

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA FORTALECER LA COMPETENCIA COMUNICACIÓN  
MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA FOTOGRAFÍA EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO  
DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA GONZALO JIMÉNEZ NAVAS DE FLORIDABLANCA

BEATRIZ TIRADO CARVAJAL U00110149



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA – UNAB  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, HUMANIDADES Y ARTES  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
BUCARAMANGA  
2018

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA FORTALECER LA COMPETENCIA COMUNICACIÓN  
MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA FOTOGRAFÍA EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO  
DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA GONZALO JIMÉNEZ NAVAS DE FLORIDABLANCA

BEATRIZ TIRADO CARVAJAL U00110149

Trabajo de grado para optar el título de Magíster en Educación

DIRECTOR:

Dr. ÉLGAR GUALDRÓN PINTO

Grupo de Investigación: Educación y Lenguaje

Línea de Investigación: Prácticas Pedagógicas

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA – UNAB  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, HUMANIDADES Y ARTES  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
BUCARAMANGA  
2018

## **Dedicatoria**

A mi esposo e hijo, quienes me han motivado, comprendido y apoyado para asumir este reto académico y me impulsan a alcanzar nuevas metas.

A todos mis familiares y amigos que han colaborado, mostrado interés y apoyo en el proceso de elaboración de ésta investigación. Ellos saben quiénes son.

A todas aquellas personas que ven en la educación un medio para lograr una transformación social, un mejoramiento de las condiciones de vida y un futuro más digno y justo.

## Agradecimientos

A Dios por sus innumerables bendiciones, por darme esta magnífica oportunidad de mejorar como persona y como profesional, por guiarme en el camino para cumplir la misión encomendada.

Al Ministerio de Educación Nacional, porque por medio del programa “Becas para la excelencia docente” me ha permitido realizar este estudio de maestría con miras a mejorar mis prácticas pedagógicas.

A la Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas, y en su representación al Mg. José de Jesús Lozano Cárdenas, por brindarme la oportunidad de ser parte del programa del MEN y por su gran apoyo en la implementación de la investigación.

A los estudiantes del grado 9-2 por su excelente acogida, entusiasmo, atención y disposición puestos en práctica en la intervención realizada, que posibilitaron la mejora de las prácticas educativas.

A todos y cada uno de los docentes de la maestría en educación, por compartir sus conocimientos y en especial al Dr. Élgar Gualdrón Pinto, director de la investigación, por sus valiosos y oportunos aportes, que desde su formación humana y profesional me orientaron como futura magíster.

A Rafael Valenzuela Rueda, quien me ha brindado su amistad y en ésta oportunidad el respaldo durante el transcurso de la maestría.

## Resumen

### ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA FORTALECER LA COMPETENCIA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA FOTOGRAFÍA EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA GONZALO JIMÉNEZ NAVAS DE FLORIDABLANCA

**Autora:** Beatriz Tirado Carvajal

**Palabras claves:** Fotografía, Visualización, Competencia comunicativa, Pensamiento variacional, Estrategia didáctica.

La presente investigación pretende fortalecer la competencia comunicación matemática mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas del Municipio de Floridablanca, a través de la implementación de una unidad didáctica relacionada con el Pensamiento variacional, fundamentada en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Gay Brousseau (2007), quien reconoce al docente como agente facilitador que ayuda en la construcción del conocimiento, las interacciones entre los estudiantes y el medio didáctico.

Se trata de una investigación cualitativa con un enfoque metodológico investigación-acción, sustentada teóricamente bajo los planteamientos de Eisner (1992), quien considera la investigación como un proceso cíclico (planeación, acción, observación, reflexión). Se parte inicialmente de un diagnóstico del nivel de comunicación matemática de los estudiantes mediante una prueba tipo ICFES. Luego, se implementan acciones encaminadas a mejorar dicha competencia mediante guías-taller, donde la fotografía es un medio didáctico para generar procesos de comunicación donde vincule la cotidianidad con las matemáticas y que a través de procesos de visualización, propuestos por Gutiérrez (1991) le permita al estudiante, establecer regularidades y propiedades, reproducirlas mediante lenguaje matemático, use nociones y procesos que lo lleven a construir representaciones, los verifique y ponga a prueba.

Durante el proceso se hacen correctivos a la estrategia, se aplica una prueba final para verificar los avances con miras a transformar la práctica pedagógica. Los resultados ratifican que la fotografía, como medio, permite fortalecer los procesos de visualización y por ende la competencia de comunicación.

## Abstract

### DIDACTICAL STRATEGY TO STRENGTH COMMUNICATIVE MATHEMATICAL COMPETENCE THROUGH PHOTOGRAPHY IN NINTH GRADERS AT GONZALO JIMENEZ NAVAS SCHOOL IN FLORIDABLANCA.

**Author:** Beatriz Tirado Carvajal

**Key words:** Photography, visualization, communicative competence, variational thinking, didactical strategy.

This research study expects to strengthen mathematic communicative competence through photography as an instrumental mediator of learning. This study was carried out with ninth graders at Gonzalo Jimenez Navas School, located in Floridablanca, Colombia. By implementing a teaching sequence related to the variational thinking based on Gay Brousseau's (2007) theories of didactical situations in mathematics. This author states that the teacher is the facilitator that assists and support learners to build their knowledge through interactions and the milieu.

This qualitative research is based on Eisner (1992) theories. These author considered research as a cyclic process (Planning, action, observation and reflection). Through the application of a communicative mathematic ICFES pre-test to determine students' level and the implementation of actions to improve this competence using a didactic unit, in which photography generates a communication process with everyday life and mathematics.

According to Gutierrez (1991) by visualization process, learners will be able to visualize and establish this communication processes to recreate by means of the mathematical language. They will scaffold representations that can be verified and tested by the teacher.

Throughout this process, activities to improve these strategies will be implemented. A final exam to check the progress of the children will be done, in order to transform the teaching practices in the classroom.

The results confirmed that by using photography in the Mathematic classroom, process of visualization and communication will be significantly stronger in the learners.

## Introducción

La presente investigación estableció como objetivo fortalecer la competencia de comunicación matemática mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca, la cual respondió a la pregunta problema formulada: ¿Cómo fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca?

El presente estudio se encuentra organizado en seis capítulos: en el primero se dan a conocer la situación problema, la formulación de la pregunta de investigación, los objetivos y su correspondiente justificación.

En el segundo capítulo, se encuentran aspectos relacionados con la institución donde se lleva a cabo la implementación de la estrategia, así como los antecedentes investigativos que dan algunos aportes al desarrollo del estudio, y la fundamentación teórica, relacionada con la Teoría de Las Situaciones Didácticas, aspectos relacionados con visualización, mapas conceptuales, variación, modelación y fotografía.

Posteriormente, en el capítulo tres, se expone la metodología de investigación, que se basa en aspectos de una investigación cualitativa con un diseño metodológico de investigación acción; además se exponen la población y la muestra objeto de estudio, se establecen los instrumentos para la recolección de la información y se definen las categorías y subcategorías, que son el soporte para el posterior análisis de la información obtenida.

Seguidamente, en el capítulo cuatro, se presenta una estrategia didáctica teniendo en cuenta la Teoría de Situaciones Didácticas, donde a partir de la fotografía, como mediador instrumental de aprendizaje, se desarrollan procesos de visualización para fortalecer la competencia de comunicación matemática, mediante el diseño y la implementación de guías taller para trabajar con los estudiantes del grado noveno.

Finalmente, en el quinto apartado, se presentan los resultados y el análisis de la información obtenida, no solo de las pruebas diagnóstica y final, sino también de la secuencia didáctica aplicada con base en el diario pedagógico, la triangulación de la información y su respectiva reflexión pedagógica; por último, en el sexto capítulo, se retoma la pregunta problema para dar respuesta a la misma y se establecen las conclusiones y recomendaciones a partir de los objetivos específicos propuestos.

## Tabla de contenido

Resumen.....	5
Abstract.....	6
Introducción .....	7
Tabla de contenido .....	8
Índice de gráficas .....	10
Índice de tablas.....	10
Índice de ilustraciones .....	10
Índice de anexos.....	12
1. Contextualización de la investigación .....	13
1.1 Descripción del problema.....	13
1.2 Formulación de la pregunta .....	17
1.3 Objetivos .....	17
1.3.1 Objetivo general. ....	17
1.3.2 Objetivos específicos. ....	17
1.4 Justificación.....	18
2. Marco referencial .....	20
2.1 Contextualización de la institución.....	20
2.1.1 Generalidades. ....	20
2.1.2 Reseña histórica .....	21
2.1.3 Ubicación geográfica. ....	21
2.1.4 Aspectos socio-culturales.....	22
2.2 Antecedentes investigativos.....	24
2.2.1 Referencias internacionales. ....	24
2.2.2 Referencias nacionales.....	27
2.2.3 Referencias locales. ....	29
2.3 Marco teórico .....	31
2.3.1 Teoría de situaciones didácticas.....	31
2.3.2 Visualización. ....	35
2.3.3 Mapas conceptuales. ....	38
2.3.4 Pensamiento variacional y modelación matemática. ....	42

2.3.5	La matemática a través de la fotografía. ....	45
2.4	Marco legal.....	48
3.	Diseño metodológico .....	53
3.1	Tipo de investigación .....	53
3.2	Proceso de investigación .....	58
3.3	Población y muestra .....	62
3.4	Instrumentos para la recolección de la información.....	63
3.4.1	Prueba diagnóstica.....	64
3.4.2	Cuestionarios a estudiantes.....	65
3.4.3	Guías-taller.....	66
3.4.4	Diario pedagógico.....	66
3.4.5	Prueba final.....	67
3.4.6	Autoevaluación.....	68
3.4.7	Matriz de referencia.....	68
3.5	Categorización.....	69
3.6	Validación de los instrumentos.....	74
3.6.1	Validación interna.....	74
3.6.2	Validación de contenido por experto.....	74
3.7	Principios éticos .....	75
4.	Propuesta pedagógica.....	77
4.1	Presentación de la propuesta.....	77
4.2	Justificación.....	78
4.3	Objetivos .....	79
4.3.1	Objetivo general .....	79
4.3.2	Objetivos específicos .....	79
4.4	Indicadores de desempeño.....	79
4.5	Metodología .....	80
4.6	Fundamento pedagógico.....	83
4.7	Diseño de actividades .....	84
5.	Resultados y discusión.....	89
5.1	Nivel de desarrollo de la competencia de comunicación matemática .....	89
5.2	Diseño e implementación de la estrategia didáctica.....	92

5.3 Efectividad de la estrategia didáctica implementada .....	125
6. Conclusiones y recomendaciones.....	136
6.1 Conclusiones .....	136
6.2 Recomendaciones .....	139
6.3 Limitaciones .....	140
Referencias bibliográficas .....	141

## Índice de gráficas

Gráfica 1. Niveles de desempeño. Fuente: ICFES 2016.....	13
Gráfica 2 Isce Secundaria. Fuente: ICFES 2016 .....	14
Gráfica 3. Descripción general de competencias y aprendizajes. Fuente: ICFES 2016. ....	15
Gráfica 4 Estructura para la elaboración de mapas conceptuales. Fuente: <a href="http://bit.ly/2BFYIEJ">http://bit.ly/2BFYIEJ</a> ....	41
Gráfica 5. Los cinco pensamientos matemáticos. Fuente: <a href="http://bit.ly/2xKEyIX">http://bit.ly/2xKEyIX</a> .....	51
Gráfica 6. Procesos matemáticos. Fuente: <a href="http://bit.ly/2wZVM0O">http://bit.ly/2wZVM0O</a> .....	51
Gráfica 7. Fases del plan de acción según Kemmis. Fuente: <a href="http://bit.ly/2yprRAo">http://bit.ly/2yprRAo</a> .....	57
Gráfica 8. Fases y etapas de la investigación cualitativa. Fuente: <a href="http://bit.ly/2yprRAo">http://bit.ly/2yprRAo</a> .....	59

## Índice de tablas

Tabla 1. Niveles de desempeño. Fuente ICFES 2016.....	16
Tabla 2. Proceso de la investigación desarrollada. Fuente: Elaboración propia.....	60
Tabla 3. Etapas de la investigación. Fuente: Elaboración propia.....	61
Tabla 4. Caracterización de la muestra. Fuente: Elaboración propia. ....	62
Tabla 5. Matriz de referencia. Elaboración propia. ....	69
Tabla 6. Categorías y subcategorías. Elaboración propia.....	70
Tabla 7. Definición de categorías y subcategorías. Elaboración propia. ....	72
Tabla 8. Actividades implementadas. Elaboración propia. ....	85

## Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Nivel de desempeño mínimo (Prueba diagnóstica). Fuente: Elaboración propia. ....	90
Ilustración 2. Nivel de desempeño satisfactorio (Prueba diagnóstica). Fuente: Elaboración propia.	91

Ilustración 3. Nivel de desempeño avanzado (Prueba diagnóstica). Fuente: elaboración propia. ....	91
Ilustración 4. Actividad creando mapas conceptuales. ....	93
Ilustración 5. Actividad organizadores gráficos. ....	94
Ilustración 6. Actividad curso de fotografía - ¿Cómo tomar una buena foto?.....	95
Ilustración 7. Actividad la fotografía y las matemáticas. ....	96
Ilustración 8. Actividad ficha técnica. ....	97
Ilustración 9. Ejercicios categorías B1 y B2. ....	101
Ilustración 10. Ejercicios categorías C1 y C2. ....	102
Ilustración 11. Ejercicios categoría D1. ....	102
Ilustración 12. Ejercicios categoría D2. ....	104
Ilustración 13. Ejercicios categorías C1 y C2. ....	105
Ilustración 14. Ejercicios categorías B1 y B2. ....	106
Ilustración 15. Ejercicios categorías B1 y B2. ....	107
Ilustración 16. Ejercicios categoría D1. ....	108
Ilustración 17. Ejercicios categoría D2. ....	109
Ilustración 18. Ejercicios categoría D2. ....	111
Ilustración 19. Ejercicios categoría D2. ....	112
Ilustración 20. Ejercicios categoría D1. ....	113
Ilustración 21. Ejercicio categoría D1. ....	114
Ilustración 22. Ejercicios categoría D2. ....	116
Ilustración 23. Ejercicios categoría B1 y B2. ....	117
Ilustración 24. Ejercicios categorías C1 y C2. ....	118
Ilustración 25. Ejercicios categoría D1. ....	118
Ilustración 26. Ejercicio categoría D1. ....	119
Ilustración 27. Ejercicios categorías B1, B2 y C1. ....	120
Ilustración 28. Ejercicios categoría D2. ....	121
Ilustración 29. Ejercicios categorías B1, B2, C1 y C2. ....	123
Ilustración 30. Ejercicios categoría D1. ....	123
Ilustración 31. Ejercicio categoría D2. ....	124
Ilustración 32. Actividad función exponencial. ....	124
Ilustración 33. Nivel de desempeño mínimo (Prueba final). Elaboración propia. ....	125
Ilustración 34. Nivel de desempeño satisfactorio (Prueba final). Elaboración propia. ....	126
Ilustración 35. Nivel de desempeño avanzado (Prueba final). Elaboración propia. ....	126
Ilustración 36. Actividades de la categoría formación transversal. ....	129
Ilustración 37. Operaciones mentales a mejorar. Elaboración propia. ....	130
Ilustración 38. Actividad autoevaluación. ....	130
Ilustración 39. Actividad concurso de fotografía. ....	131
Ilustración 40. Actividad exposición de fotografía. ....	134

## Índice de anexos

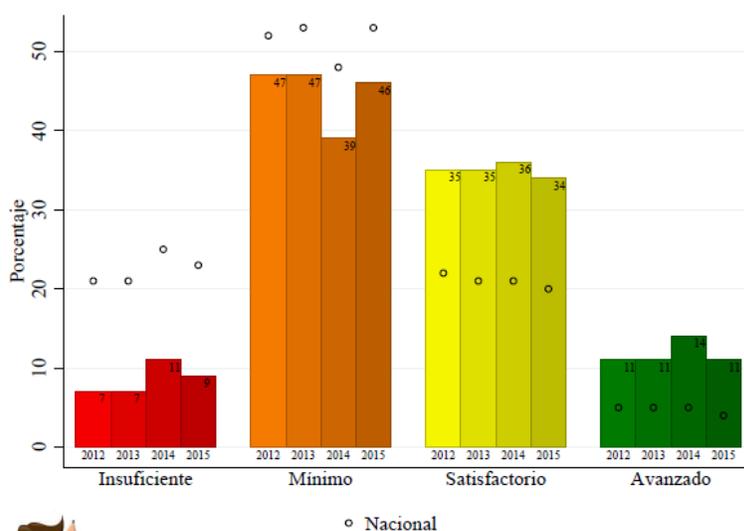
Anexo 1. Consentimiento informado.....	147
Anexo 2. Prueba diagnóstica .....	149
Anexo 3. Conócete a ti mismo .....	154
Anexo 4. La fotografía y las matemáticas .....	155
Anexo 5. Unidad didáctica .....	157
Anexo 6. Diario pedagógico.....	163
Anexo 7. ¿Quién soy yo? .....	216
Anexo 8. Cultivando actitudes .....	217
Anexo 9. Interactuando con otros.....	218
Anexo 10. Organizadores gráficos .....	219
Anexo 11. Plegable .....	227
Anexo 12. Ejemplos ficha técnica .....	229
Anexo 13. Concepto de función .....	233
Anexo 14. Representación de funciones.....	236
Anexo 15. Pendiente de una recta .....	238
Anexo 16. Situaciones relacionadas con pendiente de una recta .....	240
Anexo 17. Función lineal y función afín .....	243
Anexo 18. Situaciones relacionadas con función lineal y función afín.....	245
Anexo 19. Función cuadrática.....	247
Anexo 20. Situaciones relacionadas con función cuadrática .....	249
Anexo 21. Función Exponencial .....	251
Anexo 22. Prueba final.....	253
Anexo 23. Autoevaluación.....	259
Anexo 24. Carta al Sr Rector.....	260

# 1. Contextualización de la investigación

## 1.1 Descripción del problema

La institución educativa Gonzalo Jiménez Navas presenta los siguientes resultados en las Pruebas Saber en el área de matemáticas en cuanto a los niveles de desempeño: Porcentaje de 9% en el nivel insuficiente, 46 % en el nivel mínimo, 34% en nivel satisfactorio y 11% en el nivel avanzado.

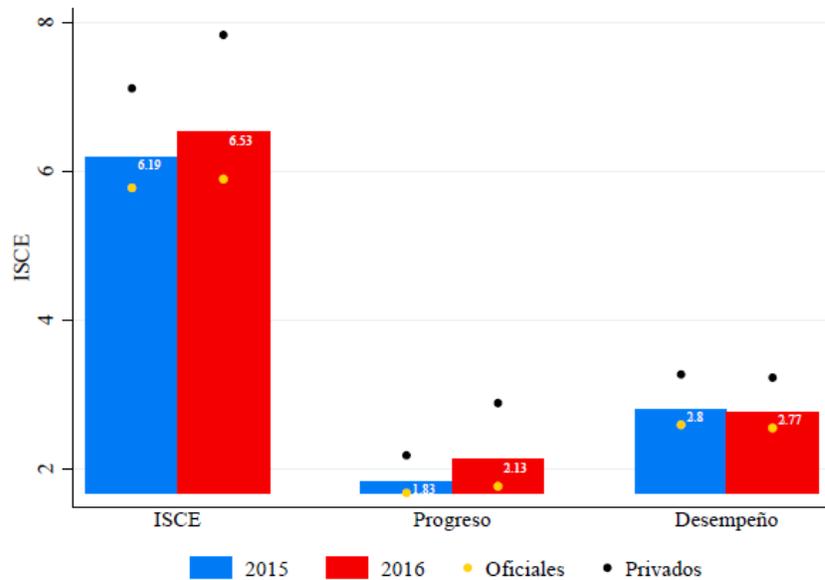
### Floridablanca: Niveles de desempeño. Noveno Matemáticas.



Gráfica 1. Niveles de desempeño. Fuente: ICFES 2016

En cuanto al índice Sintético de Calidad se puede apreciar que del año 2015 a 2016 aumentó su valoración de 6,19 a 6.53; con un progreso de 0,3 puntos aunque su desempeño se redujo en 0,03 puntos.

## Floridablanca: ISCE Secundaria 2015 y 2016.



Gráfica 2 Isce Secundaria. Fuente: ICFES 2016

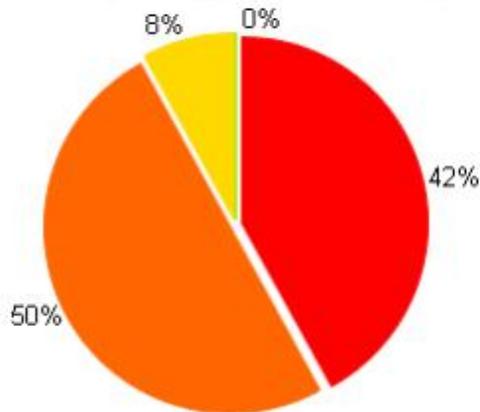
Por otra parte, analizando los resultados correspondientes a la prueba de matemáticas en cuanto a la descripción general de los aprendizajes se puede evidenciar que el 62% de los estudiantes no contestó de manera correcta situaciones referentes a la competencia de comunicación. Además, según este informe del ICFES se puede apreciar que entre los aprendizajes, el 73% de los estudiantes no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación, al igual que el 68% de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de gráficas y propiedades de las ecuaciones. Cabe anotar que entre las recomendaciones sugeridas está la implementación de acciones pedagógicas de mejoramiento.

## 1. Descripción general de la competencia



**Interpretación**  
El 62% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia Comunicación en la prueba de Matemáticas.

## 2. Descripción general de los aprendizajes



**Interpretación**  
De los aprendizajes evaluados en la competencia Comunicación, su Establecimiento educativo tiene el 42% de aprendizajes en rojo, el 50% en naranja, el 8% en amarillo y 0% en verde.

\*Los porcentajes son números redondeados. Por eso, en algunos casos, pueden sumar 99% o 101%.

A continuación encontrará el listado de aprendizajes. Ponga especial énfasis en los que están en rojo y naranja para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento y siga fortaleciendo los que están en amarillo y verde.

## 3. Aprendizajes

El 73% de los estudiantes no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.

El 68% de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Gráfica 3. Descripción general de competencias y aprendizajes. Fuente: ICFES 2016.

A continuación se presentan los niveles de desempeño para el componente de variación evaluados por el ICFES en el área de matemáticas para noveno grado.

Tabla 1. Niveles de desempeño. Fuente ICFES 2016.

NIVEL	RANGO DE PUNTAJE	DESCRIPCIÓN
<b>Mínimo</b>	234 - 345	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce algunas relaciones funcionales representadas gráficamente.</li> <li>• Construye tablas a partir de expresiones algebraicas sencillas.</li> <li>• Usa lenguaje apropiado para describir diferentes transformaciones.</li> <li>• Establece relaciones entre distintas magnitudes</li> </ul>
<b>Satisfactorio</b>	346 - 455	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza lenguaje verbal y la representación gráfica para modelar situaciones problema.</li> <li>• Establece relaciones entre expresiones numéricas y expresiones algebraicas.</li> </ul>
<b>Avanzado</b>	456 - 500	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece relaciones de comparación entre diferentes gráficas.</li> </ul>

Además de los anteriores resultados, cabe resaltar que es posible que el desempeño de los estudiantes en este tipo de pruebas tienda a disminuir, pues los estudiantes se encuentran poco motivados al asumir sus compromisos académicos y hace falta el acompañamiento de los padres de familia en dichos procesos.

En este orden de ideas, se hace necesario implementar una estrategia que permita fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación. Para potenciar este proceso se deben abordar los diferentes tipos de pensamiento, en este caso el pensamiento variacional y sistemas algebraicos, pues son temáticas que teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares, Estándares de Competencias Matemáticas y Malla Curricular Institucional se plantean como ejes fundamentales para su desarrollo en el grado noveno, especialmente a implementar en el tercero y cuarto periodos académicos donde se propone poner en marcha la investigación; además de ser uno de los tipos de pensamiento que se deben reforzar teniendo en cuenta los resultados en las Pruebas Saber. Es de considerar que en la intervención planteada se debe retomar la temática a partir de situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo de las matemáticas.

En este sentido, al implementar en el grado noveno la presente investigación permitirá mejorar en nivel de desempeño de los estudiantes, de tal forma que se reduzca el porcentaje del nivel

mínimo, aumentar el porcentaje en nivel satisfactorio y avanzado en las pruebas saber, para lograr unos mejores resultados en las pruebas a nivel nacional.

## **1.2 Formulación de la pregunta**

¿Cómo fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca?

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general.**

Fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca.

### **1.3.2 Objetivos específicos.**

- Identificar el nivel de desarrollo de la competencia comunicación matemática en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas.
- Diseñar e implementar una estrategia didáctica centrada en la fotografía para el fortalecimiento de la competencia comunicación matemática, a partir del pensamiento variacional, en la población objeto de estudio.
- Valorar la efectividad de la estrategia implementada en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas.

## 1.4 Justificación

Las matemáticas constituyen una de las ciencias más antiguas de la humanidad; son una creación de la mente humana basadas en hechos. Están constituidas por un conjunto de conocimientos mediante los cuales los seres humanos interpretan aspectos de la realidad y resuelven problemas que se presentan en la vida cotidiana (Godino, Batanero y Font, 2004). Las matemáticas han contribuido al desarrollo de los seres humanos, especialmente al desarrollo tecnológico y científico.

Las matemáticas se pueden considerar como un lenguaje en virtud de que en sus conocimientos se han venido expresando mediante un conjunto de símbolos entre los cuales se establece relaciones y operaciones. Un lenguaje está conformado por símbolos y sintaxis mediante los cuales esos símbolos adquieren significado. De esta manera, aprender matemáticas significa aprender a pensar, hablar y escribir un lenguaje matemático.

Los seres humanos vivimos y nos desarrollamos en ambientes específicos: el hogar, el barrio, el colegio, el sitio de trabajo, la ciudad y tantos que frecuentamos en nuestras actividades diarias. En cada uno de esos ambientes se encuentran situaciones que se pueden estudiar a partir de las matemáticas por eso es necesario resolver situaciones problemáticas basadas en contextos o en ambientes específicos.

Se pretende mediante este proyecto abordar la matemática desde una perspectiva lúdica donde la fotografía se convierta en un mediador instrumental de aprendizaje aliado a este hecho. Según Blanco (2009), el uso de imágenes ayuda a concretar el pensamiento, la imagen como complemento de la mente, ayuda a formar estructuras cognitivas. Se forman imágenes en la mente para hacer representaciones de un objeto matemático. Así mismo, el estudiante debe leer, entender comprensivamente situaciones problemáticas relacionadas con su entorno y que en su tratamiento involucre pensamiento lógico, y que le ayude a comprender los modelos sociales, históricos, científicos, etc.

Debido a que en su entorno se presenta una gran diversidad de situaciones que deben ser enfrentadas, es necesario utilizar sistemas matemáticos como el: numérico, geométrico, de datos, variacional entre otros, que pueden ser utilizados por el ser humano como herramientas necesarias que le permiten una mayor comprensión del mundo, y así dar sentido a un mundo que podríamos llamar de las teorías holística matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en matemáticas (2006).

Esta investigación propone un estudio de investigación acción sobre la enseñanza de la matemática, usando la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, que al parecer tiene poco que ver con ella, pero que ofrece nuevas estrategias didácticas que facilitan el aprendizaje de algunos conceptos, en este caso lo relacionado a funciones, ejemplificadas a través de fotografías; permitiendo aplicaciones concretas en la cotidianidad. Se pretende diseñar una estrategia didáctica que aporte al aprendizaje significativo de los estudiantes a partir de elementos de visualización y modelación, con las que hagan representaciones mentales que le ayuden a construir el conocimiento y fortalecer sus competencias comunicacionales.

En referencia al presente estudio, y después con su implementación, se busca fortalecer en los estudiantes de noveno grado sus competencias matemáticas a nivel de comunicación, así como sus procesos formativos; de igual manera en la institución educativa, aumentar el porcentaje en los niveles satisfactorio y avanzado en las pruebas saber, para lograr mejores resultado en las pruebas a nivel nacional.

## 2. Marco referencial

### 2.1 Contextualización de la institución

#### 2.1.1 Generalidades.

La Institución educativa Gonzalo Jiménez Navas es un establecimiento oficial que funciona desde el año 1992 en el barrio La Cumbre del municipio de Floridablanca, Santander. Actualmente alberga 2031 estudiantes en los niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria, Media y Media Técnica, Grupos Juveniles Creativos y Aceleración del aprendizaje, en su mayoría provienen de los estratos 1 y 2; además tiene convenio con COMFENALCO, Colegio New Cambridge y el SENA en programas técnicos de: Bilingüismo y Emprendimiento.

La Institución Educativa (IE) cuenta con un Proyecto Educativo Institucional (PEI) que muestra la organización interna, orientando su quehacer desde la filosofía humanista, considerando a cada integrante de la comunidad como un ser único, singular, crítico, trascendente y dinámico, capaz de transformar su entorno. La misión del colegio Gonzalo Jiménez Navas es contribuir al mejoramiento de la calidad de vida de sus estudiantes a través de procesos de formación académica, valores espirituales y culturales. Con su visión se proyecta para el 2018 como una institución con altos estándares de calidad que garanticen que los procesos académicos, espirituales y artísticos aporten significativamente al proyecto de vida de los estudiantes.

La estrategia pedagógica de la institución es el modelo constructivista humanista, el cual busca en cada persona el desarrollo de todas sus potencialidades tanto individuales como sociales. Además la I.E promueve acciones educativas enmarcadas en proyectos pedagógicos institucionales como son: Democracia, Tiempo libre, Medio ambiente, Educación sexual, Espiritualidad y Artístico.

La IE cuenta con un sistema de gestión de calidad donde se desarrollan procesos a nivel de gestión directiva, misional, de evaluación y control y de apoyo, donde de manera conjunta se trabaja para alcanzar los objetivos institucionales, con miras a contribuir al mejoramiento de la calidad de vida de los estudiantes a partir del desarrollo de sus competencias básicas. Una de esas competencias es la competencia matemática como lo establece la Ley general de educación (ley 115 de 1994, artículo 23).

### **2.1.2 Reseña histórica.**

En el año 1958 Don Luis Francisco Ramírez Millán compra la finca El Carmen, posteriormente en el año 1965 parcela la cima de la finca con el nombre de parcelaciones la Cumbre, dando origen al barrio del mismo nombre. El 3 de agosto de ese mismo año, Don Luis Francisco dona al municipio de Floridablanca una de las parcelas para la construcción de una escuela, dando origen a la institución “Concentración Escolar El Bambú”, para el año 1980 su nombre cambia al de “Humberto Gómez Nigrinis”. Luego en el año 1988 en las parcelaciones García Echeverri empieza a funcionar el nuevo centro educativo que lleva el nombre “Daniel García Echeverry” al mismo tiempo que el “Colegio Departamental Vicente Azuero” comienza labores de educación secundaria, en los salones de la acción comunal y en la casa de Don Félix Lozano y Doña Felicitas Cárdenas ubicada en la calle 36 # 2ae-47.

Sin embargo, ya había empezado a gestionar con las autoridades Educativas Departamentales la creación de un Colegio propio para el barrio y aprobado legalmente en el todos los Grados de secundaria, motivo por el cual el Gobierno del Departamento autorizó la creación del “Colegio Departamental La Cumbre”, el cual funcionó en los mismos espacios que ya habían sido adaptados desde 1988, y solo para el año 1992 se termina la construcción de la sede de secundaria y mediante el acuerdo municipal N° 116 del 27 de noviembre de 1992 se crea el “Colegio Municipal Gonzalo Jiménez Navas”, posteriormente en el año 1997 según acuerdo municipal N°037 del 07 de mayo se aprueba la jornada de educación de adultos bajo el nombre de Centro de Bachillerato Nocturno. En el año 2002 se fusionan las concentraciones escolares Humberto Gómez Nigrinis, Daniel García Echeverry, el Centro de Bachillerato Nocturno y el Colegio Gonzalo Jiménez Navas.

### **2.1.3 Ubicación geográfica.**

El Colegio Gonzalo Jiménez Navas está conformado por tres sedes ubicadas en Colombia, en el departamento de Santander, Municipio de Floridablanca, en el barrio La Cumbre en la calle 35 N° 7E-05 sede A, en donde se concentra la población objeto de estudio.



Fuente: B.Tirado, Maestría en Educación, Unab, 2015



Fuente: <http://bit.ly/2f4uf7Z>



<http://bit.ly/2frYnHI>



<http://bit.ly/2fbCAof>

#### 2.1.4 Aspectos socio-culturales.

El colegio cuenta con 2031 estudiantes en los niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica; distribuidos en dos jornadas (mañana y tarde), Grupos Juveniles Creativos y educación para adultos a través de los Ciclos CLEI en la Jornada Nocturna. Actualmente está dirigido por el Mg. José de Jesús Lozano Cárdenas. De los 2031 estudiantes el 51.1% son hombres y 48.9% son mujeres.

La Comunidad Educativa proviene de los sectores poblacionales Urbanos como: La Cumbre, Panorama, García Echeverry, Villa Alcázar, Cendas, Prados del Sur. Rurales como: Vericute, y Helechales. Asentamientos poblacionales de desplazamiento como: Suratoque, La Esperanza, Asopáramo, Asomiflor, entre otros. La población atendida es pluricultural en tanto las personas provienen de diferentes partes del país, siendo en su mayoría producto del desplazamiento que ha generado el conflicto armado.

Los estudiantes y sus familias provienen de un estrato socio económico bajo-bajo y medio bajo, siendo el 50% de nivel 1, 48% nivel 2 y 2% nivel 3. En cuanto a la conformación y estructura familiar se tiene que el 51% cuenta con una familia de tipo nuclear completa, es decir, vive con ambos padres y con hermanos, el 31% pertenece a una familia nuclear incompleta en tanto está conformada por un solo padre con hijos (as), el 9% vive en una familia extensa incompleta que implica el o la jefe de hogar sin cónyuge e hijos solteros y otros parientes, el 4% tiene una familia recompuesta que es el o la jefe de hogar con conyugue (padrastra, madrastra), hijos de cada uno e hijos en común, el 4% tiene familia extensa completa que es la pareja con hijos solteros, que viven con otras personas de la familia, que pueden ser otros hijos con su pareja y con hijos y el 1% familia compuesta es decir, conformada por los miembros de la familia y otras personas que no son parientes.

La I.E. está influida por la problemática que aqueja a la comunidad donde se encuentra inmersa, como es el consumo de SPA, la delincuencia, la prostitución, la violencia intrafamiliar, el pandillismo, entre otros. Estos problemas han generado que, a pesar del desarrollo económico que se ha dado en los últimos años, los índices de pobreza y las actitudes de la población no hayan cambiado.

Dentro de las principales ocupaciones de la familia se tiene: Padres; Construcción 29.2%, Empleado 20.6%, Independiente 20.2%, Oficios varios 17.4%, Conductor 7.1%, Agricultura 2.7%, Desempleado 2.3% y Pensionado 0.5%. Madres; Ama de casa 51.7%, Oficios varios 24.5%, Independiente 4.8%, Empleada 8%, Calzado 7.4%, Confecciones 3.6%.

Del total de la población del colegio se tiene que el 1,4% proviene de familias desplazadas y el 0,6% son hijos de desmovilizados.

En lo referente a la población diagnosticada con necesidades educativas especiales se tiene 1.6% del total del colegio de los cuales: 57.5% son de baja visión, 27.2% son de deficiencia cognitiva, 6% son múltiples y 3% de lesión neuromuscular.

En cuanto a la problemáticas psicosociales que demandan mayor atención dentro de la institución educativa se tiene: A nivel de orientación: Problemas de comportamiento 9.2%, problemas de rendimiento académico y escolares 22.5%, problemas de comportamiento y académicos 23.3%, Otros problemas.

En este orden de ideas se puede analizar que es una gran responsabilidad para el maestro afrontar su labor educativa y por ello se requiere del trabajo mancomunado de todos los estamentos de la comunidad educativa para lograr mejores resultados tanto a nivel de desarrollo socioeconómico y personal, al igual que un futuro más digno y justo.

## **2.2 Antecedentes investigativos**

A continuación se muestran algunas investigaciones a nivel de maestrías y doctorados que aportan significativamente al desarrollo de la presente investigación y están distribuidos en tres niveles: Internacional, Nacional y Local.

### **2.2.1 Referencias internacionales.**

En el ámbito internacional, en el Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada de IPN en la ciudad de Méjico, Blanco (2009) realiza una investigación titulada “Representación gráfica de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones” que tuvo como objetivo: Indagar de que factores depende la representación de cuerpos geométricos y explorar la influencia del estudio y aplicación de elementos de perspectiva sobre la visualización de objetos tridimensionales en alumnos de escuela media. Los resultados de la investigación demuestran que “La utilización de una fotografía para realizar una representación gráfica de un cuerpo geométrico, solucionó para los alumnos de este curso las dificultades de sus técnicas de trazado”, “Tenemos imágenes mentales incorporadas para la representación de cuerpos matemáticos en el plano. Al oír la palabra “cubo”, visualizamos una imagen que se une al prototipo que se utilizó en la escuela o en los libros de texto. Esa imagen mental es evocada por la palabra “cubo” y así se puede visualizar al mismo y sus características. Para lograr el concepto de “cubidad”, será necesario conocer y ser capaces de imaginar y visualizar al cubo en cualquier posición, pudiendo así conocer todas sus propiedades y siendo capaces de utilizar la visualización en sus dos interpretaciones, como proceso mental y como competencia para construir conocimiento”.

Las anteriores conclusiones brindan orientaciones de carácter fundamental para tener en cuenta en el presente trabajo de investigación, en cuanto hace referencia a la fotografía como representación gráfica, que permite la visualización de una imagen para su posterior evocación y al

nuevo rol que tiene la visualización en el proceso de construcción del conocimiento ya que permite describir y argumentar las características de lo visualizado y sus propiedades.

Así mismo, Gualdrón (2011), en la Universidad de Valencia (España), desarrolla una investigación titulada: “Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas” que tuvo como uno de sus objetivos: Caracterizar el uso que hacen los estudiantes de elementos de visualización cuando se enfrentan a tareas relacionadas con la semejanza de figuras planas. Los resultados de la investigación muestran que: “Se identificaron características del razonamiento de los estudiantes desde la óptica de las imágenes mentales y las habilidades de visualización empleadas. Se evidenció que para un buen número de estudiantes el uso de imágenes mentales y habilidades de visualización son componentes importantes de la actividad matemática que desarrollan. Lo anterior permite sugerir que el diseño de las tareas matemáticas (no solamente en el tópico de la semejanza) dirigidas a los estudiantes debe permitir que ellos las exhiban y así posibilitarles que desarrollen más y mejores formas de pensamiento”.

El aporte que esta investigación hace al presente estudio es la importancia de desarrollar las habilidades de Interpretar Información Figurativa y habilidades para el Procesamiento Visual que permiten las representaciones mentales con el fin de construir conocimiento, por medio de unidades de enseñanza diseñadas por los docentes. Además hace un compendio básico de elementos relacionados con la visualización como son la formación de imágenes mentales, habilidades y procesos de visualización, y las representaciones externas en la producción de imágenes mentales.

De igual forma, en la Universidad Central de Venezuela, Palacios (2007) realiza una investigación titulada: “Enseñanza de simetrías matemáticas a través del arte: Propuesta para promover un estudio integral” que tuvo como uno de sus objetivos: Describir los factores que inciden directa e indirectamente en la comprensión de la matemática y cómo algunos de sus conceptos pueden ser ejemplificados artísticamente, y a su vez cómo algunas representaciones artísticas pueden ser explicadas a través de la matemática. Los resultados obtenidos mostraron como “Según la investigación realizada, los temas relacionados con la matemática son generalmente transmitidos de una forma tradicional enunciando reglas que aparecen en una bibliografía empleada para la enseñanza de la materia, y que los contenidos que sirven de base para el aprendizaje de éstos se encuentran divorciados de la realidad estudiantil, lo que trae como consecuencia una comprensión pobre de la materia y una desmotivación hacia la misma”.

Otra de sus conclusiones hace referencia a “La selección de teorías del aprendizaje estuvo encausada por la búsqueda de un sistema que describiera el desarrollo cognitivo de un estudiante básico, el cómo se construye el pensamiento y con qué facilidad o rapidez los aprendices son capaces de avanzar en una materia determinada. Luego, encausando aún más la selección, se consideró el modelo de pensamiento geométrico de Van Hiele para desarrollar la propuesta y darle un sentido holístico que relaciona disciplinas del pensamiento aparentemente aisladas”.

Esta investigación aporta al presente estudio que la fotografía, como una manifestación de arte, permite vincular la realidad con la matemática, ya que se convierte en un mediador instrumental para un aprendizaje significativo pues facilita darle significado y comprensión a las representaciones para generar conocimiento de manera eficaz y eficiente. Por otra parte brinda elementos relacionados con la construcción del conocimiento en cuanto a la aplicación los niveles y fases de aprendizaje desarrollados por Van Hiele para alcanzar un nuevo nivel de pensamiento, mediante una serie lógica de instrucciones dadas por el docente, donde el estudiante de manera autónoma logra relacionar sus pre-saberes con lo que quiere aprender.

Existe un estudio realizado por Velar y Ramírez (2013) quienes desarrollan una investigación en Méjico titulada “Aprendizaje basado en problemas: Una propuesta metodológica para el logro de las competencias de matemáticas en bachillerato tecnológico”, que tuvo como propósito: Determinar la aplicabilidad de una propuesta metodológica basada en el aprendizaje por solución de problemas para el logro de las competencias de matemáticas en bachillerato tecnológico. Los resultados obtenidos mostraron que: “El profesor debe ser promotor de conocimientos, habilidades, actitudes y valores. Su función es favorecer la personalidad de sus estudiantes y gestionar en ellos sus competencias genéricas y disciplinares. En el proceso de aprendizaje basado en problemas en un ambiente colaborativo es importante que respete su papel como facilitador, muestre interés en las actividades de equipo, formule preguntas que le ayuden a los estudiantes a tomar decisiones efectivas para la solución de problemas, atender las ideas del equipo, además de proporcionar orientación acerca de la consulta de fuentes de información que le ayuden al alumno a encontrar la solución al problema”.

La anterior conclusión brinda orientaciones a la presente investigación, pues hace referencia a que el estudiante requiere adquirir y fortalecer competencias disciplinares en el área mediante la planeación de actividades en donde tomen conciencia de su aprendizaje con un enfoque constructivista.

### 2.2.2 Referencias nacionales.

En el ámbito nacional, en la Universidad Nacional de Colombia en la ciudad de Manizales (Colombia), Amador (2016) realiza una investigación titulada “Estrategia Didáctica para la enseñanza de las Fracciones Implementando Herramientas Virtuales” que tuvo como propósito: Diseñar y evaluar una estrategia didáctica propuesta, para fortalecer la resolución de problemas y la enseñanza-aprendizaje de las fracciones en estudiantes de grado Sexto, implementando las herramientas virtuales. Finalizada su investigación, una de sus conclusiones fue: “La planeación de la Unidad Didáctica para ejecutarla en el aula, basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas, permitió establecer una mejor organización de las actividades propuestas, dando a conocer a los estudiantes la estrategia para su implementación, tomando como referencia las tipologías propuestas por Brousseau tales como la situación acción, formulación y validación, contrastándola con la teoría de la actividad”.

La anterior conclusión brinda orientaciones a la presente investigación en cuanto hace referencia a la Teoría de las Situaciones Didácticas, ésta teoría de la enseñanza de la matemática propuesta por Guy Brousseau, que se basa en la hipótesis de que los conocimientos matemáticos no se construyen espontáneamente. La enseñanza se puede considerar como un proceso que se basa en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito de la escuela y para esto se requiere establecer nuevas relaciones, transformar y reorganizar otras; de manera que constantemente se están validando los conocimientos.

Existe un estudio realizado por Zapata (2014), en la Universidad Nacional de Colombia en la ciudad de Medellín (Colombia), titulada “La Geometría de las Plantas: Una experiencia de Modelación Matemática en el Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos”. Su objetivo fue: Analizar el proceso de modelación en el estudio de temas asociados al pensamiento espacial y su influencia en el aprendizaje de conceptos matemáticos asociados con el estudio geométrico de algunas plantas en lo que se refiere a la distribución de sus hojas y su crecimiento. Los resultados obtenidos mostraron que “Esta investigación permitió enriquecer las prácticas pedagógicas del docente, redundando en beneficio de los estudiantes y exploró formas de llevar procesos de modelación matemática en el pensamiento espacial y sistemas geométricos a partir del estudio de la naturaleza”.

Esta investigación aporta al presente estudio, que la modelación permite al estudiante la relación de magnitudes, análisis de datos, construcción de tablas, gráficas y fórmulas de funciones, además

de la caracterización del modelo gráfico al igual que su validación y conclusiones. Cabe resaltar también la importancia de vincular las matemáticas con su cotidianidad, pues esta le permite aproximarse a la explicación de sucesos de su entorno.

Así mismo, Torres (2014) desarrolla una investigación en la Universidad Nacional De Colombia en la ciudad de Manizales (Colombia), titulada “Uso del contexto sociocultural como estrategia didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de la función lineal”. El propósito de esta investigación fue: Diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza- aprendizaje de la función lineal a través del uso del contexto sociocultural de estudiantes de grado 10. Los resultados obtenidos mostraron que “Nuestro estudio reveló las dificultades que tienen los estudiantes de grado décimo de la Escuela Normal Superior en la interpretación y falta de coordinación entre los diferentes registros tabular, gráfico y algebraico, poseen ciertas dificultades al plantear un modelo matemático que describa la situación problemática que se esté trabajando, además errores en la graduación los ejes. Las dificultades registradas no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión por parte de la enseñanza, sino además una confianza excesiva de los estudiantes en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara”.

Esta investigación hace aportes al presente estudio en cuanto a la didáctica para abordar el concepto de función, a partir de la modelación de situaciones del mundo real teniendo en cuenta aspectos tales como la relación de variables, su correspondiente registro verbal, tabla de valores, gráficas, registro algebraico y algoritmos, lo que permite sacar conclusiones y formular generalizaciones.

Existe un estudio realizado por Acevedo (2015) en la Universidad Nacional de Colombia con sede en Medellín (Colombia), titulado “Propuesta didáctica de intervención de aula y complemento curricular, que contribuya a la formación de valores; y favorezca la interpretación de problemas de tipo matemático en el grado séptimo de la institución educativa Sol de Oriente de Medellín”. Su objetivo fue: Aproximar el diseño de una propuesta didáctica de intervención de aula y complemento curricular que contribuya a la formación de valores que favorezca la interpretación de problemas matemáticos en el grado séptimo de la institución educativa Sol de Oriente de Medellín. Finalizada su investigación, su principal conclusión es: “De acuerdo a los resultados obtenidos en las pruebas diagnósticas y de control demostró lo útil que sería diseñar un módulo que movilice el desarrollo del pensamiento lógico, mediado por el diseño de situaciones problema, que aproxime una propuesta didáctica de intervención de aula y complemento curricular, que contribuya a la

formación de valores y que favorezca la interpretación de problemas de tipo matemático en el grado séptimo de la institución educativa sol de oriente de Medellín”.

La anterior conclusión brinda orientaciones a la presente investigación en cuanto hace referencia a que el estudiante requiere tener conceptos y esquemas de comportamiento, de interacción, participación y cumplimiento de compromisos, al igual que fases y factores que debe seguir en la solución de un problema.

