Estrategias lúdicas para la enseñanza de la suma algebraica, operaciones con enteros y la Recta Numérica en los estudiantes de 4º grado de la escuela primaria que garanticen la identificación del Sistema de Numeración Decimal

César Iván Tinoco Torres

Trabajo de grado para optar al título de:

Magister en Tecnología Educativa y
Medios Innovadores para la Educación

M.T.E. Aurora Graciela Canet Álvarez
Asesor tutor

Dra. María José Torres Hernández
Asesor titular:

TECNOLÓGICO DE MONTERREY
Escuela de Graduados en Educación
Monterrey, Nuevo León. México

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
Facultad de Educación
Bucaramanga, Santander. Colombia

2014

Dedicatorias

A los niños de Fusagasugá:

Por quienes siento un enorme aprecio y con quienes comparto su alegría cada vez que aprendemos en el ejercicio de la matemática y el juego.

Agradecimientos

A todos aquellos estudiantes de la Universidad de Cundinamarca que durante 4 años me permitieron indagar sobre las dificultades en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas y así orientar algunos de los objetivos de esta investigación.

A todos los estudiantes del Colegio Departamental Talauta del municipio de El Peñón en el departamento de Cundinamarca, ubicado en una zona de difícil acceso y en condiciones de pobreza extrema, quienes me permitieron realizar un primer acercamiento a las dificultades que se encuentra en el aprendizaje de las matemáticas tanto en la escuela secundaria como en la universidad.

A los estudiantes, profesores y padres de familia de la escuela Antonia Santos de la Institución Educativa Municipal Manuel Humberto Cárdenas Vélez del municipio de Fusagasugá Cundinamarca, quienes permitieron hacer la prueba de campo de la presente investigación.

A la Dra. María José Torres y Mtra. Graciela Canet por su paciencia y orientación a lo largo de dos semestres para la construcción de este documento.

Estrategias lúdicas para la enseñanza de la suma algebraica, operaciones con enteros y la Recta Numérica en los estudiantes de 4º grado de la escuela primaria que garanticen la identificación del Sistema de Numeración Decimal

Resumen

El presente trabajo de investigación se realizó con estudiantes de 4º grado de la escuela pública Antonia Santos del municipio de Fusagasugá departamento de Cundinamarca - Colombia, permitió mostrar que es posible enseñar los conceptos de suma algebraica y manipulación de números enteros a los niños y niñas de 4º grado de educación básica primaria a partir de propuestas lúdicas que garanticen el reconocimiento del Sistema de Numeración Decimal y la interpretación del número en la Recta Numérica como base para adquisición posterior de conceptos matemáticos tan importantes como: suma algebraica, distancia, posición, valor absoluto y operaciones con números enteros sobre la recta numérica, entre otros. El tipo de investigación fue cuantitativa, pues describe y explica fenómenos que contribuyen a construcción de conceptos matemáticos a partir de estrategias lúdicas. La investigación está delimitada y sus observaciones soportadas en datos numéricos, se encuentra en un contexto independiente sin rechazo de la comunidad y como experiencia única que garantiza el aprendizaje de las operaciones sobre los números enteros en edades tempranas, usando estrategias lúdicas acorde con las edades de los niños de la escuela primaria.

Índice

Índice de figuras

Índice de tablas

1. Planteamiento del Problema

A lo largo de mi experiencia como docente de matemáticas en los diferentes niveles de educación, tanto básica como universitaria, evidenciando que a los estudiantes se les dificulta la manipulación de operaciones aritméticas y que estas dificultades crecen y se fortalecen en los cursos posteriores. Investigué durante 6 años por qué es tan complicado superar el problema de la suma algebraica, el reconocimiento de la recta numérica y el sistema de numeración decimal. Concluí que algunos de los elementos que contribuyen a esta dificultad son el desconocimiento del signo en los números y su identificación en la recta numérica, además de la poca interpretación o reconocimiento en la construcción del sistema de numeración decimal. (Apéndice N).

Este trabajo está orientado por la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo implementar las nociones de números enteros y sus operaciones básicas en los estudiantes de cuarto grado en la escuela básica primaria Antonia Santos del municipio de Fusagasugá, usando el juego como estrategia de aprendizaje de manera que garanticen el reconocimiento de la suma algebraica y la construcción del Sistema de Numeración Decimal en las clases de matemáticas?

La pregunta de investigación planteada, busca mostrar la importancia del juego en la construcción de las nociones matemáticas sobre los números enteros y la construcción del sistema de numeración decimal en la escuela básica primaria, presentando una nueva alternativa de enseñanza y así garantizar mejores niveles de formación académica, personal y social (el juego como estrategia para recrear escenarios de la vida social) con miras a preparar ciudadanos capaces de evaluar y proponer soluciones a los problemas de su entorno.

La premisa de esta investigación está enmarcada por el juego como estrategia de aprendizaje para contribuir al fortalecimiento de las operaciones sobre números enteros y el desarrollo de la creatividad en los estudiantes de cuarto grado de la escuela básica primaria.

1.1. Antecedentes

Las evaluaciones que se hacen a los estudiantes de la escuela básica primaria en el marco de las Pruebas Saber en Colombia, arrojan resultados que indican el bajo nivel de conocimientos matemáticos de los niños del país y en especial, de nuestro municipio.

Recorriendo las diferentes escuelas del municipio de Fusagasugá y observando cuadernos de los estudiantes, es evidente un estancamiento en las propuestas curriculares y didácticas cuando se enseñan las nociones básicas de matemáticas.

Los niveles académicos de los profesores de primaria en el área de las matemáticas parecen no ser los adecuados de acuerdo a la importancia del área como fundamento científico en la construcción de pensamiento.

En la mayoría de cursos de enseñanza básica primaria y básica secundaria, el estudio de las matemáticas tiende a ser lineal, lo que implica una cadena de conocimientos rígida y secuencial, creando la dificultad de que si alguno de sus eslabones no funciona correctamente, la cadena se rompe de manera inevitable, generando graves problemas conceptuales y actitudinales en los estudiantes;

conceptuales, pues no cumplirá los requisitos para comprender un tema futuro, y actitudinales, pues iniciará un proceso en el que creerá que las matemáticas son aburridas, difíciles de aprender y que él no puede superar.

Muchos docentes no se han apropiado de los alcances que tiene el uso de los juegos en la enseñanza de las matemáticas, evidencia de esto es que las tareas que proponen, no difieren significativamente con el paso del tiempo, al parecer, algunos de ellos no son muy amigos de buscar nuevas estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Revisando los cuadernos de los estudiantes se observa que en la gran mayoría de casos, la estrategia es hacer planas resolviendo ejercicios repetitivos para dominar un algoritmo y no un concepto.

Los padres de familia exigen a sus hijos aprender matemáticas porque creen que son importantes para la vida, sin embargo, en la cotidianidad del mundo del adulto no lo ha sido, esto significa que creen en su importancia, pero no saben por qué.

En la institución donde se adelantó esta investigación no se han realizado experiencias similares y mucho menos en el área de matemáticas, los profesores hacen esfuerzos por orientar la asignatura de matemáticas pero tienen dificultades pues muy pocos son licenciados en áreas de las ciencias exactas.

Esta investigación es el resultado de diferentes análisis sobre las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas. En el año 2002, como docente de matemáticas de la Universidad de Cundinamarca del municipio de Fusagasugá, realicé un rastreo para averiguar cuáles eran las principales dificultades matemáticas que tenían los estudiantes de los diferentes programas en su desempeño desde el primer semestre cursado. La indagación se adelantó durante 8 semestres consecutivos realizando pruebas de entrada a los estudiantes que ingresaban a la universidad y recolectando datos que permitieron conclusiones interesantes, (apéndice) las cuales fueron corroboradas con los profesores de la Universidad y todos los docentes de matemáticas de la escuela básica primaria y secundaria del municipio. Se pudo corroborar a partir de los resultados de las pruebas aplicadas y de los diferentes talleres desarrollados, (apéndice M) que efectivamente los estudiantes que ingresan a primera semestre a la Universidad tienen vacíos conceptuales muy fuertes cuyo origen está en los conocimientos impartidos en la escuela básica primaria o el preescolar.

Se propuso el uso del juego como estrategia de aprendizaje de las matemáticas, para ayudar a subsanar falencias de este tipo, pero era necesario identificar cuáles eran las "principales dificultades", así que se dio inicio a un trabajo investigativo en la Institución Educativa Departamental Talauta para identificarlas. Se concibieron algunos juegos que ayudaron a superar las dificultades encontradas, esta investigación es el resultado de la aplicación de dichos juegos y su verificación para determinar su validez.

1.2. Definición del problema

Tema general:	Educación
Tema específico:	Educación en matemáticas
Tema enfocado 1:	Dificultades de la enseñanza aprendizaje de las nociones básicas de la matemática en la escuela primaria.
Tema enfocado 2:	Estrategias lúdicas para la enseñanza de la suma algebraica, operaciones con enteros y la Recta Numérica en los

estudiantes de 4º grado de la escuela primaria que garanticen la identificación del Sistema de Numeración Decimal

1.2.1. Pregunta de investigación.

¿Cómo implementar las nociones de números enteros y sus operaciones básicas en los estudiantes de cuarto grado en la escuela básica primaria Antonia Santos del municipio de Fusagasugá, usando el juego como estrategia de aprendizaje de manera que garanticen el reconocimiento de la suma algebraica y la construcción del Sistema de Numeración Decimal en las clases de matemáticas?

1.3 Objetivos de investigación

1.3.1. Objetivo general.

Implementar el juego como estrategia de aprendizaje en las clases de matemáticas de la escuela primaria, recreando las nociones básicas de operaciones con números enteros, su identificación en la recta numérica y la construcción del Sistema de Numeración Decimal, que ayuden al fortalecimiento de las nociones matemáticas básica incentivando la creatividad de los niños de la escuela Antonia Santos del municipio de Fusagasugá - Colombia.

1.3.2. Objetivos específicos.

Diseñar e implementar instrumentos didácticos que permitan la comprensión de las nociones de suma algebraica como una operación cuyo determinante es el signo, usando diversas estrategias que garanticen que el estudiante cree reglas de juego (desarrollo de la creatividad) basado en dichos conceptos.

Diseñar e implementar instrumentos didácticos que permitan la reconstrucción (desarrollo de la creatividad) y comprensión de las nociones del Sistema de Numeración Decimal.

Construir e implementar instrumentos didácticos que recreen las nociones matemáticas básicas como posición, sentido, valor absoluto e intervalo y fomente la construcción de reglas particulares a partir de nociones matemáticas.

1.4. Hipótesis de la investigación.

Las prácticas educativas de los maestros de Educación Básica Primaria en el área de matemáticas están atadas al pasado, su didácticas y contenidos son el reflejo de lo que aprendieron cuando estudiaban dicha asignatura o se limitan a seguir linealmente los contenidos de un libro de texto que, en un gran número de casos, no eligen ellos, además no muestran un avance acorde con los desarrollos científicos, tecnológicos y pedagógicos de la época actual.

Es posible cambiar las prácticas pedagógicas en matemáticas, orientadas en el juego como estrategia de aprendizaje y solución de problemas, vinculado al contexto del estudiante, guiado por contenidos que permitan avanzar y preparar al estudiante para eventos académicos futuros, fortaleciendo el desarrollo de su creatividad.

Muchas de las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas radican en la carencia de conceptos claros y acordes a la realidad del estudiante, se cree que se manipula un concepto cuando un estudiante ha recitado de memoria una definición o es experto en la elaboración de ejercicios repetitivos, esto se puede evidenciar revisando los cuadernos de los estudiantes los cuales están colmados de planas y más planas.

Es necesario afianzar los conceptos a partir de nociones construidas en clase preferiblemente usando el juego como estrategia de aprendizaje, pues el juego es el mejor escenario para el desarrollo de la creatividad. Los conceptos matemáticos están construidos a partir de su desarrollo histórico, y están soportados en una cadena secuencial de nociones, lo que significa que un concepto débil al inicio de la cadena es más relevante que al final de la misma. De ahí la relevancia de construir estrategias para el fortalecimiento de las nociones básicas de la matemática en los primeros años de educación.

La importancia histórica del los números con signo, en particular del número negativo "es el resultado de la cuantificación de ciertos cambios en las medidas de una magnitud, o de la medida relativa de una magnitud con respecto a un punto de referencia, identificado con el cero. (Construcción de la Recta Numérica) Este paso de los números naturales a los números enteros positivos y negativos (con el cero como entero) y a los números racionales positivos y negativos (con el cero como racional) no sólo amplía el concepto de número, sino que también obliga a cambios conceptuales en las operaciones y las relaciones entre ellos, configurando así sistemas numéricos diferentes". (MEN 1998)

1.5. Justificación de la investigación.

¿Por qué es importante llevar a cabo esta investigación?

Algunos de los principales dolores de cabeza de los padres de familia, en lo que tiene que ver con los resultados académicos de sus hijos, son las matemáticas y la lectura.

Existe apatía en el aula de clase cuando se aborda el estudio de las matemáticas, esto se debe principalmente a que los estudiantes no la entienden, pero ¿por qué no la entienden?

Existen vacíos conceptuales muy fuertes y, al ser la matemática una ciencia en cuyo estudio se exige rigurosidad, dichos vacíos crecen con el paso de los días.

Se ha dado prioridad a la práctica algorítmica sobre la conceptual.

Se desconocen o no se ponen en práctica, alternativas didácticas para fomentar la enseñanza de las matemáticas limitando la creatividad de los niños.

Se cree que basta con manipular los algoritmos de suma, resta, multiplicación y división para ser profesor de matemáticas en la escuela primaria.

No se usan los recursos tecnológicos disponibles para motivar el aprendizaje de los conceptos matemáticos y no se usan estrategias creativas que vinculen la tecnología disponible.

La lúdica no hace parte de las prácticas tradicionales en las clases de matemáticas, precisamente porque su enfoque es instrumental, mecánico y centrado exageradamente en la manipulación del algoritmo para la resolución de ejercicios.

El juego como estrategia mediadora del aprendizaje es necesario para “incorporar en los procesos de formación de los educandos una visión de las matemáticas como actividad humana culturalmente mediada y de incidencia en la vida social, cultural y política de los ciudadanos" (MEN, 1998)

Durante varios años se indagó sobre cuáles podrían ser las principales dificultades matemáticas de los estudiantes cuando ingresan a la educación universitaria, para ello, se construyó un conjunto de preguntas clave acerca de nociones fundamentales y básicas de la matemática. Dicho test se aplicó durante 6 semestres continuos a jóvenes de diferentes programas en la Universidad de Cundinamarca (UDEC), los resultados fueron relevantes (apéndice N), y se publicaron en la revista "Fractalmente" de la UDEC (Fractalmente, 2004, p. 48). Lo lamentable de estos resultados no es que el 80% de los estudiantes perdían el test, sino que las preguntas que se hacían correspondían a nociones y conceptos básicos de la aritmética y la geometría.

A partir de ese momento y luego de 3 años seguidos de indagaciones que se profundizaban en los parciales de clase, se realizó reunión con los docentes que orientan matemáticas en el municipio en las diferentes Unidades Educativas Municipales, se planteó el problema sustentado en los resultados mencionados y casi todos coincidieron en manifestar que el problema radicaba en que "venían mal preparados de la escuela primaria". Se decidió entonces realizar otra reunión con los profesores de las 59 escuelas del municipio, y al plantear el problema la mayoría respondió, "es que vienen mal preparados del preescolar". Fue entonces cuando se resolvió rastrear en el aula de clase cuáles podrían ser las principales dificultades para el aprendizaje de las matemáticas, era evidente que ellas se encontraban en la formación básica.

Como docente de primaria y secundaria al colegio Departamental Talauta, continué la indagación. El colegio tiene anexas 16 escuelas muy distantes unas de otras y se encuentra ubicado en una zona rural de escasos recursos. Como docente y director del área de matemáticas, durante un año se diseñaron diferentes pruebas que permitieron identificar las principales dificultades de los estudiantes de la escuela primaria y secundaria en el aprendizaje de las matemáticas.

Se diseñaron algunos aplicativos multimedia y se creó una base de datos que permitió analizar los resultados de las pruebas y guías de clase realizadas durante 18 meses. (Apéndices N y M)

Los resultados evidenciaban falencias en 5 aspectos fundamentales:

1- Hay un fuerte desconocimiento del Sistema de Numeración Decimal.

2- No se identifica el signo como parte integral del número, se asocia exclusivamente a una operación, suma o resta.

3- El concepto de unidad está asociado exclusivamente al uno y no al 100%.

4- Se cree que un número racional (conocido por lo estudiantes como quebrado) son dos números y no uno sólo.

5- No se identifican los números en la Recta Numérica dificultando interpretación y reconocimiento de su magnitud.

Al regresar a Fusagasugá, se decidió construir aplicativos computacionales y juegos que permitieran abordar esos conceptos de otra forma, así surgió el Parquemático en sus diferentes versiones, y es para probar su eficacia que se adelantó esta investigación.

1.5.1. Conveniencia.

Se pretende que los resultados de la presente investigación ofrezcan referentes a la comunidad educativa sobre prácticas eficaces en relación con una nueva formación matemática de nuestros estudiantes, que también contribuya al desarrollo de la creatividad.

Este análisis permitirá aclarar que solamente después de haber comprendido el concepto, es adecuado presentar al alumnado el símbolo que lo representa y que empiece a practicar para alcanzar el dominio de los mecanismos que rigen su representación simbólica. En ningún caso se dará por conocido y dominado un concepto, propiedad o relación matemática por el hecho de haber logrado presentar el alumnado el dominio mecánico de su simbología, que es la forma tradicional de enseñanza, se debe recuperar el concepto como eje de la formación matemática.

1.5.2. Relevancia social.

Las conclusiones y aportes de esta investigación serán importantes para la sociedad pues ayudarán a entender mejor la construcción de contenidos matemáticos y su implementación a través de juegos al alcance de toda la comunidad educativa.

Además, las estrategias planteadas con el juego vinculan a la familia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

1.5.3. Implicaciones prácticas.

Se aportan recomendaciones para una nueva presentación curricular de los contenidos matemáticos de la escuela primaria abordando las operaciones básicas de forma diferente a la tradicional, estimulando la creatividad en la construcción de contenidos educativos y acorde con los desarrollos alcanzados por los estudiantes y sus propuestas e inquietudes.

Además, se plantea la vinculación de la comunidad educativa en la formación del estudiante, y en especial, en la formación matemática entendida como "actividad social y, también, como actividad científica, donde cada individuo del entorno social, ha de lograr competencia en el manejo de los sistemas de representación matemáticos y en sus operaciones" (Rico, p. 40. 1999)

1.5.4. Valor teórico.

La investigación realizada ayuda a replantear las propuestas didácticas actuales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria y presenta una alternativa creativa para la inclusión de nuevas estrategias en la construcción de los conceptos señalados. Aporta al fortalecimiento de la creatividad en los niños de la escuela, entendiendo ésta como "el conjunto de capacidades y disposiciones de naturaleza cognitivo-afectiva que hacen que una persona produzca con frecuencia productos creativos, proceso en el que intervienen las formas de representación y simbolización y la capacidad para resolución de problemas, como los resultados con los cuales el hombre se reafirma y estructura, genera cultura y transforma el entorno" (Bernal y otros, 2006)

1.5.5. Utilidad metodológica.

Los instrumentos didácticos diseñados e implementados junto con las estadísticas de uso y utilidad, contribuyen como propuestas didácticas para la construcción de guías de clase, ejercicios, instrumentos de verificación y evaluación, además de los juegos y estrategias lúdicas generadas en el desarrollo de la investigación.

Es importante aceptar que la formación en matemáticas requiere que el estudiante piense matemáticamente, y no únicamente que resuelva ejercicios usando la matemática, se enseña matemática cuando el proceso de pensamiento acepta los lineamientos de la disciplina, es decir, como lo plantea Rico y otros: “La educación matemática se refiere a la actividad intencional mediante la que se lleva a cabo la construcción, comprensión, transmisión y valoración del conocimiento matemático” (Rico y otros, 1999)

1.5.6. Viabilidad.

La investigación es viable ya que se tiene acceso a un centro educativo que permite la implementación, evaluación, verificación y seguimiento de las actividades que se deriven de las propuestas metodológicas y prácticas, sin descuidar los lineamientos curriculares mínimos exigidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

1.5.7. Beneficios esperados.

La presente investigación beneficia a docentes y estudiantes del área de la matemática por sus aportes a la didáctica de su enseñanza, ofrece herramientas lúdicas que permite su aprendizaje estimulando la creatividad, muestra un enfoque diferente para abordar nociones básicas, indicando conceptos unificados que tradicionalmente se enseñan por separado y abordando los conceptos de número entero y racional, desde el primer año de la escuela primaria. Otro aporte es que los estudiantes asuman el concepto del signo como propio del número, indicando el sentido de su ubicación y distinguiéndolo de la operación que se proponga. Todo lo anterior propone una alternativa metodológica diferente a la tradicional.

Se espera que los profesores que participaron el ejercicio de implementación de los juegos propuestos aprecien la experiencia lúdica y formativa en el uso de los instrumentos diseñados, entendiendo la formación de profesores como "proceso interactivo (inmerso en un contexto social, organizativo, cultural...), básicamente entre formadores y estudiantes" de acuerdo a lo citado por Nuria y otros en el trabajo: Didáctica de la matemática. (Nuria, 2009)

1.6. Limitaciones y delimitaciones

Las principales limitaciones que se han presentado para el desarrollo de esta investigación son:

Desconocimiento de los elementos conceptuales matemáticos básicos por parte de los docentes de educación primaria.

Costumbres muy arraigadas por parte de los estudiantes, docentes y padres de familia en cuanto al quehacer matemático diario, en especial cuando se trata de tareas, se considera que si una tarea no lleva muchos ejercicios, no se está haciendo matemáticas.

El estudio de la matemática además de estar atado al exceso de ejercicios no se transversaliza con otras áreas del conocimiento y menos con el contexto sociocultural de los estudiantes.

Los espacios físicos donde se hacen las prácticas educativas son muy reducidos y todos conservan el esquema de la escuela tradicional, existen aulas de clase donde apenas hay espacio para que el profesor camine en el aula.

No existen tecnologías que permitan experimentar nuevas estrategias de aprendizaje y tampoco opciones lúdica para hacer las clases más divertidas, todo se reduce a tiza, marcador y tablero.

Hay poca disponibilidad de los profesores, en especial los no matemáticos que son la mayoría en la escuela primaria, a refrescar o actualizar sus conocimientos matemáticos, en general adelantan sus clases a partir de los conocimientos que han adquirido con mucha anterioridad, sin renovarlos o preocuparse por averiguar sobre nuevas formas de aprendizaje de la matemática, como lo menciona el documento Didáctica matemática - Experiencia con maestras "...parecen actuar «sobre la marcha», sin pararse a observar detenidamente la situación para aprehender las claves de ésta. Este hecho no es de extrañar si se considera (según sus propias declaraciones) que raramente abordan problemas matemáticos. La verdad es que nunca han hecho matemáticas" (Nuria y otros, p. 398, 2009)

1.7. Glosario.

Concepto. Construcción mental que garantiza la identificación plena de una idea, definición o elemento del conocimiento. En matemáticas los conceptos están asociados al reconocimiento de algún elemento cognitivo que construye el conocimiento matemático en forma sólida y segura.

Sistema de Numeración. Conjunto de normas que garantizan el reconocimiento de la forma en que está construido un conjunto de símbolos aritméticos (números) para la descripción numérica.

Enteros. Conjunto numérico formado por los números Naturales y sus opuestos incluido el cero. Los enteros son básicos para el conteo en las etapas del pensamiento concreto.

Racionales. Conjunto numérico formado por los números de la forma **a/b** donde **a** y **b** son enteros con **b** diferente de cero. Los racionales son el conjunto numérico que más dificultades causa a los estudiantes.

Recta Numérica. Modelo gráfico y representativo de un sistema de numeración. Parámetro de referencia del Sistema de Numeración Decimal. Los sistemas de numeración como el decimal, son ordenados, secuenciales y completos lo que hace a la Recta Numérica un modelo excepcional para su representación.

Conductismo. Corriente psicológica que establece que el aprendizaje se basa en el estímulo respuesta y que la modificación de la conducta de un individuo sólo es posible si es visible o valora dicha conducta.

Constructivismo. Corriente psicológica que establece que el conocimiento es definitivo para el aprendizaje.

Algoritmo. Método o conjunto de pasos bien estructurados que garantizan obtener un resultado esperado. Las operaciones matemáticas se basan en algoritmos, igualmente es la base para la construcción de programas de cómputo.

Ejercicio. Conjunto de datos que piden al estudiante el reconocimiento y manipulación de un algoritmo.

Problema. Situación o enunciado del cual no se sabe cómo se resuelve y exige a quien lo desee resolver, diferentes estrategias de solución, dando cabida a la creatividad.

Estrategia. Las acciones que se llevan a cabo para lograr un fin a largo plazo. La estrategia marca o delimita la forma general de alcanzar un objetivo.

Didáctica. Conjunto de acciones que garantizan la estrategia.

2. Marco Teórico

Esta investigación analiza la importancia de enseñar los números enteros y sus operaciones básicas a los niños de cuarto grado en la escuela primaria Antonia Santos del municipio de Fusagasugá, utilizando el juego como estrategia de aprendizaje para la implementación de las nociones matemáticas básicas y el desarrollo de la creatividad.

La búsqueda en la literatura se enfoca revisar los fundamentos y relaciones entre el aprendizaje de las matemáticas y las estrategias lúdicas. Resultado de esta indagación, se diseñó un juego como estrategia para el aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal, los Números Enteros, los Números Racionales y la noción de signo de un número.

El signo de los números y las operaciones con signos, son responsables de tantos dolores de cabeza de los estudiantes en las clases de matemáticas, la mayoría de estudiantes que ingresan a la universidad desconoces los elementos básicos de las operaciones matemáticas con signo y su confusión radica en el aprendizaje de las operaciones de memoria o basados en los algoritmos. Como se puede apreciar en al apéndice N, ésta es una dificultad manifiesta independientemente de genero, procedencia social, lugar de origen o bachiller de colegio público o privado, igual sucede con el manejo de operaciones cuando esta incluyen números racionales o decimales, los estudiantes no identifican con claridad cómo está construido el Sistema de Numeración Decimal.

En las siguientes líneas se abordan las principales teorías de aprendizaje, enfocándolas en un ambiente de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la escuela básica primaria, describiendo algunos ejemplos de implementación en ambientes escolares tradicionales o en la experiencia como docentes del área de matemáticas y otras referentes al juego como estrategia de aprendizaje y desarrollo de la creatividad.

2.1. Aspectos generales.

Los aspectos inherentes a la educación se definen comúnmente como un proceso que reúne las influencias y experiencias cognitivas, emocionales y socioculturales para adquirir, mejorar o hacer cambios en la conducta del individuo o en su conocimiento y habilidades, Illeris , al respecto plantea: “El aprendizaje como proceso se centra en lo que sucede cuando este se lleva a cabo. Una teoría de aprendizaje es un intento de describir cómo las personas y los animales aprenden” (Illeris, 2004, p. 19).

Saber cómo se aprende, ha sido una inquietud constante en la mayoría de docentes, interesa saber cuál es la clave para que el conocimiento sea adquirido, no hay duda de que es necesario estudiar, indagar, observar, analizar y cuestionar los elementos del mundo que nos rodea, pero lo que siempre está presente en las clases de los maestros que buscan una mejor comunicación con sus estudiantes es identificar que la forma en que se aprende, ésta tiene tres elementos decisivos: La observación, el error y el ejemplo.

Leyendo una entrevista realizada al científico colombiano Rodolfo Llinás sobre el funcionamiento del cerebro y la forma como se aprende, éste responde: “En la vida ocurre lo posible, hablando de evolución, surgen todo tipo de cosas... ocurren errores.

El número de cosas que no sobrevivieron es más grande, estamos viendo la historia de las cosas que funcionaron" (Llinas, 2013, p. 07), este pasaje recuerda que Thomás Alba Edison, el inventor de la bombilla eléctrica, manifestó que su invento fue un invento de mil pasos, refiriéndose a la cantidad de veces que se había "equivocado" en el proceso de su construcción (Verdejo, 2005, p.15).

La importancia del ejemplo es definitiva en la educación, es el ejemplo la mejor forma de enseñar y de aprender. Esto no es casual, es un proceso de evolución muy fuerte que está en nuestro cerebro, somos el resultado del ejemplo de miles de generaciones, en especial de sus errores, sobre el ejemplo y la imitación, como lo plantea del científico Llinás: "Una neurona espejo se dispara, se activa, cuando un animal actúa o cuando observa que otro animal lleva a cabo la misma acción, la neurona reproduce el comportamiento del otro como si el propio observador estuviera actuando. La cultura, consiste en enormes colecciones de capacidades y en conocimientos complejos que se transmiten de persona a persona a través de dos medios centrales: el lenguaje y la imitación. La capacidad de imitar permite aprender a una escala primero individual y posteriormente colectiva" (Llinás 2003, p. 39).

Con respecto al ejemplo y la enseñanza, plantea Márquez en el documento Manual para ser un niño: "El futuro de la enseñanza, de la buena enseñanza, debería ser otro, el del ejemplo y el del entusiasmo. Algún día, nuestros estudiantes lo reconocerán y reclamarán maestros de lectura, profesores salvajes que como Borges nada tienen de expertos, maestros que les den vida, modelos de excelencia literaria y una provisión inagotable de futuro" Márquez, (2008, p. 118) .

No hay duda de la importancia del ejemplo en el aprendizaje, por esto es indispensable la selección de docentes bien preparados para el ejercicio de la docencia, los procesos de selección y capacitación de docentes ha dado un resultado fenomenal en lugares del mundo donde han dado prioridad a este aspecto, como se menciona en la investigación: ¿Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos?, así lo concluye Barber, “conseguir a las personas más aptas para ejercer la docencia, desarrollarlas hasta convertirlas en instructores eficientes” (Barber, 2008, p, 58). Esto es lo evidente en un grupo de 10 países con los sistemas educativos de mejor desempeño del mundo según el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) de la OCDE, son sistemas que están experimentando un rápido desarrollo y han introducido recientemente reformas que han mejorado los resultados de sus estudiantes.

Al respecto el informe plantea “Los sistemas educativos con más alto desempeño reconocen que la única manera de mejorar los resultados es mejorando la instrucción: el aprendizaje ocurre cuando alumnos y docentes interactúan entre sí, y por ello mejorar el aprendizaje implica mejorar la calidad de esta interacción. Estos sistemas han interpretado qué intervenciones resultan efectivas para lograrlo –entrenar en práctica en clase, llevar la capacitación docente a las aulas, desarrollar líderes con mayores capacidades y facilitar la retroalimentación entre docentes hallando formas de implementar estas intervenciones a lo largo y a lo ancho de sus sistemas educativos” (Barber 2008, p. 28).

Por otro lado, el entrenamiento necesario para impartir conocimiento depende también de la preparación del docente no sólo en el área del conocimiento específico que enseña, sino en el reconocimiento de las teorías de aprendizaje que han evolucionado a lo largo de la historia de la humanidad.

Cuando se prepara una clase debe plantearse: ¿qué método se va a utilizar? ¿qué didáctica se emplea? ¿qué corriente filosófica se adopta? ¿qué línea de pensamiento tiene este o aquel postulado? Al final las cosas fluyen, unas por vocación y otras por experiencia.

Tal vez no es posible apartarse de las corrientes pedagógicas en general, es probable que una de ellas sea la orientadora del quehacer pedagógico, pero inevitablemente, todas estarán vinculadas de una u otra forma en el ejercicio pedagógico cotidiano o de las diferentes formas en que se imparte una instrucción.

Si se es un constructivista nato y se necesita que los estudiantes sean buenos en hacer cálculos aritméticos, como por ejemplo, hacer multiplicaciones o divisiones por más de una cifra, se puede utilizar esta propuesta pedagógica para “construir” la noción de multiplicación y aún para “reconstruir” el algoritmo de la multiplicación heredado del mundo árabe, pero en el ejercicio mismo de la práctica y especialización de dicho algoritmo, no queda otro remedio que el conductismo.

2.2. Corrientes pedagógicas.

La educación es una práctica social muy diversa y compleja, depende en gran medida de las interpretaciones culturales y sociales de la época. Recién surgió la idea de la formación académica para garantizar mejor desempeño de los empleados, entonces el conductismo se apoderó de las instituciones, pues se necesitaban trabajadores expertos en procesos específicos, pero cuando el mundo necesitó formar personas con propuestas creativas y sociales más amplias, nuevas tendencias pedagógicas aparecieron, nuevos paradigmas: el histórico cultural de Vigotsky, el psicogenético de Piaget y el aprendizaje significativo de Ausubel, todos ellos de gran influencia en los procesos de enseñanza aprendizaje. Estas son las corrientes pedagógicas básicas de las cuales se han derivado muchas versiones o tendencias actuales.

2.2.1. Paradigma conductista.

Inicialmente aparece como una teoría psicológica, luego emerge en el ámbito educativo. Está muy ligada a los procesos de aprendizaje humano en lo referente a la modificación de la conducta del individuo por medio de fenómenos observables. Su base es la modificación de conductas observables, por eso rechaza de plano el proceso cognitivo. ¿Qué se observa? ¿Cómo se puede cambiar tal o cual comportamiento? ¿Qué estímulos y qué respuestas se obtienen? Estas preguntas son básicas en las propuestas conductista que aparecieron en las primeras décadas del siglo XX.

Los exponentes más notables de esta corriente son J.B Watson, Pavlov, Thorndike y Skinner. La esencia del conductismo radica en los cambios observables de la conducta del individuo, lo cual constituye a la vez, la debilidad de esta propuesta psicológica educativa, pues excluye de plano los procesos mentales que se dan al interior de individuo por no ser medibles ni observables de una forma evidente. El conductismo es, en esencia, estímulo-respuesta, por esto los procesos mentales que ocurren en el aprendizaje del estudiante, sus emociones, etc, que no sean observables y/o medibles en términos de una respuesta no generan aprendizaje. El conductismo modela conductas, por eso en las academias militares y empresas de producción son expertos en estos métodos, es común oír que en estos lugares no se va a pensar, se va a obedecer, si haces esto a aquello recibirás una recompensa, de lo contrario, perderás tu empleo o tendrás un castigo.

Algunos profesores de matemáticas son expertos conductistas, esto se evidencia en los cuadernos de clase de los estudiantes, los cuales están saturados de ejercicios repetitivos y marcas en rojo, tanto así que los padres de familia considieran que si su hijo no lleva como tarea de matemáticas gran cantidad de hojas con sumas y multiplicaciones, no está aprendiendo matemáticas, creen que aquel estudiante que se sabe de memoria las tablas de multiplicar será un excelente matemático. Es común que en una reunión en la que se necesite hacer una suma nos dirijamos al matemático y creamos que si él afirma un resultado es así dada su formación de "genio".

El conductismo es muy útil en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas básicamente en aquellos procesos donde se hace necesario la manipulación de un algoritmo, pero en la actualidad, con la aparición de los sistemas electrónicos, calculadoras, tabletas y computadores, este proceso repetitivo pasa a un segundo plano, es cada vez más oportuno, permitir el uso de tecnología en las aulas de clase. Cuando no había calculadoras no había remedio, era necesario ser buen calculista o memorista, pero ahora no, sin desconocer la importancia que tiene la memoria en el aprendizaje, hoy se tienen elementos de apoyo importantes.

2.2.2. Paradigma cognitivo.

El desconocimiento de los procesos mentales y emocionales de la propuesta conductista da origen a nuevas tendencias pedagógicas sobre la enseñanza aprendizaje. Teóricos como Piaget, Vygotsky y Ausubel, centran su atención en estos procesos y crean nuevas teorías, donde el conocimiento, la atención, la percepción, la memoria, la inteligencia, el lenguaje, en definitiva el pensamiento y no sólo la conducta son lo relevante para el aprendizaje.

Estas propuestas presentan al ser humano en una dimensión diferente, un ser humano que realiza procesos basados en el procesamiento de la información y no sólo a respuestas basadas en estímulos como sucede con animales. Su centro de atención radica en que las personas son capaces de organizar, filtrar, codificar y evaluar la información, produciendo categorías y clasificaciones nuevas que nos permiten tener una apreciación más acertada de la realidad.

Para esta corriente psicológica y pedagógica, aprender es el resultado o síntesis de unos procesos mentales de interacción con la realidad que a pesar de poder modificar su conducta, la forma en que lo hace no procede de estímulos específicos externos, sino de procesos mentales, socio culturales y de la interpretación del mundo que tiene el individuo y que le dan significado a su vida.

En la enseñanza aprendizaje de las matemáticas se manifiestan propuestas pedagógicas cognitivas cuando se usa la estrategia de la solución de problemas para garantizar, entre otros, la adquisición de nuevos conocimientos y el desarrollo de habilidades del pensamiento. El estudiante entonces es un sujeto activo, al igual que el profesor quien confecciona y organiza las didácticas de aprendizaje, es el facilitador del proceso del estudiante y aprende con él.

2.2.3. Paradigma histórico social.

La corriente cognitiva, aunque revolucionaria para su época con respecto al conductismo al aceptar o reconocer la importancia de los procesos mentales en la adquisición de conocimiento y modificación de la conducta del individuo, no vinculan de forma sustancial a la sociedad, la cual influencia el comportamiento de las personas y por ende de su aprendizaje. Fue Lev Vygotsky (1896-1934) quien involucra a la sociedad como parte fundamental en la adquisición de conocimiento, es decir en el proceso de enseñanza aprendizaje. Vigotsky, citado por Itzigsohn (1995) afirma que “el individuo aunque importante, no es la única variable en el aprendizaje. Su historia personal, su clase social y consecuentemente sus oportunidades sociales, su época histórica, las herramientas que tenga a su disposición, son variables que no solo apoyan el aprendizaje sino que son parte integral de él” (Itzigsohn, 1995, p, 98), va más lejos al afirmar que son dos procesos complementarios.

2.2.4. Zonas de desarrollo próximo.

Aprender y enseñar es el arte de usar estrategias y didácticas que acerquen al individuo al conocimiento, pero las didácticas funcionan diferentes para cada individuo o grupo de personas.

En ocasiones por más que el profesor coloque todo el empeño y use muchas estrategias, no se entiende por qué no se está preparado para este o aquel concepto a pesar de que el cerebro está siempre dispuesto al aprendizaje, es la forma en que ha aprendido a sobrevivir, somos el cerebro, pero necesitamos hacer arder la chispa adecuada para garantizar el aprendizaje, esto es lo que Lev Vygotsky plantea como Zonas de Desarrollo Próximo y es el maestro quien debe facilitar los escenarios reales o virtuales para esta mediación. Quién iba a imaginar que estas propuestas, serían reafirmadas por el científico colombiano Rodolfo Llinás casi 100 años después al estudiar el comportamiento neuronal.

El pensamiento de Lev Vigotsky ha sido pilar fundamental en las actuales propuestas de inteligencias múltiples y aprendizaje en contexto, enseñanza por proyectos, aprendizaje transversal, etc. Otro de los grandes aportes de esta corriente pedagógica es que vincula el aprendizaje con la interacción de instrumentos, reales o virtuales en el aprendizaje, actualmente nuestras prácticas académicas están marcadas por el uso de dispositivos electrónicos, y están repletas de aplicativos que no son otra cosa que instrumentos mediadores para la adquisición de conocimiento.

En la educación matemática se ha cometido un error craso al centrar nuestras clases en la instrucción más que en la formación, en la manipulación de algoritmos más que en la interpretación de las leyes que los rigen, es decir, los profesores de matemáticas, salvo excepciones, privilegian el conductismo como alternativa fundamental de la práctica docente, se vive en el pasado. El conocimiento, y en especial el matemático, está estrechamente ligado a indagar qué sabe el estudiante y qué puede llegar a saber.

2.2.5. Paradigma constructivista.

Una cosa es la instrucción, la cual se da cuando una persona es la poseedora del conocimiento y lo trasmite por medio de técnicas específicas, otra muy diferente cuando quien posee algunos conocimientos los comparte, discute y re descubre, ésta es la forma del aprendizaje activo o constructivista. En el constructivismo se hacen presentes todas las propuestas de Lev Vygotsky y se incorporan las de otros autores que plantean que es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones parecidas a la realidad en contextos significativos, auténticos y funcionales.

Autores como Piaget, asumen el constructivismo desde lo psicológico, mientras que Vygotsky lo plantean como social, finalmente son interpretaciones acordes con sus propuestas psicológicas. En lo pedagógico, el constructivismo se caracteriza porque ya no es el profesor el protagonista de la enseñanza, ya no es el estudiante el protagonista del aprendizaje ahora mutuamente se da la enseñanza aprendizaje, el estudiante asume roles de responsabilidad en su aprendizaje en un contexto social y cultural marcado por el medio donde interactúa con sus compañeros y una forma de facilitar el aprendizaje por parte del profesor, es plantear situaciones conflictivas de orden cognitivo, donde las demostraciones y propuestas del pensamiento lógico deductivo o inductivo juegan un papel importante.

Se aprende por la necesidad de sobrevivir, entonces alcanzamos estadios superiores de conocimiento. Nuestro cerebro es el mejor ejemplo del aprendizaje, el cerebro se rehúsa a aprender lo que carece de significado, somos el resultado de todos los hechos que han tenido significado y que nos han permitido sobrevivir a lo largo de millones de años.

2.2.6. El lenguaje y las relaciones sociales.

Nuestra pasión por aprender, evidente en el comportamiento de cualquier bebé, es la herramienta de nuestra supervivencia, el lenguaje y las relaciones sociales nacieron de la necesidad de sobrevivir, el lenguaje, tan importante en la propuestas de Vigotsky, nos hace comunes, nos permite el acercamiento necesario para defendernos y para ser cada día mejores.

Como se plantea en el artículo publicado en la revista trimestral de educación comparada UNESCO, (1994) "El análisis de Vigotsky sobre las relaciones entre desarrollo y aprendizaje en lo relativo a la adquisición del lenguaje nos lleva a definir el primer modelo del desarrollo en estos términos: en un proceso natural de desarrollo, el aprendizaje se presenta como un medio que fortalece este proceso natural, pone a su disposición los instrumentos creados por la cultura que amplían las posibilidades naturales del individuo y reestructuran sus funciones mentales" (UNESCO, 1994, p, 3)

Es muy difícil incentivar la creatividad usando estrategias de aprendizaje conductista, es necesaria la libertad, y en ella participan como actores principales, el estudiante, el docente, la sociedad y el deseo de solucionar problemas en colectivo reconociendo la participación, aportes, aciertos y errores de todos y cada uno. La creatividad propone lanzarse a especular, esa capacidad se posee en el hemisferio derecho del cerebro que luego concretará y verificará el cerebro izquierdo.

Para describirlo en términos científicos, como lo plantea Llinás (2002) "la predicción, función tan radicalmente diferente del reflejo, constituye la verdadera entraña de la función cerebral, el aprendizaje es una función primordial del cerebro, La actividad cerebral es una metáfora para todo lo demás, tranquilizante o no, el hecho es que básicamente somos máquinas de soñar que construyen modelos virtuales del mundo real, probablemente es lo máximo que se logra con tan sólo kilo y medio de masa, y un tenue poder de consumo de 14 watts" (Llinás, 2002, p. 110)

2.2.7. La propuesta psico-genética y las etapas de desarrollo.

La psicología infantil y en especial Piaget explica el desarrollo continuo de la operatividad, que inicia en las acciones sensomotoras a las operaciones más abstractas y lo describe en varias etapas, según Vargas, (2007) "En un primer periodo caracterizado por las acciones y la inteligencia sensomotora, utilizando como instrumentos más que las percepciones y los movimientos" (Vargas, 2007, p, 15), luego viene un segundo periodo que inicia en los 2 años y va hasta los 7-8 años conocido por la aparición simbólica y semiótica, la cual permite un nivel inicial de abstracción al evocar objetos que no están presentes, es la época del juego simbólico aunque el pensamiento sigue siendo preoperatorio.

El niño evoluciona de una forma vertiginosa al pasar de un estado en que es centro y eje de todo lo que lo rodea, a reconocer que su cuerpo es otro objeto del mundo que lo circunda.

Según Piaget, hacen falta las operaciones, para que exista lógica deductiva. Esta afirmación, soportada en el experimento de vaciar la misma cantidad de agua en dos recipientes de diferente forma, se ha extrapolado y sesgado para suponer que el niño carece de capacidad de abstraer y que su pensamiento es netamente formal o concreto, creo que no es así ¿quien no ha visto hoy día a un niño entre los 5 y 7 años configurar el Smartphone de su papá? O ¿Cómo hará el niño de esta edad para solucionar acertijos y metas en los juegos que proponen hoy día los aplicativos de las tabletas digitales? Para no ir más lejos, el lenguaje es una manifestación excepcional de lo abstracto.

