación que será desarrollado en el marco del programa “Becas para la Excelencia Docente” del Ministerio de Educación Nacional; bajo el título **UNIDADES DIDÁCTICAS DE PERÍMETRO Y ÁREA DE POLÍGONOS COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DEL INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO CÚCUTA, NORTE DE SANTANDER** y a su vez solicitar aprobación para que se brinden los espacios y apoyos necesarios para la implementación del mismo, con el fin de obtener el mejoramiento educativo institucional.

El estudio estará bajo la orientación de la docente **LADY JANINE CABALLERO JAIMES** identificada con c.c. 27603761 de Cúcuta, estudiante de la maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Esta investigación se lleva a cabo desde el año 2017 y durante el presente año implementarán talleres pedagógicos, prueba diagnóstica, guías didácticas y seguimiento a la aplicación de unidades didáctica con el fin de fortalecer el pensamiento geométrico en los estudiantes del grado sexto H.

Con la firma de este consentimiento Usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Aceptación del desarrollo de este proyecto de investigación para fortalecer y mejorar los procesos académicos institucionales.
2. Brindar los espacios institucionales necesarios para la aplicación del proyecto investigativo.

3. Permitir la divulgación de resultados, hallazgos e impactos que genere el proyecto de investigación para mejorar la calidad educativa en el área de matemáticas.
4. Autorizar las fotografías y videos tomados durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.
5. Permitir la socialización e implementación del colectivo docente por parte de las docentes participantes del programa de formación de Becas de Excelencia docente.

La aplicación de las unidades didácticas contará con **TOTAL CONFIDENCIALIDAD**, solo será de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y serán utilizados como insumo para contribuir a un mejor desarrollo de los procesos académicos de la institución.

Como representante legal de la institución educativa me comprometo a:

Apoyar y brindar los espacios necesarios para el desarrollo del proceso de investigación.

Solicitar información a la responsable del proyecto ante cualquier inquietud que se genere durante la realización del proyecto.



NOTA ACLARATORIA.

La realización de este proyecto NO genera riesgos, costos, ni efectos indeseados, al contrario la institución educativa se beneficiará en el **MEJORAMIENTO DEL DESARROLLO PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DE LOS ESTUDIANTES** de manera que se eleven los niveles de los resultados institucionales.

En conformidad a lo planteado anteriormente

MG. ZÓCIMO RAMÍREZ MANTILLA
Rector Instituto Técnico Nacional de Comercio

Anexo C: Consentimiento informado a padres de familia

	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, HUMANIDADES Y ARTE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN <hr/> INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO CUCUTA	 DANE: 154001000010
---	--	---

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Cordial saludo,

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto de investigación que será desarrollado en el marco del programa “Becas para la Excelencia Docente” del Ministerio de Educación Nacional; bajo el título **UNIDADES DIDÁCTICAS DE PERÍMETRO Y ÁREA DE POLÍGONOS COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DEL INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO CÚCUTA, NORTE DE SANTANDER**; y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a _____ participe en la implementación del mismo.

El estudio estará bajo la orientación de la docente **LADY JANINE CABALLERO JAIMES**, estudiante de la maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Durante el presente año y el siguiente se implementarán talleres pedagógicos, prueba diagnóstica, guías didácticas y seguimiento a la aplicación de la unidad didáctica con el fin de fortalecer el pensamiento geométrico en los estudiantes del grado sexto H.

Con la firma de este consentimiento Usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

6. Observación y registro ANÓNIMO de algunos pre-saberes propios de la edad de los niños en el área del lenguaje.
7. Aplicación de un cuestionario para caracterizar el pensamiento geométrico del estudiante.
8. Implementación de estrategias pedagógicas para fortalecer el pensamiento geométrico del estudiante.
9. Las fotografías y videos tomados de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

La aplicación de las unidades didáctica contarán con **TOTAL CONFIDENCIALIDAD**, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y serán utilizados como insumo para contribuir a un mejor desarrollo de los procesos escolares de su hijo(a).

Como Padre de Familia o acudiente me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Solicitar información a la responsable del proyecto ante cualquier inquietud que se genere durante la realización del proyecto.

NOTA ACLARATORIA.

Participar en el proyecto NO genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para Usted ni para los niños y niñas, al contrario obtendrá como beneficio el acompañamiento para UN MEJOR DEARROLLO PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DE LOS ESTUDIANTES.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo del acudiente: _____

Teléfono de contacto y/o correo electrónico: _____

Firma c.c.

Anexo D: Formato diario pedagógico



INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO
 Licencia de Funcionamiento de carácter oficial
 Según resolución N° 000707 del 27 de Abril de 2009
 Secretaría de Educación Municipal
 DANE154001000010 NIT 890.501.113-3

Fecha: _____
 Tema: _____

Grado 6 H

Área / asignatura: Matemáticas / geometría

AMPLIACIÓN O CATEGORÍAS	OBSERVACIÓN	ANÁLISIS

AMPLIACIÓN O CATEGORÍAS	OBSERVACIÓN	ANÁLISIS
		REFLEXIÓN

Anexo E: Rejilla de observación



INSTITUTO TÉCNICO NACIONAL DE COMERCIO
 Licencia de Funcionamiento de carácter oficial
 Según resolución N° 000707 del 27 de Abril de 2009
 Secretaría de Educación Municipal
 DANE154001000010 NIT 890.501.113-3

Rejilla de evaluación implementación de guía didáctica			
Asignatura		Fecha	
Grado		Duración de la clase	
Unidad temática		Número de guía didáctica	

Categorías	Subcategorías	Aspectos a evaluar	Si	No	Observaciones
		Descriptorios			
unidad didáctica	Planeación de las actividades	Las actividades presentadas por el docente despiertan el interés de los estudiantes			
		Las actividades planeadas permiten la participación e interacción de los estudiantes			
		Las actividades planeadas requieren de diversas estrategias para ser desarrolladas.			
		Las actividades planeadas son pertinentes para la población.			
		Las actividades planteadas favorecen la construcción de conocimiento en términos de objetivos de aprendizaje.			
		las actividades planeadas cuentan con materiales para su ejecución			
	Ejecución de actividades	Las actividades propuestas por el docente cuentan con el tiempo necesario para realizarlas.			
		Las actividades ejecutadas propician el trabajo colaborativo			
		Los estudiantes cuentan con los materiales necesarios para ejecutar las actividades			
		Las instrucciones de las actividades son claras para su ejecución			
		Al ejecutar las actividades propuestas por el docente se favorece la concentración en la misma.			
		Las actividades ejecutadas responden a la estrategia pedagógica planteada			
	Resultados de las actividades	Se evidencia la elaboración total de las actividades propuestas por el docente			
		Los resultados obtenidos de las actividades permiten el análisis y reflexión para mejorar las mismas.			

Reflexión

Fortalezas	Dificultades	Sugerencias