### **2.2.3 Referencias locales.**

En el ámbito local, en la Universidad Industrial de Santander (Colombia), Carreño (2016) realiza una investigación titulada “Las Situaciones Didácticas aplicadas a la Solución de Sistemas de Ecuaciones 2x2 en el aprendizaje de los estudiantes de noveno grado de una institución oficial de la ciudad de Bucaramanga”. El propósito de esta investigación fue: Diseñar e implementar situaciones didácticas en la solución de problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales dos por dos, en estudiantes de noveno grado de la educación básica secundaria de una institución educativa de Bucaramanga. Los resultados de la investigación demuestran que “la implementación de las Situaciones Didácticas, como estrategia metodológica generó en los estudiantes cambios positivos actitudinales, además de cognitivos y procedimentales, resaltando el uso de la herramienta virtual en el desarrollo de la Unidad Didáctica, la cual permitió también, el mejoramiento en el proceso enseñanza –aprendizaje en forma dinámica, activa y participativa”.

El aporte que este estudio hace a la presente investigación es sobre la teoría de Situaciones Didácticas desarrolladas por Gay Brousseau, quien propone que el docente debe diseñar situaciones en torno al conocimiento para que el estudiante realice actividades en las que tenga que actuar, formular y validar, y de esta forma construya de manera apropiada los conceptos propios del pensamiento matemático. Cabe resaltar la importancia de las situaciones de devolución en donde existen compromisos recíprocos tanto de estudiantes como de maestros, permitiendo la formación de la autonomía de los estudiantes y su compromiso en la construcción del conocimiento, así como el mejoramiento de las prácticas pedagógicas por parte del maestro.

Existe un estudio realizado por Pérez (2017) en la Universidad Industrial de Santander (Colombia), titulado “Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la homotecia usando Cabri Elem como medio”. Uno de los objetivos fue: Diseñar situaciones a-didácticas que integren las retroacciones didácticas y matemáticas que ofrece Cabri Elem y que favorecen el aprendizaje por

adaptación del concepto de homotecia. Los resultados obtenidos mostraron que “La TSD propone que el conocimiento se manifiesta en la acción, en la formulación y en la validación. Además, que el sujeto debe tomar conciencia de que hay una relación de causalidad entre sus acciones y las retroacciones del medio, de modo que pueda anticipar el efecto y el alcance de sus acciones antes de efectuarlas. En el análisis a priori mostramos cómo usamos este resultado teórico y las retroacciones didácticas para bloquear las estrategias perceptivas de los alumnos de modo que anticipen, validen y formulen el conocimiento”.

El aporte que esta investigación hace al presente estudio es la importancia de diseñar medios didácticos partiendo de diversas situaciones cotidianas que permitan al estudiante construir su conocimiento a partir de la adaptación de pre saberes con los que pueda actuar, formular y validar con el fin de establecer nuevas relaciones, transformar y reorganizar otras.

Así mismo, Silva (2017), en la Universidad Autónoma de Bucaramanga (Colombia), desarrolla una investigación titulada: “Estrategias didácticas para el fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación en los educandos del grado noveno, de la institución educativa Pablo Correa León, por medio de resolución de problemas” que tuvo como uno objetivo: Implementar estrategias didácticas para el fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación en los educandos del grado noveno, de la Institución Educativa Pablo Correa León, por medio de resolución de problemas. Los resultados de la investigación muestran que: “La implementación de las estrategias didácticas motivó el proceso de aprendizaje para el fortalecimiento de las competencias matemáticas seleccionadas porque permitió a los estudiantes identificar sus conceptos y posibilidades de aplicación dentro de un ambiente pedagógico basado en la solución problemas que motivaron una participación activa, lúdica y comprometida”.

El aporte que esta investigación hace a la presente investigación es la importancia de desarrollar estrategias didácticas con el fin de entrar en contacto con los conocimientos matemáticos teniendo en cuenta sus presaberes para fortalecer procesos tales como comunicación y modelación, por medio de unidades de enseñanza diseñadas por el docente.

## 2.3 Marco teórico

A continuación se contemplan referentes teóricos que sirven de soporte para el desarrollo de la presente investigación. Entre ellos se encuentran lo relacionado con la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2007), aspectos relacionados con Visualización contemplados por Gutiérrez (1991), los Mapas Conceptuales de Novak (1988) como una forma de representación mental, tópicos relacionados con Pensamiento Variacional y Modelación de Vasco (2006) y, por último, algunos referentes relacionados con La Fotografía como mediador instrumental de aprendizaje de las matemáticas.

### 2.3.1 Teoría de situaciones didácticas.

La Teoría de las Situaciones Didácticas fue propuesta por Guy Brousseau, quien nació el 4 de febrero de 1933 en Taza, Marruecos; inició su carrera como maestro de primaria, se formó como matemático y posteriormente obtuvo el título de Doctor en Ciencias en la Universidad de Burdeos (Francia). Brousseau (1986), en el desarrollo de su teoría, muestra cómo se puede construir el conocimiento por medio de situaciones de enseñanza en donde se producen interacciones entre estudiantes, docentes y saberes matemáticos, permitiendo la apropiación de los mismos y permitiendo su posterior utilización en la solución de problemas variados.

Brousseau manifiesta:

El alumno aprende adaptándose a un medio que es productor de contradicción, de dificultades, desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje (2007, p.30).

Esto muestra como la teoría de Situaciones Didácticas se basa en una concepción constructivista del aprendizaje, donde el estudiante identifica y mejora de manera autónoma sus conocimientos.

La definición propuesta por Brousseau (1986) a cerca de Situación:

Hemos llamado situación a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas situaciones requieren de la adquisición de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en proceso a partir de saberes previos (citado en Panizza, 1994, p. 11).

D'Amore manifiesta sobre el concepto de Situación:

... tiene por objetivo definir las condiciones en las cuales un individuo se le conduce a “hacer” Matemática, a utilizarla o a inventarla sin la influencia de condiciones didácticas específicas, determinadas o hechas explícitas por el docente. Esta situación mira a la creación, a la organización y al uso de problemas que conducen a la construcción de conceptos y de teorías matemáticas por parte de un individuo con características y conocimientos mínimos, tales de hacer posible el desarrollo del proceso determinado por la situación (2008, p.5).

Es así como la situación se concibe como un modelo de interacción entre el estudiante y el conocimiento a través de un medio o ambiente de aprendizaje, que es diseñado por el docente, en el que se tiene en cuenta los conocimientos previos y se promueve el aprendizaje autónomo; teniendo en cuenta temas, reglas de interacción, materiales, un entorno, un medio y un procedimiento efectivo que conduzcan a la adquisición del conocimiento.

Las Situaciones Didácticas, según Brousseau (2007), se clasifican en:

- Situaciones de acción, en las que el estudiante entra en contacto con una actividad en donde la solución es básicamente el concepto que se quiere enseñar. Con este tipo de situaciones se pretende que el estudiante haga apreciaciones, proponga estrategias, tome decisiones, generalice, justifique, saque conclusiones y evalúe la eficacia de la experiencia para proponer nuevas estrategias para abordar la solución de un problema.
- Situaciones de formulación, en las que el estudiante propone modelos de solución de la situación teniendo en cuenta sus preconceptos, entra en comunicación con sus compañeros para elegir la mejor estrategia que permite la elaboración de conceptos o generalizaciones.
- Situaciones de validación, en las que el estudiante construye teorías, da argumentos para demostrar que sus razones son verdaderas, éstas son puestas a prueba y son debatidas para llegar a un consenso.

Las anteriores situaciones generan las llamadas “Situaciones de institucionalización” que, en términos de Brousseau (2007) se definen como:

Los docentes realmente estaban obligados a “Hacer algo”, debían dar cuenta de qué habían hecho los alumnos, describir que había sucedido y qué estaba vinculado con el conocimiento en cuestión, brindarles un estado a los eventos de la clase en cuanto a resultados de los alumnos y resultados de la enseñanza, asumir un objeto de enseñanza, identificarlo, acercar las producciones de los conocimientos a otras creaciones (culturales o del programa), indicar cuáles podían ser reutilizadas nuevamente ( p.28).

De esta forma, el docente interviene para articular lo construido, formulado, validado y aceptado por todos los estudiantes mediante la construcción del conocimiento. Además, Brousseau (2007) informa que el proceso de construcción del conocimiento se lleva a cabo mediante preguntas estructuradas e intencionadas, hechas por el docente, y respuestas dadas por el estudiante, permitiendo que éste genere su propio conocimiento.

En la Teoría de las Situaciones, Brousseau (2007) propone además de las Situaciones Didácticas la existencia de Situaciones a-didácticas y Situaciones Fundamentales; en las primeras, el docente crea y propone situaciones donde el estudiante actúa, habla, reflexiona y obtiene su saber de sus experiencias e interacciones con el medio, se autoevalúa y corrige errores; en este caso el docente no da las respuestas, el estudiante es responsable de su propio aprendizaje, conoce el proceso en el que se le está encaminando y evalúa su progreso (metaconocimiento). Posteriormente, el estudiante pone en práctica el conocimiento en situaciones de otro contexto, a estas las llama Situaciones a-didácticas y, finalmente, las Situaciones Fundamentales que hacen referencia a aquellas situaciones didácticas que en conjunto forman una noción.

Cabe preguntar ahora ¿cuáles son las condiciones en las que se construye el conocimiento y los saberes?

... el aprendizaje corresponde a lo que Piaget identifica como una asimilación. El pasaje de una concepción a otra es más fácil porque corresponde a un cambio de repertorio, su aprendizaje exige cierta reorganización de los conocimientos anteriores (una acomodación). Estas concepciones, pues, están determinadas por su estructura lógica interna pero también por la frecuencia y la eficacia de las que son útiles (Brousseau, 2007, p.43).

De acuerdo con lo anterior, los estudiantes se adaptan a las situaciones teniendo en cuenta la complejidad de las mismas, se debe crear la necesidad de “hacer descubrir” brindando diferentes tipos de información con el objetivo de producir nuevos conocimientos, que organizados y estructurados de manera lógica, los analicen, relacionen y generalicen para construir saberes y los pongan en práctica en la solución de situaciones contextualizadas.

En este mismo sentido, D’Amore (2005) afirma:

*La teoría de las situaciones matemáticas* (situaciones a-didácticas) tiene por objetivo definir las condiciones en las cuales un individuo se le conduce a “hacer” matemática, a utilizarla o a inventarla sin la influencia de condiciones didácticas específicas, determinadas o hechas explícitas por el docente.

Esta situación mira a la creación, a la organización y al uso de problemas que conducen a la construcción de conceptos y de teorías matemáticas, por parte de un individuo con características

y conocimientos mínimos, tales de hacer posible el desarrollo del proceso determinado por la situación (p.5).

Teniendo en cuenta la interrelación entre docente, estudiante y medio didáctico, surge el concepto situación didáctica, Brousseau (2007) plantea que: “Una interacción se vuelve didáctica si y solo si uno de los sujetos exhibe la intención de modificar el sistema de conocimientos del otro (los medios de decisión, el vocabulario, los modos de argumentación, las referencias culturales)” (p.49). Dicha interacción no sólo depende el docente y el estudiante frente a un saber, sino que también intervienen las situaciones a-didácticas donde se pone en juego su conocimiento.

En cuanto al contrato didáctico, Brousseau (2007) contempla:

El sujeto profesor puede identificarse según dos posiciones (profesor que prepara su clase o profesor enseñando) y el alumno puede adoptar cinco posiciones diferentes, de modo que pueden distinguirse cinco medios con los que puede interactuar según diferentes modos: las interacciones de un sujeto - sea profesor o alumno - en los diferentes niveles de un medio son distintas: toma de decisiones (según reglas, estrategias, conocimientos), actúa en función de las informaciones que recibe e interpreta, etc. (p.53).

En tal caso el docente está comprometido a “preparar su clase” teniendo en cuenta plantear situaciones intencionadas en las que el estudiante evoque saberes y conocimientos, formule, comprenda y analice. Dichas situaciones deben tener sentido y práctica en otros contextos. El docente debe dar a conocer la utilidad de los conocimientos que propone y además es quien establece los procesos que el estudiante va a fortalecer.

En cuanto al estudiante, por su parte, está comprometido a interesarse, cuestionarse, a participar responsable y de manera autónoma en la construcción de su aprendizaje. Ante las situaciones propuestas debe actuar y hacer transformaciones a sus presaberes para dar solución a lo planteado, haciendo uso de los modelos ya establecidos. El estudiante debe desarrollar la capacidad de establecer relaciones entre conocimientos y transformar sus conocimientos en saberes.

En este contrato didáctico, tanto docente como estudiante, son partícipes de situaciones metacognitivas en donde el docente revisa y examina sus clases, propone constantemente situaciones de enseñanza, estudia los comportamientos de los estudiantes por medio de sus acciones y se debe cuestionar constantemente por cómo aprenden los estudiantes; en tanto los estudiantes, además debe ser reflexivos, deben cuestionarse continuamente para mejorar sus acciones y aprender a aprender.

Ante el contrato didáctico surge además el contrato de control, en el que se establecen los criterios para determinar si se “comprendió lo comunicado”. Esto se realiza por medio de preguntas y nuevos problemas de aplicación a resolver, en donde el estudiante demuestra, mediante la utilización de algoritmos, sus saberes de manera correcta y asertiva.

En este orden de ideas, los elementos anteriormente mencionados serán tenidos en cuenta para diseñar una estrategia didáctica con el objeto de fortalecer la competencia de comunicación, en donde los estudiantes van a actuar, formular y validar situaciones en donde la fotografía se convierta en un medio propuesto por el docente, que partiendo de la cotidianidad, genere la construcción de conocimientos. Cabe anotar que se diseñaran actividades en donde se promueva la interiorización de actitudes y valores para mejorar su desempeño académico, así como de convivencia y de auto reconocimiento; dentro del marco del contrato didáctico.

### **2.3.2 Visualización.**

Algunas investigaciones que se han realizado, teniendo en cuenta la visualización, muestran diversas concepciones y elementos que se pueden tener en cuenta no sólo en geometría sino también en matemáticas.

De Guzmán (1996) define la visualización así:

Que la visualización constituya un aspecto extraordinariamente importante de actividad matemática es algo totalmente natural si se tiene en cuenta la naturaleza misma de la matemática.

La matemática trata de explorar las estructuras de la realidad que son accesibles mediante ese tipo de manipulación especial que llamamos matematización, que se podría describir como sigue. Se da inicialmente una percepción de ciertas semejanzas en las cosas sensibles que nos lleva a abstraer de estas percepciones lo que es común, abstraíble, y someterlo a una elaboración racional, simbólica, que nos permita manejar más claramente la estructura subyacente a tales percepciones (p. 15).

En esta definición se puede interpretar el concepto de visualización de dos formas, por una parte como un proceso mental para formar conocimiento y, por otra, como una competencia para poner en práctica en la solución de problemas. Con la visualización es posible comprender diversos contenidos matemáticos utilizando la representación concreta; además este proceso vincula la cotidianidad con las representaciones, permite abstraer propiedades y regularidades, hacer representaciones mentales, operaciones y generalizaciones para aplicarlas en la solución de problemas.

Núñez (2002) define:

Hay que aprender a usar la visualización creativamente, como una herramienta para el entendimiento: la visualización matemática es el proceso de formarse imágenes mentales, con lápiz y papel o con ayuda de la tecnología, y usar tales imágenes efectivamente para descubrir matemáticas y comprenderlas (p. 2).

Esta definición permite utilizar en la visualización algunos instrumentos concretos como el lápiz y el papel, además de otros instrumentos como la tecnología. Núñez relaciona el concepto de visualización con la efectividad para la comprensión de contenidos matemáticos; que para efectos de esta investigación se utiliza la fotografía como un mediador instrumental de aprendizaje de las matemáticas, que permite desarrollar procesos de visualización en los estudiantes para formar imágenes mentales y construir conocimiento.

Otra definición en cuanto a este tema la hace Gutiérrez (1991), quien sugiere que la visualización está constituida por cuatro elementos que son: Imágenes mentales, representaciones externas, procesos de visualización y habilidades de visualización (citado en Gualdrón, 2011, p. 49).

Cabe preguntar ahora, ¿en qué consisten cada uno de estos cuatro elementos que constituyen la visualización?

... una *imagen mental* es cualquier clase de representación cognitiva de un concepto matemático o propiedad por medio de elementos visuales o espaciales, una *representación externa* es cualquier clase de representación gráfica de conceptos o propiedades incluyendo dibujos, bosquejos, diagramas, etc. que ayuda a crear o transformar imágenes mentales y a hacer razonamiento visual, un *proceso de visualización* es una acción mental o física en donde las imágenes mentales están involucradas. Las *habilidades de visualización* son aquellas que los individuos deben adquirir y perfeccionar para interpretar los procesos necesarios con imágenes mentales en la resolución de un problema (Gutiérrez, 1991, p.).

En cuanto a las imágenes mentales, Denis (1991) sugiere que “las imágenes son modelos de pensamiento”. Además, plantea que “aunque dichos modelos son situaciones específicas, ellas, sin embargo, pueden ser usadas para generar conclusiones válidas o decisiones mucho más allá de su contenido específico” (citado en Gualdrón, 2011, p. 51).

Gutiérrez (1996), por otra parte, define que una imagen mental es “una clase de representación cognitiva de un concepto matemático o propiedad por medio de elementos visuales”.

Con base en lo anterior se puede concluir que la elaboración de imágenes mentales depende de cada uno y de la representación cognitiva que haga de un concepto, al igual que del nivel de razonamiento ante la solución de una situación. Estas son el resultado de la actividad mental y no

carecen de validez por ser resultado personal, además pueden ser usadas posteriormente en la construcción del conocimiento por medio de la visualización.

Por otra parte, en cuanto a los procesos de visualización y habilidades de visualización, Bishop (1983) determina la relación entre lo espacial y lo matemático a partir de dos clases de habilidades, que son utilizados por los estudiantes en el momento de resolver un problema, así:

- La habilidad para interpretar información figurativa (IFI): Involucra el conocimiento de convenciones y “vocabulario” espacial usado en el trabajo geométrico, gráficas, tablas, y diagramas de todos los tipos... e... incluye la “lectura” e interpretación de éstas.
- La habilidad para el procesamiento visual (VP): Implica la visualización, la interpretación de relaciones abstractas y datos no-figurativos en términos visuales, la manipulación y la transformación de unas representaciones visuales e imágenes visuales en otras (citado en Gualdrón, 2011, p. 55).

Además, Gutiérrez (1996) considera que:

... la descripción de una habilidad debería incluir información acerca de la forma en que puede realizarse o las destrezas que deben usarse, mientras que la descripción de un proceso debería incluir información acerca de la acción que debe hacerse, pero ello es independiente de la forma en que se realice en un caso específico (citado en Gualdrón, 2011, p. 56).

De lo anterior se puede inferir que lo que para Bishop son habilidades, Gutiérrez lo denomina proceso, pues en las actividades que van a desarrollar se debe enunciar las acciones que se van a hacer y estas se van practicando para convertirse posteriormente en destrezas o habilidades.

Es así como *la Interpretación figurativa* permite establecer convenciones, manejar vocabulario, hacer uso de diagramas, tablas y gráficas para hacer lecturas e interpretación de las mismas y los *Procesos Visuales*, por otra parte, permiten reconocer patrones, establecer regularidades, analizar y sintetizar para resolver problemas.

En este orden de ideas, en el desarrollo de la presente investigación se tendrán en cuenta los procesos para Interpretar Información Figurativa (IFI) y para el Procesamiento Visual (VP), a través del diseño de una unidad didáctica y su correspondiente secuencia didáctica en la que se utiliza la fotografía como instrumento con miras a fortalecer procesos matemáticos, especialmente el de comunicación.

Por último, en cuanto a las representaciones externas, Plasencia (2000) plantea que: “las representaciones externas son todos aquellos objetos de conocimiento -tablas, diagramas, símbolos, dibujos, gráficos, etc.- que actúan como estímulos en el aprendizaje; también, plantea que dichas

representaciones se podrían considerar como “concretizaciones” de ideas o conceptos matemáticos” (citado en Gualdrón, 2011, p. 56).

Las representaciones externas para Gutiérrez (1996) son: “cualquier clase de representación verbal o gráfica de conceptos o propiedades incluyendo para esto dibujos, bosquejos, diagramas, etc. que ayuda a la creación o transformación de imágenes mentales y a hacer razonamiento visual”.

Para efectos de esta investigación, se considera pertinente utilizar como representaciones externas el uso de descripciones literales, expresiones en símbolos o lenguaje matemático, elaboración de tablas y gráficas, pues éstas contribuyen a la formación de representaciones mentales y construcción de modelos y por ende a la construcción del conocimiento. Así mismo, los procesos de visualización se utilizaran con la finalidad de comunicar, reconocer patrones y regularidades, hacer representaciones mentales por medio del uso de lenguaje matemático para construir modelos, que pondrá a prueba en la solución de situaciones cotidianas.

### **2.3.3 Mapas conceptuales.**

Teniendo en cuenta lo planteado con relación a la visualización, es oportuno considerar los Mapas Conceptuales como una forma de representación externa que permite a los estudiantes la construcción de su conocimiento.

Las representaciones gráficas de la estructura del conocimiento –adquirido o por adquirir- que comunican la estructura conceptual de un dominio (tema) al incluir las ideas fundamentales y sus respectivas interrelaciones. Estas representaciones toman diferentes denominaciones tales como: Mapas Conceptuales (Novak y Gowin), Webs (Cleland), Mapas Mentales (Buzan), organizadores gráficos (Barron),(Campos, 2005, p.9).

Gómez y Carulla (2000), con respecto a los Mapas Conceptuales, afirman: “Nos referimos a los problemas de lograr que nuestros estudiantes construyan, de la mejor manera posible su conocimiento matemático”. Además consideran que existen dos herramientas que aportan a la mejor comprensión de las matemáticas como son los Mapas Conceptuales y los Sistemas de Representación; “Describimos las principales ideas detrás de la noción de mapa conceptual como medio de representación del conocimiento matemático que buscan describir un contenido matemático particular”. Cabe resaltar que éstos permiten describir el conocimiento adquirido por los estudiantes, en cuanto a contenido, y la forma como los comprenden.

Además, Campos (2005) destaca:

Joseph Novak, colaborador de Ausubel en la propuesta de aprendizaje significativo, presenta el “Mapa Conceptual” como herramienta para hacer efectivo el aprendizaje. ... Mediante esta técnica se relacionan conceptos de un mismo dominio de conocimientos mediante conectivos verbales. Por su versatilidad y poca complejidad se ha hecho muy popular entre docentes y alumnos. Se le llama también, Grafo o esquema Conceptual (p.15).

Dentro de las ventajas del uso de los Mapas Conceptuales están que, éstos permiten representar ideas o conceptos utilizando formatos sencillos, muestran la estructura interna de un contenido, sirven para organizar información, establecer relaciones entre contenidos y son considerados como “ayudas eficientes de aprendizaje” (Campos, 2005).

Esta herramienta permite que los estudiantes sean más autónomos ya que participan de manera activa en la construcción del conocimiento (Novak, 1991), con los Mapas Conceptuales los estudiantes pueden relacionar los conocimientos teniendo en cuenta sus presaberes; dichos conocimientos los organizan de manera jerárquica y permiten ver el tema de manera integrada.

Así mismo, se puede afirmar que la aceptación de la representación del conocimiento en el proceso de aprendizaje de los alumnos se basa en que estas técnicas tienen sustento en los enfoques modernos del aprendizaje: cognitivista, por cuanto el alumno al elaborar los diagramas construye significados o adquiere significados al analizarlos. Constructivista, al relacionar el nuevo conocimiento con el conocimiento previo ya adquirido y al planificar, supervisar y evaluar el proceso y la expresión visual final (metacognición). Finalmente, comunicativo, al generar y obtener una variedad de formas de expresar y entender mensajes (Campos, 2005, p.17).

Las Representaciones Mentales permiten, por consiguiente, fortalecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes ya que promueve el desarrollo de procesos cognitivos, constructivos, metacognitivos y comunicativos.

Gómez y Carulla (2000) definen:

Los mapas conceptuales son una técnica para representar visualmente la estructura de la información. Es decir, los mapas conceptuales son un sistema de representación cuyas normas son relativamente sencillas (Lanzing, 1998): “los conceptos se representan por nodos a los que se les da una etiqueta por medio de una palabra o una frase corta que indica el concepto. Las relaciones se representan por líneas (enlaces) que conectan los nodos” (p. 8).

Es así como los Mapas Conceptuales tienen una jerarquía, permiten hacer descripciones del objeto estudiado, permite observar la estructura de la información y fomentan el análisis. Además los conceptos están estructurados teniendo en cuenta que permite relacionar propiedades y diferentes formas de representarlas.

... Meyer (1989) lista siete características que debe tener un material visual, en este caso, modelo visual o diagrama para ser efectivo. Un buen modelo visual debe ser (1) *completo*, contener todos los elementos correspondientes, (2) *conciso*, tener el detalle necesario, (3) *coherente*, presentar una representación que “tenga sentido”, (4) *concreto*, tener un nivel adecuado de familiaridad, (5) *conceptual*, ser potencialmente significativo, (6) *correcto*, los elementos y sus relaciones corresponder a la situación y (7) *considerado*, usar vocabulario adecuado y organización apropiada (Campos, 2005, p.19).

Conociendo lo que son los Mapas Conceptuales y su utilidad, cabe abordar ahora cómo se elaboran.

Novak (1988) crea la técnica de los Mapas Conceptuales y la presenta como un recurso para ayudar a los estudiantes a organizar sus aprendizajes de manera visual, en ellos se presentan relaciones entre conceptos en forma de proposiciones. En estos se muestran aspectos importantes de un área de conocimiento y posibilita establecer relaciones conceptuales en su proceso de elaboración.

El modelo propuesto por Novak (1988) contempla tres elementos fundamentales:

- Conceptos: son imágenes mentales que indican regularidades, características comunes de un grupo de objetos. Los conceptos se escriben con mayúscula.
- Propositiones: son unidades semánticas conformadas por dos o más conceptos unidos por palabras apropiadas que le dan significado.
- Palabras-enlace: son las palabras que unen los conceptos para formar una unidad de significado. Se escriben con minúscula.

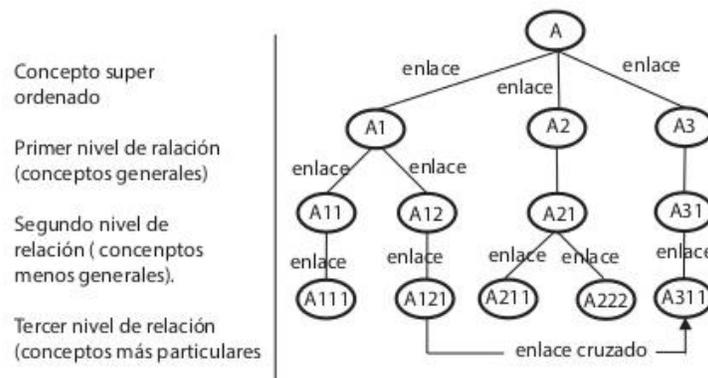
La expresión gráfica de un Mapa Conceptual se lleva a cabo haciendo uso de los siguientes componentes:

- Elipses: Se usan para representar los conceptos, aunque también pueden usarse rectángulos o cuadrados.
- Líneas rectas: se usan para unir los conceptos. Ellas se pueden cortar para ubicar palabras enlace. Cuando los conceptos que se relacionan se encuentran en un mismo nivel horizontal o diferentes niveles de desarrollo, se usa una línea con flecha (enlace cruzado).

Para la elaboración de un Mapa Conceptual se debe tener en cuenta el siguiente procedimiento:

1. Decidir y acordar sobre el concepto que se va a desarrollar.
2. Identificar conceptos asociados con el concepto inicial.
3. Establecer relaciones de inclusión entre conceptos.
4. Asociar palabras enlace entre los conceptos.
5. Seguir estableciendo relaciones con conceptos de otro nivel hasta concluir.
6. Revisar y corregir la primera aproximación del mapa.
7. Presenta, imprimir, guardar, según el caso. Versión final.

La siguiente gráfica presenta la secuencia propuesta para la elaboración del Mapa Conceptual, siguiendo los lineamientos de Novak y Gowin (1988), presentado por Campos (2005).



Gráfica 4 Estructura para la elaboración de mapas conceptuales. Fuente: <http://bit.ly/2BFYIEJ>

Dentro de los usos de los mapas conceptuales, según Campos (2005) se contemplan:

- Como instrumento para representar los conocimientos.
- Como instrumento de exploración del conocimiento previo del alumno.
- Como medio de confrontación de los saberes de los alumnos.
- Como medio para medir la comprensión de los alumnos.
- Como medio para establecer una aproximación del estado de la estructura cognitiva del alumno.
- Como instrumento didáctico en la enseñanza.
- Como herramienta para entender la estructura de un contenido.

En este orden de ideas, se usarán los Mapas Conceptuales en el desarrollo de la secuencia didáctica, con el fin de que los estudiantes construyan representaciones externas que permitan construir conocimiento, fomentar la reflexión, el análisis y la creatividad.

#### **2.3.4 Pensamiento variacional y modelación matemática.**

En la presente investigación se abordará la visualización y la representación gráfica en lo relacionado con el concepto de función, que es un tema fundamental del currículo de matemáticas de noveno grado, establecido por el Ministerio de Educación Nacional (1998).

En los Lineamientos Curriculares del MEN (1998) se establece un enfoque sistémico (con componentes, relaciones y transformaciones u operaciones) para el programa de matemáticas, en ellos se conectan los componentes numérico, geométrico, métrico y analítico. En cuanto a los sistemas analíticos, éstos influyen en la solución de situaciones que están relacionadas con cambios y variaciones. Esto implica el uso de tablas y gráficas para modelar y representar diferentes situaciones cotidianas relacionadas con situaciones de cambio, específicamente en este caso, en funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas.

Con respecto al pensamiento variacional, se encuentra que:

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad (Vasco, 2003, p.6).

De acuerdo con lo anterior, el pensamiento variacional está relacionado con lo que cambia y lo que permanece constante, teniendo en cuenta los patrones y regularidades con que se repiten en ciertos procesos. De esta manera, dicho pensamiento requiere el uso de procesos de modelación, brindando al estudiante la capacidad de reconocer propiedades y reproducirlas mediante lenguaje matemático para aplicarlos en la solución de situaciones en contexto de la vida cotidiana.

Ampliando el concepto anterior Vasco (2006) afirma que: “El objeto del pensamiento variacional es pues la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente-pero no exclusivamente-las variaciones del tiempo”. De ahí que, si se tienen dos magnitudes que están correlacionadas, se debe establecer el patrón de relación para tratar de modelarlo. Así mismo, si se desea solucionar una situación problema, se debe recurrir al

pensamiento variacional, en donde se establezcan las variables que estén relacionadas, se modele un proceso para su solución, se verifique y se ponga a prueba.

Con respecto a lo anterior, Vasco (2006) hace referencia a que:

... para captar patrones de variación se requiere las siguientes fases o momentos no necesariamente en ese orden: Momento de creación de un modelo mental, Momento de echar a andar el modelo, Momento de comparar los resultados con el proceso modelado y Momento de revisión del modelo (p.7).

Por otra parte, el componente de variación admite el uso de las tecnologías, a lo que Vasco (2003) alude:

Sólo cuando hay sistemas simbólicos con sus tecnologías socialmente disponibles, como las palabras, dibujos y otros íconos o gráficos, letras o números, se da también un momento de formulación simbólica del sistema o modelo mental por medio de algún sistema simbólico con su tecnología respectiva, simbolización que puede ser verbal, gestual, pictórica o simbólico-formal, y no sólo esta última, como suele equivocadamente creerse (p.6).

Es así como se puede recurrir a las TIC para fortalecer el pensamiento variacional y ejercitar la modelación; utilizando la simbología y el lenguaje matemático para construir gráficas, tabular datos, asignarle valores a las variables, comparar resultados, describir cambios, elaborar conclusiones y generalizaciones y formular posteriormente un modelo. De esta manera se recurrirá al uso de la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) en la secuencia didáctica, con el objeto de crear representaciones mentales y construir conocimiento.

De igual manera, las TIC se convierte en un recurso que, según Vasco (2003), se puede utilizar para desarrollar procesos no solo cognitivos sino también socio-afectivos, pues los estudiantes manifiestan gran motivación e interés con el uso de estas tecnologías, especialmente en el desarrollo del pensamiento variacional y las habilidades de modelación matemática, como es en este caso, en el tema de funciones.

Ahora bien, con relación a la modelación, se encuentra a través de los Lineamientos Curriculares, que este es uno de los procesos destacados para fortalecer el pensamiento matemático: “La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas (...) o el proceso completo desde la situación problema original hasta un modelo matemático” (MEN, 1998, pp. 97 - 98). Además, en dicho documento se explica que el nivel más alto en el proceso de modelar es la generalización que se hace de una situación, siendo la resolución de problemas un proceso bastante relacionado con la modelación.

El MEN (1998) menciona que los elementos básicos en la construcción de un modelo son: “Una situación problema real, la cual, debe ser simplificada y estructurada”. Esto conduce a expresar la situación en términos o símbolos matemáticos que muestra las relaciones establecidas a través de los patrones encontrados. Luego se crea el modelo y se observa su coherencia interna, para dar solución a la pregunta inicial. Por último, se valida el modelo, es decir, se interpreta con relación a otra situación problema real.

Otro documento propuesto por el MEN (2006) son los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los cuales reiteran el proceso de modelación como un componente importante en la actividad matemática y la cual definen como:

... la simplificación y restricción de la complejidad de una situación real para reducirla a una situación ya conocida, de tal manera que se pueda detectar fácilmente qué esquema se le puede aplicar, cómo se relaciona con otras y qué operaciones matemáticas pueden ser pertinentes para responder a las preguntas que suscita dicha situación, hasta una forma muy avanzada, como creación de nuevos modelos y teorías matemáticas que permitan simular la evolución de una situación real en el tiempo” (MEN, 2006, p. 53).

Cabe anotar que en esta definición el proceso de modelación es entendido como un descubrimiento de esquemas que se pueden usar en situaciones habituales de la cotidianidad, de forma reiterada, teniendo en cuenta que éstas se relaciona con otras, ya que sus regularidades o patrones permanecen constantes, para darle solución con el uso del modelo establecido. En otras palabras, la modelación matemática puede ser entendida como un proceso que permite construir y validar aspectos relacionados con la vida diaria.

Con respecto a la modelación matemática, Vasco (2003) la define como:

La modelación es pues el arte de producir modelos. Por eso, la modelación matemática es el arte de producir modelos matemáticos que simulen la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad. Se trata de un proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de un artefacto mental, un sistema con sus componentes, transformaciones y relaciones, cuyas variables covarían en forma que simulen las regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar (p.10).

Con base en lo anterior, el vincular la cotidianidad en la creación de conocimientos es viable mediante el uso de la modelación en donde los estudiantes entran en contacto con la realidad, en este caso por medio de la fotografía, reconoce elementos que se relacionan, reconoce patrones y establece regularidades, que posteriormente los utiliza en la construcción de representaciones mentales, que luego plasma en un modelo, para su posterior uso en la solución de problemas. Esto

lo lleva a desarrollar habilidades para que argumente, comprenda el lenguaje propio de las matemáticas, interprete significados, construya representaciones y modelos y los ponga a prueba.

En conclusión, es posible dinamizar los procesos matemáticos, recurriendo al pensamiento variacional y a la modelación, que se utilizarán en el desarrollo de la secuencia didáctica puesta en marcha en la presente investigación para mejorar la competencia de comunicación matemática, en donde se vincula la cotidianidad a través de la fotografía.

### **2.3.5 La matemática a través de la fotografía.**

En la enseñanza de la matemática ha sido repetitivo el hecho de enseñar mediante fórmulas, algoritmos y definiciones, esto hace que los estudiantes no le encuentren sentido y aplicabilidad a los diversos contenidos. Con respecto a esta situación Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2008) sostienen que:

(...) Sigue predominando una visión de las matemáticas como un área formal y abstracta constituida por definiciones, axiomas e ideas comprimidas y “exactas” cuya aplicación se encuentra en un conjunto reducido de situaciones artificiales que, en algunos casos, poco o nada tiene que ver con la realidad (p.41).

Con base en lo anterior, los autores proponen dar a la educación matemática un nuevo enfoque, en el que se reduzca la brecha entre los conceptos y la cotidianidad, teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estandartes Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), que orientan las prácticas pedagógicas en la utilización de la matemática de una forma práctica y dinámica en la solución de situaciones del contexto.

Por otra parte, haciendo un estudio de los antecedentes, se encuentra una conferencia de Mauricio José Orellana Chacín (2007) en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática CIAEM, realizada en Recife, Brasil, en la que muestra la importancia de vincular las artes y la arquitectura con la matemática desde el punto de vista didáctico:

... lo visual, la belleza de la visualización, permite mostrar conceptos abstractos por intermedio de entidades físicas (Bruter, 2002). Ello es una valiosa fuente para responder a la constante pregunta de los estudiantes, y de docentes: ¿para qué me sirve esto? ¿Dónde se utilizan determinados conceptos? Y es excelente como motivación a diversos temas matemáticos. Además de la didáctica de la matemática, las artes (y la arquitectura) constituyen una herramienta preciosa en la divulgación de la matemática, como se menciona en (Kahane & Howson, 1990). El objetivo central del coloquio sobre matemática y arte, que tuvo lugar en Maubege (Francia, 2000), cuyas ponencias se recogen en el libro anterior fue, como bien lo expresa Claude Bruter en el prefacio “... este Coloquio puede ser relacionado a una renovación

en las formas de difusión y de la enseñanza de la matemática” (p.vii) y así se titula el foro llevado a cabo “¿Cómo el arte puede ayudar a la enseñanza de la matemática?” (p.5).

De lo anterior, Orellana (2007) plantea que es importante motivar a los docentes de matemáticas a que la relacionen con el arte y la arquitectura, pues estas contribuyen a los procesos de enseñanza y el aprendizaje de la matemática, al igual que en su “dimensión pedagógica”. En este artículo muestra como las artes y la arquitectura pueden ser una herramienta didáctica útil en el aprendizaje de la matemática; enfocados desde la parte conceptual y su aplicación en otras áreas, al igual que la belleza de las obras de arte, teniendo en cuenta como referencia la matemática.

Se encuentra además una tesis doctoral desarrollada por Beltrán (2015) en la Universidad de Zaragoza (España) en la que estudia el diseño de situaciones que utiliza el cine como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas para producir un aprendizaje significativo. Beltrán alude:

Pons (1989) señala las diferencias entre el cine didáctico y el cine de ficción, desde el punto de vista diegético y subraya que tiene como objetivo final facilitar la elaboración de conocimiento por parte de los alumnos, más que mostrar un conocimiento. Nuestra propuesta asimila dicho objetivo al diseño de secuencias de clase basadas en fragmentos extraídos de películas y series de ficción. Además, como ya se ha comentado, actualmente se dispone de recursos que posibilitan de una manera sencilla el empleo de fragmentos extraídos de películas y series; es decir, no creados por el profesor y que son más cercanos y estimulantes para nuestro alumnado. Esto es debido a que los autores que se interesan por estudiar y divulgar las múltiples relaciones entre cine y matemáticas, tienen una fuerte orientación didáctica de carácter práctico, en la solución de problemas (Beltrán, 2015, p.20).

La anterior propuesta se centra en una situación didáctica basada en fragmentos extraídos de películas y series, con el fin de facilitar la elaboración del conocimiento por parte de los alumnos, mostrando múltiples relaciones entre el cine y las matemáticas, brindando además orientaciones didácticas de índole práctico.

Beltrán (2015) manifiesta:

José María Sorando es uno de los pioneros de la utilización del cine en clase de Matemáticas. Su estilo pedagógico queda reflejado en su artículo «Matemáticas por todos los caminos» (Sorando, 2009b), donde el título ya sugiere la importancia que van a tener en su estilo de enseñanza el contexto y la relación de las matemáticas con el mundo que nos rodea. Rutas matemáticas por la ciudad, páginas web, recortes de noticias de periódicos y revistas, tiras cómicas, anuncios publicitarios, juegos, música, cine, etc. Prácticamente todo vale para establecer vínculos entre las matemáticas y el entorno inmediato del alumno (Sorando, 2014). (p.21).

De esta manera, se puede apreciar cómo se pueden vincular muchos recursos de nuestro medio en clase de matemáticas para facilitar el aprendizaje de los estudiantes; siendo uno de ellos la fotografía, en la que se destaca el uso del contexto y situaciones cotidianas.

Un artículo relacionado con la presente investigación, fue publicado en “Números, Revista de didáctica de la matemática” en el año 2013 escrito por Muñoz Escolano y Oller Marcén de la Universidad de Zaragoza (España). Ellos muestran cómo estudiantes de Magisterio debían identificar figuras geométricas presentes en cuatro fotografías:

Nos parece importante, y así lo hacemos notar, el énfasis que se hace al hablar de “objetos familiares” y de “entorno inmediato”. La geometría debe servir al alumnado para describir y organizar su entorno y para ello un primer paso debe ser reconocer en dicho entorno aquellos objetos geométricos que ya conocen y que, a su vez, han surgido a partir de un proceso de abstracción de la propia realidad. Prueba de esto son los concursos de fotografía matemática que son convocados asiduamente por un gran número de institutos de enseñanza secundaria u otras instituciones educativas (p.105).

En este sentido, el estudio anterior se centró en la capacidad de detectar y reconocer figuras y cuerpos geométricos en objetos cotidianos a partir de la fotografía. Cabe resaltar la importancia de procesos de abstracción que se generan en este tipo de ejercicios y como se vincula la fotografía en dichos procesos.

Se encuentra además, un artículo realizado por Evaristo González González (1989) publicado en la revista SUMA (Revista sobre el aprendizaje y enseñanza de la matemática) en el año 1989 donde se muestra cómo a partir de un Seminario de Matemáticas desarrollado por el Departamento de Didáctica de Matemáticas de la Universidad de Granada, crea un concurso de fotografía relacionado con la matemática. “La idea sería: ¿Por qué no pedirle a los alumnos que a la vez que consiguen fotos bonitas y significativas del pueblo que visitan, intenten realizar otras de cierta significación en el campo de la Matemática?”.

González (1989) considera que los resultados obtenidos superaron las expectativas tanto en el campo fotográfico como en el matemático. La propuesta fue motivadora, despertó la creatividad, la participación y se trataron varios conceptos matemáticos. Dentro de los objetivos conseguidos con la actividad se presentan los siguientes: “Sacar la Matemática de la clase propiamente dicha, identificar los conceptos matemáticos en la realidad, relacionar la matemática con el arte y la literatura, hacer ver al alumno que la matemática existe en la realidad cotidiana”.

Del mismo modo González (1989) argumenta que:

Este tipo de actividades sirve para poner al alumno en contacto con la matemática y considera que sería conveniente realizarlas con más frecuencia “Igual que la Geografía, la Historia, el Arte, etc., se pueden vivir en un paseo, excursión u otro medio, lo mismo le sucede a la Matemática, como se puede comprobar una vez vistos los resultados de esta actividad (González, 1989, p. 45).

Es así como la fotografía se puede vincular para generar procesos matemáticos, permite una relación estrecha con situaciones de la cotidianidad y permite la transversalidad con otras áreas de conocimiento, especialmente con el arte. Este tipo de actividades innovadoras permite que los estudiantes estén motivados ya que encuentran aplicaciones prácticas a los conceptos con los que se la relacionen.

En este orden de ideas, ante la necesidad de crear una situación didáctica en la que el estudiante sea el constructor de su conocimiento y le encuentre sentido a los contenidos, se piensa en la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, que posibilita desarrollar procesos de visualización aplicados en el ámbito de la variación y modelación, teniendo en cuenta que ésta permite vincular de manera estrecha la cotidianidad con la matemática.

Se piensa en la fotografía como medio para acceder al saber matemático, ya que con ésta se pretende que los estudiantes registren de su entorno situaciones que estén relacionadas con conceptos matemáticos, para que con base en sus presaberes, interprete, relacione, establezca propiedades y patrones, use lenguaje formal, construya representaciones y modelos, que luego pondrá a prueba en la solución de situaciones matemáticas aplicadas en otros contextos.

En la presente investigación, se puede apreciar cómo con la fotografía se puede vincular el contexto con los contenidos matemáticos, a través del diseño de una estrategia didáctica para fortalecer la competencia de comunicación matemática. En términos de Brousseau (1986): “un medio sin intenciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera”.

## **2.4 Marco legal**

### **Ley general de la Educación, ley 115 de 1994**

Inicialmente se presenta la constitución Nacional, que establece en el artículo 67, “la educación como un derecho de toda persona y un servicio público que tiene una función social”, donde propone como uno de sus objetivos, “la búsqueda del acceso al conocimiento, a la ciencia, la técnica y los demás bienes y valores de la cultura”. En ella se define y reglamenta la educación en Colombia, garantizando la prestación del servicio, su calidad, el cubrimiento, además del desarrollo del saber y las capacidades reflexivas y críticas y se involucran en el proceso educativo a la familia y la sociedad.

Además, esta ley formula los niveles de educación formal como son el preescolar, la educación básica (en la cual se encuentra el grado noveno y la educación media), estableciendo además la conformación de las áreas fundamentales y obligatorias dentro de las cuales se encuentra matemáticas.

En el título IV se definen currículo, plan de estudios y la evaluación, en donde se entiende el currículo como el “conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de identidad cultural nacional, regional y local incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y poder llevar a cabo el Proyecto Educativo Institucional” (MEN; 1994).

En título V se contemplan entre sus objetivos el desarrollo de las capacidades de los estudiantes para el razonamiento lógico, para la interpretación y la solución de problemas de la ciencia, la tecnología y la vida diaria, siendo estas competencias básicas a trabajar en el área de matemáticas.

### **El Decreto 1290 del 16 de Abril de 2009**

Este decreto propone la reglamentación para la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media; teniendo en cuenta estas directrices se define el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes Gonzalinos (SIEDEG 2012), el cual se contempla en el manual de convivencia del colegio, donde se dan a conocer los criterios de evaluación y promoción, la escala de valoración, las acciones de seguimiento para el mejoramiento del desempeño, los procesos de autoevaluación, las estrategias, los informes, las reclamaciones y los estímulos.

### **Lineamientos y Estándares en Matemáticas**

El proceso de construcción de Lineamientos Curriculares inicia hacia el año 1996, en donde se plantean nuevos enfoques para la orientación de la matemática y sus propósitos formativos. En 1998 se construyen los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998).

El Ministerio de Educación Nacional propone un enfoque sistémico, en cuanto a los contenidos, para el Programa de Matemáticas en la educación básica, de esta manera se articulan los componentes numérico, geométrico, aleatorio y analítico. Además se incorporan los sistemas analíticos que son importantes para resolver situaciones relacionadas con cambios y variaciones. También se propone el uso de las distintas formas de representación algebraica, tablas y gráficas para la modelación de situaciones de cambio en la solución de situaciones contextualizadas, al igual que el uso de funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas que se abordaran en el presente estudio. Cabe resaltar la importancia del pensamiento variacional, ya que se plantea como parte fundamental del desarrollo del pensamiento matemático con situaciones ubicadas en contexto socioculturales, haciendo referencia al uso de cantidades y magnitudes.

Guzmán (1993) señala al respecto que más allá de la aritmética y la geometría aparecieron ramas de las matemáticas por la complejidad del algebra, del cambio y el cálculo, de la incertidumbre con la probabilidad y la estadística, y de la estructura formal del pensamiento con la lógica matemática. En tal sentido en los Lineamientos Curriculares se habla de cinco tipos de pensamiento matemático:

### **Los 5 pensamientos:**



Gráfica 5. Los cinco pensamientos matemáticos. Fuente: <http://bit.ly/2xKEyIX>

Desde el pensamiento variacional se caracteriza la variación y el cambio desde distintos contextos con sus distintos sistemas de representación simbólicos, gráficos, verbales o algebraicos que para efectos de la presente investigación se abordarán desde la introducción de la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje; para formar representaciones mentales en la construcción de conocimientos haciendo uso de la visualización.

Este pensamiento requiere procesos de modelación, teniendo en cuenta que para ello es fundamental el estudio de patrones y regularidades, al igual que los posibles criterios que rigen esas regularidades, permitiendo la capacidad de reconocer propiedades y reproducirlas mediante procedimientos o algoritmos que son aplicados en la solución de situaciones en contexto de la vida diaria.