Continuando con Vargas (2007, p. 17) citando a Piaget, describe las edades de los niños y las relaciona con su desarrollo cognitivo, luego de los 7 años, "asistimos a la formación de operaciones: reuniones y disociaciones de clases, origen de la clasificación, encadenamiento de relaciones, etc., Síntesis de las inclusiones de clases y orden serial, lo que da lugar a los números; separaciones espaciales y desplazamientos ordenados, de donde surge su síntesis que es la medida". Se aceptan estas posturas como esquemas que nos dicen como es la psicología del niño y su forma de pensar, sin embargo, se vuelve a la extrapolación cuando aceptamos religiosamente el hecho de que estas operaciones se refieren a objetos y no a hipótesis enunciadas verbalmente bajo forma de proposiciones, entonces es ahí cuando decidimos enseñar básicamente los números naturales, pues nos permiten contar los objetos circundantes (concretos), y se mantiene esa propuesta, a pesar de que los números enteros son infinitos y no están ni siquiera en el contexto imaginativo del niño cuando hace operaciones de grandes cantidades. Lo más grave, para el aprendizaje de la matemática, de esta postura vertical sobre el pensamiento concreto en estas edades es que se afirma, y los niños lo creen, que el cero no vale nada, pues en el proceso del conteo, vamos recitando, ... 3, 2, 1 cero, no hay nada.

2.3. Aspectos propios de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas

Cuántas historias se han contado acerca de las matemáticas, la gran mayoría de ellas se refieren a acertijos y solución de problemas, pocas veces se abordan aspectos matemáticos para recrear historias y fantasías. El matemático y literato Carlos Frabetti, en sus diferentes obras, abre esta posibilidad en sus libros de historia y lógica, gracias a su formación como matemático y escritor, uno de sus cuentos narra la historia de la construcción del sistema de numeración decimal, "Había una vez, hace mucho tiempo, un pastor que solamente tenía una oveja, como sólo tenía una no necesitaba contarla..." (Frabbeti, 2006, p.9)

Sería interesante contar historias para cada tema que se enseña a los estudiantes, eso rompería el hielo y bajaría un poco el estrés que sufren los estudiantes en las clases de matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas tiene una gran deficiencia, en algunos casos no se han establecido diferenciaciones entre lo que es la ciencia como tal y el arte de enseñar dicha ciencia, Stewart (2009, p. 7) afirma que "uno de los mayores problemas con que cuenta la matemática hoy día, es el de explicar a los demás de qué se trata. Los aderezos técnicos de esta materia, su simbolismo y expresiones formales, su desconcertante terminología, su aparente deleitarse con cálculos larguísimos: todo ello tiende a ocultar su auténtico carácter".

Los programas tradicionales de matemática básica que se imparten en las escuelas carecen de la motivación debido a la rigurosidad de los contenidos, estos se enmarcan en un índice temático vertical, olvidando que se enseña matemáticas como ciencia básica para incentivar y desarrollar la formación del pensamiento, para desarrollar el razonamiento lógico, el análisis y la síntesis, es decir, la representación en modelos de situaciones dadas y estimular significativamente la creatividad del estudiante.

Todo lo que se hace en el aula de clase se ve reflejado en las evaluaciones y en los cuadernos de los estudiantes, como lo afirma Falk de Losada (1980, p. 13) “si en nuestras pruebas se proponen ejercicios que reducen todo tema matemático a simple operatoria, esto es lo que aprenderán nuestros estudiantes. Si les pedimos definiciones y enunciados de teoremas, o si les pedimos que nos repitan algunas demostraciones o procedimientos que se hicieron en clase, esto es lo que aprenderán. El conocimiento es para usarlo, para hacer lo propio y enriquecer la vida con nuevas y más amplias perspectivas que nos da.”

En ocasiones se cree que la enseñanza de la matemática no tiene antecedentes históricos y que la finalidad última de esta ciencia es la operatividad y la memorización de fórmulas, se desconoce la importancia de algunos elementos fundamentales: el número y la magnitud. Acevedo, (2007, p. 10) lo ilustra al respecto cuando plantea: “El compromiso educativo hace que el profesor no deba considerar la matemática como una actividad aislada de la realidad social y cultural, la medición y el número son herramientas intelectuales cuyo dominio potencia a un individuo para participar en el desarrollo de la sociedad”.

En esta investigación se abordan estos conceptos como parte fundamental de las nociones básicas que se deben enseñar en la escuela primaria. Rico (1998, p.61) ayuda a entender la importancia de la enseñanza matemática en la escuela al plantear que "es necesario considerar como núcleo para su reflexión el campo de las matemáticas que comienza en la Aritmética escolar y las nociones básicas de número, avanza por los sistemas numéricos superiores (enteros, racionales y decimales) y continúa con el estudio sistemático de las relaciones numéricas que aborda la teoría de números". Como se aprecia, es evidente y necesario que el estudiante tenga un sustento fuerte del concepto de número y su relación con los diferentes conjuntos numéricos y sistemas de numeración.

Finalmente y para desgracia de la ciencia matemática, existe gran apatía por comprenderla o quererla comprender, pareciera como si las personas aceptaran que genéticamente están impedidas para ello. Allen, en su libro el hombre anumérico, ilustra esta afirmación al referirse a los miedos que se tienen hacia la matemática, manifestando: "tienen miedo, un miedo que les han metido maestros autoritarios y a veces sexistas y otras personas que probablemente padecen también a su vez de angustia matemática" (Allen, 2007, p. 137). Y es que las cosas han ido tan lejos que se vuelve patética la apreciación social casi generalizada sobre las matemáticas.

Algo parecido o más fuerte sucede cuando llegamos al estudio del álgebra, los miedos y temores aumentan y la comprensión de la ciencia disminuye. Existen algunas investigaciones sobre la incursión del álgebra en el currículo de la escuela primaria, tal vez la más relevante es la experiencia conocida como "Álgebra Temprana" o Early-Álgebra la cual muestra las formas del razonamiento algebraico de los estudiantes de 6 a 12 años, la experiencia se realiza con herramientas exteriores al aula de clase, señala, entre otras cuestiones, “la necesidad de explorar la puesta en práctica de herramientas como notaciones, gráficos y diagramas que puedan conducir con éxito a desarrollar en los estudiantes modos algebraicos de pensar” (Vergel, 2010, p. 57).

Esta iniciativa pretende crear ambientes de clase en escenarios fuera del aula, recurriendo a la motivación como eje central que garantice que el estudiante en compañía de su entorno solucione problemas, los cuales garantizarán un acercamiento del estudiante a los principios del Álgebra. Lo establecen así, pues consideran que la motivación es factor importante para la adquisición de conocimiento y garantía para la consecución de logros, al respecto Weinstein (1998, p.81) junto a otros investigadores encuentran una correlación entre la motivación y el logro, “La motivación para aprender de los niños se encuentra en el meollo mismo del éxito en la escuela, una constante motivación de aprender bien podría ser la característica de la realización individual durante toda la vida”, así mismo, podríamos hablar de la no motivación o apatía al conocimiento de una u otra asignatura, pareciera que este es el común denominador de los estudiantes, no se sienten motivados para aprender matemáticas, por eso la importancia del juego como estrategia, para recuperar el terreno perdido.

La idea del uso del juego como estrategia de la enseñanza de las nociones básicas de la suma algebraica en estudiantes de 4º la escuela primaria, también está sustentada en la importancia de enseñar a comprender, pero este término, aunque sencillo y trinado a diario, tiene unas implicaciones específicas, como lo plantean algunos autores: “la capacidad para hacer con un tema toda una variedad de cosas que exigen pensar: como explicar, encontrar pruebas, contra ejemplos, generalizar, aplicar, analogizar y representar el tema de una manera nueva“ (Perkins y Blythe, 1994, pp 5-6)

Cuando se abordan los conceptos de suma algebraica e intervalos en el Parquemático y cuando se permite al estudiante crear sus propias reglas y describir procesos de simplificación de operaciones se está enseñando a comprender, lo que no sucede cuando se da una definición o se expone un ejercicio, es verdad que el estudiante aprende a usar el algoritmo, pero partir de él, no generaliza, ni encuentra pruebas ni contra ejemplos, sencillamente hace el ejercicio, como respuesta al seguimiento de un procedimiento indicado por el maestro.

2.4. Solución de problemas, camino a la creatividad.

Observando los cuadernos de clase, se deduce que la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria está centrada en la resolución de ejercicios, folios y más folios, cuando debería estar centrado en la solución de problemas para incentivar la creatividad y la comprensión de las nociones básicas de la matemática unidos a la necesidad de fortalecer el gusto por la ciencia..

La categoría ejercicio está determinada por elementos conductistas, al respecto la Dra. Valverde (2002, p. 17) afirma: “un ejercicio tiene como objetivo transformar una situación inicial (elementos dados) en una situación final (elementos buscados) mientras que un problema, en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se considera aquel ejercicio del cual no conocemos su vía de solución, no olvidemos que la categoría problema en el proceso enseñanza aprendizaje y en la metodología de investigación científica se caracteriza por ser un juicio que está asociado a una necesidad". Significa esto que no se tiene en cuenta que cada momento de enfrentamiento del estudiante a un problema, donde el objeto de estudio se revele con determinada riqueza, desencadena un conflicto cognitivo, un desequilibrio entre el actual estado cognitivo y el necesario para resolver el problema, es decir entre lo que conoce y lo que desconoce.

Es necesario elegir en la práctica como docentes de matemáticas, un plan de actividades que intente establecer los conceptos que debe manejar el estudiante y explore su relación con otras áreas del conocimiento, de acuerdo a su formación previa, al desarrollo de su pensamiento y por supuesto al objetivo fundamental en la formación del estudiante, estructurar un ciudadano crítico, social y creativo que contribuya a la solución de problemas de su vida y de la sociedad.

Las prácticas cotidianas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la escuela llevan a afirmar que se desconocen las formas básicas de funcionamiento del cerebro del estudiante, como lo plantea Chávez (2008, P. 62) "en ocasiones desconocemos que las funciones superiores del pensamiento son producto de la interacción cultural, ... para comprender la psiquis y la conciencia se debe analizar la vida de la persona y las condiciones reales de su existencia, pues la conciencia es un reflejo subjetivo de la realidad objetiva y para analizarla se debe tomar como un producto sociocultural e histórico a partir de una concepción dialéctica del desarrollo".

Para garantizar un buen desarrollo de la creatividad en los niños a partir de las clases de matemáticas, es necesario que en el momento en que ellos se apropien del conocimiento lo hagan suyo y se deleiten en la aventura del conocimiento.

El proceso de enseñanza aprendizaje en la solución de problemas lleva al estudiante a la búsqueda de una solución e inmediatamente recurre a su entorno social y cultural para encontrar respuestas.

Se necesita crear condiciones educativas para fortalecer zonas de desarrollo próximo, es decir, como afirma Chávez "va a servir de imán para hacer que el nivel potencial de desarrollo del educando se integre con el actual. Estas modificaciones a su vez pueden promover progresos en el desarrollo cognoscitivos general" (Chávez, 2008, p. 11)

Otro elemento determinante en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la escuela, es que los docentes, a pesar de conocer el entorno sociocultural de sus estudiantes, proponen actividades que no son significativas al ambiente que los rodea en su núcleo familiar, como afirma Chávez (2008, p. 23) "Los aportes teóricos de Lev Vygotsky son propuestas pertinentes para repensar la educación y la práctica pedagógica. Estos postulados coinciden con la importancia de respetar al ser humano en su diversidad cultural y de ofrecer actividades significativas para promover el desarrollo individual y colectivo con el propósito de formar personas críticas y creativas que propicien las transformaciones que requiere nuestra sociedad".

2.5. Uso de TIC en educación.

Para el desarrollo de la propuesta se vincularon el uso y apropiación de Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC, vista como un instrumento de apoyo a los procesos de enseñanza aprendizaje, una herramienta excepcional y motivadora para la adquisición de conocimientos por parte de nuestros docentes y estudiantes, pero es necesario ser cuidadosos con el uso de las TIC en el aula de clase para no caer en los errores del pasado.

Como lo plantea el documento de Computadores para Educar CPE (2013) "una política de introducción de las TIC en la educación tiene que superar el concepto del aula de informática, como una materia adicional del currículo escolar, debe introducirse en el salón de clases, cambiando la pizarra y la tiza, por nuevas aplicaciones tecnológicas, (Hernández, 2008, p. 26), que permitan que el docente logre un lenguaje cercano y dinámico con sus estudiantes o nativos digitales. Las competencias a ser desarrolladas con las TIC no se limitan entonces al ámbito tecnológico que es lo que puede ocurrir con la sala de informática, sino que se extienden hacia las disciplinas de cada profesor, involucrándose en su trabajo pedagógico logrando mayor interés de sus estudiantes. Las brechas en el aprovechamiento de dichas herramientas es tal, que se "debe involucrar decididamente el uso del computador para la educación, motivando a los maestros y aumentando significativamente el tiempo de uso de los computadores en un nivel relevante, no de sólo informática" (OECD, 2010, p. 5). Dicha práctica enfocada en aumentar el desempeño de los estudiantes en las áreas básicas, especialmente en matemáticas y ciencias, es la que en últimas, puede garantizar un impacto sobre la calidad de la educación.

Es muy importante tener presente que las TIC no remplazan al maestro, aunque los maestros saben que no es así, existe dicho temor en la comunidad académica, en especial padres de familia, y maestros despistados, debe ser claro, como plantea CPE

(2013, p. 42) "por el contrario, lo convierten en un actor fundamental dentro del aula de clases que facilita y orienta la formulación de preguntas, el planteamiento de problemas, la veracidad de la información, la confianza del estudiante, el aprendizaje de los errores, el mejoramiento continuo, el desempeño de los estudiantes frente a situaciones de difícil resolución, entre otros. En ese rol, el docente desarrolla aplicaciones que le permiten acercarse a sus estudiantes y diseñar metodologías de fácil interacción con los estudiantes, lo que incluso lo lleva a aprender de sus estudiantes".

El rol de las TIC en la formación académica de los estudiantes y el estímulo de su creatividad es determinante, toda vez que los niños de la escuela primaria son nativos digitales y son afortunados de una tecnología fácil de usar como los sistemas táctiles de las tabletas digitales, que hacen que la manipulación de dichos instrumentos sea natural al estudiante, y contrario a lo que se cree, estimulan su motricidad. Además los dispositivos móviles (teléfonos inteligentes y tabletas digitales) están al alcance de todos, en el caso de Colombia, el gobierno nacional donó a los estudiantes más de 67.000 tabletas, algo parecido sucede con los gobiernos de Venezuela y Corea del Sur, por citar solo tres ejemplos.

¿Por qué se menciona el uso de las TIC en esta propuesta de investigación? Porque actualmente es una alternativa para el aprendizaje, la tabletas digitales están en los salones de clase, y porque el Parquemático se implementó en una versión digital, aunque no se probó en su totalidad con los estudiantes del grado 4º de primaria de la escuela Antonia Santos, sí se utilizó con algunos estudiantes en escenarios personalizados, se construyeron algunos aplicativos para dispositivos móviles y otros para su uso en Internet.

Existen muchas ventajas con el uso de TIC y en especial con las tabletas digitales, por alguna razón los estudiantes se motivan extraordinariamente con dichos dispositivos, y esto exige, tener que implementar prácticas apoyados en tecnologías. En Fusagasugá el uso de estas tecnología se ha probado con éxito en 3 de las 25 instituciones, las cuales adoptaron el proyecto UNO para el desarrollo de sus clases en todas las áreas del conocimiento.

Es probable que con el tiempo existan juegos que reflejen el currículo de la escuela primaria, por ahora existen varios aplicativos aislados pero que se pueden vincular al proceso de enseñanza aprendizaje con los estudiantes, el Parquemático es uno de ellos, es un software educativo que, como lo plantea Colom "son aquellos elementos materiales cuya función estriba en facilitar la comunicación que se establece entre educadores y educandos" (Colom, 1988, p. 78). Igual sucede con otras estrategias tecnológicas, "una escuela en los entornos futuros no puede ignorar el ordenador ni el video". (Rodríguez, 1995, p.21). Este planteamiento cobra mayor vigencia con los avances actuales en las tecnologías de la informática y comunicaciones TIC, el desarrollo globalizado del Internet y la masificación de las tecnologías móviles. Todo esto ha dado como consecuencia un avance en el desarrollo de la computación como medio educativo de enseñanza.

En el caso particular de la investigación que ha creado elementos lúdico para el fortalecimiento de nociones matemáticas básicas se ha creado una versión para tabletas digitales, y así ampliar su uso a conjuntos de numeración que en la versión física no es posible. Por otro lado, el movimiento, los puntajes, los retos, los sonidos y la posibilidad de jugarlo vía Internet, permitirán apreciar su importancia en la comprensión de los conceptos matemáticos básicos.

3. El Método

3.1. Método Cuantitativo.

La investigación seguirá una metodología cuantitativa, por las siguientes razones:

Tiene como objetivos describir, explicar y producir fenómenos que contribuyen a la identificación de los conjuntos numéricos positivos y negativos que permiten su ubicación en la Recta Numérica y reconocimiento de la suma algebraica a partir del uso de estrategias lúdicas en propuestas específicas de la matemática en la escuela.

La investigación está bien delimitada y específica. Se trabajará con estudiantes de 4º grado de la escuela primaria Antonia Santos del municipio de Fusagasugá Colombia, en la jornada de la mañana cuyas edades oscilan entre 10 y 12 años.

Las variables de investigación podrán ser analizadas a partir de pruebas diagnósticas y pruebas regulares que permitan medir el estado y los alcances logrados en el reconocimiento, interpretación y asimilación de las nociones y conceptos básicos de la matemática en el grado 4º de educación primaria. Los conceptos que se pretenden debe manejar el estudiante y que son claves en esta investigación son:

Conjuntos numéricos

Suma algebraica

Números negativos

Ubicación de los números en la Recta Numérica

Construcción del Sistema de Numeración Decimal

Sus observaciones estarán soportadas en datos numéricos y evaluaciones tipo examen y se analizarán usando una base de datos relacional que permita verificar el estado antes, durante y después de la aplicación de los instrumentos creados para esta investigación.

El contexto es independiente y no está afectado exteriormente por elementos contaminantes. No hay rechazo de la comunidad académica para realizar este tipo de investigación y tampoco existen experiencias anteriores que hayan alterado dicho trabajo en la institución.

Se desarrolla a partir de una realidad objetiva única de la institución educativa mencionada.

3.2. Participantes.

Los participantes son estudiantes de 4º grado de primaria de la escuela Antonia Santos de la jornada de la mañana. Se han seleccionado por ser una escuela de fácil acceso, cuyos estudiantes son de estrato social bajo pero que en su mayoría convive con su núcleo familiar, además obtuvo los mejores resultados en las pruebas realizadas por el autor en los años 2007 a 2009 para establecer las habilidades de pensamiento que se desarrollaban usando el juego de ajedrez como estrategia de auto aprendizaje, esta investigación previa, se realizó en el municipio de Fusagasugá durante 3 años en 52 escuelas rurales y urbanas del municipio y contó con el apoyo de las autoridades locales.

Como resultado de esta investigación el autor escribió los libros: Ajedrez guía de auto aprendizaje, Origami y Geometría I y II y el Tangram y la geometría. Para el análisis de los resultados de las pruebas aplicadas en esos 3 años, se utilizó como instrumento de verificación la Taxonomía descrita en el apéndice O.

3.3. Instrumentos.

Para establecer los alcances y posibilidad de presentar, socializar y enseñar los aspectos claves de las operaciones con Números Enteros que garanticen su ubicación en la Recta Numérica, identificando plenamente el signo del número y su ubicación respecto a los demás, asimismo el reconocimiento del cero y de los Números Racionales, se construyó el juego llamado Parquemático, el cual permite la adquisición de las nociones mencionadas.

¿Por qué este instrumento permite el acercamiento o reconocimiento de las nociones planteadas en la investigación?

La investigación se basa en el uso del juego como estrategia para alcanzar unos objetivos, por tanto se diseñó un juego con varios niveles de uso que garanticen una aprensión regular y ordenada de nociones y conceptos matemáticos, pero que además sea posible implementar en ambientes virtuales de aprendizaje y ambientes que usan los sistemas de cómputo y los que no lo usan. Dadas las características del grupo y su poca disponibilidad de uso de Internet y computador, se decidió usar principalmente el juego en su versión física.

El apéndice I, presenta un manual del juego junto con su descripción y posibilidades de uso. Al respecto, y centrando la atención en los aspecto relevantes de la investigación, el juego aborda las siguientes nociones:

1- Reconocimiento de conjuntos numéricos. Los conjuntos numéricos se presentan al estudiante de una forma separada y en ocasiones se les dificulta entender por qué un conjunto está dentro de otro o por qué dos conjuntos pueden ser disyunto, además, se hace énfasis innecesario en establecer propiedades que los estudiantes memorizan y que finalmente olvidarán al no estar en un contexto propio de su entorno o del juego o usarlas en la cotidiana de sus estudios o prácticas regulares.

2- Reconocimiento del cero como elemento decisivo en la construcción de la Recta Numérica y el Sistema de Numeración Decimal. Tal vez uno de los mayores lastres en educación matemática que tienen que soportar nuestros estudiantes. El cero es algo extraño para ellos, es pero no es. El cero se ha enseñado como el número que no vale nada, y eso lo aprenden en el preescolar, lograr persuadir a los estudiantes de que el cero es muy importante es un poco difícil. El cero es el único número por el cual no se puede dividir y el único número que además no es, ni positivo o negativo (o las dos cosas dependiendo de la definición que demos de Números Naturales y Enteros), el cero está presente y hay que evidenciarlo como elemento importante del marco referencial que hemos construido para identificar los números: La Recta Numérica.

3- Construcción del Sistema de Numeración Decimal. El Parquemático es el único juego de números que permite en su versión física, presentar un conjunto de números que están en el intervalo [-999 al 999], pues ha sido diseñado para recrear la Recta Numérica en forma de círculos concéntricos en formaciones de 10, recreando la forma en que está construido el Sistema de Numeración Decimal. La versión 3 del juego recrea el hecho de la formación del sistema de Numeración Decimal en potencias de 10 y la versión digital, recrea la Recta Numérica en un intervalo tan grande o tan pequeño como lo permita la memoria del ordenador o tableta digital.

4- Identificación de la posición y el valor de orden de los números a partir de su ubicación en la Recta Numérica. En matemáticas, se define que un número es mayor que otro si está más a la derecha de otro, pero esta situación no se recrea en las clases tradicionales, allí se establece que un número es mayor que otro si representa una mayor cantidad, por eso para un estudiante es difícil entender por qué el 0 es mayor que -5 (sólo un ejemplo). Además la identificación de los números en la Recta Numérica permite abonar el camino para la construcción de nociones como Valor Absoluto, Distancia, Vector, y garantiza la interpretación de la noción de opuesto.

5- Identificación del Número Racional como un sólo número (compuesto por otros) y no como dos diferenciados en numerador y denominador. Pareciera extraño, pero el apego a la noción de que un número "quebrado", como comúnmente se enseña, genera la idea de que son dos números, es un número formado por varios dígitos y que tiene un lugar en la Recta Numérica, es como decir que el 123 son tres números y no, que el 123 es un número que está formado por tres dígitos. Esta es una de las razones por las cuales la identificación del Número Racional con un decimal o porcentual es tan difícil y es además el obstáculo para identificar las nociones básicas de unidad como un conjunto y no como el 1. El Parquemático ayuda a superar esta dificultad pues a partir de la versión 3 presenta el conjunto de racionales en la recta numérica y para el estudiante es evidente que ahí está.

6- Manipulación de la suma algebraica como operación básica de la aritmética con números Enteros, Racionales y Reales. La separación de la operación suma con sus opuestos es otra gran dificultad de los estudiantes para realizar operaciones.

El Parquemático realiza las operaciones como un juego que consiste en caminar o desplazarse sobre la Recta Numérica en el sentido que indiquen los dados que representan los signos de los números, la operación es siempre una suma, a menos que se indique lo contrario, es decir, 5 + 8 es una suma y 5 - 8 también lo es. El estudiante termina identificando que los números tienen asociado un signo y una posición en la Recta Numérica y que a partir de allí podrán realizar las operaciones.

El juego del Parquemático en su versión impresa fue entregado a los participantes de la investigación, estudiantes, padres de familia y profesores. La versión digital con su instructivo fue puesta en el portal www.fusagasugadigital.gov.co para socializar con toda la comunidad del municipio, y garantizar que aquellos que tuvieran acceso a Internet lo consultaran, descargaran el juego y el aplicativo.

3.4. Caracterización del grupo.

Los participantes y su grupo familiar escogidos para la presente investigación, presentan los siguientes aspectos evaluados con la encuesta a padres de familia y estudiantes, además de las pruebas diagnósticas presentadas en los apéndices B, C, D, E y F, los resultados fueron analizados con la base de datos presentada en el apéndice K y que se resumen a continuación:

Estudiantes:

Para establecer la posibilidad de implementar los instrumentos vía virtual y determinar los tiempos disponibles del estudiante en horario extra clase, se realizaron las siguientes respuestas:

Se conectan Internet:	El 22%
Usa computador:	1.2 horas diarias
Navegan en la red Internet:	1 hora diaria
Dedican a hacer tareas:	2 horas diarias
Practican algún deporte:	1.6 horas al día
Ve televisión:	2 horas diarias

Para tener una idea de la asignatura que más les gusta, respondieron:

Educación física:	37%
Ciencias:	33%
Español:	50%
Artística:	35%
Inglés:	12%
Matemáticas:	46%
Tecnología:	17%
Religión:	7%
Informática:	13%

Para establecer los niveles de conocimientos sobre los elementos cognitivos que se medirán en la investigación, se realizó una prueba que distribuía 24 preguntas en 5 grupos acordes con los objetivos planteados:

Total geometría:	53% aprobó
Recta Numérica:	39% aprobó
Sistema de numeración decimal:	34% aprobó
Números Racionales:	25% aprobó
Manipulación de operaciones:	61% aprobó

Para establecer el nivel académico promedio del grupo familiar y coordinar tareas y actividades extra clase con el juego del Parquemático:

Promedio de edad:	34 Años
Tienen estudios de primaria:	63%
Tiene estudios de secundaria:	47%
Tiene estudios técnicos:	10%
Tiene estudios agrícolas:	2%
Tiene estudios profesionales:	8%

Con los resultados obtenidos se diseñaron las estrategias de implementación de los instrumentos.

3.5. Datos psicométricos de los instrumentos.

Para efectos de garantizar la efectividad de los instrumentos se ha seleccionado el modelo estadístico que relaciona la probabilidad de respuesta a un reactivo (ítem) en función de un parámetro específico del ítem y el nivel de rasgo latente que presenta un determinado sujeto, más conocido como TRI o Teoría de Respuesta al Ítem o también conocido como Teoría del Rasgo Latente TRL o Teoría de Respuesta al Reactivo TRR, donde se consideran los ítem como las unidades básicas de los test.

Así se describen los parámetros específicos del reactivo, como índice de discriminación, índice de dificultad, probabilidad de acierto al azar, error por descuido. Esto se hace porque la teoría de respuesta al ítem se basa en los patrones de respuesta y en el papel central que cumple el reactivo.

Contrario a la teoría clásica, que establece una linealidad que le apuesta a que el puntaje obtenido por una persona en una prueba es la sumatoria de los puntajes verdaderos más un error. La idea general de la TRI es cuantificar y determinar si un estudiante consigue responder correctamente cada una de las preguntas (ítem). Existen modelos de dos o tres parámetros, los cuales relacionan la probabilidad de que una respuesta sea correcta de acuerdo al nivel de dificultad, la discriminación y el azar.

En cualquier situación de medida hay variables subyacentes de interés que, en el caso del ámbito educativo, son cognitivas (sobre todo de contenido), pero que pueden ser psicológicas, como la inteligencia. Estas variables subyacentes deben tener como soporte una formación teórica y son denominadas en la nomenclatura de TRI "rasgos latentes" o "habilidades". El modelo planteado es un modelo de 3 parámetros y relaciona la probabilidad de que la respuesta sea correcta con la dificultad, la discriminación y el azar de ese ítem. (Debera, 2006 p. 2-3).

Esta forma de validación del test es acertada en el desarrollo de la investigación pues permite establecer el grado de acercamiento o veracidad de un estudiante en el manejo, identificación y manipulación de un concepto matemático.

La expresión matemática para esta valoración es:

$$P(Y_i = 1|\theta) = C_i + \frac{1-C_i}{1-e^{-1.7a_i(\theta-b_i)}}$$

Donde: **a**, representa la discriminación, **b** la dificultad y **c** el azar. Las bases del modelo están en que los parámetros de los ítem calculados no dependen del nivel de habilidad del grupo de examinados que los responden, sino que es una propiedad de los ítem y además en que el nivel de habilidad de los examinados es invariable a los ítem que se utilicen para medirlo.

3.2. Elementos didácticos.

3.2.1. Material físico.

Parquemático Versión I. Este instrumento tiene como objetivo recrear el Sistema de Numeración Decimal usando el conjunto de los Números Enteros. Consiste en varios círculos concéntricos que representan los números enteros negativos y positivos, cada nivel del círculo representa las unidades, decenas y centenas, se juega por equipos con cuatro dados, dos de color azul y dos rojos que representan el sentido y cantidad de movimientos.

Figura Nº 1. Parquemático Versión I

Parquemático Versión II. Este tablero remplaza al anterior simulando una recta numérica de los Números Enteros pero haciendo énfasis en la construcción del Sistema de Numeración Decimal en potencias de 10.

Figura Nº 2. Parquemático Versión II

Parquemático Versión III. Este tablero usa, además, parte del conjunto de Números Racionales, la idea es recrear el uso de racionales y sus equivalencias. Se usa una vez los estudiantes sean diestros en el manejo de los niveles anteriores, se juega por grupos y con varias fichas a la vez.

Figura Nº 3. Parquemático Versión III

3.3. Procedimientos.

Para la aplicación de los instrumentos de verificación, toma y control de datos de la investigación se han seguido los siguientes pasos:

Selección del grupo objetivo. Grado 4º de educación básica primaria de la escuela Antonia Santos del municipio de Fusagasugá - Colombia.

Caracterización del grupo. Se diseñó una encuesta que permitiera obtener información del grupo objetivo y de su entorno educativo (profesores, padres de familia).

Diseño de instrumentos. Para garantizar que los estudiantes usaran estrategias novedosas en su práctica educativa, se esbozó un juego de mesa que recreara la Recta

Numérica de los Números Racionales en intervalos muy específicos. Además estos diseños permiten acercar al estudiante a las nociones básicas de Números Enteros y Números Racionales. Los formatos de estos juegos de mesa, son tres niveles de juego para iniciar la reconstrucción del Sistema de Numeración Decimal.

Aplicación de pruebas e instrumentos. Inicialmente se dialoga con los directivos de la institución, los docentes, padres de familia y finalmente con los estudiantes.

Se aplican las encuestas y la prueba de entrada al grupo seleccionado. Luego se hace participación en varias clases para indicar el manejo de los juegos y motivar a los docentes a su uso. Se bosqueja un manual para el uso de estos tableros y finalmente se aplicó una prueba de salida que arrojó los datos para la evaluación de resultados.

3.4. Estrategia de análisis de datos.

Para analizar los datos se crea una base de datos usando el software FileMaker, en él, se plantean tablas relacionales que permitieron hacer integración, comparación y selección de las variables que participaron en el proceso de recolección de datos, desde las encuestas, pasando por la prueba de entrada y la prueba de salida.

Se analizó estadísticamente el comportamiento de las variables relevantes que permitieron dar sustento a las conclusiones finales.

3.3. Prueba de entrada.

Las evaluaciones se hacen en forma escrita tradicional con preguntas de selección múltiple, otras, usando el computador para el registro de avances, logros y dificultades en el proceso de formación. La prueba de entrada está divida en dos grupos de la siguiente manera: (la prueba de entrada se encuentra en el apéndice F)

Geométricas:	5 Preguntas
Aritméticas:	15 Preguntas
Sistema de Numeración Decimal:	2 Preguntas
Recta Numérica:	4 Preguntas
Operaciones:	5 Preguntas
Racionales:	4 Preguntas

En la sección apéndice, están las evidencias y formatos originales de esta prueba. Todos los instrumentos han sido diseñados usando el software Ilustrador de la suite de Adobe CC. Cada estudiante, padre de familia y profesor recibió este material completamente gratis.

Una vez aplicadas las estrategias metodológicas sugeridas y usados todos los instrumentos propuestos, se ha llegado a algunas conclusiones que refuerzan y avalan la pregunta de investigación y los objetivos planteados, esto es: ¿cómo incentivar la creatividad de los niños de cuarto grado en la escuela primaria Antonia Santos del municipio de Fusagasugá, usando el juego como estrategia de aprendizaje para la implementación de las nociones de suma algebraica y la construcción del Sistema de Numeración Decimal, en las clases de matemáticas?

Los objetivos planteados, acordes con los resultados están enmarcados en el objetivo general: incentivar la creatividad de niños y niñas, implementando el uso de instrumentos didácticos en la asignatura de matemáticas de cuarto grado de enseñanza primaria de la escuela Antonia Santos del municipio de Fusagasugá Colombia. Además de alcanzar los objetivos específicos: diseñar e implementar instrumentos didácticos que permitan la comprensión de las nociones de suma algebraica como una operación cuyo determinante es el signo, usando diversas estrategias que garanticen que el estudiante cree reglas de juego (desarrollo de la creatividad) basado en dichos conceptos. Diseñar e implementar instrumentos didácticos que permitan la reconstrucción (desarrollo de la creatividad) y comprensión de las nociones del Sistema de Numeración Decimal. Construir e implementar unidades didácticas que ayuden a comprender el concepto de Número Natural, Número Decimal, Números Enteros y Números Racionales. Construir e implementar instrumentos didácticos que recreen las nociones matemáticas básicas como posición, sentido, valor absoluto e intervalo y fomente la construcción de reglas particulares a partir de nociones matemáticas. Construir e implementar instrumentos de validación y evaluación de los resultados del juego en la construcción de los conceptos propuestos.

Los instrumentos que garantizaron el cumplimiento de estos objetivos fueron diseñados pensando como corriente pedagógica el constructivismo para recrear el contexto de los números en la Recta Numérica y el juego como estrategia en la solución de problemas para garantizar la apropiación de los conceptos relevantes y definitivos en la construcción del Sistema de Numeración y la identificación del concepto de Suma Algebraica, pilares de la investigación.

4. Análisis y discusión de resultados

Una vez finalizada la etapa de aplicación de instrumentos en la investigación: Estrategias lúdicas para la enseñanza de la suma algebraica en los niños y niñas de 4º grado de la escuela primaria que garanticen su interpretación sobre la recta numérica, los siguientes son los análisis de los datos obtenidos a lo largo de las pruebas de campo.

Los datos conseguidos al aplicar las pruebas de entrada o diagnóstico y la prueba de salida o verificación permitirán verificar las hipótesis de investigación y corroborar si usando el juego como estrategia de aprendizaje, se garantizarán mejores resultados en la interpretación de las nociones básicas de la matemática en la escuela primaria, en particular del grado 4º de la escuela Antonia Santos.

Los datos que se presentan a continuación se han recolectado en varias pruebas de campo y luego de la aplicación del juego durante varios meses de trabajo con los estudiantes en jornadas de una visita semanal de 2 horas en el aula de clase y en compañía de los docentes responsables del curso, además de los ejercicios y tareas propuestos para la implementación del juego con los padres de familia.

Un inconveniente que se presentó en el desarrollo de las actividades fue la suspensión de clases debido a un paro agrario de más de 8 días, un paro de maestros y las reparaciones locativas de la escuela que duraron más de 2 semanas. Sin embargo y a pesar de las pausas, los estudiantes recordaban con facilidad las reglas del juego y la forma de practicarlo. Debe quedar claro que se están implementando nociones matemáticas que presentan dificultades a lo largo de la educación primaria, secundaria y universitaria, como son los números racionales y la suma algebraica, la noción de signo, intervalo, conjunto numérico, sistema de numeración, entre otros.

4.1. Resultados iniciales.

Una vez realizadas las encuestas a los padres de familia, estudiantes y docentes de 4º grado la escuela municipal Antonia Santos se han obtenido algunos datos que verifican las hipótesis de investigación y otros que sugieren la implementación de la propuesta desde diferentes escenarios y en tiempos más prolongados que garanticen un seguimiento riguroso de dichos resultados. Las encuestas se encuentran en los apéndices B, C y D.

Estos resultados son de interés para la investigación porque dan una primera mirada de la comunidad educativa en su conjunto, es decir, padres, estudiantes y docentes. Los niveles académicos, profesionales y laborales permitirán hacer un cruce de variables para determinar posibles causas o inferencias de los resultados.

4.1.1. Sobre la encuesta a padres de familia.

Las siguientes son las observaciones sobre la encuesta a padres de familia de los estudiantes de la escuela Antonia Santos, realizada con el fin de tener un parámetro de referencia en la discusión de resultados de la investigación. Los datos a padres se registraron en el transcurso de un fin de semana de clase y luego de la aprobación de dichos instrumentos por parte de las directivas de la institución. (Apéndice J)

Tabla Nº 1

Datos comparativos de padres y madres de familia respecto a sus niveles académicos.

Ítem	Madres	Padres
Promedio edad	34 años	40 años
Tienen estudios primaria	63%	57%
Tienen estudios secundaria	47%	36%
Tienen estudios técnicos	9%	7%
Tienen estudios agrícolas	2%	3%
Tienen estudios profesionales	8%	6%

Los padres son relativamente jóvenes, sin embargo sus niveles académicos son muy bajos. Sólo el 7% tiene estudios profesionales y el 40% no ha terminado sus estudios de enseñanza básica primaria. Los niveles académicos de los padres influyen significativamente como apoyo académico de sus hijos, pero además, como se planteó en el marco teórico, son un ejemplo con mucho significado para el futuro de los estudiantes.

No hay diferencias significativas entre las edades del padre y la madre, además, tampoco es significativa la diferencia en su formación académica, en ambos casos es baja, un gran porcentaje de ellos vienen del campo, donde tradicionalmente no han existido políticas públicas de educación.

Para el desarrollo de la investigación es importante contar con padres de familia con niveles académicos aceptables, mínimamente estudios primarios, además de ser jóvenes lo que posibilitará que ellos estén dispuestos a jugar con sus hijos.

4.1.2. Sobre la encuesta a estudiantes.

Las siguientes son las observaciones sobre la encuesta a estudiantes realizada con el fin de tener un parámetro de referencia en la discusión de resultados de la investigación. Los datos a estudiantes se registraron en el transcurso de una semana de clase y luego de la aprobación de dichos instrumentos por parte de las directivas de la institución. (Apéndice J)

Tabla Nº 2
Datos básicos de los estudiantes objeto de la investigación.

Ítem	Cantidad
Cantidad de estudiantes	72
Mujeres	40
Hombres	32
Promedio de edad (Desviación Estándar = 2)	10
Cuentan con Internet	285

Se aprecia que son más mujeres que hombres y que el promedio de edad no tiene una desviación estándar significativa, es decir el grupo es homogéneo. La conexión a Internet es muy poca, por esta razón se prefirió la aplicación del material físico sobre el material digital, en el desarrollo de la investigación.

El promedio de edad nos ubica en un rango de aprendizajes básico conforme a los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia y el hecho de que el grupo esté dividido equitativamente por género nos permite crear material universal, es decir, sin particularidades sutiles de los géneros, como son el color o la forma de los instrumentos de juego.

Podemos afirmar además que esta característica de edad, nos garantiza que el grupo tiene una madurez cognitiva homogénea y no afectará los resultados de la investigación.

Tabla Nº 3

Uso del tiempo libre o extra clase de los estudiantes.

Ítem	Horas diarias
Usan computador	1,3
Hacen tareas	1,5
Ven TV	2
Navegan en Internet	1,5
Hacen deporte	1,6
Total trabajo extra clase semanal	7,4

Los estudiantes tienen una jornada diaria de ocupación de 15 horas a partir del ingreso a la escuela y hasta que se van a dormir, quedando tiempo suficiente para el descanso, en este grupo ningún estudiante trabaja y tampoco manifiesta que le exigen colaborar en forma intensiva con el quehacer de la casa, esto garantiza que los estudiantes manejan bien sus tiempos extra clase y que pueden dedicar unos minutos al día a practicar el juego propuesto.

A partir de los datos podemos inferir que es posible que los estudiantes dediquen al juego propuesto mínimamente 2 horas a las semana. Jugar una partida de Parquemático supone un tiempo aproximado de 10 minutos. Para garantizar que esto suceda, los docentes han hecho hincapié en recordar todos los días la necesidad de que jueguen con los padres de familia o amigos cercanos en la casa a manera de tarea.

Tabla Nº 4

Preferencia de los estudiantes con respecto a las asignaturas.

Ítem	Porcentaje
Español	52%
Matemáticas	43%
Educación artística	40%
Educación física	38%
Tecnología	24%
Inglés	13%
Informática	13%
Religión	7%

Llama la atención que las asignaturas que más les gustan son español y matemáticas casualmente son aquellas en las que peor les va, según los resultados del ICFES, (Instituto que se encarga de aplicar las pruebas académicas a los estudiantes en todos los niveles de educación de estado en Colombia) además la asignatura en la que manifiestan menos gusto es la religión que es la de mejor desempeño presentan según las pruebas mencionadas. También es notorio que las asignaturas, matemáticas y español tengan un mayor gusto que informática ya que en nuestro país se han realizado muchas campañas para el uso y apropiación de las tecnologías de información y comunicación TIC.

Podríamos afirmar, ajustando a las hipótesis de investigación, que existen dificultades para la enseñanza de las matemáticas, los estudiantes están dispuestos a aprenderla o por lo menos tienen la motivación necesaria para iniciar y continuar con su aprendizaje. Una vez motivados es más fácil generar estrategias para garantizar que el conocimiento sea apropiado por los estudiantes, es aquí, donde la didáctica juega un papel importante como transposición o facilitador de conceptos, en otras palabras: del saber sabio de los matemáticos al saber enseñado que se manifiesta en las aulas de clase.

4.1.3. Sobre la prueba de entrada.

Se realizaron pruebas a 75 estudiantes, las preguntas se dividieron en diferentes aspectos de la matemáticas relacionados con los objetivos de la investigación, es decir, se indagó sobre los conocimientos acerca del Sistema de Numeración Decimal y la Recta Numérica, esta última como pilar fundamental para la construcción de las nociones de suma algebraica de acuerdo con la presente propuesta de investigación.

Los resultados generales de la evaluación no muestra diferencias significativas de género, aunque les va mejor a las niñas en geometría y a los niños en aritmética.

Las preguntas de aritmética están dividas en 4 rangos, la siguiente tabla presenta los resultados obtenidos en promedio.

Tabla Nº 5
Porcentajes de respuesta a las preguntas por categoría.

Ítem	Porcentaje
Recta Numérica	39%
Números Racionales	26%
Sistemas de Numeración	34%
Operaciones	77%

Se puede evidenciar que el mejor desempeño es en la operatividad, reafirmando la justificación de la presente investigación. Los estudiantes aprenden lo que se les enseña, si les enseñamos a hacer ejercicios, eso aprenderán, si les enseñamos a resolver problemas o formular y verificar hipótesis, eso aprenderán. Se resalta entonces la importancia que tiene la participación del maestro y sus didácticas de aprendizaje.

En lo referente a la Recta Numérica, la interpretación de los Números Racionales y el Sistema de Numeración, el desempeño es muy débil. La Reta Numérica casi no se estudia en las clases tradicionales, más haya de un contenido temático más, pero no como eje en la elaboración de conceptos, los docentes que enseñan matemáticas en la escuela primaria desconocen su utilidad y marco referencial para la construcción de nociones como intervalo, distancia, valor absoluto, posición, y un concepto clave acerca de definir cuando un número es mayor que otro.

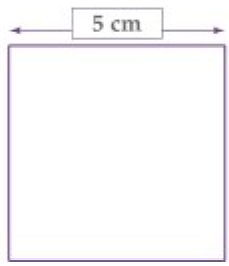
Los Números Racionales son un dolor de cabeza incluso para el docentes que imparten la asignatura de matemáticas ya sea por que sus didácticas se reducen a partir una unidad y describir el numerador y denominador de la fracción o por que el docente que no es especialista en el área, centra su atención en los algoritmos que rigen la suma, la resta, el producto y la división, además, el docente licenciado en matemáticas aborda el concepto como dos números, el denominador y el denominador, aunque es cierto que estás partes existen en un número Racional, también lo es el hecho de la importancia de identificarlo como un sólo número, y es precisamente, la recta Numérica un escenario formidable para garantizarlo.

La interpretación del Sistema de Numeración es deficiente cuando no se ha construido en le ejercicio del juego o didácticas especiales, sino que se ha impuesto como definición y necesidad del conteo como esencia de su existencia. La formación de las nociones matemáticas se deben no sólo a la necesidad de formalizar o representar situaciones de la vida a manera de modelación, sino que también su desarrollo de debe al reto que se imparte a partir de pruebas o acertijos propuestos por el mundo académico propio de los matemáticos. El Sistema de Numeración Decimal es muy dinámico, los números se pueden representar de diferentes formas, pero su estructura es única. El Parquemático recrea está construcción vinculada a la Recta Numérica.

El apéndice J, presenta las preguntas de la prueba de entrada que muestran las principales dificultades de los estudiantes al inicio de la implementación de los instrumentos de la presente investigación. El siguiente cuadro presenta las preguntas donde son notorias dichas dificultades.

Tabla Nº 6
Porcentajes de respuesta a las preguntas por ítem en la prueba de entrada y que representan un alto grado de dificultad.

Enunciado de la pregunta	Nº Pregunta	Aciertos %
Dos líneas son perpendiculares si el ángulo que se forma entre ellas es recto. ¿Cuál de los siguientes pares de líneas no son perpendiculares?	3	25%

Enunciado de la pregunta	Nº Pregunta	Aciertos %
El área de una figura geométrica plana representa la superficie que ocupa su interior. El área del siguiente cuadrado es:  A- 20 cm^2 B- 20 cm C- 25 cm^2 D- 25	5	12%
Un número es más grande que otro si está más a la derecha en la Recta Numérica. De los siguientes números ¿cuál es el más grande? A) -12 B) 0 C) 5 D) 2/30	6	3%
El Sistema de Numeración Decimal es posicional, lo que implica que el valor de un dígito depende de la posición que ocupe dentro del número. El número 3457 está formado por 4 dígitos, ¿cuál de estos representa una mayor cantidad de acuerdo a su posición?. A- 3 B- 4 C- 5 D- 7	7	9%
Un lote de ganado de 45 vacas se debe repartir entre tres hermanos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno? A- 1/3 de las vacas B- 1/2 de las vacas C- 2/3 de las vacas D- 1/4 de las vacas	18	19%

Como se muestra en la prueba de entrada (Apéndice F) , las preguntas 3 y 5 corresponden a geometría, la 6 a la Recta Numérica, la 7 al Sistema de Numeración Decimal y la 18 a la interpretación de Racionales. La pregunta 6 pudo haber sido mal interpretada y en vez de leer dos sobre 30 leyeron dos mil ciento treinta.

Los resultados en cada una de las preguntas de la prueba de entrada en lo referente a aritmética, se muestran en la siguiente tabla. (Las preguntas de geometría se incluyeron solo por tener una idea general de cómo está relacionado el aspecto métrico y su relación con la aritmética, pero no son parte integrante de la presente investigación).

El apéndice J, muestra el porcentajes de respuesta a las preguntas por ítem en la prueba de entrada y la respectiva desviación estándar de cada pregunta. Se puede apreciar que.

Se han agrupado las preguntas por categoría de dificultad para analizar los resultados en estos casos. Una pregunta se cataloga en un grado de dificultad de acuerdo a la cantidad de nociones que involucra su respuesta y en base a los procedimientos mínimos que debe tener el estudiante para contestarla, al respecto se han analizado las siguientes preguntas en los ítem de mayor relevancia para la investigación, es decir, la Recta Numérica, los Racionales y el Sistema de Numeración Decimal, la categoría de operaciones busca recoger información que valide la hipótesis de investigación respecto a que los estudiantes han sido entrenados para resolver algoritmos (operación) y no para resolver o interpretar problemas y nociones, estas preguntas arrojan el siguiente resultado:

Tabla Nº 7

Porcentajes de respuesta a las preguntas por categoría en la prueba de entrada y la respectiva desviación estándar de cada pregunta.

Clasificación	Aciertos %	Desviación
Recta Numérica	39%	23%
Números Racionales	26%	
Sistemas de Numeración	34%	32%
Operaciones	77%	26%

Como se esperaba, en la prueba de entrada se afirman nuevamente las tesis de investigación al comparar que en operaciones los estudiantes son muy diestros en la manipulación de algoritmos, la desviación estándar confirma que casi todos mantienen este promedio, igual sucede con los resultados respecto a la Recta Numérica, Racionales y Sistemas de Numeración.

La diferencia de resultados de los tres primeros ítem con respecto al último es sorprendente, más del doble. No es que nos tranquilice este resultado, es que verifica nuestra apreciación al observar los cuadernos de matemáticas de los estudiantes en diferentes colegios y grados académicos, se han convertido en expertos en la solución de ejercicios y no en estudiantes que usen sus conocimientos para solucionar problemas, muchos de los cuales no sabe la vía de solución.

4.2. Aplicación de Instrumentos.

Para el uso de los instrumentos diseñados, se realizaron varias jornadas pedagógicas en compañía de los estudiantes y profesores, en cada una de ellas el tiempo de clase se agotó y los estudiantes no impidieron continuar con la clase aun si salían a descanso. Participaron el 100% de los estudiantes objeto de la investigación. Las diferentes preguntas planteadas fueron respondidas con sentido crítico y con un nivel de creatividad que no se evidenciaba en el salón de clase con la instrucción tradicional donde el estudiante atiende la explicación del profesor y donde la única pregunta que éste hace es: "¿me entendieron?" y la única respuesta es: "si profesora".

Normalmente, ningún estudiante se atreve a decir que no entendió por varios motivos, entre otros, espera un castigo de parte del profesor pero el más relevante es que él cree que es el único que no entendió y por pena con sus compañeros, no lo manifiesta.

Se realizó una encuesta indagando por qué los estudiantes no preguntaba cuándo no entendía algo y ellos respondieron:

Tabla Nº 8
Porcentajes de respuesta a la pregunta ¿por qué no pregunta cuando no entiende la explicación del docente?.

Clasificación	Aciertos %
Me da pena	30%
Creo que se burlarán de mi	26%
Creo que soy el único que no entendió	24%
Creo que el profesor me regañará	20%

Las diferentes propuestas de participación que hacen los estudiantes en el desarrollo del juego, que evidencian la participación creativa de los estudiantes se encuentran registradas en los vídeos. En todas las sesiones realizadas, los estudiantes participaron con aportes significativos a las preguntas y con propuestas creativas para la asignación de metas en el juego.

Para garantizar que en la casa se usen los instrumentos diseñados, se construyó el siguiente manual para que los padres o familiares de los estudiantes compartan el juego. Una de las tareas que se les asignó a los estudiantes fue la de enseñar a sus padres, vecinos o amigos dicho juego.

4.3. Prueba de salida

Luego de haber practicado con el Parquemático (Instrumento didáctico físico para la validación de las propuestas de investigación, el juego y su manual de uso se encuentra en el Apéndice G) se realizó una prueba de salida, arrojando los siguientes resultados. Los resultados detallados por pregunta y su valoración estadística se encuentran en el apéndice I.

Conforme a estos resultado podemos afirmar:

Se han separado las preguntas en criterios a partir de la pregunta de investigación y la justificación de la misma, esta clasificación en la prueba de entrada (Apéndice H) como en la de salida (Apéndice I) arroja los siguientes resultados:

Tabla Nº 9
Porcentajes de respuesta a las preguntas por categoría en la prueba de entrada y la respectiva desviación estándar de cada pregunta.

Clasificación	Aciertos %	Desviación
Recta Numérica	39%	23%
Números Racionales	26%	
Sistemas de Numeración	34%	32%
Operaciones	77%	26%
Totales	51%	15%

En la pregunta de investigación planteamos necesidad de implementar acciones que garanticen el reconocimiento por parte de lo estudiantes de las nociones de suma algebraica y la construcción del Sistema de Numeración Decimal, en las clases de matemáticas, así los tres primeros ítem corresponden a preguntas referentes al planteamiento de la pregunta de investigación y el cuarto ítem a la justificación.

Al comparar esto mismos ítem (no necesariamente con las mismas preguntas) pero si en el mismo orden de categoría podemos observar avances en la interpretación de dichas nociones, esto se debe a varios factores, entre otros:

Los recuerdos están frescos y han sido presentados con lujo de detalles utilizando estrategias lúdicas.

Las estrategias utilizadas están encaminadas al reconocimiento de dichas nociones.

El uso regular de la recta Numérica, aún en su versión circular, permite que se diferencien considerablemente los conjuntos de números Naturales y Enteros.

La distribución de los elementos del juego en colores refuerza la idea de número negativo y posición de un número.

Aunque no es fácil de explicar (es casi una definición) los estudiantes reconocen cuando un número es mayor que otro, esto es evidente en la Recta Numérica.

Como se observa en la siguiente tabla los resultados han mejorado en un porcentaje por encima del 20%.

Tabla Nº 10

Porcentajes de respuesta a las preguntas por categoría en la prueba de salida y la respectiva desviación estándar.

Clasificación Prueba de Salida	Aciertos %	Desviación
Recta Numérica	79%	20%
Números Racionales	79%	19%
Sistemas de Numeración	70%	16%
Racionales y Recta Numérica	58%	30%
Totales	72%	19%

Podemos apreciar que la diferencia de resultados en los totales de ambas pruebas, una cosa es hacer una evaluación a partir de un entrenamiento riguroso y con métodos llamativos para el estudiante y en el momento oportuno cuando están desarrollando los temas que relacionan las preguntas (prueba de entrada) y otra muy diferente, cuando se hace una evaluación de temas que se suponen deben manejar y que vieron en tiempos diferentes al de la evaluación (prueba de salida). Sin embargo a partir de esta premisa se realizan las siguientes interpretaciones de los resultados.

A pesar de que la desviación estándar a nivel general es aceptable, lo que indica que el grupo es homogéneo, se aprecia una diferencia en el reconocimiento de los Números Racionales sobre la Recta Numérica, en cambio, es muy buena la apreciación con respecto a los Números Enteros y la Recta Numérica, de hecho, los juegos implementados centran su atención en este aspecto y en la construcción del Sistema de Numeración Decimal.

Se han clasificado las preguntas de acuerdo a su nivel de dificultad, A, dificultad alta, B, dificultad media y C poca dificultad. Los resultados de esta clasificación son:

Tabla Nº 11
Porcentajes de respuesta a las preguntas por nivel de dificultad de preguntas en la prueba de salida y la respectiva desviación estándar.

Clasificación Nivel de Dificultad	Aciertos %	Desviación
Alta	48%	18%
Media	77%	24%
Baja	84%	20%

Llama la atención que las desviaciones en los tres casos se mantiene equilibrada, es decir, el grupo en su conjunto acierta en un porcentaje parecido a las preguntas de acuerdo a su nivel de dificultad.

Las preguntas 14 y 16 son las que presentan un nivel de respuesta muy deficiente, 28% y 16% respectivamente, dichas preguntas corresponden al nivel alto y a los contenidos de Recta Numérica y Sistema de Numeración Decimal, esto se debe a que sus enunciados se refieren a dos aspectos de difícil manejo por parte de los estudiantes, por un lado la realización de operaciones con Racionales sobre la Recta Numérica y por otro, la interpretación de una definición matemática con el rigor característico de esta asignatura.

La desviación estándar de la prueba es aceptable, está en el 20%, sin embargo dicha desviación es del orden de 45% en las preguntas: 4, 7 , 8, 14, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 29 y 30 casi la mitad de la prueba. Esto nos indica una disparidad muy grande en el grupo, hay estudiantes con muy buenos niveles pero hay otros que disminuyen el nivel del grupo.

Existen aspectos en los cuales el grupo es muy homogéneo, es el caso de las preguntas: 6, 9, 11, 24 y 26 donde la desviación es cercana al 10%.

En cuanto al género no se evidencian diferencias significativas, los resultados generales, esto son:

Tabla Nº 12

Porcentajes de respuesta a las preguntas por género y categoría en la prueba de salida y la respectiva desviación estándar.

Clasificación	Mujeres	Hombres	%	Desviación
Recta Numérica	85	15	81	16
Racionales	84	15	82	17
Sistema Decimal	75	16	69	14
Racionales y Recta Numérica	65	26	60	28
Totales	75	15	73	17

4.3. Confiabilidad y validez.

A lo largo del proceso de instrucción, juego y evaluación, se hicieron preguntas a los estudiantes a partir de las observaciones que ellos tenían de las alternativas en el juego, y con base en los objetivos de la investigación y la pregunta de investigación, se construyeron diferentes tipos de preguntas que abordaban los temas de Suma Algebraica, Recta Numérica, Sistema de Numeración Decimal, entre otros. Las pruebas se clasificaron en estos ítem y a cada una de las preguntas fue validada y reconstruida con el profesor titular del curso, además se tomo como guía, las pruebas que el Ministerio de Educación Nacional realiza a los estudiantes cada año.

También se establecieron y clasificaron preguntas de verificación del resultados al azar y preguntas de diferente nivel de complejidad lo que garantizó que las pruebas arrojaran resultados verídicos conforme a lo estudiado o expuesto en el juego.

Para el análisis de resultados y toma de datos, además de los instrumentos que se diseñaron para recolectarlos, también se construyó un base de datos usando el software FileMaker para Mac, este software es vanguardia mundial en el manejo de tablas de datos relacionales, ver el apéndice K. Cada uno de los ítem de las pruebas se analizó siguiendo las normas estadísticas y se relacionaron y seleccionaron las preguntas por contenido temático y grado de dificultad.

Se seleccionaron básicamente 4 grupos de preguntas conforme a las tesis planteadas y a la pregunta de investigación, es decir: Suma Algebraica, Recta Numérica, Números Racionales y operaciones.

Los resultados de las pruebas han verificado las hipótesis de investigación y soportado estadísticamente los objetivos de la misma. Para el análisis estadístico se usaron medidas de tendencia central como la desviación estándar, es decir la desviación que presentan los datos en su distribución respecto a la media aritmética para la cual hemos utilizado la expresión:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}$$

Donde **N** es el número de datos, y la media aritmética se calculó de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

También se ha utilizado la teoría de respuesta al ítem (TRI) para cuantificar y determinar si un estudiante consigue responder correctamente cada una de las preguntas o lo hace por azar. En este caso hemos utilizado la opción de tres variables, el nivel de dificultad, la discriminación del ítem y el azar como posibilidad de respuesta.

No se hicieron valoraciones acerca de la participación de los padres de familia en el proceso del juego. Los docentes se mostraron satisfechos con el ejercicio realizado y sorprendidos de la forma tan diferente como se puede "hacer matemáticas". Estas dos últimas afirmaciones son subjetivas, pues no se aplicaron instrumentos de validación que las soporte estadísticamente al no ser parte de la pregunta de investigación ni de los objetivos expuestos en la misma, se mencionan por la importancia que tienen en el proceso de formación de los estudiantes y su inferencia será objeto de otra investigación.

Los estudiantes participaron en cada una de las actividades al grado tal que todos querían exponer sus opiniones, esto permite iniciar el camino de la creatividad, poder exponer el punto de vista y confrontarlo con sus pares académicos. Es para los estudiantes un ejercicio necesario que fortalece su espíritu de superación y permite aceptar la diferencia. Cuando un docente "dicta" la clase, no hay sino una propuesta, la del docente, cuando un docente "construye" la clase las conclusiones llegan por común acuerdo, aún en el caso de las matemáticas como ciencia "exacta".

Utilizando el juego como estrategia de aprendizaje y mecanismo didáctico para construir las nociones básicas de la matemática escolar, hemos recorrido un conjunto de actividades dirigidas, pero libres, es decir, el maestro tiene claro a donde podemos llegar, los estudiantes deciden hasta donde llegar, en ocasiones los caminos se bifurcan en otras llegan más lejos de lo planeado, esa es la ventaja de contar con los saberes y pre saberes del estudiante.

Cuando se indaga a los estudiantes sobre que veían al colocar la imagen del Parquemático circular (versión I del juego) hubo muchas respuestas, ellos ven cosas que los adultos no ven, es natural, los adultos están sesgados, miran con lentes muy obtusos; los estudiantes, gracias a su mirada amplia y desprevenida hicieron muchas propuestas o entregaron diversas respuestas, por ejemplo:

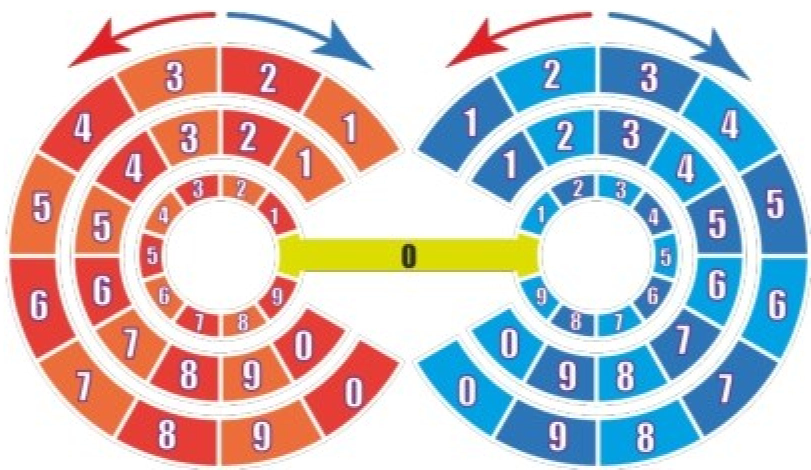


Figura Nº 4. Tablero central de actividades en la versión 1 del Parquemático

Pregunta:

¿Qué observan en el tablero?

Respuestas:
Son circulitos pegados por el cero
Son ruedas de colores
Son una ruleta
Son dos ojos separados por un cero
Son pistas de carreras

Son dos túneles de números

Cuando se manifestó a los estudiantes que este era un modelo de representación del Sistema de Numeración Decimal, no lo entendieron, no tenían claro qué era un sistema de numeración, sin embargo, después de practicar con varias opciones (el juego es de múltiples opciones, por no decir infinitas) se preguntó que representaban cada uno de los círculos concéntricos (se explicó qué era concéntrico) ellos manifestaron

Pregunta:

¿Qué representa cada círculo concéntrico?

Respuestas:

Son grupitos de números que van aumentando
Son como los niveles de los juegos de computador
Son las unidades, decenas y centenas
Si pero rojas y azules.

Al indagar sobre qué representaba el cero que aparece en la parte central, el cual llamó mucho la atención, contestaron:

Pregunta:

¿Que creen que representa el cero que está en la parte central del tablero?

Respuestas:

Es el que divide el juego en buenos y malos
Es el centro de la figura
Es un número común
Es el número de diferente color
El la línea de salida
No, no es una línea, es un número de salida

La importancia de esta participación en la construcción de nociones básicas de la matemática escolar como Sistema de Numeración y Recta Numérica, objeto de esta investigación, radica en que el maestro a preparado el terreno, a modo de transposición didáctica, para definir los términos matemáticos con los que trabajará mientras los estudiantes no abandonen el sistema educativo.

La aplicación del juego a partir de la forma en que está construido como representación de la Recta Numérica (a pesar de ser círculos concéntricos, en el primer nivel), demostró la posibilidad de recrear ambientes de aprendizaje futuros (el apéndice L se proponen ejemplos en la construcción de estos ambientes futuros de aprendizaje), en este caso, el cero como elemento determinante en la construcción de los números naturales y como marco referencial de la Recta Numérica, el cero en el instrumento usado (tablero versión I y números negativos como elemento de la Recta Numérica) que determina la dirección con respecto a un punto o marco referencial. Los estudiantes juegan con números negativos, positivos, se mueven en la Recta Numérica, evalúan intervalos y hacen sumas algebraicas, a pesar de que no se han expuesto estas ideas en el salón de clase, cuando eso suceda, ya no será un tema desconocido para ellos y el hecho de haberse recreado están nociones en el juego, posibilitará su aprendizaje, pues estamos conectando puntos del pasado en el presente, estimulando las zonas de desarrollo próximo.

También se recreó la noción de mayor o menor a partir de la Recta Numérica, esto es de suma importancia, para los estudiantes de esta edad y este nivel, un número mayor que otro es aquel que representa una mayor cantidad, en este orden de ideas, el 10 es mayor que el 1 por que tiene 9 unidades más, pero ¿Cómo explicar que el 0 es mayor que el -5? O ¿Cómo explicar que el -5 es menor que -1?

Las operaciones de sumas algebraicas se han realizado sin siquiera mencionarlas, los estudiantes aprenden a hacerlas regularmente pero con un ingrediente excepcional, les gusta, quieren hacerlo y lo hacen así no sean conscientes del proceso matemático inmerso en cada uno de los movimientos de realiza en el tablero de juego. Las nociones de posición, valor absoluto, intervalo, distancia, vector dirigido y signo de un número, ahora no serán obstáculos en el aprendizaje, tienen la idea, aún a pesar de no poderlo definir. Por ejemplo, tengo la idea de como funciona un carro de combustión a gasolina (o de explosión) y uno de diésel (o térmico), pero no se definir con claridad su diferencia, eso me basta saber que se produce una acción en el interior del motor que genera una reacción que se manifiesta en el movimiento del vehículo, si necesito esta explicación más detallada, el terreno está abonado por la noción que tengo la cual me ayuda significativamente.

5. Conclusiones

Una vez finalizada la etapa de aplicación de instrumentos y análisis de resultados en la investigación "Estrategias lúdicas para la enseñanza de la suma algebraica en los niños y niñas de 4º grado de la escuela primaria que garanticen su interpretación sobre la recta numérica" es necesario aclarar que al referenciar el juego como estrategia de aprendizaje, no se está descubriendo que el agua moja, es evidente y se ha hecho énfasis hasta la saciedad, en la importancia del juego en las propuestas de enseñanza aprendizaje en todas las áreas del conocimiento y en todos los niveles educativos además de su importancia en el desarrollo de la creatividad, lo verdaderamente importante del juego que se diseñó para esta investigación, el Parquemático en sus diferentes versiones, además de novedoso, presenta una alternativa muy útil para replantear los contenidos temáticos en la escuela primaria y motivar a los estudiantes hacia el estudio de la matemática estimulando su creatividad.

Los docentes están apegados, desde hace mucho tiempo, a esquemas inflexibles de los planes de estudio, todo esto por considerar a la matemática una ciencia exacta en el saber y en su didáctica de aprendizaje el cual han convertido en riguroso y lineal. Son ellos quienes realmente dan esta categoría a la enseñanza de la asignatura perjudicando el desarrollo y avance de los estudiantes en los conceptos básicos de la matemática.

Esta experiencia contribuye a mostrar alternativas didácticas, conceptuales y lúdicas para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

Cuando se desarrollan las clases de matemáticas, se centran los esfuerzos en la manipulación algorítmica, la memoria y la solución de ejercicios, todo pareciera indicar que las corrientes conductistas se han apoderado de los docentes que imparten dicha asignatura, más aun cuando no son especialistas del área, entonces para no tener problemas (o minimizarlos) se vuelven drásticos y en ocasiones merecen el título de dictadores de clase, instructores que dicen que se debe saber y que no. Es precisamente ese “ser tan drásticos”, entre otras cosas, lo que ha desencadenado tanta apatía a la matemática, es natural que una persona diga: “lo mío no son las matemáticas”, esta afirmación podría compararse con la de una persona que en una reunión o en una cena suba los pies a la mesa y se justifique diciendo: “lo mío no es la urbanidad”.

Se debe reconstruir el mundo matemático a partir de los conocimientos previos del estudiante, a partir de su contexto, sus vivencias y en definitiva de todo el imaginario que en dicho momento se apodere de él. Los estudiantes en edades tempranas cambian vertiginosamente su concepción del mundo, los adultos, desafortunadamente, se han matriculado con una línea de pensamiento estática, poco sueñan o exploran nuevas posibilidades para la enseñanza de las matemáticas. Se evidencia esta apreciación en un ejercicio tradicional, escogido al azar de un cuaderno de matemáticas degrado 6º de educación básica primaria. A manera de ejemplo, el ejercicio que presenta la siguiente imagen consiste en 45 ejercicios en una tabla, el estudiante debe hacer sumas, respuestas, multiplicaciones y divisiones de 5 fraccionarios para cada ejercicio.

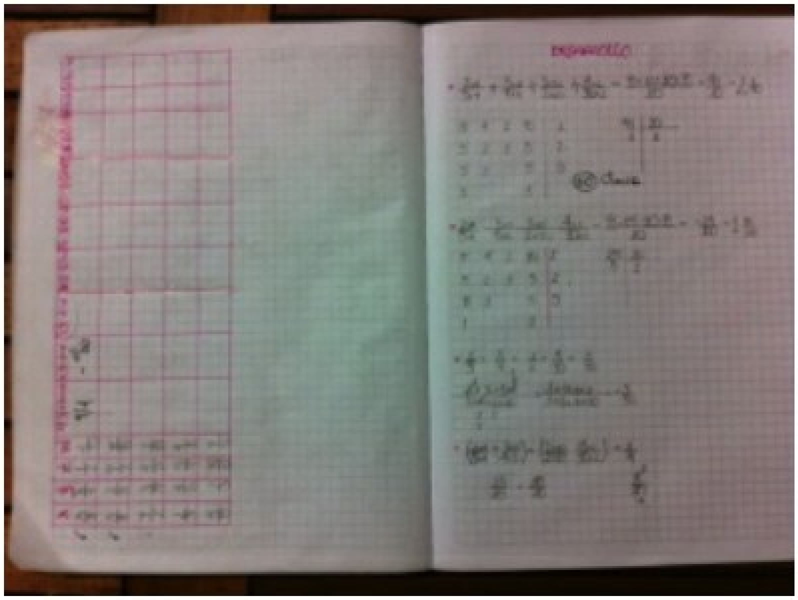


Figura Nº 5. Planas de ejercicios como tareas en una la propuesta tradicional que preferencia al manipulación de algoritmos.

5.1. Hallazgos.

Una vez aplicados los instrumentos que se diseñaron para el desarrollo de esta investigación, en particular el Parquemático y con base a los resultados obtenidos en las pruebas (Prueba de salida, apéndice H) y a partir de los ejercicios de campo realizados durante el II semestre académico del 2013 en la escuela Antonia Santos del municipio de Fusagasugá, se han encontrado algunas hallazgos respecto a los planes de estudio, el juego y la enseñanza de la matemática en lo referente a su didáctica de enseñanza, a la planeación de contenidos, al uso de estrategias lúdicas acordes con nuevos contenidos propiciando escenarios de conocimientos futuros. Estos hallazgos sugieren la necesidad de modificar o implementar nuevas alternativas pedagógicas en:

A- Los planes de estudio

B- El uso del juego como estrategia de aprendizaje de las matemática.

C- El uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de la disciplina.

Los siguientes párrafos presentan un soporte de estos hallazgos con base en la investigación adelantada.

5.1.1. Hallazgos: Planes de estudio.

Los planes de estudio están sujetos a la construcción de estructuras rígidas de seguimiento de contenidos temáticos preestablecidos, dejando a los docentes poco camino a la creatividad o la posibilidad implementar actividades propias de propuestas transversales o por proyectos. Las propuestas transversales permiten vincular varias áreas del conocimiento al abordar las temáticas de estudio, las propuestas por proyectos determinan los contenidos temáticos y flexibles en el desarrollo del proyecto.

Al inicio de la investigación los docentes manifestaron su preocupación por que los temas que se abordaría no estaban en los planes de estudio (tradicionales y rígidos) o no había tiempo para abordarlos, porque debían estar al día con los planes estipulados, sin embargo, luego de aplicación de los instrumentos verificaron que estos instrumentos eran flexibles y ayudaban en la comprensión de nociones matemáticas que antes eran difíciles para los estudiantes y docentes.

Cuando el plan de estudio se limita a enumerar un conjunto de contenidos temáticos rígidos y estructurados, los docentes se ven amarrados a ellos y será difícil innovar en propuestas pedagógicas, ¿Cuál es la diferencia entre los planes de estudio tradicionales y los planes de estudio flexibles? al respecto hay dos propuestas que vale la pena mencionar a manera de ejemplo:

5.1.2.1 Hallazgos: Propuesta tradicional de planes de estudio. Los planes de estudio tradicionales se construyen siguiendo un lineamiento que parte de la competencia futura de un profesional o egresado de alguna rama del saber. La siguiente anécdota se refiere a la participación del autor en la construcción de los planes de estudio de la Universidad de Cundinamarca en el año 2004. La UDEC, decide reconstruir los planes de estudio para las carreras de ingeniería, contrata expertos en las áreas del conocimiento específico de las ingeniería y en las áreas de formación básica, especialmente matemáticas y humanidades, la forma en se abordó este estudio en la parte de matemáticas fue hacer un inventario de los conceptos a partir de supuestos desempeños futuros de los estudiantes, se le preguntó a los ingenieros, arquitectos, economistas y especialistas en otras profesionales ¿qué deben saber de matemáticas los estudiantes cuando egresan de su carrera profesional? ellos, muy amables, enumeraron una serie de conceptos que posiblemente su experiencia les ha mostrado, son necesarios, pero se mantienen en el espectro de la tradición, por ejemplo: cuando se hizo esa pregunta a ingenieros electrónicos contestaron entre otras cosas, “los estudiantes deben saber series de Fourier y ecuaciones diferenciales, además de cálculo en variable compleja”.

Como ése era el objetivo, al final de cinco materias de análisis que se estudian en Ingeniería Electrónica (sin contar las físicas, el álgebra lineal, los métodos numéricos, la estadística y la programación lineal), se deberían construir los elementos necesarios para que un estudiante de esta carrera cuente con esas competencias necesarias y mínimas, por tanto, a partir de esos postulados, se enumeran paso a paso los requisitos necesarios (contenidos temáticos) para abordarlas, así construimos los planes de estudio.

Lo mismo sucede cuando se construyen los planes de estudio de matemáticas en la escuela básica primaria o secundaria, todo está medido por unos conocimientos superiores que "*se necesitan*", está inmerso por unos pre requisitos propios del saber de los matemáticos, el estudiante ingresa al colegio y se le tiene preparado todo lo que va a estudiar, él no opina, no existe. Este proceso se traslada mecánicamente en la construcción de los planes de estudio de la básica primaria y secundaria en todas las áreas del conocimiento, las reuniones de área de comienzo de años, siempre han propuesto lo mismo, para aterrizar finalmente en los índices de los libros de texto.

La pregunta del millón ¿quién sabe qué desea estudiar el estudiante en su vida futura? Es más, ¿quién sabe si quiere o no estudiar una carrera? o ¿si el estudiante no continúa con sus estudios? Las estadísticas de los estudiantes que no continúan sus estudios es alarmante en América Latina, (UNICEF, 2009), establece que "las desigualdades en el acceso a la educación, de tipo geográfico, social y étnico, son grandes: en 1998, en el 30 por ciento más rico de la población, la asistencia a la escuela de niños y niñas entre 7 y 11 años era prácticamente total. Por el contrario, en el 30 por ciento más pobre, el 11 por ciento de los estudiantes salía del sistema y si no quiere o no puede seguir la secundaria" entonces podríamos indagar ¿cómo los conocimientos impartidos en estos esquemas lineales, pueden ayudar a su vida?

5.1.2.2 Hallazgos: Propuesta actual de planes de estudio. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia ha propuesto el desarrollo de actividades basado en estándares mínimos de calidad y para eso establece un número específico competencias. Se trata de un conjunto de saberes estructurados en grupos de conocimientos generales que el estudiante debe manejar o perfeccionar en su paso por la escuela básica primaria y secundaria.

La propuesta que se hace a partir de los resultados de la presente investigación y con base en que los instrumentos arrojan resultados aceptables cuando los estudiantes abordan conceptos que se apartan de los planes de estudio tradicionales, es que es posible un plan curricular más flexible que permita el trabajo por proyectos y en forma transversal, es decir, vincular diferentes áreas de conocimiento. Por fortuna ya estamos iniciando esta nueva forma de planear los contenidos, ahora existen reuniones en grupos interdisciplinares para abordar dichos contenidos, sin embargo, al inicio de esta investigación, prevaleció la propuesta tradicional y con la puesta en práctica del juego Parquemático, se evidenció que se pueden abordar contenidos a partir de los resultados de aplicar diferentes instrumentos didácticos.

5.1.2. Hallazgos: Planes de estudio flexibles.

El apéndice L, muestra tres ejemplos de como se puede recrear escenarios futuros en un área de conocimiento, en particular de las matemáticas, esto se evidenció en esta investigación al abordar diferentes temáticas apartándose de los esquemas rígidos del plan de estudio tradicional, temáticas en forma aleatoria, mas no al azar, y con base en los avances y afianzamientos que un estudiante evidencie. Se han desarrollado prácticas con estudiantes de 2º y 3º grado de educación básica primaria en aspectos de la suma algebraica que normalmente se abordan en 7º o 8º grado de secundaria, más aún, el manejo e identificación del signo, antes de la presente investigación los profesores creían que no se podían abordar temáticas como la suma algebraica, los Números Enteros y menos aún los Números Racionales, les parecía una locura que vinculáramos los números negativos en el desarrollo de una clase, pero se observó que es fenomenal abordar estos conceptos en edades tempranas, contrario a lo que se hace tradicionalmente, se espera a que el estudiante cumpla la "edad" y el curso necesario para presentar el signo negativo y poder abordar el conjunto de los Números Enteros, posteriormente los Racionales y finalmente el conjunto de los Reales.

5.1.3. Hallazgos en el juego como estrategia de aprendizaje.

El juego es la forma como se ha venido aprendiendo a lo largo de la historia de la humanidad, no es gratuito que los humanos siempre están interesados en jugar, es de los pocos escenarios que reconocen con satisfacción en los primeros años de vida, es la estrategia que usamos para transmitir normas, valores y conocimiento. No sólo es virtud de los seres humanos, también lo hacen los animales, solo que ellos, por instinto de supervivencia y en periodos relativamente cortos de su existencia, en cambio los humanos dedicamos un largo periodo de vida al juego. Jugamos siempre, en especial en la infancia ese mundo que es toda nuestra realidad y al que los adultos lo llamamos imaginación y fantasía, jugamos cuando vamos a la escuela aún bajo la prohibición de algunos maestros, pero jugamos y es esa la motivación más grande para ir a la escuela.

Esta investigación ha mostrado que es posible acercar al estudiante a nuevos conceptos matemáticos usando estrategias no tan estrictas como las demostraciones, teoremas o descripción de los formalismos que rigen la asignatura, es decir jugando. Prueba de ello, es que se realizaron operaciones (movimientos) con números Enteros, Racionales y todo sobre una Recta Numérica y todo esto, jugando, el instrumento que se uso permitió la reconstrucción del Sistema de Numeración Decimal, establecer una de sus premisas fundamentales que es un sistema posicional y en base a potencias de 10. El estudiante aplica las nociones de suma algebraica, dirección, sentido, signo, intervalo, entre otros, cada vez que planea un juego, cada vez, que hace un movimiento con sus ficha luego del lanzamiento de los dados los cuales representan el signo as¡ociado a cada número, los dados azules son una suma tradicional, y los dados de diferente color son una suma algebraica. Ahora un estudiante detectan que si es posible -5 +3, pues e puede avanzar a la izquierda o a la derecha, es evidente cuando un número es más grande que otro, ahora tienen un escenario donde demostrar que -5 es mayor que -6, y que 0 es mayor que -3, etc.

El Parquemático, es un juego que permite recrear escenarios futuros en ambientes lúdicos y agradables para los estudiantes y maestros, es más, permite que los padres y en definitiva, toda la comunidad académica, aprenda jugando.

Tradicionalmente las actividades lúdicas en las clases de matemáticas, cuando las hay, se han centrado en recorrer los planteamientos temáticos tradicionales de los planes de estudio y explora muy poco nuevas posibilidades cognitivas y creativas del estudiante.

La presente investigación ha usado el juego Parquemático, como estrategia de aprendizaje, pero no el juego por el juego, sino como estrategia que permite avanzar en el conocimiento matemático de acuerdo al reconocimiento y afianzamiento de nociones y conceptos donde el estudiante construye las reglas y las valida en la práctica, las valida con sus pares académicos, sus compañeros de escuela. El Parquemático, creado para esta investigación, permite explorar aspectos del conocimiento desde edades tempranas para recrear situaciones futuras en el mundo matemático.

En ocasiones no se presta mucho interés a la forma como trabaja el cerebro y una de sus premisas fundamentales es que es selectivo y se rehúsa a aprender lo que carece de significado o no es útil para su supervivencia. ¿Por qué no se aprende en esas tediosas y tradicionales clases de matemáticas? precisamente por que carecen de significado para el estudiante, son el resultado de los planes del maestro no del estudiante. Pero en el juego todo tiene sentido para los niños, su mundo real es la fantasía.

5.1.4. La disciplina matemática y la creatividad.

Los maestros de matemáticas consideran que están haciendo bien las cosas por el arte de la exactitud de esa disciplina, los algoritmos están ahí, las fórmulas están ahí, se repiten hasta la saciedad, pero ¿dónde está la creatividad? no se trata de encontrar nuevas fórmulas matemáticas, sino de aprender a decir de qué trata esa ciencia que enloquece, citando nuevamente a Márquez (por analogía) al referirse a la práctica periodística, “para eso no haría falta una universidad, sino talleres prácticos y participativos, donde escritores artesanos discutan con los alumnos la carpintería del oficio: cómo se les ocurrieron sus argumentos, cómo imaginaron sus personajes, cómo resolvieron sus problemas técnicos de estructura, de estilo, de tono, que es lo único concreto que a veces puede sacarse en limpio del gran misterio de la creación”.

La propuesta de investigación fue un juego donde se recrearon aspectos de la matemática vedados para los estudiantes en los cursos donde se adelantó y en general en la escuela primaria: los Racionales, los Números Enteros, la Recta Numérica, los intervalos, etc, son elementos que se vincularon en el estudio y fueron aceptados por estudiantes quienes se manifestaron sorprendidos de que pudiera hacer de esa forma.

En el desarrollo de un juego con el Parquemático se asocian muchas ideas que se combinan en la mente, a partir de la similitud y la mediación del docente y el contrincante del juego (par académico), o dicho en otros términos, los estudiantes tiene diferentes percepciones individuales que acumula y construye información o conocimiento a partir de la suma de partes. El querer hacer, el querer divertirse, la dinámica del juego permite prepara al estudiante para el aprendizaje y enseñanza.

El juego y el deseo de ganar una partida, vencer a un contrincante, hace que la auto realización del niños se vea estimulada y con ella el desarrollo de su creatividad. La creatividad requiere participación integra del individuo y exige habilidad para trabajar en grupo, eso se logra con el Parquemático, en las pruebas de campo se evidenció que los estudiantes discutían sus jugadas, y las comparaban con las del resto del curso, en últimas cuando no había a cuerdo llamaban al docente.

El tener diferentes propuestas al rededor de un movimiento en el juego, y confrontar lo en la realidad del mismo, garantiza y estimula la creatividad. Pero además de motivar la creatividad, el Parquemático como juego matemático, ayuda en la formación de valores y en la aceptación de las fortalezas y debilidades del otro, en definitiva el reconocimiento del ser social.

5.1.5. Aportes de la investigación.

Los instrumentos didácticos creados para esta investigación centran su atención en recrear eventos futuros. A los estudiantes les cuesta manipular los números negativos, los Números Racionales y aún más, los Números Irracionales porque casi no han hecho parte de las vivencias reales o imaginarias, estos conceptos o nociones no se han recreado, son ajenos a ellos.

Para un estudiante no es evidente (como lo imagina el docente) que la operación 4 + 5 es una combinación numérica de dos números con signos iguales (no ve sino un sólo signo), por eso la clasifica como suma, mientras que 4 - 5 la clasifica como resta (tampoco ve mas de un signo). De tal forma que la operación -5 + 4 ¿Será una suma o un resta?. Es importante abordar el tema de la operatividad como un conjunto formado por el opuesto y no separado en dos operaciones como lo venimos haciendo. Separamos suma de resta, multiplicación de división, derivada de integral, etc. ¿Por qué lo hacen así los maestros de matemáticas ?, una de las respuestas que creo pertinentes es por la estructuración de los planes de estudio y como remedo de las enseñanzas de nuestros antecesores, es decir, repetimos la historia.

Cuando le pedimos a un estudiante que sobre la Recta Numérica realizara la operación 4 + 5, inicia su recorrido en 4 y no en cero, pero si le pedimos que realice 0 + 4 + 5 si inicia en cero, esto nos lleva a concluir que es necesario hacer énfasis en el signo del número y que dos o más números se relacionan entre sí por una combinación u operación y que está determinada por los signos. Esto es más evidente cuando en el siguiente ejemplo: solicitamos al estudiante resolver -5 + 4, el pregunta ¿es una suma? ¿es una resta?, pero en la mayoría de casos, aún en la escuela secundaria, responde no se puede, pero si le decimos, camine en la Recta Numérica cinco pasos a la izquierda y luego cuatro a la derecha (-5 + 4) y escriba el número al cuál ha llegado, sin dificultad escribe -1. (Siempre que inicie en cero)

La investigación muestra la importancia de asumir la Suma Algebraica desde el inicio de las operaciones matemáticas, es más propone que las operaciones sean enseñadas o recreadas junto con la operación inversa u opuesta, asociando el signo de cada número o por lo menos haciéndolo evidente (visible).

Esta situación se ve reflejada con más fuerza cuando usamos elementos algebraicos, por ejemplo, cuando escribimos. $f(x) = x + 5$, para el docente es evidente que es una función lineal o polinomio de grado uno, cuya variación es uno y cuyo valor inicial es 4, para el estudiante nada de esto es evidente, ¿porqué? Primero, no "ve" el coeficiente del **x**, es más, cuando se le pregunta ¿cuál es el coeficiente de **x**? responde no tiene, igual sucede cuando se le pregunta cuál es el exponente de **x**? responde ninguno o cero. (para algunos estudiantes, el cero no vale nada, según le enseñaron en el preescolar y no ve nada) Este problemas están asociados al signo del número y al hecho de que los docentes suponen que ellos ven lo que otros también ven. Lo que es invisible para el estudiante puede ser visible para el docente y viceversa, ¿Por qué sucede esto?, porque no se enseña a descifrar los grafemas y asociarlos en elementos geométricos como la Recta Numérica y el Plano Cartesiano, este error nace en la construcción del número y sus operaciones, además los acuerdos no son manifiestos para el estudiante, escribimos 4 y asumimos que el estudiante ve +4, escribimos **x** y asumimos que el estudiante ve **1x** elevado a la **1**.

5.2. Limitaciones

Las principales limitaciones que se presentaron en el desarrollo de esta investigación son:

Ausencia de docentes en las pruebas de campo. Debido al desconocimiento de los elementos conceptuales matemáticos básicos por parte de los docentes de educación primaria que participaron o colaboraron con el proceso de las pruebas de campo, estos se intimidaron a tal punto que prefirieron ausentarse de las prácticas en el 50% de ellas.

Los estudiantes no están acostumbrados a jugar en las clases de matemáticas (y en general de casi ninguna clase) esto hace que cuando se juega creen que no se esta haciendo ciencia y que no hay clase, están demasiado acostumbrados al esquema tradicional de enseñanza, es decir a que el profesor dicte y ellos copian.

Los padres de familia creer que el “que hacer” matemático diario, en especial cuando se trata de tareas, consiste en planas y ejercicios repetitivos, consideran que si una tarea no lleva muchos ejercicios tipo planas, no se está haciendo matemáticas.

El estudio de la matemática enfocado al exceso de ejercicios no permite la vinculación con otras áreas del conocimiento y menos con el contexto sociocultural de los estudiantes.

Los espacios físicos donde se hacen las practicas educativas son muy reducidos y todos conservan el esquema de la escuela tradicional, las aulas de clase en donde realizamos las pruebas dan espacio para que el profesor camine en el aula.

5.3 Nuevas preguntas de investigación.

A partir de los resultados en la presente investigación surgieron nuevas preguntas acerca de como podríamos abordar nuevas investigaciones, estas se pueden resumir en:

¿Es posible implementar el juego en todos los contenidos temáticos de la matemáticas de la escuela primaria para incentivar la creatividad de los niños o existen contenidos vedados al juego debido a su complejidad?

¿Se pueden establecer nuevas temáticas de estudio en la escuela primaria que vinculen algunos de los contenidos que se abordan en este momento en la escuela secundaria?