De igual manera, en los Estándares de Matemáticas del MEN (2006) se plantea el desarrollo de competencias que están vinculadas con la práctica, teniendo en cuenta que el estudiante debe aplicar lo que sabe para desempeñarse de manera asertiva ante cualquier situación. En matemáticas, hace referencia a la capacidad de realizar tareas, además de comprender y argumentar el uso de nociones y procesos para resolverlas. Los procesos que están presentes en una actividad matemática se presentan en la siguiente gráfica.

**Los cinco procesos:**



Gráfica 6. Procesos matemáticos. Fuente: <http://bit.ly/2wZVM00>

En los procesos anteriormente expuestos, se tendrá en cuenta fundamentalmente el de comunicación, que implica reconocer el lenguaje propio de las matemáticas integrando el mundo real con las matemáticas, usar nociones y procesos matemáticos en la comunicación tales como reconocer e interpretar significados, construir representaciones, construir modelos que reflejen las condiciones propuestas de una situación y validarlos ante otras situaciones. Estos aspectos se desarrollaran en el presente proyecto mediante una propuesta didáctica donde se tiene como objetivo fortalecer el pensamiento matemático mediante dicha competencia.

### **Derechos Básicos de Aprendizaje**

El Ministerio de Educación Nacional propone que los “DBA son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país”. Este proceso pretende socializar con la comunidad educativa sobre lo básico que deben aprender los estudiantes para mejorar sus aprendizajes grado a grado.

Así mismo, el MEN (2016) ratifica que los “Derechos Básicos de Aprendizaje son una selección de saberes claves que indican lo que los estudiantes deben aprender en cada grado escolar desde 1° hasta 11°”, en este caso para matemáticas reflejan el desarrollo progresivo de algunos conceptos a lo largo de los grados y son referentes para la planeación de aula. De esta manera, los DBA se incorporan a la actividad pedagógica del Colegio Gonzalo Giménez Navas en cuanto se tienen en cuenta en la planeación de área y de asignatura, al igual que en la malla curricular particularmente en el grado noveno, para efectos de la presente investigación.

### 3. Diseño metodológico

Para el desarrollo de la presente investigación se tuvo en cuenta inicialmente, definir el tipo de investigación y su correspondiente proceso, así como también identificar la población, muestra, instrumentos de recolección de información, categorización y validación de instrumentos.

#### 3.1 Tipo de investigación

Teniendo en cuenta que el objetivo de esta investigación es fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación, mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca, se hace necesario implementar una investigación cualitativa con un enfoque metodológico de investigación-acción, ya que responde a la estructura de la misma en cuanto a los retos planteados.

Con referencia a lo anterior, cabe tener en cuenta los planteamientos que hacen algunos teóricos acerca de la investigación cualitativa y la investigación-acción.

#### **Investigación cualitativa**

Como dice Eisner (1992) “las cualidades de lo que hemos hecho reflejan el alcance de lo que hemos conseguido”. Por medio de la Investigación Cualitativa se pueden percibir cualidades de la vida diaria; dichas cualidades se clasifican, se contrastan, se controlan y se calculan para determinar si la experiencia puesta en práctica ha logrado el objetivo propuesto. Así pues se hace necesario comprender como funciona la escuela y centrar la atención en las manifestaciones de los estudiantes; para esto se debe considerar el qué se dice, cómo se dice y cómo se hace. De esta manera se mejorará la calidad de lo que se enseña y se elevarán las expectativas de los estudiantes, ya que se convierten en artífices de su aprendizaje comprometidos con su desarrollo personal.

Por medio de un “tratamiento cualitativo del lenguaje, podemos dar a entender lo que las palabras no logran explicar” haciendo referencia nuevamente a Eisner (1992), se deben tener habilidades para escribir y presentar los hechos propuestos a través del texto, teniendo en cuenta la congruencia experimental. Dentro de las habilidades que debe tener un escritor experimental están las de Sentido Cualitativo que hace referencia a: *Analizar* las cualidades del lugar y de los educandos, *Contextualizar* las relaciones entre las cualidades y comprender los hechos, *Experimentar* las cualidades fundamentales y *Representar* los hechos mediante el texto. Por otra

parte están las habilidades de Intención que hacen referencia a: *En la producción del texto* se debe expresar el sentir de las personas que participaron en la nueva experiencia docente, *Hacer el ejercicio de escribir y reescribir*, que permite reconocer cualidades fundamentales y se adquiere experiencia en la producción y evaluación de los alcances de la propuesta.

Citando nuevamente a Eisner (1992) “El sistema sensorial es un instrumento mediante el cual experimentamos las cualidades que constituyen el entorno en el que vivimos. Para que se obtenga experimentación las cualidades deben estar presentes”. En este sentido Investigación Cualitativa pone a prueba los sentidos, con los que debemos: *Percibir* las cualidades del entorno con las que se experimenta, tener la *Capacidad para ver* esas cualidades, *Crear* aspectos y hechos para ser experimentados (seleccionar y organizar la propuesta) y por último, pero no menos importante, *Publicar* mediante *Textos* para que otros puedan experimentar.

Para conocer la realidad educativa se debe realizar un empoderamiento de la labor, reconocer, explicar y mostrar con base en los conocimientos y la experiencia que está ocurriendo en el aula, hacer propuestas, hacer investigación y transmitir las; para que, de esta forma se mejore la calidad de la enseñanza. La meta fundamental es crear entornos de aprendizaje para los estudiantes y de esta forma lograr un aprendizaje significativo, mejorar la práctica pedagógica y los procesos de didáctica.

Según Eisner (1992) “existen seis rasgos, cada uno de los cuales contribuyen de manera distinta a formar el carácter global del estudio cualitativo”; estos se refieren a:

- Se debe estar *Enfocado*: Esto hace referencia a que se debe observar por medio de entrevistas, grabaciones u observaciones rigurosas a los jóvenes y su entorno con el objetivo de describir, interpretar y valorar lo que hace frente a la experiencia planteada.
- El *Yo como instrumento*: está relacionado con percibir y dar significado, interpretando y valorando lo que se pretende investigar. Este proceso se desarrolla de manera subjetiva ya que se debe interpretar y explicar la experiencia, poniendo en evidencia las vivencias de quien escribe y su contexto. Para dar significado a lo observado se debe salir de los esquemas y no pretender estandarizar las reacciones de los jóvenes, ni pretender su uniformidad pues cada uno de ellos responde a su forma de ser.

- *Carácter Interpretativo*: esta característica hace referencia a que se debe considerar la motivación y las cualidades de la experiencia que se va a poner en práctica. En cuanto a la motivación, se debe explicar *¿Por qué se hacen las cosas?*, *¿Qué le motiva a hacerlas?*, *¿Qué sintió?*, *¿Cómo le afecta?* Y en cuanto a las cualidades de la experiencia su propósito es el de describir el significado de lo observado, de donde ser parte y para dónde va. Estos antecedentes históricos del contexto le dan significado a las observaciones realizadas.
- *Uso del Lenguaje Expresivo*: al elaborar un informe de un estudio cualitativo se debe redactar en primera persona con el objetivo de conectar fácilmente con la persona que lee, expresando emociones y sentimientos, ya que estos hacen parte de la persona y esto no implica que se aleje de la cognición o del estudio riguroso de lo implementado.
- *Atención a lo concreto*: se utiliza un método inductivo, se parte de lo particular para dar afirmaciones de carácter general. Se debe tener aptitud para crear datos, muestras, estadísticas e inferencias, para poder interpretar y plasmar la información a través del texto.
- *Criterios para juzgar los éxitos: Coherencia, intuición y utilidad instrumental*. Básicamente se hace referencia a que se deben presentar múltiples evidencias, razones de peso a la luz de la teoría para “convencer y persuadir” (Eisner, 1992) sobre la razón de ser del estudio que se está realizando. Dichas evidencias se deben presentar teniendo en cuenta el método utilizado, las técnicas implementadas, los instrumentos utilizados, las cualidades y características de los grupos estudiado, la forma de analizar e interpretar la información y por tanto la forma de darla a conocer.

Cabe resaltar que, sobre las conclusiones en este tipo de investigación, es posible que se presente controversia por diferentes opiniones o posiciones en desacuerdo que generen algunos cambios en la misma, sin restarle importancia por ello a lo que se ha investigado.

### **Investigación-acción**

Eisner (1992), como el principal representante de la Investigación-acción desde un enfoque interpretativo, la define como “Un estudio de la situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma”. En otras palabras hace referencia a que se debe plantear una variedad

de estrategias para mejorar las prácticas educativas y por ende la formación de los estudiantes. Dichas estrategias, aplicadas por los docentes, dan información objetiva, clara y precisa sobre las observaciones y están encaminadas a dar solución a situaciones sociales y problemas prácticos.

Por otra parte, Kemmis (1984) plantea que la Investigación-acción no solo se conforma como una ciencia práctica y moral, sino también como ciencia crítica. Este autor la define como:

Una forma auto reflexiva, llevada a cabo por participantes en situaciones sociales (incluyendo las educativas), para perfeccionar la lógica y la equidad de a) las propias prácticas sociales o educativas, b) comprensión de estas prácticas, y c) las situaciones en las que se efectúan estas prácticas. Tienen mucha más lógica cuando los participantes colaboran conjuntamente, aunque con frecuencia se realiza individualmente y a veces en colaboración con “gente externa”. En la educación, la investigación –acción se ha empleado en el desarrollo del currículum escolar, en el desarrollo profesional, en programas de perfeccionamiento escolar y en la planificación de sistemas y normativas (p. 4).

El objeto de la Investigación-acción es evaluar y mejorar la práctica educativa teniendo en cuenta lo que ocurre en el aula de clase, la experiencia del docente y las diversas situaciones de aprendizaje que se propongan para que los estudiantes construyan el conocimiento.

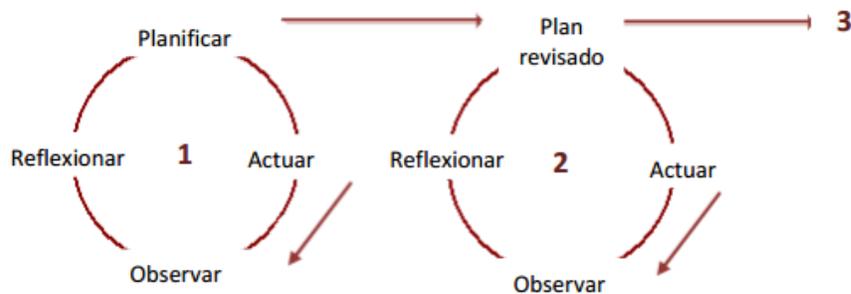
Para Lomax (1990) la Investigación-acción se define como “una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora”. La intervención se basa en la investigación debido a que implica una indagación disciplinada (Citado en Murillo, 2011, p. 4).

Para Bartolomé (1986) la Investigación-acción es: “Un proceso reflexivo que vincula dinámicamente la investigación, la acción y la formación, realizada por profesionales de las ciencias sociales, acerca de su propia práctica. Se lleva a cabo en equipo, con o sin ayuda de un facilitador externo al grupo” (Citado en Murillo, 2011, p. 4).

Kemmis y McTaggar (1988) describen algunas características que se destacan en la Investigación-acción: es participativa, las personas trabajan con la intención de mejorar sus propias prácticas, la investigación sigue una espiral introspectiva: una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión, es colaborativa ya que las personas que participan contribuyen en todas las fases del proceso de investigación; la investigación permite registrar, recopilar y analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre; exige llevar un diario personal en el que se registran las reflexiones; genera cambios ya que integra teoría y práctica.

Las fases del proceso de investigación, según Carr y Kemmis (1990), son cuatro:

- Fase 1. *Plan de acción*: se identifica el propósito del problema de investigación “que tenga interés para nosotros, que lo podamos manejar, que pueda mejorar algo y que implique la enseñanza y el aprendizaje”. Incluye un diagnóstico, descripción, explicación y una revisión documental; de igual manera la formulación de la propuesta o la forma de mejorar la práctica educativa.
- Fase 2. *La acción*: Propone disponer de un cronograma. En dicha acción se debe considerar hacer una lectura de la literatura sobre el tema con miras a mejorar la práctica y hacer un control de la acción de tal forma que los datos se recopilan con base a un plan que posteriormente darán evidencias de los posibles cambios.
- Fase 3. *La observación o supervisión de la acción*: Esta fase supone supervisar y documentar la Investigación-acción, hace referencia a ¿cómo recoger la información?
- Fase 4. *La reflexión o análisis de datos*: Con ella se da fin al ciclo, dando paso al replanteamiento de nuevas estrategias para la mejora de la acción. Esta fase es de carácter repetitivo, permitiendo investigar la realidad estudiada para llegar a consolidar las conclusiones. En ella se presentan tareas como recopilación, reducción, validación e interpretación.



Gráfica 7. Fases del plan de acción según Kemmis. Fuente: <http://bit.ly/2yprRAo>

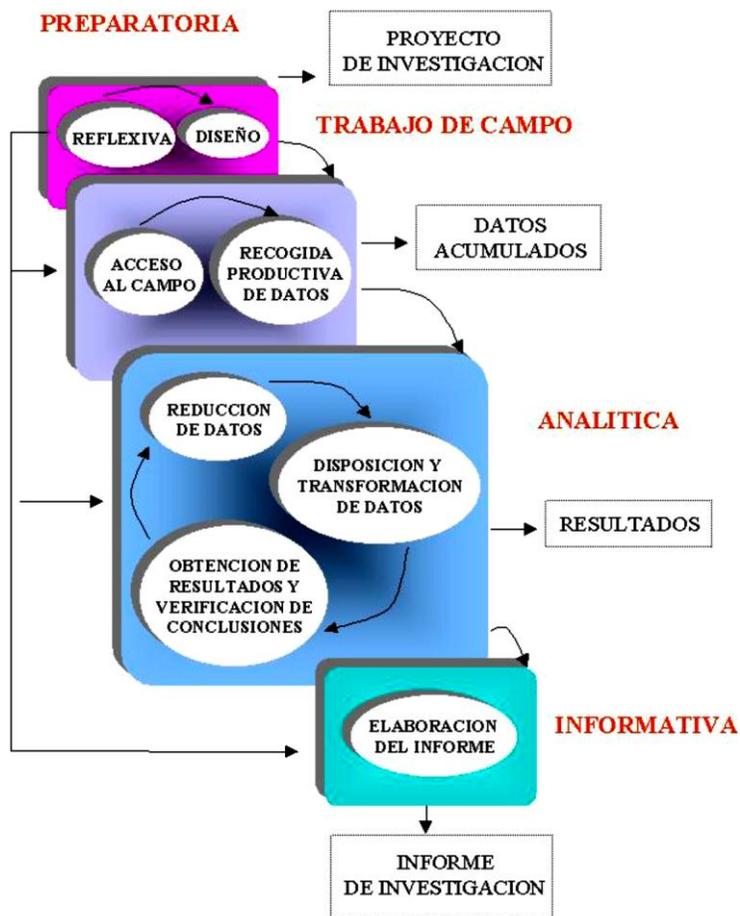
Las fases anteriormente expuestas generan una serie de actividades básicas a tener en cuenta como son: *Recopilación* (Transcribir, leer, hacer anotaciones), *Reducción* (Categorizar y codificar), *Disposición y Transformación* (Hacer diagramas y gráficas), *Validación* (Transferir credibilidad, verificar la información) y *Teorización* (Interpretación).

Según Eisner (1992) “El informe debe relatar la historia de su desarrollo en el tiempo”, en otras palabras, el informe debe incluir cómo evoluciona la idea, cómo evoluciona la comprensión de del problema, qué medidas se tomaron en torno al problema, cómo se le hizo frente a la solución de los problemas, qué efectos generaron las acciones tomadas, qué técnicas se usaron para recoger la información, qué problemas se presentaron al utilizarlos. Como propuesta para el informe se presentan los siguientes aspectos: Introducción, planificación, desarrollo, reflexión y evaluación, conclusiones y recomendaciones, y referencias bibliográficas y anexos.

En este orden de ideas, las actividades que se proponen en la institución educativa durante el proceso de Investigación-acción tienen relación en cuanto a la identificación de una situación problema, que requiere la implementación de unas estrategias de acción en el aula, que mediante la puesta en práctica de situaciones de aprendizaje, la observación, reflexión y reestructuración se pretende beneficiar a una determinada población, en este caso los estudiantes del grado 9-2 de la institución educativa. Las observaciones que se vivencian durante la investigación se registran en un diario pedagógico con el objetivo reflexionar en torno a las prácticas pedagógicas y se propongan nuevas acciones de mejora. El enfoque cualitativo de la investigación permite el uso del diario pedagógico para registrar situaciones que se presenten en el aula de clase a lo largo del proceso, este es de gran utilidad ya que él se registran las experiencias y los avances de los estudiantes en el fortalecimiento del pensamiento matemático durante la implementación de la secuencia didáctica que se desarrolla durante la investigación.

### **3.2 Proceso de investigación**

El proceso de investigación, para el logro de los objetivos propuestos en esta investigación, se lleva a cabo con base en la Investigación-acción con miras a mejorar la práctica educativa en el contexto del Colegio Gonzalo Jiménez navas, por medio de la auto-reflexión (Carr y Kemmis, 1990). Es decir, permitir mejorar acciones posibilitando la incorporación de la teoría en la práctica, la acción y la reflexión.



Gráfica 8. Fases y etapas de la investigación cualitativa. Fuente: <http://bit.ly/2yprRAo>

En la presente investigación se realizan cuatro fases, atendiendo a un proceso cíclico que permitirá reflexionar sobre la práctica pedagógica para construir conocimiento con el fin de generar acciones de mejora en los procesos de comunicación matemática de los estudiantes de noveno grado de la institución educativa y por ende mejorar los resultados en las pruebas saber.

- Fase 1: Con base en el análisis de las Pruebas Saber, se procede a realizar un diagnóstico del nivel de comunicación matemática de los estudiantes mediante una prueba escrita tipo ICFES que refleje el nivel de desarrollo de dicha competencia (Anexo 2).

- Fase 2: Con base en estos resultados, se implementan acciones encaminadas a mejorar dicha competencia mediante una unidad didáctica (Anexo 5) y se desarrollaran 22 actividades (Tabla 8), en donde la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje será la base para generar procesos de comunicación donde vincule la cotidianidad con las matemáticas y que a través de procesos de visualización le permita al estudiante, establecer patrones, establecer regularidades y propiedades para reproducirlas mediante lenguaje matemático, use nociones y procesos que lo lleven a construir representaciones, los verifique y ponga a prueba.
- Fase 3: Durante la investigación se evalúa de manera continua haciendo uso del diario pedagógico (Anexo 6); registrando las observaciones con el propósito de detectar los avances que va arrojando la investigación, al igual que su funcionalidad. Posteriormente se hacen los correctivos pertinentes a la propuesta teniendo en cuenta la problemática planteada, rediseñando las guías-taller aplicadas. Con dichas correcciones se hace el replanteamiento de la estrategia para la mejora de la acción con miras a transformar la práctica pedagógica.
- Fase 4: Se presentan los hallazgos elaborando un informe de resultados de las actividades implementadas con sus respectivas conclusiones y recomendaciones.

Las fases de la propuesta, las actividades programadas y los recursos se encuentran condensadas en la siguiente tabla que registran el proceso de la investigación desarrollada:

**Tabla 2. Proceso de la investigación desarrollada. Fuente: Elaboración propia.**

<b>FASE</b>	<b>ACTIVIDAD</b>	<b>RECURSOS</b>
<b>Diagnóstica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba tipo ICFES</li> <li>• Encuesta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba escrita selección múltiple</li> <li>• Fotocopias</li> <li>• Matriz de referencia</li> </ul>
<b>Diseño e implementación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Implementación de la estrategia</li> <li>• Diligenciar el diario pedagógico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Unidad didáctica</li> <li>• Guías-taller</li> <li>• Fotografías</li> <li>• Mapas conceptuales</li> <li>• Fotocopias</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simulaciones(www.desmos.com)</li> <li>• Diario pedagógico</li> </ul>
<b>Rediseño de la estrategia</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis en el diario de pedagógico</li> <li>• Replanteamiento de la estrategia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diario de pedagógico</li> <li>• Matriz de categorías y subcategorías</li> </ul>
<b>Presentación de resultados</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contraste de resultados de la prueba inicial con la prueba final</li> <li>• Conclusiones y recomendaciones</li> <li>• Valorar la efectividad de la propuesta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resultados prueba inicial</li> <li>• Resultados prueba final</li> <li>• Matriz de referencia</li> <li>• Matriz de categorías y subcategorizas</li> <li>• Resultados de la triangulación</li> </ul>

Para llevar a cabo esta investigación se hace necesario desarrollar momentos o etapas (inicio, desarrollo y cierre) de la implementación de la propuesta, a estas se les asigna un nombre original y llamativo con el objetivo de captar la atención de los estudiantes participantes de la investigación. Estas son:

**Tabla 3. Etapas de la investigación. Fuente: Elaboración propia.**

ETAPAS	ACTIVIDADES	NOMBRE	FECHA	MATERIALES
Inicio	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Análisis ISC Y Pruebas Saber</li> <li>✓ Socialización del proyecto</li> <li>✓ Consentimiento informado</li> <li>✓ Prueba diagnóstica</li> <li>✓ Conócete a ti mismo</li> <li>✓ ¿Quién soy yo?</li> <li>✓ Cultivando actitudes</li> <li>✓ Interactuando con otros</li> </ul>	SúMate a la fotografía	2 mes	ISC Resultados pruebas saber Fotocopias Internet

Desarrollo	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Creando mapas conceptuales</li> <li>✓ Organizadores gráficos</li> <li>✓ Curso de fotografía</li> <li>✓ La fotografía y la matemática</li> <li>✓ Ficha técnica</li> <li>✓ Construyendo la matemática a través de la fotografía</li> </ul>	Enfoca, obtura y captura las matemáticas	4 meses	Humanos Fichas técnicas Fotos Cámara fotográfica Celulares Fotocopias Guías-taller Internet Simulaciones <a href="http://www.desmos.com">www.desmos.com</a>
Cierre	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Prueba final</li> <li>✓ Autoevaluación</li> <li>✓ Exposición Fotográfica</li> <li>✓ Concurso de fotografía</li> <li>✓ Creación de revista virtual</li> </ul>	Revela las matemáticas	2 meses	Impresiones fotográfica Fichas técnicas Computadores Fotocopias Internet

### 3.3 Población y muestra

La presente investigación se desarrolla en el Colegio Gonzalo Jiménez Navas, ubicado en el municipio de Floridablanca, institución educativa de carácter oficial. La población objeto de estudio está constituida por 117 estudiantes de grado noveno.

La muestra está conformada por 36 estudiantes del grado 9-2 (21 mujeres y 15 hombres) matriculados para el año lectivo 2017, en donde la autora de la presente investigación es la directora de grupo.

**Tabla 4. Caracterización de la muestra. Fuente: Elaboración propia.**

Edad	Mujeres	Hombres	Total
14 años	6	4	10
15 años	9	6	15
16 años	3	4	7
17 años	3	1	4
<b>Total</b>	21	15	36

Las edades de los estudiantes con los que se desarrolla la investigación están comprendidas entre los 14 años hasta los 17 años así: 14 años: 27.8%, 15 años: 41.7%, 16 años: 19.4% y 17 años: 11.1%.

Dentro de los aspectos generales del grupo cabe destacar que sólo el 16.6 % de ellos tiene hábitos de estudio tales como: Hacer tareas en casa, estudiar para evaluaciones, hacer consultas en internet y organizar horario de estudio. El 83.4% restante admite no hacerlo, pues algunos trabajan o simplemente aprovechan su tiempo libre para practicar deportes, escuchar música o hacer labores en casa.

A los padres de familia se les dio a conocer el proyecto en una reunión de carácter oficial, en la que firmaron el consentimiento informado (Anexo 1) para la realización de actividades de la presente investigación.

### **3.4 Instrumentos para la recolección de la información**

Partiendo de que la investigación a desarrollar es de tipo cualitativo, en la que se debe tener en cuenta a los estudiantes y las experiencias ocurridas durante el desarrollo de las actividades, es pertinente utilizar la observación como técnica de recolección de datos. Es así como “La observación es un procedimientos de la recogida de datos que nos proporciona una representación de la realidad, de los fenómenos en estudio” (Rodríguez, Gill y García, 1996, p.151).

De esta manera, en el transcurso del proceso de investigación se implementó la observación, con la que se pudo percibir y describir el comportamiento de los estudiantes que hacen parte de la muestra teniendo en cuenta el sitio donde se desenvuelven, las situaciones que influyeron, los sucesos e interacciones. Al interactuar con los estudiantes, se pudo observar sus intereses, habilidades, dificultades, presaberes y procesos teniendo como referente los objetivos planteados.

Otra técnica implementada es la encuesta, que Según Grande y Abascal (2005) la definen como una técnica que consta de una serie de preguntas estandarizadas que son realizadas a una muestra representativa para hacer mediciones cuantitativas de los datos. La recolección de información se hace mediante un cuestionario previamente diseñado, con el que se puede conocer la opinión de los sujetos de estudio sobre una situación dada. El cuestionario se responde por escrito, tiene una

estructura articulada y coherente con el fin de obtener la información que se requiere en la investigación. Las respuestas se interpretan de modo que se identifican las variables estándares.

Al inicio de la investigación se llevaron a cabo dos encuestas con el objetivo de abordar aspectos generales de la muestra tales como recolectar información relevante y aspectos generales sobre la experiencia de vida en el colegio y en la vida cotidiana y una segunda encuesta con el objetivo de recoger información acerca de procesos de lectura literal y lectura crítica de varias imágenes para establecer relaciones entre la matemática y las fotografías. Las anteriores encuestas se realizaron por medio de cuestionarios estructurados para tal fin (Anexo 3 y 4).

En la presente investigación se aplican diversos instrumentos para recoger información, diagnosticar y fortalecer el proceso de comunicación matemática de los estudiantes del grado 9-2. Dichos instrumentos, como son la prueba diagnóstica, los cuestionarios, las guías-taller, el diario pedagógico, la prueba final, la autoevaluación y la matriz de referencia se describen a continuación.

#### **3.4.1 Prueba diagnóstica.**

Con relación al primer objetivo específico se aplicó una prueba diagnóstica (Anexo 2) para identificar el nivel de desarrollo de la competencia comunicación matemática en los estudiantes objeto de estudio.

Las pruebas o test son instrumentos de medición constituidos por una serie de estímulos (preguntas, expresiones para contestar, proposiciones para relacionar, problemas para resolver, actividades para realizar, etc.) que se le presentan al individuo para suscitar respuestas, con base en las cuales se asigna una puntuación numérica (...) Existen pruebas para medir conocimientos, habilidades, destrezas, aptitudes, etc. (...) No siempre que el investigador se ve en la necesidad de utilizar como instrumento de medición una prueba o test, debe elaborarla él mismo, en algunas puede hacer uso de las llamadas “pruebas estandarizadas”, que son elaboradas por equipos de expertos y se construyen atendiendo a la necesidad de medir rangos comunes de poblaciones de estudio de gran amplitud, tal es el caso de pruebas que se elaboran para medir el grado de dominio de conocimiento (Moreno, 2000, p.45-46).

Esta prueba fue diseñada con base en varias preguntas estandarizadas incluidas en las pruebas saber de grado noveno, aplicadas en el año 2014, que se encuentra liberada en internet. Dicha prueba consta de diez preguntas tipo ICFES de selección múltiple con única respuesta, donde seis de ellas hacen referencia a la competencia comunicación matemática, dos hacen referencia a razonamiento lógico matemático y las dos restantes a resolución de problemas, ya que no se pueden desligar los demás procesos generales de matemáticas, en el desarrollo del componente de pensamiento variacional. Cabe resaltar que las preguntas 1, 4, 5 y 8 responden a un nivel de

competencia mínimo, las preguntas 2, 7 y 9 corresponden a un nivel satisfactorio y las preguntas 3, 6 y 10 a un nivel avanzado.

La prueba diagnóstica se aplicó de manera individual con el objetivo de conocer el estado real de la competencia comunicación matemática de los 36 estudiantes del grado 9-2 de la jornada de la mañana de la institución educativa, cada estudiante recibió el material, las indicaciones para su aplicación y se le asignó un tiempo de una hora de clase (55 minutos) para la solución de la misma. Cada material usado se codificó con la abreviatura PD-01 hasta la PD-36 correspondientes a los 36 estudiantes que participaron en la prueba diagnóstica.

Teniendo en cuenta los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006) las preguntas 1, 2, 3, 5, 9 y 10 se plantearon haciendo referencia a la competencia de comunicación donde el estudiante “simplifica la situación y selecciona una manera de representarla mentalmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, para poder formular y resolver los problemas relacionados con ella. Acude a situaciones, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y da significado a las palabras, frases, gráficos y símbolos”. Las preguntas 4 y 8 hacen referencia a la competencia de razonamiento lógico matemático, en ella el estudiante “percibe regularidades y relaciones; hace predicciones y conjeturas; da explicaciones coherentes; propone interpretaciones y respuestas posibles y las adopta o rechaza con argumentos y razones” y, finalmente, las preguntas 9 y 10 hacen referencia a la resolución de problemas en donde el estudiante “desarrolla una actitud mental perseverante, despliega una serie de estrategias para resolverlos, encuentra resultados, verifica e interpreta lo razonable de ellos, modifica condiciones y origina otros problemas”. La información recopilada orientó el diseño de la propuesta pedagógica pertinente al estudio en cuestión.

#### **3.4.2 Cuestionarios a estudiantes.**

Con el objetivo de conocer las opiniones de los estudiantes en cuanto a aspectos de la vida en el colegio en torno a las matemáticas y en su vida cotidiana a cerca de su familia, entorno y gustos o preferencias, se diseñó un cuestionario titulado “Conócete a ti mismo”. Dicho cuestionario fue aplicado a los 36 estudiantes del grado 9-2 objeto de estudio alrededor de los siguientes ámbitos: Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, de qué forma supera esas dificultades, cómo aplica las matemáticas en la vida cotidiana, qué estrategias utiliza para el estudio, cómo es su entorno familiar y cuáles son sus gustos y preferencias. Las preguntas empleadas en el cuestionario son abiertas para que los estudiantes justifiquen cada una de ellas (Anexo 3). Para su aplicación se

asignó un tiempo de una hora de clase (55 minutos). Cada cuestionario se codificó con la abreviatura C-01 hasta la C-36 correspondientes a los 36 estudiantes de la muestra.

Otro cuestionario aplicado a los estudiantes estuvo relacionado con la interpretación y descripción literal y crítica alrededor de imágenes fotográficas de su contexto y cotidianidad que hacían alusión a diversos temas de matemáticas de grado noveno. Esto con la intención de verificar cómo la visualización de imágenes permite la representación mental, por medio de relaciones de los elementos involucrados, para interpretar la información y hacer procesamiento visual. Para la implementación de este cuestionario se utilizó un tiempo de 55 minutos y fue codificado con la abreviatura de A<sub>1</sub>-01 hasta la A<sub>1</sub>-36. Las preguntas son abiertas con el objetivo de poder identificar los procesos que los estudiantes manejan a nivel de visualización de forma individual (Anexo 4).

### **3.4.3 Guías-taller.**

Para la intervención de la propuesta se desarrolla una unidad didáctica, bajo los parámetros especificados en un formato (Anexo 5), dicha unidad está conformada por un conjunto de 13 guías-taller (Anexo 4, Anexo 7, 8, 9, 13... Anexo 21) y para su implementación se requiere entre dos y cuatro horas semanales; con una serie de actividades tendientes a fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación. Estas permiten evidenciar la aplicación de la estrategia y su correspondiente grado de efectividad medido mediante las diversas categorías y subcategorías formuladas para tal fin.

Cada Guía-taller cuenta con actividades en las que se implementan acciones encaminadas a fortalecer la competencia de comunicación matemática, en donde la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje será la base para generar procesos de comunicación donde el estudiante: vincule la cotidianidad con las matemáticas y que a través de procesos de visualización le permita al estudiante, establecer regularidades y patrones, reconocer y establecer propiedades para reproducirlas mediante lenguaje matemático (símbolos, gráficas o algebraicos), use nociones para construir mapas conceptuales y hacer representaciones mentales, los verifique y ponga a prueba mediante la solución de ejercicios de aplicación en otros contextos.

### **3.4.4 Diario pedagógico.**

De acuerdo con Porlán y Martín (1997) el Diario se define como:

Es una guía para la reflexión sobre la práctica, favoreciendo la toma de conciencia del profesor sobre su proceso de evolución y sobre sus modelos de referencia (...). A través del diario de puede realizar focalizaciones sucesivas en la problemática que se aborda, sin perder las referencias al contexto. Propicia también el desarrollo de los niveles descriptivos, analítico-explicativos y valorativos del proceso de investigación y reflexión del profesor (p.23).

En otras palabras, el diario pedagógico se constituye en un instrumento que permite, al docente que investiga, registrar las experiencias teniendo en cuenta la propuesta de investigación, con el propósito de fortalecer y mejorar su práctica pedagógica. Dicho proceso incluye aspectos tales como planificación, acción, observación, análisis y reflexión.

Con este instrumento se pretende recolectar información de cada una de las actividades desarrolladas describiendo la forma como se lleva a cabo, las aptitudes de los estudiantes y el ambiente del aula de clase, al igual que la reflexión de fortalezas y debilidades de cada actividad implementada (Anexo 6).

En el diario pedagógico se registra la información teniendo en cuenta categorías y subcategorías, que favorecerán el posterior análisis de los resultados. Estas categorías y subcategorías se especifican en el apartado 3.5.

### **3.4.5 Prueba final.**

Para valorar la efectividad de la estrategia desarrollada, se realizó al final del proceso una prueba (Anexo 22). Esta prueba se diseñó teniendo en cuenta la prueba Saber 9° 2015 del ICFES, cuyos términos y condiciones de uso permiten su aplicación con fines investigativos. La prueba consta de diez preguntas tipo ICFES de selección múltiple con única respuesta, de las 10 preguntas seleccionadas las número 1, 2, 3, 6, 9 y 10 hacen referencia a la competencia de comunicación, las preguntas 4 y 5 a la competencia de razonamiento y las preguntas 7 y 8 a resolución de problemas.

Las preguntas utilizadas responden a los Estándares de Competencias Matemáticas (2006) teniendo en cuenta las habilidades que los estudiantes deben manejar en cuanto a las competencias de Comunicación, Razonamiento Lógico Matemático y Resolución de Problemas. Las preguntas 3, 4, 5 y 9 responden a un nivel de competencia mínimo, las preguntas 2, 6 y 8 responden a un nivel de competencia satisfactorio y las preguntas 1, 7 y 10 a un nivel avanzado. Con base en los resultados se procede a su posterior análisis documental.

La prueba final se aplicó de manera individual con el objetivo de determinar si las intervenciones realizadas han incidido en el mejoramiento del nivel de desarrollo de la competencia de comunicación, específicamente en el componente de variación, a los 36 estudiantes del grado 9-2 de la jornada de la mañana de la institución educativa, cada estudiante recibió el material, las indicaciones para su aplicación y se le asignó un tiempo de una hora de clase (55 minutos) para la solución de la misma. El material usado se codificó con las abreviaturas PF-01 hasta la PF-36 correspondientes a los 36 estudiantes que participaron en la prueba final.

#### **3.4.6 Autoevaluación.**

Según Santos-Guerra (1993) considera que la participación de los estudiantes en el proceso de evaluación se puede presentar en diferentes momentos en los que se desarrolla el proceso educativo, permitiéndole desarrollar su responsabilidad, su correspondiente valoración de los contenidos y métodos utilizados. Además Calatayud (2008) plantea como beneficios del proceso de autoevaluación que el estudiante toma conciencia del progreso en el proceso, además de brindarle motivación, autoconocimiento y refuerzo del proceso de aprendizaje fortaleciendo su autonomía.

Este instrumento se diseñó con el fin de que cada estudiante participante en la investigación evalúe su propio proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta las guías-taller implementadas y el manejo de procesos de visualización para fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación.

Esta autoevaluación (Anexo 23) consta de dos preguntas; en la primera cada estudiante debe ordenar del 1 a 8 los pasos del proceso propuesto e implementado, que son útiles para fortalecer el pensamiento matemático y en la segunda debe marcar con una *X* aquellas operaciones mentales que se requieren para fortalecer la competencia de comunicación matemática, en las cuales considera que debe mejorar. El material se codificó con las abreviaturas Au-01 hasta la Au-36 correspondientes a los estudiantes de la muestra.

#### **3.4.7 Matriz de referencia.**

Teniendo en cuenta los resultados de la prueba diagnóstica y los resultados de la prueba final, se diseñó una matriz de referencia para la tabulación de los datos. En ella se presentan los criterios de evaluación para determinar el nivel de desempeño en la competencia de comunicación, alcanzada por los estudiantes en dichas pruebas. Para los resultados de la autoevaluación se utilizó la tabulación simple.

La tabla de referencia fue diseñada teniendo en cuenta los parámetros propuestos por el ICFES en cuanto a los niveles de desempeño en el componente de variación en el área de matemáticas para noveno grado.

**Tabla 5. Matriz de referencia. Elaboración propia.**

Nivel	Competencia de Comunicación Componente Variación	Número de Estudiantes
<b>Mínimo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce algunas relaciones funcionales representadas gráficamente.</li> <li>• Establece relaciones entre distintas magnitudes</li> </ul>	
<b>Satisfactorio</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza lenguaje matemático para describir diferentes relaciones.</li> <li>• Establece relaciones entre expresiones numéricas y expresiones algebraicas</li> </ul>	
<b>Avanzado</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza representaciones gráficas para modelar situaciones problema.</li> <li>• Establece relaciones de comparación entre diferentes gráficas.</li> </ul>	

### 3.5 Categorización

Teniendo en cuenta que la investigación giró en torno al fortalecimiento de la competencia de comunicación matemática a través de la fotografía, se establecen y definen las siguientes categorías con miras a responder a cada uno de los objetivos formulados, éstas serán tenidas en cuenta para establecer los criterios de análisis de la información obtenida.

**Tabla 6. Categorías y subcategorías. Elaboración propia.**

Ámbito temático	Problema de investigación	Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Categorías	Subcategorías
Pensamiento matemático	Dificultad en la solución de situaciones referentes a la competencia de comunicación matemática y modelación de situaciones de variación.	¿Cómo fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca?	Fortalecer la competencia de comunicación matemática mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca.	Identificar el nivel de desarrollo de la competencia de comunicación matemática en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas.	Competencia: Comunicación	A. NIVEL DE DESEMPEÑO  A1. Prueba saber  A2. Prueba diagnóstica
				Diseñar e implementar una estrategia didáctica centrada en la fotografía para el fortalecimiento de la competencia de comunicación matemática, a partir del pensamiento variacional, en la población objeto de estudio.	Estrategia Didáctica	B. FOTOGRAFÍA  B1. Interpreta  B2. Relaciona  C. COMUNICACIÓN  C1. Usa Lenguaje Matemático  C2. Construye representaciones  D. PENSAMIENTO VARIACIONAL  D1. Construye mapas conceptuales  D2. Verifica y pone a prueba

				<p>Valorar la efectividad de la estrategia implementada en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas.</p>	<p>Formación Transversal</p>	<p>E. FORMACIÓN</p> <p>E1. Valores</p> <p>E2. Aspectos meta cognitivos</p> <p>F. RESULTADOS</p> <p>F1. Prueba fina</p> <p>F2. Autoevaluación</p>
--	--	--	--	---	------------------------------	--

A continuación se define cada una de las categorías y sus subcategorías para efectos de la presente investigación.

Tabla 7. Definición de categorías y subcategorías. Elaboración propia.

Categoría		Subcategoría	Indicador de la subcategoría	
<b>Competencia: Comunicación</b>	A. Nivel de desempeño	Se refiere a los criterios para determinar el nivel de desempeño en la competencia de comunicación, alcanzada por los estudiantes en dichas pruebas.	A1. Prueba saber A2. Prueba diagnóstica	Se tienen en cuenta los parámetros propuestos por el ICFES en cuanto a los niveles de desempeño en la competencia de comunicación en el componente de variación en el área de matemáticas para noveno grado.
	B. Fotografía	Hace referencia al razonamiento que se hace con base en imágenes fotográficas y se utilizan en la interpretación y solución de una situación.	B1. Interpreta B2. Relaciona	Habilidades para el procesamiento visual, alude al ¿Qué hace? B1. Interpreta: Vincula la cotidianidad con la matemática mediante el uso de registros fotográficos y los describe de forma literal. B2. Relaciona: Reconoce patrones y establece regularidades entre distintas magnitudes, en las imágenes que se le presentan.
<b>Estrategia Didáctica</b>	C. Comunicación	Se refiere a la representación externa apropiada que se hace para crear la imagen mental del concepto. Tiene en cuenta el conocimiento de convenciones y símbolos matemáticos.	C1. Usa Lenguaje Matemático C2. Construye representaciones	Habilidades para interpretar información, alude al ¿Cómo lo hace? C1. Usa el lenguaje matemático: Expresa relaciones en lenguaje algebraico para modelar situaciones. C2. Construye representaciones: Elabora diagramas, tablas y gráficas utilizando expresiones numéricas y algebraicas.

	<p>D. Pensamiento Variacional</p>	<p>Hace referencia a establecer relaciones de comparación entre diferentes magnitudes funcionales o gráficas.</p>	<p>D1. Construye mapas conceptuales</p> <p>D2. Verifica y pone a prueba</p> <p>Habilidades para sistematizar, predecir y resolver, alude al ¿Qué pasaría si...?</p> <p>D1. Construye mapas conceptuales: Hace representaciones mentales y construye modelos usando nociones y procesos, recurriendo a la página <a href="http://www.desmos.com">www.desmos.com</a></p> <p>D2. Verifica y pone a prueba: Soluciona situaciones matemáticas relacionadas con variación, no rutinarias y de mayor dificultad, argumentado procesos.</p>
<p><b>Formación Transversal</b></p>	<p>E. Formación</p>	<p>Se refiere a aspectos relacionados con el autoconocimiento y la consolidación de valores para poner en práctica en la relación con otros.</p>	<p>E1. Práctica Valores</p> <p>E2. Aspectos meta cognitivos</p> <p>E3. Entorno de aprendizaje<sup>1</sup></p> <p>Habilidades para aprender a aprender, alude al ¿Cómo me relaciono e interactúo con el mundo y con el otro?</p> <p>E1. Practica valores con base en su experiencia de vida y su formación como persona, se conoce a sí mismo, expresa y maneja emociones y sentimientos, cultiva actitudes para mejorar el desempeño académico, interioriza y práctica valores de convivencia.</p> <p>E2. Aspectos meta cognitivos: Analiza sobre sus propias ideas, es creativo, autónomo, responsable y consciente del proceso de formación.</p> <p>E3. Se tiene en cuenta el espacio y el tiempo donde se desarrollan las competencias, habilidades y valores.</p>

<sup>1</sup> Categoría emergente

	F. Resultados	Se refiere a los criterios para determinar el nivel de desempeño en la competencia de comunicación, alcanzada por los estudiantes en dichas pruebas.	F1. Prueba final F2. Autoevaluación	Se tienen en cuenta los parámetros propuestos por el ICFES en cuanto a los niveles de desempeño en la competencia de comunicación en el componente de variación en el área de matemáticas para noveno grado.
--	---------------	--	--	--

## 3.6 Validación de los instrumentos

### 3.6.1 Validación interna.

Los instrumentos de recolección de datos deben tener dos principios básicos validez y confiabilidad. La validez hace referencia a la forma como el documento se ha elaborado y aplicado teniendo en cuenta los indicadores y el contenido correspondientes, al igual que los ítems deben medir las variables correspondientes; el instrumentos debe medir lo que pretende medir. En cuanto a la confiabilidad se puede decir que un instrumento lo es, en canto su aplicación en varias ocasiones al mismo sujeto produce el mismo resultado.

La validación de la prueba diagnóstica y la prueba final se realizaron de manera interna, ya que se usó el material correspondiente a las pruebas Saber 9° del ICFES de los años 2014 y 2015 respectivamente, en el área de matemáticas, específicamente lo relacionado con la competencia de comunicación en el componente variacional.

### 3.6.2 Validación de contenido por experto.

Esta validación se realizó para determinar si los instrumentos elaborados ya sean cuestionarios, guías taller, modelo de diario pedagógico, autoevaluación y matriz de referencia son apropiados para lograr el objetivo propuesto en la presente investigación, teniendo en cuenta el contexto y las condiciones escolares.

La construcción de las guías-taller se realizó teniendo en cuenta la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2007), que permite distinguir tres elementos fundamentales en la construcción del conocimiento: el Estudiante, el Docente y el Medio Didáctico, en donde el docente

juega un papel de agente facilitador que ayuda a la construcción del conocimiento y las interacciones entre el medio didáctico y los estudiantes.

Dichas guías-taller fueron encaminadas a mejorar la competencia de comunicación, donde partiendo de la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje fue la base para generar procesos que vinculen la cotidianidad con las matemáticas y que a través de procesos de visualización, tal como los define Gutiérrez (1996), le permita al estudiante, establecer regularidades, patrones y propiedades para representarlas mediante lenguaje matemático, use nociones y procesos que lo lleven a construir representaciones además los verifique y ponga a prueba.

La totalidad de los instrumentos aplicados fueron validados por el director de la tesis Elgar Gualdrón Pinto y algunos miembros de la línea Educación Matemática del grupo de investigación EDUMATEST, perteneciente a la Universidad de Pamplona, y clasificado por COLCIENCIAS en categoría “C”.

### **3.7 Principios éticos**

La presente investigación se orientó bajo unos aspectos éticos que permitieron la puesta en marcha, ejecución, utilización de resultados y evaluación de la propuesta pedagógica dentro de la Institución Educativa.

Inicialmente se elaboró una carta dirigida al Rector del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, el Magister José de Jesús Lozano Cárdenas, con el fin de solicitar permiso para desarrollar el proyecto de investigación dentro de la Institución educativa. En ella se dio a conocer el objetivo de la misma así como la una breve descripción de la propuesta de intervención (Anexo 24).

Con respecto a los padres de familia, se dio a conocer el proyecto de investigación en una reunión de padres de familia, quienes firmaron el Consentimiento Informado (Anexo 1) en donde de forma escrita se socializó la propuesta y se solicitó su correspondiente autorización para la participación voluntaria de los estudiantes en el desarrollo de las actividades, análisis de los datos obtenidos y registros fotográficos que serían utilizados con fines académicos.

Cada una de las etapas de la investigación contó con la orientación y asesoría de profesionales especializados en el tema, que favoreció el diseño, aplicación, manejo de los datos y análisis de manera objetiva.

Finalmente, cabe resaltar la coherencia, pertinencia y validez de la propuesta teniendo en cuenta los sustentos teóricos, problema, objetivos y justificación que delimitaron la investigación; que se pueden ver reflejados en el diseño metodológico, población y muestra, instrumentos de recolección de información, categorías y proceso de análisis desarrollados en el transcurso de la investigación.

## 4. Propuesta pedagógica

### 4.1 Presentación de la propuesta

La presente propuesta pedagógica pretende fortalecer la competencia de Comunicación Matemática enfocada desde el Pensamiento Variacional, mediante el uso de la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje; la cual fue implementada con 36 estudiantes de noveno grado (9-2) de la institución educativa Gonzalo Jiménez navas de la ciudad de Floridablanca.

La propuesta implementada se fundamenta en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2007), quien establece que el docente es un facilitador en la construcción del conocimiento, de tal forma que, de manera intencionada, crea medios didácticos en los que los estudiantes actúan, formulan y validan teniendo en cuenta sus presaberes y su interacción con el entorno.

En este proceso se implementa una serie de 22 actividades estructuradas bajo una unidad didáctica (Anexo 5) en torno al Pensamiento Variacional, encaminadas al fortalecimiento de la competencia de Comunicación Matemática.

La fotografía, como ya se mencionó, es un medio didáctico que permite vincular la cotidianidad con las matemáticas y que a través de procesos Visualización propuestos por Gutiérrez (1991); le permite al estudiante hacer descripciones en forma literal de las imágenes, reconocer elementos y patrones en lo observado, establecer regularidades, expresar dichas regularidades en lenguaje matemático, construir representaciones por medio de tablas y gráficas; para de esta forma, hacer representaciones mentales por medio de la construcción de modelos que más tarde pondrá a prueba en la solución de situaciones en otros contextos.

En esta propuesta, también se implementan actividades con miras a fortalecer aspectos formativos tales como la interiorización y puesta en práctica de valores, aspectos relacionados con la forma de interactuar con otros y el cultivo de actitudes para mejorar el desempeño académico. Cabe resaltar la importancia del desarrollo de aspectos metacognitivos que le permite al estudiante analizar sobre sus propias ideas y procesos, para fomentar su autonomía.

## 4.2 Justificación

La Comunicación es una de las competencias matemáticas que todo estudiante de cualquier nivel educativo debe desarrollar y fortalecer, ya que por medio de ella el estudiante se apropia del lenguaje y códigos de representación que posibilitan la solución de situaciones matemáticas en diferentes contextos.

Partiendo de los análisis de los resultados de las pruebas Saber de los últimos 5 años, se puede evidenciar que es necesario implementar una estrategia con miras a mejorar el desempeño de los estudiantes en este tipo de pruebas, en donde se les demanda reconocer y describir relaciones entre magnitudes, usar diferentes tipos de representaciones como tablas y gráficas, utilizar lenguaje verbal y simbólico para modelar situaciones, establecer relaciones de comparación entre gráficas. Así mismo es necesario formar estudiantes autónomos, comprometidos con su proceso de formación y capaces de actuar de manera asertiva ante situaciones cotidianas en las que pongan a prueba no sólo sus conocimientos, sino también sus habilidades y competencias.

Ante lo expuesto anteriormente, surge ésta propuesta con el objetivo de fortalecer la competencia de Comunicación Matemática mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje en los estudiantes de 9-2 de la Institución Educativa. Para mejorar dicha competencia, se aplica una estrategia didáctica teniendo en cuenta los planteamientos sobre la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2007), a través de la fotografía, que permite vincular la cotidianidad con la matemática, para implementar Procesos de Visualización propuestos por Gutiérrez (1991); partiendo del diseño de una unidad didáctica (Anexo 5) y un conjunto de 13 guías-taller (Anexo 4, Anexo 7, 8, 9, 13... Anexo 21) con miras a fortalecer procesos matemáticos, especialmente el de comunicación.

Estos procesos implícitos en las Competencias Matemáticas fueron el objeto de investigación en el ámbito del pensamiento variacional, en donde se abordaron conceptos tales como Función, Función lineal, Función cuadrática, Función exponencial y Función logarítmica. Es así como en el pensamiento variacional se establecen regularidades y patrones de variación para reconocer propiedades y reproducirlas mediante lenguaje matemático y aplicarlas en la solución de situaciones de la vida cotidiana como lo establece Vasco (2006), recurriendo a procesos de modelación en donde se pueden utilizar los mapas conceptuales, como una de las posibles representaciones externas para construir conocimiento, atendiendo los lineamientos propuestos por Novak (1998) para su elaboración.

También es válido utilizar la tecnología, en este caso la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) como una herramienta que facilita los procesos para fortalecer el pensamiento variacional y ejercitar la modelación en la construcción del conocimiento.

## 4.3 Objetivos

### 4.3.1 Objetivo general

Fortalecer en los estudiantes de grado 9-2 de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas la competencia de comunicación matemática, por medio de una estrategia didáctica que utiliza la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje.

### 4.3.2 Objetivos específicos

- Realizar un diagnóstico a los estudiantes del grado 9-2 para determinar el nivel de desempeño en la competencia comunicación matemática.
- Diseñar e implementar una estrategia didáctica en los estudiantes del grado 9-2 del colegio Gonzalo Jiménez Navas, que permita el fortalecimiento de la competencia comunicación matemática a través de la fotografía, a partir del pensamiento variacional.
- Evaluar la efectividad de la estrategia didáctica aplicada a los estudiantes del grado 9-2, a partir de su evolución en el nivel de competencia comunicativa, en el ámbito de variación.

## 4.4 Indicadores de desempeño

Durante la implementación de la estrategia didáctica se tiene en cuenta, no solo el diseño de una unidad didáctica (Anexo 5); sino también las categorías y subcategorías definidas en la investigación para la consecución de los objetivos propuestos al igual que sus correspondientes indicadores (Tabla 7). Estos se muestran a continuación.

- Vincula la cotidianidad con la matemática mediante el uso de registros fotográficos y los describe en forma literal.
- Reconoce patrones y establece regularidades entre distintas magnitudes, en las imágenes que se le presentan.
- Expresa relaciones en lenguaje algebraico para modelar situaciones.
- Elabora diagramas, talas y gráficas utilizando expresiones numéricas y algebraicas.

- Hace representaciones mentales y construye modelos usando nociones y procesos, recurriendo a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com)
- Soluciona situaciones matemáticas relacionadas con variación, no rutinarias y de mayor dificultad, argumentando procesos.
- Practica valores con base en su experiencia de vida y su formación como persona, se conoce a sí mismo, expresa y maneja emociones y sentimientos, cultiva actitudes para mejorar el desempeño académico, interioriza y practica valores de convivencia.
- Analiza sobre sus propias ideas, es creativo, autónomo, responsable y consciente del proceso de formación.

## 4.5 Metodología

Para la implementación y el desarrollo de la presente propuesta didáctica se tiene en cuenta tres etapas, de inicio, desarrollo y cierre; dando a cada una de ellas un nombre especial, para mantener la atención y expectativa de los estudiantes participantes de la misma.

En la etapa inicial del proceso, denominado “Súmate a la fotografía”, y para responder al primer objetivo específico, se parte del diseño y aplicación de una prueba diagnóstica (Anexo 2) en donde se pretende evaluar el nivel desempeño de la competencia de comunicación, utilizando para su verificación una matriz de referencia diseñada para tal fin (Tabla 5).

Así mismo, se aplicó un cuestionario para determinar qué habilidades tienen los estudiantes relacionadas con la interpretación, lectura literal y lectura crítica, alrededor de imágenes fotográficas de su cotidianidad, que hacían alusión a diversos temas de matemáticas de grado noveno (Anexo 4).

Teniendo en cuenta que es indispensable que el estudiante participe de forma activa, responsable y autónoma en las actividades propuestas, trabaje de forma individual o grupal dando ideas, argumentando y sacando conclusiones para posteriormente socializar frente a la clase y, de esta forma, construya su propio conocimiento; es así como se diseñan y aplican 4 guías-taller (Anexos 3, 7, 8 y 9) para fortalecer dichas actitudes.

En la etapa de desarrollo del proceso, denominado “Enfoca, obtura y captura las matemáticas” y con miras a responder al objetivo específico número dos, se propone la estrategia didáctica partiendo del diseño de una unidad didáctica denominada “Construyendo la matemática a través de la fotografía” (Anexo 5), que permite articular la competencia de comunicación matemática y el

pensamiento variacional desde los contenidos propuestos en los Lineamientos Curriculares (1998) y Estándares de Competencias (2006) para grado noveno, como son: Concepto de función, Función lineal, Función cuadrática, Función exponencial y Función logarítmica, a través de la fotografía.

Con base en lo anterior se diseña una serie de 9 guías-taller (Anexo 13... Anexo 21) en las que se recurre a la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje; con las que se pretende que el estudiante construya su propio conocimiento, de tal forma que actúe, formule y valide, teniendo en cuenta las situaciones de aprendizaje propuestas en cada una de ellas.

En la elaboración de las 9 guías-taller, y con el objetivo de construir la matemática a través de la fotografía, se parte inicialmente de registros fotográficos hechos por los estudiantes, dichos registros son seleccionados por la docente investigadora, teniendo en cuenta la intencionalidad y la temática a desarrollar. Cada uno de los registros fotográficos debe responder a elementos básicos de fotografía como son: composición, encuadre, manejo de la luz, regla de los tercios y originalidad en la búsqueda de la toma fotográfica o en la creación de una situación relacionada con los temas propuestos. Los anteriores elementos fueron socializados mediante actividades en las que se les proporcionó un curso de fotografía en el que se les entregó un plegable (Anexo 11) y se les dio los parámetros para elaborar una ficha técnica (Anexo 12).

Posteriormente, y con base a los registros fotográficos seleccionados, se elaboran preguntas con las que se busca que cada estudiante desarrolle procesos de visualización como son: Interpretar Información Figurativa, en donde el estudiante hace manejo de vocabulario, hace lectura literal e interpretación de imágenes, maneja lenguaje matemático, construye tablas, gráficas y diagramas; además, desarrolle procesos de Procesamiento Visual, en donde el estudiante identifica elementos, establece relaciones y regularidades, reconoce patrones y transforma representaciones visuales a lenguaje matemático.

Continuando con el proceso de visualización, los estudiantes pasan a hacer representaciones externas, dichas representaciones ayudan a crear o transformar imágenes mentales haciendo razonamiento visual. En ella los estudiantes grafican los conceptos o propiedades mediante esquemas o diagramas; para tal fin se propone la elaboración de mapas conceptuales con los que hacen representaciones mentales y construye modelos. En esta parte del proceso se implementa una actividad en la que los estudiantes consultan sobre los organizadores gráficos y elaboran un informe mediante un trabajo colaborativo (Anexo 10); también se recurre a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) para facilitar y optimizar el proceso de modelación.

Finalmente, se propone a los estudiantes que establezcan aplicaciones en la vida cotidiana y resuelvan situaciones matemáticas relacionadas con pensamiento variacional, aplicadas en otros contextos o áreas de conocimiento, atendiendo a la transversalidad de la propuesta.

Las habilidades de visualización, descritas anteriormente, son las que se pretende que los estudiantes adquieran y perfeccionen para mejorar sus competencias de comunicación matemática, así como la consolidación de valores, que se ponen en juego durante el desarrollo de todo el proceso, de igual manera que sus habilidades metacognitivas ya que le permiten analizar y evaluar sobre sus propias ideas, ayudándolo en su proceso de aprender a aprender.

Para verificar lo desarrollado en esta etapa se diseña y diligencia el diario pedagógico (Anexo 6) en el que se registran los avances, logros y mejoras a implementar en el proceso de investigación.

En la etapa de cierre del proceso, denominado “Revela las matemáticas”, y con miras a responder el objetivo específico número tres, se procede a diseñar y aplicar la prueba final (Anexo 22) para evaluar el nivel desempeño en la competencia de comunicación después de aplicada la secuencia didáctica, y además se diseña una autoevaluación (Anexo 23) para que los estudiantes evalúen su proceso de aprendizaje. Para el análisis de los resultados se utiliza, de manera correspondiente, una matriz de referencia (Tablas 5) y la tabulación simple.

Finalmente, se organiza una exposición y concurso de fotografía, para dar a conocer a la comunidad Gonzalina el trabajo desarrollado en torno a la estrategia didáctica implementada. Se premiará las tres mejores fotografías, otorgando además dos menciones especiales. En esta actividad, la comunidad se muestra muy satisfecha no solo por los logros académicos alcanzados, sino también por las aptitudes y los avances en el proceso de formación de los estudiantes.

Con el material implementado por la docente investigadora y los registros fotográficos realizados por los estudiantes, se elabora una revista virtual con el objetivo de tener un consolidado de la propuesta didáctica (<https://issuu.com/beatriztirado5/docs/revista> ).

En este orden de ideas, es pertinente hablar de la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, pues con ella es posible vincular la cotidianidad con las matemáticas, ya que se generan y fortalecen procesos de visualización y comunicación matemática en torno del pensamiento variacional, además de poner en práctica y consolidar no solo valores sino también procesos metacognitivos.

## 4.6 Fundamento pedagógico

Los fundamentos teóricos y pedagógicos que soportan la presente estrategia didáctica son inicialmente la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2007) que define al docente, como un facilitador en el proceso de construcción del conocimiento, así como en las interacciones entre los estudiantes y el medio didáctico. De esta manera el docente diseña una situación didáctica a partir de un medio, en la que ofrece elementos a los estudiantes, con la finalidad de desarrollar procesos más que contenidos.

Con base en lo anterior, se considera la fotografía como un medio que permite vincular la cotidianidad con las matemáticas y, a partir de ella, diseñar situaciones en las que el estudiante actúe, formule y valide teniendo como base sus presaberes. Con estas situaciones el estudiante interpreta, efectúa relaciones y va modificando, por medio de adaptaciones, sus conocimientos para producir nuevos y construir su propio aprendizaje.

En este proceso, aunque se considera que debe ser autónomo, el docente puede intervenir mediante actividades de institucionalización para articular lo que los estudiantes han ido construyendo. Además surgen los contratos de control que permiten verificar si se “comprendió lo comunicado” para lo cual se propone la solución de situaciones matemáticas aplicadas en otros contextos (situaciones didácticas).

Continuando con la Teoría de las Situaciones Didácticas, entre estudiante y docente, se establece un contrato didáctico, en el que se estipula lo que se espera de cada uno de ellos, y se proponen reglas y acciones, que generan procesos metacognitivos en donde se mejora constantemente los procesos de enseñanza-aprendizaje

Por otra parte, la fotografía, como medio instrumental de aprendizaje, permite desarrollar y fortalecer procesos de visualización, que son procesos mentales para formar conocimiento, definidos por Gutiérrez (1991).

La visualización está conformada por cuatro elementos como son: *Imágenes mentales*, que hace referencia a la representación cognitiva de un concepto, *Los procesos de Visualización*, que hacen referencia a la acción mental a partir de imágenes mentales y está constituida por los procesos de Interpretación de Información Figurativa y procesos de Procesamiento visual (que ya fueron descritos anteriormente), las *Representaciones Externas*, que hace referencia a esquemas o diagramas de conceptos o propiedades y por último las *Habilidades de Visualización* que hacen referencia a lo que se debe adquirir y perfeccionar para interpretar y resolver problemas.

En cuanto a las Representaciones Externas, según Gutiérrez (1991), le permiten al estudiante “crear o transformar imágenes mentales, y hacer razonamiento visual”. Una de las representaciones externas que se hace énfasis en el uso del Mapa Conceptual, con las que se pretende que el estudiante construya modelos, donde muestre no solamente contenidos relacionados con un tema específico, en este caso lo relacionado con el pensamiento variacional, sino también la forma cómo éstos están relacionados y por consiguiente construya conocimiento. Estos mapas conceptuales se construirán con base en los planteamientos de Novak (1988).

Finalmente, se acude al pensamiento variacional, que según Vasco (2006), “permite determinar magnitudes y establecer relaciones, teniendo en cuenta patrones que se repiten en ciertos procesos de modelación” permitiendo dinamizar los procesos matemáticos. Con base en lo anterior, se tiene en cuenta que los contenidos relacionados con la variación son los temas relacionados con funciones, que se deben implementar con los estudiantes de grado noveno, partiendo de Lineamientos Curriculares (1998) y Estándares de competencia del MEN (2006).

En este orden de ideas se proponen como ejes conductores del fundamento teórico y pedagógico la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), como base para el diseño de la estrategia didáctica propuesta, aspectos relacionados con Visualización contemplados por Gutiérrez (1991), que permiten relacionar la fotografía con las matemáticas, los Mapas Conceptuales de Novak (1988) como una forma de representación mental y, finalmente, tópicos relacionados con Pensamiento Variacional y Modelación de Vasco (2006); todos ellos con el fin de fortalecer la competencia de comunicación matemática.

#### **4.7 Diseño de actividades**

En cuanto al diseño de actividades, se tuvo en cuenta que en cada intervención se realizara un trabajo no solo partiendo de los presaberes, sino también que fuera pertinente, ordenado y dinámico; de tal manera que los estudiantes participen activamente y asuman su responsabilidad en el proceso de aprendizaje.

Mediante el desarrollo de las guías-taller, se propone a los estudiantes las siguientes actividades:

- Se parte previamente de los registros fotográficos hechos por los estudiantes, para elaborar el material correspondiente.
- Inicialmente, se trabaja de manera individual, en donde se propone a los estudiantes resolver ejercicios relacionados con hacer una lectura literal de imágenes fotográficas,

identificar en las imágenes los elementos que la componen, describir cómo están relacionados, reconocer propiedades y patrones en dichas imágenes.

- Posteriormente se realiza una puesta en común para dar a conocer los elementos analizados anteriormente.
- Después, los estudiantes pasan a trabajar en grupos (dos o tres personas) para expresar la relación, que en forma reiterada se presenta en las imágenes, en símbolos o lenguaje matemático. En este momento se socializa, se genera espacio para la discusión, argumentación y toma de decisiones y se nombra un monitor para exponer conclusiones.
- Seguidamente se exponen las conclusiones y se elabora el concepto, teniendo en cuenta la intervención de los monitores de cada grupo.
- Luego, se proponen ejercicios donde deben representar las relaciones encontradas entre las variables por medio de diagramas, parejas ordenadas, tabla de valores y gráficas en el plano cartesiano.
- Posteriormente se trabaja de manera individual en la sala de informática con la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) para describir o predecir cambios en el comportamiento de diversas gráficas propuestas.
- Cada estudiante elabora un mapa conceptual con las conclusiones sobre el tema desarrollado.
- Finalmente, los estudiantes resolverán situaciones matemáticas de aplicación en diversos contextos para verificar y poner a prueba lo aprendido.

El proceso anteriormente expuesto (que fue elaborado teniendo en cuenta el proceso de investigación acción, en donde se planifica, actúa, observa y reflexiona sobre la implementación de la propuesta), conforma la estrategia didáctica donde los estudiantes a partir de la fotografía, fortalecen la competencia de comunicación matemática y se llevan a cabo procesos y operaciones mentales como son la visualización, identificar de elementos, relacionar variables, diferenciar, comparar, clasificar, codificar y decodificar, analizar, sintetizar y resolver problemas.

A continuación se enuncian las 22 actividades implementadas durante el transcurso de la investigación, que fueron analizadas en el diario pedagógico (Anexo 6).

**Tabla 8. Actividades implementadas. Elaboración propia.**

<b>Actividad</b>	<b>Anexo</b>	<b>Nombre</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Tiempo</b>
------------------	--------------	---------------	-----------------	---------------

1	3	Conócete a ti mismo	Recolectar información relevante y aspectos generales sobre la experiencia de vida en el colegio y en la vida cotidiana.	1 hora clase
2	7	¿Quién soy yo?	Propiciar un espacio para el auto reconocimiento.	1 hora clase
3	8	Cultivando actitudes	Fortalecer actitudes para mejorar el desempeño académico.	1 hora clase
4	9	Interactuando con otros	Reflexionar acerca de los valores que se deben interiorizar y poner en práctica en su diario vivir.	1 hora clase
5		Creando mapas conceptuales	Diseñar mapas conceptuales que lo lleven a construir su propio aprendizaje	2 horas clase
6	10	Organizadores gráficos	Reconocer y diseñar organizadores gráficos, que lo lleven a fortalecer el desarrollo de procesos de pensamiento.	2 horas clase
7	2	Prueba diagnóstica	Diagnosticar el nivel de comunicación matemática de los estudiantes del grado 9-2 de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas.	2 horas clase
8	11	Curso de fotografía: ¿Cómo tomar una buena foto?	Conocer los elementos fundamentales para hacer buenos registros fotográficos.	2 horas clase
9	4	La fotografía y las matemáticas	Hacer lectura literal y lectura crítica de varias imágenes para establecer relaciones entre la matemática y la fotografía.	1 hora clase
10	12	Ficha técnica	Dar a conocer los elementos fundamentales que se deben tener en cuenta en la elaboración de la ficha técnica para adjuntar a cada una de sus fotografías.	1 hora clase

---

11	13	Concepto de función	Identificar elementos en dos conjuntos y establecer relaciones entre ellos. Establecer la condición necesaria para que una relación sea función.	2 horas clase
12	14	Representación de funciones	Identificar relaciones entre las diferentes formas de representar una función.	2 horas clase
13	15	Pendiente de una recta	Deducir la ecuación para calcular la pendiente de una recta.	2 horas clase
14	16	Ejercicios de aplicación	Resolver situaciones matemáticas referentes a pendiente de una recta.	2 horas clase
15	17	Función lineal y función afín	Reconocer las características de la función lineal y la función afín.	4 horas clase
16	18	Ejercicios de aplicación	Resolver situaciones matemáticas relacionadas con función lineal y función afín.	2 horas clase
17	19	Función cuadrática	Reconocer las características y elementos de la función cuadrática.	4 horas clase
18	20	Ejercicios de aplicación	Resolver situaciones matemáticas relativas a función cuadrática.	2 horas clase
19	21	Función exponencial	Reconocer e identificar las características de la función exponencial.	4 horas clase
20	22	Prueba final	Evaluar si las actividades aplicadas han incidido en el mejoramiento del nivel de comunicación matemática de los estudiantes del grado 9-2 de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas.	1 hora clase
21	23	Autoevaluación	Conocer la opinión de los estudiantes con respecto a la implementación de la estrategia didáctica y el manejo de procesos para fortalecer el pensamiento matemático a nivel de	1 hora clase

		comunicación, de los estudiantes del grado 9-2 de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas.	
22	Exposición y premiación concurso de fotografía	Dar a conocer a la comunidad Gonzalina el trabajo fotográfico desarrollado por los estudiantes del grado 9-2, donde se refleja la matemática a través de la fotografía.	3 horas clase

## 5. Resultados y discusión

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos en la intervención realizada con base en los objetivos de la investigación, las categorías de análisis y el marco teórico establecidos para tal fin.

Es así como se plantea, inicialmente, identificar el nivel de desarrollo de la competencia de comunicación matemática de los estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas. Con dichos resultados, se realizó el diseño e implementación de la estrategia didáctica, usando la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, a partir del pensamiento variacional, para fortalecer la competencia de comunicación matemática recurriendo a procesos de visualización y atendiendo a la Teoría de Situaciones Didácticas.

Con el fin de analizar la efectividad de la estrategia, se acude a los registros en el diario pedagógico en donde se muestran, entre otros aspectos, la descripción del escenario, actividades, análisis y reflexiones, desde la teoría puesta en práctica, con relación al fortalecimiento de la competencia de comunicación matemática; así como también a los resultados de la prueba final aplicada y la autoevaluación realizada por parte de los estudiantes.

El proceso descrito anteriormente giró en torno a la pregunta problema: ¿cómo fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas? Y, a su vez, al objetivo general de la investigación: Fortalecer la competencia de comunicación matemática mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje.

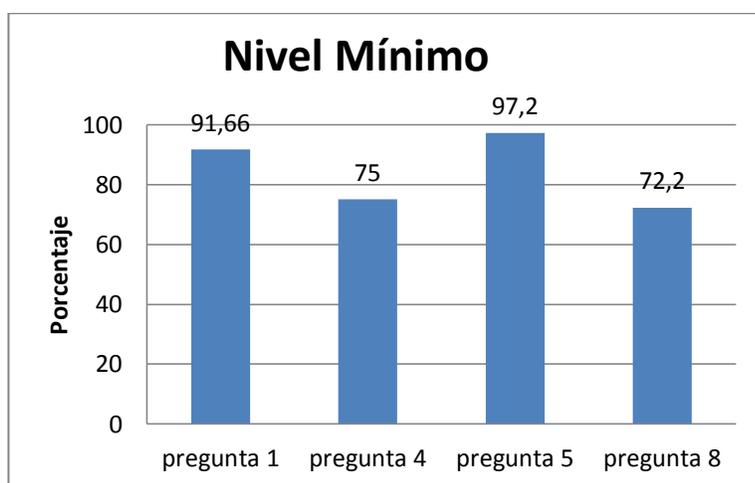
En este orden de ideas, se presentan a continuación los resultados y análisis de la información a partir de las categorías establecidas y haciendo la triangulación correspondiente entre el marco teórico, la reflexión pedagógica como resultado de la investigación acción y registros consignados en el diario pedagógico, atendiendo a los principios de confiabilidad y validez de la información.

### 5.1 Nivel de desarrollo de la competencia de comunicación matemática

Teniendo en cuenta el objetivo específico número 1, donde se plantea identificar el nivel de desarrollo de la competencia comunicación matemática en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas, se diseñó y aplicó una prueba diagnóstica (Anexo 2). Para medir este nivel de competencia, se recurre a la categoría: Competencia de comunicación y su correspondiente subcategoría A: Nivel de desempeño. Con respecto al indicador A1, pruebas saber, en el capítulo 1 de la presente investigación, se hace el análisis correspondiente en la descripción

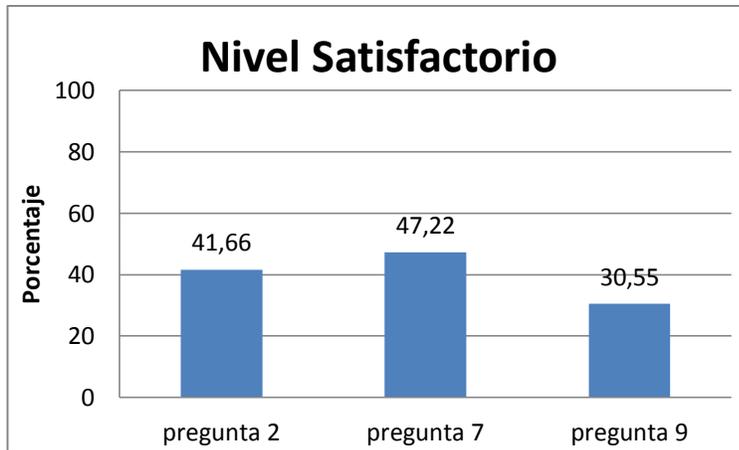
del problema. En cuanto al indicador A2, prueba diagnóstica, se analizó teniendo en cuenta los parámetros propuestos por el ICFES; para tal fin se diseñó la matriz de referencia (Tabla 5) que permitió tabular la información que se presenta a continuación.

Las preguntas número 1, 4, 5 y 8 fueron consideradas ya que respondían a un nivel mínimo de competencia en donde el estudiante reconoce algunas relaciones funcionales representadas gráficamente y establece relaciones entre magnitudes. En la ilustración 1 se puede apreciar cómo la mayoría (84,025% en promedio) de los estudiantes responden de manera correcta a este tipo de preguntas.



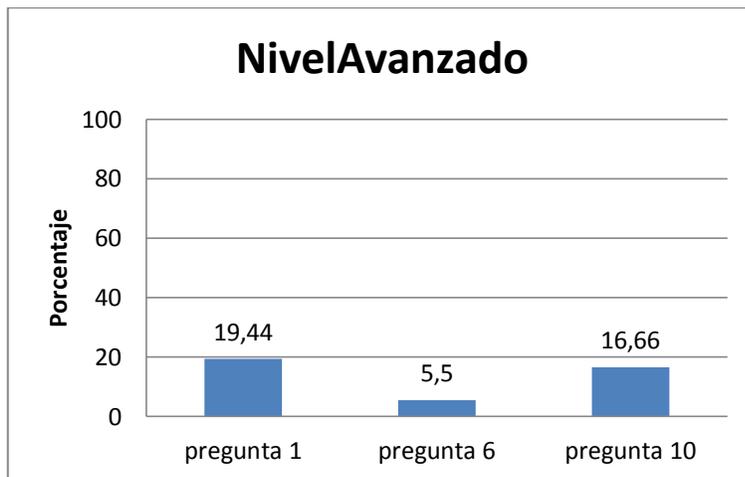
**Ilustración 1. Nivel de desempeño mínimo (Prueba diagnóstica). Fuente: Elaboración propia.**

En cuanto a las preguntas 2, 7 y 9, se tuvieron en cuenta ya que respondían a un nivel de competencia satisfactorio, en donde el estudiante utiliza el lenguaje matemático para describir diferentes relaciones, además establece relaciones entre expresiones numéricas y expresiones algebraicas. En la ilustración 2 se puede apreciar como el porcentaje de los estudiantes que responde de manera acertada a este tipo de preguntas se reduce considerablemente (39,81%) en promedio.



**Ilustración 2. Nivel de desempeño satisfactorio (Prueba diagnóstica). Fuente: Elaboración propia.**

En cuanto a las preguntas 3, 6 y 10, fueron consideradas ya que respondían a un nivel de competencia avanzado, pues en ella el estudiante utiliza representaciones gráficas para modelar situaciones problema y establecer relaciones de comparación entre diferentes gráficas. En la ilustración 3 se refleja cómo el porcentaje de estudiantes que responde de manera correcta a este tipo de preguntas disminuye notablemente (13,86% en promedio).



**Ilustración 3. Nivel de desempeño avanzado (Prueba diagnóstica). Fuente: elaboración propia.**

En este orden de ideas, se puede concluir que teniendo en cuenta los parámetros propuestos por el ICFES, los estudiantes del grado 9-2 tienen un nivel de desempeño mínimo en la competencia de

comunicación matemática, confirmando el hecho de que se requiere una intervención para mejorar los resultados en cuanto a dicha competencia.

Ahora bien, teniendo en cuenta los registros en el diario pedagógico, se pueden reconocer algunos aspectos que inciden de manera significativa en estos resultados, ya que a pesar de que los estudiantes asumieron una actitud positiva frente al desarrollo de la actividad, estuvieron concentrados y trabajaron responsablemente en la solución de la prueba diagnóstica, a varios estudiantes se les dificulta leer, interpretar, relacionar, entender el lenguaje matemático y resolver situaciones problema.

Con base en lo anterior, se debe implementar una estrategia didáctica, en este caso atendiendo a la teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), en donde los estudiantes actúen, formulen y validen, utilizando la fotografía como medio para desarrollar actividades con los estudiantes, en donde se aborden los diferentes procesos de visualización propuestos por Gutiérrez (1991) tales como: interpretar, relacionar, expresar en lenguaje matemático, construir representaciones gráficas como tablas y gráficas, hacer representaciones mentales, resolver problemas verificando y poniendo a prueba sus conceptos, y de esta forma construir el conocimiento y fortalecer la competencia de comunicación matemática.

## **5.2 Diseño e implementación de la estrategia didáctica**

Para responder al objetivo específico número 2, donde se propone diseñar e implementar una estrategia didáctica centrada en la fotografía para el fortalecimiento de la competencia comunicación matemática, a partir del pensamiento variacional, en la población objeto de estudio, se partió inicialmente del diseño de una unidad didáctica (Anexo 5) en donde se pretendía organizar varios aspectos a tener en cuenta tales como objetivos, criterios de evaluación, contenidos, actividades tipo, recursos, metodología e instrumentos de evaluación, entre otros.

Como parte introductoria de la propuesta se consideró implementar una serie de actividades generales tales como: Creando mapas conceptuales, organizadores gráficos, curso de fotografía, la fotografía y las matemáticas, ficha técnica; ya que se consideran actividades fundamentales para el desarrollo de la estrategia didáctica.

El análisis y los resultados de las anteriores actividades, se establecen teniendo en cuenta los registros (sobre la descripción de las actividades, las percepciones o comentarios y la reflexión), especificados en el diario pedagógico (Anexo 6) y se presenta a continuación.

### **Creando mapas conceptuales (Actividad 5)**

Con la implementación de esta actividad se pretendía que los estudiantes diseñaran mapas conceptuales para establecer si conocían los criterios fundamentales en su elaboración. Los resultados no fueron favorables, ya que no se tuvo en cuenta los pre-saberes en cuanto al diseño de esquemas mentales, pues se pensaba que los estudiantes contaban con esta información y en el momento de trabajar, cada uno los elaboró sin tener claros los parámetros para su construcción. Cabe resaltar que el empeño puesto por los estudiantes en la elaboración de los mapas conceptuales fue bastante bueno, pues se reflejó creatividad, autonomía y toque personal. Estas son algunas evidencias fotográficas de la actividad.



**Ilustración 4. Actividad creando mapas conceptuales.**

### **Organizadores gráficos (Actividad 6)**

Atendiendo a los resultados poco favorables de la anterior actividad, fue necesario replantear una nueva, en donde los estudiantes consultaran ¿qué son?, ¿para qué sirven? y ¿cómo se elaboran?, dando un ejemplo de aplicación en matemáticas y construyeran una base de datos sobre organizadores gráficos. El anexo 10 es la evidencia documental de la actividad.

En este trabajo, se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo, la actividad se llevó a cabo en el aula de informática. Los estudiantes trabajaron de manera autónoma durante el desarrollo de la misma, aunque se les dificultó elegir un ejemplo adecuado para cada organizador gráfico, fueron muy espontáneos a la hora de exponer el trabajo y dar conclusiones.

Los organizadores gráficos son útiles en el momento de fortalecer el desarrollo de procesos de pensamiento, atendiendo a lo expuesto por Novak (1988). En matemáticas, se trabajará con mapas

conceptuales ya que se pueden establecer relaciones significativas entre conceptos y permiten determinar el grado de comprensión que los estudiantes han adquirido en el proceso de aprendizaje. Estas son algunas imágenes del desarrollo de la actividad.



**Ilustración 5. Actividad organizadores gráficos.**

### **Curso de fotografía – ¿Cómo tomar una buena foto? (Actividad 8)**

Para la implementación de esta actividad se acude al maestro en Bellas Artes Rafael Valenzuela Rueda, quien orienta a los estudiantes sobre algunos elementos fundamentales para hacer buenos registros fotográficos. Los estudiantes analizan distintas fotos que están relacionadas con diversos temas de matemáticas, trabajados en años anteriores, y reconocen que mediante una foto se puede relacionar la cotidianidad con la matemática; mostraron agrado y entusiasmo en el desarrollo de la actividad y contaron experiencias alrededor de algunas fotos relacionadas con matemáticas, que en ese momento tenían en sus teléfonos celulares.

La actividad generó expectativa sobre cómo se desarrollaría la temática de clase haciendo uso de la fotografía. Al salir del aula de audiovisuales, los estudiantes le contaron a sus compañeros de los otros novenos el trabajo que realizaron y fue tal la acogida que los chicos de los otros cursos propusieron trabajar también de igual forma. Finalizada la actividad se le entrega a cada estudiante un plegable (Anexo 11) que contiene los elementos ilustrados por el profesor Rafael.

La fotografía puede ser un recurso útil para fortalecer el pensamiento matemático, pues ésta le brinda al estudiante la posibilidad de relacionar la cotidianidad con las matemáticas, como lo propone Villa-Ochoa et al (2008) y a través de ella es posible desarrollar procesos, que bien encaminados, los lleve a hacer representaciones mentales y construir el conocimiento.

La pedagogía nos debe llevar a una reflexión continua en procura de mejorar y dinamizar los procesos educativos, especialmente los de seguimiento del aprendizaje, así como lo propone Orellana (2007), Beltrán (2015), González (1989) y Muñoz y Oller (2013).

Los siguientes son registros fotográficos de la actividad.



**Ilustración 6. Actividad curso de fotografía - ¿Cómo tomar una buena foto?**

### **La fotografía y las matemáticas (Actividad 9)**

Esta actividad se desarrolló en el aula de audiovisuales, donde se les presentó a los estudiantes un cuestionario (Anexo 4) para recoger información acerca del proceso de visualización que poseen hasta el momento. Se les presenta tres imágenes de su contexto para que seleccionaran una e hicieran una interpretación literal y una lectura crítica, argumentando qué temas de matemáticas de grado noveno podían inferir de la foto.

En el desarrollo de la actividad se notó confusión y frustración, ya que los estudiantes no sabían cómo hacer el trabajo asignado, posteriormente se logró aclarar las dudas de los estudiantes en cuanto a la solución de la actividad. Los resultados no fueron los esperados, pues hizo falta tiempo para su ejecución, ya que mientras se aclaró la diferencia entre lectura literal y crítica, no se pudo motivar la participación de varios estudiantes.

Cabe anotar que esta actividad fue propuesta teniendo en cuenta los procesos de visualización de Interpretación de Información Figurativa, con los que se pretendía que los estudiantes hicieran lectura e interpretación de imágenes, además de Procesamiento Visual en donde se reconocen patrones y se establecen regularidades; que son algunos de los procesos de visualización contemplados por Gutiérrez (1991).

Con base en lo anterior, se puede concluir que es necesario reforzar más en ejercicios donde los estudiantes expresen sus opiniones de manera verbal o escrita, además, se debe dar las indicaciones de manera clara y precisa y definir los términos que se requieran antes de iniciar una actividad, de tal manera que los estudiantes sepan que van a hacer y cómo lo van a hacer, garantizando de esta forma el éxito de una actividad.

Las siguientes son evidencias de la actividad implementada.



**Ilustración 7. Actividad la fotografía y las matemáticas.**

### **Ficha técnica (Actividad 10)**

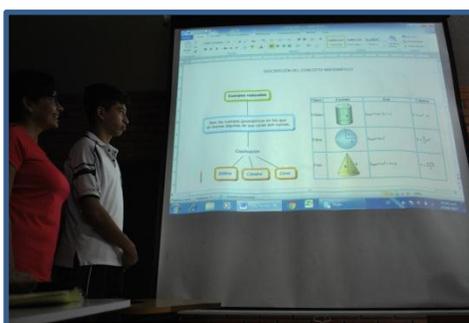
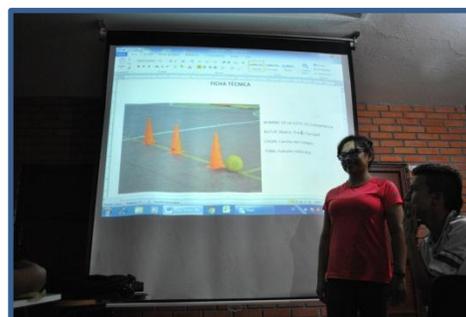
Teniendo en cuenta que la competencia de comunicación matemática se va a fortalecer a partir del pensamiento variacional, cabe considerar que, según Vasco (2006) dicho pensamiento requiere establecer relaciones entre magnitudes, hacer representaciones, tener en cuenta los patrones que se repiten para establecer procesos de modelación y hacer predicciones.

Es así como se propone trabajar con los conceptos de función, pendiente de una recta, función lineal, cuadrática, exponencial y logarítmica, pues corresponden a lo estipulado por el MEN en los Lineamientos Curriculares. A través de estos contenidos se propone a los estudiantes hacer registros fotográficos que estén relacionados con ellos. A cada foto, se le elabora una ficha técnica y para esto se expone una serie de ejemplos (Anexo 12).

En el desarrollo de la actividad los estudiantes se mostraron interesados y satisfechos, pues les fue más sencillo realizar el proceso de vincular una foto a un tema de matemáticas, se aclararon inquietudes con respecto al envío de archivos y registros fotográficos, para el que se creó un correo.

En conclusión, atendiendo a la teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) es importante tener en cuenta los intereses de los estudiantes para utilizarlos en el desarrollo de la actividad pedagógica, como es el caso de la fotografía; ya que se convierte en un recurso al alcance de los estudiantes, que les posibilita relacionar la matemática con su cotidianidad y con el cual se puede construir conocimiento.

Las evidencias fotográficas de la actividad se presentan a continuación.



**Ilustración 8. Actividad ficha técnica.**

Después de desarrolladas estas cinco actividades introductorias con los estudiantes, se implementó la unidad didáctica (Anexo 5) con base en la fotografía, como mediador instrumental de aprendizaje, de tal forma que permitiera el fortalecimiento de la competencia de comunicación en los estudiantes del grado noveno. Por tanto, se diseñó una serie de guías-taller, cuyos ejercicios respondieran a la categoría: Estrategia didáctica y sus correspondientes subcategorías e indicadores de la subcategoría así:

### **Habilidades para el procesamiento visual**

En estos ejercicios se alude al ¿Qué hace el estudiante? Teniendo en cuenta los indicadores de la subcategoría B, fotografía, como son: B1, interpreta y B2, Relaciona. Los estudiantes resolverán ejercicios en los que vinculen la cotidianidad con la matemática mediante el uso de registros fotográficos y los describirán de forma literal, reconocerán patrones y establecerán regularidades entre distintas magnitudes que se les presentan.

### **Habilidades para interpretar información**

En estos ejercicios se alude al ¿Cómo lo hace? Teniendo en cuenta los indicadores de la subcategoría C, comunicación, como son: C1, Usa lenguaje matemático y B2, Construye representaciones. Los estudiantes resolverán ejercicios en los que expresen relaciones encontradas, en lenguaje algebraico para modelar situaciones y, además, elaborarán diagramas, tablas y gráficas utilizando expresiones numéricas y algebraicas.

### **Habilidades para sistematizar, predecir y resolver**

Alude al ¿Qué pasaría si...? Teniendo en cuenta los indicadores de la subcategoría D, Pensamiento variacional, como son: D1, Construye mapas conceptuales y D2, Verifica y pone a prueba. Los estudiantes resolverán ejercicios en donde harán representaciones mentales, construirán modelos usando nociones y procesos, recurriendo a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) ; además, solucionarán situaciones matemáticas relacionadas con variación, no rutinarias y de mayor dificultad, argumentando procesos.

Es así como se diseñan las guías-taller con las que se busca construir los conceptos y además ponerlos en práctica, con miras a fortalecer la competencia de comunicación matemática. En el proceso de diseño se tuvo en cuenta la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), en donde inicialmente el estudiante *Actúa* enfrentándose a la solución de ejercicios de manera individual, buscando fortalecer su autonomía y sus procesos de visualización, como son la *Interpretación de Información Figurativa y Procesamiento visual*, propuestos por Gutiérrez (1991).

Las situaciones propuestas a los estudiantes parten de los registros fotográficos, con los que interactúa con el entorno, de los que se seleccionan los que de manera intencionada sirvan para abordar los temas y diseñar las preguntas, en donde se requiere que los estudiantes hagan Procesos Visuales como descripciones literales de imágenes fotográficas, luego pasen a identificar en ellas

los elementos que la componen y expresen cómo están relacionados dichos elementos. En este proceso inicial se tienen en cuenta los aspectos de la subcategoría B.

Luego se proponen ejercicios en donde los estudiantes pasan a trabajar en grupo, que atendiendo a Brousseau (1986), es en este momento donde hacen *formulaciones*, discuten, argumentan y eligen un representante para hacer luego una puesta en común. Los ejercicios propuestos responden al proceso de visualización de *Representación externa*, que según Gutierrez (1991), es en donde se requiere que los estudiantes expresen en símbolos matemáticos las relaciones, que de manera reiterada, encontraron en las imágenes, elabore gráficas, diagramas y tablas. En esta parte del proceso se tienen en cuenta los indicadores de la subcategoría C.

Para continuar con el proceso, se pasa ahora a las situaciones de *validación*, en donde atendiendo a los planteamientos de Brousseau (1986), el estudiante construye el conocimiento a través de modificaciones y (o) adaptaciones de sus presaberes. De esta forma se proponen ejercicios en donde el estudiante fortalezca sus procesos de visualización en cuanto a *Imágenes mentales* y sus *habilidades de visualización*, atendiendo nuevamente a Gutiérrez (1991). Es en este momento donde los estudiantes hacen representaciones mentales, construyen modelos; que luego los verifican y ponen a prueba en la solución de situaciones matemáticas en otros contextos, las llamadas situaciones a-didácticas, propuestas por Brousseau (1986).

Para reforzar estos procesos, se acude a la modelación por medio de mapas conceptuales, utilizando los aspectos contemplados por Novak (1988), con los que los estudiantes hacen representaciones mentales y construyen modelos de funciones, pendiente de una recta, función lineal, cuadrática, exponencial y logarítmica. También se utiliza la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) que le permite los estudiantes realizar procesos de análisis alrededor de los cambios que ocurren a una gráfica si se varían algunos elementos de una función; facilitando de esta manera la transformación de las imágenes mentales y mejorar sus procesos de modelación. En esta parte del proceso se tienen en cuenta los indicadores de la subcategoría D.

Cabe anotar que en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), el docente es un facilitador del proceso de construcción del conocimiento y que en algunos momentos interviene para articular las nociones y conceptos que los estudiantes van construyendo.

En este orden de ideas, se diseñan las guías-taller para la construcción de los conceptos de Función (Anexos 13), Pendiente de una recta (Anexo 15), Función lineal y Función afín (Anexo

17), Función cuadrática (Anexo 19) y función exponencial (Anexo 21). Estas guías-taller se implementaron en las actividades 11, 13, 15, 17 y 19.

En cuanto a la puesta en práctica de los conceptos se diseñan las guías-taller: Representaciones de funciones (Anexo 14), Ejercicios pendiente de una recta (Anexo 16), Ejercicios función lineal y función afín (Anexo 18) y Ejercicios función cuadrática (Anexo 20). Estas guías-taller se implementaron en las actividades 12,14, 16 y 18.

Por cuestiones de tiempo, ya que estaba finalizando el año escolar, no se pudo implementar las guías-taller de Ejercicios de función exponencial y función logarítmica. Los registros en cuanto a la descripción de las actividades, percepciones y reflexión se contemplan en el diario pedagógico (Anexo 6).

Cabe anotar que en la implementación de las actividades, se realizaron mejoras y correcciones, atendiendo al proceso de investigación acción, con el objetivo de favorecer las prácticas educativas y el proceso de enseñanza aprendizaje.

Los resultados con respecto a las actuaciones de los estudiantes, en cada una de las actividades y tareas propuestas, su proceso en la construcción y puesta en práctica del conocimiento para fortalecer la competencia de comunicación matemática, se presentan a continuación.

### **Actividad 11. Concepto de función (Anexo 13)**

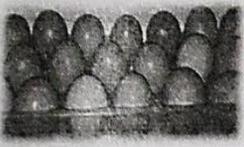
Se muestra inicialmente a los estudiantes unos registros fotográficos a los que se les propone hacer, de manera individual, una descripción literal y establecer los elementos que se encuentran en la imagen y la forma como están relacionados. Los estudiantes manifiestan sorpresa y agrado al ver publicadas sus fotos en la guía-taller; uno de los comentarios al respecto, fue hecho por la estudiante Diana “me gusta ver mi foto en la guía, me siento famosa”.

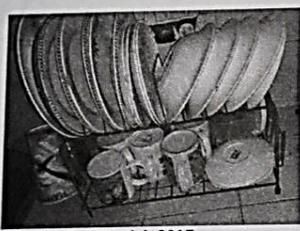
En cuanto a los ejercicios 1 y 2 se puede decir que a la gran mayoría de los estudiantes les cuesta mucho trabajo expresar con sus palabras lo que ven en las imágenes, constantemente requieren la aprobación del docente para que les oriente, si lo que están escribiendo está bien o no. Por las respuestas a este ejercicio se nota que les falta más fluidez verbal; cabe resaltar que reconocen los elementos de cada fotografía, pero en el momento de establecer las regularidades o reconocer patrones entre las diferentes fotografías, no encuentran la forma de escribirlas o redactarlas con sus palabras. Cabe destacar el trabajo de 3 estudiantes que mostraron coherencia, autonomía y buen desempeño en este tipo de ejercicios.

En esta parte de la actividad fue necesario intervenir para ir organizando las ideas y establecer acuerdos en cuanto al desarrollo de la temática.

Estas son algunas imágenes de las respuestas de algunos estudiantes, a estos ejercicios.