¿El uso de tecnología y el juego generará nuevas y mejores oportunidades para el aprendizaje de las matemáticas escolares a partir de establecer nuevos contenidos temáticos y didácticas de aprendizaje, en particular, el uso del Parquemático en versión digital mejorará los resultados obtenidos con la versión física?

¿Una capacitación rigurosa y prolongada en el tiempo de docentes enfocada en el uso del juego, garantizará mejorar los niveles conocimiento de los estudiantes de la escuela primaria?

¿Será posible establecer unas pautas para garantizar la participación de los padres de familia y en si de la comunidad educativa usando el juego como estrategia de aprendizaje?

Para futuras investigaciones será necesario contar con la participación decidida de la comunidad académica, garantizar que los instrumentos creados sean evaluados en varios escenarios, en escuelas rurales y urbanas, en cursos con pocos estudiantes y preferiblemente con profesores licenciados en matemáticas. Esto ayudará a proponer alternativas lúdicas y metodologías más ambiciosas además de establecer currículos y programas acordes con la realidad presente y futura de los estudiantes.

5.4 Recomendaciones.

La investigación muestra que no sólo es posible la enseñanza de la suma algebraica en cursos de educación básica primaria, sino que además es posible y necesario recrear escenarios futuros, preparando al estudiante para dichos eventos abonando el terreno de una matemática más coherente, la cual a pesar de su linealidad (no estricta) los estudiantes la asumen como una colcha de retazos, para ellos, una cosa son los números (aritmética), otra las letras (el álgebra), otras las gráficas, otra la física, otra la geometría, si bien es cierto son áreas del conocimiento matemático, están estrechamente ligadas.

Al implementar el Parquemático en las clases de matemáticas desde tempranas edades, y con el desarrollo de actividades similares, juego de golosa o rayuela, pistas de validación, concurso de observación sobre rectas, etc, serían actividades que ayudarían sustancialmente a modificar nuestras prácticas pedagógicos con miras a mejorar la creatividad de los estudiantes, y garantizar de paso, mejores rendimientos académicos en el área de la matemática.

Usar el Parquemático desde el primer curso de educación primaria y abordar los diferentes niveles será una alternativa que ayudará a la construcción de muchas nociones de la matemática escolar, el Parquemático, tiene hasta el momento 4 versiones, pero pueden desarrollarse muchas más para abordar nuevos conceptos en la escuela primaria, como la graficación de funciones, análisis variacional y la ubicación geográfica, etc.

El parquemático recrea las siguiente nociones a manera de escenarios futuros y vinculación de varios aspectos, nociones o conceptos matemáticos:

- Recta numérica
- Valor absoluto
- Intervalo
- Distancia
- Vector posición
- Dirección y sentido
- Sistema de Numeración Decimal
- Conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales)

5.4.1. Uso del juego.

Se deben hacer esfuerzos por reconocer la vocación del estudiante, el juego es una estrategia extraordinaria para este propósito, ahorraría tiempo, esfuerzos y dinero, si Pedro quiere ser pintor ¿para qué entrenarlo o capacitarlo de la misma forma que Juan que desea ser Ingeniero? como lo afirma García Márquez en el Manual para ser niño:

“cuando niño que llega a la escuela primaria puede ir ya predispuesto por la naturaleza para alguno de esos oficios, aunque todavía no lo sepa. Y tal vez no lo sepa nunca, pero su destino no puede ser mejor si alguien lo ayuda a descubrirlo.” (Márquez, 2008)

En el juego los niños se liberan o se sienten liberados, existe un dicho en Colombia, que dice: “en el juego se conoce al caballero” es así, casi que es una norma, pues en el juego no reparamos en parámetros más allá de los establecidos por las reglas propias de sus prácticas lúdicas, sin embargo, las asumimos a partir de nuestra formación académico, social y cultural.

El juego abierto (con normas diversas y concertadas por los participantes) permite la motivación de la creatividad, la formación de valores y la participación colectiva en la construcción de normas y nociones, en este caso la reconstrucción de las nociones básicas de la matemática escolar.

5.4.2. Uso de tecnología.

Se viven tiempos de tecnología, ahora la posibilidad de implementar las TIC en las prácticas docentes no sólo es una realidad sino una necesidad. Tal vez si se hubiera contado con el tiempo de cambiar el juego de mesa por una tableta digital, los resultados serían aún mejores. Es increíble la forma en que los dispositivos móviles de tipo táctil animan a los estudiantes, esa química natural hacia la tecnología exige preparación para que dicha tecnología no termine siendo tan dañina como lo es la televisión en la actualidad, y pensar que se cifraron tantas esperanzas en ella.

Por más que se desarrollen miles de aplicativos digitales, por más que se investigue sobre estrategias didácticas o que se construyan mil y un juegos para la enseñanza de las matemáticas, de poco valdrá si no existe una formación sólida, seria y sostenida de los docentes que imparten esta asignatura en la escuela primaria.

5.4.3. El área de conocimiento.

Los profesores que no son profesionales del área pero que la imparten, tiene muy buena voluntad, buenas didácticas pero el desconocimiento de los avatares de la ciencia en particular, no les permitirá avanzar como lo exigen los tiempos modernos. En este sentido, es contundente el documento McKinsey & Company (2007): ¿Cómo lograron los sistemas educativos de mejor desempeño ser los mejores? Los autores concluyen en una investigación de más de 2 años realizada en varios países participantes de las pruebas PISA que las experiencias de estos exitosos sistemas educativos resaltan la importancia de tres aspectos:

- Conseguir a las personas más aptas para ejercer la docencia;
- Desarrollarlas hasta convertirlas en instructores eficientes; y
- Garantizar que el sistema sea capaz de brindar la mejor instrucción posible a todos los niños.

El apéndice K, presenta algunos ejemplos como propuestas didácticas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la escuela básica primaria y básica secundaria las cuales ayudarán a proponer nuevas estrategias programáticas en las clases de esta asignatura. La idea central es recrear escenarios futuros remplazando el tedioso ejercicio repetitivo al cual se ha acostumbrado a la sociedad educativa en la escuela formal o básica. Se cree que si no se hacen planas y mas planas, no se está haciendo matemáticas. Esta costumbre es tan generalizada que en algunas ocasiones cuando los maestros no dejan este tipo de ejercicios, los padres de familia se quejan ante las directivas del colegio y en el peor de los casos cambian al estudiante de institución educativa.

Por otra parte, se deben mencionar las partes débiles del estudio conforme a las pruebas de campo, esto es:

- Faltó tiempo para implementar más nociones y versiones del juego.
- No se socializaron con más fuerza manuales digitales que permitieran el uso del juego por agentes externos de la institución educativa. (Padres de familia y amigos de los niños y niñas).
- Hubiera sido de gran ayuda haber preparado a los decentes antes de implementar el proceso.
- El desarrollo de las prácticas de campo debió haber sido más regular y con sesiones de mayor tiempo.

Si me pidieran resumir los resultados de la presente investigación en tres frases diría:

Juego luego aprendo
Soy flexible luego avanzo
Imagino luego existo

Con forme a la pregunta de investigación se ha incentivado la creatividad de los niños y niñas de la escuela Antonia Santos del municipio de Fusagasugá, garantizando que las nociones de Suma Algebraica, Números Enteros y Números Racionales, además se abordaron contenidos sobre el signo de un número y sus operaciones, el intervalo, la

Recta Numérica y la construcción del Sistema de Numeración Decimal.

Los estudiantes participaron creativamente de todas y cada una de las actividades propuestas, reconociendo que hacer matemáticas es un juego.

Referencias Bibliográficas

Acevedo M. y Huertas C. (1999). Una mirada a la aritmética de la escuela. Bogotá, Colombia: Grupo editorial Gaia. p. 10.

Allen, J, (2007), El hombre anumérico. Traducción de José Llosa. TusQuets Ed. p. 137

Barber, (2008), Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe Partnership for Educational Revitalization in the Americas:

Colom, S y Sureda. (1988) Tecnología y medios educativos. Madrid : Cincel Kapelusz.

Chávez, L. (2008), Aspectos de la enseñanza matemática. p. 62

Climent, N y Carrillo, J . (2008) El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional una experiencia en matemáticas con maestras.

CPE, (2013). La formación de docentes en TIC, casos exitosos de Computadores para Educar. MEN, p. 26.

Devries, B.; Zan, B. (2003). "When children make rules". Educational Leadership p. 61 (1): 64–7.

Llinás, R, (2013) El Tiempo, Cómo funciona el cerebro. p.17

Falk de Losada, M, (1980). Laboratorios Guías y Talleres de Matemáticas, Universidad de Cundinamarca, Departamento de Matemáticas. p. 13

Frabetti, C. (2006). Malditas matemáticas, Alicia en el país de los números. La Habana, Cuba: Editorial Gente Nueva. p. 9.

Hernández, (2008), La formación de docentes en TIC. p. 26.

Infancia adolescencia y familia Asociación Colombiana para el avance de las Ciencias del Comportamiento ISSN 1900-8201.

Illeris, Knud (2004). The three dimensions of learning. Malabar, Fla: Krieger Pub. Co. ISBN 9781575242583

Itzigsohn, 1995, Pensamiento y Lenguaje,Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas. p, 98 Ediciones Fausto.

Llinás, R. (2003), El cerebro y el mito del yo. p, 110. Grupo Norma.

Llinás, R. (2013), Cómo trabaja nuestro celebro. p, 7. Grupo Editorial El Tiempo.

Landau, E. (1987). El vivir creativo teoría y práctica de la creatividad. Barcelona, España: Herder.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá.

Márquez, G. (2008), Documentos de la misión ciencia, educación y desarrollo, Bogotá: Presidencia de la República, t. II, 1995, p. 115-118

Perkins, D. (1992), Smart School. Free Press. New York. p. 5-6.

Pérez, J. (2010), Aspectos elementales de la Psicología. Ediciones UDEC, 2007, p. 15.

Rico, L. (1998), Formación de investigadores en la educación matemática. Universidad de los Andes .p, 61

Rico, L. (1999), Didáctica de la Matemática e Investigación, Universidad de Granada Modesto Sierra, Universidad de Salamanca.

Rodríguez D, Jl. (1995) Nuevas tecnologías aplicadas a la educación y tecnología de la educación.

Stewart, I, (2009), De aquí al infinito. Paudos. p. 7

Tinoco, C. (2004). Pruebas unificadas. Laboratorios, Guías y Talleres de matemáticas, 2 (1), 48-63.

Tinoco, C. (2004), Fractalmente, Universidad de Cundinamarca, ISBN 1794-1628.

UNESCO: Oficina Internacional de Educación, vol. XXIV, 3-4, 1994.

Universidad de Huelva, (2009) Didáctica de la Matemática.

Valverde, L. (2002), Estándares Curriculares en el área de matemática. Asocolme. p, 17

Vargas, E, (2007), Aspectos elementales de la Psicología, Ediciones UDEC, 2007, p 15,

Verdejo, C. (1997) Biografía de Thomas Alva Edison, p. 47.

Vergel, R. (1992) La perspectiva de cambio curricular Early-Algebra como posibilidad para desarrollar el pensamiento algebraico en estudiantes de la escuela primaria.

Weinstein, R. (1998) How students learn: Reforming schools trhough learner-centered education, p. 81. American Psychological Association, Washington D.C.

Apéndices

APÉNDICE A: Carta de consentimiento

Fusagasugá, febrero 19 de 2013

Señores
IEM Manuel Humberto Cárdenas Vélez
Attn: Magdalena Sanabria Sierra
Rectora
Ciudad

Respetada rectora:

Por medio de la presente solicito de manera atenta y respetuosa que me permita adelantar las prácticas correspondientes al proceso de investigación en el marco de la Tesis de Grado de la maestría en Tecnología Educativa y Medios Innovadores para la Educación, con la Universidad Autónoma de Bucaramanga UNAB y el Instituto Tecnológico de Monterrey TEC.

Presento a su consideración los elementos más relevantes de esta investigación:

La pregunta de investigación

¿Cómo podemos incentivar la creatividad en los niños y niñas de primer grado en la escuela primaria usando recursos tecnológicos y físicos para la implementación de las nociones de suma algebraica?

Objetivos Generales de la investigación

Crear instrumentos didácticos, físicos y digitales interactivos que fomenten la creatividad de niños y niñas para la asignatura de matemáticas en el primer grado de enseñanza primaria.

Objetivos Específicos

- Diseñar e implementar juegos que permita la comprensión de las nociones de suma algebraica como una operación cuyo determinante es el signo, que permita que el estudiante cree sus reglas del juego basado en dichos conceptos.

- Diseñar e implementar juegos que permitan la comprensión de las nociones del Sistema de Numeración Decimal.
- Construir e implementar unidades didácticas que ayuden a comprender el concepto de número natural, decimal, entero, racional.
- Construir e implementar juegos que recreen las nociones de posición, sentido, valor absoluto e intervalo y fomente la construcción de reglas particulares a partir de nociones matemáticas.
- Construir e implementar instrumentos de validación de los resultados del juego en la construcción del concepto de número y posición en la recta numérica.

Justificación. ¿Porqué es importante llevar a cabo esta investigación? Algunos de los principales dolores de cabeza de los padres y madres, en lo que tiene que ver con los resultados académicos de sus hijos, son las matemáticas y la lectura.

Existe una gran apatía en el aula de clase cuando abordamos el estudio de las matemáticas, esto se debe principalmente a que los estudiantes no la entienden, ¿por qué no la entienden?
Existen vacíos conceptuales muy fuertes y al ser la matemática una ciencia cuyo estudio exige cierta linealidad, dichos vacíos se agrandan con el paso de los días.
Se prioriza la práctica algorítmica sobre la conceptual.
Se desconocen o no se ponen en práctica, alternativas didácticas para fomentar su enseñanza.
Se cree que basta con saber sumar, restar, multiplicar y dividir para ser profesor de matemáticas en la escuela primaria.
No se usan los recursos tecnológicos disponibles para motivar el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Respetada profesora:

La investigación se desarrollará en la escuela Antonia Santos en el grado 4º de Educación Básica Primaria y tendrá una duración aproximada de 1 año. En este periodo de tiempo, me reuniré con los profesores que orientan esta asignatura, con los estudiantes y posiblemente con los padres de familia, pues la educación exige la participación del núcleo familiar. Tenga la plena seguridad que todos los procesos y actividades que se adelanten en esta investigación serán registrados y presentados para su valoración y/o conocimiento. Agradeciendo la atención que le merezca la presente y augurando éxitos en sus tareas diarias.

César Iván Tinoco
Lic. Matemáticas y Física

APÉNDICE B: Encuesta diagnóstica a estudiantes.

Magica-mente

Formación de Pensamiento Matemático

Proyecto: El juego como estrategia de aprendizaje

Datos del estudiante

Información personal

Apellidos | Nombres

Dirección | Ciudad

Teléfono celular | Teléfono fijo | Correo electrónico

Documento Nº | Tipo | Expedido en | País de nacimiento

Departamento | Municipio

Fecha de Nacimiento (DD MM AA) | Departamento | Municipio

Información académica

Institución educativa | Sede

Curso actual 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

¿Tiene internet en su casa? SI NO ¿Tiene WiFi? SI NO

¿Se conecta a internet con....? PC Portátil Tablet Celular Otro

¿Cuántas horas al día?

Usa el computador	Hace tareas	Ve televisión	Navega en Internet	Hace deporte

¿Cuántas de las personas con las que vive? ¿Cuántas Si y cuántas No?

Usan computador	Ven TV	Tienen correo	Estudian	Usan computador
Si No	Si No	Si No	Si No	Si No

¿Qué asignaturas prefiere?

Figura Nº 6. Datos del estudiante. Elementos de la encuesta realizada a los estudiantes objeto de la investigación.

APÉNDICE C: Encuesta diagnóstica a docentes.

Magica-Mente
Formación de Pensamiento Matemático
Proyecto: El juego como estrategia de aprendizaje

Datos del Docente

Información personal

Apellidos
Nombres
Dirección
Ciudad
Teléfono celular
Teléfono fijo
Correo electrónico
Documento Nº
Tipo
Expedido en
País de nacimiento
Fecha de Nacimiento
DD MM AA
Departamento
Municipio

Información académica

Tipo Bachiller
Bachiller del colegio
Año
Ciudad
Dirección
Estudios
Título
Institución
Año
Publicaciones
Título de la publicación
Año

Figura Nº 7. Datos del docente. Elementos de la encuesta realizada a los docentes de los estudiantes objeto de la investigación.

APÉNDICE D: Encuesta diagnóstica a padres de familia.

Magica-Mente

Formación de Pensamiento Matemático

Proyecto: El juego como estrategia de aprendizaje

Datos de los padres

Datos familiares del estudiante

Madre

Apellidos | Nombres

Ocupación | Dirección

Ciudad | Teléfono | Barrio o Vereda

Fecha de Nacimiento (DD MM AA) | Departamento | Municipio

Estudios realizados

☐ Primaria ☐ Secundaria ☐ Técnicos ☐ Agrícolas ☐ Profesionales

☐ Otros ¿Cuál?

Padre

Apellidos | Nombres

Ocupación | Dirección

Ciudad | Teléfono | Barrio o Vereda

Fecha de Nacimiento (DD MM AA) | Departamento | Municipio

Estudios realizados

☐ Primaria ☐ Secundaria ☐ Técnicos ☐ Agrícolas ☐ Profesionales

☐ Otros ¿Cuál?

Figura Nº 8. Datos de los padres de familia. Elementos de la encuesta realizada a los padres de familia de los estudiantes objeto de la investigación.

APÉNDICE E: Prueba de entrada o de diagnóstico.

Datos básicos

Fecha

DD	MM	AA

Institución

Sede

Nombre

Apellidos

Curso

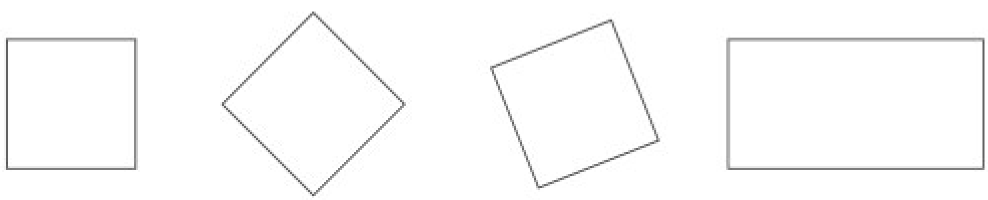
0 1 2 3 4 5

Nombre profesor o profesora

Geometría

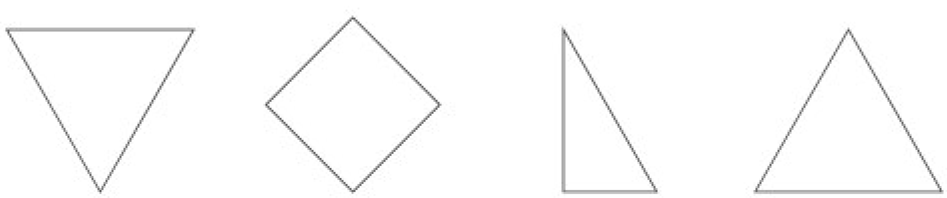
Marque con una X la respuesta o respuestas corectas.

1- Un cuadrado es una figura geométrica plana de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos. ¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras no es o no son un cuadrado?



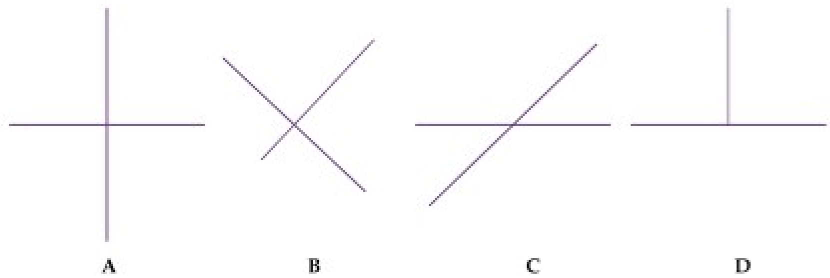
A B C D

2- Un triángulo es una figura geométrica plana de tres lados y tres ángulos. ¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras no es o no son un triángulo?

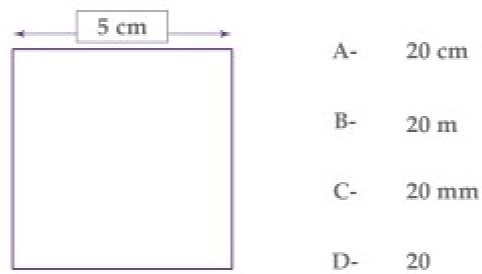


A B C D

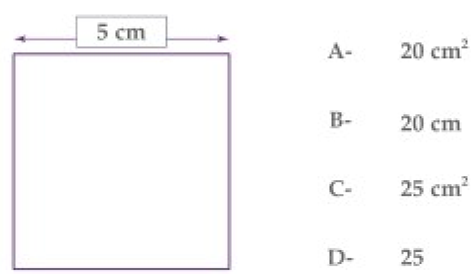
3- Dos líneas son perpendiculares si el ángulo que se forma entre ellas es recto. ¿Cuál de los siguientes pares de líneas no son perpendiculares?



4- El perímetro de una figura geométrica plana representa la suma de la longitud de todos sus lados. El perímetro del siguiente cuadrado es:



5- El área de una figura geométrica plana representa la superficie que ocupa su interior. El área del siguiente cuadrado es:



Aritmética

6- Un número es más grande que otro si está más a la derecha en la Recta Numérica. De los siguientes números ¿Cuál es el más grande?

A) -12
B) 0
C) 5
D) 2/30

7- El Sistema de Numeración Decimal es posicional, lo que implica que el valor de un dígito depende de la posición que ocupe dentro del número. El número 3457 está formado por 4 dígitos, ¿cuál de estos representa una mayor cantidad de acuerdo a su posición?.

3	4	5	7
A	B	C	D

8- El número 45 representa cuatro decenas y cinco unidades. Si colocamos un cero dentro de estos dos números formando el 405, entonces el nuevo número,

A- se vuelve más grande
B- se conserva igual por que el cero no vale nada
C- se vuelve más pequeño
D- cambia de forma pero representa la misma cantidad

9- Cuando multiplicamos dos números, el resultado,

A- siempre aumenta
B- siempre disminuye
C- es igual al primero
D- pude aumentar, disminuir o mantenerse igual

10- Necesitamos pintar completmente las paredes de un cuarto y disponemos del dinero necesario. Para saber la cantidad de pintura que debemos comprar es necesario saber el área de la superficie a pintar, por tanto es necesario conocer,

A- qué tan alto es el cuarto
B- qué tan ancho es el cuarto
C- el alto y el ancho de cada una de las paredes del cuarto
D- cuánto vale el litro de pintura

11- Cual de los siguientes resultados es mayor:

A) 5 x 6
B) 5 - 6
C) 5 + 6
D) 5 ÷ 6

12- Cual de los siguientes resultados es mayor:

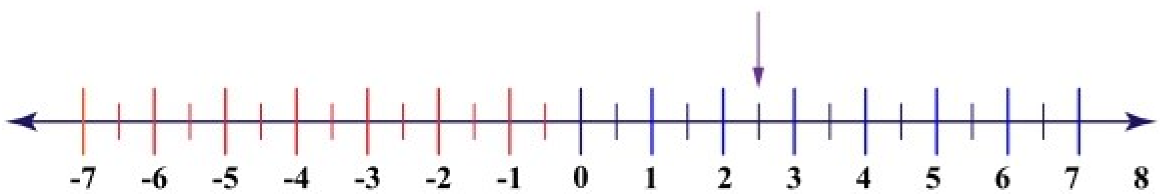
A) 5 x 1
B) 5 - 1

C) 5 + 1
D) 5 ÷ 1

13- X es un número natural el cual se multiplica por un 1/2, el resultado:

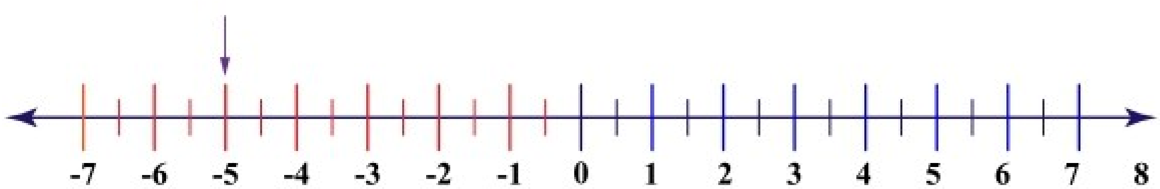
A- Aumenta
B- Queda igual
C- Disminuye
D- No se puede multiplicar un natural por un fraccionario.

14- El número que representa la flecha en la siguiente figura es:



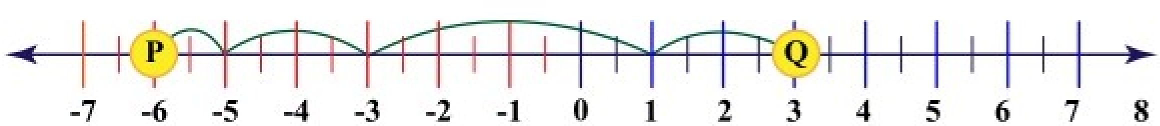
A) 2
B) 3
C) 2.1
D) 2.5

15- El número que representa la flecha en la siguiente figura es:



A) 5
B) 3
C) -5
D) -3

16- Un salta montes inicia su recorrido en el punto P y llega al punto Q dando saltos como lo indica la siguiente figura, la longitud de los saltos que dió el saltamontes fue:



A) 2, 2, 3, 3
B) 3, 2,4, 2
C) 1, 2, 4, 2
D) 1, 2, 4, 1

17- ¿Cuál de los siguientes números es mayor que la unidad?

A- 1/3
B- 2/5
C- 3/2
D- 2/7

18- Un lote de ganado de 45 vacas se debe repartir entre tres hermanos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

A- 1/3 de las vacas
B- 1/2 de las vacas
C- 2/3 de las vacas
D- 1/4 de las vacas

19- En una fiesta de cumpleaños se reparte un ponque en partes iguales entre los asistentes, los niños comieron el doble que las niñas, si habían 10 niñas y 5 niños, el ponque se dividió en:

A- 10 pedazos
B- 15 pedazos
C- 20 pedazos
D- 30 pedazos

20- Un recipiente de 2 litros de capacidad esta lleno 1/4 parte, ¿Qué cantidad del recipiente hace falta por llenar?

A- 1/4
B- 2/4
C- 3/4
D- 4/4

APÉNDICE F: Prueba de salida.

Datos básicos

Fecha

DD	MM	AA

Institución

Sede

Nombre

Apellidos

Curso

0 1 2 3 4 5

Nombre profesor o profesora

Recta Numérica

Marque con una **X** la respuesta o respuestas corectas.

1- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor a la Recta Numérica?

A) Se usa para subrayar los números de acuerdo al conjunto al que pertenecen
B) Es una referencia gráfica de los números
C) Es necesaria porque todos los números la usan para poder estudiar Geometría
D) No se relaciona con los números, sólo con los dibujos geométricos

2- El conjunto de los números Naturales (**N**) es aquel que:

A) Están en la naturaleza
B) Se consiguen en cualquier lado
C) Son los números que inician en cero y aumentan de a uno en uno hasta el infinito. Todos son positivos
D) Pertenecen a un conjunto matemático

3- Los números Naturales (**N**) se diferencian de los Enteros (**Z**) porque:

A) Unos están completos y los otros no
B) Los Naturales enumeran los elementos de la naturaleza y los enteros los que imaginamos
C) Unos son más grandes que otros
D) Mientras los Naturales están a la derecha del cero, los Enteros están a la izquierda y derecha del cero.

4- En la Recta Numérica la distancia entre dos números Enteros (**Z**) consecutivos debe ser:

A) No es necesario que exista distancia entre los números
B) La misma
C) Diferente
D) Aumenta a medida que el número aumente y disminuye a medida que el número disminuye

5- La siguiente Recta Numérica presenta algunos números Enteros (**Z**)

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

El intervalo que se representa la gráfica es:

A) [0, 14]
B) [-14, 0]
C) [-28, 28]
D) [-14, 14]

6- Un número es mayor que otro si:

A) Está más a la derecha en la Recta Numérica
B) Está escrito en negrilla y con letra más grande
C) Está más a la izquierda en la Recta Numérica
D) Todos los números de la Recta Numérica son iguales

7- La gráfica representa una operación aritmética entre números Naturales, que inicia en 3 positivo y termina en 8 negativo,

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

la operación indicada es:

A) 2 + 2 - 4 - 2 - 7 = 8
B) 3 + 2 - 3 - 2 - 7 = 8
C) 3 + 2 - 4 - 1 - 7 = 8
D) 3 + 2 - 4 - 2 - 7 = 8

8- La gráfica representa una operación aritmética sobre la Recta Numérica, que inicia en 3 positivo y termina en 0,

-3 -8/3 -7/3 -2 -5/3 -4/3 -1 -2/3 -1/3 0 1/3 4/3 5/3 7/3 8/3

la operación indicada es:

A) 3 - 2/3 - 5/3 - 8/3 + 2 = 0
B) 3 - 2/3 - 5/3 - 7/3 + 2 = 0
C) 3 - 2/3 - 8/3 - 8/3 + 2 = 0
D) 3 - 2/3 - 2/3 - 8/3 + 2 = 0

9- Una persona camina sobre una Recta Numérica partiendo del (0) cero de tal forma que avanza uno (1), en cada paso que da. Inicia el recorrido avanzando a la derecha 5 pasos, luego otros 3 pasos a la derecha, luego 8 pasos a la izquierda y finalmente 6 pasos a la izquierda. Podemos representar el recorrido por:

A) 5 + 3 - 8 + 6
B) 5 + 3 + 8 - 6
C) 5 + 3 - 8 - 6
D) 5 - 3 - 8 - 6

10- Luego de detenerse, la persona se encuentra en:

A) -8
B) 10
C) 6
D) -6

11- La siguiente gráfica representa una multiplicación:

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

La multiplicación indicada es

A) (1)(14)

B) (2)(7)
C) (14)(1)
D) (10)(14)

12- La siguiente gráfica representa una multiplicación:

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

la multiplicación que representa es

A) (0) (-12)
B) (-1) (12)
C) (-2) (3)
D) (-3) (4)

13- El número 3/5 es mayor que el número 1/2, porque:

A) Tienen números más grandes
B) La unidad se ha dividido en más "partecitas"
C) Está más a la derecha en la Recta Numérica
D) Está más a la izquierda en la Recta Numérica

14- La gráfica representa una suma que inicia en 2 y termina en -2.

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 5/2

FIN

Inicio

dicha suma es:

A) 2 - 3/2 + 7/2 - 8/2 - 1/2
B) 2 + 3 -7 - 1
C) 2 - 5/2 + 7/2 - 8/2 - 1
D) -1/2 + 7/2 + 3 - 1 - 2

15- El número 3050 se puede escribir en forma decimal:

A- 3000+5
B- 3000+50

C- 3000+0+5+0
D- 3000+0.5

16- El sistema de numeración decimal es posicional, esto significa que,

A- Cada posición cuenta sumando cada dígito
B- Cada posición representa una potencia de diez que multiplica al número de la posición dependiendo del lugar que ocupe el número
C- La posición de los números, cada uno vale por lo que vale
D- No importa la posición de los números pero si la del punto decimal.

17- La diferencia entre el Sistema de Numeración Decimal y el Sistema de Numeración Binaria es que:

A- Uno lo usan los seres humanos y el otro las máquinas de computo
B- Uno es hasta diez y el otro es hasta dos
C- La base de cada sistema es diferente, en el decimal la base es 10 y en el binario la base es 2
D- La base de cada sistema es diferente, en el decimal el exponente es 10 y en el binario el exponente es 2

Las preguntas 18,19,20 y 21 se deben responderse de acuerdo a la información de la siguiente grafica:

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 3/25

Punto A Punto B

18- Si una persona camina desde el punto A hasta el punto B debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

19- Si una persona camina desde el punto B hasta el punto A debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda

C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

20- Si avanzamos 5/2 desde el punto A entonces nuestra posición final será:

A) 1/2
B) 2/2
C) 3/2
D) 4/2

21- Si avanzamos -5/2 desde el punto B entonces nuestra posición final será:

A) 0
B) -1/2
C) 7/2
D) -3/2

22- Los siguientes números 1, 2/2, 3/3, 7/7 o 12/12, tienen en común que:

A) Todos son mayores que la unidad
B) Todos son menores que la unidad
C) Todos representan la misma cantidad
D) Todos representan diferentes cantidades

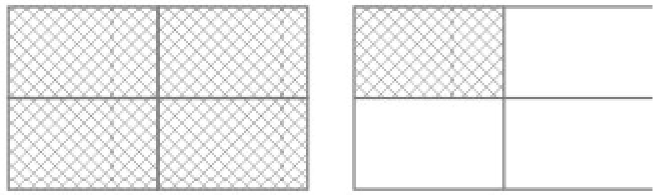
23- El número Racional 5/3 es:

A) Mayor que la unidad
B) Menor que la unidad
C) La unidad no se puede comparar con él
D) Igual a la unidad

24- El número Racional 3/5 es:

A) Mayor que la unidad
B) Menor que la unidad
C) La unidad no se puede comparar con él
D) Igual a la Unidad

25- Se compra una cantidad de panela como lo muestra la siguiente figura, (parte sombreada), podemos afirmar que esta cantidad equivale a:

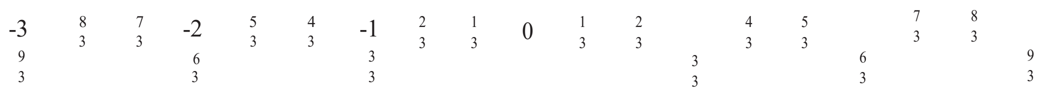


A) 5/4
B) 5/2
C) 2/5
D) 1/4

26- Al amplificar el número 5/2, ocho veces, esto es multiplicarlo por 8/8, obtenemos:

A) 40/2
B) 40/16
C) 40/5
D) 5/16

27- La siguiente gráfica representa una suma de Números Racionales que inicia en 1/3 y cuyo resultado es -1/3,



la operación es:

A) 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 3/3
B) 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 2/3
C) 2/3 - 4/3 + 1/3 + 1/3 - 2/3
D) 1/3 - 4/3 + 3/3 - 1/3 - 2/3

28- El denominador de un número Racional representa la cantidad de partes en que se ha dividido la unidad, dichas partes deben ser:

A) Muy pequeñas
B) Todas diferentes
C) Todas parecidas
D) Todas iguales

29- Al simplificar el número 10/50, quedará convertido en:

A) 1
B) 5/25
C) 2/25
D) 1/5

30- Al ordenar de menor a mayor los siguientes números, 1, 3/5, 7/2, -1, el orden sería: (Recuerde que un número es mayor que otro si se encuentra más a la derecha de la Recta Numérica)

A) 1, 3/5, -1, 7/2
B) -1, 3/5, 1, 7/2
C) -1, 3/5, 7/2, 1
D) 1, 3/5, 7/2, -1

APÉNDICE G: Resultados estadístico de la prueba de salida.

Tabla Nº 13

Porcentajes de respuesta a las preguntas por ítem en la prueba de salida y la respectiva desviación estándar de cada pregunta.

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
1- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor a la Recta Numérica? A) Se usa para subrayar los números de acuerdo al conjunto al que pertenecen B) Es una referencia gráfica de los números C) Es necesaria porque todos los números la usan para poder estudiar Geometría D) No se relaciona con los números, sólo con los dibujos geométricos	81%	39%
2- El conjunto de los números Naturales (N) es aquel que: A) Están en la naturaleza B) Se consiguen en cualquier lado C) Son los números que inician en cero y aumentan de a uno en uno hasta el infinito. Todos son positivos D) Pertenecen a un conjunto matemático	94%	22%
3- Los números Naturales (N) se diferencian de los Enteros (Z) porque: A) Unos están completos y los otros no B) Los Naturales enumeran los elementos de la naturaleza y los enteros los que imaginamos C) Unos son más grandes que otros D) Mientras los Naturales están a la derecha del cero, los Enteros están a la izquierda y derecha del cero.	89%	31%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
4- En la Recta Numérica la distancia entre dos números Enteros (Z) consecutivos debe ser: A) No es necesario que exista distancia entre los números B) La misma C) Diferente D) Aumenta a medida que el número aumente y disminuye a medida que el número disminuye.	76%	43%
5- La siguiente Recta Numérica presenta algunos números Enteros (Z) -14 -13 -12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 El intervalo que se representa la gráfica es: A) [0, 14] B) [-14, 0] C) [-28, 28] D) [-14, 14]	89%	31%
6- Un número es mayor que otro, si: A) Está más a la derecha en la Recta Numérica B) Está escrito en negrilla y con letra más grande C) Está más a la izquierda en la Recta Numérica D) Todos los números de la Recta Numérica son iguales	98%	11%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
7- La gráfica representa una operación aritmética entre números Enteros, que inicia en 3 positivo y termina en 8 negativo,	44%	50%
8- La gráfica representa una operación aritmética sobre la Recta Numérica, que inicia en 3 positivo y termina en 0,	65%	47%
9- Una persona camina sobre una Recta Numérica partiendo del (0) cero de tal forma que avanza uno (1), en cada paso que da. Inicia el recorrido avanzando a la derecha 5 pasos, luego otros 3 pasos a la derecha, luego 8 pasos a la izquierda y finalmente 6 pasos a la izquierda. Podemos representar el recorrido por:	96%	19%

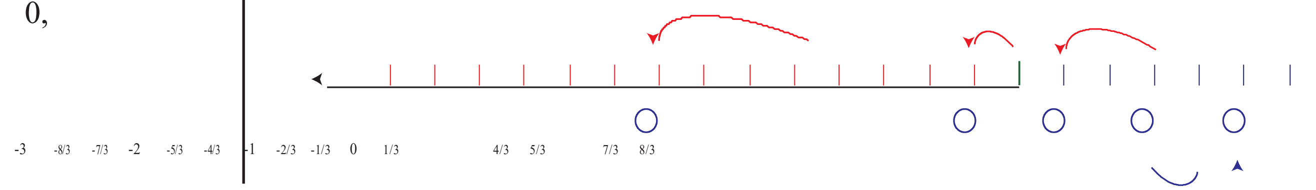
7- La gráfica representa una operación aritmética entre números Enteros, que inicia en 3 positivo y termina en 8 negativo,

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

la operación indicada es:

A) 2 + 2 - 4 - 2 - 7 = 8
B) 3 + 2 - 3 - 2 - 7 = 8
C) 3 + 2 - 4 - 1 - 7 = 8
D) 3 + 2 - 4 - 2 - 7 = 8

8- La gráfica representa una operación aritmética sobre la Recta Numérica, que inicia en 3 positivo y termina en 0,

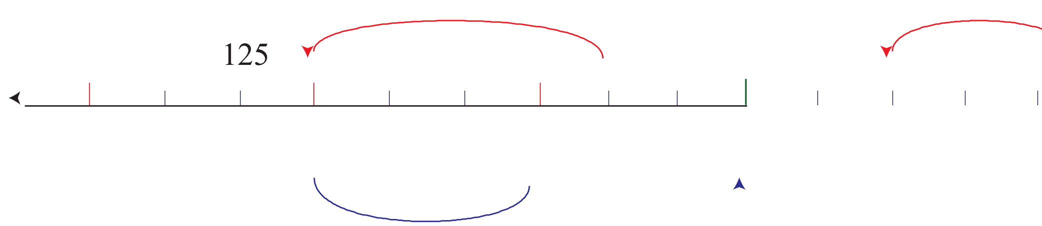


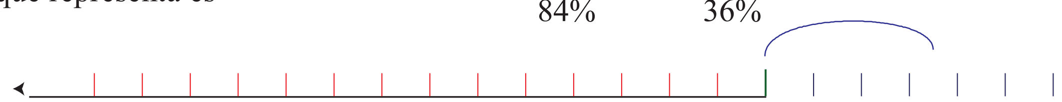
la operación indicada es:

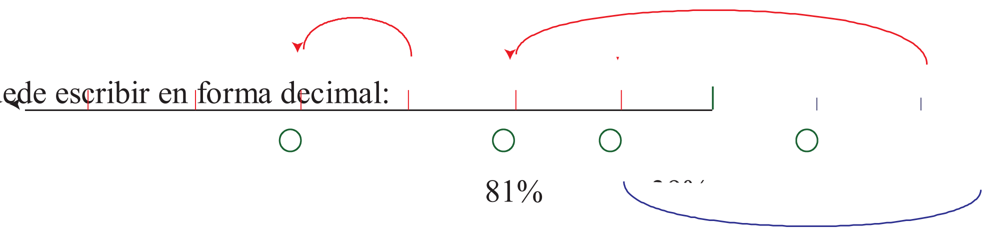
A) 3 - 2/3 - 5/3 - 8/3 + 2 = 0
B) 3 - 2/3 - 5/3 - 7/3 + 2 = 0
C) 3 - 2/3 - 8/3 - 8/3 + 2 = 0
D) 3 - 2/3 - 2/3 - 8/3 + 2 = 0

9- Una persona camina sobre una Recta Numérica partiendo del (0) cero de tal forma que avanza uno (1), en cada paso que da. Inicia el recorrido avanzando a la derecha 5 pasos, luego otros 3 pasos a la derecha, luego 8 pasos a la izquierda y finalmente 6 pasos a la izquierda. Podemos representar el recorrido por:

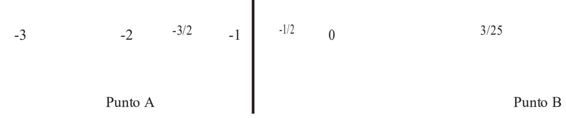
A) 5 + 3 - 8 + 6
B) 5 + 3 + 8 - 6
C) 5 + 3 - 8 - 6
D) 5 - 3 - 8 - 6



Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
10- Luego de detenerse, la persona se encuentra en: A) -8 B) 10 C) 6 D) -6	84%	36%
11- La siguiente gráfica representa una multiplicación: -14 -13 -12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 La multiplicación indicada es A) (1)(14) B) (2)(7) C) (14)(1) D) (10)(14)	97%	16%
12- La siguiente gráfica representa una multiplicación: 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14  la multiplicación que representa es A) (0) (-12) B) (-1) (12) C) (-2) (3) D) (-3) (4)	84%	36%
13- El número 3/5 es mayor que el número 1/2, porque: A) Tienen números más grandes B) La unidad se ha dividido en más "partecitas" C) Está más a la derecha en la Recta Numérica D) Está más a la izquierda en la Recta Numérica	81%	39%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
14- La gráfica representa una suma que inicia en 2 y termina en -2.  dicha suma es: A) 2 - 3/2 + 7/2 - 8/2 - 1/2 B) 2 + 3 -7 - 1 C) 2 - 5/2 + 7/2 - 8/2 - 1 D) -1/2 + 7/2 + 3 - 1 - 2	28%	45%
15- El número 3050 se puede escribir en forma decimal: A- 3000+5 B- 3000+50 C- 3000+0+5+0 D- 3000+0.5	81%	[illegible]
16- El sistema de numeración decimal es posicional, esto significa que, A- Cada posición cuenta sumando cada dígito B- Cada posición representa una potencia de diez que multiplica al número de la posición dependiendo del lugar que ocupe el número C- La posición de los números, cada uno vale por lo que vale D- No importa la posición de los números pero si la del punto decimal	16%	36%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
17- La diferencia entre el Sistema de Numeración Decimal y el Sistema de Numeración Binaria es que: A- Uno lo usan los seres humanos y el otro las máquinas de computo B- Uno es hasta diez y el otro es hasta dos C- La base de cada sistema es diferente, en el decimal la base es 10 y en el binario la base es 2 D- La base de cada sistema es diferente, en el decimal el exponente es 10 y en el binario el exponente es 2	72%	45%
Las preguntas 18, 19, 20 y 21 deben responderse de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:		



18- Si una persona camina desde el punto A hasta el punto B debe recorrer: A) 2 Pasos a la derecha B) 2 Pasos a la izquierda C) 4 Pasos a la derecha D) 4 Pasos a la izquierda	61%	49%
19- Si una persona camina desde el punto B hasta el punto A debe recorrer: A) 2 Pasos a la derecha B) 2 Pasos a la izquierda C) 4 Pasos a la derecha D) 4 Pasos a la izquierda	58%	49%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
20- Si avanzamos 5/2 desde el punto A entonces nuestra posición final será: A) 1/2 B) 2/2 C) 3/2 D) 4/2	69%	46%
21- Si avanzamos -5/2 desde el punto B entonces nuestra posición final será: A) 0 B) -1/2 C) 7/2 D) -3/2	76%	43%
22- Los siguientes números 1, 2/2, 3/3, 7/7 o 12/12, tienen en común que: A) Todos son mayores que la unidad B) Todos son menores que la unidad C) Todos representan la misma cantidad D) Todos representan diferentes cantidades	65%	47%
23- El número Racional 5/3 es: A) Mayor que la unidad B) Menor que la unidad C) La unidad no se puede comparar con él D) Igual a la unidad	74%	47%
24- El número Racional 3/5 es: A) Mayor que la unidad B) Menor que la unidad C) La unidad no se puede comparar con él D) Igual a la Unidad	98%	11%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
25- Se compra una cantidad de panela como lo muestra la siguiente figura, (parte sombreada), podemos afirmar que esta cantidad equivale a: A) 5/4 B) 5/2 C) 2/5 D) 1/4	78%	41%
26- Al amplificar el número 5/2, ocho veces, esto es multiplicarlo por 8/8, obtenemos: A) 40/2 B) 40/16 C) 40/5 D) 5/16	98%	11%
27- La siguiente gráfica representa una suma de Números Racionales que inicia en 1/3 y cuyo resultado es -1/3, -3 9/3 8/3 7/3 -2 6/3 5/3 4/3 -1 3/3 2/3 1/3 0 1/3 2/3 3/3 4/3 5/3 6/3 7/3 8/3 9/3 la operación es: A) 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 3/3 B) 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 2/3 C) 2/3 - 4/3 + 1/3 + 1/3 - 2/3 D) 1/3 - 4/3 + 3/3 - 1/3 - 2/3	61%	49%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
28- El denominador de un número Racional representa la cantidad de partes en que se ha dividido la unidad, dichas partes deben ser: A) Muy pequeñas B) Todas diferentes C) Todas parecidas D) Todas iguales	96%	19%
29- Al simplificar el número 10/50, quedará convertido en: A) 1 B) 5/25 C) 2/25 D) 1/5	57%	49%
30- Al ordenar de menor a mayor los siguientes números, 1, 3/5, 7/2, -1, el orden sería: (Recuerde que un número es mayor que otro si se encuentra más a la derecha de la Recta Numérica) A) 1, 3/5, -1, 7/2 B) -1, 3/5, 1, 7/2 C) -1, 3/5, 7/2, 1 D) 1, 3/5, 7/2, -1	53%	50%
Totales	71%	19%

APÉNDICE H: Resultados estadísticos de la prueba de entrada.