<p>Fuente: D. Gaona.2017</p>  <p>Fuente: S. Cala.2017</p>	<p>Puedo apreciar unas tablets, para ser específicos 70 tablets tambien puedo observar una mesa en el fondo</p>	<p>cada tablet tiene su lugar, Pero tambien vemos que sobran 4 lugares. Elementos: Tablets. Caja para guardar las tablet</p>
--	---	--

Imagen	1. Haz una descripción literal de la imagen.	2. ¿Qué elementos encuentras en la imagen y cómo están relacionados?
 <p>Fuente: D. Gaona.2017</p>	<p>Puedo ver que los huevos estan en una base de plastico y estan ordenados y cada huevo tiene su lugar</p>	<p>Elementos = huevos y una base de plastico Relacion = Cada huevo tiene igual base</p>

 <p>Fuente: A. Carvajal. 2017</p>	<p>Unos platos en un platillero colocados de diferente forma</p>	<p>Un platillero y unos platos se relacionan por un orificio del platillero por uno por los platos</p>
--	--	--

**Ilustración 9. Ejercicios categorías B1 y B2.**

Posteriormente se les presenta a los estudiantes los ejercicios 3 y 4 con el fin de que utilicen el lenguaje matemático y construyan representaciones mentales. Teniendo en cuenta los registros en las guías-taller se puede analizar que a los estudiantes se les dificulta expresar las relaciones que encuentran en una imagen de manera reiterada en símbolos, no tienen dominio de las expresiones algebraicas y se les dificulta sacar conclusiones. Aunque manifiestan tener el concepto, les cuesta trabajo expresarlo de manera clara y fluida, pues les falta vocabulario matemático y dominio en las argumentaciones.

Las siguientes son imágenes de algunas respuestas a los ejercicios propuestos.

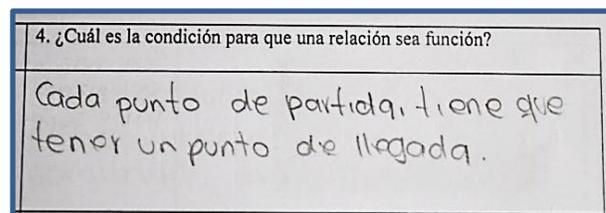
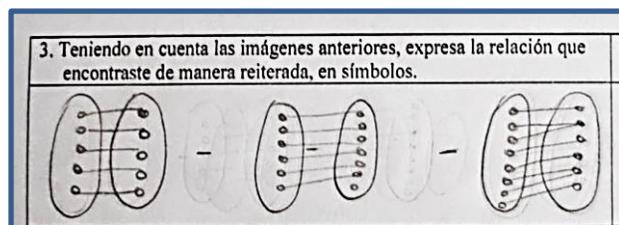


Ilustración 10. Ejercicios categorías C1 y C2.

Finalmente, se le propone a los estudiantes consultar cuales son los elementos de una función, elaborar un mapa conceptual y escribir de qué forma se pueden representar las funciones. En esta parte de la actividad, y al tener la posibilidad de apoyarse mediante el trabajo en grupo, los resultados son más precisos; seleccionan un representante del grupo y socializan la consulta. Posteriormente sacan conclusiones y organizan lo aprendido en un mapa conceptual. Los mapas conceptuales construidos, se aproximan regularmente a los parámetros ya establecidos. Los siguientes, son algunos registros del trabajo realizado.

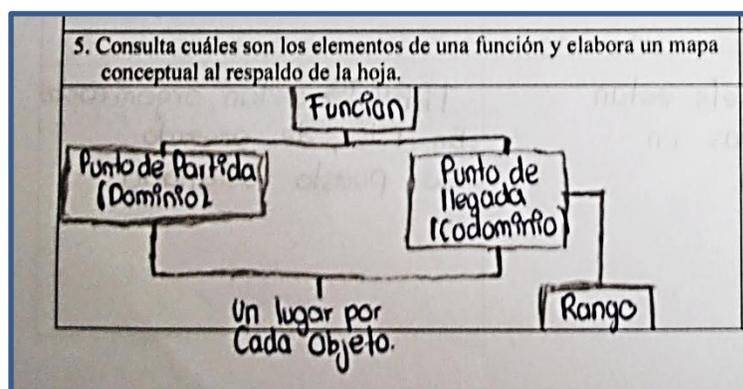
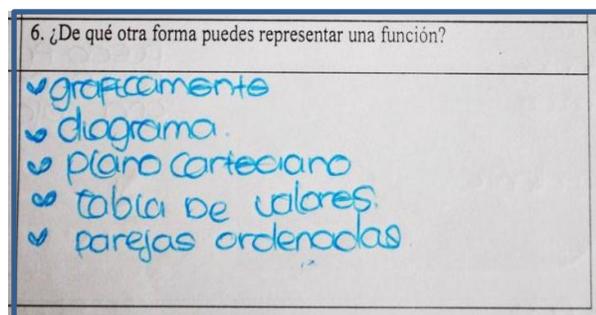
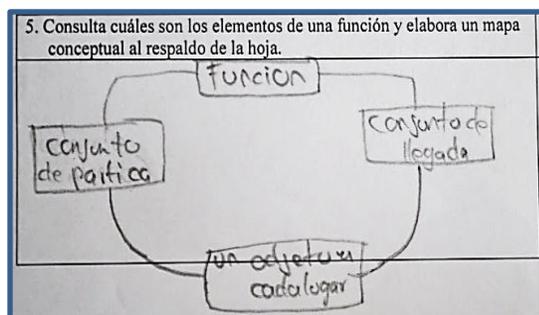


Ilustración 11. Ejercicios categoría D1.

## Actividad 12. Representación de funciones (Anexo 14)

Esta actividad se diseñó con el objetivo de aplicar los conceptos adquiridos en la actividad anterior en la solución de ejercicios, de tal forma que identifiquen relaciones entre las diferentes formas de representar una función.

Se les propuso trabajar de manera individual, se les ambientó con música clásica, esto les agradó y su actitud fue relajada y tranquila. En el ejercicio 1 se les pedía establecer la relación existente entre parejas de conjuntos. Los resultados fueron bastante buenos, el proceso de interpretar y establecer relaciones ha mejorado notablemente, pues ellos manifiestan que “lo trabajado en la actividad anterior es muy parecido”. En cuanto al ejercicio 2 se propone a los estudiantes que determinen cuales de las gráficas presentadas son funciones, en este aspecto, seleccionan de manera adecuada las que representan funciones, pero no saben cómo argumentar sus ideas para dar explicación adecuada a la respuesta.

En esta oportunidad el trabajo es más autónomo, los estudiantes están más concentrados, leen, interpretan y resuelven los ejercicios propuestos. En el momento de hacer la socialización de lo desarrollado se nota timidez para dar a conocer sus opiniones personales, les falta seguridad y confianza. A continuación se presentan algunas respuestas dadas por los estudiantes.

1. Resuelve los siguientes ejercicios, teniendo en cuenta las diferentes formas de representar una función.

Establece la relación existente en cada uno de los siguientes diagramas:

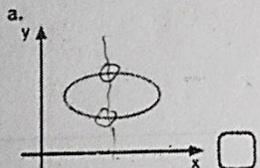
Figuras geométricas y la cantidad de lados que tienen.

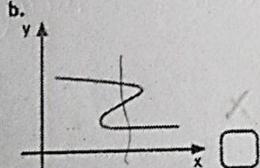
Personas y el partido al que apoyan

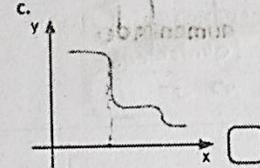
Personas y el partido al que apoyan

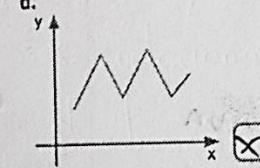
Personas y el partido al que apoyan

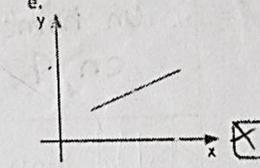
2. ¿Cuáles de las siguientes gráficas corresponden a funciones?  
Explica tu respuesta.

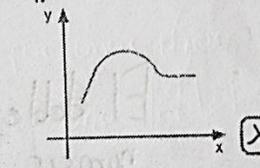
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

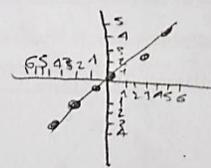
Por que  $\rightarrow$  no se pueden tener dos imagenes

Ilustración 12. Ejercicios categoría D2.

En cuanto al ejercicio 3 se propone a los estudiantes completar una tabla en la que establezcan relaciones entre las diferentes formas de representar una función. En este aspecto se presentan dificultades en cuanto al manejo del lenguaje matemático, pues no utilizan de manera correcta las expresiones algebraicas, en cuanto a la construcción de tablas, presentan dudas para hallar el valor numérico y en la elaboración de gráficas no recordaban la forma de ubicar puntos en el plano cartesiano. Fue necesario intervenir para aclarar las dudas presentadas y poder continuar con la actividad propuesta.

Las siguientes, son las evidencias de lo desarrollado por algunos estudiantes.

Lenguaje verbal	Lenguaje Matemático
"el doble de un número disminuido en 2"	$f(x) = 2x - 2$

Tabla de valores	Gráfica												
<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-6</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	y	-6	-4	-2	0	2	
x	-2	-1	0	1	2								
y	-6	-4	-2	0	2								

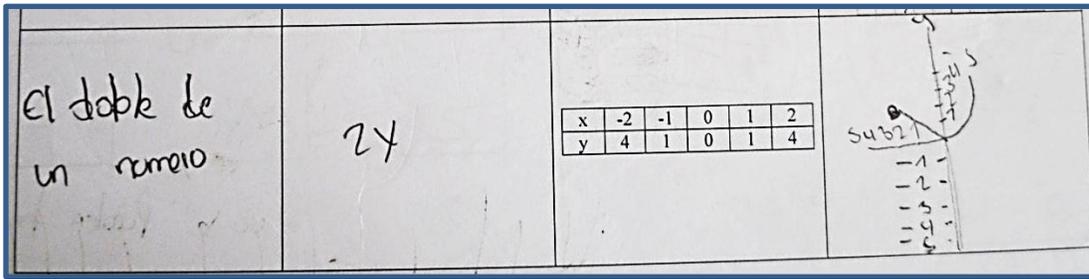
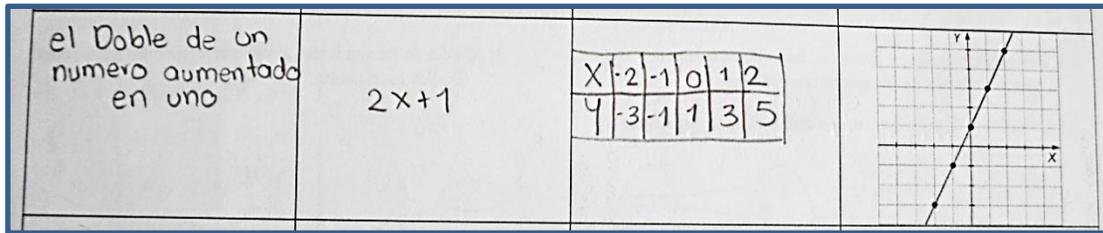


Ilustración 13. Ejercicios categorías C1 y C2.

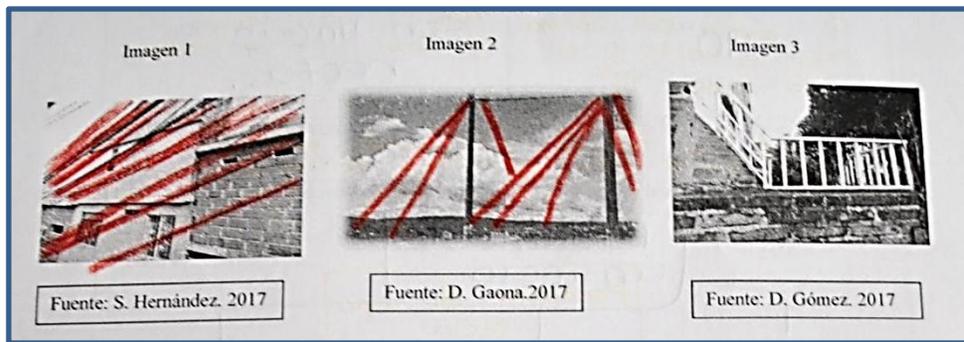
### Actividad 13. Pendiente de una recta (Anexo 15)

En esta actividad se hicieron algunas correcciones en cuanto a la forma de presentar las imágenes, ya que era necesario que compararan la disposición de los diferentes elementos que componían cada una de ellas. El proceso de descripción literal de las imágenes mejoró con relación a la actividad anterior, los estudiantes participaron de manera espontánea, mostraron en sus respuestas más organización y describieron más detalles que hacían parte de la imagen.

En cuanto al proceso de reconocimiento de patrones, fue necesario reformular las preguntas para que los estudiantes tuvieran la oportunidad de argumentar y establecer las regularidades presentadas. A pesar de establecer elementos y relaciones, les falta precisión en el ejercicio, pues tienen falencias en los conceptos de rectas paralelas, rectas perpendiculares, ángulo de inclinación y pendiente positiva o negativa; que posteriormente en el desarrollo de la actividad se fueron aclarando.

Los estudiantes manifestaron interés en la clase, ya que por medio de las fotografías, ven la matemática muy relacionada con su cotidianidad y nuevamente reflejan satisfacción al ver sus fotos plasmadas en las guías-taller.

Algunas respuestas de las preguntas 1, 2 y 3 se presentan a continuación.



1. Haz una descripción literal de cada una de las anteriores imágenes.		
Se puede observar cables de corriente eléctrica en forma horizontal y al fondo hay casas	Se puede ver cables inclinados sostenidos por dos postes	Hay pasamanos ubicados en una estructura de ladrillos y cemento también hay escaleras.
2. Las anteriores fotografías tienen elementos comunes. ¿Cuáles son esos elementos? ¿Cómo están relacionados?		3. Colorea de color rojo los cables inclinados de las imágenes 1 y 2. ¿Qué diferencias encuentras entre sus inclinaciones?
Hay cables de corriente ubicados en paralelos e inclinados también perpendiculares.		Los cables de la Foto 2 están más inclinados que la uno ya que la Foto 1 es horizontal

**Ilustración 14. Ejercicios categorías B1 y B2.**

Mediante las preguntas 4 y 5 se pretende que los estudiantes expresen cómo se puede calcular la inclinación de una recta, usando no solo el lenguaje verbal sino el matemático, en cuanto a este proceso han mostrado mejoría, pues al introducir correctivos en las acciones a seguir en la guía-taller como es el hecho de colorear los elementos registrados en las fotos, les permitió establecer diferencias y semejanzas para reconocer parones, permitiendo un acercamiento a la formulación en símbolos matemáticos.

A medida que se van desarrollando los ejercicios 6 y 7 van aclarando conceptos, pues establecen condiciones y propiedades, especialmente los relacionados con líneas paralelas, perpendiculares, ángulos de inclinación y pendiente de una recta. En cuanto a la pregunta 8, los estudiantes reconocen la cercanía del entorno con la matemática a través de la fotografía y dan algunos ejemplos de su cotidianidad. Aun les falta fortalecer la competencia de argumentación.

A continuación se presentan algunas imágenes que sustentan los anteriores análisis.

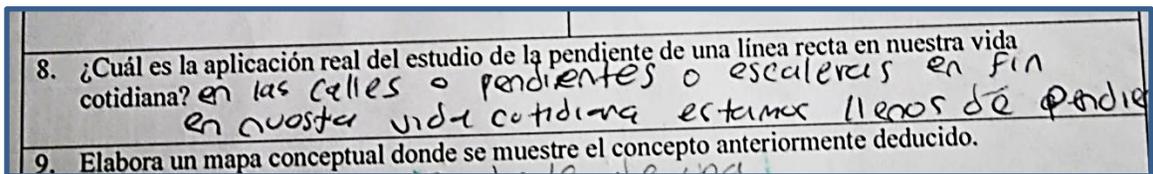
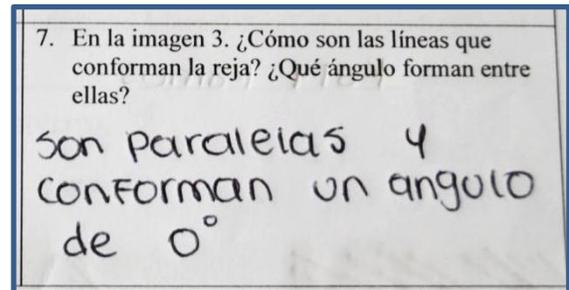
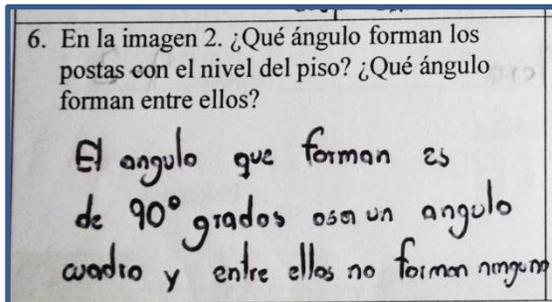
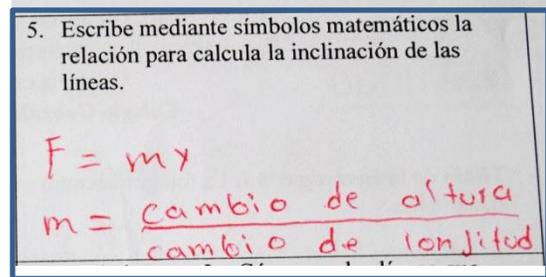
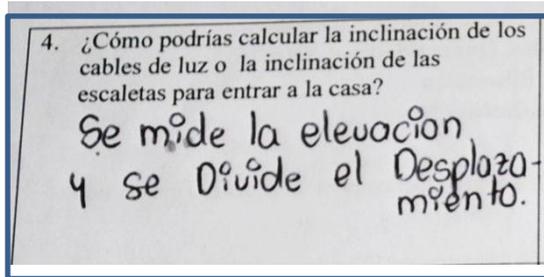


Ilustración 15. Ejercicios categorías B1 y B2.

Finalmente, se les propone elaborar un mapa conceptual teniendo en cuenta lo trabajado en clase; en su elaboración fluyen más las ideas, pero aún no se animan a trabajar de manera individual en esta parte del proceso, pues ellos manifiestan que tiene dudas en cómo organizar sus ideas. Cabe resaltar que aún les hace falta tener en cuenta algunos elementos y condiciones para su elaboración.

Las siguientes son imágenes de los mapas conceptuales elaborados por los estudiantes en esta actividad.

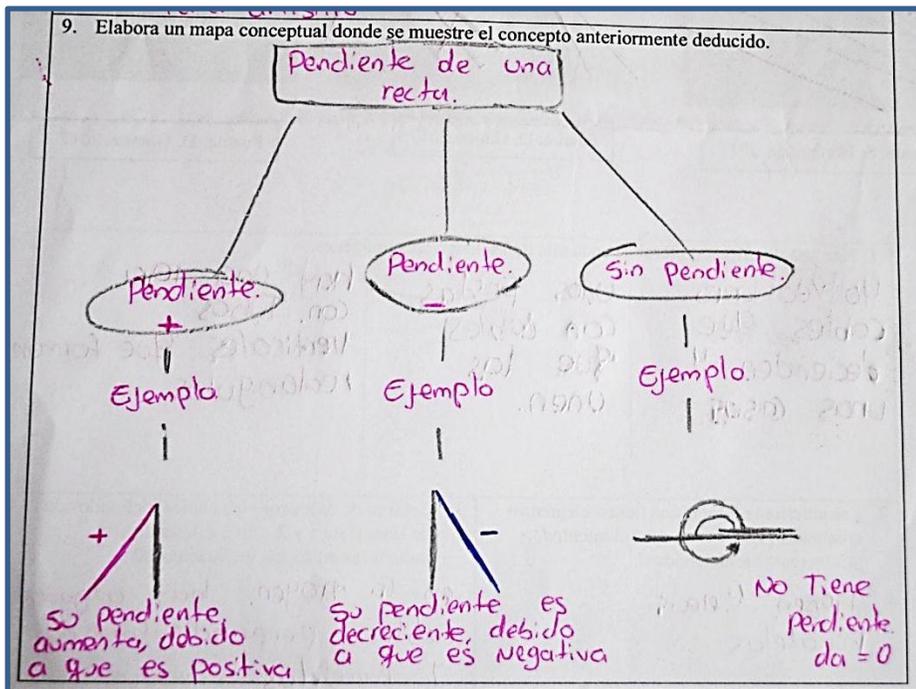
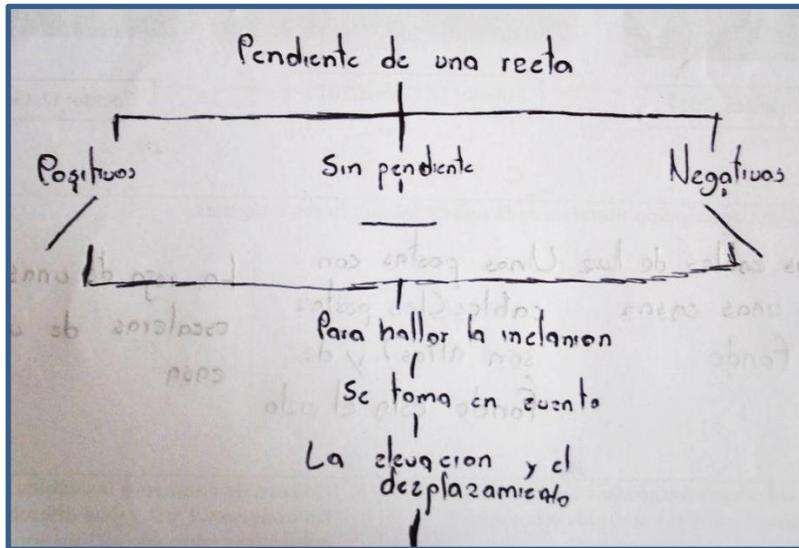


Ilustración 16. Ejercicios categoría D1.

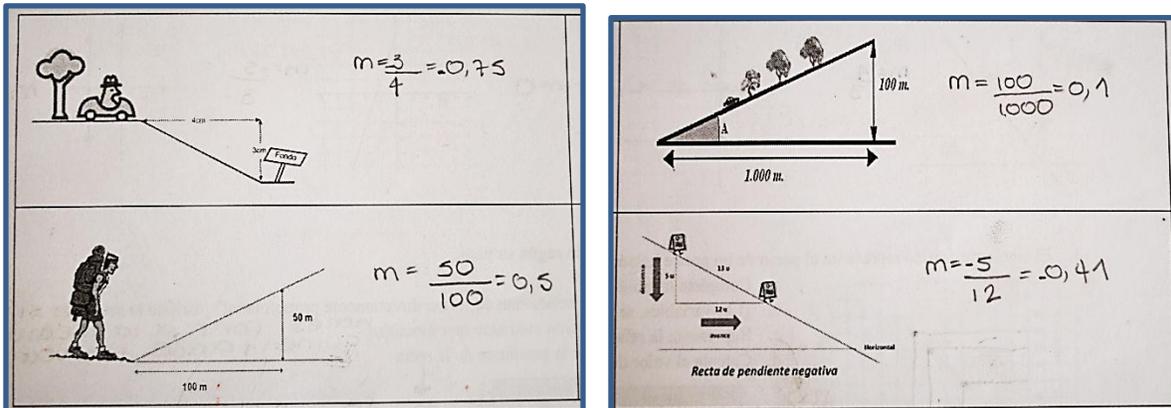
**Actividad 14. Ejercicios de aplicación (Anexo 16)**

Esta actividad se propone con el objetivo de que los estudiantes resuelvan situaciones relacionadas con función lineal y función afín, y refuercen los principales aspectos de dichos conceptos. En ella se proponen los ejercicios 1 y 3 para que los estudiantes, trabajando por parejas, calculen la pendiente de situaciones aplicando la ecuación que habían deducido en la clase anterior.

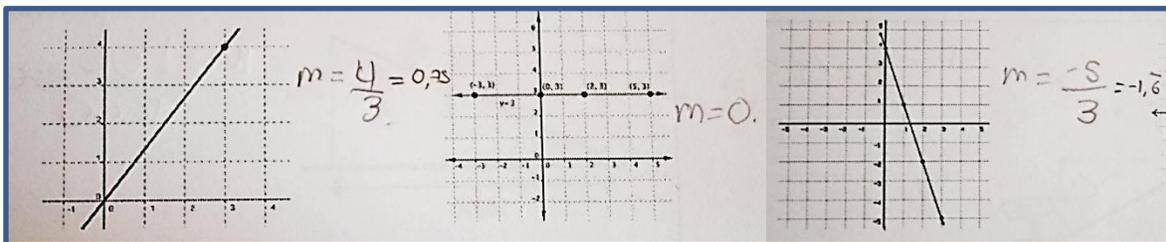
El proceso de solución fue más ágil teniendo en cuenta que se les facilitó recordarla, pues ya habían hecho su representación mental.

Las siguientes imágenes muestran algunas respuestas dadas a los ejercicios 1 y 3.

- Teniendo en cuenta la siguiente información, calcula la pendiente en cada caso:



- Calcula la pendiente para cada una de las siguientes gráficas:



**Ilustración 17. Ejercicios categoría D2.**

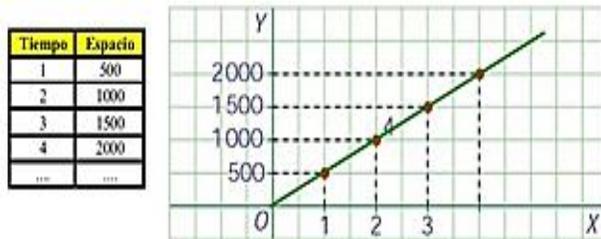
Los ejercicios 2 y 4 se proponen situaciones en las que deben establecer variables, determinar cómo están relacionadas, para representarlas mediante una función, además de construir tablas y gráficas y de esta manera establecer relaciones entre las diferentes formas de expresar una función. Los estudiantes se muestran más seguros del proceso, demuestran que conocen y manejan los conceptos, su capacidad de argumentar la ponen en juego en la solución de los ejercicios y terminan concluyendo que “En la función lineal la constante de proporcionalidad es la misma pendiente”.

En el desarrollo de la actividad se nota el progreso de los estudiantes en cuanto al desempeño en la solución de situaciones matemáticas y la aplicación de los procesos de visualización como son los de Interpretación de Información figurativa y Procesamiento visual. Es favorable el uso de la

fotografía en la elaboración de representaciones mentales, pues recuerdan y asocian los conceptos con la solución de ejercicios.

Las siguientes imágenes muestran algunas respuestas de los estudiantes en los ejercicios 2 y 4.

- En la vida cotidiana puedes encontrar diferentes situaciones en las que están relacionadas dos magnitudes por ejemplo: Un avión vuela a una velocidad constante de 500 Km/h. Si se construye una tabla y se representan dichos puntos en una gráfica, se obtiene:



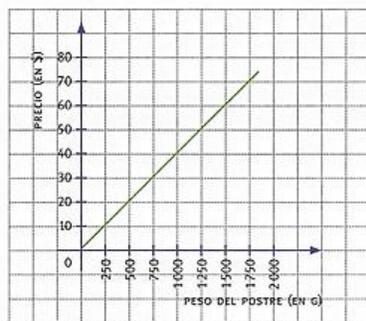
a. Representa dicha relación mediante una función.  $f(x) = 500x$

b. ¿Esta función corresponde a una función lineal? Justifica tu respuesta. *Si porque es una Recta.*

c. Calcula la constante de proporcionalidad.  $f(x) = ax$  500.  
*pendiente*

d. Calcula el valor de la pendiente de la recta que representa la situación. 500.  
 $m = \frac{1500}{3} = 500$

- El siguiente gráfico representa el precio de un postre helado según su peso.



a. Completa la tabla

b. ¿Las variables, se relacionan de forma directamente proporcional? justifica tu respuesta

c. Representa la relación mediante una función.

d. Calcula el valor de la pendiente de la recta

Peso (en gramos)	Precio (en \$)
250	10
1000	40
1500	60
1750	40

b. si por que tiene una constante de proporcional. y si aumenta algo aumenta el otro

c.  $f(x) = 0,04x$

d.  $\frac{60}{1.500} = 0,04$

Ilustración 18. Ejercicios categoría D2.

### Actividad 15. Función lineal y función afín (Anexo 17)

Para la elaboración de la guía-taller, correspondiente a esta actividad, fue necesario utilizar unas imágenes de internet, debido a que los estudiantes no enviaron fotografías en la fecha estipulada. De igual forma se utilizó una imagen para que los estudiantes la interpretaran y establecieran una relación con los ejercicios propuestos.

En cuanto a los resultados se puede concluir que los procesos de Interpretación de Información figurativa y de Procesamiento visual, en los cuales el estudiante identifica variables, establece relaciones, usar el lenguaje matemático para escribir la función que las relaciona, construye tablas de valores, construye gráficas, calcula la pendiente y explica su significado, ha mejorado notablemente, pues en su ejecución trabajan de manera independiente, autónoma, con mayor seguridad y demuestran en su solución que tienen más afianzado el proceso.

En los ejercicios 1 y 2 los estudiantes establecen comparaciones para clasificar y establecer las diferencias entre una función lineal y una afín. Cabe destacar la seguridad y tranquilidad con que participan y van construyendo entre todos el concepto, dando aportes y cuestionando en otras ocasiones. A continuación se muestran unas imágenes relacionadas con la solución a los ejercicios propuestos.

1. Existe una relación entre el número de minutos que hablamos cuando realizamos una llamada desde un celular y el monto de dinero que debemos pagar. En cierta compañía si habla un minuto debe pagar \$ 100, si habla 2 minutos \$ 200, y así sucesivamente.

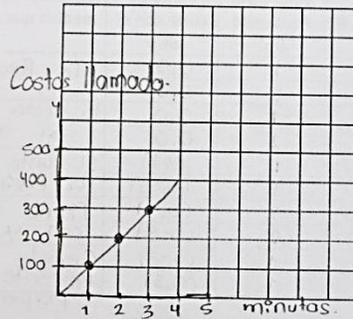


- a. ¿Cuáles son las variables involucradas en este ejercicio? ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente? # minutos → Variable Independiente  
costo llamadas → Variable Dependiente

- b. Escribe la función que relaciona las dos variables.  $F(x) = 100x$   
 $y = 100$

- c. Construye su tabla de valores y su correspondiente gráfica. Utiliza una escala adecuada.

x	y
1	100
2	200
3	300
4	400
5	500



- d. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica y qué significado tiene dicho valor?

$$m = \frac{100}{1} = 100$$

2. Un taxista cobra \$2500 por banderazo y por cada kilómetro recorrido \$1000.
- a. ¿Cuáles son las variables involucradas en este ejercicio? ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente? Kilómetros Recorridos → V. Independiente  
Precio de la carrera → V. Dependiente

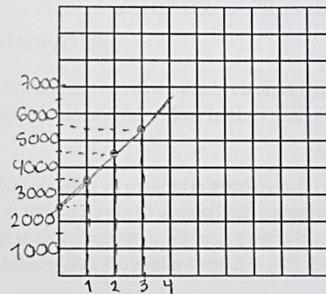


- b. Escribe la función que relaciona las dos variables.

$$y = 1000x + 2500 \quad y = \text{otro}$$

- c. Construye su tabla de valores y su correspondiente gráfica. Utiliza la escala adecuada.

x	y
0	2500
1	3500
2	4500
3	5500
4	6500



- d. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica y qué significado tiene dicho valor?

$$m = \frac{1000}{1} = 1000$$

- e. ¿Qué diferencia existe con la gráfica del ejercicio anterior?

esta no pasa por el 0,0 y el otro sí.

Ilustración 19. Ejercicios categoría D2.

Posteriormente, se pasa a trabajar en la sala de informática, donde se recurre a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com); cabe anotar que el trabajo con esta herramienta no se había realizado antes y fue implementado teniendo en cuenta las sugerencias de los estudiantes, pues la actividad de consulta sobre organizadores gráficos, que se desarrolló en la sala de informática, fue productiva y de agrado para ellos, y porque además, es una herramienta que posibilita afianzar los procesos de modelación ya que permite realizar gráficas de funciones de una manera sencilla y rápida.

Con esta herramienta, los estudiantes realizaron gráficas de diferentes funciones lineales y funciones afines, compararon y describieron los cambios al variar algunos de sus elementos. Este proceso les brindó bases con las que posteriormente construyeron mapas conceptuales y les permitió afianzar el proceso de visualización, ya que al hacer razonamiento visual, elaboran representaciones externas y de esta manera van creando imágenes mentales.

Los estudiantes trabajaron muy organizados y de manera autónoma; la actividad despertó su interés, analizaron y sacaron conclusiones. A pesar de no haber enviado inicialmente fotografías relacionadas con el tema, reconocieron que en su cotidianidad hay muchas situaciones que se pueden representar mediante funciones lineales o afines. Después de realizada la actividad enviaron fotos relacionadas con el tema.

Las siguientes imágenes son algunas evidencias de las respuestas dadas por los estudiantes a los ejercicios 3, 4 y 5 de la guía-taller aplicada.

3. Para el desarrollo de la siguiente actividad, ingresa a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador realiza las gráficas correspondientes a cada función.

Función $f(x) = mx + b$	Valor de la Pendiente (m)	Punto de corte con el eje y.	Describe los cambios en cada par de gráficas a medida que cambian los elementos m y b.
$f(x) = x$	1	0,0	La Recta se inclina mas.
$f(x) = 3x$	3	0,0	
$f(x) = -x$	-1	0,0	La Recta se volvio decreciente al agregave el (-1)
$f(x) = -2x$	-2	0,0	
$f(x) = x + 1$	1	(0,1)	el Punto de Corte con el eje x Por encima y por debajo 0,0
$f(x) = x - 3$	1	(0,-3)	
$f(x) = 2x + 5$	2	(0,5)	Tiene diferente punto de corte con y, pero son paralelas
$f(x) = 2x - 5$	-2	(0,-5)	
$f(x) = -x - 5$	-1	(0,-5)	Cuando el Producto de sus Pendiente es -1 las Rectas son perpendiculares.
$f(x) = x + 5$	1	(0,5)	

4. ¿Cuál es la aplicación real del estudio de las funciones lineales en la vida cotidiana?  
Pago de Facturas. Recibos = luz, agua y gas.

5. Teniendo en cuenta los ejercicios anteriores, elabora un mapa conceptual donde expongas tus conclusiones.

Ilustración 20. Ejercicios categoría D1.

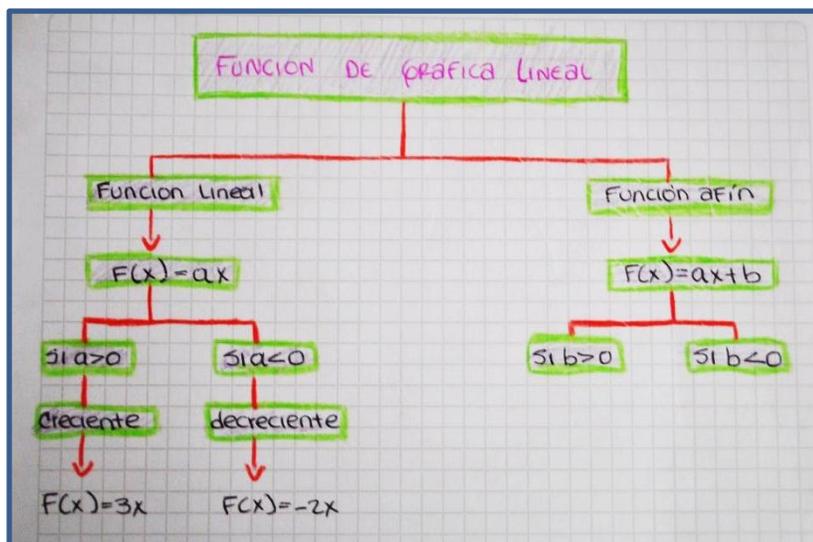


Ilustración 21. Ejercicio categoría D1.

### Actividad 16. Ejercicios de aplicación (Anexo 18)

Esta actividad fue diseñada con el objetivo de afianzar los procesos de comunicación matemática, relacionados con funciones lineales y afines. Los estudiantes manifiestan tener más dominio en los procesos de visualización, ya que por medio de las guías-taller anteriores, han adquirido la habilidad de reconocer magnitudes, reconocer relaciones funcionales, representarlas gráficamente, utilizar lenguaje matemático a la hora de describir relaciones y han entrado en el proceso formal de modelación.

En esta actividad el proceso avanza al siguiente nivel, que consiste en establecer relaciones de comparación entre diferentes gráficas. En cuanto a la solución de situaciones problema, los estudiantes han mejorado sus habilidades para leer, interpretar, reconocer aspectos relevantes y proponer alternativas de solución, en donde tienen que verificar y poner a prueba sus conceptos. Los ejercicios presentados son de la vida cotidiana, especialmente de matemática financiera.

En cuanto a la dinámica del trabajo, se mantiene, al inicio la solución de los ejercicios de manera individual, luego se hace socialización de los mismos, se aclaran dudas, posteriormente se trabaja en grupos, en este caso por parejas. En cuanto al proceso de evaluación, los estudiantes reconocen el progreso en la competencia de comunicación matemática, aunque admiten que se les dificulta un poco expresar en lenguaje matemático especialmente las funciones afines.

A continuación se presentan algunas evidencias de la actividad implementada.

ACTIVIDAD 7

Las funciones lineales y las afines son muy útiles para representar diferentes situaciones de la vida diaria. En cada una de las siguientes situaciones, escribe la expresión que determina cada función y clasificala como función lineal o afin.

1.

Número de gotas	2	5	10	20	40
Cantidad (miligramos)	0,1	0,25	0,5	1	2

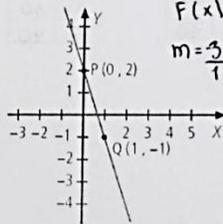
$F(x) = \frac{x}{20}$  función lineal.

2.

Minutos celular	1	2	3	4	5
Costo del minuto	180	360	540	720	900

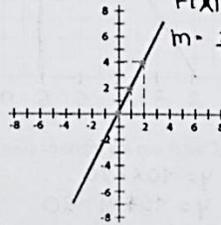
$F(x) = 180 \cdot x$ . F. lineal.

3.



$F(x) = -3x + 2$  F. lineal  
 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{1} = -3$

4.



$F(x) = 2x$  f. lineal.  
 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$

5. El salario de un vendedor de calzado depende del número de pares de zapatos vendidos en el mes. El ingreso básico es de \$400000 y por cada par de zapatos vendidos gana 5000.

# Zapatos Vendidos  $\rightarrow$  V. indep. X  
 Saldo  $\rightarrow$  V. Dependiente.  
 $F(x) = 5000x + 400000$

Resuelve las siguientes situaciones:

6. En una empresa el costo (en dólares) de producir  $x$  artículos está modelado por la expresión:

$C(x) = 30x + 200$

$C(x) = 30x + 200$

a. Calcula el costo de producir 120 artículos.

$C(x) = 30 \times 120 + 200$

$C(x) = 3600 + 200$

$C(x) = 3800$

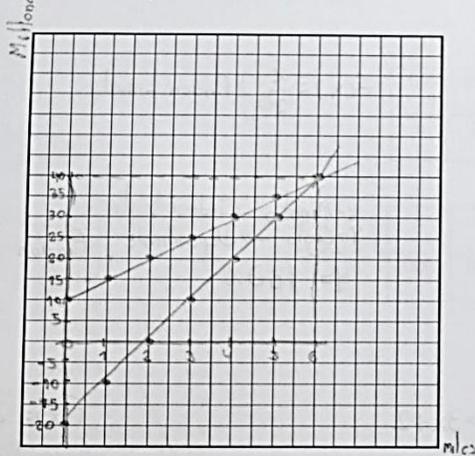
b. Si la empresa tiene un capital de US\$7400, halla la cantidad de artículos que puede producir.

$7400 = 30x + 200$

$7400 - 200 = 30x$

$\frac{7200}{30} = x$   
 $[240 = x]$

7. Las siguientes ecuaciones representan los costos e ingresos en millones de pesos de una fábrica de lápices de colores: los costos,  $10x - 2y + 20 = 0$  y los ingresos,  $10x - y - 20 = 0$ , donde  $x$  son las unidades producidas en miles.



- a. Realiza la gráfica de cada función en el mismo plano cartesiano (utiliza una escala adecuada)

Costos		Ingresos	
x	y	x	y
0	20	0	-20
1	15	1	-10
2	20	2	0
3	25	3	10
4	30	4	20
5	35	5	30
6	40	6	40

- b. ¿Cuáles son los ingresos si se producen 4 mil unidades?  
 $y = 10x - 20$   
 $y = 10 \times 4 - 20$  Su ganancia es 20'000.000  
 $y = 40 - 20$   
 $y = 20$
- c. ¿Cuáles son los gastos si se producen 8 mil unidades?  
 $y = 5x + 10$   
 $y = 5 \times 8 + 10$  Sus gastos son 50'000.000  
 $y = 40 + 10$   
 $y = 50$
- d. ¿Cuántas unidades se deben producir para que los costos y los ingresos sean los mismos?

6.000 productos

Ilustración 22. Ejercicios categoría D2.

### Actividad 17. Función cuadrática (Anexo 19)

Para el inicio de esta actividad se les presenta dos imágenes en las que deben establecer elementos comunes que las relacionen. En cuanto a la interpretación y descripción de las imágenes los estudiantes se desenvuelven mejor, pues argumentan sus ideas con más fluidez, y a partir de dichas fotografías, se propone un ejercicio para elaborar el concepto de función cuadrática.

En cuanto al proceso de comunicación cabe anotar que, el manejo de procesos de visualización, en esta actividad, avanza un poco más ya que los estudiantes demuestran en sus acciones y respuestas a los ejercicios, haber adquirido habilidades para sacar conclusiones, hacer representaciones mentales de conceptos mediante la construcción de modelos, en este caso de la función cuadrática.

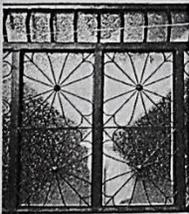
Nuevamente se acude a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) para graficar diferentes funciones, de esta manera pueden establecer con mayor habilidad lo que le sucede a la gráfica de una función

cuadrática si se varían algunos elementos. Con el uso de esta herramienta, refuerzan conceptos fundamentales como son puntos de coordenadas, vértices, además de permitirles observar fácilmente los cambios que presentan las gráficas y sacar conclusiones; para posteriormente construir representaciones mentales y modelos de función cuadrática.

Cabe destacar la opinión de un estudiante quien afirma “Al principio no tenía claro cómo y por qué se modificaban las gráficas, pero luego me di cuenta que al ir cambiando ciertos números y signos la gráfica cambia, fue más fácil para describir y sacar conclusiones”. De esta forma se aprecia que los estudiantes son cada vez más conscientes del proceso de construcción del conocimiento.

Las siguientes imágenes reflejan el proceso desarrollado por los estudiantes en los ejercicios propuestos.

Al observar las siguientes imágenes, ¿puedes encontrar elementos comunes que las relacionen?



Fuente: D. Gómez. 2017



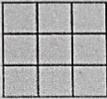
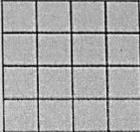
Fuente: S. Cala.2017

Ambas son funciones una tiene forma de parábola y la otra es cuadrática.

1. Calcula el área de los cuadrados cuyos lados miden 1, 2, 3, 4, 5 y 6 cm. Consigna dichos valores en una tabla. Asigna la letra  $x$  al valor del lado y  $y$  al valor del área.

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	1	4	9	16	25	36



2. ¿Qué variación experimenta el área de un cuadrado si se duplica el valor del lado?, ¿Qué le ocurre al área, si triplicas el valor del lado?

Si el valor del lado se duplica el área se eleva al cuadrado.  
Si el valor del lado se triplica el área aumenta 9 veces.

Ilustración 23. Ejercicios categoría B1 y B2.

3. Representa los datos en una gráfica. Asigne al valor del lado el eje horizontal y al área el eje vertical. ¿Cuál es la magnitud independiente y cuál la dependiente?  
 mag independiente → lado  
 mag dependiente → área.

4. ¿Qué tipo de relación existe entre el lado de un cuadrado y su correspondiente área?  
 Relación Cuadrática.

5. Representa dicha relación por medio de símbolos matemáticos.  
 $F(x) = x^2$

6. Volviendo a la pregunta inicial. Encuentras alguna relación entre las dos imágenes?  
 Si, porque ambas al graficarnos da una parábola.

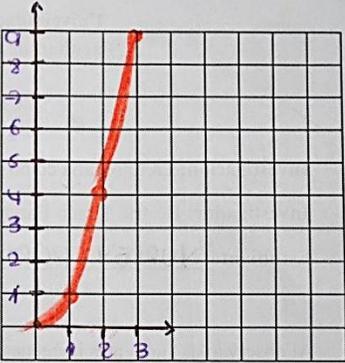


Ilustración 24. Ejercicios categorías C1 y C2.

7. Para el desarrollo de la siguiente actividad, ingresa a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador realiza las gráficas correspondientes a cada función.

Función	Coordenadas del vértice	Valores de a, b y c $f(x) = ax^2 + bx + c$	Describe los cambios en cada grupo de gráficas a medida que se modifican los valores de a, b y c.
$f(x) = x^2$	0, 0	a = 1	Una de las parábolas tiene las ramas hacia arriba y otra hacia abajo. Todas las parábolas tienen las ramas hacia arriba pero unas están más anchas que las otras si el valor es mayor que 1 se expande y si es menor que 1 se comprime.
$f(x) = -x^2$	0, 0	a = -1	
$f(x) = 3x^2$	0, 0	a = 3	
$f(x) = 8x^2$	0, 0	a = 8	
$f(x) = \frac{1}{2}x^2$	0, 0	a = 1/2	
$f(x) = \frac{1}{6}x^2$	0, 0	a = 1/6	dos hacia abajo expandidos y dos hacia abajo comprimidos.
$f(x) = 5x^2 + 2$	0, 2	a = 5 c = 2	
$f(x) = 5x^2 - 2$	0, -2	a = 5 c = -2	
$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 - 3$	0, -3	a = 1/8 c = -3	Ya no están en el punto 0, 0 ahora se desplazan hacia la derecha y la izquierda.
$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$	0, 2	a = 1/4 c = 2	
$f(x) = x^2 - 8x + 4$	4, -12	a = 1 b = -8 c = 4	
$F(x) = x^2 + 4x + 2$	-2, -2	a = 1 b = 4 c = 2	
$F(x) = -x^2 - 6x - 2$	-3, 7	a = -1 b = -6 c = -2	
$F(x) = (x + 1)^2$	-1, 0	a = 1 b = 2 c = 1	
$F(x) = 2(x - 5)^2$	5, 0	a = 2 b = -20 c = 50	
$F(x) = (x + 2)^2 - 5$	-2, -5	a = 1 b = 4 c = -5	

8. ¿Cuál es la aplicación real del estudio de las funciones cuadráticas en la vida cotidiana?  
 En la arquitectura para hacer un edificio

Ilustración 25. Ejercicios categoría D1.

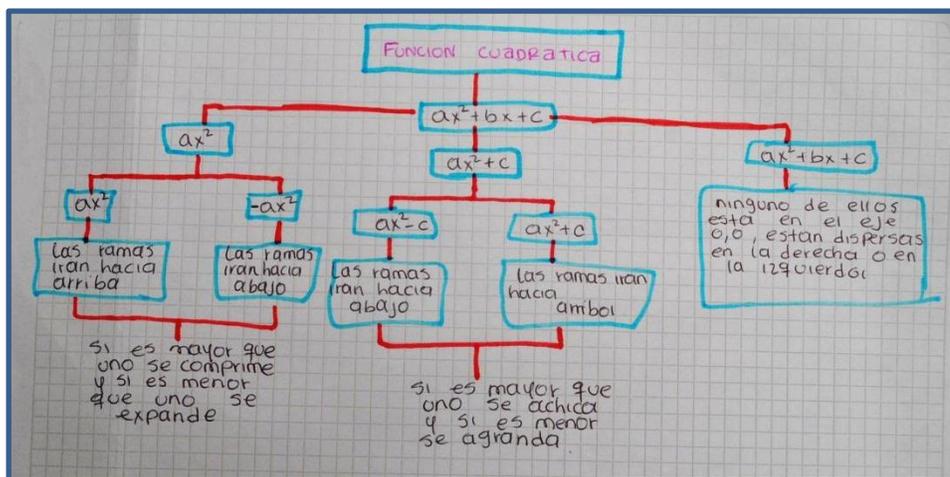


Ilustración 26. Ejercicio categoría D1.