Tabla Nº 14

Resultados de la prueba de entrada o diagnostico

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
6- Un número es más grande que otro si está más a la derecha en la Recta Numérica. De los siguientes números ¿Cuál es el más grande? A) -12 B) 0 C) 5 D) 2/30	2,7%	16%
7- El Sistema de Numeración Decimal es posicional, lo que implica que el valor de un dígito depende de la posición que ocupe dentro del número. El número 3457 está formado por 4 dígitos, ¿cuál de estos representa una mayor cantidad de acuerdo a su posición? A- 3 B- 4 C- 5 D- 7	9,3%	29%
8- El número 45 representa cuatro decenas y cinco unidades. Si colocamos un cero dentro de estos dos números formando el 405, entonces el nuevo número, A- se vuelve más grande B- se conserva igual por que el cero no vale nada C- se vuelve más pequeño D- cambia de forma pero representa la misma cantidad	58,7	49%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
9- Cuando multiplicamos dos números, el resultado, A- siempre aumenta B- siempre disminuye C- es igual al primero D- pude aumentar, disminuir o mantenerse igual	56%	50%
10- Necesitamos pintar completamente las paredes de un cuarto y disponemos del dinero necesario. Para saber la cantidad de pintura que debemos comprar es necesario saber el área de la superficie a pintar, por tanto es necesario conocer, A- qué tan alto es el cuarto B- qué tan ancho es el cuarto C- el alto y el ancho de cada una de las paredes del cuarto D- cuánto vale el litro de pintura	82%	38%
11- Cual de los siguientes resultados es mayor: A) 5 x 6 B) 5 - 6 C) 5 + 6 D) 5 ÷ 6	78%	41%
12- Cual de los siguientes resultados es mayor: A) 5 x 1 B) 5 - 1 C) 5 + 1 D) 5 ÷ 1	76%	43%
13- X es un número natural el cual se multiplica por un 1/2, el resultado: A- Aumenta B- Queda igual C- Disminuye D- No se puede multiplicar un natural por un fraccionario.		29%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
14- El número que representa la flecha en la siguiente figura es: A) 2 B) 3 C) 2.1 D) 2.5	37%	48%
15- El número que representa la flecha en la siguiente figura es: A) 5 B) 3 C) -5 D) -3	60%	49%
16- Un saltamontes inicia su recorrido en el punto P y llega al punto Q dando saltos como lo indica la siguiente figura, la longitud de los saltos que dio el saltamontes fue: A) 2, 2, 3, 3 B) 3, 2,4, 2 C) 1, 2, 4, 2 D) 1, 2, 4, 1	56%	50%
17- ¿Cuál de los siguientes números es mayor que la unidad? A- 1/3 B- 2/5 C- 3/2 D- 2/7	32%	47%
18- Un lote de ganado de 45 vacas se debe repartir entre tres hermanos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno? A- 1/3 de las vacas B- 1/2 de las vacas C- 2/3 de las vacas D- 1/4 de las vacas	18%	39%

Enunciado de la pregunta	Aciertos	Desviación
19- En una fiesta de cumpleaños se reparte un pastel en partes iguales entre los asistentes, los niños comieron el doble que las niñas, si habían 10 niñas y 5 niños, el pastel se dividió en: A- 10 pedazos B- 15 pedazos C- 20 pedazos D- 30 pedazos	28%	45%
20- Un recipiente de 2 litros de capacidad esta lleno 1/4 parte, ¿Qué cantidad del recipiente hace falta por llenar? A- 1/4 B- 2/4 C- 3/4 D- 4/4	24%	43%
Totales		

APÉNDICE I: Manual del juego.

Este manual está concebido para que personas diferentes al docente y que hagan parte de la comunidad educativa, practiquen el juego. En nuestro país es muy popular el juego del parqués, tanto así que en el 100% de centros de recreación o centros de rehabilitación el parqués es indispensable, este juego se ha tomado como base del Parque-Mático.

Las versiones del tablero han sido modificadas a partir de las recomendaciones de los estudiantes, pues los círculos concéntricos más pequeños, representas las cantidades más grades, esto es definitivo en la construcción de un sistema de numeración posicional. Así, la nueva versión se construyó a partir de esta observación. El tablero quedó de la siguiente forma:

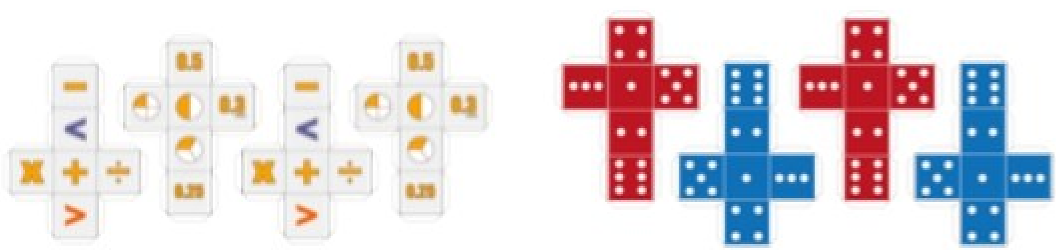
Figura Nº 9. El Parque-Mático luego de las revisiones y observaciones de estudiantes y docentes.

Se aprecia que ahora los círculos concéntricos más grandes representan a las centenas, luego el del centro a las decenas y finalmente el más pequeño a las unidades. Esta versión del Parque Mático no es otra cosa en una representación circular de la Recta Numérica.

Instrucciones Generales. (Versiones 1 a 3)

El juego consiste en llegar a un número a partir de otro recorriendo una pista y avanzando una cantidad de pasos en el sentido que los dados indiquen.

Es como jugar parqués pero con dados de colores que determinan el movimiento en dos sentidos a izquierda y/o derecha del cero y la cantidad de pasos que indiquen los dados. La siguiente figura muestra los dados usados.



Dados de movimiento   operaciones

Figura Nº 10. Juego de dados para el Parque-Mático.

Los dados azules representan movimientos a la derecha, los rojos movimientos a la izquierda. Existen además dados de operaciones y dados para determinar la magnitud de los movimientos, estos últimos se usan en la versión 3.Instrucciones Versión 1

La versión circular del Parque-Mático consta de varios círculos que representan los números Enteros (Z), positivos los azules y negativos los rojos.

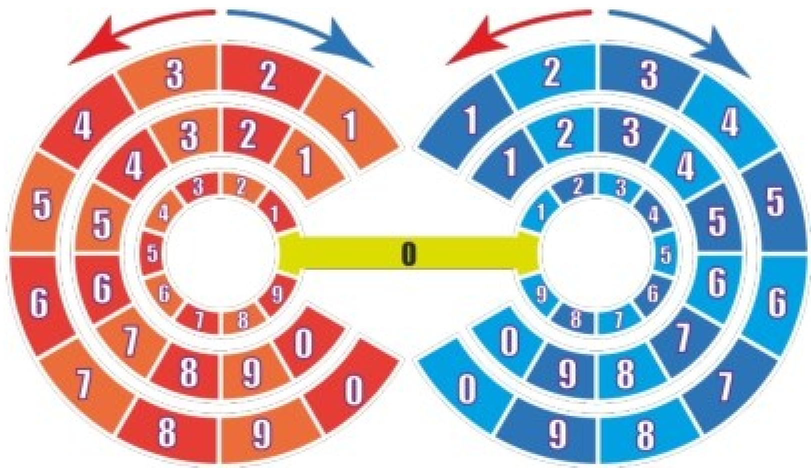
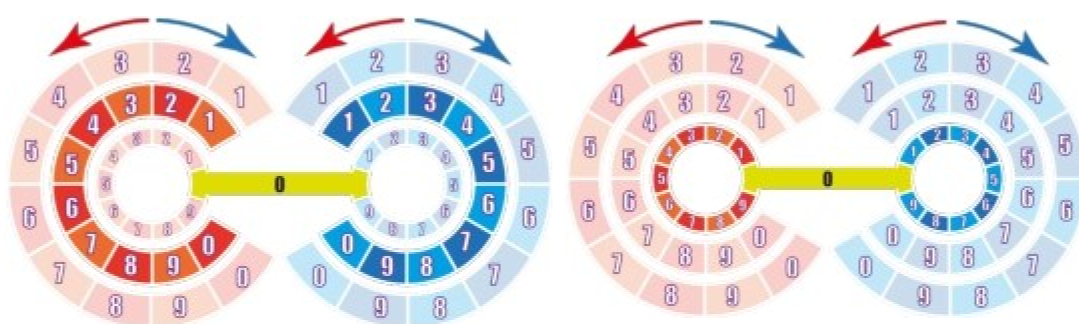


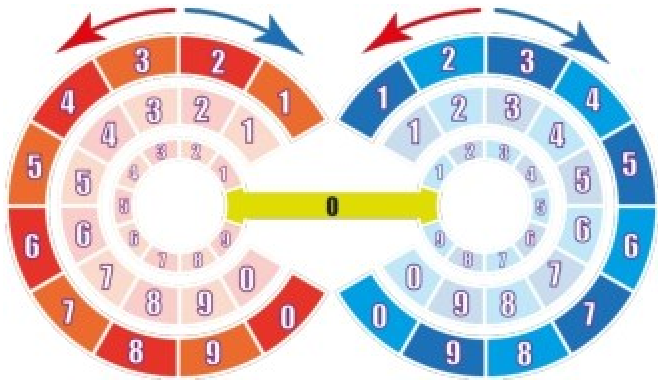
Figura Nº 11. Círculos concéntricos de la versión 1

Existen varios círculos concéntricos de números con el cero como número común a los enteros positivos y enteros negativos. Cada círculo representa las unidades, decenas y centenas, de adentro hacia afuera respectivamente.



Unidades Decenas

Figura Nº 12. Círculos concéntricos de la versión 1 que representan las unidades y las decenas del Sistema de Numeración Decimal.



Centenas

Figura Nº 13. Círculos concéntricos de la versión 1 que representan las centenas del Sistema de Numeración Decimal.

Las flechas representan el sentido del movimiento, a la izquierda los valores que indiquen los dados rojos y a la derecha los valores que indiquen los dados azules.

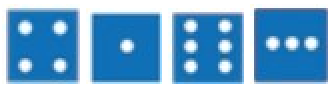
La razón de esta disposición obedece a las posibilidades de espacio en los pupitres de los estudiantes y a la necesidad de fortalecer la noción de grupos de 10 unidades, o 10 decenas o 10 centenas. (SND basado en potencias de 10).

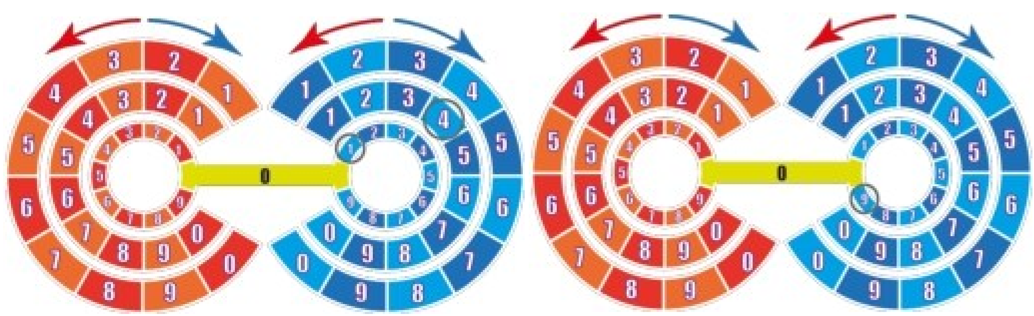
¿Cómo se juega?

Existen varias alternativas de juego, la más elemental es llegar a un número a partir de otro. Cada jugador lanza los dados que escoja y recorre los pasos indicados por los dados.

Llegar a un número a partir de otro significa que las posibilidades del juego son muchas y las escogen los jugadores al iniciar el juego, por ejemplo, desde el cero llegar al 20, o desde el 15 negativo llegar al 15 positivo, etc.

Ejemplos de movimiento

Supongamos que el objetivo del juego es llegar a 20 positivo o negativo partiendo del 0. Supongamos que el primer jugador escogió los dados azules y ha obtenido:  y entonces debe avanzar a la derecha hasta la posición +9 (+3 y +6), ahora, supongamos que en el segundo lanzamiento obtiene: y entonces debe avanzar a la derecha +5 posiciones (+1 y +4) alcanzando la nueva posición +14 (+9 y +5). La siguiente figura ilustra los movimientos.

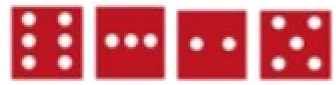


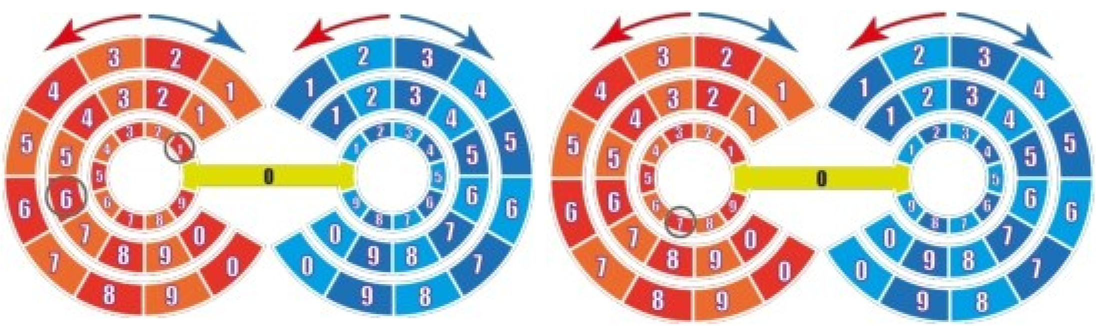
Movimiento hasta el 9 14

Figura Nº 14. Diferentes movimientos de las fichas en el tablero de la versión 1.

Observe que en el primer lanzamiento sólo se uso una ficha que representa las unidades, pero en el segundo movimiento debió usar una segunda ficha para indicar las decenas.

Cada vez que el jugador pasa por cero, significa que ha recorrido una vuelta, entonces, marca dicha vuelta en el círculo de las decenas.

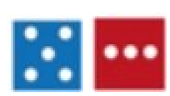
Ahora veamos un ejemplo para el segundo jugador que escogió los dados rojos y en el primer lanzamiento obtuvo:  y entonces debe avanzar a la izquierda hasta la posición -7 (-5 y -2), ahora, supongamos que en el segundo lanzamiento obtiene: y entonces debe avanzar a la izquierda -9 posiciones (-3 y -6) alcanzando la nueva posición -16 (-7 y -9). La siguiente figura ilustra los movimientos.



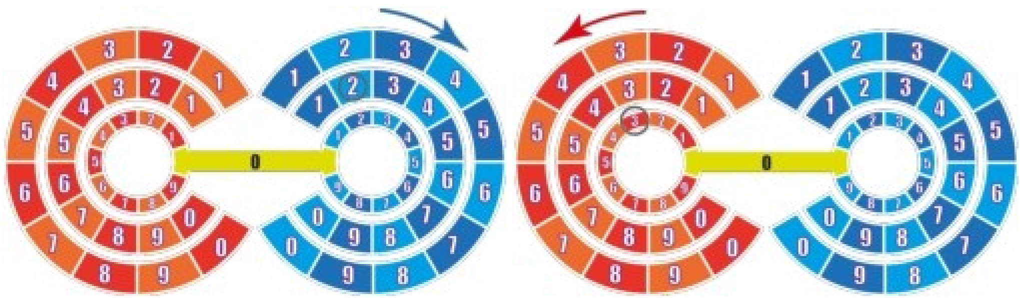
Movimiento al -7

-16

Figura Nº 15. Diferentes movimientos de las fichas en el tablero de la versión 1.

Ahora veamos un ejemplo para el tercer jugador que escogió un dado rojo y un dado azul y en el primer lanzamiento obtuvo:  y entonces debe avanzar a la izquierda -3 pasos y a la derecha +5 pasos, es decir debe quedar en la posición +2 (-3 y

+5). La siguiente figura ilustra los movimientos.



Primera posición Segunda posición

Figura Nº 16. Diferentes movimientos de las fichas en el tablero de la versión 1.

El jugador puede haber realizado la operación -3 + 5 = +2 y hacer un sólo movimiento, eso sería lo ideal.

Hasta ahora hemos practicado partiendo del cero, podemos hacer variaciones para garantizar que los estudiantes identifiquen con seguridad el sentido del movimiento cuando los dados son rojos o azules. Es necesario que exista buen manejo de esta idea pues los próximos ejercicios aumentarán el nivel.

Algunas opciones de juego.

· A partir del 0 llegar a +300. Se debe jugar con dos dados azules y la cantidad de pasos a dar depende de la multiplicación que se obtenga entre los valores arrojados por los dados.

· A partir de -30 o +30 gana el que primero llegue exactamente a 0.

· A partir de 0 y con dos fichas por jugador, gana aquel que después del quinto lanzamiento tenga sus fichas más alejadas una de otra.

· A partir del 7 y con los cuatro dados, gana aquel que logre colocar su ficha en la misma posición del contrincante.

· A partir de -50 y +50 gana aquel que llegue primero a cruzar sus fichas en alguna parte de cualquier círculo. Se juega con los 4 dados pero se debe seleccionar dos dados para cada ficha.

· Con dos fichas por jugador, gana aquel que logre que dichas fichas estén en el mismo número.

· Con dos fichas gana aquel que primero capture las fichas del adversario. (Capturar significa llegar a la misma posición de la ficha del adversario)

· Con 5 lanzamientos y dos fichas gana aquel que logre que sus fichas estén a la menor distancia posible.

· A partir del 0, con dos fichas y en 3 lanzamientos gana aquel que logre tener más fichas en números pares. (Se escogen dos dados al azar)

· A partir de -20 con una ficha y +20 con la segunda, gana aquel que logre intercambiar dichas posiciones.

APÉNDICE J: Resumen fotográfico.

Figura Nº 17. Prácticas con la versión inicial de Parque-Mático. Los dados son construidos por los niños y niñas.

Figura Nº 18. Prácticas con la versión inicial de Parque-Mático. Se juega por grupos.

Figura Nº 19. Prácticas con la versión inicial de Parque-Mático. Los niños están listos para iniciar la actividad.

Figura Nº 20. Ahora comparte con los estudiantes inquietudes y los prepara para iniciar el juego del Parque-Mático.

Figura Nº 21. Participación del grupo completo en las discusiones con la colaboración de la docente del curso.

Figura Nº 22. Panorama general de la institución educativa, del desarrollo de las clases y la participación estudiantil.

Figura Nº 23. Estudiantes discutiendo en el desarrollo del juego y a partir de diversas propuestas de inicio y fin.

Figura Nº 24. Atento a las preguntas y propuestas de los estudiantes.

APÉNDICE K: Uso de bases de datos.

Para el proceso de recolección y sistematización de datos se creo una base de datos en FileMaker, software especializado en el manejo de bases de datos relacionales, los siguientes son algunas de sus interfaces gráficas.

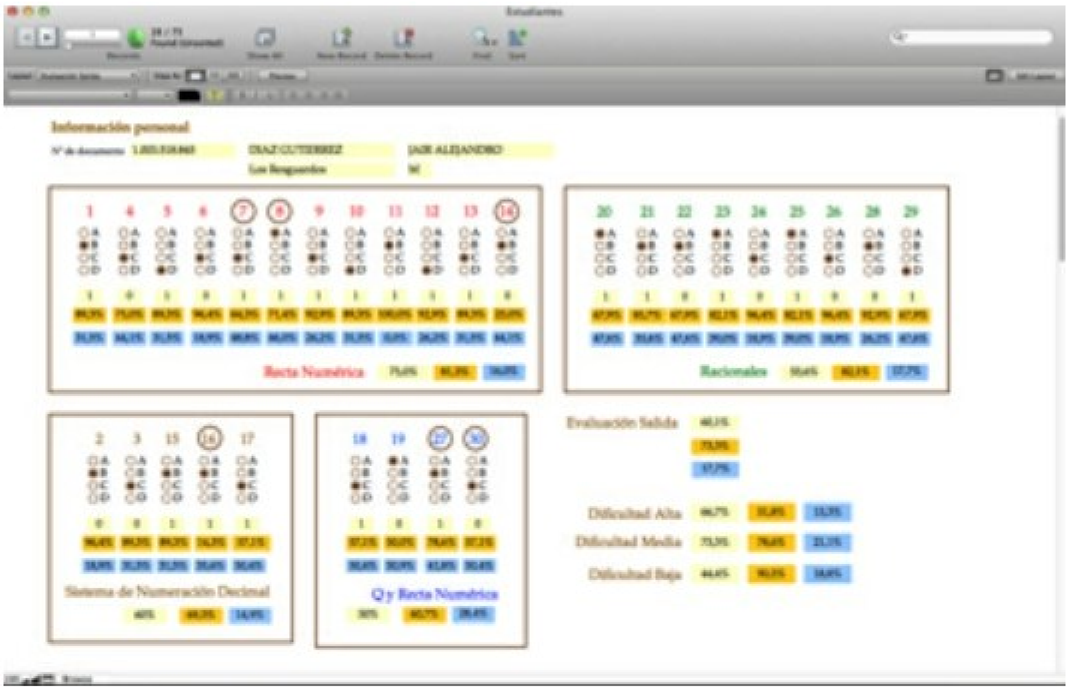


Figura Nº 25. Pantallazo del aplicativo realizado en FileMaker que use y programé para la relación de los datos a partir de los resultados de las pruebas.

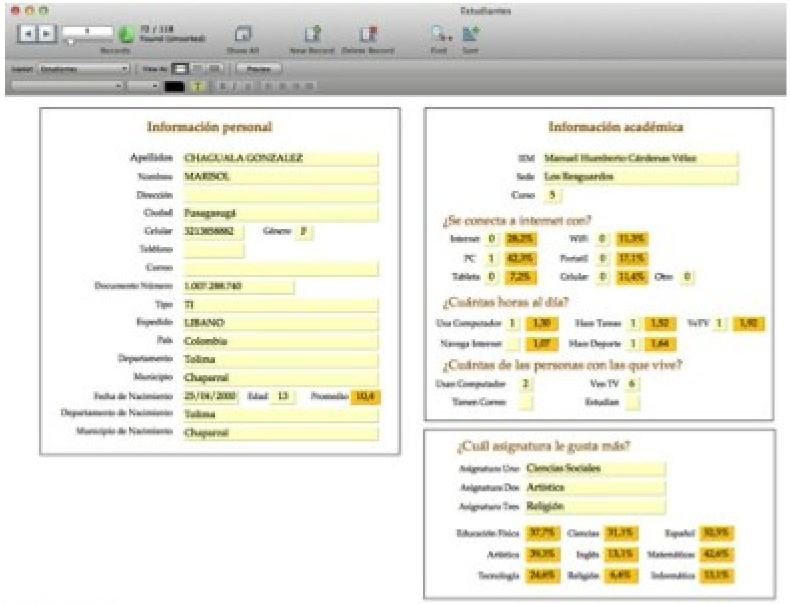


Figura Nº 26. Pantallazo del aplicativo realizado en FileMaker para la relación de los datos de las encuestas a los estudiantes, padres de familia y docentes de la institución.

APÉNDICE L: Construcción de escenarios futuros.

Ejemplo 1. Área de una figura geométrica

Un ejemplo de las dos prácticas, la conductista y la constructivista en una clase de geometría y en particular en el tema de área de una figura geométrica plana. En el primer caso, el profesor define lo que es una figura plana y una figura regular que se dibuja en el plano. (¿Cuántas dimensiones tiene el mundo del niño?) luego dibuja y describe a manera de definición las figuras clásicas, cuadrado y rectángulo, seguidamente establece las dimensiones y explica las fórmulas para calcular el área. En el segundo caso, el docente recurre a dibujar una figura sobre un papel (plano), los niños la colorean, luego la cortan y luego cada niño toma un pedazo de la figura. Entonces surgen las preguntas y con ellas las respuestas ¿cuántas partes tiene esta figura? ¿cuántas podría tener? ¿Cómo se puede formar de nuevo la figura? ¿crecerá o disminuirá la figura al volverla a armar? etc.

Qué tipo de propuesta pedagógica orienta a un docente cuando ante la pregunta: ¿profesor eso para qué sirve? Los docentes contestan con orgullo o en algunos casos peyorativamente “esto es muy importante para la vida”. Es muy probable que sí, los niños recuerdan a sus maestros, pero sobre todo a aquellos con los que se divirtieron, y aunque ese no es uno de los objetivos explícitos, divertirse contribuye a encender la chispa para que ellos elijan el camino acorde con sus intereses.

Un aspecto importante de esta investigación es la propuesta de recrear escenarios futuros en el ámbito matemático a manera de la construcción de nociones, esto es aprovechar situaciones particulares para iniciar las nociones de otros conceptos más avanzadas, por ejemplo: si se continuara hablando del área de una figura geométrica plana, en la cual los estudiantes emplean el concepto de superficie y su medida y calculan con destreza el valor asociado a una superficie de tipo rectangular, podrían proponerse ejercicios como calcular el área debajo de la siguiente curva:

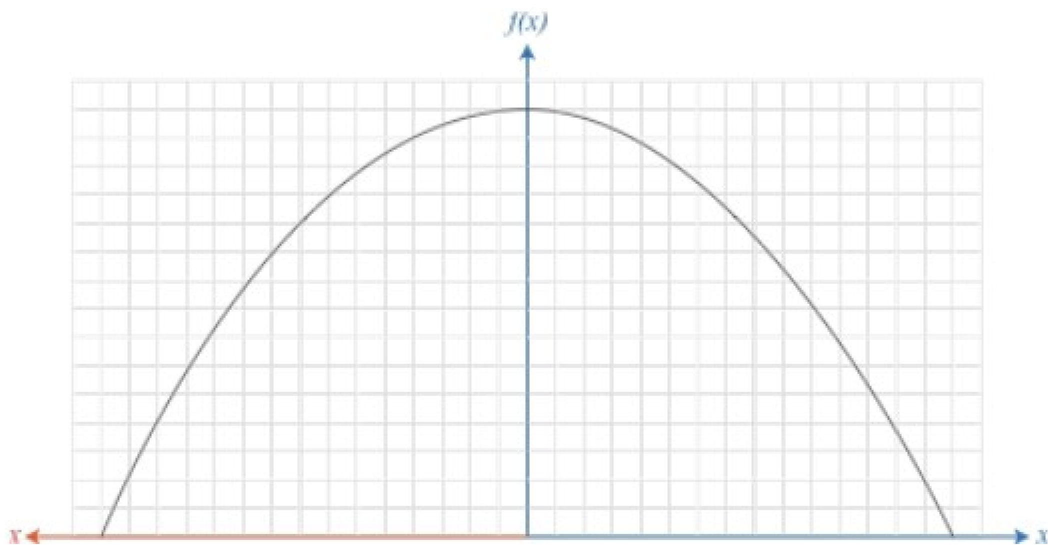


Figura Nº 27. Figura para calcular el área bajo la curva.

Por supuesto que un maestro ortodoxo dirá: ¿está usted loco? los niños no han visto funciones, menos aún, curvas cuadráticas y no tienen idea del plano cartesiano" Durante años me he atrevido a hacer estas propuestas y la variedad de respuestas de los estudiantes es sorprendente, eso motiva con creces la creatividad, se puede orientar el problema (en este caso no es un ejercicio) a que al final se calcule el área bajo la curva con aproximaciones de Riemann, ni siquiera hay necesidad de mencionarlo, pero eso es de calcular el área ellos lo hacen muy bien. La propuesta entonces continúa de la siguiente manera:

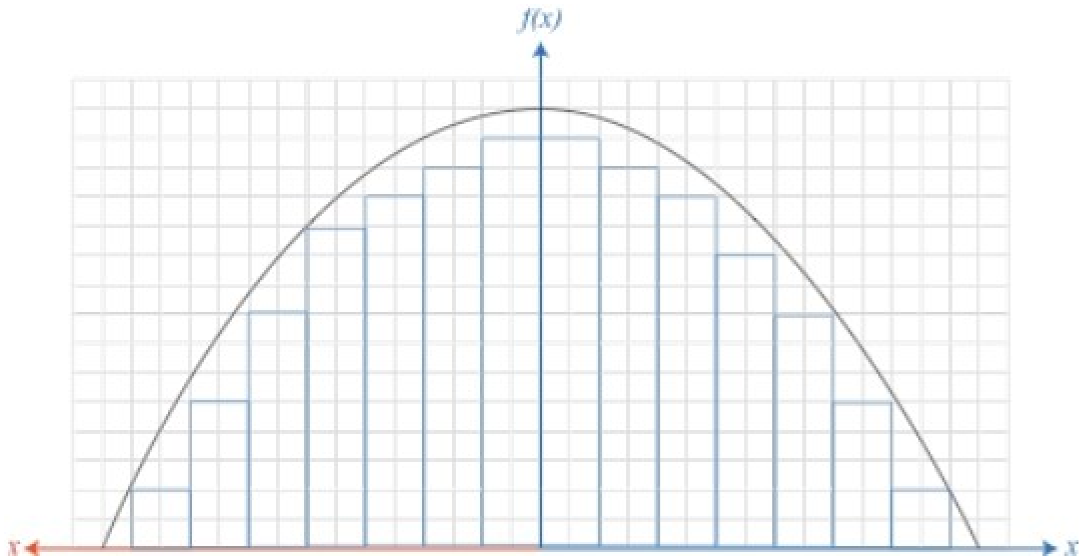


Figura Nº 28. Calculo de área aproximada con los conocimientos de un niño de 3 grado respecto al área de un rectángulo.

A partir de estos supuestos surgen nuevas preguntas, es una aproximación, ¿cómo hacer para que el valor sea cada vez más cercano al valor del área por debajo de la curva, es decir para que la aproximación sea más efectiva? en un salón de clase todos los niños y niñas se pelean por hacer propuestas como, las coloreamos, contamos los cuadritos, dibujamos más rectángulo, los hacemos más chiquitos, etc. Desde este punto de vista se están introduciendo las nociones de límite, sumatoria y por supuesto, de integral.

Ejemplo 2. Función Lineal.

No abordamos el concepto de las gráficas de funciones en la escuela primaria por que es necesario (¿indispensable?) la construcción y reconocimiento de los Números Reales y así poder hablar de dominio y recorrido de una función, del axioma de completes y la inconmesurabilidad de dicho conjunto. Sin embargo podemos construir relaciones funcionales que recreen estas nociones.

Por ejemplo, supongamos que necesitamos practicar las operaciones de multiplicar y operaciones combinadas de suma, resta y multiplicación. En lugar de desgastarnos haciendo planas, podríamos proponer dibujar algunas funciones lineales para dominios enteros, por ejemplo: $f(x) = 3x$, para el dominio formado por el conjunto $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ pero además hacer las gráficas de dichas relaciones y promover aproximaciones. Por supuesto, para esto necesitamos del Plano Cartesiano, pero esto es bastante elemental para un estudiante de primaria si lo comparamos con las calles y carreras de la ciudad o en su defecto (para estudiantes del campo) con las filas y columnas que forman los pupitres del salón. En este orden de ideas un ejercicio interesante sería hacer el dibujo la tabla de multiplicar del 1, 2 y 1/2, en el Plano Cartesiano.

La siguiente figura presenta el resultado esperado de esta actividad, a partir de la cual surgen muchísimas preguntas y con ellas el estímulo de la creatividad de los niños y niñas. Este ejercicio propone no sólo una nueva interpretación de las tablas a partir de una relación funcional donde al valor de la tabla es la pendiente de la recta o derivada de la función (escenarios futuros), sino que además abre el camino para exponer las nociones de escalas y proporciones.

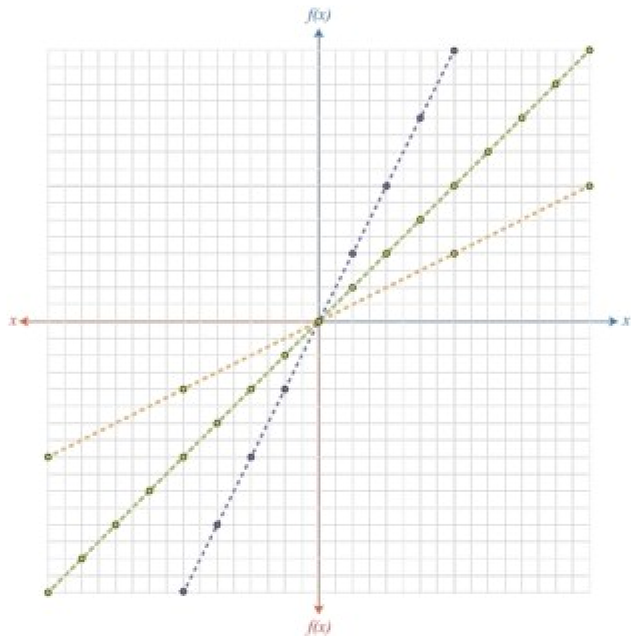


Figura Nº 29. Representación de 3 tablas de multiplicar en el Plano Cartesiano, la tabla del 1, del 2 y del 1/2.

Ejemplo 3. Elementos de variación.

Otro ejemplo en el caso de querer ejercitar las operaciones básicas podría construir una tabla de datos de una función, no a partir del reemplazo de números por la variable, sino a partir de la construcción de su variación como elemento determinante de la función. Por ejemplo, supongamos la función $f(x) = 2x + 5$, para graficar esta función una de las alternativas más usadas es construir una tabla de datos y ubicar los puntos en el Plano Cartesiano, otra forma de construirla, creo que más efectiva, sería calculando la variación de la función a partir de dos valores específicos en donde se evidencie que a cambios iguales en la variable corresponden cambios iguales en la respuesta. La construcción de la tabla tradicionalmente arrojaría los siguientes resultados para los 10 primeros múltiplos de 5.

$$f(x) = 2x + 5$$

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f(x)$	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125

Figura Nº 30. Construcción de una tabla de valores para la función f(x) = 2x +5.

La tabla se ha completado haciendo el remplazo *f(a) = 2a +5*, eso está bien, sin embargo para recrear el escenario futuro del cálculo diferencial, podemos proponer construir la tabla a partir de la variación, que en este caso es constante. Se aprecia que para cambios iguales en x, corresponden cambios iguales en *f(x)* y la relación de estos cambios es 2, es decir la derivada de la función.

60 - 55

Variación									5	5	5	5	
x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f(x)$									85	95	105	115	125
Variación									10	10	10	10	

125-115

Figura Nº 31. Construcción de una tabla de valores para la función *f(x) = 2x +5* a partir de la variación de la función.

Es más, si queremos reforzar la idea de variación a partir de la construcción gráfica de la derivada como pendiente de la "curva" en el punto, basta con hacer la gráfica de los puntos, aproximarlos a una recta y dibujar triángulos sobre dicha recta de tal forma que sea evidente que la pendiente es 2. La siguiente gráfica presenta este resultado.

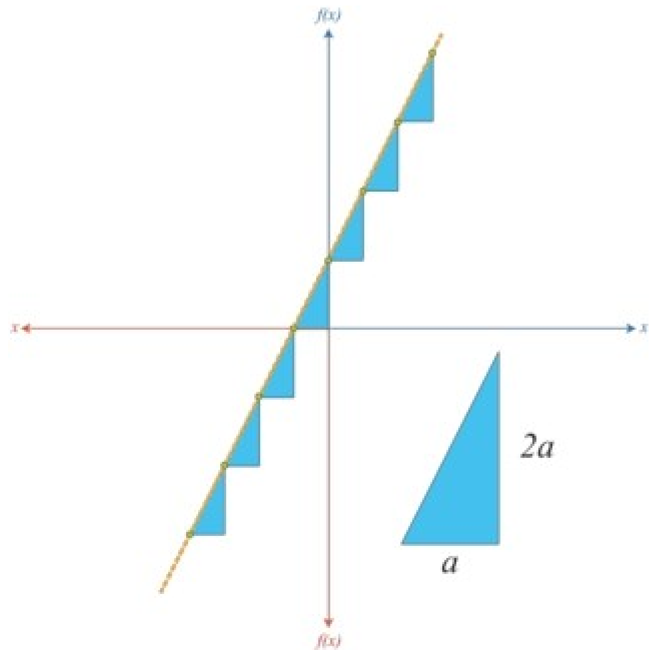


Figura Nº 32. Interpretación gráfica de la función *f(x) = 2x +5* reforzando la pendiente de la recta en los puntos.

APÉNDICE M: Guías y pruebas diagnósticas investigación ¿Cuáles son las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que tiene los estudiantes de la escuela primaria y secundaria?

Guía Recta Numérica.

La Recta Numérica es una referencia gráfica de los números Naturales (N), Enteros (Z), Racionales (Q), e Irracionales (I), es decir todos los Reales (R). Nos permite establecer el orden de los números. Es una guía para la interpretación de nociones como el valor absoluto o distancia entre dos números, los intervalos, entre otros. Para la "construcción" de la Recta Numérica, ubicamos sobre una línea recta vertical o horizontal, pequeños segmentos equidistantes que nos indicarán las posiciones numéricas.

La siguiente gráfica presenta algunos números de la Recta Numérica de los números Naturales (del 0 al 29). Recuerde que los números Naturales son todos aquellos que inician en cero y aumentan de a uno en uno hasta el infinito, es decir, todos son positivos.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

La siguiente gráfica presenta algunos números de la Recta Numérica de los Enteros (del -14 al 14). Recuerde que los números Enteros son los todos aquellos que inician en cero y aumentan de a uno en uno hasta el infinito tanto a derecha como a izquierda. Son positivos los que están a derecha del cero y negativos los que están a izquierda del cero.

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Hemos coloreado con rojo los números Enteros Negativos. Para evitar la dificultad del color, indicaremos el sentido del número con el signo, menos para negativo y más para positivo, cuando el número no tenga signo visible se entenderá que es positivo. La siguiente Recta Numérica presenta algunos números de comprendidos en el intervalo del -14 al 14.

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Las flechas a derecha e izquierda de la Recta Numérica indican que continúan números pero no se han escrito por falta de espacio o porque no los necesitamos. Los corchetes con los que encerramos los números, nos sirven para identificar el conjunto o intervalo de números con el que deseamos trabajar. En un intervalo siempre se escribe el número menor y luego el número mayor. La cantidad de números de la Recta Numérica es infinita. La escala, o distancia entre número y número que se tome como unidad debe ser la misma, es decir, la distancia entre el 1 y el 2 debe se la misma que entre un número y el que le sigue una unidad. La Recta Numérica no es más que un marco de referencia para ordenar, clasificar y ayudar a entender algunas propiedades de los números. La siguiente figura representa una Recta Numérica en la que nos interesa estudiar únicamente los números Enteros del -5 al 8, es decir, en el intervalo [-5 , 8].

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 6 7 8

La siguiente Recta Numérica presenta los números del intervalo [-1, 1]. Es importante mantener la misma escala en cada recta, es decir, la distancia entre cualquier par de números Enteros consecutivos debe ser la misma.

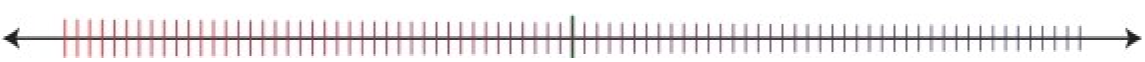
-1 0

La Recta Numérica alberga también a los números Racionales, es decir, aquellos que se pueden expresar de la forma: p/q, donde p y q son Enteros. La siguiente Recta Numérica presenta algunos números Racionales comprendidos en el intervalo [-3, 3].

-3 -5/2 -2 -3/2 -1 -1/2 0 3/2

Observe, hemos mantenido como marco de referencia al cero. No siempre es así, pues si deseamos analizar números en el intervalo [10, 30], no es necesario mostrar el cero.

La Recta Numérica está completamente "llena" de números, no hay espacio entre un número y el siguiente, así no los veamos, allí hay números. La figura muestra algunos lugares donde podríamos colocar números de la Recta Numérica en el intervalo: [-1, 1].



-1 0

A cada punto de la Recta Numérica podemos asociar un número, lo cual justifica que entre dos lugares cualesquiera de números sobre la Recta Numérica, existe una cantidad infinita de números.

Orden de los Números. Un número es mayor que otro si se encuentra más a la derecha de la Recta Numérica.

Ejemplo: ¿Cuál de los siguientes números es más grande, el -4 ó el 2?. Rta: el 2, pues se encuentra más a la derecha en la Recta Numérica.

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -3 -2 -1 0 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

-4 2

Actividades

1- Ubique en la Recta Numérica los siguientes números.

a) -5, 6, 7, 8, 12, -4, 0, -17
b) -1, 0, 1, 1/2, 3/2, -5/2

2- Ubique en la Recta Numérica, 4 números dentro del siguiente intervalo [-4, 4]
3- Ubique en una Recta Numérica los siguientes números: 1001, 1002, 1003, 1004
4- Ubique en una Recta Numérica los siguientes números: -1/2, -1, 0, 1/2, 1, 2, 3
5- En una Recta Numérica, divida en 20 partes iguales el intervalo [-10, 10]

Operaciones sobre la Recta Numérica.

Sumar (restar) equivale, en la Recta Numérica, a avanzar a la derecha o izquierda una cantidad determinada a partir de un número dado. Por ejemplo, la operación: 5 + 4 significa que a partir del 5 debemos avanzar a la derecha 4 posiciones, el resultado será el número en el cual nos encontremos luego de los avances. La operación: 5 - 4 significa que a partir del 5 debemos avanzar a la izquierda 4 posiciones. La figura muestra los avances y los lugares de llegada de los ejemplos mencionados.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 13 14

+

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 13 14

-

En adelante, vamos a referirnos a la suma o resta como Suma o Suma Algebraica, por tanto el signo que precede a todo número nos indicará el sentido del avance. Si usted lo desea, hacer una suma equivale a caminar sobre la Recta Numérica, (Positivo a la derecha, Negativo a la izquierda). La siguiente gráfica presenta la siguiente suma (“caminata“) sobre la Recta Numérica: 3 + 2 - 4 - 2 - 7 = -8

-7 -2 -4

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

+2

Aclaración de la “caminata”:

Iniciamos en 3, como el siguiente número es positivo, avanzamos 2 a la derecha, luego como el siguiente número es negativo, retrocedemos (o avanzamos en sentido contrario) 4, como el siguiente número es negativo, continuamos avanzando a la izquierda 2 y finalmente, como el siguiente número es negativo, continuamos avanzando a la izquierda 7.

El lugar donde nos encontramos al final del recorrido es el número: -8 = 3 + 2 - 4 - 2 - 7.

La siguiente gráfica presenta la suma o “caminata” de los siguientes números:

1/2 + 3/2 - 5/2 + 7/2 - 8/2 - 1 = -2.

Para este ejercicio hemos ubicado números Racionales sobre nuestra Recta Numérica teniendo en cuenta que los números escogidos en la operación representan las “mitades“ entre dos Enteros consecutivos. Para avanzar o retroceder, imagínese que dan “salticos” de medio paso.

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 5/2

RTA

Aclaración de la “caminata”

Iniciamos en 1/2, luego como el siguiente número es positivo avanzamos a la derecha 3/2, luego como el siguiente número es negativo retrocedemos (o avanzamos en sentido contrario) 5/2, luego como el siguiente número es positivo, avanzamos a la derecha 7/2, luego como el siguiente número es negativo avanzamos a la izquierda (retrocedemos) 8/2 y finalmente como el siguiente número es negativo avanzamos a la izquierda (retrocedemos) 1.

La siguiente gráfica presenta la suma de los siguientes números: 3 - 2/3 - 5/3 - 8/3 + 2 = 0. Observe como dividimos cada Entero de la Recta Numérica en “3 pedacitos“.

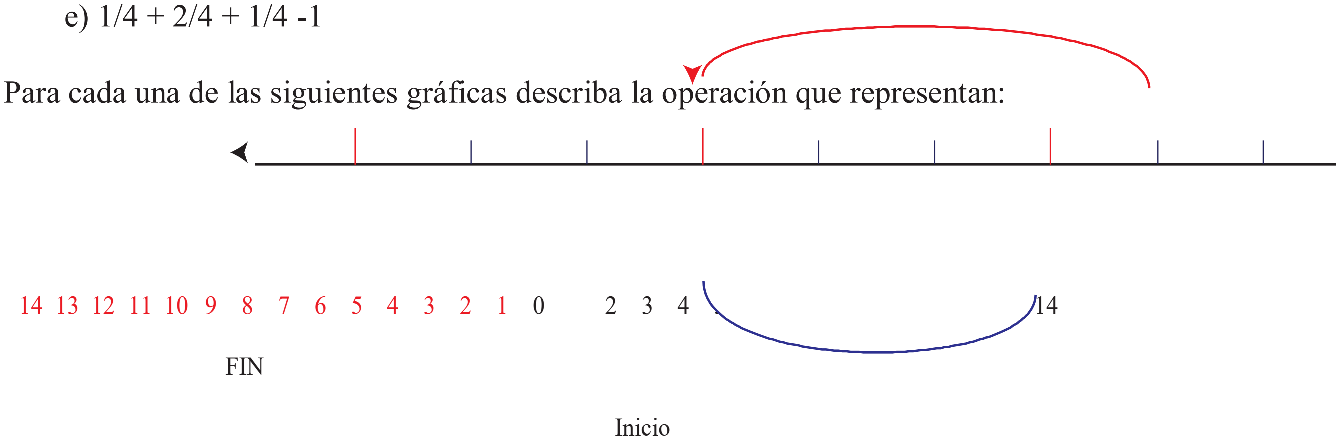
-3 -8/3 -7/3 -2 -5/3 -4/3 -1 -2/3 -1/3 0 1/3 4/3 5/3 7/3 8/3

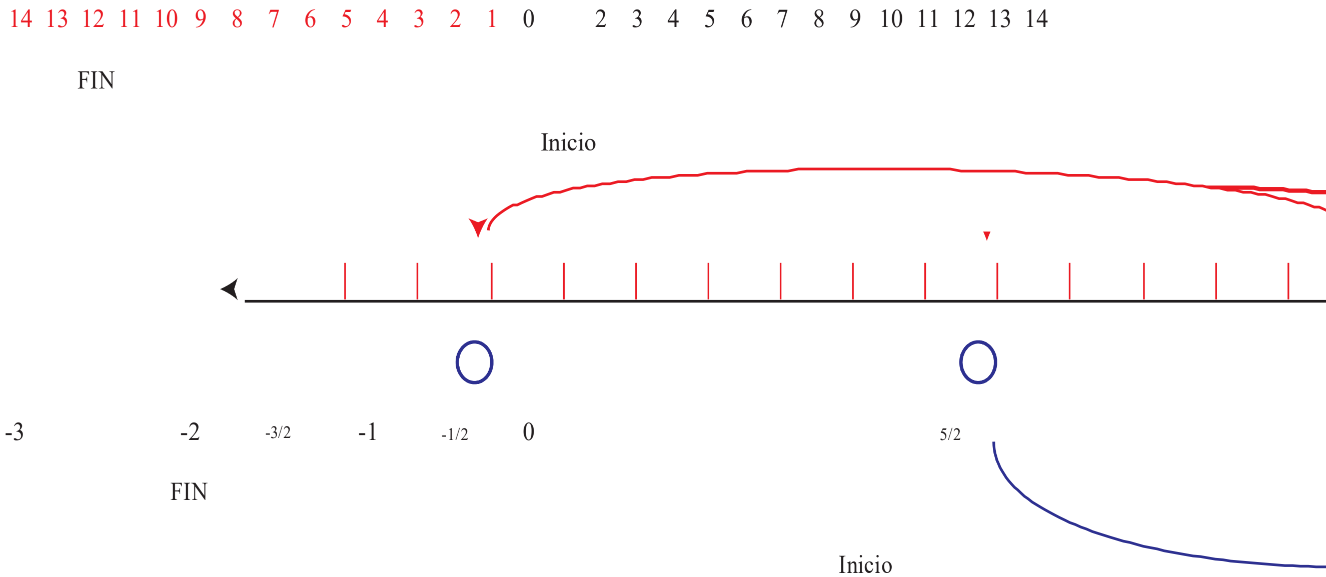
Actividades.

1- En la Recta Numérica, realice las siguientes operaciones:

a) -2 + 3 -4 +5 +2 -2 -1
b) 0 + 2 + 1/2 - 1/2 - 7 + 5
c) -4 -2 -1 + 1 +3 + 4 + 0 + 1/2
d) 1/3 + 2/3 - 3 + 2 +7 -8
e) 1/4 + 2/4 + 1/4 -1

2- Para cada una de las siguientes gráficas describa la operación que representan:



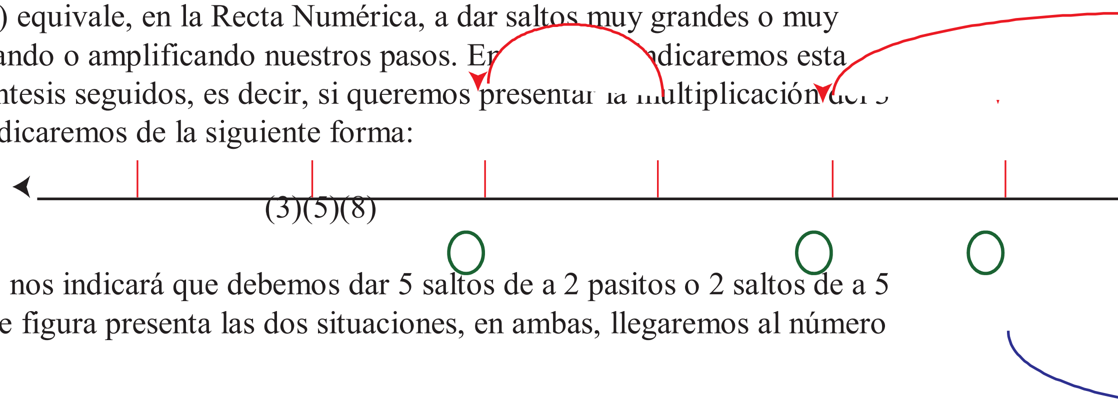


3- Para cada uno de los siguientes conjuntos, dibuje una Recta Numérica que los represente.

a) { -3, 1, 4, 6 }
b) {-12, -10, -8, -6, -4, -2, -0, -2, -4, -6, -8 }
c) {-3/2, - 1/2, 0, 1/2, 5/2, 12/2 }
d) {12, 14, 18 }

Multiplicar (dividir) equivale, en la Recta Numérica, a dar saltos muy grandes o muy pequeños simplificando o amplificando nuestros pasos. En ... indicaremos esta operación con paréntesis seguidos, es decir, si queremos presentar la multiplicación del 3 por el 5 por 8, lo indicaremos de la siguiente forma:

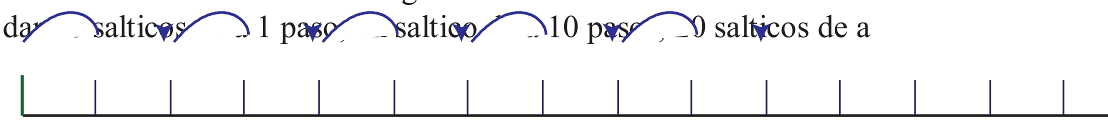
(3)(5)(8)



La operación (5)(2) nos indicará que debemos dar 5 saltos de a 2 pasitos o 2 saltos de a 5 pasitos. La siguiente figura presenta las dos situaciones, en ambas, llegaremos al número 10.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

Por supuesto que existen muchísimas formas de llegar al número 10 dando saltos. Por ejemplo podríamos da[illegible] salticos [illegible] 1 paso, [illegible] saltico [illegible] 10 pas[illegible] [illegible]0 salticos de a 1/2 paso, etc.



Componentes de la multiplicación. En toda multiplicación cada elemento que la compone se llama factor. Una multiplicación es un conjunto de factores. Los factores están separados por los paréntesis. Todos los factores que componen una multiplicación tiene la misma importancia, es decir no importa el orden.

La multiplicación: (5)(2) equivale a la multiplicación (2)(5) y la podemos leer de la siguiente manera:

5 Salticos cada uno de a 2 pasos, entonces la operación será...: (5)(2) = 10 o también
2 Salticos cada uno de a 5 pasitos, entonces la operación será...: (2)(5)= 10

Actividades

1- Dibuja en diferentes Rectas Numéricas otras 2 formas de llegar al 10.
2- Dibuja en diferentes Rectas Numéricas 4 formas de llegar al 20.
3- Para cada una de las siguientes gráficas, describa de dos formas diferentes, la operación que representan.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

0 1/2 3/2 5/2 3 4 7/2 9/2 5 11/2 6

Es importante anotar que cuando usamos la multiplicación o división (salticos), lo podemos hacer siempre que dichos saltos sean iguales. Si los saltos no son iguales entonces usamos la suma.

Saltos en diferentes direcciones

Podemos dar saltos (multiplicar o dividir) en diferentes direcciones, es decir, cambiando el sentido de nuestros pasos, para ello utilizaremos el signo negativo.

La operación (4)(-3) = -12, la podemos leer de las siguientes maneras:

a) 4 saltos cada uno de 3 pasos a la izquierda
b) 4 saltos cada uno de 3 pasos en sentido negativo
c) 4 saltos cada uno de 3 pasos, lo cual nos llevará al 12, ahora por el signo negativo nos trasladamos al otro lado de la Recta Numérica, es decir, al -12

En todos los casos llegamos al número -12. La siguiente gráfica representa la situación a y b:

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

La siguiente gráfica presenta la situación c:

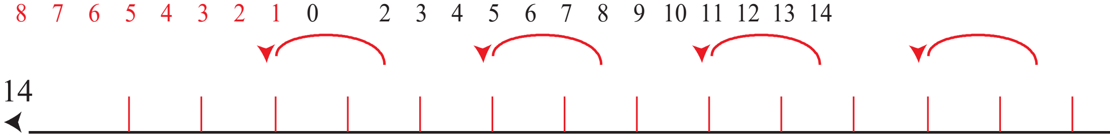
14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

El signo nos indica el cambio de dirección.

Observe los siguientes ejemplos y la operación que indican. Operación: (2)(-6) = -12

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Operación: (2)(7) = 14



-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Operación: (-2)(7)= -14

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Operación: -(3)(4) = -12

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Actividades

1- Para cada una de las siguientes operaciones realice la gráfica en Rectas Numéricas diferentes:

a) (1)(12) =
b) (-3)(6) =
c) -(2)(8) =

2- Para cada una de las operaciones anteriores, presente otra forma de realizar dicha operación, (No es necesario hacer la gráfica, solo la operación)

Operaciones con más de un factor

Recuerde que se llama factor a los elementos que intervienen en la multiplicación (división), por ejemplo la operación (5)(-3)

Recuerde que a los elementos que intervienen en la suma (resta) se les llama sumandos, por ejemplo la operación 3 + 7 = 10, tiene dos sumandos el 3 y el 7, en la operación 5 - 7 los sumandos son 5 y el -7.

La operación (2)(3)(4) = 24 tiene tres factores, para calcular el resultado de esta operación procedemos de la siguiente manera:

Realizamos la multiplicación con los dos primeros factores y luego con el siguiente y así sucesivamente.

Para el ejemplo: (2)(3)(4) = 24, realizamos primero la operación: (2)(3) = 6, ahora nos queda una nueva operación (6)(4) = 24. La siguiente gráfica ilustra lo dicho.

$$(2)(3)(4) = 24$$

$$(6) \quad (4) = 24$$

La operación (3)(2)(4)(5) = 120, la podemos realizar de la siguiente manera, primero multiplicamos (3)(2) = 6, con este resultado escogemos el siguiente número y realizamos la operación (6)(4) = 24, ahora con este nuevo resultado escogemos el siguiente número y realizamos la operación (24)(5) = 120

Actividades

1- Realice, paso a paso, las operaciones indicadas

a) (-2)(3)(5) =
b) (2)(5)(7)(-5) =
c) (3)(2)(1)(5)(4) =

Ley de signos

En una multiplicación (división) con números de diferente signo, realizamos la operación con los números sin importar el signo y el resultado será positivo o negativo de acuerdo con la siguiente regla:

Positivo. Sí la cantidad de signos negativos es PAR
Negativo. Sí la cantidad de signos negativos es IMPAR

Recuerde que cuando un número es positivo, no es necesario escribir el signo +.

Ejemplos:

a) (2)(3)(-5)(-4)(1) » Resultado: 120 (Cantidad de signos negativos PAR)
b) (5)(-3)(1) » Resultado: -15 (Cantidad de signos negativos IMPAR)
c) (2)(-7)(-1)(-5) » Resultado: -70 (Cantidad de signos negativos IMPAR)

Actividades

1- Realice las operaciones indicadas

a) (-6)(-7)(2)(1)(-3) =
b) (8)(3)(-5)(0) =
c) (-2)(-3)(-4) =

2- Para cada una de las siguientes operaciones, haga una representación en la Recta Numérica y presente dos formas diferentes de obtener el resultado.

a) (2)(10) =
b) (-4)(-4) =
c) (3)(-6) =

Operaciones combinadas

Podemos realizar sumas (restas) y multiplicaciones (divisiones) en una sola operación pero hay que tener mucho cuidado cual de estas operaciones se realiza primero. La siguiente gráfica representa la operación (5)(-2) + 9 = -1

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Como se observa, realizamos primero la multiplicación y luego la suma. Normalmente se realiza primero la multiplicación (división) y después la suma (resta). Ejemplos:

a) (-2)(-3) -4 = -2
b) 10 - (2)(3)(4) = -14
c) (3 + 4) (7 - 5) = (7)(2) = 14

El último ejemplo nos pide una multiplicación de dos números que son el resultado de unas sumas, por tanto primero hacemos las sumas y luego la multiplicación. Para este tipo de operaciones es necesario mirar la operación por bloques, los bloques están agrupados por paréntesis.

1- Sí al medir el perímetro de la cancha de fútbol del colegio los resultados fueron: Pedro 160 pies, María 190 pies. A partir de estos resultados es correcto afirmar que:

a) la cancha tiene dos medidas, depende de quien las tome
b) la cancha se achica o se agranda de acuerdo a quien la mida
c) la longitud de los pies de María es más grande que la longitud de los pies de Pedro
d) la longitud de los pies de Pedro es más grande que la longitud de los pies de María

2- Si la cancha tiene un perímetro de 200 metros entonces, para calcular la medida en metros, de la longitud de los pies de Pedro y María debemos:

a) Colocar los dos pies juntos para saber cuál es más grande.
b) Colocar los pies sobre una balanza y apreciar cual pesa más.
c) Sumas los pasos y dividir por 200 metros.
d) Dividir 200 entre la cantidad de pasos que midió de cada uno.

3- Una página de cuaderno cuadriculado de 100 hojas tiene dibujados cuadrados iguales. Si al contar los cuadros por el largo y ancho de la hoja resultan 60 y 80 cuadros respectivamente, entonces la cantidad de cuadros que tiene dibujado el cuadernos es:

a) 480000
b) 600000
c) 960000
d) 800000

4- El área de un salón rectangular es 200 m2. Las dimensiones del cuarto pueden ser:

a) Ancho 20 y Largo 20 metros.
b) Ancho 20 y Largo 10 metros.
c) Ancho 10 y Largo 10 metros.
d) Ancho 200 y Largo 100 metros.

5- La diagonal de un cuadrado lo "divide" en dos triángulos iguales. Si un cuadrado tiene 144 cm2 de área cuál será el área de uno de los triángulos es:

a) 72 metros cuadrados.
b) 72 milímetros cuadrados.
c) 72 pies cuadrados.
d) 72 centímetros cuadrados.

6- La diferencia entre medir el área y el perímetro de una figura geométrica plana es:

a) El perímetro mide la longitud de la frontera y el área mide la superficie que esta encierra.
b) El área mide la longitud de la frontera y el perímetro mide la superficie que esta encierra.

c) no hay diferencia, ambos miden la misma figura.
d) no hay diferencia, pues los resultados numéricos son los mismos.

Las preguntas 7, 8, 9 y 10 se deben contestar de acuerdo a las siguientes figuras:

7- Si el área del hexágono es de 24 mm2, el área de cada triángulo que forma dicha figura geométrica plana es:

a) 24 metros cuadrados.
b) 24 cm2.
c) 6 mm2.
d) 4 mm2.

8- El perímetro del rectángulo grande que forma la figura Nº 2 es de 20 centímetros, entonces la longitud del lado de cada cuadrado pequeño es de:

a) 4 centímetros.
b) 6 centímetros.
c) 2 centímetros.
d) 8 centímetros.

9- Suponiendo que los triángulos que se forman al trazar las diagonales de los cuadrados pequeños de la figura Nº 2 son todos iguales, entonces el área de cada triángulo será:

a) 1 centímetro cuadrado.
b) 2 centímetros cuadrados.
c) 3 centímetros cuadrados.
d) 4 centímetros cuadrados.

10- Si el área de cada triángulo que se forman al trazar las diagonales de los cuadrados de la figura Nº 2, es de 3 cm2, entonces el rectángulo grande de la figura Nº 2 tendrá un área de :

a) 48 cm2.
b) 36 cm2.
c) 24 cm2.
d) 12 cm2.

1- Para calcular la cantidad de bloques que se necesitan para enchapar el piso de un cuarto rectangular, es necesario conocer:

   a) las dimensiones del salón.

b) el precio de cada bloques y el dinero que tengo para comprarlo.
c) el color del bloques y el grueso de cada tableta.
d) las dimensiones del bloques y del salón.

2- Se desea colocar cinta negra sobre la línea amarilla que bordea la cancha de fútbol del colegio, para saber la cantidad de cinta que debemos comprar es necesario:

a) calcular el perímetro de la cancha.
b) calcular el área de la cancha.
c) calcular el perímetro y el área de la cancha.
d) dibujar la frontera o borde de la cancha.

3- Un metro cuadrado es:

a) Una unidad de medida de superficies.
b) Una unidad de medida de longitudes.
c) Una unidad de medida de perímetros.
d) Una unidad de medida de fronteras.

4- Se desean colorear 2 hojas de un cuaderno cuadriculado. ¿Cuánto costará colorearlas sí por cada cuadrito nos cobran $1 y las dimensiones de la hoja son: 30 cuadritos de ancho por 50 cuadritos de alto?

a) $1200
b) $1500
c) $6000
d) $3000

5- Un pintor cobra por pintar las paredes de un cuarto de 20 metros cuadrados por un total de $20000. ¿Cuánto cobrará por pintar un cuarto de 4 paredes iguales tal que cada pared tiene 4 metros de alto por 2 de ancho?

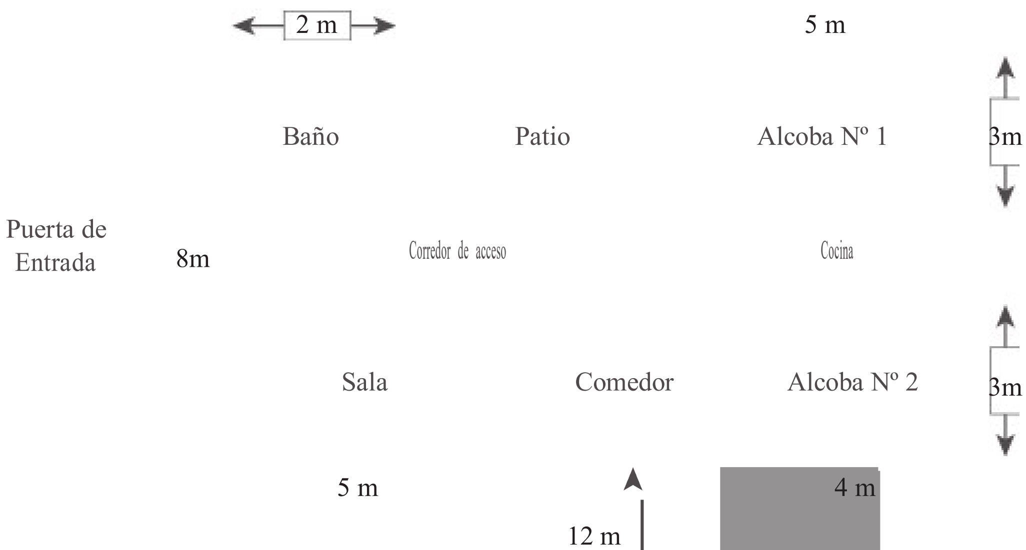
a) $32000
b) $34000
c) $31000
d) $30000

6- El área total de las paredes que se van a pintar es de:

a) 12 metros lineales
b) 32 metros lineales
c) 32 metros cuadrados
d) 12 metros cuadrados

Las preguntas 7 a la 10 deben contestarse de acuerdo a la siguiente figura:

Apartamento Modelo - Proyecto La Casita de la "Cucha"



7- El área del corredor de acceso es:

a) 14 metros cuadrados.
b) 15 metros cuadrados.
c) 16 metros cuadrados.
d) 17 metros cuadrados.

8- El área total de las alcobas es:

a) 12 metros cuadrados.
b) 15 metros cuadrados.
c) 27 metros cuadrados.
d) 56 metros cuadrados.

9- El lote sobre el cual fue construida la casa tiene un área de:

a) 96 metros cuadrados.
b) 96 metros lineales.
c) 69 metros cuadrados.
d) 69 metros lineales.

10- Al sumar el área de todas las partes internas de la casa obtenemos:

a) 40 metros cuadrados.
b) 80 metros cuadrados.

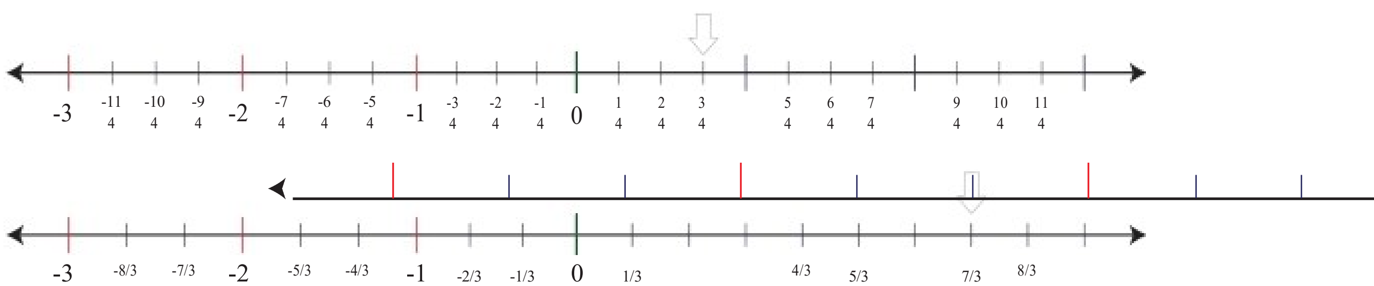
c) 20 metros cuadrados.
d) 96 metros cuadrados.

Los Números Racionales (Q), son aquellos que se pueden expresar de la forma p/q, donde p y q son Enteros (Z). Normalmente los usamos para expresar posiciones entre los Z o para hacer referencias a partes de la unidad lo cual no quiere decir que los Q no puedan ser mayores que la unidad.

La siguiente Recta Numérica presenta algunos números Q en el intervalo [-3 , 3]

-3 -8/3 -7/3 -2 -5/3 -4/3 -1 -2/3 -1/3 0 1/3 4/3 5/3 7/3 8/3

Se aprecian 19 números racionales. Cualquier Z también es Q al poder expresar de la forma p/q. La idea general de un Q es que lo forman dos partes: p y q. El numerador p y el denominador q. El denominador indica la cantidad de partes iguales en que se ha dividido la unidad de referencia y el numerador la cantidad de partes que se han seleccionado o ubicado de aquellas en que se ha dividido la unidad. Por ejemplo, el número 3/4, significa que se ha divido la unidad en 4 partes iguales y se han seleccionado 3 de ellas, el número 7/3, significa que se ha divido la unidad en 3 partes iguales y se han seleccionado 7 de ellas. Las siguientes Rectas Numéricas representa los dos números.



Como se observa uno de los números es menor que uno (<1) y el otro es mayor que uno (>1). Un Q es mayor que la unidad si el numerador es mas grande que el denominador. El número 7/3 es mayor que el número 3/4, por la razón expuesta y además porque se encuentra más a la derecha de la Recta Numérica.

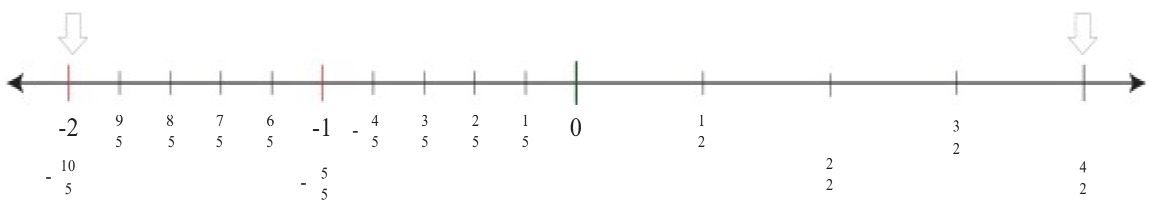
Una tendencia muy marcada es creer que p/q son dos números, NO, es un sólo número. El signo de los números representa su ubicación con respecto al cero (0) en la Recta Numérica. La siguiente gráfica presenta la ubicación de los números: 1/2, 4/3, -3/5, -7/3.

-3 $\frac{7}{3}$ -2 -1 $\frac{3}{5}$ 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$

Simplificación y amplificación de Q.

¿Qué es más: 10 monedas de 200 ó un billete de 2.000? Aunque la pregunta puede ofender a muchos, en el caso de los Q, hay quienes se confunden con situaciones como estas. Pongamos por ejemplo: ¿Cuál número es más grande 1, 2/2, 3/3, 7/7 o 12/12?

Respuesta: todos son iguales. Sin embargo, algunos no identifican que si se divide la unidad en un número determinado de partes iguales y las toma todas, pues sencillamente han tomado la unidad. Si usted coge una panela y la parte en muchísimos pedazos y los hecha todos a la olla para hacer una agua de panela, pues ha usado la panela entera. Algo parecido sucede cuando se trata de dos o más unidades, por ejemplo, 4/2, es lo mismo que 2, o -2 es lo mismo que -10/5, etc, ¿Por qué? Porque ocupan el mismo lugar en la Recta Numérica. (O como lo decíamos en primaria; tomamos la misma cantidad, se ha dividido en más pero se han tomado más). La siguiente gráfica presenta los números, 4/2 y -10/5.



Una de las ventajas de usar los Q, es que con ellos podemos escribir de infinitas formas cualquier número Z o Q. El “Truco“ consiste en que al multiplicar (dividir) por 1 cualquier número diferente de cero (0), el número no cambia y como 2/2, 3/3, 4/4 o en general a/a es igual a Uno ($a \neq 0$), pues multiplicamos (dividimos) el número que queramos amplificar o simplificar por 1 disfrazado de a/a.

Por ejemplo, para amplificar 2/3 unas 5 veces, multiplicamos tanto numerador como denominador por 5, obteniendo: 10/15, otro ejemplo: para amplificar 2/7 unas 8 veces, multiplicamos tanto numerador y denominador por 8, obteniendo: 16/56. Asi 2/3 = 10/15 y 2/7 = 16/56. La siguiente gráfica muestra que realmente multiplicamos por 1.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{5} = \frac{10}{15} \qquad\qquad \frac{2}{7} \quad \frac{8}{8} = \frac{16}{56}$$

Otra razón por la cual estos números son iguales es que dividimos la unidad en más partes iguales, pero tomamos más, guardando la proporción. Análogamente sucede con la simplificación. Multiplicamos tanto numerador como denominador por 1, pero disfrazado. Por ejemplo: 16/56 = 2/7, pues multiplicamos (dividimos) tanto numerador y denominador por 1/8. (Dividir por a, equivale a multiplicar por 1/a). La siguiente gráfica ilustra lo dicho.

$$\begin{matrix} 16 & 1/8 \\ 56 & 1/8 \end{matrix} = \begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$$

Actividades.

1- Ubique en la Recta Numérica los siguientes números:

   a) 1/6
   b) 6/5
   c) -5/4
   d) -3/8

2- Para cada uno de los números anteriores, amplificarlo 2 veces, el resultado amplificarlo 3 veces, el resultado amplificarlo 4 veces. El último resultado, simplificarlo 2 veces, el resultado simplificarlo 4 veces y el resultado simplificarlo 3 veces.

Aclaraciones sobre la Unidad.

Cuando hablamos de Unidad y del número 1 debemos tener cuidado. Cuando nos referimos a la Unidad, no necesariamente hablamos de un solo elemento, hablamos de un conjunto y el conjunto puede tener varios elementos. Aunque parezca absurdo, la unidad no siempre es 1, es un conjunto o unidad de referencia. Por ejemplo, cuando preguntamos: ¿en el curso 10º, cuántos son niños y cuántas son niñas?, entonces, el curso completo de 10º es nuestra unidad de referencia a pesar de que son muchos los estudiantes de 10º. Ahora si la pregunta la cambiamos por: ¿en la I.E.D. Talauta, cuántos son niños y cuántas son niñas?, nuestra unidad de referencia ha cambiado, ahora la unidad es la cantidad de estudiantes de la institución.

Cuando hablamos de unidad nos referimos a un conjunto de referencia. Un bulto de papa son muchas papas, pero es una unidad de referencia de la cual podemos decir: medio bulto, un cuarto de bulto, el 10% del bulto, en todos los casos nos referimos al bulto como unidad y cada bulto tienen muchas papas. En una estadística sobre la cantidad de estudiantes de cada curso bachillerato en la I.E.D. Talauta, podemos decir que: el 27% son de sexto, el 22% son de séptimo, el 13% son de octavo, el 15% son de noveno, el 14% son de décimo y el 9% son de once grado, en todos los casos nos referimos al total de los estudiantes (148) como la unidad o marco de referencia.

¿Qué pasa si sumamos todos los porcentajes de los estudiantes de la I.E.D. Talauta?, veamos:

Grado Sexto	27%
Grado séptimo	22%
Grado octavo	13%
Grado noveno	15%
Grado décimo	14%
Grado once	9%
TOTAL	100%

El 100% es nuestra unidad de referencia.

Actividades

a) Para cada uno de los siguientes números diga, si es mayor o menor que la unidad, en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad y cuantas se han seleccionado, además búsquelos en la Recta Numérica.

   1/3, -2/5, 8/3, -3/5, 7/6, 2, -6, 4/3

b) Exprese cada uno de los siguientes números de dos formas diferentes:

   3, -2, 5/6, 1/2, 3/5, -5/3

c) Averiguar que significa 100% y en general que significa porcentaje.

Operaciones con Q.

Las operaciones básicas con números Q, son las mismas que con los Z: Sumar (restar) y Multiplicar (dividir), es decir, “caminar” y “saltar”.

Es muy importante leer el número Q, usted debe identificar si que es mayor o menor que la unidad, identificar la cantidad de partes iguales en que se ha dividido la unidad y la cantidad de partes que se han seleccionado. Como siempre el signo indica el sentido. (Negativo a la izquierda, positivo a la derecha).

Para sumar (restar) números Q, es necesario que todos los sumandos tengan el mismo denominador. Ejemplo la suma 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 2/3 = -1/3, está representada en la siguientes figura.

-3 $\frac{8}{3}$ $\frac{7}{3}$ -2 $\frac{5}{3}$ $\frac{4}{3}$ -1 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ 0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{3}$

$\frac{9}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{9}{3}$

Observe que es como dar pasitos "partidos" en 3, de ahí la importancia de que todos los pasitos sean iguales, La siguiente gráfica muestra una operación con números que no tienen el mismo denominador, pero que se pueden transformar (disfrazar) en otros de tal forma que todos tengan el mismo denominador.

-3 $\frac{5}{2}$ -2 $\frac{3}{2}$ -1 $\frac{1}{2}$ 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$

$\frac{6}{2}$ $\frac{24}{22}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{4}{2}$

La operación indicada es: 1/2 + 3/2 - 5/2 +3 - 1 - 4 + 5/2 = 0, esta operación se puede transformar disfrazando los números: 3, -1, -4, por 6/2, -2/2 y -8/2 respectivaamente. Así la operación quedaría:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \quad \frac{6}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{8}{2} \quad \frac{5}{2}$$

Actividades

1- Realice cada una de las siguientes operaciones en la Recta Numérica.

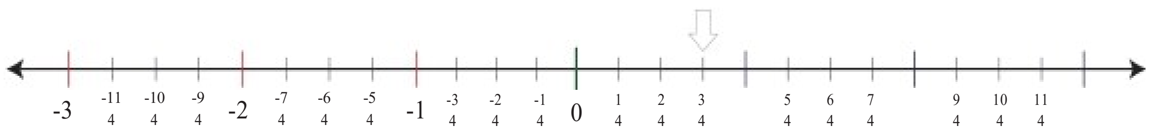
a) 1/3 + 2 -3 + 3/3 - 5/3 + 7/3 - 2
b) -3/4 + 2 + 5/4 + 3/4 - 3 - 1 + 7/4

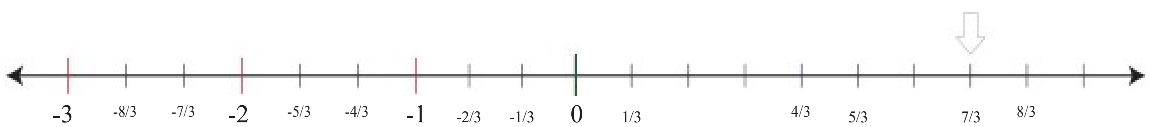
Los Números Racionales (Q), son aquellos que se pueden expresar de la forma p/q, donde p y q son Enteros (Z). Normalmente los usamos para expresar posiciones entre los Z o para hacer referencias a partes de la unidad lo cual no quiere decir que los Q no puedan ser mayores que la unidad.

La siguiente Recta Numérica presenta algunos números Q en el intervalo [-3 , 3]

-3 -8/3 -7/3 -2 -5/3 -4/3 -1 -2/3 -1/3 0 1/3 4/3 5/3 7/3 8/3

Se aprecian 19 números racionales. Cualquier Z también es Q al poder expresar de la forma p/q. La idea general de un Q es que lo forman dos partes: p y q. El numerador p y el denominador q. El denominador indica la cantidad de partes iguales en que se ha dividido la unidad de referencia y el numerador la cantidad de partes que se han seleccionado o ubicado de aquellas en que se ha dividido la unidad. Por ejemplo, el número 3/4, significa que se ha divido la unidad en 4 partes iguales y se han seleccionado 3 de ellas, el número 7/3, significa que se ha divido la unidad en 3 partes iguales y se han seleccionado 7 de ellas. Las siguientes Rectas Numéricas representa los dos números.





Como se observa uno de los números es menor que uno (<1) y el otro es mayor que uno (>1). Un Q es mayor que la unidad si el numerador es mas grande que el denominador. El número 7/3 es mayor que el número 3/4, por la razón expuesta y además porque se encuentra más a la derecha de la Recta Numérica.

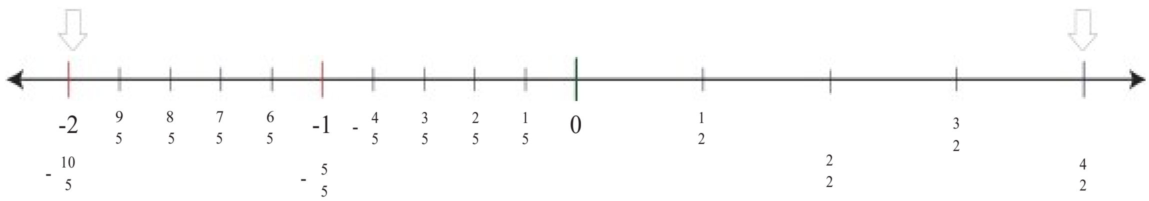
Una tendencia muy marcada es creer que p/q son dos números, NO, es un sólo número. El signo de los números representa su ubicación con respecto al cero (0) en la Recta Numérica. La siguiente grafica presenta la ubicación de los números: 1/2, 4/3, -3/5, -7/3.

-3 7/3 -2 -1 3/5 0 1/2 4/3

Simplificación y amplificación de Q.

¿Qué es más: 10 monedas de 200 ó un billete de 2.000? Aunque la pregunta puede ofender a muchos, en el caso de los Q, hay quienes se confunden con situaciones como estas. Pongamos por ejemplo: ¿Cuál número es más grande 1, 2/2, 3/3, 7/7 o 12/12?

Respuesta: todos son iguales. Sin embargo, algunos no identifican que si se divide la unidad en un número determinado de partes iguales y las toma todas, pues sencillamente han tomado la unidad. Si usted coge una panela y la parte en muchísimos pedazos y los hecha todos a la olla para hacer una agua de panela, pues ha usado la panela entera. Algo parecido sucede cuando se trata de dos o más unidades, por ejemplo, 4/2, es lo mismo que 2, o -2 es lo mismo que -10/5, etc, ¿Por qué? Porque ocupan el mismo lugar en la Recta Numérica. (O como lo decíamos en primaria; tomamos la misma cantidad, se ha dividido en más pero se han tomado más). La siguiente gráfica presenta los números, 4/2 y -10/5.



Una de las ventajas de usar los Q, es que con ellos podemos escribir de infinitas formas cualquier número Z o Q. El "Truco" consiste en que al multiplicar (dividir) por 1 cualquier número diferente de cero (0), el número no cambia y como 2/2, 3/3, 4/4 o en general a/a es igual a Uno ($a \neq 0$), pues multiplicamos (dividimos) el número que queramos amplificar o simplificar por 1 disfrazado de a/a.

Por ejemplo, para amplificar 2/3 unas 5 veces, multiplicamos tanto numerador como denominador por 5, obteniendo: 10/15, otro ejemplo: para amplificar 2/7 unas 8 veces, multiplicamos tanto numerador y denominador por 8, obteniendo: 16/56. Asi 2/3 = 10/15 y 2/7 = 16/56. La siguiente gráfica muestra que realmente multiplicamos por 1.

$$\frac{2}{3}\ \frac{5}{5} = \frac{10}{15} \qquad \frac{2}{7}\ \frac{8}{8} = \frac{16}{56}$$

Otra razón por la cual estos números son iguales es que dividimos la unidad en más partes iguales, pero tomamos más, guardando la proporción. Análogamente sucede con la simplificación. Multiplicamos tanto numerador como denominador por 1, pero disfrazado. Por ejemplo: 16/56 = 2/7, pues multiplicamos (dividimos) tanto numerador y denominador por 1/8. (Dividir por a, equivale a multiplicar por 1/a). La siguiente gráfica ilustra lo dicho.

$$\frac{16}{56}\ \frac{1/8}{1/8} = \frac{2}{7}$$

Actividades.

1- Ubique en la Recta Numérica los siguientes números:

a) 1/6
b) 6/5
c) -5/4
d) -3/8

2- Para cada uno de los números anteriores, amplificar 2 veces, el resultado amplificar 3 veces, el resultado amplificar 4 veces. El último resultado, simplificar 2 veces, el resultado simplificar 4 veces y el resultado simplificar 3 veces.

Actividades

a) Para cada uno de los siguientes números diga, si es mayor o menor que la unidad, en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad y cuantas se han seleccionado, además localizarlos en la Recta Numérica.

1/3, -2/5, 8/3, -3/5, 7/6, 2, -6, 4/3

b) Exprese cada uno de los siguientes números de dos formas diferentes:

3, -2, 5/6, 1/2, 3/5, -5/3

c) Averiguar que significa 100% y en general que significa porcentaje.

Operaciones con Q.

Las operaciones básicas con números Q, son las mismas que con los Z: Sumar (restar) y Multiplicar (dividir), es decir, "caminar" y "saltar".

Es muy importante leer el número Q, usted debe identificar si que es mayor o menor que la unidad, identificar la catidad de partes iguales en que se ha dividido la unidad y la cantidad de partes que se han seleccionado. Como siempre el signo indica el sentido. (Negativo a la izquierda, positivo a la derecha).

Para sumar (restar) números Q, es necesario que todos los sumandos tengan el mismo denominador. Ejemplo la suma 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 2/3 = -1/3, está representada en la siguientes figura.

-3 9/3 8/3 7/3 -2 6/3 5/3 4/3 -1 3/3 2/3 1/3 0 1/3 2/3 3/3 4/3 5/3 6/3 7/3 8/3 9/3

Observe que es como dar pasitos “partidos“ en 3, de ahí la importancia de que todos los pasitos sean iguales, La siguiente gráfica muestra una operación con números que no tienen el mismo denominador, pero que se pueden transformar (disfrazar) en otros de tal forma que todos tengan el mismo denominador.

-3 6/2 5/2 -2 24/22 3/2 -1 1/2 0 1/2 1/2 2/2 3/2 4/2

La operación indicada es: 1/2 + 3/2 - 5/2 +3 - 1 - 4 + 5/2 = 0, esta operación se puede transformar disfrazando los números: 3, -1, -4, por 6/2, -2/2 y -8/2 respectivamente. Así la operación quedaría:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \quad \frac{6}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{8}{2} \quad \frac{5}{2}$$

Actividades

1- Realice cada una de las siguientes operaciones en la Recta Numérica.

a) 1/3 + 2 -3 + 3/3 - 5/3 + 7/3 - 2
b) -3/4 + 2 + 5/4 + 3/4 - 3 - 1 + 7/4

1- Los siguientes números 1, 2/2, 3/3, 7/7 o 12/12, tienen en común que:

A) Todos son mayores que la unidad
B) Todos son menores que la unidad
C) Todos representan la misma cantidad
D) Todos representan diferentes cantidades

2- El número Racional 5/3 es:

A) Mayor que la unidad
B) Menor que la unidad
C) La unidad no se puede comparar con él
D) Igual a la Unidad

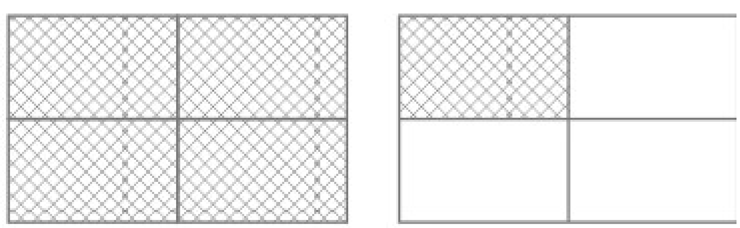
3- El número Racional 3/5 es:

A) Mayor que la unidad
B) Menor que la unidad
C) La unidad no se puede comparar con él
D) Igual a la Unidad

4- La operación -1/3 + 2 es igual a:

A) 5/3
B) -5/3
C) 3/5
D) 3/3

5- Se compra una cantidad de panela como lo muestra la siguiente figura, (parte sombreada), podemos afirmar que esta cantidad equivale a:



A) 5/4
B) 5/2
C) 2/5
D) 1/4

6- Al amplificar el número 5/2, ocho veces, obtenemos:

A) 40/2
B) 40/16
C) 40/5
D) 5/16

7- La siguiente gráfica representa una suma de Números Racionales cuyo resultado es -1/3,

-3 $\frac{9}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{7}{3}$ -2 $\frac{6}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{4}{3}$ -1 $\frac{3}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ 0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{9}{3}$

la operación es:

A) 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 3/3
B) 1/3 - 4/3 + 3/3 + 1/3 - 2/3
C) 2/3 - 4/3 + 1/3 + 1/3 - 2/3
D) 1/3 - 4/3 + 3/3 - 1/3 - 2/3

8- El denominador de un número Racional representa la cantidad de partes en que se ha dividido la unidad, dichas partes deben ser:

A) Muy pequeñas
B) Todas diferentes
C) Todas parecidas
D) Todas iguales

9- Al simplificar el número 10/50, unas 10 veces, quedará convertido en:

A) 1
B) 5/25
C) 2/25
D) 1/5

10- Al ordenar de menor a mayor los siguientes números, 1, 3/5, 7/2, -1, el orden sería: (Recuerde que un número es mayor que otro si se encuentra más a la derecha de la Recta Numérica)

A) 1, 3/5, -1, 7/2
B) -1, 3/5, 1, 7/2
C) -1, 3/5, 7/2, 1
D) 1, 3/5, 7/2, -1

El Plano Cartesiano.