### Actividad 18. Ejercicios de aplicación (Anexo 20)

Teniendo en cuenta lo trabajado en la actividad anterior, se les propone a los estudiantes que a cada imagen de la vida cotidiana la relacionen con una expresión matemática adecuada, también se les propone resolver ejercicios de aplicación, no rutinarios y de mayor dificultad, relacionados con la asignatura de física de décimo grado. El proceso avanza al nivel en que los estudiantes establecen relaciones de comparación entre diferentes imágenes y utiliza representaciones algebraicas para modelar situaciones problema. Estos ejercicios permiten que los estudiantes alcancen un nivel de desempeño avanzado.

Los estudiantes se sorprenden al ver las diversas imágenes que están relacionadas con parábolas y evocan sus representaciones mentales, elaboradas en la clase anterior, para dar solución a los ejercicios. En cuanto a la solución de situaciones, se sintieron orgullosos ya que los ejercicios desarrollados eran de temas que trabajarían en la asignatura de física en 10 grado, verificando y poniendo a prueba lo aprendido

En general, el grupo de estudiantes es más autónomo, disciplinado, trabajan ya sea individual o en grupo de manera responsable, participan en las actividades son capaces de auto dirigirse, elegir monitores, realizar puestas en común. Los estudiantes muestran actitud de escucha, y respeto en las intervenciones, saben argumentar y reflejan apropiación del tema cuando toman la palabra.

A continuación se presentan algunas imágenes que evidencian los procesos alcanzados por los estudiantes.

1. La parábola es utilizada muchas veces en las construcciones por su practicidad y belleza, o en diversas situaciones de la vida cotidiana. Las siguientes fotografías sugieren un uso de la función cuadrática. Si hubiera que describirlas con una parábola, ¿cuál sería una expresión matemática adecuada para cada una de ellas?



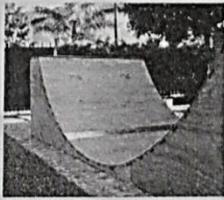
$$F(x) = -\frac{1}{2}x^2$$



$$F(x) = 5x^2$$



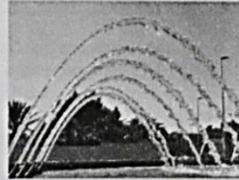
$$F(x) = \frac{1}{9}x^2$$



$$F(x) = \frac{1}{3}x^2$$



$$F(x) = 2x^2$$



$$F(x) = -\frac{1}{4}x^2$$



$$F(x) = -\frac{1}{6}x^2$$



$$F(x) = \frac{1}{8}x^2$$



$$F(x) = \frac{1}{6}x^2$$

Ilustración 27. Ejercicios categorías B1, B2 y C1.

2. Resuelve las siguientes situaciones:

a. Cesar está de viaje con su familia, en su viaje encuentra una cascada y decide sacar una foto de la vista desde el filo de ésta, al intentar guardar el celular, se le cae de sus manos describiendo un movimiento de caída libre.  
La ecuación que describe la caída es  $h = 5t^2 + 2t$  en donde  $h$  es la altura en metros y  $t$  es el tiempo que lleva el celular en el aire. Si el celular llegó al piso en 3 segundos. ¿Cuál es la altura del acantilado?

$$h = 5t^2 + 2t$$

$$h = 5 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3$$

$$h = 45 + 6$$

$$h = 51$$

La altura es de 51 metro

b. Carlos vende sombrillas y su hermano Alberto le propone dos formas de ajustar el precio de acuerdo al mes del año en que se encuentren, los dos modelos que propone son:

$$1. S = 4m^2 + 72 \quad 2. S = 6m^2$$

En donde  $m$  representa cada uno de los doce meses del año y  $S$  el precio por sombrilla a vender.

¿Cuál es el número del mes en el que ambos métodos dan el mismo valor de venta para las sombrillas?

¿Para cuál modelo se establece un precio más alto en el mes de octubre?

Modelo 1      Modelo 2

$$S = 4m^2 + 72 \quad S = 6m^2$$

$$4m^2 + 72 = 6m^2$$

$$72 = 6m^2 - 4m^2$$

$$72 = 2m^2$$

$$\frac{72}{2} = m^2$$

$$\sqrt{36} = \sqrt{m^2} = 6 = m$$

En el mes de JUNIO

El modelo dos tiene mayor ingreso

c. La ecuación descrita por Galileo dice que el tiempo ( $t$ ) de caída de un cuerpo, elevado al cuadrado, es proporcional a la altura ( $y$ ); es decir:  $y = \frac{1}{2}gt^2$ , en donde  $g$  es la constante de aceleración de la gravedad, aproximadamente igual a 10 m/seg<sup>2</sup>.

Encuentra para cada tiempo de caída, su correspondiente altura.

t (seg)	1	2	3	4	5
y (m)	5	20	45	80	125

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Encuentra, para cada altura, el tiempo de caída de un cuerpo. Despeja la variable  $t$  en la ecuación.

y (m)	10	20	30	40	50
t (seg)	1,41	2	2,45	2,82	3,16

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

Ilustración 28. Ejercicios categoría D2.

### Actividad 19. Función exponencial (Anexo 21)

Esta actividad se desarrolló siguiendo las mismas características de las anteriores, en las que se elabora el concepto, es decir se presenta una fotografía sobre la cual los estudiantes deben responder a preguntas planteadas con respecto al proceso de visualización en donde el estudiante hace, en términos de Gutiérrez (1991), Interpretación de Información Figurativa, con las que posteriormente deben hacer Procesamiento Visual.

Los ejercicios fueron diseñados para que los estudiantes observen la imagen y haciendo razonamiento visual, determinen los elementos que se encuentran en ella, establezcan regularidades,

plasmen por medio de Representaciones Externas las propiedades encontradas, recurriendo a la elaboración de tabla de valores y mediante símbolos matemáticos representen la variación de las magnitudes involucradas y posteriormente elaboren la gráfica correspondiente, analizando y argumentando algunas características de la gráfica dibujada.

Revisando las respuestas dadas por los estudiantes, se puede apreciar que han consolidado el proceso de visualización, ya que han extractado información de las fotografías para resolver los ejercicios propuestos, dando argumentos “informales” para justificar lo ¿Qué hace? y ¿Cómo lo hace?

Finalmente, se les propone acudir a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com), para que con ayuda del simulador realicen las gráficas de diversas funciones de tipo exponencial y elaboren un mapa conceptual con el objetivo de reforzar el proceso de hacer representaciones mentales y construir modelos, y de esta forma, adquieran habilidades para sistematizar, predecir y resolver situaciones justificando lo relacionado a ¿Qué pasaría si...?

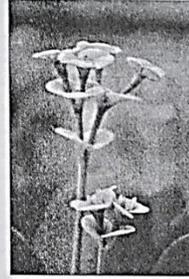
Teniendo en cuenta el desarrollo de las actividades anteriores, los estudiantes resolvieron los ejercicios propuestos con más agilidad y sin dificultades. En esta actividad los estudiantes muestran que han afianzado el proceso de visualización, que les permite formar conocimiento y desarrollar habilidades y competencias para resolver situaciones cotidianas, y de esta forma, mejorar su competencia de comunicación matemática.

Las siguientes imágenes muestran algunas respuestas elaboradas por los estudiantes en la implementación de la actividad.

1. Las flores de la foto tienen una característica especial que puedes relacionar con las matemáticas. Para encontrar la regularidad debes observar muy bien el número de flores en cada nivel del ramillete de abajo hacia arriba.

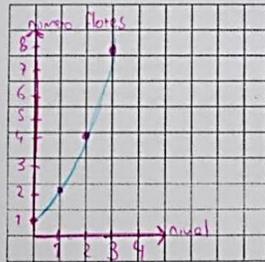
- a. Completa la siguiente tabla: Donde  $x$  representa el nivel que ocupan las flores, (iniciando desde la parte inferior que se llamará nivel cero hasta la parte superior) y  $y$  representa el número de flores por nivel.

x	0	1	2	3
y	1	2	4	8



Fuente: B.Tirado. 2015

- b. Elabora la gráfica que representa la relación entre el nivel del tallo y el número de flores.



- c. Algunas flores en la naturaleza, cumplen relaciones de variación que no es lineal. En este caso el crecimiento de esta función es de tipo exponencial. Los datos registrados en la tabla de datos y representados en la gráfica son potencias de un número. ¿Cuál es ese número? Representa dicha variación mediante símbolos matemáticos.

$$f(x) = 2^x$$

- d. ¿Qué características tiene la gráfica anterior? ¿Cuál es la coordenada del punto de corte con el eje  $y$ ?

Es creciente  
Coordenada (0,1)

### Ilustración 29. Ejercicios categorías B1, B2, C1 y C2.

2. Para el desarrollo de la siguiente actividad, ingresa a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador realiza las gráficas correspondientes a cada función.

Función $f(x) = a^x$	Coordenadas del punto de corte con el eje $y$ .	Describe los cambios en cada grupo de gráficas a medida que se modifican los valores de $a$ o de $x$ .
$f(x) = 2^x$	(0, 1)	los puntos de corte con el eje $y$ son (0, 1).
$f(x) = (\frac{1}{2})^x$	(0, 1)	
$f(x) = 3^x$	(0, 1)	
$f(x) = (\frac{1}{3})^x$	(0, 1)	la recta es decreciente y el punto de corte es (0, -1).
$f(x) = -2^x$	(0, -1)	
$f(x) = -(\frac{1}{2})^x$	(0, -1)	
$f(x) = -3^x$	(0, -1)	el punto de corte con el eje $y$ va aumentando.
$f(x) = -(\frac{1}{3})^x$	(0, -1)	
$f(x) = 2^{x+1}$	(0, 2)	
$f(x) = 2^{x+2}$	(0, 4)	El punto de corte aumenta en potencia de $\frac{1}{2}$ .
$f(x) = 2^{x+3}$	(0, 8)	
$f(x) = 2^{x-1}$	(0, 0.5)	
$f(x) = 2^{x-2}$	(0, 0.25)	Si no se le suma nada el punto de corte sigue siendo (0, 1).
$f(x) = 2^{x-3}$	(0, 0.125)	
$f(x) = 2^{2x}$	(0, 1)	
$f(x) = 2^{3x}$	(0, 1)	
$f(x) = 2^{\frac{1}{2}x}$	(0, 1)	
$f(x) = 2^{\frac{1}{4}x}$	(0, 1)	

### Ilustración 30. Ejercicios categoría D1.

3. Teniendo en cuenta la actividad anterior, elabora un mapa conceptual donde expongas tus conclusiones.

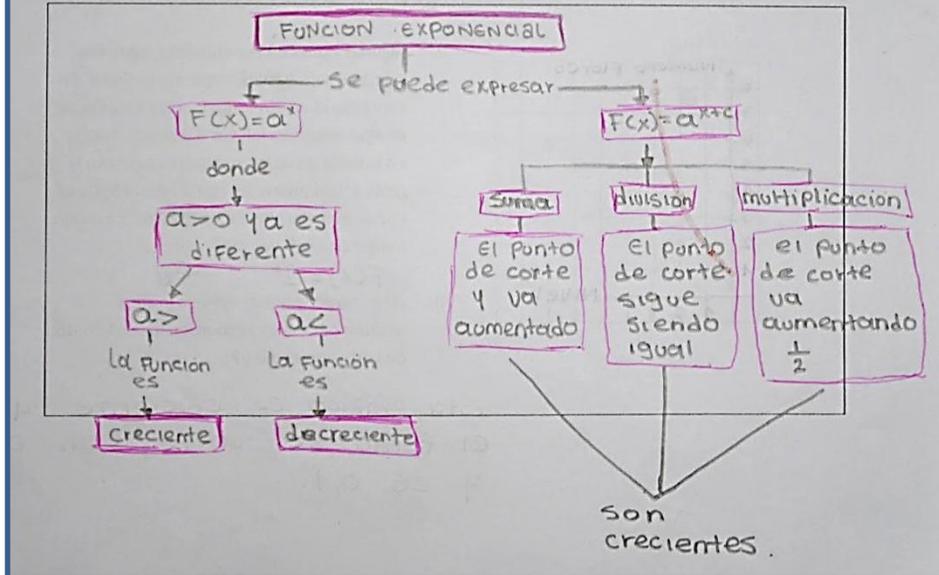


Ilustración 31. Ejercicio categoría D2.

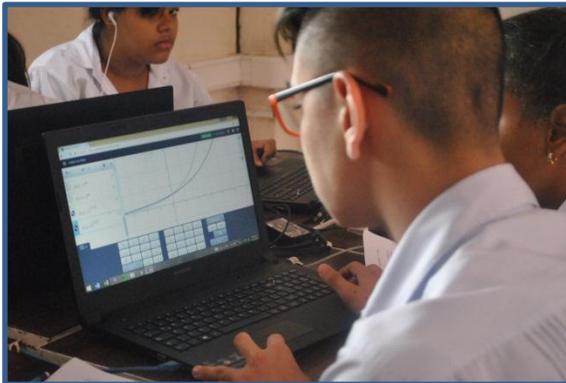


Ilustración 32. Actividad función exponencial.

Con la implementación de estas actividades, se completó lo relacionado a la categoría de Estrategia didáctica, con la que se responde al objetivo específico número 2, en donde se buscaba diseñar e implementar una estrategia didáctica centrada en la fotografía para el fortalecimiento de la competencia comunicación matemática, a partir del pensamiento variacional.

### 5.3 Efectividad de la estrategia didáctica implementada

Teniendo en cuenta el objetivo específico número 3, donde se pretende valorar la efectividad de la estrategia implementada en los estudiantes de noveno grado de la Institución educativa Gonzalo Jiménez Navas, no solo se tendrá en cuenta los resultados de la prueba final (Anexo 22), con la que se pretende evaluar si las actividades aplicadas han incidido en el mejoramiento del nivel de comunicación matemática de los estudiantes de noveno, sino también se acude a la categoría: Formación transversal, y su correspondiente subcategoría E: Formación, que se refiere a aspectos relacionados con el autoconocimiento y la consolidación de valores para poner en práctica en la relación con otros; atendiendo a los indicadores de la subcategoría E1, practica valores, E2, aspectos metacognitivos y E3, entorno de aprendizaje.

En cuanto a los resultados de la prueba final, se analizaron teniendo en cuenta los parámetros propuestos por el ICFES; al igual que la prueba diagnóstica se utilizó nuevamente, la matriz de referencia (Tabla 5) que permitió tabular la información que se presenta a continuación.

Las preguntas número 3, 4, 5 y 9 fueron consideradas ya que respondían a un nivel mínimo de competencia en donde el estudiante reconoce algunas relaciones funcionales representadas gráficamente y establece relaciones entre magnitudes. En la ilustración 4 se puede apreciar cómo la 81,24% en promedio de los estudiantes responden de manera correcta a este tipo de preguntas.

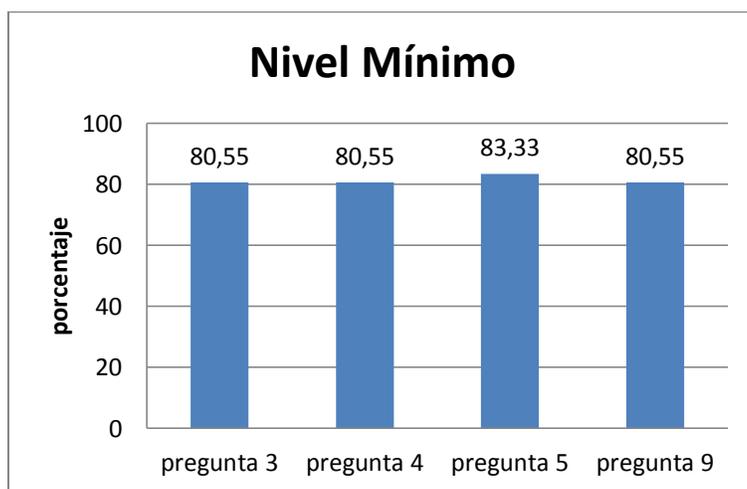


Ilustración 33. Nivel de desempeño mínimo (Prueba final). Elaboración propia.

En cuanto a las preguntas 2, 6 y 8 se utilizaron ya que respondían a un nivel de competencia satisfactorio, en donde el estudiante utiliza el lenguaje matemático para describir diferentes

relaciones, además establece relaciones entre expresiones numéricas y expresiones algebraicas. En la ilustración 5 se puede apreciar como el porcentaje de los estudiantes que responde de manera acertada a este tipo de preguntas aumenta a 61,09% en promedio.

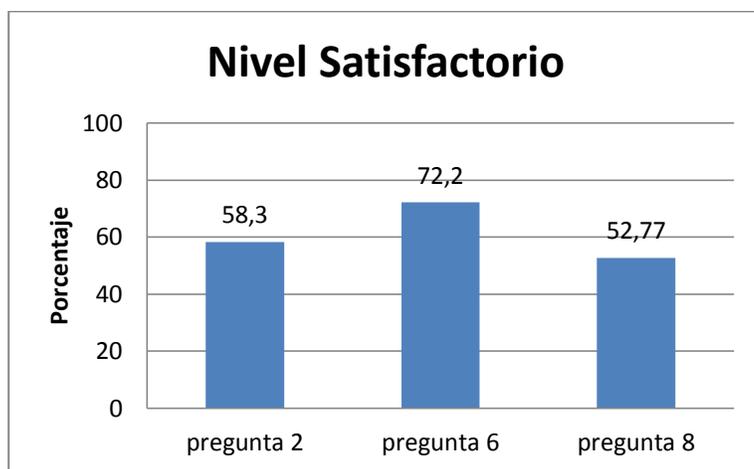


Ilustración 34. Nivel de desempeño satisfactorio (Prueba final). Elaboración propia.

En cuanto a las preguntas 1, 7 y 10 fueron consideradas ya que respondían a un nivel de competencia avanzado, pues en ella el estudiante utiliza representaciones gráficas para modelar situaciones problema y establecer relaciones de comparación entre diferentes gráficas. En la ilustración 6 se refleja cómo el porcentaje de estudiantes que responde de manera acertada a este tipo de preguntas aumenta considerablemente (34,17 % en promedio).

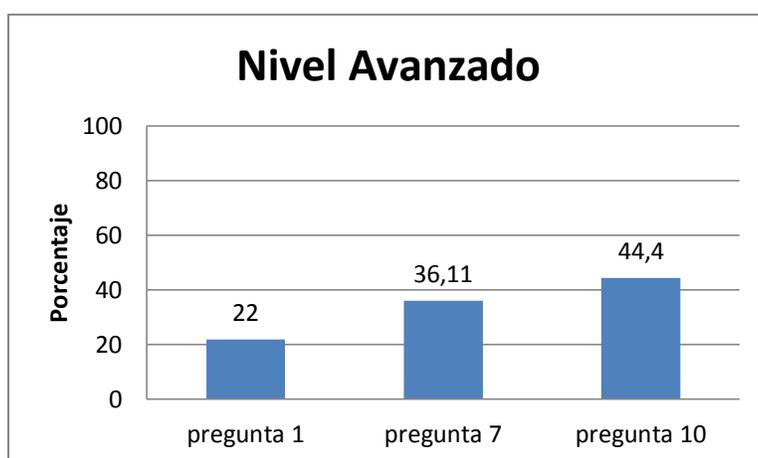


Ilustración 35. Nivel de desempeño avanzado (Prueba final). Elaboración propia.

Comparando los resultados de la prueba diagnóstica con los resultados de la prueba final, se pueden detectar avances en el desarrollo de la competencia de comunicación matemática, pues los estudiantes responden de manera correcta a preguntas no solo de nivel mínimo, que disminuyó del 84,02 % al 81,24 %, sino también de nivel satisfactorio, que aumentó del 39,81 % al 61,09 % y las del nivel avanzado, que aumentó del 13,86 % al 34,17 %.

Teniendo en cuenta la implementación de la estrategia didáctica a través de la fotografía, se evidenció cambios significativos en los estudiantes en cuanto al manejo de procesos de visualización; de igual manera se mejoró el nivel de desempeño en la competencia de comunicación matemática, que posiblemente muestre en un futuro el mejoramiento de los resultados en pruebas nacionales.

Ahora bien, pasando a la categoría de Formación transversal, que responde a las habilidades para aprender a aprender y alude al ¿Cómo me relaciono e interactúo con el mundo y con el otro?, se diseñaron actividades con base a la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), en donde se establece el *Contrato didáctico*, en el que se especifica lo que se espera no solo del estudiante sino también del docente, se proponen reglas y acciones, y además se generan procesos metacognitivos, con los que se mejoran los procesos de enseñanza-aprendizaje.

De esta manera, se diseña una serie de cuatro guías-taller con las que se pretende afianzar aspectos formativos y de valores, en donde se tendrá en cuenta el indicador E1, Practica valores, de la subcategoría E. Formación, que hace referencia a si el estudiante pone en práctica valores teniendo en cuenta su experiencia de vida y su formación como persona, si se conoce a sí mismo, expresa y maneja emociones y sentimientos, cultiva actitudes para mejorar el desempeño académico, interioriza y práctica valores de convivencia.

Estas actividades: Conócete a ti mismo (Anexo 1), ¿Quién soy yo? (Anexo 2), Cultivando actitudes (Anexo 3) e Interactuando con otros (Anexo 4), se desarrollaron al inicio de la intervención ya que se pretendía organizar las reglas de juego que serían puestas en práctica durante la implementación de la estrategia didáctica.

El análisis del desarrollo de estas actividades se hará en conjunto, teniendo en cuenta que tienen una característica en común y es la de reforzar aspectos formativos. Los estudiantes trabajan de forma individual, luego se hace una socialización, en la que de manera voluntaria expresan sus respuestas a las actividades, en ocasiones es necesario llamar la atención porque todos quieren

hablar al tiempo y no escuchan o piden la palabra para intervenir; finalmente mejoran las condiciones del trabajo.

Se desarrollan actividades como sopa de letras, interpretación y análisis de imágenes para reflexionar sobre mensajes, elaboración de mini carteleras, confrontación de ideas a cerca de un video sobre autoestima, mesa redonda y juego con un rollo de lana en el que participaron de manera alegre, pues este genera muchas expectativas.

Con la implementación de estas actividades los estudiantes reflexionan sobre la importancia de conocerse a sí mismos, reconocer sus cualidades, gustos, preferencias, temores, lo que más les molesta y metas por alcanzar. Otra de las actividades giró en torno a reforzar las actitudes para mejorar en el desempeño académico como son la disciplina, responsabilidad y procesos de aprendizaje. Así mismo, se trabajó en aspectos relacionados con la interiorización y puesta en práctica de valores en la relación con otros como la amistad, la convivencia, honestidad, tolerancia, entre otros.

En los resultados de las anteriores actividades, cabe destacar el reconocimiento por parte de los estudiantes de la importancia de su compromiso en la tarea de aprender, la valoración del otro y la aplicabilidad de los valores en su actuar diario así como la integración de los estudiantes que conforman el grupo.

Las siguientes, son imágenes relacionadas con las anteriores actividades.



### Ilustración 36. Actividades de la categoría formación transversal.

Así como la consolidación de valores se pone en juego durante el desarrollo de todo el proceso, de igual manera se tienen en cuenta las habilidades metacognitivas; estas hacen parte de la Subcategoría E2, ya que le permiten al estudiante analizar y evaluar sobre sus propias ideas, ayudándolo en su proceso de aprender a aprender. El registro del desempeño de los estudiantes en estas actividades se contempla en el diario pedagógico (Anexo 6).

Una de las actividades propuestas al finalizar la intervención fue la autoevaluación (Actividad 21); con ella se busca conocer la opinión de los estudiantes con respecto a la implementación de la estrategia didáctica y la interiorización del proceso para fortalecer la competencia de comunicación matemática mediante la fotografía.

Esta autoevaluación (Anexo 23) consta de dos preguntas, la primera hace referencia a ordenar una serie de pasos del 1 al 8 relacionados con el proceso para fortalecer el pensamiento matemático y, la segunda, se trataba de marcar con una **X** aquellas operaciones mentales que se requieren para fortalecer la competencia de comunicación y que consideran que deben mejorar. Los resultados de esta autoevaluación son tabulados mediante tabulación simple y se presentan a continuación.

En cuanto al proceso, los estudiantes son muy conscientes de él:

1. Hacer registro fotográfico, relacionando la cotidianidad con la matemática
2. Hacer una lectura literal de la imagen
3. Establecer regularidades, propiedades y patrones
4. Reproducir las relaciones en lenguaje matemático
5. Construir representaciones de las variables (tablas y gráficas)
6. Utilizar la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) para describir cambios
7. Elaborar mapas conceptuales
8. Verificar y poner a prueba lo aprendido en situaciones cotidianas

Aunque se presentaron algunas variaciones en el orden especialmente en los pasos 4 y 5.

En cuanto a la segunda pregunta, consideran que se les dificulta más las operaciones mentales de codificar y decodificar, así como la de sintetizar.



**Ilustración 37. Operaciones mentales a mejorar. Elaboración propia.**

Los estudiantes se mostraron satisfechos con el trabajo realizado, les agradó la forma de desarrollar las clases, expresaron que con esta propuesta, el proceso de visualización favorece su aprendizaje. Así mismo, vieron en la fotografía un instrumento que les permitía establecer una conexión entre la matemática y la cotidianidad, además de desarrollar procesos y fortalecer el pensamiento matemático. En la siguiente imagen se muestra una de las opiniones de los estudiantes (Diego).

El proyecto "matemáticas a través de la fotografía" impulsado por la profesora Beatriz Tirado me pareció muy bueno, pues en principio creí que eso no sería muy efectivo; pero cuando lo empecé a realizar noté que sí era viable para aprender, pues para clasificar cada foto era necesario investigar y aprender sobre cada tipo de función Matemática. En definitiva, pienso que es un proyecto creativo y didáctico, sumamente efectivo.

**Ilustración 38. Actividad autoevaluación.**

Para la clausura del proyecto "Estrategia didáctica para fortalecer la competencia de comunicación matemática a través de la fotografía", se organiza una exposición y premiación del concurso de fotografía (Actividad 22), con el objetivo de dar a conocer a la comunidad Gonzalina el trabajo desarrollado en torno a la estrategia didáctica implementada.

Para esta actividad se organizó el material fotográfico que se recopiló a lo largo de la implementación de la investigación, preseleccionando el material enviado por los estudiantes y se imprimió una foto por cada uno de ellos. Las fotos fueron impresas en papel fotográfico, se les elaboró su correspondiente ficha técnica y se enviaron por correo a jurado invitado, el Maestro Darío Alberto Cadavid Mora, maestro en Bellas Artes de la Universidad Industrial de Santander, con una especialización en fotografía digital de la Universidad Nacional de Colombia; quien fue el encargado de elegir las tres mejores fotos y además otorgó dos menciones especiales.

Para la organización de la actividad se contó con la colaboración de dos estudiantes (Diana y Nicole), quienes dispusieron las fotos en unos retablos y se elaboró una pancarta donde se exhibieron las fotos ganadoras. El título fue propuesto por un estudiante (Diego Andrés).

Todos los estudiantes estaban muy emocionados, y con ansiedad de conocer quienes habían ganado el concurso, los padres de familia expresaban orgullo y satisfacción al ver los trabajos de sus hijos expuestos. Cada estudiante se acercaba a las pancartas para mostrar a sus familiares y amigos la foto que habían tomado; al igual que los docentes y coordinadores se acercaron a ver la exposición y felicitaron a los estudiantes por el trabajo realizado. Fue una experiencia bastante agradable pues la propuesta mostró muy buenos resultados.

En esta actividad, la comunidad se muestra muy satisfecha no solo por los logros académicos alcanzados, sino también por las aptitudes y los avances en el proceso de formación de los estudiantes.

Las evidencias de la clausura, exposición y premiación del concurso se muestran a continuación.



Ilustración 39. Actividad concurso de fotografía.

**Primer puesto:**

Nombre de la foto: Salta, salta y vuela

Autor: Lesly Yanaisa Roa Hernández

Lugar: La bomba - Bucaramanga

Tema: Rectas paralelas



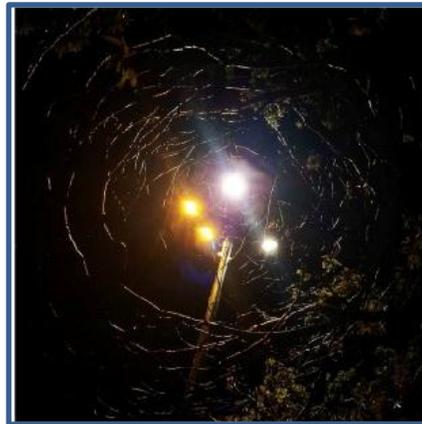
**Segundo puesto:**

Nombre de la foto: Ramas

Autor: Fabián Camilo Amado Hernández

Lugar: UIS

Tema: Concepto de función



**Tercer puesto:**

Nombre de la foto: Las líneas de la vida

Autor: Lesly Yanaiza Roa Hernández

Lugar: Puente de la novena - Bucaramanga

Tema: Pendiente de una recta



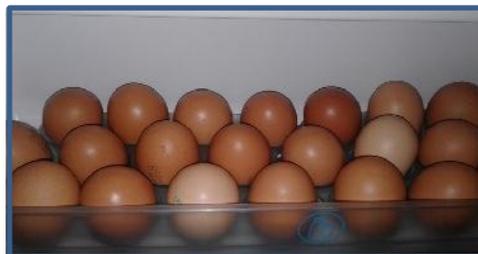
**Mención de honor:**

Nombre de la foto: Orden perfecto

Autor: Diana Carolina Gaona Suescún

Lugar: La casa de una amiga

Tema: Concepto de función



**Mención de honor:**

Nombre de la foto: Cielo cuadrado

Autor: Emily Katerin Rangel Padilla

Lugar: Mi casa

Tema: Función cuadrática



**Ilustración 40. Actividad exposición de fotografía.**

Una de las categorías que no se había considerado es la E3, Entorno de aprendizaje, y por tal motivo se cataloga como emergente. Con ella se reflexiona a cerca de tener en cuenta el espacio y el tiempo donde se desarrollan las competencias, habilidades y valores.

En este indicador de la categoría E, Formación, es importante reconocer el vínculo que se genera entre el estudiante y el entorno, que es fundamental en el momento de elaborar y poner en práctica sus aprendizajes para lograr la efectividad de los mismos.

Es así como en las actividades propuestas se recurre a diferentes espacios de la institución tales como el aula de clase, la sala de audiovisuales, la sala de informática y el patio central; al igual que los recursos como fotocopias, computador, internet, video beam, reproductor de sonido, cámara fotográfica, material escolar como lápices, marcadores, cartulina escolar, entre otros.

El tiempo asignado para las actividades fue de una o dos horas máximo, que en la mayoría de casos fue suficiente para el desarrollo de las actividades; pero por cuestiones de horario de clase, asignado al inicio del año escolar por coordinación académica de la institución donde laboro, la mayoría de las actividades se realizaron a las 6:00 a.m. ya que coincidía con el grupo donde fue implementada la propuesta. En cierta forma el iniciar la actividad en horas tempranas de la mañana propicia un buen ambiente de aprendizaje, ya que los estudiantes están más dispuestos y atentos para el desarrollo de las actividades propuestas.

Los registros en cuanto al entorno de aprendizaje están consignados en el diario pedagógico (Anexo 6) en los apartados de recursos, descripción del escenario y descripción de la actividad.

Con la implementación de estas actividades, se completó lo relacionado a la categoría de Formación Transversal, con la que se responde al objetivo específico número 3, en donde se buscaba evaluar la efectividad de la estrategia didáctica centrada en la fotografía, en el mejoramiento del nivel de comunicación matemática de los estudiantes de noveno, a partir del pensamiento variacional.

## 6. Conclusiones y recomendaciones

### 6.1 Conclusiones

La presente investigación parte inicialmente de la formulación de la pregunta ¿cómo fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca?, para lo cual se estableció un objetivo general y tres objetivos específicos; por tanto se establecen conclusiones a partir de cada uno de ellos.

Atendiendo al primer objetivo específico correspondiente a la identificación del nivel de desarrollo de la competencia de comunicación matemática en los estudiantes de noveno grado, se concluye que es mínimo según los parámetros formulados por el ICFES.

Es así como el análisis de las acciones pedagógicas, permiten al docente hacer una reflexión continua para identificar problemas presentes en el interior del aula de clase, con el objetivo de ser intervenidos para generar cambios y dinamizar procesos educativos, especialmente de seguimiento de aprendizaje, que propendan por el mejoramiento de la calidad de la educación.

A partir del segundo objetivo específico se concluye que la estrategia didáctica diseñada a partir de la fotografía, con base en la Teoría de las Situaciones Didácticas, permitió fortalecer la competencia comunicación matemática; ya que el estudiante actúa, formula y valida ante diversas situaciones propuestas y desarrolla procesos de visualización con el objetivo de construir conocimiento, para ponerlo en práctica en la solución de situaciones.

Es fundamental considerar los intereses de los estudiantes para tenerlos en cuenta en la actividad pedagógica; como es en este caso el uso de la fotografía, que es un recurso al alcance de ellos, que les posibilita relacionar la matemática con su entorno. Además los estudiantes manifiestan agrado y satisfacción al ver sus fotos expuestas en las guías-taller diseñadas, se interesan en la clase y ven la matemática más cercana.

La fotografía se puede considerar como un medio que permite al estudiante relacionar la cotidianidad con las matemáticas y sus presaberes, desarrollar procesos de visualización, hacer representaciones mentales y de esta manera construir conocimiento.

La fotografía les proporciona elementos de la cotidianidad donde los estudiantes pueden interpretar, encontrar patrones, reconocer regularidades, establecer relaciones que permiten construir conceptos. De esta manera, la fotografía es un instrumento que es útil para desarrollar procesos e implementar una estrategia didáctica con el fin de fortalecer el pensamiento matemático.

En el diseño de las guías taller se tuvo en cuenta el progreso secuencial y detallado de las actividades a desarrollar con relación a cada uno de los temas correspondientes a variación, permitiéndole al estudiante desarrollar procesos de visualización como son: la Interpretación Figurativa, Procesamiento Visual, Representación Externa, creación de Imágenes Mentales y Habilidades de Visualización.

La estrategia didáctica centrada en la fotografía le permitió a los estudiantes mejorar sus habilidades de comunicación matemática como son: Describir en forma literal lo visualizado en las imágenes, reconocer patrones, establecer regularidades entre magnitudes, usar lenguaje matemático para modelar situaciones, elaborar tablas, diagramas y gráficas utilizando expresiones numéricas y algebraicas, hacer representaciones mentales y construir modelos por medio de mapas conceptuales y mejor sus habilidades para resolver situaciones de aplicación en otros conceptos.

En cuanto a la solución de situaciones matemáticas en otros contextos no deben ser rutinarias y se debe variar su grado de dificultad fomentando la interpretación, el reconocimiento de aspectos relevantes y plantear alternativas de solución argumentando procesos.

Los mapas conceptuales, como representación externa, son muy útiles para fortalecer el desarrollo de procesos de pensamiento, pues le permiten al estudiante establecer relaciones significativas entre conceptos.

El uso de la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) fue asertivo, ya que permitió desarrollar habilidades para sistematizar y predecir; facilitándole la elaboración de modelos y construcción de conceptos.

Una de las actividades de mayor impacto fue la exposición de fotografía en la que los estudiantes captaron sus fotos, las organizaron y prepararon la muestra con orgullo a la comunidad educativa. Esta actividad permitió vincular a la familia en el proceso de formación de los estudiantes, reconocer sus aptitudes y sus avances académicos. La exposición fotográfica se vinculó con la clausura del proyecto transversal de educación artística que se implementa cada año, atendiendo a la misión y visión de la institución.

La fotografía es un medio que permite diseñar actividades en las que el estudiante contextualiza las matemáticas, desarrolla procesos de visualización, construye conocimiento alrededor de diferentes objetos matemáticos, y fortalecer habilidades y competencias para resolver situaciones cotidianas.

En este orden de ideas, es pertinente hablar de la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, pues con ella es posible vincular la cotidianidad con las matemáticas, ya que se generan y fortalecen procesos de visualización y comunicación matemática en torno al pensamiento variacional, además de poner en práctica y consolidar no solo valores sino también procesos metacognitivos, en estudiantes de noveno grado, y por qué no, en los demás niveles de escolaridad hacia donde se pretende expandir el proyecto en los próximos dos años. Por consiguiente se convergen expectativas hacia el alcance de la excelencia y el posicionamiento institucional, especialmente teniendo en cuenta los resultados de las Pruebas Saber y el ISCE.

Atendiendo al tercer objetivo específico, sobre la valoración de la efectividad de la estrategia implementada, se puede evidenciar avances en el desarrollo de la competencia de comunicación ya que el porcentaje de los estudiantes responden de manera correcta a preguntas de nivel satisfactorio aumentó del 39,81% al 61,09 y el nivel avanzado, aumentó del 13,86% al 34,17%.

Otro aspecto considerado en la efectividad de la estrategia tiene que ver con la formación transversal, con la que se logró establecer alcances en cuanto a la formación de los estudiantes, pues la implementación de actividades en el marco del Contrato Didáctico permitió fortalecer y poner en práctica valores, así como generar procesos metacognitivos, no solo en los estudiantes sino en el docente, con los que se mejoran los procesos de enseñanza aprendizaje.

La implementación de esta estrategia didáctica permitió fortalecer y poner en práctica valores como el respeto, la responsabilidad, la disciplina, la honestidad, la tolerancia y la convivencia, entre otros; permitió reforzar la creatividad, la autonomía, la seguridad y confianza en sí mismos, reconocer sus aptitudes y mejorar la actitud de escucha; todo esto dentro del marco del Contrato Didáctico.

La implementación de procesos de metacognición les permitió a los estudiantes reconocer la importancia de comprometerse con la participación activa y de manera consiente en la construcción del conocimiento, al igual que ser sinceros y críticos a la hora de evaluar su progreso, desempeño y resultado en el proceso de aprendizaje. En cuanto a la labor docente, permitió reflexionar y mejorar

las prácticas educativas, pues la investigación permitió indagar e implementar medios de aprendizaje, los cuales propiciaron una relación más cercana y cordial con los estudiantes, creando vínculos de confianza y respeto.

En cuanto a las actividades grupales diseñadas se puede concluir que favorecen el aprendizaje colaborativo; en ellas los estudiantes aprovechan sus fortalezas y superan sus dificultades, discuten, argumentan, expresan sus ideas, sacan conclusiones, exteriorizan su liderazgo, asignan roles para desarrollar las tareas signadas y respetan la palabra en la puesta en común.

Se debe considerar el entorno de aprendizaje como un aspecto fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje, puesto que éste garantiza que los estudiantes estén dispuestos para el desarrollo de las actividades propuestas, además se debe valorar la variedad de recursos y espacios brindándoles la posibilidad para que se desenvuelva en diferentes ambientes de aprendizaje.

Acerca del objetivo general se puede concluir que se evidenció en los estudiantes el fortalecimiento del pensamiento matemático a nivel de comunicación mediante la fotografía, ya que ésta permitió el afianzamiento de procesos de visualización y comunicación en la construcción del conocimiento a partir del pensamiento variacional.

## **6.2 Recomendaciones**

Es posible adaptar la propuesta didáctica implementada a cualquier grado de escolaridad y a su correspondiente nivel cognitivo. Por tanto, se recomienda considerar la edad de los estudiantes y sus presaberes en el rediseño de las actividades con el fin de lograr un aprendizaje significativo.

Se sugiere el uso de la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, para fortalecer las competencias de razonamiento y resolución de problemas, a partir del pensamiento espacial y pensamiento métrico.

Se propone incentivar el desarrollo de los procesos de visualización, a través de la fotografía, diseñar actividades en las que se haga uso de los mapas conceptuales para hacer representaciones mentales y se tenga en cuenta el uso de las herramientas TIC como apoyo en este proceso.

Se recomienda a los docentes trabajar de manera mancomunada, compartir experiencias y estrategias con miras a fortalecer el pensamiento matemático en los estudiantes, creando grupos de estudio y apoyo para mejorar las prácticas docentes.

La fotografía como herramienta para la enseñanza de la matemática se puede extender a otras manifestaciones artísticas, como por ejemplo la escultura, la pintura, la arquitectura, entre otras, que apunten a abordar objetos matemáticos, desarrollar habilidades y procesos.

### **6.3 Limitaciones**

Teniendo en cuenta el tiempo que se requiere para desarrollar las diversas actividades y temas programados en la unidad didáctica (Anexo 5), no fue posible implementar las guías-taller correspondientes a los temas de Función logarítmica y sus correspondientes ejercicios de aplicación, así como los ejercicios de aplicación relacionados con función exponencial, ya que estaba finalizando el año escolar.

Como en la elaboración de las guías-taller se parte de imágenes registradas por los estudiantes, esto condiciona su diseño, ya que a pesar de la diversidad de situaciones de la cotidianidad, es posible que los estudiantes no encuentren en su momento una fotografía que se adecue a la enseñanza de un tema específico. Por tanto, hay que tener un banco de imágenes que faciliten el proceso de su elaboración.

## Referencias bibliográficas

- Acevedo, E. (2015). *Propuesta didáctica de intervención en el aula y complemento curricular, que contribuya a la formación de valores; y fortalezca la interpretación de problemas de tipo matemático en el grado séptimo de la Institución Educativa Sol de Oriente de Medellín* (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, Colombia
- Amador, L. (2016). *Estrategia Didáctica para la enseñanza de las fracciones implementando herramientas virtuales* (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, Colombia.
- Beltrán, P. (2015). *Series y largometrajes como recurso didáctico en matemáticas en educación secundaria* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia UNED. España. Recuperada de <http://bit.ly/2F07n3T>
- Bishop, A.J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pág. 176-203). New York: Academic Press.
- Blanco, H. (2009). *Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones* (Tesis Maestría). Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. Unidad Legaria, México, D.F.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2), 33-115. Doi: [http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas\\_teorico.pdf](http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf)
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Calatayud, M. (2002). La cultura autoevaluativa piedra filosofal de la calidad en educación. *Educadores: revista de renovación pedagógica*, 204, 357-272.
- Campos, A. (2005). *Mapas conceptuales, mapas mentales y otras formas de representación del conocimiento*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

- Carr, W. y Kemmis, S. (1990). *Teoría crítica de la enseñanza la investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca.
- Carreño, J. (2016). *Las situaciones didácticas aplicadas a la solución de sistemas de ecuaciones 2x2 en el aprendizaje de los estudiantes de noveno grado de una institución oficial de la ciudad de Bucaramanga* (Tesis Maestría). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Colegio Gonzalo Jiménez Navas (2016). *PEI*. Obtenida de:  
[http://colnavas.edu.co/archivos/PEI\\_2016.pdf](http://colnavas.edu.co/archivos/PEI_2016.pdf)
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Barcelona, España: Reverté.
- D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática. *Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática)*. 17(1), 87-106.
- De Guzmán, M. (1996). *El papel de la visualización. Ensayos de visualización en análisis matemático*. Madrid, España: Pirámide.
- Denis, M. (1991). Imagery and thinking. En C. Carnoldi y M. McDaniel (Eds.), *Imagery and Cognition*. New York: Springer-Verlag.
- Eisner Elliot, W. (1992). *La investigación-acción en educación*. Madrid, España: Morata S.A.
- González, E. (1997). Fotografía y matemáticas. *Revista Suma*, año 1989, número 2, p 44-46. Doi:  
<https://revistasuma.es/IMG/pdf/2/044-046.pdf>
- Gómez, P y Carulla, C. (2000). *Sistemas de representaciones y mapas conceptuales como herramientas para la construcción de modelos pedagógicos en matemáticas*. Bogotá, Colombia: Asociación colombiana de matemática educativa, ASOCOLME, Grupo editorial Gaia.
- Godino, J., Batanero, C., Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada.

- Grande I. y Abascal E. (2005). *Análisis de encuestas*. Madrid, España: ESIC.
- Gualdrón, E. (2011). *Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas* (Tesis Doctorado). Universidad de Valencia, España.
- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. *Memorias del Tercer Congreso Internacional sobre investigación en educación Matemática*, España: Universidad de Valencia.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference*, 1, 3-19.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6° ed.). Bogotá, Colombia: Mc Graw and Hill Interamericana.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (ICFES), 2016. *Resultados de noveno grado en el área de matemáticas*. Bogotá, Colombia. Obtenido de <https://bit.ly/2pQaAwn>
- Kemmis, S. y R. McTaggart (1988). *Cómo planificar la investigación acción*. Barcelona, España: Alertes.
- Mc Kernan, J. (2001) *Investigación-acción y currículo. Métodos y recursos para profesionales reflexivos*. Segunda Edición. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Muñoz, J. y Oller, A. (2013). Identificación de figuras geométricas de objetos reales. Un estudio con maestros en formación. *Números, Revista didáctica de la matemática*, 83, 105-122. Doi: <http://www.sinewton.org/numeros>
- MEN. (1994). *Ley 115 - Ley General de Educación*. Bogotá, Colombia. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf)

- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.  
Recuperado: [http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- MEN, (2009). *Decreto 1290*. Bogotá, Colombia. Recuperado:  
[https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-187765\\_archivo\\_pdf\\_decreto\\_1290.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf)
- MEN, (2016). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá, Colombia. Recuperado de:  
[http://www.santillana.com.co/www/pdf/dba\\_mat.pdf](http://www.santillana.com.co/www/pdf/dba_mat.pdf)
- Moreno, M. (2000). *Introducción a la metodología de la investigación educativa*. II. 2°  
Reimpresión. Guadalajara, Jalisco, México: Editorial Progreso.
- Muñoz, J. y Oller, A. (2013). Identificación de figuras geométricas de objetos reales. Un estudio con maestros en formación. *Números, Revista didáctica de la matemática*, 83, 105-122. Doi:  
<http://www.sinewton.org/numeros>
- Murillo, F. (2011). Investigación acción: Métodos de investigación en educación especial. Artículo recuperado de <https://bit.ly/1Q04Tzf>
- Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona, España: Martínez Roca.
- Novak, J. D. y Musonda, D. (1991). A twelve-year longitudinal study of science concept learning. *American Educational Research Journal*, 28, 117-153. Doi:  
<https://doi.org/10.3102/00028312028001117>
- Novak, J. D. (1991). Ayudar a los alumnos a aprender cómo aprender. La opinión de un profesor investigador. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 9, 215-227.
- Novak, J. D. (1998). *Conocimiento y aprendizaje: Los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Núñez, J. (2002) Visualización y matemáticas; Disponible en: <http://www.ipicyt.edu.mx>
- Orellana, M. (2002, mayo). La belleza desde el punto de vista matemático. Conferencia inaugural en el Seminario sobre Números y Figuras: Reflexiones matemáticas sobre las artes plásticas. *Comisión de Estudios Interdisciplinarios de la Universidad Central de Venezuela*. 15, 17-72.

- Orellana, M. (2007, julio). Las artes y la arquitectura como herramientas en la didáctica de la matemática. Conferencia paralela en la XII CIAEM, Santiago de Querétaro, México. Actas (CD) del CIAEM, 257-265. Una versión, ligeramente ampliada, aparecerá en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, Costa Rica (2011) 6 (8), 135-157. Doi: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6952/6638>
- Palacios, D. (2007). *Enseñanza de simetrías a través del arte* (Tesis Maestría). Universidad Central de Venezuela, Venezuela.
- Pérez, L. (2017). *Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la homotecia usando Cari Elem como medio* (Tesis Maestría). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Plasencia, I. (2000). *Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos*. Tesis doctoral. Universidad de la Laguna, España.
- Porlán, R. y Martín, J. (1997). *El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula*. Sevilla, España: Díada Editorial S.L. Obtenido de <https://goo.gl/91Pjwe>
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga, España: Ediciones Aljibe.
- Santos Guerra, M. A. (1993). *La evaluación: un proceso de diálogo comprensión y mejora*. Málaga, España: Aljibe.
- Sierra, M. (Octubre, 2004). Pensamientos de Miguel De Guzmán acerca de la educación matemática. *Revista Números*.59, 89-93. Doi: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/59/Articulo09.pdf>
- Silva, J. (2017). Estrategias didácticas para el fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación en los educandos del grado noveno de la institución educativa Pablo Correa León, por medio de resolución de problemas (Tesis Maestría). Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia.
- Torres, J. (2014). *Uso del contexto sociocultural como estrategia didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de la función lineal* (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, Colombia.

- Vasco Carlos (2003, julio). El pensamiento variacional y la modelación matemática. XI CIAEM, Brasil: Universidad regional de Blumenau.
- Vasco, C. (2006). *Didáctica de las matemáticas artículos selectos*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Velar y Ramírez (2013). *Aprendizaje basado en problemas: Una propuesta metodológica para el logro de las competencias de matemáticas en bachillerato tecnológico* (Tesis Maestría). Méjico.
- Villa- Ochoa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19, 63-85. Doi: <http://funes.uniandes.edu.co/959/>
- Villa-Ochoa, J. A.; Bustamante, C.; Berrio, M., Osorio, A.; Ocampo, A. (2008). *El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos*. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Valledupar, Colombia. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/936/1/4Cursos.pdf>.
- Villa-Ochoa, J. A.; Ruiz Vahos, H. M. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 27, 1-21. Doi: <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/102>
- Zapata, F. (2014). *La geometría de las plantas: Una experiencia de modelación matemática en el pensamiento espacial y sistemas geométricos* (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, Colombia.

Anexo 1. Consentimiento informado



**Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB**  
**Maestría en Educación**  
**Colegio Gonzalo Jiménez Navas**



Señor:

**PADRE DE FAMILIA:**

Grado Noveno

Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Cordial saludo:

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto de Grado de la Maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga adelantado por la docente **BEATRIZ TIRADO CARVAJAL** y a su vez solicitar aprobación para que su hijo(a):

---

participe en la implementación del mismo.

Durante el presente año se ejecutaran proyectos pedagógicos de aula, con el objetivo de “Fortalecer la competencia de comunicación matemática mediante la fotografía como mediador instrumental de aprendizaje, en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas de Floridablanca”.

Con la firma de este consentimiento Usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Aplicación de pruebas diagnósticas para establecer el nivel en el que se encuentran los estudiantes en los procesos matemáticos, además se observaran algunos pre-saberes propios de la edad de los jóvenes.
2. Aplicación de estrategias para fortalecer los procesos matemáticos de cada estudiante.
3. Las fotografías tomadas de su hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.
4. Realización de videos de carácter pedagógico: Los cuales pueden ser publicados en el informe o presentación del proyecto y páginas web académicas institucionales.

La aplicación de los cuestionarios contarán con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor desarrollo emocional, social y cognitivo de su hijo(a).

Como responsable del proceso académico de su hijo se compromete a:

- Acompañar a su hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para el desarrollo del proyecto.
- Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para Usted ni para su hijo(a), al contrario obtendrá como beneficio acompañamiento para el fortalecimiento de los procesos de formación académica y mejoramiento en sus desempeños y competencias, especialmente en el área de matemáticas.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre y apellidos completos	
Documento de Identidad	
Teléfono de contacto	

Firma: \_\_\_\_\_

Lugar y Fecha: Floridablanca, 7 Agosto de 2017.

Anexo 2. Prueba diagnóstica



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 31 Agosto de 2017.

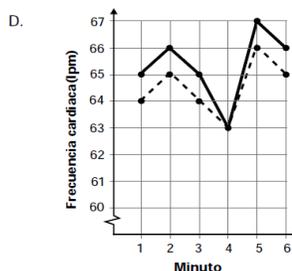
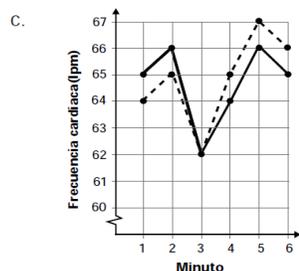
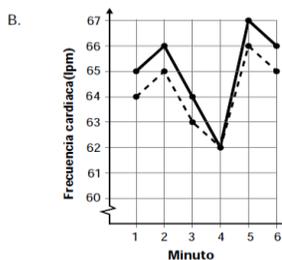
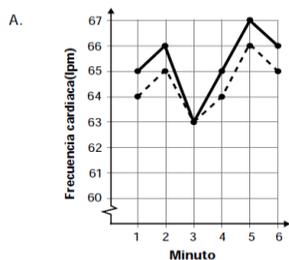
La prueba consiste en 10 preguntas que darán un diagnóstico de tus habilidades necesarias en la matemática de 9°.

1. La tabla muestra la frecuencia cardiaca, medida en latidos del corazón por minuto (lpm) de Pedro y Claudia, durante 6 minutos.

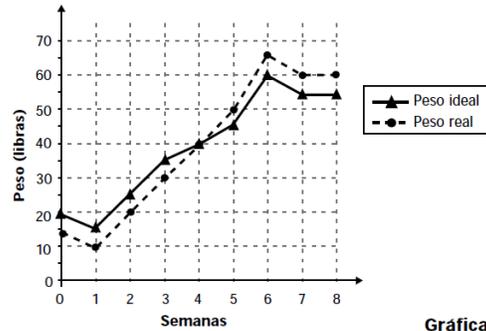
Minuto	1	2	3	4	5	6
Frecuencia cardiaca de Pedro (lpm)	64	65	62	65	67	66
Frecuencia cardiaca de Claudia (lpm)	65	66	62	64	66	65

Tabla

¿Cual de las siguientes gráficas representa correctamente la frecuencia cardiaca de Pedro y Claudia durante los 6 minutos?



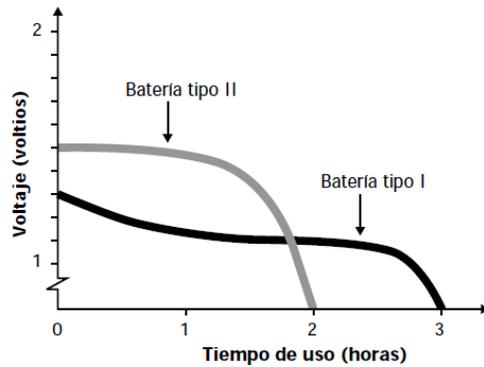
2. La gráfica representa las variaciones en el peso ideal y el peso real (en libras), de un animal, durante sus 8 primeras semanas de vida.



Gráfica

¿En qué semana, el peso real del animal fue igual al peso ideal?

- A. 1      B. 4      C. 6      D. 8
3. En la gráfica se representa el cambio del voltaje de dos tipos de baterías (I y II) en función del tiempo, cuando estas se usan continuamente.

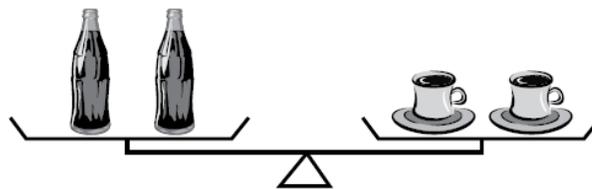


Gráfica

¿Cuáles son los voltajes iniciales (en voltios) de las baterías tipo I y tipo II?

- A. 0,5 y 0,7 respectivamente.  
 B. 1,3 y 1,5 respectivamente.  
 C. 2 y 3 respectivamente.  
 D. 4 y 6 respectivamente.
4. La balanza de la figura está en equilibrio.

La ecuación  $2(x + y) = 2z$ , donde  $x$  corresponde a la masa de cada plato,  $y$  a la masa de cada pocillo y  $z$  a la masa de cada botella, representa la situación.



Figura

¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

- A.  $x = 20, y = 15$  y  $z = 35$
- B.  $x = 40, y = 10$  y  $z = 30$
- C.  $x = 35, y = 15$  y  $z = 20$
- D.  $x = 30, y = 40$  y  $z = 10$

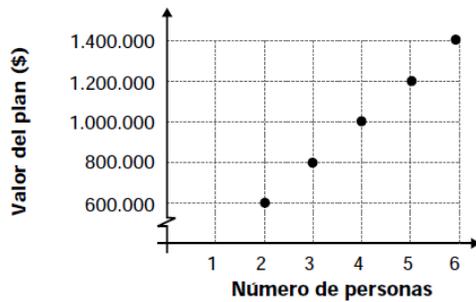
5. Una agencia de turismo ofrece los siguientes precios para viajes a un determinado destino, de acuerdo con el número de personas que tomen conjuntamente el plan.

Número de personas	Valor del plan (\$)
2	600.000
3	800.000
4	1.000.000
5	1.200.000
6	1.400.000

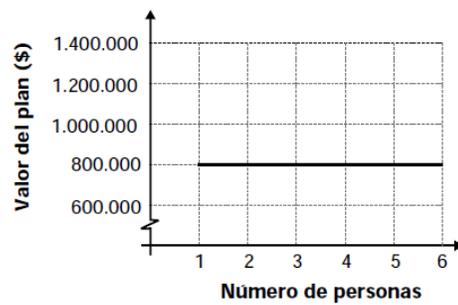
Tabla

¿Cuál de las siguientes gráficas representa de manera correcta la relación entre el número de personas y el valor del plan?

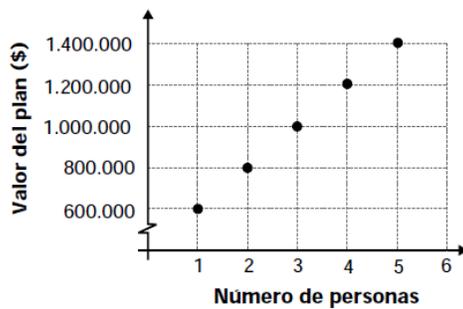
A.



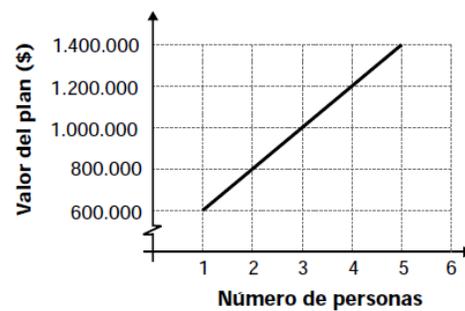
B.



C.



D.



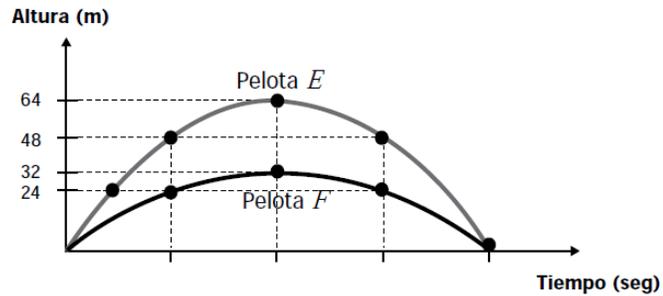
6. Cuando se toma una cantidad  $m$  de un medicamento, el organismo tarda un determinado tiempo en eliminarlo progresivamente.

La expresión  $y = m0,8^t$  permite calcular la cantidad de medicamento  $y$ , en miligramos, que queda en el organismo, transcurrido un periodo de tiempo  $t$ , en horas, desde que una persona toma el medicamento.

De acuerdo con la información anterior, la expresión  $\frac{1}{2}m = m0,8^t$  permite calcular

- A. la cantidad de medicamento  $y = 0,8$  que queda en el organismo, cuando ha transcurrido un tiempo  $t$ .  
 B. el tiempo  $t$  transcurrido, cuando se ha eliminado la mitad del medicamento  $m$  en el organismo.  
 C. la cantidad de medicamento ( $m - y$ ) eliminada del organismo, cuando ha transcurrido un tiempo  $t$ .  
 D. el tiempo  $t$  transcurrido, cuando quedan 0,8 miligramos de medicamento en el organismo.
7. El cajero de un banco tiene al iniciar la jornada \$88.000 en monedas de \$100, \$200 y \$500; se sabe que tiene 110 monedas de \$500.
- Si había en total 320 monedas. ¿Cuántas monedas de \$100 y \$200, respectivamente, podría tener el cajero?
- A. 110 y 150.  
 B. 100 y 200.  
 C. 90 y 120.  
 D. 50 y 50.

8. La gráfica representa la trayectoria de dos pelotas,  $E$  y  $F$ , que se lanzaron simultáneamente con velocidad inicial diferente. Los valores correspondientes al tiempo transcurrido no se muestran en la gráfica.

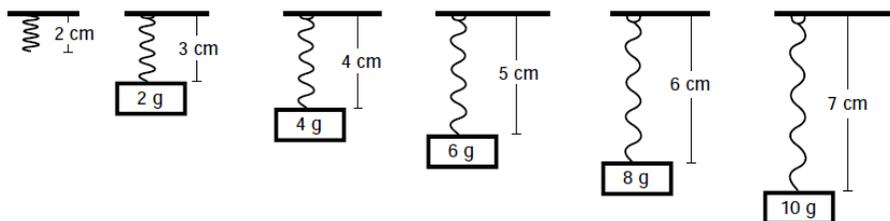


¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones sobre el tiempo transcurrido y la altura alcanzada por cada una de las pelotas es o son verdadera(s)?

- I. La pelota  $E$  alcanzó mayor altura  
 II. La pelota  $F$  alcanzó la máxima altura antes que la pelota  $E$ .  
 III. Las pelotas  $E$  y  $F$  emplearon el mismo tiempo en realizar su recorrido.

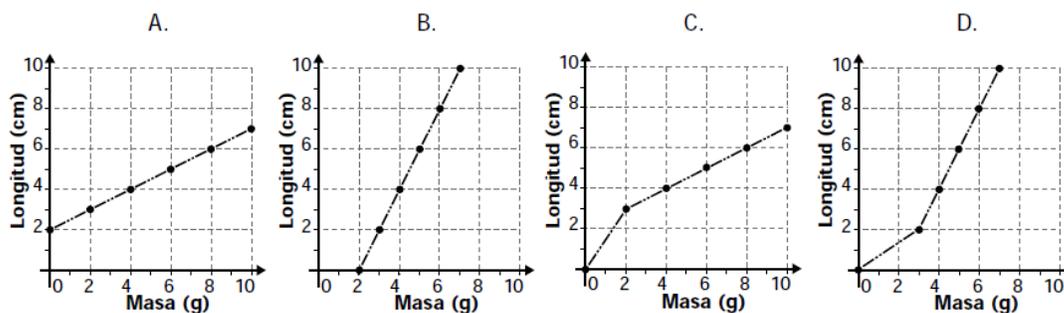
- A. I solamente.  
 B. III solamente.  
 C. I y II solamente.  
 D. I y III solamente.

9. La figura muestra la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g).

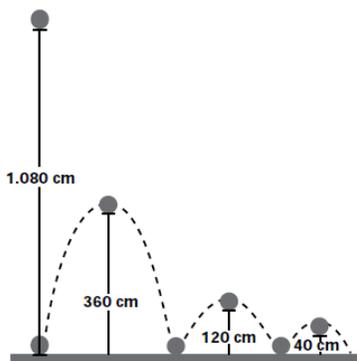


Figura

¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?



10. Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.



Gráfica

La altura de cada rebote es

- A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

Anexo 3. Conócete a ti mismo



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



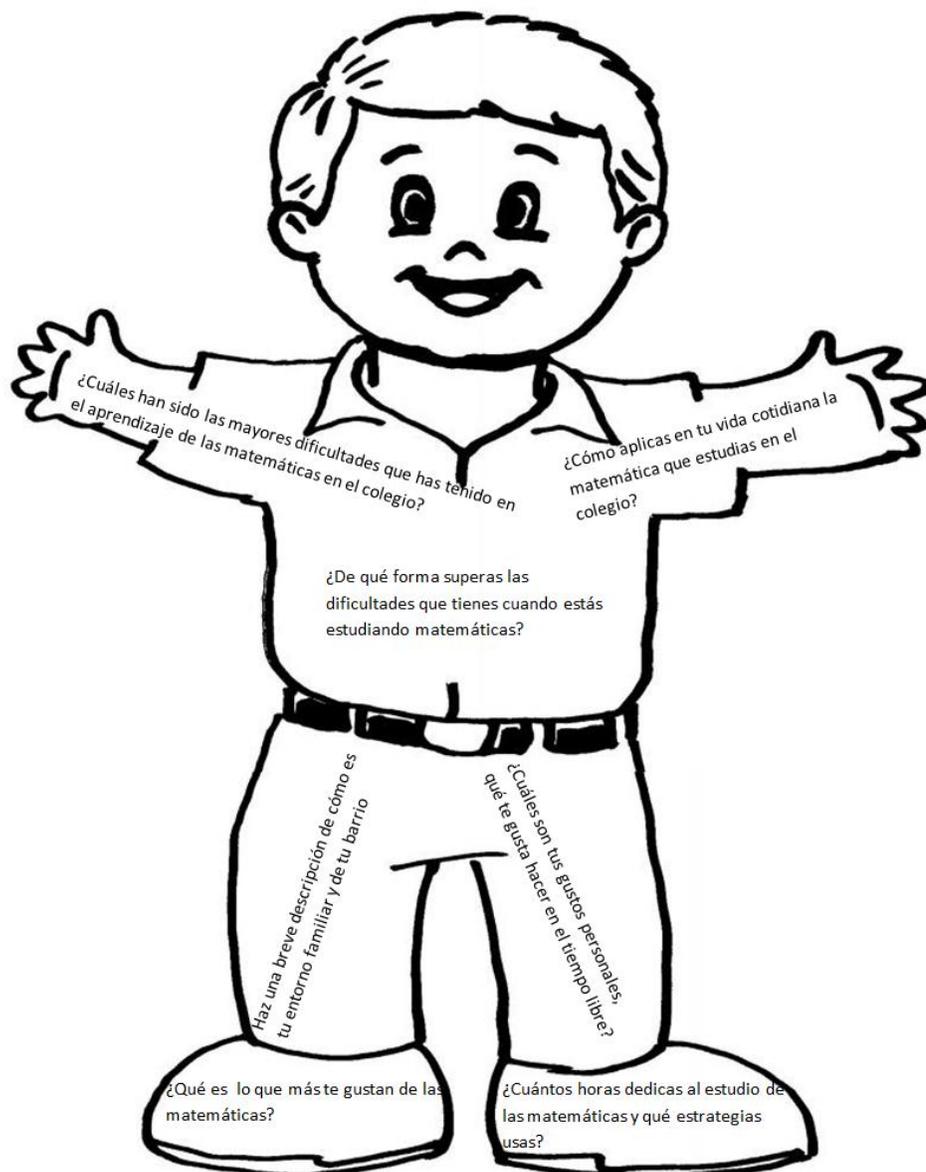
**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Edad:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 10 de Agosto de 2017.

Responde las siguientes preguntas con sinceridad atendiendo a tu experiencia de vida en el colegio y en tu vida cotidiana.



Anexo 4. La fotografía y las matemáticas

Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 11 Septiembre de 2017.

Teniendo en cuenta una de estas tres fotos, responde las siguientes preguntas:



Foto 1



Foto 2



Foto 3

1. Has una lectura literal de la fotografía.

---

---

---

2. ¿Qué temas matemáticos puedes inferir en la fotografía?

---

---

---

3. ¿Qué lectura crítica haces de la fotografía?

---

---

---

4. ¿Qué relación encuentras entre la fotografía y la matemática?

---

---

---

5. ¿Qué principios fotográficos piensas que se deben tener en cuenta para tomar una foto?

---

---

---

***Gracias por tu participación***

## Anexo 5. Unidad didáctica



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación

Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

Grado	Tiempo Estimado	Fecha de Aplicación
9 - 2	40 horas de clase	10 Agosto – 23 Noviembre de 2017
Área o Materia	Nombre de la Unidad Didáctica	
Matemáticas	Construyendo la matemática a través de la fotografía.	
1. Introducción		
<p>En los Lineamientos Curriculares propuestos por el Ministerio de educación Nacional se establece, en cuanto a los contenidos, un enfoque sistémico para el programa de Matemáticas en la educación básica. En estos se articulan los componentes numérico, geométrico y analítico. En cuanto a los sistemas analíticos, cabe resaltar su importancia ya que son parte fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático, éstos influyen en la solución de situaciones que están relacionadas con cambios y variaciones. Así mismo, se propone el uso de tablas y gráficas para modelar y representar diferentes problemas cotidianos referentes a situaciones de cambio, al igual que el uso de funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas que se abordan en el estudio del grado noveno.</p> <p>El pensamiento variacional requiere el uso de procesos de modelación en donde se establecen patrones y regularidades, brindando al estudiante la capacidad de reconocer propiedades y reproducirlas mediante lenguaje matemático para aplicarlos en la solución de situaciones en contexto de la vida cotidiana.</p> <p>De igual forma, en los Estándares de Matemáticas del MEN se propone el desarrollo de competencias que están relacionadas con la práctica, ya que el estudiante debe aplicar lo que sabe para desempeñarse de manera asertiva ante cualquier situación; esto lo lleva a tener la capacidad de resolver problemas en donde sepa argumentar, comprenda el lenguaje propio de las matemáticas, interprete significados, construya representaciones y modelos y los ponga a prueba.</p>		

1. Objetivos Didácticos	2. Criterios de Evaluación
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Hacer registro fotográfico.</li> <li>Hacer lectura literal de la imagen.</li> <li>Establecer regularidades, propiedades y patrones.</li> <li>Reproducir relaciones en lenguaje matemático.</li> <li>Construir representaciones de variables (Tablas y gráficas).</li> </ol>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Utilizar la página <a href="http://www.desmos.com">www.desmos.com</a> para hacer análisis del comportamiento de las gráficas.</li> <li>Elaborar mapas conceptuales.</li> <li>Verificar y poner a prueba lo aprendido en la solución de situaciones cotidianas.</li> </ol>

4. Contenidos	
Temas: Concepto de Función Función lineal Función cuadrática Función exponencial Función logarítmica	Palabras Clave: Modelo de función Tabla de valores Plano cartesiano Grafica de la función Dominio y rango de la función
5. Temas Transversales	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ciencia Naturales: Velocidad y aceleración de un cuerpo, pendiente de las caídas de agua, energía, señales de radio y antenas parabólicas, crecimiento de poblaciones, patrones de crecimiento de plantas, ley de gravitación universal, antigüedad de fósiles, movimiento de caída libre, peso de los cuerpos.</li> </ul>	

- Educación artística: Concepto de inclinación, áreas, obras de arquitectura, construcción de rampas.
- Matemática financiera: Situaciones de costo, producción y utilidades, ventas, salarios.
- Ciencias sociales: Movimiento de cometas y cuerpos celestes, relación de personas y sus inclinaciones políticas.
- Educación física: Trayectoria del movimiento de balones, lanzamiento de objetos.
- Informática: Uso de páginas de internet para graficar y hacer simulaciones.
- Valores: Respeto, autonomía, liderazgo, autoconocimiento, pensar, disciplina, convivencia, honestidad, tolerancia, procesos metacognitivos.

6. Actividades tipo y tareas propuestas	Recursos Didácticos	Espacio - Tiempo
<p>Se propondrán 10 actividades en las que se llevará a cabo el siguiente proceso:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observar las imágenes impresas en la fotocopia.</li> <li>• Hacer descripción literal de las imágenes.</li> <li>• Establecer elementos comunes se encuentran en las imágenes y cómo están relacionados.</li> <li>• Expresar en símbolos la relación encontrada.</li> <li>• Expresar la relación utilizando tabla de valores y gráficas.</li> <li>• Ingresar a la página <a href="http://www.desmos.com">www.desmos.com</a> para describir cambios.</li> <li>• Construir el concepto mediante representaciones mentales (mapas conceptuales).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cámara fotográfica</li> <li>• Celular</li> <li>• Fotocopias</li> <li>• Video Beam</li> <li>• Folletos</li> <li>• Útiles escolares</li> <li>• Computador</li> <li>• Internet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sala de audiovisuales</li> <li>• Salón de clase</li> <li>• Sala de informática</li> <li>• Patio central</li> </ul> <p>Para el desarrollo de cada actividad se requiere entre 1 o 2 horas de clase</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establecer aplicaciones en la vida cotidiana.</li> </ul>		
---	--	--

7. Rol del maestro	8. Rol del estudiante
<p>Como docente se diseñará una estrategia didáctica que se fundamenta en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Gay Brousseau (2007), quien propone que distinguen tres elementos fundamentales en la construcción del conocimiento: Estudiante, Profesor y Medio Didáctico, en donde se reconoce al docente como agente facilitador que ayuda a la construcción del conocimiento y las interacciones entre los estudiantes y el medio didáctico.</p> <p>En esta estrategia didáctica se propone la fotografía como medio didáctico para generar procesos de comunicación donde vincule la cotidianidad con las matemáticas y que a través de procesos de visualización le permita al estudiante, establecer regularidades y propiedades para reproducirlas mediante lenguaje matemático, use nociones y procesos que lo lleven a construir representaciones, los verifique y ponga a prueba.</p>	<p>Cada estudiante será artífice de la construcción del conocimiento, donde se espera que actúe, formule y valide frente a cada situación de aprendizaje propuesta:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Recurrirá a una cámara fotográfica o en su defecto un celular con cámara.</li> <li>2. Será original en la búsqueda de la toma fotográfica o en la creación de una situación referente a los temas propuestos.</li> <li>3. Participará activa y responsablemente en las actividades propuestas.</li> <li>4. Trabajará en grupo dando ideas, argumentando y sacando conclusiones para posteriormente exponer ante la clase.</li> <li>5. Trabajará de manera autónoma y responsable en la construcción de conceptos y materiales de entrega.</li> <li>6. Pondrá las ideas relacionadas con las palabras clave en contexto, utilizando un mapa conceptual.</li> <li>7. Resolverá situaciones matemáticas en contexto.</li> </ol>

9. Metodología
<p>El modelo de trabajo a través del cual se organizarán y se secuenciarán las actividades se presenta a</p>

continuación.

1. Se les explicará a los estudiantes que deben sacar una fotografía de su entorno en la que se pueda visualizar uno de los conceptos de matemáticas relacionados con los temas anteriormente expuestos.
2. La foto debe manejar los elementos básicos de un buen registro tales como composición, encuadre, manejo de la luz y regla de tercios. Estos elementos se expondrán y explicarán por medio de un curso de fotografía dirigido por el maestro en bellas Artes y Licenciado en matemáticas Rafael Valenzuela Rueda.
3. A cada una de las fotos, el estudiante le debe hacer una ficha técnica que tenga los siguientes elementos: Nombre de la foto, autor, lugar y tema.
4. Las fotos tomadas deben ser enviadas a un correo creado para tal fin en un archivo en Word.
5. Del conjunto de fotos se seleccionaran algunas para elaborar una guía de trabajo, en donde se propondrán diversas actividades para la consecución de los logros propuestos.
6. Los estudiantes trabajarán la guía inicialmente en forma individual desarrollando los ejercicios relacionados con la lectura, interpretación y relación de variables.
7. Se hará una puesta en común sobre los aspectos analizados.
8. Se organizarán grupos de trabajo conformados por 4 estudiantes donde expongan las relaciones encontradas y se nombrará un monitor para exponer conclusiones y elaborar conceptos.
9. En la sala de informática cada estudiante trabajará con la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) para describir cambios en el comportamiento de diversas gráficas propuestas.
10. Cada estudiante elaborará un mapa conceptual con las conclusiones sobre el tema.
11. Los estudiantes deben dar ejemplos de la vida cotidiana en donde se vea la aplicación de las diversas funciones.
12. De manera individual los estudiantes resolverán situaciones matemáticas relacionadas con los temas propuestos en ésta unidad.
13. Durante todo el proceso se tendrá en cuenta la aplicación de 4 actividades relacionadas con la interiorización y puesta en práctica de valores que se reflejaran en la participación y relación con otros, al igual que en el mejoramiento de su desempeño académico.
14. Concluida la aplicación de las actividades se realizará una exposición y concurso de fotografía donde se premiará a las tres mejores fotos y además se otorgarán dos menciones especiales. El jurado invitado para la selección será el Maestro Darío Alberto Cadavid Mora, maestro en Bellas Artes de la Universidad Industrial de Santander, con una especialización en fotografía digital de la Universidad Nacional de Colombia.

#### 10. Atención a la Diversidad

El grado 9 – 2 está conformado por 36 estudiantes de los cuales 21 son mujeres y 15 son hombres, sus edades oscilan entre los 14 y 17 años de edad; la gran mayoría vive en el barrio La cumbre en hogares disfuncionales. Con respecto a sus hábitos de estudio no tienen horario establecido en casa para desarrollar actividades académicas y en cuanto a su rendimiento académico se encuentran estudiantes muy aventajados como otros con muchas dificultades a nivel de desarrollo de procesos y dominio de conceptos fundamentales.

11. Procedimientos de Evaluación	12. Instrumentos de Evaluación
<p>La evaluación se llevará a cabo durante todo el proceso y al final de cada actividad.</p> <p>Se utilizará los registros del diario pedagógico y los registros de la matriz de referencia con los criterios de evaluación establecidos para determinar el nivel de desempeño en la competencia de comunicación; donde se evidenciará el aprendizaje no solo a nivel de conocimiento sino también de habilidades, destrezas y actitudes.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Prueba diagnóstica</li><li>• Matriz de referencia</li><li>• Guías-taller</li><li>• Diario pedagógico</li><li>• Prueba Final</li><li>• Autoevaluación</li></ul>

Anexo 6. Diario pedagógico



# Diario Pedagógico

Investigador: Beatriz Tirado Carvajal.

Investigación: Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

## RUTA DE DIARIO PEDAGÓGICO

Las categorías y subcategorías orientan la ruta del diario pedagógico, donde se tendrá en cuenta lo consignado con respecto a cada actividad, para su posterior análisis e interpretación.

<b>Categoría</b>	<b>Subcategoría</b>	<b>Indicador</b>
Competencia de Comunicación	A. Nivel de desempeño	A1. Prueba saber A2. Prueba diagnóstica
Estrategia Didáctica	B. Fotografía  C. Comunicación  D. Pensamiento variacional	B1. Interpreta B2. Relaciona  C1. Usa Lenguaje Matemático C2. Construye representaciones  D1. Construye mapas conceptuales D2. Verifica y poner a prueba
Formación Transversal	E. Formación  F. Resultados	E1. Práctica valores E2. Aspectos meta cognitivos  F1. Prueba final F2. Autoevaluación



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 1

- Fecha: 10 Agosto 2017
- Tema: Conócete a ti mismo.
- Objetivo: Recolectar información relevante y aspectos generales sobre la experiencia de vida en el colegio y en la vida cotidiana.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 3), útiles escolares.
- Tiempo: 1 hora clase.

### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, ubicado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula de clase identificada con el número 201, segundo piso de la sede A. En él se encuentran 33 estudiantes ubicados en 4 filas de pupitres, el tablero se encuentra ubicado al frente de la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:10 a.m. en el aula de clase, se les explica que se desarrollará una actividad denominada “Conócete a ti mismo” para recolectar información **de aspectos relacionados con la experiencia de vida en el colegio y en la vida cotidiana**, que se tendrán en cuenta en el desarrollo de la investigación.

Seguidamente, se aclara que el desarrollo de la encuesta **es individual, en orden y silencio** para poder concentrarse y que deben responder 7 preguntas de **manera sincera y responsable** y se entrega el material.

Mientras contestan la encuesta uno de los estudiantes (Juan Camilo) pregunta: ¿Cómo así profe? No entiendo la pregunta de ¿Cuáles ha sido las mayores dificultades que has tenido en el aprendizaje de las matemáticas? Es entonces cuando varios estudiantes empiezan a hablar al

tiempo para explicarle como debía contestar generando desorden. En ese momento se interviene para que guarden compostura, sigan trabajando de manera individual y me acerco al estudiante Juan camilo para aclarar sus dudas.

Posteriormente se realiza una puesta en común donde cada uno expresa de manera voluntaria las respuestas a las preguntas. A pesar de haber hecho la aclaración de saber escuchar y respetar las opiniones de sus compañeros, algunos estudiantes no escuchan y es necesario llamar nuevamente la atención.

Después de la participación de la mayoría de estudiantes se termina la actividad con una conclusión hecho por una estudiante (Angélica) donde expresa sus sentimientos sobre el desarrollo de la actividad y la importancia de mejorar algunas actitudes frente a la tarea de aprender.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron atentos a la explicación del trabajo a resolver.
- Se logró resolver dudas de los estudiantes en cuanto a la solución de la actividad.
- Algunos estudiantes les falta actitud de escucha y respetar la opinión del otro.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.

#### **Reflexión:**

En este tipo de actividades es fundamental permitir la participación voluntaria de los estudiantes y además reflexionar sobre la importancia de asumir el proceso de aprendizaje de manera responsable y mejorar actitudes para obtener buenos resultados.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 2

- Fecha: 15 Agosto 2017
- Tema: ¿Quién soy yo?
- Objetivo: Propiciar un espacio para el auto reconocimiento.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 7), computador, video beam y sonido.
- Tiempo: 1 hora clase.

### Descripción del escenario:

En el Colegio Gonzalo Jiménez Navas, del Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula de Audiovisuales, ubicada en el segundo piso de la sede A, se encuentran 34 estudiantes ubicados en 5 filas de pupitres, el tablero se encuentra ubicado al frente de la entrada, al igual que el escritorio de la docente; el aula cuenta con aire acondicionado, video beam y sonido.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 10:10 a.m. en el aula de audiovisuales, se les informa a los estudiantes que teniendo en cuenta que la actividad anterior fue de su agrado, se tendrá una nueva actividad donde reflexionen sobre aspectos relacionados con el auto reconocimiento.

En ese momento una estudiante (Sara) manifiesta “Ya para qué profe, se hubiera hecho al inicio del año”, ante esto se le aclara que nunca es tarde para conocernos a nosotros mismos y es importante para poder mejorar como personas y establecer buenas relaciones con los demás.

Posteriormente se proyecta un video sobre autoestima y de manera voluntaria algunos estudiante da a conocer un comentario sobre el mismo.

Luego se entrega el material de trabajo, para que de manera individual y analice sobre sus metas, cualidades, habilidades, gustos, preferencias, mayores temores, lo que más le molesta y aspectos a mejorar. Se les indica que el trabajo debe ser muy consciente y sincero para tener un verdadero

autoconocimiento. Cada estudiante decora la guía de trabajo de manera autónoma y creativa.

Después del trabajo individual se organizan grupos de 2 estudiantes y se hace una socialización. Luego organizando el aula en mesa redonda, cada estudiante procede a dar a conocer los aspectos del compañero que le correspondió. Cabe resaltar que los estudiantes tienden a aclarar o mencionar aspectos que su compañero pudo olvidar o terminan hablando de sí mismos. Varios estudiantes, en el desarrollo de la actividad hablan en voz baja ya que no habían terminado el trabajo por parejas; en ese momento se hace necesario intervenir para que mejoren la actitud de escucha diciéndoles que todos tenemos derecho a opinar y lo que se está diciendo es importante para cada uno, por tanto merece ser escuchado y respetado. También se escuchan también comentarios de los estudiantes tales como "Yo no sabía que a XXXXX le gustaba ..." "No sabía que a XXXX quería ser ..."

Finalmente se recoge el material, se dan a sí mismos un fuerte aplauso y pasan a la siguiente hora de clase.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron con mucha expectativa durante la actividad, les gustó el video, aunque fueron un poco tímidos al expresar sus ideas.
- Se logró reflexionar con los estudiantes sobre ¿Quién soy yo?
- Algunos estudiantes les falta actitud de escucha y respetar la opinión del otro.
- Faltó un poco más tiempo para la actividad, pues estaban muy entusiasmados por conocer al otro.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad.

#### **Reflexión:**

En las actividades donde los estudiantes comparten sus ideas con respecto al auto reconocimiento son muy positivas y generan gran expectativa, ya que permiten la integración y valoración del otro.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación

Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 3

- Fecha: 18 Agosto 2017
- Tema: Cultivando actitudes.
- Objetivo: Fortalecer actitudes para mejorar el desempeño académico.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 8), colores, rollo de lana.
- Tiempo: 1 hora clase.

### Descripción del escenario:

Aula de clase número 201, ubicada en el segundo piso del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, sede A del Barrio La Cumbre de Floridablanca. En el que se encuentran 34 estudiantes ubicados inicialmente en 4 en filas de pupitres, el tablero se encuentra ubicado al frente de la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 8:00 a.m. en el aula de clase, después de tomar asistencia y hacer la oración del día, se les explica a los estudiantes que se desarrollará una actividad denominada “cultivando actitudes” y se les explica el objetivo de la misma.

Un líder de la actividad que se postula de manera voluntaria, es el encargado de repartir el material donde desarrollaran una sopa de letras. Cada estudiante debe trabajar de manera individual, coloreando las diferentes palabras y hacer una definición de cada una de ellas. Los estudiantes concluyen que éstas palabras corresponden a diversas actitudes que deben cultivar para mejorar su desempeño académico, tales como investigar, disciplina, análisis, comprender, conocer, pensar... entre otras. Posteriormente se reúnen en grupos de 4 para confrontar y comparar las definiciones dadas por cada uno y sacar conclusiones.

Terminada la tarea propuesta, se organizan en mesa redonda y se les explica la segunda parte de la guía donde deben hacer una lectura literal y realizar una reflexión sobre el mensaje que se puede interpretar de dos imágenes dadas. Para la socialización se utiliza un rollo de lana que se lanzando

al estudiante que deseen para que exponga su apreciación, relacionada con el tema.

Los estudiantes se emocionan y participan de manera alegre, pues el juego genera expectativas de a quien le lanzaran el rollo de lana. Tienen más actitud de escucha y respetan la opinión del otro.

Finalizada la actividad, tres estudiantes hacen aportes y sacan conclusiones del proceso desarrollado y su aplicabilidad en la vida escolar.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes colaboran al líder del grupo en el rol asignado.
- Cuando trabajan de manera individual, les cuesta trabajo hacer definiciones, mientras que en grupo el trabajo se facilita.
- La actitud de escucha y respetar la opinión del otro, ha mejorado.
- Se nota un poco de timidez en el momento de dar a conocer las opiniones personales en cuanto a la lectura literal e interpretación de imágenes.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.

#### **Reflexión:**

El juego, involucrado en las actividades, permite que los estudiantes disfruten y aprendan, ya que están más dispuestos para realizar las actividades y ponen en práctica valores como el respeto, tolerancia, actitud de escucha en el desarrollo del mismo. La confrontación de ideas con otros permite que analicen sobre sus propias ideas, reconozcan errores y mejoren en la elaboración de definiciones.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



#### Actividad: 4

- Fecha: 22 Agosto 2017
- Tema: Interactuando con otros.
- Objetivo: Reflexionar acerca de los valores que se deben interiorizar y poner en práctica en su diario vivir.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 9), colores,  $\frac{1}{8}$  cartulina escolar, marcadores.
- Tiempo: 1 hora clase.

#### Descripción del escenario:

El Colegio Gonzalo Jiménez Navas, ubicado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula de clase identificada con el número 201, ubicado en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 29 estudiantes ubicados 4 en filas de pupitres, el tablero se encuentra ubicado al frente de la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:10 a.m. en el aula de clase, se les explica que se desarrollará una actividad denominada “Cultivando actitudes” y se dan a conocer los objetivos de la misma.

Inicialmente, el monitor del grado entrega las guías, se les explica a los estudiantes que trabajan en parejas, donde **desarrollarán una sopa de letras relacionada con valores que deben poner en práctica en la relación con otros tales como convivencia, generosidad, honestidad, respeto, solidaridad entre otros**; explicando de manera breve cada uno de ellos.

Posteriormente se conformarán grupos de cuatro estudiantes. Para esto se numeran del 1 al 4 para formar los grupos. En este momento, **algunos estudiantes se organizan a su acomodo, sin respetar la asignación correspondiente y se genera discusiones al respecto**. Se hace necesario intervenir para que se reorganicen nuevamente y queden bien distribuidos los grupos.

El trabajo a desarrollar consiste en elaborar una mini cartelera de manera creativa, donde se exprese por medio de una frase, un mensaje o reflexión sobre dos imágenes impresas en la guía, además deben tener en cuenta lo desarrollado en la primera parte de la actividad.

Cada grupo elijará un líder para hacer la socialización y se expondrán las mini carteleras a lo largo del pasillo de entrada al aula.

La estudiante (Diana) reflexiona sobre la actitud incorrecta de algunos estudiantes en la conformación de los grupos y propone como acuerdo que para próximas actividades se debe trabajar con otros compañeros así no sean los más amigos, ya que de otros también se puede aprender.

Después de la intervención de Diana se termina la actividad.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron atentos a la explicación del trabajo a resolver.
- El trabajo por parejas les parece mejor, ya que pueden compartir opiniones y estar más seguros a la hora de intervenir.
- A la hora de conformar los grupos tienden a trabajar con los compañeros más allegados.
- Se les dificulta escoger un líder de equipo, pues no hay consenso en la toma de decisiones.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.

#### **Reflexión:**

Se debe prestar especial atención cuando se conforman los grupos de trabajo para que no se genere inconformidades en los estudiantes, ya que estos tienden a organizarse por empatía y no tienen en cuenta el respeto a las pautas dadas.

El empeño de los estudiantes puesto en la elaboración de las mini carteleras fue bastante bueno, pues sus trabajos reflejaron creatividad, manejo claro de la idea a exponer y organización.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



#### Actividad: 5

- Fecha: 25 Agosto 2017
- Tema: Creando mapas conceptuales.
- Objetivo: Diseñar mapas conceptuales que lo lleven a construir su propio aprendizaje.
- Recursos: Cuadernos, guías de clase, textos, colores, marcadores, hoja cuadrículada, equipo de sonido.
- Tiempo: 2 horas de clase.

#### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, ubicado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula de clase identificada con el número 201, ubicado en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 36 estudiantes ubicados 4 en filas de pupitres, el tablero se encuentra ubicado al frente de la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:10 a.m. en el aula de clase, después de la toma de asistencia y oración, se le explica a los estudiantes la actividad que se va a desarrollar se denomina “creando mapas conceptuales” y se dan a conocer los objetivos de la misma.

Inicialmente se informa que cada estudiante haciendo uso de los apuntes, guías, textos y materiales escolares, debe diseñar un mapa conceptual relacionado con el tema Solución de sistemas 2x2, donde se pueda apreciar las diferentes formas para dar solución de dichos sistemas. Mientras los estudiantes trabajan se les ambienta con música clásica “Serenatas y Danzas de Mozart. Los estudiantes trabajan muy concentrados en la actividad por un periodo de 60 minutos, donde de manera autónoma hacen subrayado, toman sus propias notas y organizan la información en esquemas.

Una estudiante (Silvia) de manera espontánea manifiesta que “la música no me deja concentrar y menos esa que es muy aburrida”; ante esto varios compañeros se unen al comentario y sugieren cambio de ritmo. Ante esta situación se les explica que la música tiene cierto efecto en el aprendizaje y que además genera sentimientos y también evoca recuerdos, se les explica también que la música, especialmente la de Mozart estimula el cerebro para dar mejores respuestas a nivel cognitivo. Finalmente los estudiantes comprenden y acceden a trabajar con la música de fondo.

Después del trabajo individual, por un periodo de 35 minutos, los estudiantes se reúnen en grupo de 4 para compartir y socializar sus esquemas, se dan cuenta que algunos están incompletos, son muy extensos en la información o están incompletos y no siguen los parámetros de la elaboración de un mapa conceptual. Ante esto se propone en la próxima intervención trabajar sobrar sobre la elaboración de esquemas mentales.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron concentrados y trabajaron de manera autónoma durante el desarrollo de la actividad.
- Les cuesta un poco de trabajo escuchar un ritmo de música poco común para sus gustos y preferencias.
- Fueron muy críticos a la hora de evaluar los resultado de la actividad.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.

#### **Reflexión:**

Se debe considerar los pre-saberes en cuanto al diseño de esquemas mentales, ya que se dio por hecho que los estudiantes contaban con esta información y en el momento de trabajar cada uno los elaboró sin tener claros los parámetros para su construcción. Cabe resaltar que el empeño de los estudiantes puesto en la elaboración de los mapas conceptuales fue bastante bueno, pues se reflejó creatividad, autonomía y toque personal.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



#### Actividad: 6

- Fecha: 28 Agosto 2017
- Tema: Organizadores gráficos.
- Objetivo: Reconocer y diseñar organizadores gráficos, que lo lleven a fortalecer para el desarrollo de procesos de pensamiento.
- Recursos: Sala de informática, computadores, internet.
- Tiempo: 2 horas de clase.

#### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en la sala de informática del nivel 3 ubicada en el primer piso de la sede A. Se encuentran 34 estudiantes ubicados en las mesas cada uno con su correspondiente computador, que están dispuestas alrededor de la sala. El tablero se encuentra ubicado al lado derecho de la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:10 a.m. después de dar a conocer el objetivo de la clase, se les da a los estudiantes las orientaciones del trabajo para desarrollar en la sala de informática. Estos se deben organizar en grupos de a 3, a cada grupo se le asigna uno de los 10 organizadores gráficos para consultar sobre **¿Qué son?, ¿para qué sirven?, ¿Cómo se elaboran? y den un ejemplo en matemáticas.** Cada grupo debe tener un **líder que organice las ideas del grupo, elabore un informe y la envíe por correo** a su compañera **Sara, quien de manera voluntaria** se encargará **recopilar la información de los grupos,** **la organizará y reenviará a sus compañeros por correo** (Anexo 10). Posteriormente se hará una **puesta en común para analizar los beneficios de la utilización de los organizadores gráficos.** **Los estudiantes inician asignando el líder del grupo, buscan la información y elaboran el**

**informe.** Debido a que en algunos computadores no funcionó el acceso a internet, los estudiantes se reúnen por grupo **teniendo en cuenta los intereses en la búsqueda.**

**Mientras tanto la estudiante (Sara) recoge los correos de sus compañeros para enviar el material de la conclusión.**

Los estudiantes trabajan por un periodo de 50 minutos de manera organizada, se les nota entusiasmo, con ganas de **buscar la información y se ponen de acuerdo en lo que debe contener el resumen que entregarán.** **Sólo un grupo de estudiantes genera polémica ya que ninguno quiere liderar el proceso; ante esto es necesario intervenir para solucionar el inconveniente y asignar responsabilidades de manera equitativa,** pues argumentan que uno de ellos “no hace nada y siempre espera a que los demás hagan todo”.

Finalmente, los estudiantes regresan al aula, se organizan en mesa redonda y exponen lo consultado. Además concluyen que **“estos organizadores son fáciles de hacer, pero hay que tener las ideas claras”, “Me gustó más los mapas mentales y los mapas conceptuales, son más sencillos”, “trabajar en la sala de informática es más chévere”, “no sabía que esto se podía usar en matemáticas”, “los mapas de la clase pasada nos quedaron mal porque...”**

#### **Percepciones o comentarios:**

- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad.
- Los estudiantes estuvieron concentrados y trabajaron de manera autónoma durante el desarrollo de la actividad.
- Les cuesta un poco de trabajo elegir un ejemplo adecuado para cada organizador gráfico.
- Fueron muy espontáneos a la hora de exponer el trabajo y dar conclusiones.

#### **Reflexión:**

Los organizadores gráficos son muy útiles a la hora de fortalecer el desarrollo de procesos de pensamiento. En matemáticas especialmente, se trabajará con mapas conceptuales ya que se pueden establecer relaciones significativas entre conceptos y permiten determinar el grado de comprensión que los estudiantes han adquirido en el proceso de aprendizaje.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



#### **Actividad: 7**

- Fecha: 31 Agosto 2017
- Tema: Prueba diagnóstica.
- Objetivo: Diagnosticar el nivel de comunicación matemática de los estudiantes del grado 9-2 de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 2), materiales escolares.
- Tiempo: 1 hora de clase.

#### **Descripción del escenario:**

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula 201 ubicada en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 36 estudiantes ubicados cada uno en su respectivo pupitre y por orden de lista. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### **Descripción de la actividad:**

Teniendo en cuenta los resultados históricos de los niveles de desempeño en matemáticas, el índice sintético de calidad y análisis de las falencias de la Prueba Saber en cuanto al pensamiento matemático a nivel de la competencia de comunicación en el componente variacional, se procedió a consultar diversas fuentes para diseñar y elaborar una prueba diagnóstica pertinente para el logro del objetivo propuesto.