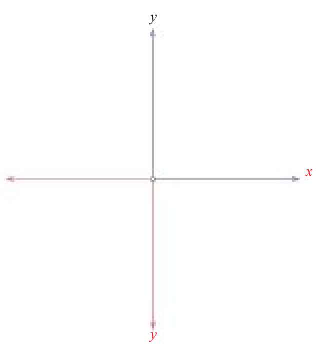
Noción 1. Es una herramienta que nos permite apreciar el comportamiento de relaciones numéricas en un ambiente geométrico. De la misma forma que en la Recta Numérica ubicamos la posición de un número sobre una línea, en el Plano Cartesiano ubicamos la posición de un punto en una superficie.

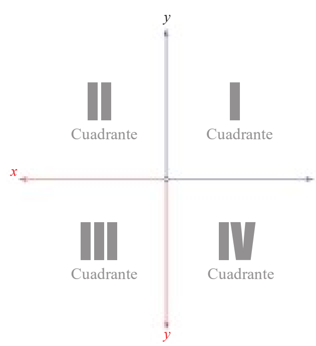
Noción 2. Es el lugar donde ubicamos las parejas ordenadas de números que bajo alguna regla se han asociado.

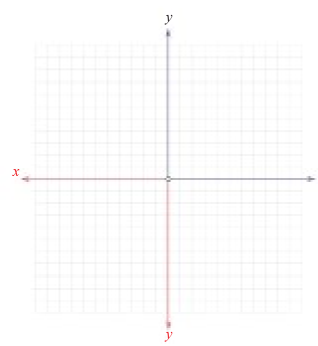
El Plano cartesiano, esta compuesto por dos Rectas Numéricas perpendiculares (Figura Nº 1), llamadas ejes y dividen al plano (superficie) en 4 partes llamadas cuadrantes (Figura Nº 2). Los cuadrantes se enumeran siguiendo el sentido contrario a las manecillas del reloj y empezando por el cuadrante superior derecho.

El Plano cartesiano se dibuja, generalmente, sobre una malla de cuadritos para ayudar a la ubicación de los puntos. (Figura Nº 3).

El punto de intersección de los ejes será nuestro marco de referencia al que llamaremos Origen. La siguiente gráfica presenta un Plano Cartesiano, sus cuadrantes y sus ejes.







Figuran Nº 1 Figura Nº 2 Figura Nº 3

Ubicación de un Punto en el Plano Cartesiano.

Ubicar un punto en el Plano Cartesiano implica una pareja ordenada de números, por ejemplo, (2, 3), es una pareja de números y está ordenada, primero está el 2 y luego está el 3. No es lo mismo (2, 3) que (3, 2).

Para ubicar una pareja ordenada, seleccionamos los valores en las Rectas Numéricas que componen el Plano Cartesiano, el primer valor en el eje x, el segundo valor en el eje y. En general hablamos de (x ,y). Luego trazamos líneas imaginarias perpendiculares a los ejes por los valores seleccionados, dichas líneas necesariamente se cortarán en algún punto, dicho punto será el lugar de la pareja ordenada. (Figura Nº 4) y quedará en alguno de los cuatro cuadrantes. Recuerde que dos líneas son perpendiculares sí entre las dos se forman ángulos de 90º.

La Figura Nº 5 presenta las parejas ordenadas (3, 4), (-2, 5), (-7, -6) y (8, -10), ubicadas en el I, II, III y IV cuadrante respectivamente. No olvide que las líneas perpendiculares que se trazan desde los valores de cada uno de los ejes, son imaginarias, son guías y no hacen parte del gráfico. Cuando se unen los puntos que representan las parejas, con una línea, dicha línea se llama: Línea de Tendencia, nos da una aproximación del comportamiento de los datos.

y y

y (-2,5) 4 (3,4)

xx -7 3 8x

(-7,-6) -6

-10 (8,-10)

y y

Figura Nº 4 5

Actividades.

1- Escriba cinco parejas ordenadas tales que la primera componente sea un número mayor que -10 y la segunda componente sea un número menor que 10.
2- Escriba cinco parejas ordenadas tales que la primera componente sea la mitad de la segunda componente.
3- Dibuje un Plano Cartesiano de tal forma que ambos ejes tengan los números Z comprendidos en el intervalo [- 8, 8].
4- Dibuje un Plano Cartesiano de tal forma que ambos ejes tengan 20 números cada uno comprendidos en el intervalo [- 5, 5].
5- En un Plano Cartesiano ubique las siguientes parejas ordenadas: (5, 3), (-2, 4), (0 ,0), (-5 , -8), (-7, 7)
6- La siguiente figura muestra un Plano Cartesiano con unos puntos, escriba las parejas ordenadas que representan dichos puntos.

y

x

y

Conjuntos Numéricos.

Recuerde que un conjunto es la reunión de elementos de una misma naturaleza o que cumplen un criterio bien definido. Por ejemplo, el conjunto de los objetos con que se juega futbol, el conjunto de los objetos que sirven para cocinar o el conjunto de los objetos cuyo peso no es mayor de un kilo, etc. También lo podemos usar los conjuntos para referirnos a números que cumplan una determinada característica o condición, es más, podemos relacionar unos con otros.

Una forma de relacionar los conjuntos numéricos es usando tablas. La siguiente tabla relaciona la cantidad de estudiantes de algunos cursos en la I.E.D Talauta.

Curso	6	7	8	9	10	11
Cantidad	38	31	18	21	19	12

Con estos datos podemos establecer las parejas ordenadas: (6, 38), (7, 31), (8, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 12), y localizarlas en el Plano Cartesiano. La Figura Nº 6 presenta los puntos correspondientes a dichas parejas ordenadas, la Figura Nº 7 presenta la línea de tendencia de dichos puntos y la Figura Nº 8, muestra su representación en barras. Son diferentes formas de leer datos. (Existen otras que estudiaremos más adelante)

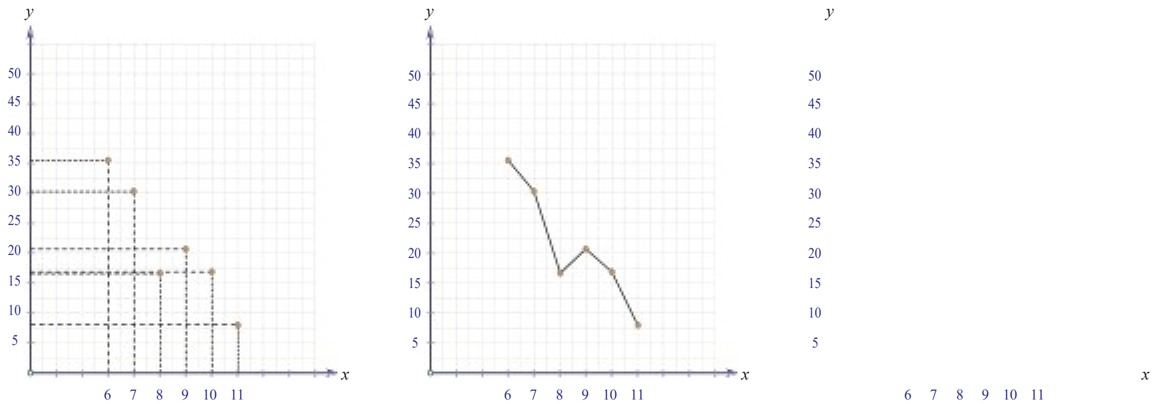


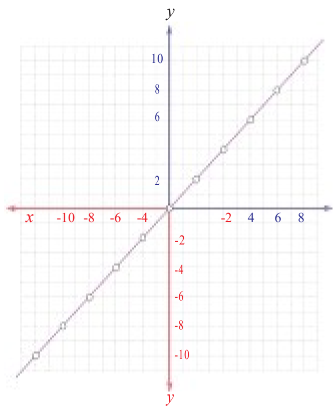
Figura Nº 6

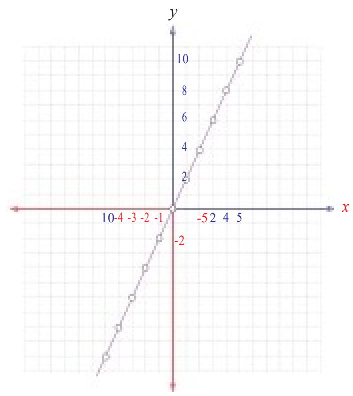
En las anteriores gráficas se ha usado únicamente el primer cuadrante del Plano Cartesiano, no han sido necesarios los otros tres, pues las componentes de las parejas ordenadas del ejemplo son todas positivas. Observe que los ejes coordenados, x, y tienen diferentes escalas acordes con la magnitud de los datos. En este ejemplo, el eje x representa los cursos y el eje y representa la candidad de estudiantes por curso.

En primaria aprendimos las tablas de multiplicar. Cuando decimos que (5)(8) = 40, estamos relacionando dos números, el 5 con el 8, el 5 con el 40 o el 8 con el 40. Veamos algunas datos de diferentes tablas de multiplicar.

Tabla del 5	1	2	3	4		6	7	8	9	10
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Tabla del 3	1	2		4	5	6	7	8	9	10
	3	6	9	12	15	18		24	27	30
Tabla del 7	1	2	3	4	5	6		8	9	10
	7	14	21	28	35		49	56	63	70

¡En todas se han formado Parejas Ordenadas ! por tanto podemos hacer una representación gráfica de cada una de ellas. Las siguientes gráficas presenta las tablas de multiplicar del 1, 2, y del 3, con una gran diferencia: la línea de tendencia nos indica los valores de Todos los Números (parejas ordenadas) como puntos tenga la línea.





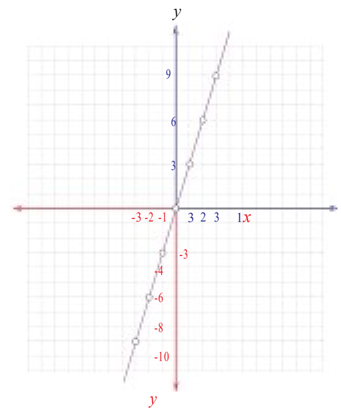


Tabla del 1

Observe que a medida que la tabla de multiplicar es más grande, la inclinación de la recta es mayor, además la representación gráfica de todas las tablas de multiplicar en el Plano Cartesiano, son rectas.

Actividades.

1- Para cada una de las figuras anteriores (Tabla del 1, Tabla del 2, Tabla del 3), escriba 20 parejas ordenadas que usted pueda apreciar.

2- “Dibuje” las Tablas de Multiplicar del 4, 5, 6

3- La siguiente gráfica presenta rectas de diferentes tablas de multiplicar. Diga a cuál tabla corresponde cada una y describa por lo menos dos parejas ordenadas por tabla. (Cada cuadrito de la malla representa una unidad).

y

x

y

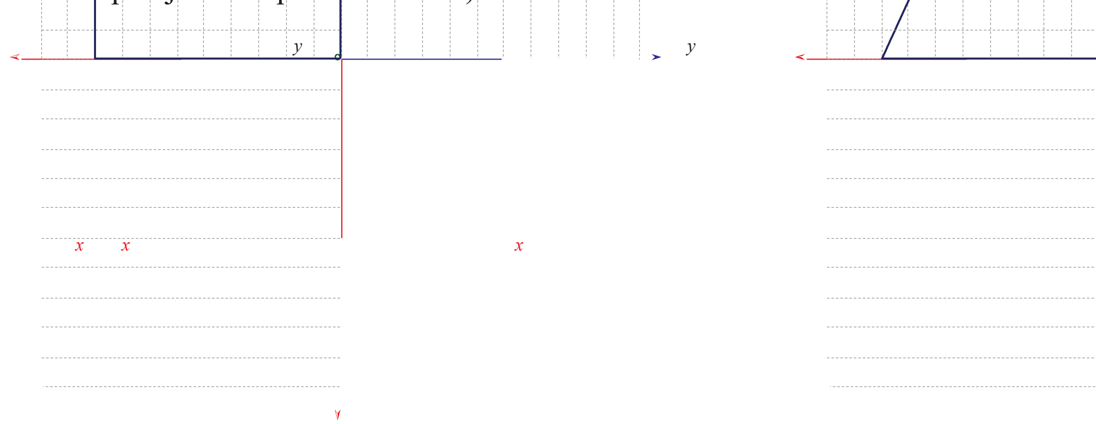
Actividades

1- Para cada una de las siguientes gráficas, escriba las parejas ordenadas de los vértices de las figuras geométricas.

2- Ubique las siguientes parejas ordenadas en un Plano Cartesiano y luego una los puntos consecutivos del conjunto dado con líneas rectas.

a) {(-6 , 4), (-5, 4), (-4, 4), (-3, 4), (-2, 4), (-1, 4), (0, 4), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (4 ,4) }
b) {(-6 , 5), (-6 , 4), (-6 , 3), (-6, 2), (-6, 1), (-6 , 0), (-6 , -1), (-6 , -2), (-6 , -3), (-6 , -4)}
c) {(4, 0), (0, 4), (-4, 0), (0, -4)}

3- En cada una de las siguientes gráficas escriba 5 parejas ordenadas que pertenezcan al dibujo. (No importa si las parejas son aproximaciones)

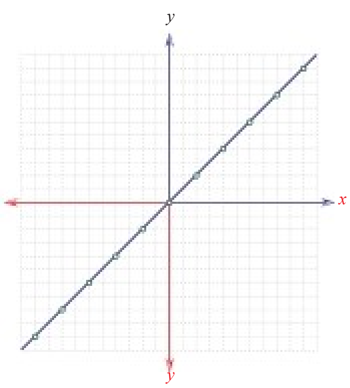


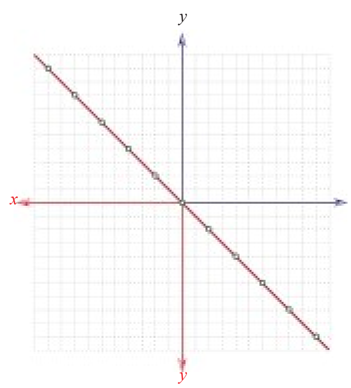
Gráfica de relaciones y funciones

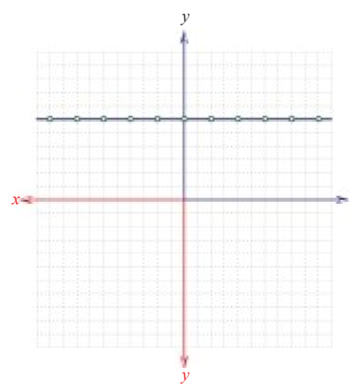
Sabemos que una pareja ordenada está formada por dos números asociados en una relación o una regla particular. El conjunto de puntos (parejas ordenadas) que cumplen dicha regla forman una gráfica.

Las siguientes gráficas representan relaciones y funciones matemáticas. Para cada una de ellas identificaremos algunos puntos o parejas ordenadas y formaremos dos conjuntos numéricos, uno con los elementos de la primera componente, al que llamaremos conjunto de partida y otro con los elementos de la segunda componente, al que llamaremos conjunto de llegada. Más adelante aclararemos las nociones y diferencias entre una relación y una función.

Funciones Lineales. Son aquellas que al dibujarlas en el Plano Cartesiano generan una línea recta. Las funciones lineales tienen la característica que la línea que las representa no cambian de sentido, es decir, o es horizontal, o está inclinada a la derecha (positiva) o está inclinada a la izquierda (negativa). A dicha inclinación la llamaremos pendiente o Variación de la Función, por lo tanto, la función lineal tiene una única variación o una única pendiente. La siguientes gráficas presentan tres funciones lineales, una inclinada a la derecha, es decir, positiva, otra inclinada a la izquierda, es decir, negativa y una tercera constante, es decir, sin inclinación.







Las funciones que dieron origen a dichas rectas son:

Primera línea: f(x) = x.
Segunda línea: f(x) = - x.
Tercera línea: f(x) = 6.

Las tablas de datos que dieron origen a las parejas ordenadas, que dieron origen a los puntos ubicados en cada una de las líneas son:

Algunos datos de la relación que representa la recta: *f(x) = x*

Conjunto de partida	Eje x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
Conjunto de llegada	Eje y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Conjunto de parejas ordenadas que forman estos datos

{ (-8, -8), (-6, -6), (-4, -4), (-2, -2), (0, 0), (2, 2), (4, 4), (6, 6), (8, 8)}

Algunos datos de la relación que representa la recta: *f(x) = -x*

Conjunto de partida	Eje x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
Conjunto de llegada	Eje y	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

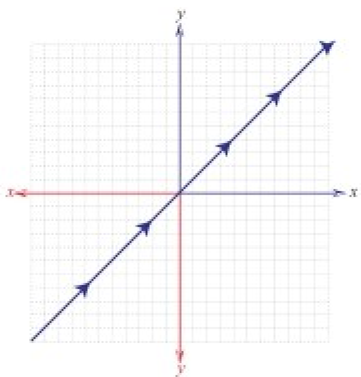
Conjunto de parejas ordenadas que forman estos datos

{ (-8, 8), (-6, 6), (-4, 4), (-2, 2), (0, 0), (2, -2), (4, -4), (6, -6), (8, -8)}

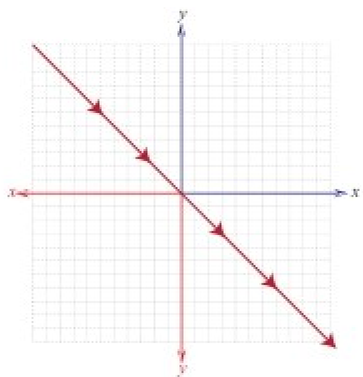
Los puntos se han unido con una línea suave que representan los diferentes valores que pueden tomar las funciones, tanto de la variable independiente x, como de la variable dependiente y.

Variación de la función lineal. Las funciones lineales tienen la característica que la recta que las representa no cambian de sentido, es decir, si va subiendo, siempre subirá y si va bajando, siempre bajará, y si va horizontal así se mantendrá. La siguientes gráficas presentan tres funciones lineales, observe como cada una tiene un sólo sentido.

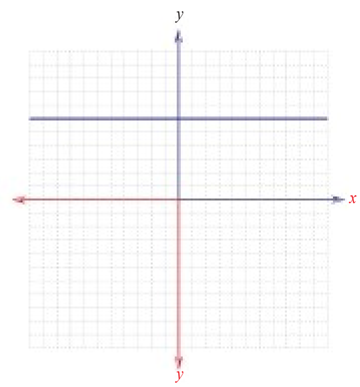
Pendiente Positiva



Pendiente Negativa



Pendiente Cero



La variación, también la podemos apreciar con los datos. Para calcular dicha variación, tomamos un valor de la tabla de datos y lo restamos del valor inmediatamente anterior, por ejemplo: La variación que experimentaron los datos en el eje x para ambas funciones es:

		2	2	2	2	2	2	2	2	
Conjunto de partida	Eje x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Como se observa, la diferencia entre el 8 y el 6 es 2, entre el 6 y el 4, es 2, entre el 2 y el 0, es 2, entre el 0 y el -2, es 2, entre el -2 y el -4, es 2 y así sucesivamente. La variación de los datos de la variable dependiente y, para la primera función es:

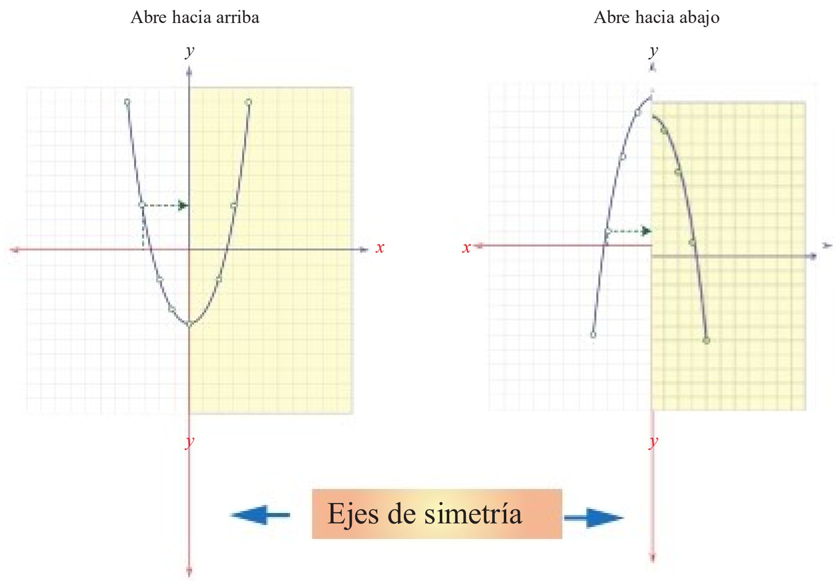
Conjunto de llegada	Eje y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
		2	2	2	2	2	2	2	2	

Como se observa, la diferencia entre el 8 y el 6 es 2, entre el 6 y el 4, es 2, entre el 2 y el 0, es 2, entre el 0 y el -2, es 2, entre el -2 y el -4, es 2 y así sucesivamente. La variación de los datos de la variable dependiente y, para la segunda función es:

Conjunto de llegada	Eje y	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8
		-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	

Como se observa, la diferencia entre el -8 y el -6 es -2, entre el -6 y el -4, es -2, entre el -2 y el -0, es -2, entre el 0 y el 2, es -2, entre el 2 y el 4, es -2 y así sucesivamente.

Funciones Cuadráticas. Son aquellas que al dibujarlas en el Plano Cartesiano generan una curva parabólica. Las curvas parabólicas abren hacia arriba o hacia abajo y son simétricas respecto a un eje vertical. Observe las gráficas:



La primera parábola abre hacia arriba. Observe como la curva está “dividida“ en dos partes, cada una es el reflejo de la otra. (La parte con sombra amarilla de la derecha, es el reflejo de la parte blanca de la izquierda). Es como sí, sobre el eje de simetría y, colocáramos un espejo. La segunda parábola abre hacia abajo.

Las funciones que dieron origen a dichas curvas son:

Primera cuadrática: f(x) = x2 - 6
Segunda cuadrática: f(x) = - x2 +10

Las tablas de datos que dieron origen a las parejas ordenadas, que dieron origen a los puntos ubicados en cada una de las curvas son:

f(x) = x2 - 6 +10

Conjunto de partida	Eje x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Conjunto de llegada	Eje y	10	3	-2	-5	-6	-5	-2	3	10

Conjunto de parejas ordenadas que forman estos datos

{ (-4, 10), (-3, 3), (-2, -2), (-1, -5), (0, -6), (1, -5), (2, -2), (3, 3), (4, 10)}

Conjunto de partida	Eje x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Conjunto de llegada	Eje y	-6	1	6	9	10	9	6	1	-6

Conjunto de parejas ordenadas que forman estos datos

{ (-4, -6), (-3, 1), (-2, 6), (-1, 9), (0, 10), (1, 9), (2, 6), (3, 1), (4, -6)}

Los puntos se han unido con una curva suave y representan los diferentes valores que puede tomar las funciones, tanto de la variable independiente x, como de la variable dependiente y.

Variación de la función cuadrática.

Las funciones cuadráticas tienen la característica que la curva que las representa cambian de sentido una vez, es decir, si va subiendo luego bajará y si va bajando luego subirá. El sentido cambia en un punto, dicho punto es el más grande o el más pequeño y lo llamaremos Punto Crítico, por lo tanto, la función cuadrática tiene dos variaciones, en un intervalo es positiva y en otro es negativa. La siguientes gráficas presentan dos funciones cuadráticas, observe como el sentido cambia a partir del punto crítico.

y *y*

Punto Crítico

x *x*

Punto Crítico

y *y*

La variación la podemos apreciar con los datos. Para calcular dicha variación, tomamos un valor de la tabla de datos y lo restamos del valor inmediatamente anterior, por ejemplo: La variación que experimentaron los datos en el eje x para ambas funciones es:

		1	1	1	1	1	1	1	1	
Conjunto de partida	Eje x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

Como se observa, la diferencia entre el 4 y el 3 es 1, entre el 3 y el 2, es 1, entre el 2 y el 1, es 1, entre el 1 y el 0, es 1, entre el 0 y el -1, es 1 y así sucesivamente.

La variación de los datos de la variable dependiente y, para la primera función es:

Conjunto de llegada	Eje y	10	3	-2	-5	-6	-5	-2	3	10	
		-7	-5	-3	-1	1	3	5	7		Variación
		2	2	2	2	2	2	2			

Como se observa, la diferencia entre el 10 y el 3 es 7, entre el 3 y el -2, es 5, entre el -2 y el -5, es 3, entre el -5 y el -6, es 1, entre el -6 y el -5, es -1 y así sucesivamente. Además podemos calcular una segunda variación entre los datos nuevos, es decir, la segunda fila de la tabla, donde: la diferencia entre el 7 y el 5 es 2, entre el 5 y el 3, es 2, entre el 3 y el 1, es 2, entre el 1 y el -1, es 2, entre el -1 y el -3, es 2 y asi sucesivamente.

La variación de los datos de la variable dependiente y, para la segunda función es:

Conjunto de llegada	Eje y	-6	1	6	9	10	9	6	1	-6	
		7	5	3	1	-1	-3	-5	-7		Variación
		-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2			

Actividades.

1- Para cada una de las siguientes expresiones algebraicas construya una tabla de datos (mínimo 7 valores para x, tres negativos, el cero y tres positivos). Forme las parejas ordenadas correspondientes y ubíquelas en el Plano Cartesiano, luego trace una línea suave que una los puntos consecutivos.

a- y = 2x + 3 (Los valores de y se obtienen de multiplicar por 2 el valor de x, y al resultado sumarle 3)
b- y = -3x -1 (Los valores de y se obtienen de multiplicar por -3 el valor de x, y al resultado sumarle -1)
c- y = x2 (Los valores de y se obtienen de elevar al cuadrado el valor de x)
d) y = 6 (Los valores de y siempre tendrán como imagen a 6)

2- Para cada una de las tablas anteriores, calcule la variación de cada una de las variables.

1- Una pareja ordenada de números representa:

A) Dos números que se parecen entre si.
B) Dos números que están relacionados sin importar el orden.
C) Dos números que están relacionados y ordenados, uno primero y otro después.
D) Dos números que están relacionados y ordenados de mayor a menor.

2- Una de las siguientes afirmaciones es falsa:

A) Los cuadrantes del Plano Cartesiano se enumeran siguiendo el sentido contrario a las manecillas del reloj y empezando por el cuadrante superior derecho.
B) Para ubicar una pareja ordenada, seleccionamos los valores en las Rectas Numéricas que componen el Plano Cartesiano, el primer valor en el eje x, el segundo valor en el eje y.
C) El punto que representa la pareja ordenada son los dos valores que se ubican, uno en el eje x, el otro en el eje y.
D) El Plano Cartesiano, es una herramienta que nos permite apreciar el comportamiento de relaciones numéricas en un ambiente geométrico.

3- El punto de intersección de los ejes de coordenados que forman el Plano Cartesiano representa:

A) Un marco de referencia al que llamamos origen
B) La parte más importante del Plano Cartesiano
C) El lugar privilegiado de cualquier pareja ordenada
D) Un punto creado accidentalmente cuando se cruzan las líneas de los ejes

4- Cuando nos referimos a una pareja ordenada, como la pareja (x ,y), lo hacemos para:

A) Que exista diferencia entre el primer valor y el segundo valor.
B) Que las letras se vean más interesantes que los números.
C) Es lo más natural, pues en el alfabeto primero está la x y luego la y.
D) Aclarar que el primer valor hace referencia al eje x y el segundo valor al eje y.

5- Una de las siguientes parejas ordenadas no cumple la condición de que: la primera componente sea un número mayor que -10 y la segunda componente sea un número menor que 10.

A) (-11 , 9)
B) (-2 , -2)

C) (12 , -12)
D) (25 , -20)

6- Una de las siguientes parejas ordenadas no corresponde a la tabla de 7:

A) (-11 , -77)
B) (-2 , 14)
C) (10 , 70)
D) (5 , 35)

7- La figura Nº 1 se realizó a partir de un conjunto de parejas ordenas, dicho conjunto es:

A) {(6, 30), (7, 31), (8, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}
B) {(6, 38), (7, 13), (8, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}
C) {(6, 38), (7, 31), (81, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}
D) {(6, 38), (7, 31), (8, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}

8- Los puntos que se han ubicado en la Figura Nº 2 corresponden al conjunto de parejas ordenadas:

A) {(3, 4), (-2, -5), (-7, -6), (8, -10)}
B) {(3, 4), (-2, 5), (7, 6), (8, -10)}
C) {(3, 4), (2, 5), (-7, -6), (8, -10)}
D) {(3, 4), (-2, 5), (-7, -6), (8, -10)}

Conteste las preguntas 9 y 10 de acuerdo a la información suministrada por la Figura Nº 3 y teniendo en cuenta que cada cuadrito de la malla del Plano Cartesiano representa una unidad.

9- Las parejas ordenadas ubicadas con pequeños círculos en la recta naranja (A) son:

A) {(2, 6), (-2, 5)}
B) {(2, 6), (-2, -6)}
C) {(3, 4), (-2, -6)}
D) {(0, 0), (-2, 5)}

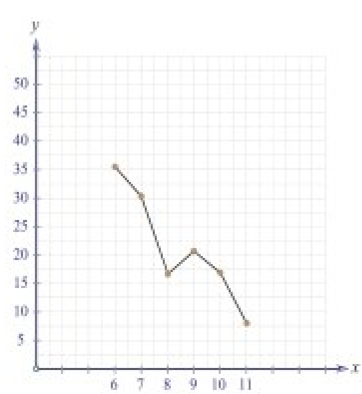
10- De acuerdo con los puntos de la recta azul (C) podemos decir que representa la tabla de multiplicar del:

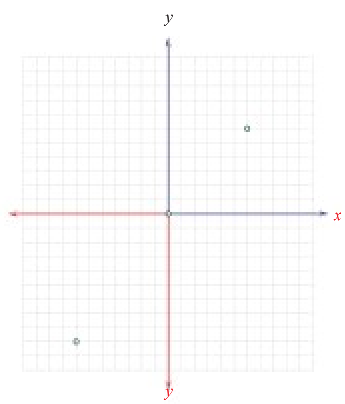
A) Tabla 1
B) Tabla 2
C) Tabla 3
D) Tabla 4

1- El punto de intersección de los ejes de coordenados que forman el Plano Cartesiano representa:

A) Un marco de referencia al que llamamos origen
B) La parte más importante del Plano Cartesiano
C) El lugar privilegiado de cualquier pareja ordenada
D) Un punto creado accidentalmente cuando se cruzan las líneas de los ejes

Conteste las preguntas 2, 3 y 4 de acuerdo con la siguientes gráficas:





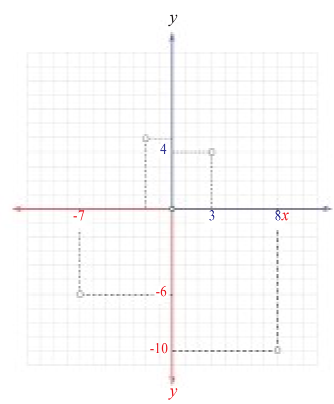


Figura Nº 1

2- La Figura Nº 1 se realizó a partir de un conjunto de parejas ordenas, dicho conjunto es:

A) {(6, 30), (7, 31), (8, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}
B) {(6, 38), (7, 13), (8, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}
C) {(6, 38), (7, 31), (81, 18), (9, 21), (10, 19), (11, 8)}
D) {(6, 38), (7, 31), (8, 18), (9, 21), (10, 17), (11, 8)}

3- Los puntos que muestra la Figura Nº 2 representan las parejas ordenadas:

A) {(6, -6), (-7, -9)}
B) {(-6, 6), (-7, 9)}
C) {(6, 6), (7, 9)}
D) {(6, 6), (-7, -9)}

4- Los puntos que se han ubicado en la Figura Nº 3 corresponden al conjunto de parejas ordenadas:

A) {(3, 4), (-2, -5), (-7, -6), (8, -10)}
B) {(3, 4), (-2, 5), (-7, -6), (8, -10)}
C) {(3, 4), (2, 5), (-7, -6), (8, -10)}
D) {(3, 4), (-2, 5), (7, 6), (8, -10)}

5- El punto que representa la pareja ordenada (-3, -8) se encuentra en el:

A) primer cuadrante
B) segundo cuadrante
C) tercer cuadrante
D) cuarto cuadrante

Las preguntas 6, 7 y 8 deben responderse de acuerdo a la siguiente gráfica:

y

x

y

6- Los puntos marcados con círculos que se encuentran en el primer cuadrante son:

A) { (-4, 10), (-3, 3)}
B) { (3, 3), (4, 10)}
C) { (-1, -5), (0, -6)}
D) { (2, -2), (3, 3), (4, 10)}

7- Los puntos marcados con círculos que se encuentran en el tercer cuadrante son:

A) { (-1, -5), (0, -6), (1, -5)}
B) { (-2, -2), (-1, -4)}
C) { (-4, 10), (-2, -2)}
D) { (1, -5), (2, -2)}

8- La imagen del número -3 es:

A) 4
B) 3
C) 4
D) -3

9- Cuál de las siguientes parejas ordenadas satisface la función f(x) = -2x - 6 (Una pareja ordenada satisface una función si al remplazar el valor de x, se obtiene el valor de y luego de realizar las operaciones planteadas.)

A) (-5, -4)
B) (4 , -5)
C) (4 , 5)
D) (5 , 4)

10- Cuál de las siguientes parejas ordenadas representa un punto sobre alguno de los ejes cartesianos:

A) (2, 3)
B) (2, 0)
C) (2, -3)
D) (2, 2)

Las preguntas deben contestarse de acuerdo con el siguiente texto:

Una tortuguita se encuentra en el origen del Plano Cartesiano en busca de su bebé que se ha perdido. Sube 5 pasos por el eje y, luego gira a la derecha y camina por una línea horizontal imaginaria 4 pasitos, allí descansa y toma agua. Continúa en la misma dirección 3 pasos más, pero como no encuentra al bebé decide girar a la derecha. Queda mirando hacia abajo, avanza 10 pasos y se detiene a descansar y aprovecha para comerse un emparedado con jugo de naranjas de El Peñón. Como aún no encuentra al bebé, decide girar a la derecha y avanzar 12 pasitos sobre una línea horizontal imaginaria, se detiene para cepillarse los dientes, pues sus profesores le han indicado la importancia del aseo personal. Pero como allí tampoco encuentra a su bebé, decide girar a la derecha, sube por una línea vertical imaginaria 15 pasos en donde descansa y toma un siesta. Finalmente la tortuguita observa a su bebé en la posición (2,2), camina hacia él por la líneas imaginarias horizontales y verticales del Plano Cartesiano.

1- El punto en el cual la tortuguita paró para tomar agua fue:

A) (5, -4)
B) (5, 4)
C) (4, 5)
D) (4, -5)

2- El punto en el cual la tortuguita paró para probar un emparedado con jugo de naranjas fue:

A) (7, -5)
B) (5, 7)
C) (-7, 5)
D) (5, -5)

3- El punto en el cual la tortuguita paró para cepillarse los dientes fue:

A) (5, 5)
B) (-5, -5)
C) (-7, -7)
D) (-5, 5)

4- El punto en el cual la tortuguita paró para tomar una siesta fue:

A) (-5, -10)
B) (10, -5)
C) (-5, 10)
D) (10, -10)

5- Para llegar a donde se encuentra el bebé, la tortuguita debe:

A) Avanzar hacia arriba 8 pasos y luego avanzar hacia la derecha 7 pasos
B) Avanzar hacia abajo 8 pasos y luego avanzar hacia la izquierda 7 pasos
C) Avanzar 7 pasos hacia arriba y luego avanzar hacia la derecha 8 pasos
D) Avanzar hacia abajo 8 pasos y luego avanzar hacia la derecha 7 pasos

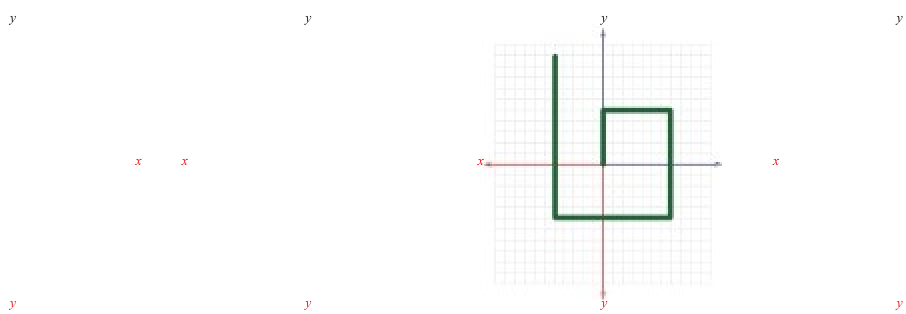
6- El punto donde la tortuguita empezó el recorrido es:

A) (5, 0)
B) (0, 0)
C) (0, 4)
D) (5, 4)

7- Si la tortuguita hubiera divisado a su bebé desde el comienzo, el recorrido que debió realizar para encontrarlo fue:

A) Avanzar hacia arriba 2 pasos y luego avanzar hacia la izquierda 2 pasos
B) Avanzar hacia abajo 2 pasos y luego avanzar hacia la izquierda 2 pasos
C) Avanzar hacia arriba 2 pasos y luego avanzar hacia la derecha 2 pasos
D) Avanzar hacia abajo 2 pasos y luego avanzar hacia la derecha 2 pasos

8- La tortuguita tenía amarrado un lápiz en su colita, por lo tanto dejó un rastro mientras caminaba. El dibujo que se formó desde que empezó el recorrido hasta que divisó a su bebé es:



A) B) C) D)

9- La longitud de dicho recorrido es:

A) 40
B) 49
C) 34
D) 44

10- La tortuguita cruzó dos veces el eje x del Plano Cartesiano por los puntos:

A) (7, 0) y (-5, 0)
B) (5, 0) y (7, 0)
C) (-5, 0) y (-7, 0)
D) (0, -5) y (0, 7)

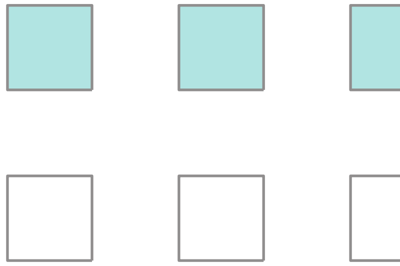
Las preguntas 1 a 5 se deben responderse de acuerdo a la siguiente figura:

1- La parte sombreada se puede representar racionalmente como:

A- 2/5
B- 4/5
C- 5/10
D- 10/4

2- La parte de la figura que NO esta sombreada se puede representar racionalmente como:

A- 2/5
B- 3/5
C- 5/10
D- 6/5



3- Si sumamos la parte sombreada y la NO sombreada, obtenemos:

A- 5
B- 10
C- 2
D- 1

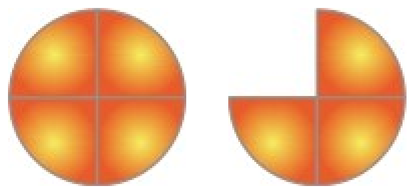
4- Si restamos de la parte NO sombreada la parte sombreada, obtenemos

A- 1/5
B- 2/5
C- 2
D- 0

5- La parte sombreada y la NO sombreada representan respectivamente,

A- 10% y 90%
B- 30% y 70%
C- 40% y 60%
D- 20% y 80%

Las preguntas 6 a 10 se deben responder de acuerdo a la siguiente figura:

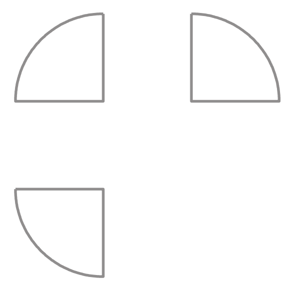


6- El número racional que representa la figura es:

A- 3/4
B- 7/4
C- 7/8
D- 3/8

7- Para completar dos unidades hace falta:

A- 2/4
B- 7/4
C- 3/4
D- 1/4



8- La representación decimal del número que indica la figura es:

A- 1.30
B- 1.45
C- 1.75
D- 1.90

9- La representación decimal del número que hace falta para completar dos unidades es:

A- 0.30
B- 0.25
C- 0.75
D- 0.40

10- Si escribimos las respuestas de las preguntas 8 y 9, respectivamente en forma porcentual obtenemos:

A- 145% y 65 %
B- 190% y 10 %
C- 130% y 70 %
D- 175% y 25 %

1- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor a la Recta Numérica?

A) Se usa para subrayar los números de acuerdo al conjunto al que pertenecen
B) Es una referencia gráfica de los números
C) Todos los números la usan para poder estudiar Geometría
D) No se relaciona con los números, sólo con los dibujos geométricos

2- El conjunto de los números Naturales (N) es aquel que:

A) Están en la naturaleza
B) Se consiguen en cualquier lado
C) Son los números que inician en cero y aumentan de a uno en uno hasta el infinito. Todos son positivos
D) Pertenecen al conjunto matemático

3- Los números Naturales (N) se diferencian de los Enteros (Z) porque:

A) Unos están completos y los otros no
B) Los Naturales enumeran los elementos de la naturaleza y los enteros los que imaginamos
C) Unos son más grandes que otros
D) Tienen diferente signo o sentido, mientras los Naturales están a la derecha del cero, los Enteros están a la izquierda y derecha del cero.

4- En la Recta Numérica la distancia entre dos números Enteros (Z) consecutivos debe ser:

A) No es necesario que exista distancia entre los números
B) La misma
C) Diferente
D) Aumenta a medida que el número aumente y disminuye a medida que el número disminuye

5- La siguiente Recta Numérica presenta algunos números Enteros (Z)

-14 -13 -12 -11 -10 -9-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

El intervalo que relaciona es:

A) [0, 14]
B) [-14, 0]
C) [-28, 28]
D) [-14, 14]

6- Un número es mayor que otro si:
A) Está más a la derecha en la Recta Numérica
B) Está escrito en negrilla y con letra más grande
C) Está más a la izquierda en la Recta Numérica
D) Todos los números de la Recta Numérica son iguales
7- La gráfica representa una operación aritmética entre números Naturales,

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

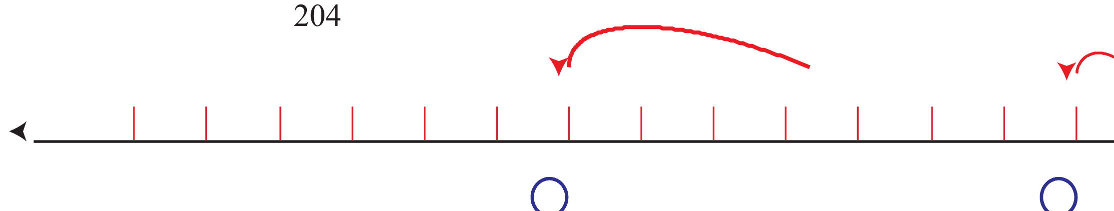
la operación indicada es:

A) 2 + 2 - 4 - 2 - 7 = 8
B) 3 + 2 - 3 - 2 - 7 = 8
C) 3 + 2 - 4 - 1 - 7 = 8
D) 3 + 2 - 4 - 2 - 7 = 8

8- La gráfica representa una operación aritmética sobre la Recta Numérica,

-3 -8/3 -7/3 -2 -5/3 -4/3 -1 -2/3 -1/3 0 1/3 4/3 5/3 7/3 8/3

la operación indicada es:



A) 3 - 2/3 - 5/3 - 8/3 + 2 = 0
B) 3 - 2/3 - 5/3 - 7/3 + 2 = 0
C) 3 - 2/3 - 8/3 - 8/3 + 2 = 0
D) 3 - 2/3 - 2/3 - 8/3 + 2 = 0

9- Una persona camina sobre una Recta Numérica partiendo del cero de tal forma que avanza Uno (1), en cada paso que da. Inicia el recorrido avanzando la derecha 5 pasos, luego otros 3 pasos a la derecha, luego 8 pasos a la izquierda y finalmente 6 pasos a la izquierda. Podemos representar el recorrido de la persona por:

A) 5 + 3 - 8 + 6
B) 5 + 3 + 8 - 6
C) 5 + 3 - 8 - 6
D) 5 - 3 - 8 - 6

10- Luego de detenerse, la persona se encuentra en

A) -8
B) 10
C) 6
D) -6

1- Multiplicar (dividir) equivale, en la Recta Numérica, a dar saltos, cada uno con un número de pasos igual. Para llegar al 20, lo podemos hacer:

A) (10)(10)
B) (12)(2)
C) (5)(5)
D) (40)(½)

2- Una de las siguientes afirmaciones es verdadera

A) (8)(5) = - 40
B) (4)(-10) = - 40
C) (- 2)(- 20) = 40
D) (-1)(40) = 40

3- La siguiente gráfica representa una multiplicación:

-14 -13 -12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

La multiplicación que representa es

A) (1)(14)
B) (2)(7)
C) (14)(1)
D) (10)(14)

4- La siguiente gráfica representa una multiplicación:

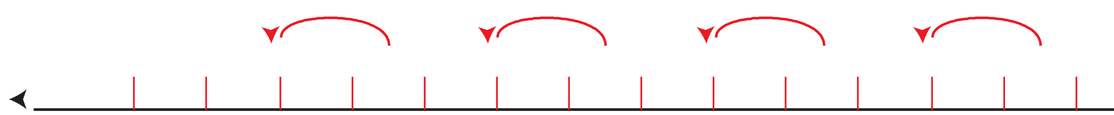
14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

la multiplicación que representa es

A) (0) (-12)
B) (-1) (12)
C) (-2) (3)
D) (-3) (4)

5- La multiplicación (2)(5)(7)(1)(0), es igual a

A) 10
B) 70
C) 0
D) 35



6- Cuando realizamos multiplicaciones (divisiones) el resultado tiene un signo positivo o negativo indicando la dirección de llegada en la Recta Numérica. Para llegar al cero (0) es necesario que
A) Todos los factores sean positivos
B) Todos los factores sean negativos
C) Al menos uno de los factores sea cero (0)
D) Uno de los factores sea negativo y el otro positivo

7- El recorrido que muestra la gráfica, no se puede realizar usando únicamente la operación multiplicación, porque

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

A) Es necesario que sea más cortico
B) Un salto debe ser positivo
C) Todos los pasos o medida de los saltos deben ser iguales
D) Un salto debe ser negativo

8- La operación (- 6)(-7)(2)(1)(-3) da como resultado un número negativo, porque

A) Existen signos diferentes
B) Existen números impares
C) La cantidad de signos negativos es par
D) La cantidad de signos negativos es impar

9- El resultado de la operación anterior es

A) 252
B) -252
C) -525
D) 84

10- La siguiente gráfica representa una operación combinada (Multiplicación, Suma),

-14 -13 -12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

dicha operación es

A) (5)(-2) + 9
B) (-5)(-2) + 9
C) (5)(2) + 9
D) (5)(-2) - 9

1- El número 3/5 es mayor que el número 1/2, porque:

A) Tienen números más grandes
B) La unidad se ha dividido en más "partecitas"
C) Está más a la derecha en la Recta Numérica
D) Está más a la izquierda en la Recta Numérica

2- Un Número Racional es aquel que:

A) Se puede dibujar en la Recta Numérica
B) Se puede razonar
C) Se puede expresar de la forma p/q
D) Está quebrado y por eso también se llaman Números Quebrados.

3- La siguiente operación 1/3 + 2/3 - 5/3 - 8/3 - 7/3 da como resultado:

A) 23/3
B) -17/3
C) 17/3
D) -7/3

4- La gráfica representa una suma

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 5/2

FIN

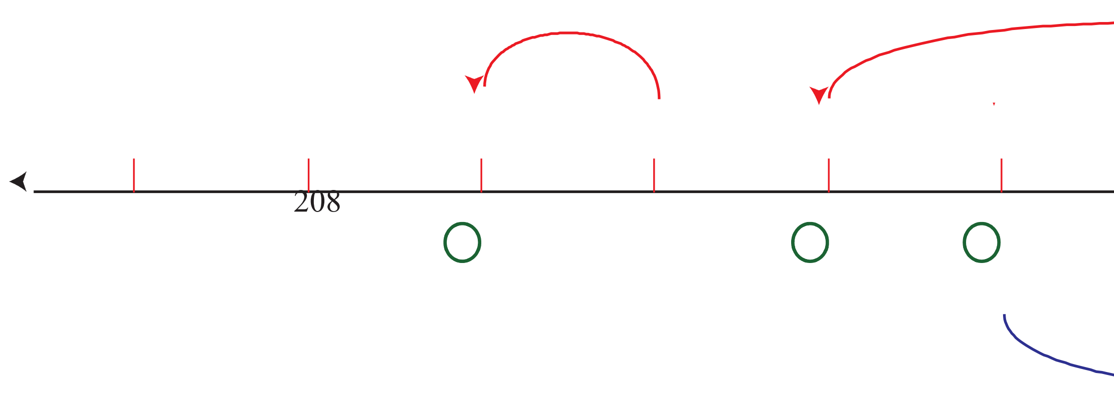
Inicio

dicha suma es:

A) 2 - 3/2 + 7/2 - 8/2 - 1/2
B) 2 + 3 -7 - 1
C) 2 - 5/2 + 7/2 - 8/2 - 1
D) -1/2 + 7/2 + 3 - 1 - 2

5- La operación (-3)(4)(-1) representa:

A) Una Suma
B) Una Resta
C) Una Multiplicación
D) Una División



6- El resultado de la operación anterior es:

A) -1/2
B) -1
C) 3
D) 12

7- Al multiplicar varios números de diferente signo, el resultado será positivo únicamente sí:

A) Son mayores que -100
B) Todos son Negativos
C) La cantidad de signos Negativos es Par o todos los números son positivos
D) La cantidad de signos Negativos de todos los números es Impar

8- La operación: (-1)(2)(3)(0)(7)(1) es igual a 0, porque:

A) Uno de los factores es cero y multiplicar por cero disminuye los valores.
B) Uno de los factores es cero y multiplicar por cero siempre da cero.
C) Uno de los factores es 1 y el 1 es el módulo de la multiplicación, con él no pasa nada.
D) Uno de los factores es 1 y multiplicar por uno da lo mismo que nada.

9- La gráfica presenta una operación combinada (Suma y Multiplicación)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

la operación indicada es:

A) 4 + (7)(4) + 7
B) (3)(7) - 7
C) (3)(4) + 7
D) (4)(4)(4) + 7

10- El resultado de dicha operación es:

A) 19
B) 20
C) 39
D) 12

Las preguntas 1, 2, 3 y 4, deben responderse de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:

14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

1- El número par múltiplo de 3 más grande que se observa en la recta es:

A) -12
B) 14
C) -14
D) 12

2- El número par múltiplo de 3 más pequeño que se observa en la recta es:

A) -12
B) 14
C) -14
D) 12

3- Las flechas de color rojo representan la operación:

A) 3 + 8
B) -2 - 4 - 6
C) -2 - 6 - 12
D) -3 - 8

4- Las flechas de color azul representan la operación:

A) 3 + 5
B) 3 + 8
C) 8 - 3
D) -3 - 5

Las preguntas 5, 6, 7 y 8 se deben responder de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 3/25

Punto A Punto B

5- Si una persona camina desde el punto A hasta el punto B debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

6- Si una persona camina desde el punto B hasta el punto A debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

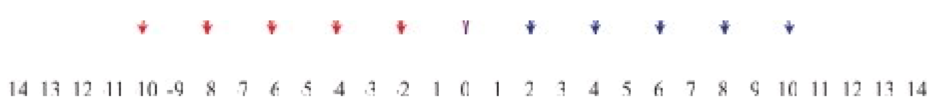
7- Si avanzamos 5/2 desde el punto A entonces nuestra posición final será:

A) 1/2
B) 2/2
C) 3/2
D) 4/2

8- Si avanzamos -5/2 desde el punto B entonces nuestra posición final será:

A) 0
B) -1/2
C) 7/2
D) -3/2

Las preguntas 9, 10, 11 y 12 se deben contestar de acuerdo a la siguiente gráfica:



Punto A Punto B Punto C

9- Las flechas rojas indican una multiplicación sobre la recta numérica, la operación indicada es:

A) (0)(10)
B) (2)(5)
C) (5)(-2)
D) (-5)(-2)

10- Las flechas azules indican una multiplicación sobre la recta numérica, la operación indicada es:

A) (0)(10)
B) (2)(5)
C) (-2)(5)
D) (10)(0)

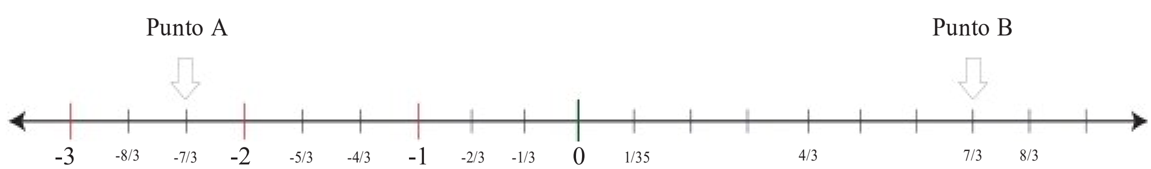
11- Para ir del punto A al punto C es necesario avanzar:

A) (10)(10) Pasos
B) (5)(4) Pasos
C) (-5)(4) Pasos
D) (0)(20) Pasos

12- Para ir del punto A al punto B es necesario avanzar:

A) (2)(5)
B) (5)(4)
C) (2)(-5)
D) (10)(2)

Las preguntas 13, 14, 15 y 16 se deben contestar de acuerdo a la siguiente gráfica:



13- Para ir del punto A al punto B es necesario:

A) 7/3 - 7/3
B) 7/3 + 7/3
C) -7/3 + 7/3
D) -14/3

14- Es posible ir del punto B al cero (0), siguiendo los siguientes pasos:

A) 7/3 - 7/3 - 7/3
B) 7/3 - 7/3 + 7/3
C) 7/3 + 7/3 - 7/3
D) 7/3 + 7/3 + 7/3

15- El número más grande que se encuentra en la recta es:

A) -3
B) -8/3
C) 8/3
D) 3

16- El número más pequeño que se encuentra en la recta es:

A) -3
B) -8/3
C) 0
D) 3

Las preguntas 17,a la 22 se deben contestar de acuerdo al siguiente plano cartesiano, además, suponen que cada cuadro imaginario de la malla del plano cartesiano tiene una medida de 5 milímetros de lado.

17- El punto C, ubicado en el III cuadrante del plano cartesiano, tiene coordenadas:

A) ambas positivas
B) ambas negativas
C) una positiva y otra negativa
D) una negativa y otra positiva

18- El punto cuyas coordenadas son (-2, 5) es el punto:

A) D
B) C
C) B
D) A

19- El perímetro del mayor de los rectángulos es:

A) 36 milímetros
B) 72 milímetros
C) 180 milímetros
D) 194 milímetros

20- El perímetro del menor de los rectángulos es:

A) 70 milímetros
B) 35 milímetros
C) 80 milímetros
D) 40 milímetros

Para las preguntas 21 y 22 tenga en cuenta que cada punto del plano cartesiano hace parte del vértice de un rectángulo formado por las líneas imaginarias perpendiculares a los ejes y los ejes.

21- El área del rectángulo que se encuentra en el tercer cuadrante es:

A) 1500 milímetros cuadrados
B) 500 milímetros cuadrados
C) 5100 milímetros cuadrados
D) 1050 milímetros cuadrados

22- El área del rectángulo que se encuentra en el segundo cuadrante es:

A) 250 milímetros cuadrados
B) 150 milímetros cuadrados
C) 500 milímetros cuadrados
D) 175 milímetros cuadrados

Las preguntas 1, 2, 3 y 4, deben responderse de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:

1- El número par múltiplo de 3 más grande que se observa en la recta es:

A) -12
B) 14
C) -14
D) 12

2- El número par múltiplo de 3 más pequeño que se observa en la recta es:

A) -12
B) 14
C) -14
D) 12

3- Las flechas de color rojo representan la operación:

A) 3 + 8
B) -2 - 4 - 6
C) -2 - 6 - 12
D) -3 - 8

4- Las flechas de color azul representan la operación:
A) 3 + 5
B) 3 + 8
C) 8 - 3
D) -3 - 5

Las preguntas 5, 6, 7 y 8 se deben responder de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 3/25

Punto A Punto B

5- Si una persona camina desde el punto A hasta el punto B debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

6- Si una persona camina desde el punto A hasta el punto B debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

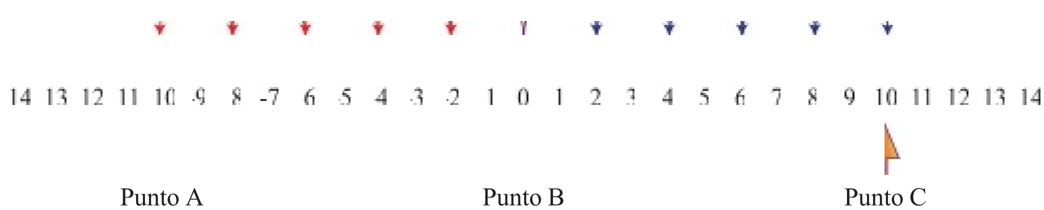
7- Si avanzamos 5/2 desde el punto A entonces nuestra posición final será:

A) 1/2
B) 2/2
C) 3/2
D) 4/2

8- Si avanzamos -5/2 desde el punto B entonces nuestra posición final será:

A) 0
B) -1/2
C) 7/2
D) -3/2

Las preguntas 9, 10, 11 y 12 se deben contestar de acuerdo a la siguiente gráfica:



9- Las flechas rojas indican una multiplicación sobre la recta numérica, la operación indicada es:

A) (0)(10)
B) (2)(5)
C) (5)(-2)
D) (-5)(-2)

9- Las flechas azules indican una multiplicación sobre la recta numérica, la operación indicada es:

A) (0)(10)
B) (2)(5)
C) (-2)(5)
D) (10)(0)

10- Para ir del punto A al punto C es necesario avanzar:

A) ( ) ( )
B) ( ) ( )
C) ( ) ( )
D) ( ) ( )

11- Para ir del punto A al punto B es necesario avanzar:

A) ( ) ( )
B) ( ) ( )
C) ( ) ( )
D) ( ) ( )

12- Para ir del punto C al punto A es necesario avanzar:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

1- Al realizar la suma de quince décimas más trece décimas se obtiene:

A- 0.28
B- 2.8
C- 0.028
D- 28

2- El número trescientos ocho milésimas se escribe:

A- 308
B- 0.380
C- 0.308
D- 3.08

3- Al multiplicar diez décimas por diez décimas obtenemos:

A- 1000
B- 100
C- 10
D- 1

4- Si dividimos cuatro unidades entre una décima obtenemos:

A- 4
B- 40
C- 400
D- 0.40

5- El número 3050 se puede escribir en forma decimal:

A- 3000+5
B- 3000+50
C- 3000+0+5+0
D- 3000+0.5

6- Al escribir el número 3457.079 en forma de potencias de diez, obtenemos:

A- 3 x 103 + 4 x 102 + 5 x 101 + 7 x 100 + 0 x 10-1 + 7 x 10-2 + 9 x 10-3
B- 3 x 104 + 4 x 103 + 5 x 102 + 7 x 101 + 0 x 10-1 + 7 x 10-2 + 9 x 10-3
C- 3 x 103 + 4 x 102 + 5 x 101 + 7 x 100 + 0 x 101 + 7 x 102 + 9 x 10-3
D- 3 x 103 + 4 x 102 + 5 x 101 + 7 x 101 + 0 x 10-1 + 7 x 10-2 + 9 x 10-3

7- El sistema de numeración decimal es posicional, esto significa que,

A- Cada posición cuenta sumando cada dígito
B- Cada posición representa una potencia de diez que multiplica al número de la posición dependiendo del lugar que ocupe el número
C- La posición de los números, cada uno vale por lo que vale
D- No importa la posición de los números pero si la del punto decimal.

8- El número 6 x 10-6 se puede escribir como:

A- 0.0006
B- -0.000006
C- 0.00006
D- 0.000006

9- El número 10-6 también se puede escribir como:

A- 1/6
B- -1/6
C- 1/1000000
D- 6

10- La diferencia entre el Sistema de Numeración Decimal y el Sistema de Numeración Binaria es que:

A- Uno lo usan los seres humanos y el otro las máquinas de computo
B- Uno es hasta diez y el otro es hasta dos
C- La base de cada sistema es diferente, en el decimal la base es 10 y en el binario la base es 2
D- La base de cada sistema es diferente, en el decimal el exponente es 10 y en el binario el exponente es 2

Las preguntas 1, 2, 3 y 4, deben responderse de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:

1- El número par múltiplo de 3 más grande que se observa en la recta es:

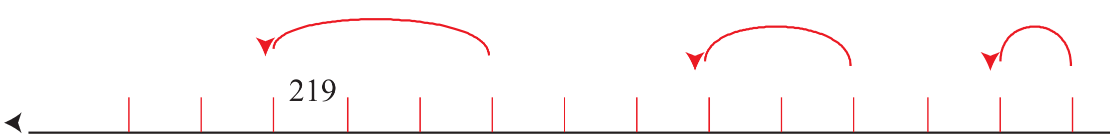
A) -12
B) 14
C) -14
D) 12

2- El número par múltiplo de 3 más pequeño que se observa en la recta es:

A) -12
B) 14
C) -14
D) 12

3- Las flechas de color rojo representan la operación:

A) 3 + 8
B) -2 - 4 - 6
C) -2 - 6 - 12
D) -3 - 8



4- Las flechas de color azul representan la operación:

A) 3 + 5
B) 3 + 8
C) 8 - 3
D) -3 - 5

Las preguntas 5, 6, 7 y 8 se deben responder de acuerdo a la información de la siguiente gráfica:

-3 -2 -3/2 -1 -1/2 0 3/25

Punto A Punto B

5- Si una persona camina desde el punto A hasta el punto B debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

6- Si una persona camina desde el punto B hasta el punto A debe recorrer:

A) 2 Pasos a la derecha
B) 2 Pasos a la izquierda
C) 4 Pasos a la derecha
D) 4 Pasos a la izquierda

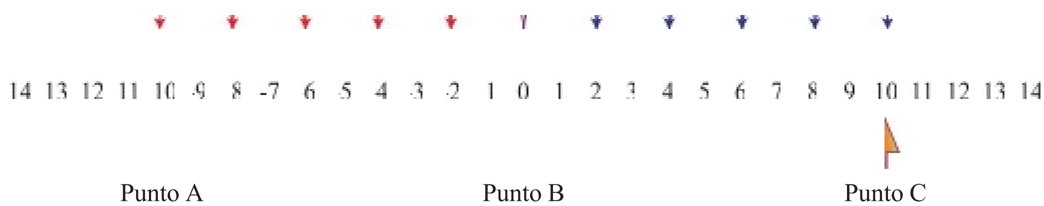
7- Si avanzamos 5/2 desde el punto A entonces nuestra posición final será:

A) 1/2
B) 2/2
C) 3/2
D) 4/2

8- Si avanzamos -5/2 desde el punto B entonces nuestra posición final será:

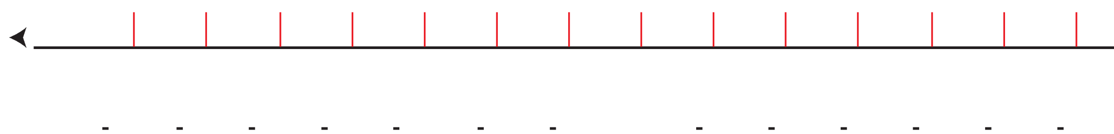
A) 0
B) -1/2
C) 7/2
D) -3/2

Las preguntas 9, 10, 11 y 12 se deben contestar de acuerdo a la siguiente grafica:



9- Las flechas rojas indican una multiplicación sobre la recta numérica, la operación indicada es:

A) (0)(10)
B) (2)(5)
C) (5)(-2)
D) (-5)(-2)



10- Las flechas azules indican una multiplicación sobre la recta numérica, la operación indicada es:

A) (0)(10)
B) (2)(5)
C) (-2)(5)
D) (10)(0)

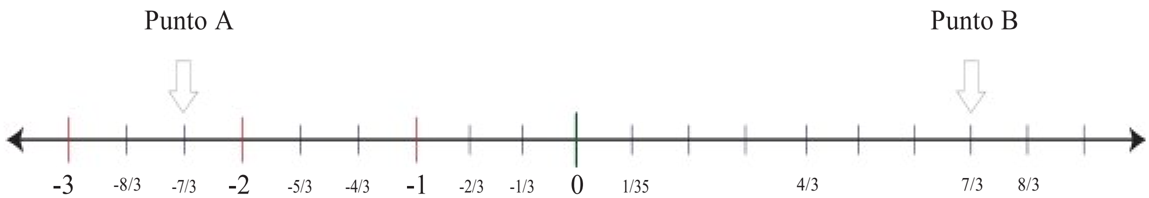
11- Para ir del punto A al punto C es necesario avanzar:

A) (10)(10) Pasos
B) (5)(4) Pasos
C) (-5)(4) Pasos
D) (0)(20) Pasos

12- Para ir del punto A al punto B es necesario avanzar:

A) (2)(5)
B) (5)(4)
C) (2)(-5)
D) (10)(2)

Las preguntas 13, 14, 15 y 16 se deben contestar de acuerdo a la siguiente gráfica:



13- Para ir del punto A al punto B es necesario:

A) 7/3 - 7/3
B) 7/3 + 7/3
C) -7/3 + 7/3
D) -14/3

14- Es posible ir del punto B al cero (0), siguiendo los siguientes pasos:

A) 7/3 - 7/3 - 7/3
B) 7/3 - 7/3 + 7/3
C) 7/3 + 7/3 - 7/3
D) 7/3 + 7/3 + 7/3

15- El número más grande que se encuentra en la recta es:

A) -3
B) -8/3
C) 8/3
D) 3

16- El número más pequeño que se encuentra en la recta es:

A) -3
B) -8/3
C) 0
D) 3

Las preguntas 17,a la 22 se deben contestar de acuerdo al siguiente plano cartesiano, además, suponen que cada cuadro imaginario de la malla del plano cartesiano tiene una medida de 5 milímetros de lado.

17-El punto C, ubicado en el III cuadrante del plano cartesiano, tiene coordenadas:

A) ambas positivas
B) ambas negativas
C) una positiva y otra negativa
D) una negativa y otra positiva

18- El punto cuyas coordenadas son (-2, 5) es el punto:

A) D
B) C
C) B
D) A

19- El perímetro del mayor de los rectángulos es:
A) 36 milímetros
B) 72 milímetros
C) 180 milímetros
D) 194 milímetros

20- El perímetro del menor de los rectángulos es:

A) 70 milímetros
B) 35 milímetros
C) 80 milímetros
D) 40 milímetros

Para las preguntas 21 y 22 tenga en cuenta que cada punto del plano cartesiano hace parte del vértice de un rectángulo formado por las líneas imaginarias perpendiculares a los ejes y los ejes.

21- El área del rectángulo que se encuentra en el tercer cuadrante es:

A) 1500 milímetros cuadrados
B) 500 milímetros cuadrados
C) 5100 milímetros cuadrados
D) 1050 milímetros cuadrados

22- El área del rectángulo que se encuentra en el segundo cuadrante es:

A) 250 milímetros cuadrados
B) 150 milímetros cuadrados
C) 500 milímetros cuadrados
D) 175 milímetros cuadrados

APÉNDICE N: Pruebas diagnósticas y resultados realizadas a estudiantes de I Semestre en la Universidad de Cundinamarca durante 6 semestres para evaluar ¿Qué dificultades presentan los estudiantes al ingreso en la universidad?

UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA

MATEMÁTICAS
PRUEBA DE ENTRADA

Nombre: ____
Edad:_________ Sexo______________
Bachiller del colegio: ____
Colegio Oficial o Privado: __________________
Dicho colegio queda en la ciudad de: _______________________________
Facultad.: __________________ Semestre.: __________________

Por favor conteste las preguntas sin prisa, lea atentamente el enunciado de la pregunta y escoja la opción más indicada, de acuerdo a lo que entiende o recuerda de los conceptos en ella planteados.

Marque con una **X** la repuesta correcta.

1- El número es:
a- Un número racional
b- Un número complicado
c- Un entero especial
d- Un número cuyo valor es 3,1415
e- Un número irracional

2- El número e, es:

a- Un número racional
b- Un número complicado
c- Una fracción especial
d- Un número cuyo valor es 2,7172
e- Un número irracional

3- Un radian es la unidad de medida de:

a- La distancia del centro de la circunferencia al punto más lejano de la misma
b- La cantidad de vueltas que da el compás para dibujar una circunferencia
c- La medida del ángulo equivalente de un grado.
d- La medida del ángulo cuya abertura está determinada por un arco de longitud igual al radio.
e- Otra unidad de medida para un ángulo de 45º.

4- El número –1/2 es mayor que 1/3 ¿ por qué..?:

a- 3 es mayor que 2.
b- No es cierto que –1/2 sea mayor que 1/3.
c- Para el ejemplo, dados dos fracciones con igual numerador, es mas grande la que tenga mayor denominador.
d- -1/2 está más a la derecha de 1/3 en la recta numérica.
e- Ninguna de las anteriores.

5- El triángulo equilátero es aquel que:

a- Tiene todos sus lados rectos.
b- Tiene tres ángulos.
c- Todo triángulo isósceles
d- Necesariamente es equiángulo.
e- Ninguna de las anteriores.

6- Escriba en orden los siguientes números: 1/5, 5/2, 5/4, 1, -2

7- Factorizar una expresión algebraica significa:

a- Escribirla más bonita.
b- Escribirla en términos de producto.
c- Escribirla de facto.
d- Escribirla asociando los términos
e- Aquella en la que se usa la propiedad distributiva de la suma respecto al producto.

8- Un cuadrado es un caso particular de:

a- Una elipse.
b- Un triángulo equilátero.
c- Un polígono irregular de 4 lados.
d- Un rectángulo.
e- Ninguna de las anteriores.

9- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la más falsa, para cualquier valor del ángulo t?

a- seno(t) = 1.2
b- seno(t) = -1.2
c- seno(t) = 1. 2
d- seno(t) = 2
e- Todas las anteriores son verdaderas.

10- Una esfera es:

a- Un conjunto de puntos que están bien cerca unos de otros.
b- Un conjunto de puntos que equidistan de otro llamado centro.
c- Un figura geométrica plana cuyo perímetro es de
d- Un conjunto de puntos que satisface la inecuación:
e- Todas las anteriores

RESUMEN DE LA PRUEBA DE ENTRADA
Promedio de Edad..: 18.8 Años

Del total de 10 preguntas de selección múltiple los resultados fueron los siguientes:

Resultados Generales

Total muestra.	4544 Estudiantes (Acumulado 6 semestres)
Tiempo:	6 semestres
Aprobaron.	12.70%
Reprobaron.	87.30%
Promedio de Nota.	3.49 sobre 10

Resultados Parciales

Criterio	Porcentaje	Promedio de Nota
Hombres	68.03 %	3.73
Mujeres	31.97 %	2.96
Colegio Oficial	70.90 %	3.35
Colegio Privado	29.10 %	3.82
De Bogotá	13.93 %	4.09
De Municipios	86.07 %	3.39
Primer Semestre	53.28 %	3.09
Otros Semestres	46.72 %	3.94
Menores de Edad	52.46 %	2.05
Mayores de Edad	47.54 %	5.08

Resultados por pregunta

1- El número es:

A- Un número racional
B- Un número complicado
C- Un entero especial
D- Un número cuyo valor es 3,1415
E- Un número irracional

Respuestas Acertadas..: (25%)   Respuestas Reprobadas..: (75%)

2- El número e, es:

A- Un número racional
B- Un número complicado
C- Una fracción especial
D- Un número cuyo valor es 2,7172
E- Un número irracional

Respuestas Acertadas..: (29%)   Respuestas Reprobadas..: (71%)

3- Un radian es la unidad de medida de:

A- La distancia del centro de la circunferencia al punto más lejano de la misma
B- La cantidad de vueltas que da el compás para dibujar una circunferencia
C- La medida del ángulo equivalente de un grado.
D- La medida del ángulo cuya abertura está determinada por un arco de longitud igual al radio.
E- Otra unidad de medida para un ángulo de 45º.

Respuestas Acertadas..: (39%)   Respuestas Reprobadas..: (61%)

4- El número –1/2 es mayor que 1/3 ¿ por qué..?:

A- 3 es mayor que 2.
B- No es cierto que –1/2 sea mayor que 1/3.
C- Para el ejemplo, dados dos fracciones con igual numerador, es mas grande la que tenga mayor denominador.
D- -1/2 está más a la derecha de 1/3 en la recta numérica.
E- Ninguna de las anteriores.

Respuestas Acertadas..: (63%)   Respuestas Reprobadas..: (37%)

5- El triángulo equilátero es aquel que:

A- Tiene todos sus lados rectos.
B- Tiene tres ángulos.
C- Es un triángulo isósceles
D- Necesariamente es equiángulo.
E- Ninguna de las anteriores.

Respuestas Acertadas..: (39%) Respuestas Reprobadas..: (61%)

6- Escriba en orden los siguientes números: 1/5, 5/2, 5/4, 1, -2

Respuestas Acertadas..: (48%) Respuestas Reprobadas..: (52%)

7- Factorizar una expresión algebraica significa:

A- Escribirla más bonita.
B- Escribirla en términos de producto.
C- Escribirla de facto.
D- Escribirla asociando los términos
E- Aquella en la que se usa la propiedad distributiva de la suma respecto al producto.

Respuestas Acertadas..: (34%) Respuestas Reprobadas..: (66%)

8- Un cuadrado es un caso particular de:

A- Una elipse.
B- Un triángulo equilátero.
C- Un polígono irregular de 4 lados.
D- Un rectángulo.
E- Ninguna de las anteriores.

Respuestas Acertadas..: (25%) Respuestas Reprobadas..: (75%)

9- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la más falsa, para cualquier valor del ángulo t?:

A- seno(t) = 1.2
B- seno(t) = -1.2
C- seno(t) = 1. 2
D- seno(t) = 2
E- Todas las anteriores son verdaderas.

Respuestas Acertadas..: (31%) Respuestas Reprobadas..: (69%)

10- Una esfera es:

A- Un conjunto de puntos que están bien cerca unos de otros.
B- Un conjunto de puntos que equidistan de otro llamado centro.
C- Un figura geométrica plana cuyo perímetro es de
D- Un conjunto de puntos que satisface la inecuación:
E- Todas las anteriores

Respuestas Acertadas..: (16%) Respuestas Reprobadas..: (84%)

APÉNDICE O: Instrumento de verificación y control en la investigación del juego como estrategia de auto aprendizaje en el municipio de Fusagasugá, en los años 2007 a 2009.

GIMNASIO MENTAL

GM El juego como estrategia de Aprendizaje

Introducción.

El Manual del Facilitador es una cartilla de trabajo anexa al proyecto Ajedrez al Alcance de Todos y Todas, el proyecto tiene como objetivo el desarrollo de las habilidades de pensamiento en estudiantes de la básica primaria y secundaria a quienes se les enseña a jugar Ajedrez con la metodología del auto aprendizaje y con la estrategia de la solución de problemas.

Para verificar este proceso se implementa una metodología de participación, en la que los facilitadores (estudiantes que adelantan el trabajo social) realizarán la planeación, ejecución y la recolección de información de las actividades realizadas por los estudiantes objeto de estudio, además de conformarse en el grupo principal de tutores de dichos estudiantes.

Para el buen desempeño de las tareas asignadas, se debe tener presente:

1- Toda actividad debe corresponder a un plan.
2- Si la información de una actividad es clara para el facilitador, lo será para el estudiante objeto.
3- Aprender es un proceso que implica cambio.
4- Se aprende a partir de lo que se conoce.

Ideas sobre el Aprendizaje.

El siguiente modelo (Figura Nº 1) presenta algunas ideas que sobre el “aprendizaje” se tendrán en cuenta en todas las sesiones y actividades del proyecto. Es necesario revisar el modelo cada vez que se realice una sesión con el estudiante objeto de la investigación, recuerde :

1. El aprendizaje permite enlazar los conocimientos previos con los conocimientos nuevos.

2. La relación entre los conocimientos previos y los conocimientos nuevos es mas significativa mientras mejor sea la experiencia con la que se aprende.

A medida que se desarrolle el proyecto, se ampliará la información del modelo de aprendizaje.

Instrumento de Verificación
Gimnasio Mental

El Juego como Estrategia de Auto Aprendizaje- Desarrollo de Habilidades del Pensamiento
Solución de Conflictos y Convivencia Pacífica

Sesión Nº | | Fecha: | DD | MM | AA |

Estudiante ______________________________ Código ____________

Personas que intervienen en el proceso

Papá ☐ Mamá ☐ Hermano ☐☐ Hermana ☐☐ Acudiente ☐ Amigo(a) ☐ Profesor(a) ☐

	MEMORIZAR	P	H	V
1	Recordar			
2	Reconocer			
3	Repetir			
4	Definir			
5	Relacionar			
6	Usa dibujos previos			
7	Usa escritura previa			

	COMPRENDER	P	H	V
1	Explicar			
2	Resumir			
3	Interpretar			
4	Clasificar			
5	Seleccionar			
6	Identificar			
7	Discutir			

	APLICAR		H	V
1	Planear			
2	Hacer uso de			
3	Experimentar			
4	Dar ejemplo			
5	Cambiar elementos			
6	Demostrar			
7	Solucionar			

	ANALIZAR	P	H	V
1	Preguntar			
2	Comparar			
3	Separar ideas			
4	Distinguir			
5	Buscar ideas diferentes			
6	Dar razón de			
7	Dar conclusión			

	CREAR	P	H	V
1	Planear			
2	Conectar			
3	Crear			
4	Combinar			
5	Proponer			
6	DiseÒar			
7	Reunir			

	EVALUAR	P	H	V
1	Dar puntaje			
2	Buscar alternativas			
3	Predecir			
4	Comparar estrategias			
5	Atacar			
6	Defender			
7	Auto-evaluar			

PUNTOS CRÍTICOS	E	N	D
Compromiso			
Auto confianza			
Detallismo			
Auto motivación			
Impulsividad			
Iniciativa			
Necesidad de logro			
Perseverancia			
Orientación hacia una meta			
Traducción de pensamiento en acción			
Temor al fracaso			
Resuelve problemas del capítulo			

EJECUCIÓN CONTINUA	
Los contenidos est·n relacionados con lo que el alumno sabe	
Se relacionan nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores	
El aprendizaje se relaciona con experiencias, hechos u objetos	

Verificación Planeación	
Verificación Ejecución	

H = HacerP = Planear Verifica

E = Excesivo N = Normal D = Deficiente

Instructivo para llenar la Guía de Verificación.

Paso Nº 1 Datos de la sesión a realizar.

Sesión Nº 001 Fecha: DD 12 MM 03 AA 2006

Estudiante Jorge Díaz Código 1205

Facilitador Anibal González Código 130

Esta información debe ser diligenciada al inicio de la sesión con el estudiante. Ejemplo para la sesión 001 realizada el día 12 de marzo del 2006 al estudiante Jorge Díaz de código 1205 por el facilitador Anibal González de código 130.

Paso Nº 2 Participantes

Información para verificación de las personas que intervienen en el proceso de aprendizaje del estudiante. Incluye las personas con las que el estudiante juega ajedrez durante la semana, a quienes el estudiante consulta aspectos relacionados con la Guía de Auto Aprendizaje, o las que asisten en alguna de las sesiones. No olvide preguntar "QUIENES" han participado en el proceso de aprendizaje del estudiante.

Papá	Mamá	Hermano M m	Hermana	Acudiente	Amig(a)	Profesor(a)

Ejemplo cuando los acompañantes del proceso son el papá, el hermano mayor, un amigo y un profesor de la escuela o colegio

Paso Nº 3 Verificación y Evaluación. (Ejemplo para el indicador Repetir).

La X en la columna P nos indica que está Planeado verificar dicho indicador. La X en la columna H, nos indica que se Hizo la verificación. El valor 3 es la Valoración que hacemos de las respuestas del estudiante. Dicha valoración corresponde a una escala que explicaremos más adelante.

	MEMORIZAR	P	H	V
1	Recordar			
2	Reconocer			
3	Repetir	X	X	
4	Definir			
5	Relacionar			
6	Usa dibujos previos			
7	Usa escritura previa			

	MEMORIZAR	P	H	V
1	Recordar			
2	Reconocer			
3	Repetir			3
4	Definir			
5	Relacionar			
6	Usa dibujos previos			
7	Usa escritura previa			

Paso Nº 4 Puntos Críticos

El cuadro denominado puntos críticos es una ayuda para identificar casos extremos de comportamiento de los estudiantes, con los que se debe tener una estrategia especial de trabajo.

PUNTOS CRÍTICOS	E	N	D
Compromiso			
Auto confianza	X		
Detallismo			
Auto motivación			
Impulsividad			
Iniciativa			
Necesidad de logro			
Perseverancia			
Orientación hacia una meta		X	
Traducción de pensamiento en acción			
Temor al fracaso			
Resuelve problemas del capítulo			X

Ejemplo para un estudiante que tiene **Exceso** de auto confianza, trabaja **Normalmente** en la orientación hacia una meta y es **Deficiente** en resolver problemas del capítulo.

Paso Nº 5 Ejecución Continua

Tiene que verificar el proceso que se desarrolla con el estudiante, al diligenciar la casilla se espera recordar que esa parte del proceso se ejecutó. Asegúrese que al marcar el visto bueno usted ha realizado esa parte del proceso.

	EJECUCIÓN CONTINUA
a	Los contenidos est·n relacionados con lo que el alumno sabe
b	Se relacionan nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores
c	El aprendizaje se relaciona con experiencias, hechos u objetos

a- En cada sesión debe efectuar un ejercicio o hacer una pregunta de lo que el estudiante recuerda del capítulo anterior o de las sesiones anteriores.

b- Una vez recordado un tema, definición o concepto, se debe vincular o relacionar con un conocimiento nuevo, por ejemplo, recordar el movimiento de una pieza individual y la combinación con otras en una estrategia de ataque.

c- Pida al estudiante realizar los ejercicios utilizando el material correspondiente (Texto guía, talleres, tablero, fichero, etc) modificando las posibilidades de la pregunta o del ejercicio.

Indicadores para el texto: Ajedrez Guía de Ato Aprendizaje

Capítulo I - Historia

Primer Indicador

MEMORIZAR P H V
1 Recordar

Realizada la lectura del primer capítulo del texto guía, el estudiante recuerda las partes más importantes de la historia del juego del ajedrez, sin releer el capítulo I.

Preguntas

¿En que lugar del mundo fue creado el ajedrez?
¿Cuál era la tarea principal del creador del ajedrez?
¿Qué pidió el creador del ajedrez a cambio de dar a conocer el juego?

Valor máximo: Da respuesta a todas las preguntas de la estrategia de verificación con seguridad y haciendo detalle sobre la misma historia (puede no responder todas las preguntas pero tener una idea organizada en su memoria de la historia); indica qué fue lo que más le gustó de la historia; indica que la historia leída no es la única versión de la creación del ajedrez y que puede recordar versiones diferentes (en este último caso puede marcar la verificación del indicador "buscar ideas diferentes" del nivel analizar).

Segundo Indicador

COMPRENDER P H V
6 Identificar

Realizada la lectura del primer capítulo del texto guía, el estudiante identifica las ideas principales de la lectura, utilizando semejanzas con el proyecto en el que participa: Ajedrez al alcance de Todos y Todas.

Preguntas

¿Qué conocimientos crees que poseía el artesano para crear el ajedrez y para pedir el cumplimiento de su mayor deseo al rey?
¿Qué era lo m·s importante para el artesano?
¿Qué se hace dentro del proyecto que cumple con las ideas del artesano?

Valor máximo: Da respuesta a las preguntas de la estrategia de verificación, reconociendo la importancia de compartir el conocimiento; explica utilizando sus propias palabras que: "el artesano conocía la matemática".
Tercer Indicador

APLICAR H V
7 Solucionar

A partir de las actividades del final del capítulo del texto guía, el estudiante soluciona ejercicios propuestos en la sesión, demostrando experiencia y desarrollo de las actividades del texto guía. (Se relacionan también otros indicadores sugeridos en la estrategia de verificación)

Preguntas

Si nada más se pagara con la primera fila de casillas ¿Cuántos granos de trigo se necesitarían para cumplir con los deseos del artesano? El estudiante realiza una secuencia de soluciones de las Torres de Hanoi para por lo menos cuatro piezas o argollas. El estudiante muestra en su cuaderno de matemáticas el desarrollo de las actividades resultas en el salón de clase con la ayuda de un profesor o en la casa con la ayuda de acudientes.

Valor máximo: Da respuesta a la pregunta de la estrategia de verificación, en presencia del facilitador sin ayuda de ningún tipo; resuelve el ejercicio de las Torres de Hanoi tomando un modelo de los discos y desarrollando la secuencia sin ayuda de ninguna persona; en la verificación escrita, los ejercicio están desarrollados en orden y sin errores.

Capítulo II - El Tablero

Primer Indicador

7 MEMORIZAR Usa escritura previa P H V

Realizada la lectura del segundo capítulo del texto guía, el estudiante utiliza escritura previa para registrar la solución de las actividades propuestas al final del capítulo, en las preguntas (3) y (4).

Valor máximo: Desarrolla los ejercicios previamente y demuestra haber realizado la escritura del ejercicio antes de la sesión, sin hacer corrección;

Tener en cuenta: si el estudiante comete errores, aproveche la oportunidad para que aprenda. Los errores cometidos por el estudiante deben entenderse como posibilidades de corrección y aprendizaje. Dé importancia a las ideas del estudiante.

Segundo Indicador

COMPRENDER P H V
6 Identificar

Realizada la lectura del segundo capítulo del texto guía, el estudiante identifica elementos del tablero de acuerdo a las preguntas (1), (5) y (7).
Es necesario pedirle al estudiante contestar y dar respuesta: (al dar la respuesta se le debe pedir que señale cual o cuales son las casillas correspondientes)

Preguntas

Pregunta 1 del texto.
Respuesta: Columnas a y h; filas 1 y 8.
Pregunta 5 del texto.
Respuesta: Diagonal de casillas blancas, más grande del tablero: a8, b7, c6, d5, e4, f3, g2, h1.
Diagonal de casillas negras, más grande del tablero: a1, b2, c3, d4, e5, f6, g7, h8.
Pregunta 7 del texto.
Respuesta: Las casillas son: a1, a8, h1 y h8.

Valor máximo: Desarrolla todos y cada uno de los ejercicios sin hacer corrección; este es un momento clave para verificar los aspectos del comportamiento del estudiante; analice la manera en que el estudiante responde teniendo presente los puntos críticos de la guía de verificación.

Tercer Indicador

1 COMPRENDER Explicar P H V

Realizada la lectura del segundo capítulo del texto guía, el estudiante explica las respuestas de la actividad en las preguntas (2), (6), (8).

Es necesario pedirle al estudiante contestar y dar respuesta: (al dar la respuesta se le debe pedir que señale cual o cuales son las casillas correspondientes)

Preguntas

Pregunta 2 del texto.
Respuesta: Si. La justificación del estudiante debe indicar que el lenguaje con el que se denomina cada una de las casillas es una intersección ente una columna y una fila. No se puede nombrar una casilla solamente con la fila a la que pertenece.
Pregunta 6 del texto.
Respuesta: 32 casillas para cada jugador. 16 casillas blancas y 16 casillas negras.
Pregunta 8 del texto.
Respuesta: Todo el cuadro dentro del tablero de ajedrez limitado por las esquinas: b7, b2, g2 y g7.

Valor máximo: Desarrolla todos y cada uno de los ejercicios sin hacer corrección; no solo muestra una posible respuesta, sino que ha resuelto los mismos ejercicios de diferentes formas (en este último caso puede marcar la verificación del indicador "buscar ideas diferentes" del nivel analizar, aunque las respuestas no sean del todo correctas, o puede marcar la verificación del indicador "preguntar" si el estudiante los hizo por su iniciativa).