De esta manera se elaboró la prueba de 10 preguntas a partir del banco de cuadernillos de Prueba Saber 9° 2014 del ICFES, cuyos términos y condiciones de uso permiten su aplicación con fines académicos e investigativos, con el fin de determinar el nivel de desarrollo de la competencia de comunicación específicamente en el componente de variación.

Siendo las 6:10 a.m. se les dio a conocer a los estudiantes el objetivo de la aplicación de la prueba,

al igual que las condiciones de **trabajar en forma individual y honesta**, ya que no tenían presión por la calificación.

Posteriormente se repartió el material de la prueba al que se le adjuntó una hoja de respuestas para facilitar la evaluación e interpretación de los resultados. Se notó que los estudiantes trabajaron tranquilos, en silencio, concentrados y con responsabilidad.

Durante la actividad los estudiantes **manifestaron inquietudes** relacionadas con la **interpretación de las gráficas y tablas**, al igual que el **lenguaje matemático utilizado en la prueba**, y en la **solución de algunos problemas** a lo cual se les sugirió leer, comprender e interpretar muy bien lo que se les preguntaba.

Finalmente se recoge el material para su posterior análisis.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.
- Los estudiantes estuvieron concentrados y trabajaron responsablemente en la solución de los ejercicios propuestos en la prueba.
- A varios estudiantes se les dificulta leer, interpretar, relacionar, entender el lenguaje matemático y resolver situaciones problema.
- La asignación del tiempo para la prueba fue adecuado.

#### **Reflexión:**

La búsqueda de información pertinente se debe ejercitar con más frecuencia para ampliar el banco de datos personal y poder ser usado con los estudiantes a la hora de practicar la solución de pruebas tipo ICFES.

Se deben implementar acciones pedagógicas para desarrollar actividades con los estudiantes en donde se aborden los diferentes procesos tales como interpretar, relacionar, expresar en lenguaje matemático, construir representaciones gráficas como tablas y gráficas, hacer representaciones mentales, resolver problemas verificando y poniendo a prueba sus conceptos.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 8

- Fecha: 11 Septiembre 2017
- Tema: Curso de fotografía - ¿Cómo tomar una buena foto?
- Objetivo: Conocer los elementos fundamentales para hacer buenos registros fotográficos.
- Recursos: Sala de audiovisuales, video beam, plegables (Anexo 11), cámara fotográfica.
- Tiempo: 2 horas de clase.

### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en la Sala de audiovisuales, ubicada en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 33 estudiantes ubicados en mesa redonda, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente. El aula cuenta con aire acondicionado y video beam.

### Descripción de la actividad:

Para el desarrollo de esta actividad se cuenta con la participación del Maestro en Bellas Artes de la Universidad Industria de Santander y Licenciado en Matemáticas de la Universidad de Pamplona Rafael Valenzuela Rueda, quien con ayuda de cámara artesanal, elaborada con una caja de madera, cámara mecánica y cámara digital, procede a dar una breve explicación de las partes y funcionamiento de la cámara fotográfica, al igual que explicar algunas pautas tales como encuadre, ritmo visual, textura, ángulos de registro, etc. Para obtener una buena toma.

Los estudiantes se muestran bastante interesados en el tema, participan, preguntan y **analizan distintas fotos que se proyectan con ayuda del video beam. Las fotos están relacionadas con diversos temas de matemáticas desarrollados en los años anteriores.**

**Las expresiones de los chicos reflejan que les agrada y les entusiasma el tema e inmediatamente**

sacan celulares para mostrar alguna toma que han hecho que, sin ser conscientes, están relacionadas con varios temas de matemáticas.

Al final de la charla se les entrega un plegable con el resumen de los elementos fundamentales que deben tener en cuenta para hacer una buena toma fotográfica y una tarjeta para motivarlos a que participen en el desarrollo de la investigación.

Entre los comentarios que hacen los estudiantes como conclusión del curso cabe resaltar la intervención de Angélica, quien dice: “la fotografía es una buena forma de relacionar los elementos que hay a nuestro alrededor con las matemáticas”, Sebastián interviene diciendo: “me gusta, porque puedo aprender mucho. Quiero estudiar diseño gráfico y me gusta la fotografía”

#### **Percepciones o comentarios:**

- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al curso de fotografía asesorado por el profesor Rafael Valenzuela Rueda.
- Los estudiantes quedaron a la expectativa de cómo se desarrollaría la temática de clase de ahora en adelante haciendo uso de la fotografía.
- Al salir del aula de audiovisuales los estudiantes le contaron a sus otros compañeros de noveno de trabajo que realizaron y fue tal la acogida que los chicos de los otros cursos propusieron trabajar también de igual forma.
- La asignación del tiempo para la prueba fue adecuado.

#### **Reflexión:**

Un recurso útil para fortalecer el pensamiento matemático puede ser la fotografía, pues ésta le brinda la posibilidad al estudiante de relacionar la cotidianidad con las matemáticas y poder a través de ella desarrollar procesos, que bien encaminados, los lleva a hacer representaciones mentales y construir el conocimiento.

La pedagogía nos debe llevar a una reflexión continua en procura de mejorar y dinamizar los procesos educativos, especialmente los de seguimiento del aprendizaje.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 9

- Fecha: 20 Septiembre 2017
- Tema: La fotografía y las matemáticas
- Objetivo: Hacer lectura literal y lectura crítica de varias imágenes para establecer relaciones entre la matemática y las fotografías.
- Recursos: Sala de audiovisuales, video beam, fotocopias (Anexo 4).
- Tiempo: 1 hora de clase.

### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en la Sala de audiovisuales, ubicada en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 33 estudiantes ubicados en mesa redonda, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente. El aula cuenta con aire acondicionado y video beam.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:10 a.m. se convoca a los estudiantes en sala de audiovisuales para el desarrollo de la actividad. Se dan a conocer los objetivos y se procede a entregar las fotocopias con las que trabajaran de manera individual.

Los estudiantes se organizan en mesa redonda y con ayuda del video beam, se proyectan tres imágenes de las cuales deben escoger una, la que más le llame la atención. **La imagen seleccionada debe ser interpretada haciendo una lectura literal, posteriormente el estudiante hace una lectura crítica de la imagen y finalmente argumenta que temas matemáticos se pueden inferir de la foto** y que principios fotográficos se han utilizado para su registro.

Los estudiantes manifiestan “¿Cómo así profesora , que tenemos que hacer?”, pues se les dificulta hacer la descripción de la foto, no encuentran la forma de expresar con sus palabras lo que ven registrado en ella; se les recuerda que significa describir y se dan ejemplos describiendo a una de sus compañeras.

De la misma manera se les recuerda que para hacer una lectura crítica implica no solo comprender los elementos que están en la imagen sino también analizar cómo están relacionados y sacar sus propias conclusiones al respecto.

Teniendo en cuenta que se presentan muchas dudas al respecto, se les indica a los jóvenes que pueden trabajar en grupo. De esta manera se conforman tres grandes grupos, uno por cada foto presentada para su análisis. Después de compartir opiniones al respecto el trabajo fluye de manera asertiva, explican sus respuestas y argumentan sus puntos de vista. Aún falta que algunos chicos participen de manera activa.

Finalmente los estudiantes evalúan su desempeño en la actividad concordando en que “debemos practicar más las lecturas literales y las lecturas críticas”.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Se notó confusión y frustración al inicio de la actividad, pues no sabían cómo hacer el trabajo asignado.
- Se logró resolver dudas de los estudiantes en cuanto a la solución de la actividad.
- Se debe reforzar más en ejercicios donde los estudiantes expresen sus opiniones de manera verbal o escrita.
- Hizo falta tiempo para la ejecución de la actividad, pues mientras se aclaró la diferencia entre lectura literal y crítica, no se pudo motivar la participación de varios estudiante.

#### **Reflexión:**

Se debe dar las indicaciones de manera clara y precisa y definir los términos que se requieran antes de iniciar la actividad, para lo que los estudiantes sepan que va a hacer y cómo lo van a hacer, garantizando de esta forma el éxito de una actividad.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



**Actividad: 10**

- Fecha: 27 Septiembre 2017
- Tema: Ficha técnica.
- Objetivo: Dar a conocer los elementos fundamentales que debes tener en cuenta en la elaboración de la ficha técnica para adjuntar a cada una de sus fotografías.
- Recursos: Sala de audiovisuales, video beam.
- Tiempo: 1 hora de clase.

**Descripción del escenario:**

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en la Sala de audiovisuales, ubicada en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 35 estudiantes ubicados en 5 filas, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente. El aula cuenta con aire acondicionado y video beam.

**Descripción de la actividad:**

Siendo las 6:10 a.m. se convoca a los estudiantes en sala de audiovisuales para el desarrollo de la actividad.

Después de verificar la asistencia, se les informa a los estudiantes que para el desarrollo de las siguientes actividades se requiere que envíen fotos relacionadas con los temas correspondientes al cuarto periodo académico que es el que estamos cursando según el calendario escolar. Estos temas son los relacionados con el componente variacional: Función, pendiente de una recta, función lineal, cuadrática, exponencial y Logarítmica.

Cada una de las fotos debe ser enviada en un archivo de Word con una ficha técnica que contenga los siguientes elementos: Nombre de la foto, autor, lugar y tema, a un correo creado para recopilar la información. Estas fotos serán usadas en las guías que se van a desarrollar en las próximas

clases.

Posteriormente se presentan ejemplos de varias fotografías que están relacionadas con diversos temas de matemáticas, cada una de ellas con su correspondiente ficha técnica y se adjunta un mapa conceptual referente a los conceptos relacionados con el tema (Anexo 12). Las expresiones de los estudiantes son de agrado y manifiestan satisfacción a medida que se les presenta la foto y se les pide que la relacionen con algún tema visto en años anteriores o al inicio del año escolar.

Los estudiantes toman nota en su cuaderno, hacen preguntas relacionadas a la propuesta, copian el correo a donde deben enviar las fichas técnicas y, en ese momento una estudiante (Darlyn) pregunta: “¿puedo sacar la foto con celular? Es que no tengo cámara”; a esta observación se unen más estudiantes haciendo comentarios al respecto.

Se les aclara que no hay inconveniente que pueden usar tanto cámara como celular para hacer los registros, lo importante es que tengan en cuenta los aspectos que les enseñó el profesor Rafael en días anteriores y que las tomas sean originales y creativas.

Finalmente los estudiantes se desplazan a la siguiente hora de clase.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron atentos a las recomendaciones hechas para elaborar la ficha técnica.
- Mostraron interés y satisfacción al relacionar cada foto con un tema específico de matemáticas.
- Se aclararon dudas respecto al procedimiento de envío de los archivos.
- El tiempo para la actividad fue suficiente.
- Se notó actitud positiva y buena disposición en el desarrollo de la actividad.

#### **Reflexión:**

Es vital tener en cuenta los intereses de los estudiantes para utilizarlos en el desarrollo de la actividad pedagógica, como es el caso de la fotografía ya que se convierte en un recurso al alcance de los estudiantes, que les posibilita relacionar la matemática con su cotidianidad y con el cual se puede construir conocimiento.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación

Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 11

- Fecha: 2 Octubre 2017
- Tema: Concepto de función.
- Objetivo: Identificar elementos en dos conjuntos y establecer relaciones entre ellos. Establecer la condición necesaria para que una relación sea función.
- Recursos: Fotografías, fotocopias (Anexo 13), hojas blancas y útiles escolares.
- Tiempo: 2 horas de clase.

### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el salón de clase identificado con el número 201, ubicado en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 35 estudiantes ubicados en mesa redonda alrededor del aula, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:00 a.m., al llegar los estudiantes al aula, se sorprenden al encontrar los pupitres dispuestos en diferente forma (normalmente se ubican en 4 filas y ahora están en mesa redonda), inmediatamente preguntan: “¿y eso, qué vamos a hacer?”, a lo cual se les indica que se ubiquen en el lugar que prefieran, se toma asistencia y se da a conocer el objetivo de la actividad.

Se procede a informarles que recibirán la guía de trabajo la cual deben desarrollar en forma individual. El monitor del curso entrega las fotocopias, en este momento **surgen comentarios respecto a las imágenes que encuentran en ella, ya que las fotos fueron tomadas por tres compañeros del curso. La estudiante Angélica Rocío expresa “mi foto está ahí”, el joven Sebastián dice “me sorprende ver mi foto aquí” y la estudiante Diana manifiesta “me gusta ver mi foto en la guía, me siento famosa”.**

Para iniciar la actividad es necesario acompañar la lectura de las preguntas que se encuentran acompañando cada foto, en las que deben hacer una descripción literal de la imagen y deben identificar en la imagen los elementos que la componen y decir cómo están relacionados. Los estudiantes responden sin respetar la palabra de sus compañeros para lo cual se hace necesario recordarles que para participar en clase se debe respetar la opinión del otro y esta debe ser por turnos; además que a todos se les dará la oportunidad de participar; además les cuesta trabajo redactar y escribir con sus palabras lo que ven en la foto y confrontarlo con lo que dicen con sus compañeros.

Posteriormente, deben expresar la relación que de forma reiterada se presenta en las fotos en símbolos matemáticos y se les pregunta cuál es la condición para que una relación sea función. Ante esto se generan dudas pues no logran establecer relaciones, ni reconocer patrones, entonces hay que hacer reorientar la actividad aclarando las dudas al respecto. Los estudiantes consigna en la guía sus conclusiones, aunque se les dificulta trabajar en forma individual, tienden a mirarle al compañero y a preguntar ¿profe, lo estoy haciendo bien?", esperan que el docente les de las respuestas.

El siguiente paso consiste trabajar en grupos de 3 estudiantes para consultar de qué forma se pueden representar las funciones, a lo que responden de manera acertada, unos grupos indican que en diagramas de Venn, parejas ordenadas, tabla de valores y gráficas. El estudiante Juan Sebastián añade que a las funciones también se les puede hallar el dominio, codominio y rango.

Luego se propone hacer una puesta en común donde un líder del grupo pasa al tablero a explicar lo que consultaron y aplicar lo aprendido en la solución de un ejercicio.

Al desarrollar el ejercicio en el tablero se puede apreciar que les falta dominio en expresar una relación en símbolos usando lenguaje matemático y además no logran establecer relaciones entre las diferentes formas de construir representaciones. Para aclarar lo trabajado durante la actividad se propone finalmente hacer un mapa conceptual que resuma lo visto en clase.

El modelo del mapa se hace en el tablero con la participación de Emily quien va organizando las ideas que el resto del grupo aporta, en el que hay que intervenir para que la participación se haga de manera ordenada y escuchando los aportes de manera respetuosa.

Finalmente se organiza el aula en las filas habituales, se recoge el material de trabajo y se propone realizar una actividad de afianzamiento en la que verifique y pongan a prueba lo aprendido en la solución de problemas.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes manifestaron sorpresa y agrado al ver sus fotos expuestas en la guía de

trabajo.

- Les cuesta trabajo trabajar de manera individual, dependen mucho de lo que otros digan o aporten, no son autónomos a la hora de plasmar en la guía sus opiniones o ideas, pues requieren constante aprobación.
- Participan en clase, aunque no de forma ordenada, ya que se debe estar recordando las pautas de comportamiento al igual que deben respetar la opinión del otro.
- Los estudiantes estuvieron atentos y dispuestos a corregir sus aptitudes.
- Se aclararon dudas respecto a la conceptualización del tema con ayuda del mapa conceptual.
- El tiempo para la actividad fue suficiente.

**Reflexión:**

Se presentan muchas dificultades en el desarrollo de la clase, los estudiantes están acostumbrados a que sea el profesor que les presente y explique los contenidos y ellos solo se limitan a consignarlos en el cuaderno y luego utilizarlos en la solución de ejercicios. En esta nueva propuesta son ellos quienes deben llevar a cabo un proceso para hacer representaciones mentales y construir su propio conocimiento, por tanto se requiere tener claro el paso a paso que deben llevar para la consecución de los objetivos.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 12

- Fecha: 4 Octubre 2017
- Tema: Representación de funciones.
- Objetivo: Identificar relaciones entre las diferentes formas de representar una función.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 14), útiles escolares.
- Tiempo: 2 horas de clase.

### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el salón de clase identificado con el número 201, ubicado en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 35 estudiantes ubicados en 4 filas, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:00 a.m., se da inicio a la actividad dando a conocer el objetivo de la misma y se propone resolver ejercicios para afianzar lo desarrollado en la actividad anterior. Para esto se entrega la guía de trabajo y se dan indicaciones para trabajar en forma individual.

Se ambienta el trabajo con música clásica, de esta forma inician el trabajo de manera relajada y tranquila. Los estudiantes recurren a los apuntes y el mapa conceptual elaborado en la clase anterior para la solución de los ejercicios.

Inicialmente se dan tres parejas de conjuntos donde deben establecer la relación existente en cada pareja, los estudiantes identifican claramente el tipo de relación establecida en ellos. Luego pasan a resolver ejercicios en el plano cartesiano, donde deben utilizar el concepto de función para poderlos resolver. En estas gráficas se debe verificar y poner a prueba sus ideas respecto a los conceptos de función.

Finalmente deben llenar una tabla donde se establezca relaciones entre las diferentes formas de representar una función. Cabe resaltar que en esta parte se presentan dudas respecto a expresar en lenguaje matemático cualquier tipo de relación, pues se dificulta reconocer patrones y establecer regularidades. En cuanto a las gráficas tienen algunas dificultades al ubicar puntos en el plano cartesiano.

Al terminar la actividad se recoge el material y se hace la evaluación de la misma en donde los estudiantes hacen los siguientes aportes. Junior opina: “hoy trabajamos mejor, la música nos aquieta”, Brayan interviene diciendo “lo más fácil fue el trabajo con los conjuntos, se podía ver la relación entre ellos fácilmente”, Paula argumenta que “no habíamos hecho ejercicios parecidos a los del punto 2, pero miré en el resumen que hicimos y lo pude entender”. La mayoría concuerda que se le dificulta “escribir en lenguaje matemático”.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron atentos a la explicación del trabajo a resolver.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.
- La música ofrece un buen ambiente de trabajo.
- La mayoría de estudiantes lee, interpreta y resuelve de forma individual la actividad.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.
- Los estudiantes fueron sinceros y críticos a la hora de evaluar los resultados de la actividad.
- Se nota un poco de timidez en el momento de dar a conocer las opiniones personales.

#### **Reflexión:**

Teniendo en cuenta el proceso desarrollado, a los estudiantes se les facilita resolver ejercicios de interpretación y establecen algunas regularidades, pero se les dificulta establecer patrones para expresar en lenguaje matemático.

Los estudiantes han mejorado en cuanto al trabajo individual, algunos se muestran más autónomos, reflexionan en el proceso para aclarar por si mismos las ideas.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 13

- Fecha: 9 Octubre 2017
- Tema: Pendiente de una recta.
- Objetivo: Deducir la ecuación para calcular la pendiente de una recta.
- Recursos: Fotografías, fotocopias (Anexo 15), útiles escolares.
- Tiempo: 2 horas de clase.

### Descripción del escenario:

En el Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el salón de clase identificado con el número 201, ubicado en el segundo piso de la sede A, se encuentran 32 estudiantes ubicados en 4 filas, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

En el aula de clase, siendo las 6:05 a.m. se inicia la clase con una oración y llevando el control de asistencia. Se entrega el material de trabajo, dando los créditos a los estudiantes que tomaron las fotos que se usaron en la elaboración de la guía. Todos los estudiantes están muy entusiasmados y les brindan un fuerte aplauso.

A continuación preguntan: ¿Qué vamos a hacer hoy? La intención no es decirles cual es el tema, sino que a medida que se desarrolle la actividad lo puedan deducir. Inmediatamente se entrega la guía en donde un estudiante se ofrece para leer el primer ejercicio propuesto. En él deben hacer una descripción literal de tres imágenes, Este ejercicio se hace más sencillo después de haberse practicado en otras actividades anteriores y la participación de los chicos es más espontánea y asertiva.

Luego otro estudiante lee la pregunta 2 y 3 con la que se pretende que los estudiantes establezcan

regularidades y diferencias entre los elementos encontrados en las fotos, para esto recurren a colorear las inclinaciones de las imágenes dadas. Cuando se trabaja con material concreto les es más fácil el proceso de reconocer patrones. De esta forma establecen la ecuación para calcular la pendiente de una recta.

Las preguntas 4 y 5 se redactaron con la intención de que el estudiante exprese como se puede calcular la inclinación de las rectas, tanto en lenguaje verbal como en lenguaje matemático.

Con las preguntas 6 y 7 los estudiantes establecen las condiciones y propiedades de las rectas perpendiculares y paralelas, haciendo representaciones mentales por medio de las imágenes. Se puede apreciar que los estudiantes disfrutaron en crear los conceptos y esto se refleja en el entusiasmo con que participan, ya que lo ven aplicado en situaciones de la vida diaria.

Finalmente se les propone crear un mapa conceptual donde expongan las ideas aprendidas en la clase. Ellos mismos proponen el título del mapa y un voluntario (Yesid) pasa al tablero a elaborarlo, pues los estudiantes manifiestan que aún tienen dudas de cómo elaborarlo ya que no identifican los ejes conceptuales conductores.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes estuvieron atentos a la explicación del trabajo a resolver.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.
- La mayoría de estudiantes lee, interpreta y resuelve de forma individual la actividad.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.

#### **Reflexión:**

Los estudiantes han ido mejorando en el proceso, pues interpretan, establecen regularidades o patrones con más facilidad y lo expresan de manera verbal; ha habido un acercamiento a la formulación en símbolos matemáticos. Aun no se animan a trabajar en forma individual en la construcción de mapas conceptuales. El hecho de poder ver los temas aplicados en su cotidianidad hace que se interesen en la clase y vean la matemática más cercana.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



#### Actividad: 14

- Fecha: 11 Octubre 2017
- Tema: Pendiente de una recta.
- Objetivo: Resolver situaciones matemáticas referentes a pendiente de una recta.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 16), útiles escolares.
- Tiempo: 2 horas de clase.

#### Descripción del escenario:

En el Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el salón de clase identificado con el número 201, ubicado en el segundo piso de la sede A, se encuentran 34 estudiantes ubicados en parejas y 2 filas, cada uno en su respectivo pupitre. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### Descripción de la actividad:

En el aula de clase, siendo las 6:05 a.m., se da inicio organizando las sillas de tal forma que los estudiantes queden ubicados en parejas. Van a trabajar con la persona que deseen y se ubicarán sin tener en cuenta el orden alfabético.

Inician su trabajo aplicando el modelo construido en la clase anterior para calcular la pendiente de diferentes ejercicios. La solución de los ejercicios 1 y 3 se hizo de manera apropiada, el trabajo en parejas es conveniente pues se apoyan mutuamente, confrontan ideas, toman decisiones y eligen la mejor forma para resolverlos.

En los ejercicios 2 y 4 se plantean situaciones en las que deben establecer variables y determinar en qué forma se relacionan, para expresarlas mediante una función. También deben construir tablas y gráficas de tal forma que analicen las relaciones de cambio en funciones, en este caso de tipo lineal y concluir que la constante de proporcionalidad es la misma pendiente de la recta. Los

chicos se muestran más seguros en su trabajo, hablan con más propiedad, conocen y manejan los conceptos, argumentan la solución de los ejercicios, aunque les falta más autonomía y confianza en sí mismos a la hora de resolver las situaciones matemáticas.

Finalizada la actividad, se recoge el material y los estudiantes manifiestan sus apreciaciones entre ellas, Kevin “me gusta trabajar más por parejas, porque si no entiendo algo mi compañero me puede ayudar”, Emily expresa: “hoy entendí más, pude hacer los ejercicios sin preguntar tanto” y con respecto al tema Angélica concluye: “en la función lineal la constante de proporcionalidad es la misma pendiente”. También sugieren que quieren volver a trabajar en la sala de informática y queda como compromiso organizar una actividad para trabajar allí.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes prefieren trabajar en parejas.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.
- Teniendo en cuenta que en la clase anterior habían deducido la ecuación para calcular la pendiente, se les facilitó recordarla en la solución de ejercicios propuestos.
- Establecen de forma asertiva relaciones entre tablas, gráficas y funciones.
- El tiempo para resolver la actividad fue preciso.

#### **Reflexión:**

Se nota progreso en el desempeño de los estudiantes al aplicar el proceso de comunicación matemática. Es favorable el uso de la fotografía en la elaboración de representaciones mentales ya que recuerdan y asocian fácilmente los conceptos con la solución de ejercicios. En el día de hoy establecieron rápidamente relaciones de cambio en funciones de tipo lineal y sorprendentemente concluyeron que la pendiente es la misma constante de proporcionalidad.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 15

- Fecha: 17 y 18 Octubre 2017
- Tema: Función lineal y función afín.
- Objetivo: Reconoce las características de la función lineal y la función afín.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 17), fotos, útiles escolares ,hoja blancas, computadores, internet, página [www.desmos.com](http://www.desmos.com)
- Tiempo: 4 horas de clase.

### Descripción del escenario:

Esta actividad se desarrollará en dos escenarios. Inicialmente (17 Octubre) se trabajará en el aula de clase identificada con el número 201 en el segundo piso de la sede A del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca y posteriormente (18 Octubre) en la sala de informática del nivel 3. Los estudiantes que asisten a la actividad son 32 y se encuentran ubicados cada uno en su respectivo pupitre, del aula 201, en cuatro filas a lo largo del aula. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

En el aula de clase, siendo las 6:05 a.m., se da inicio a la actividad dando a conocer el objetivo, entregando la guía correspondiente, exponiendo las indicaciones para el desarrollo de la misma.

Se elige un voluntario (Édison), para que interprete la foto y establezca la relación con el contenido del ejercicio No. 1. Después de analizar la situación proceden a resolver de manera individual las cinco preguntas que se establecen al respecto. En ellas deben identificar variables, escribir la función que las relaciona, construir su correspondiente tabla de valores, construir la gráfica, calcular la pendiente y explicar el significado que tiene dicho valor.

Los estudiantes tienen buen desempeño en el desarrollo del ejercicio, trabajan con interés y no necesitan que se les apruebe lo que van haciendo, trabajan de forma autónoma.

De igual forma se procede con el ejercicio No. 2, pero en esta ocasión deben establecer las diferencias y semejanzas con el ejercicio anterior.

Después de comparar los resultados de los dos ejercicios, los chicos explican el proceso que llevaron a cabo en la solución de ellos y establecen que: Claire concluye “en el ejercicio 1 la línea pasa por el punto (0,0) y la pendiente me dice que tan inclinada está”. Jeysson dice: “La gráfica en el ejercicio 2 también es una línea recta, pero no pasa por (0,0)”. Luego se les pregunta por la función que las representa y Angélica se ofrece a pasar al tablero y escribe “ $f(x) = 200x$  para el ejercicio 1 y  $f(x) = 2500x + 1000$  para el ejercicio 2 y explica que las pendientes son 200 y 2500 para cada una y 1000 es el punto de corte con el eje y”.

Posteriormente se les preguntan cómo escribirían esas funciones en forma general, en ese momento pasa Darlyn al tablero y escribe “ $f(x) = mx$  y  $f(x) = mx + b$ ”.

Antes de pasar al aula de informática para terminar de desarrollar la actividad se felicita a los estudiantes por el interés y participación en la solución de la guía, manifiestan de forma espontánea “hoy si entendí más” “así es más fácil” y se dan un fuerte aplauso.

Como el tiempo que se tenía pensado para la actividad es insuficiente, se le pide el favor al docente que tenía clase con el grupo, para que me ceda la hora de clase y poder seguir con la actividad, teniendo en cuenta que los chicos están muy entusiasmados y quieren continuar.

En la sala de informática, cada uno ubicado con su computador ingresan a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador debe realizar las gráficas de un listado de funciones, en cada una de ellas debe hallar el valor de la pendiente, el punto de corte con el eje y describir los cambios en cada par de gráficas a medida que cambian los elementos  $m$  y  $b$ .

A los estudiantes les gusta mucho trabajar con el computador, pueden ver más fácilmente las gráficas, cómo se relacionan, cuáles son sus similitudes y diferencias, les es más fácil describir los cambios, aunque al inicio es necesario explicarles como ingresar las funciones para que el simulador les muestre la correspondiente gráfica.

Posteriormente los estudiantes preguntan ¿Qué tema es este?;Cómo se llama? Se les explica que el tema corresponde a función lineal y función afín. También se les pide que den ejemplos de la vida cotidiana que están relacionados con funciones lineales o afines, a lo que Carmen dice: “El pago de los servicios de agua o luz, en donde por el consumo va aumentando la plata que se debe pagar y hay un básico”, éste sería un ejemplo de función afín, ¿y de función lineal?, “Puede ser el pago de la entrada a cine, entre más personas entren, más tienen que pagar”.

Para finalizar la actividad, se les pide a los estudiantes que elaboren un mapa conceptual con lo

aprendido en el desarrollo de la actividad. A pesar de tener varios conceptos claros, algunos estudiantes no encuentran la forma de organizar la información y acuden nuevamente a la docente para que les oriente al respecto.

Por último los estudiantes pasan al descanso y manifiestan que les parece “muy vacano” trabajar en la sala de informática y “no conocíamos ese programa para graficar, es mas práctico que hacerlas a mano”

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes trabajan de manera organizada y son más autónomos.
- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.
- El trabajo en la sala de informática fue muy productivo, despertó su interés y fácilmente comprenden el uso de la página para graficar funciones.
- Las intervenciones que hacen los estudiantes son espontáneas y argumentan sus respuestas.
- El tiempo para resolver la actividad fue preciso.

#### **Reflexión:**

El proceso de interpreta, relacionar, usar lenguaje matemático, construir representaciones y solucionar problemas ha mejorado notablemente con la práctica y el uso de situaciones e imágenes cotidianas.

El trabajo con la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) es bastante asertivo, pues genera motivación e interés en el desarrollo de la actividad, posibilita que los estudiantes analicen los cambios en las gráficas de las diferentes funciones y establezcan conclusiones que les sirve para crear el concepto.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



#### Actividad: 16

- Fecha: 24 Octubre 2017
- Tema: Función lineal y función afín.
- Objetivo: Resuelve situaciones matemáticas relacionadas con función lineal y la función afín.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 18), útiles escolares.
- Tiempo: 2 horas de clase.

#### Descripción del escenario:

Se trabajará en el aula de clase identificada con el número 201 en el segundo piso de la sede A del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca. Los estudiantes que asisten a la actividad son 31 y se encuentran ubicados cada uno en su respectivo pupitre, del aula 201, en cuatro filas a lo largo del aula. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### Descripción de la actividad:

En el aula de clase, siendo las 6:05 a.m., se da inicio a la actividad dando a conocer el objetivo, entregando la guía correspondiente, exponiendo las indicaciones para el desarrollo de la misma. Inicialmente los estudiantes trabajan de manera individual, se les presenta cinco situaciones de la vida cotidiana en las que deben expresar cada función en lenguaje matemático y clasificarla según sea función lineal o afín. La información se les presenta en tablas, gráficas o en lenguaje verbal. Los estudiantes identifican las variables y determinan cuál es la variable dependiente y cuál la independiente, establecen la pendiente y teniendo en cuenta las conclusiones establecidas en la clase anterior, clasifican de manera correcta las funciones lineales y afines, aunque se les dificulta expresar en lenguaje matemático algunas funciones, especialmente las afines.

Posteriormente pasan a trabajar por parejas en donde realizan la coevaluación de los ejercicios propuestos, esto permite que los estudiantes verifiquen si lo que realizaron está correcto o no y permite que con su par aclaren dudas al respecto.

En los ejercicios 6 y 7 se propone la solución de problemas relacionados con matemática financiera en donde dado un modelo relacionado con ingresos y costos, debe elaborar tablas y representar la información para su posterior análisis. Los estudiantes resuelven de manera correcta los ejercicios, tienen la capacidad de elaborar tablas e interpretar la información que estas exponen.

Para esto se hace una puesta en común y se socializa la solución de los ejercicios. Los voluntarios (Fred y Angélica) pasan al tablero y representan las gráficas y tablas correspondientes.

Al final de la actividad se realiza una evaluación de la actividad en donde los estudiantes manifiestan y reconocen sus avances en el proceso.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes participaron, se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad propuesta.
- La coevaluación fue muy productiva pues los estudiantes se apoyaron y resolvieron dudas de manera conjunta.
- Los estudiantes reconocen su progreso en el proceso, participan activamente en él y lo hacen de manera consiente.
- El tiempo para resolver la actividad fue adecuado.

#### **Reflexión:**

En cuanto a la solución de problemas, los estudiantes han mejorado sus habilidades para leer, interpretar, reconocer aspectos relevantes y plantear alternativas de solución de los mismos, verificando y poniendo a prueba sus conceptos. Se debe hacer más énfasis en la construcción del modelo matemático (expresar en símbolos) cuando se le propone una situación.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación

Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 17

- Fecha: 31 Octubre y 1 Noviembre 2017
- Tema: Función cuadrática.
- Objetivo: Reconoce las características y elementos de la función cuadrática.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 19), fotos, útiles escolares, hoja blancas, computadores, internet, página [www.desmos.com](http://www.desmos.com)
- Tiempo: 4 horas de clase.

### Descripción del escenario:

El día 31 de Octubre se trabajará en el aula de clase identificada con el número 201 en el segundo piso de la sede A del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca y el día 1 Noviembre en la sala de informática. Asisten a la actividad 28 estudiantes y se encuentran ubicados cada uno en su respectivo pupitre, del aula 201, en cuatro filas a lo largo del aula. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

En el aula de clase, siendo las 6:05 a.m., se da inicio a la actividad dando a conocer el objetivo, entregando la guía correspondiente y exponiendo las indicaciones para el desarrollo de la misma.

Inicialmente se les presentan a los estudiantes dos fotos tomadas por dos de sus compañeros para que las describan, interpreten y encuentren elementos comunes en ellas. En cuanto a la interpretación y descripción literal de las imágenes los estudiantes se desenvuelven muy bien, participan, expresan sus opiniones con más fluidez argumentando sus ideas y apreciaciones, pero no logran establecer relaciones entre las dos imágenes.

Posteriormente se les presenta una situación relacionada con la imagen 1, que tiene que ver con área y perímetro de diferentes cuadrados. En ella deben identificar magnitudes, y analizar qué le pasa a

la variable dependiente si se modifica la independiente. Así mismo debe establecer el tipo de relación correspondiente. Cabe resaltar que los estudiantes se desempeñan muy bien en la actividad, resuelven correctamente las preguntas y muestran con más confianza que los procesos aplicados y ejercitados en clases anteriores han sido muy efectivos.

A la hora de representar mediante símbolos matemáticos las relaciones encontradas lo hacen muy bien, hacen tablas y representan gráficamente dichas relaciones.

Ante esto se les pide que expresen en forma general la relación encontrada, un estudiante (Sebastián) pasa al tablero y escribe:  $f(x) = x^2$ , así mismo establece características tales como crecimiento, dominio y rango de la función. En ese momento una estudiante (Diana) manifiesta que “las dos fotos sí tienen algo en común, las dos representan funciones cuadráticas”. Se interviene para decir que a la gráfica de ese tipo de función se le da el nombre de parábola.

Teniendo en cuenta que en sala de informática no hubo conexión a internet, se trabajó la siguiente parte de la guía el día 1 de Noviembre.

Después de establecer el concepto de función cuadrática, el día anterior, se les pide a los estudiantes que pasen a la sala de informática, para desarrollar el punto 7 de la guía, donde deben establecer ¿qué pasaría si se le hacen algunas modificaciones a la función? Con este ejercicio se pretende que identifique las coordenadas del vértice y describan los cambios en las gráficas si se modifican valores de las variables  $a$ ,  $b$ , y  $c$  de la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Estos cambios hacen referencia a indicar si la parábola se comprime o se expande, desplazamientos de los vértices hacia arriba o hacia abajo del origen de coordenadas, las ramas de la parábola se dirigen hacia arriba o hacia abajo y desplazamientos de la gráfica hacia la derecha o izquierda.

La actividad transcurre de forma productiva, el trabajo con la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) les facilita graficar, reforzar conceptos, les ayuda a determinar las coordenadas del vértice de una parábola y observar más fácilmente los cambios que se presentan en las gráficas para sacar conclusiones. Con los resultados del ejercicio se les propone elaborar un mapa conceptual, con lo que se puede observar que los estudiantes han mejorado en hacer representaciones mentales y construir modelos usando nociones y procesos.

Cabe destacar que cuando se les pregunta por la aplicación de la función cuadrática en la vida cotidiana la gran mayoría propone su aplicación en “situaciones de arquitectura por su belleza”.

Para finalizar la actividad se les pide evaluar la actividad describiendo cómo se sintieron en el desarrollo de la misma. Los estudiantes manifiestan: Katy: “Me gustan más las clases así, entiendo más...”, Erika expresa “Con el computador es más fácil ver los cambios en las gráficas”, Kevin indica que “Al principio no tenía claro cómo y por qué se modificaban las gráficas, pero luego me di cuenta que al ir cambiando ciertos números y signos la gráfica cambiaba. Fue más fácil para

describir y sacar conclusiones".

En esta actividad como docente me sentí muy contenta por el progreso y los resultados que muestran los estudiantes en el proceso de construcción del conocimiento.

**Percepciones o comentarios:**

- Se notó actitud positiva y buena disposición frente al desarrollo de la actividad.
- Los estudiantes cada vez son más conscientes de proceso de construcción de su propio conocimiento.
- Tienen más seguridad y confianza a la hora de participar y pasar al tablero.
- Se desarrollaron más ejercicios con el objetivo de mejorar en cuanto al proceso de construir modelos y representaciones mentales.
- Los estudiantes manifiestan agrado por el trabajo en el aula de informática.
- Se utilizaron 4 horas de clase para el desarrollo de la actividad, 2 horas el día 31 de octubre y 2 horas el día 1 Noviembre, ya que por dificultades técnicas (no había conexión a internet) no se pudo utilizar el aula de informática como se tenía pensado.

**Reflexión:**

La construcción del conocimiento, usando nociones y procesos de comunicación matemática, referentes al pensamiento variacional, se puede llevar a cabo mediante la puesta en práctica de ejercicios donde el estudiante establezca relaciones de comparación entre magnitudes, donde pueda sistematizar, predecir y determinar ¿Qué pasaría si?

Se hace fundamental seguir practicando la elaboración de mapas conceptuales para establecer modelos de lo aprendido.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 18

- Fecha: 8 Noviembre 2017
- Tema: Función cuadrática.
- Objetivo: Resolver situaciones matemáticas relativas a Función cuadrática.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 20), útiles escolares.
- Tiempo: 2 horas de clase.

### Descripción del escenario:

Aula de clase identificada con el número 201 en el segundo piso de la sede A del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca. Asisten a la actividad 35 estudiantes y se encuentran ubicados cada uno en su respectivo pupitre, del aula 201, en cuatro filas a lo largo del aula. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:05 a.m. se da inicio haciendo una oración, verificando la asistencia y dando a conocer el objetivo de la actividad. Se entrega la guía correspondiente y se indica a los estudiantes que inicialmente se va a trabajar en grupos de tres, para hacer luego una puesta en común. La actividad consiste en que cada imagen de la vida cotidiana la deben describir y relacionar con una expresión matemática adecuada, teniendo en cuenta lo aprendido en la actividad anterior. En cada grupo, los estudiantes aportan ideas de cuál sería la forma más conveniente para representar cada imagen y argumentan por qué usan dicha expresión. Luego se elige un monitor (Sara), quien dirige la puesta en común dando la palabra y controlando el tiempo de intervención de cada representante por grupo, quien explica a los demás las conclusiones del trabajo realizado. Entre varios grupos se presentan algunas diferencias, pues no están de acuerdo con la forma como

se representó algunas de estas imágenes. Después de analizar y justificar las sus respuestas, llegan a establecer acuerdos en la tarea asignada.

En la siguiente hora, los estudiantes pasan a trabajar de forma individual y se les propone resolver situaciones matemáticas relacionadas con caída libre, donde se relacionan las magnitudes de altura y tiempo de caída. Los estudiantes leen, interpretan, establecen relaciones, despejan incógnitas, diligencian tablas de valores y verifican resultados, poniendo a prueba los modelos propuestos para dicho movimiento.

Los estudiantes concluyen la actividad estableciendo que “El movimiento de caída libre es una aplicación de la función cuadrática”.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Los estudiantes se sorprenden al ver las diversas imágenes que están relacionadas con parábolas (gráficas de función cuadrática).
- Los estudiantes colaboran al monitor del grupo, quien tiene la tarea de dirigir la actividad de puesta en común. El monitor muestra seguridad en el rol asignado.
- Los estudiantes muestran actitud de escucha y respeto en las intervenciones. Saben argumentar y muestran apropiación del tema cuando se les da la palabra.
- En cuanto a la solución de situaciones, los chicos quedaron orgullosos de resolver situaciones que están relacionadas con la asignatura de física, que verán en el próximo año escolar.
- El tiempo utilizado en el desarrollo de la actividad fue adecuado.

#### **Reflexión:**

Se debe tener en cuenta que la aplicación de lo aprendido en situaciones problema relacionadas con función cuadrática, en este caso, no deben ser rutinarias y poco a poco se debe ir variando el grado de dificultad; además es importante que los estudiantes argumenten procesos y sean conscientes de la forma como resolvieron los ejercicios.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



### Actividad: 19

- Fecha: 14 y 15 Noviembre 2017
- Tema: Función exponencial.
- Objetivo: Reconocer e identificar las características de la función exponencial.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 21), fotos, útiles escolares, hoja blancas, computadores, internet, página [www.desmos.com](http://www.desmos.com)
- Tiempo: 4 horas de clase.

### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula de clase identificada con el número 201 en el segundo piso de la sede A se trabajará el día 14 de Noviembre. Asisten a la actividad 34 estudiantes que se encuentran ubicados cada uno en su respectivo pupitre, en mesa redonda alrededor del aula. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente. También se utilizará el aula de informática del nivel tres que está ubicada en el primer piso de la sede A el día 15 de Noviembre.

### Descripción de la actividad:

Teniendo en cuenta que para desarrollar y elaborar la guía correspondiente a este tema, los estudiantes no enviaron fotos, fue necesario utilizar una foto que ya tenía seleccionada si se llegaba a presentar tal situación.

Siendo las 6:05 a.m. se da inicio a la actividad repartiendo el material de trabajo y **pidiéndoles a los estudiantes que miren y describan la fotografía de la guía**. A lo que un estudiante (Carlos) responde: **“Y esas flores, ¿qué tienen que ver con matemáticas?”**. Ante esto se **interviene diciendo que varias flores y plantas en su crecimiento tiene ciertas regularidades que se pueden representar por medio de símbolos matemáticos**. Y Diana sorprendida dice: **“¿Las flores también?”**

Posteriormente se invita a los estudiantes a leer y resolver la pregunta No 1, en la que con base en la imagen deben diligenciar una tabla que relaciona el nivel que ocupan las flores y el número de flores por nivel. Para esto los estudiantes van contando y llenando la tabla. Luego se les pide que elaboren la gráfica correspondiente y establezcan el patrón de crecimiento y el tipo de variación de dicha gráfica. Los estudiantes establecen que: Angélica concluye: "el número de flores van aumentando 1, 2, 4, 8,... y esos números son potencias de 2". Ante esto se les pide que representen la variación mediante símbolos matemáticos, Emily pasa al tablero y escribe  $F(X) = 2^x$  y al hacer la gráfica dice: en el eje  $x$  van los niveles de las flores y en el eje  $y$  el número de flores de cada nivel".

Se les pregunta además por las características de la gráfica y las coordenadas del punto de corte con el eje  $y$ . En este momento varios estudiantes participan mencionando las diferencias con otras funciones estudiadas, nombrando dominio y rango de la gráfica, describiendo el crecimiento de la función. Finalmente se les pregunta por la forma general de expresar una función exponencial y Darlyn escribe en el tablero:  $f(x) = a^x$ . Varios estudiantes expresan que en el desarrollo de su guía les fue muy bien, aunque al encontrar el modelo general de la función exponencial admitieron no saber cómo hacerlo. Se le pregunta entonces a Darlyn: ¿Cómo lo hizo? A lo que responde que "no siempre la base va a ser el número dos, puede ser cualquier número y se representa con la letra  $a$ ".

Después de terminado el primer ejercicio, se les indica pasar al aula de informática en donde deben graficar varias funciones y analizar los cambios que se pueden presentar a medida que se modifican los valores de la base o del exponente.

Para todos, esta tarea es bastante comprensible. Trabajan muy dispuestos, concentrados y con gran apropiación del uso de la herramienta de internet. El comparar, analizar, establecer parámetros y sacar conclusiones, son tareas en las que se desenvuelven muy bien.

Finalmente se les propone elaborar un mapa conceptual donde se expongan las conclusiones y varios de ellos muestran más seguridad en su construcción.

Al final de la clase varios estudiantes manifiestan que les "hace falta mirar bien" a su alrededor, "para encontrar muchas cosas que SI están relacionadas con las matemáticas" y que la fotografía los ha ayudado a "agudizar la vista para encontrar muchas relaciones".

#### Percepciones o comentarios:

- Los estudiantes se sorprenden al ver que en la naturaleza pueden encontrar patrones y regularidades que luego las pueden conectar con la matemática.

- Son más independientes en el desarrollo del trabajo propuesto.
- Manejan con propiedad la elaboración e interpretación de tablas y gráficas.
- Muestran habilidad en el uso de la herramienta [www.desmos.com](http://www.desmos.com).
- El tiempo utilizado en el desarrollo de la actividad fue adecuado.

**Reflexión:**

El uso de la herramienta [www.desmos.com](http://www.desmos.com) facilita la elaboración de gráficas de funciones, brinda elementos para establecer diferencias y regularidades; teniendo en cuenta la variación de algunos valores en las funciones y además permite establecer conclusiones para elaborar mapas conceptuales y construir modelos de lo aprendido.

Al evaluar la actividad, los estudiantes dan gran importancia a la foto como instrumento que permite no solo relacionar la matemática con la realidad sino que también pueden con ella establecer relaciones para construir los conceptos.

Teniendo en cuenta que el año escolar está por finalizar y hay muchas actividades institucionales pendientes por desarrollar, no se pudo aplicar las estrategias para el tema de función logarítmica.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



**Actividad: 20**

- Fecha: 20 Noviembre 2017
- Tema: Prueba final
- Objetivo: Evaluar si las actividades aplicadas han incidido en el mejoramiento del nivel de comunicación matemática de los estudiantes del grado 9-2 de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 22), materiales escolares.
- Tiempo: 1 hora de clase.

**Descripción del escenario:**

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula 201 ubicada en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 35 estudiantes ubicados cada uno en su respectivo pupitre y por orden de lista. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

**Descripción de la actividad:**

Para el desarrollo de la prueba final, se elaboró una prueba de 10 preguntas a partir del banco de cuadernillos de Prueba Saber 9° 2015 del ICFES, cuyos términos y condiciones de uso permiten su aplicación con fines académicos e investigativos, con el fin de determinar si las intervenciones realizadas han incidido en el mejoramiento del nivel de desarrollo de la competencia de comunicación específicamente en el componente de variación.

De las 10 preguntas seleccionadas las número 1, 2, 3, 6, 9 y 10 hacen referencia a la competencia de comunicación, las preguntas 4 y 5 a la competencia de razonamiento y las preguntas 7 y 8 a resolución de problemas.

Siendo las 6:10 a.m. se les dio a conocer a los estudiantes el objetivo de la aplicación de la prueba,

al igual que se les hizo las recomendaciones pertinentes para la aplicación de la misma, tales como leer e interpretar muy bien las preguntas, establecer relaciones entre magnitudes, gráficas y tablas, comprender el lenguaje matemático, verificar la modelación de las situaciones y establecer comparaciones entre las gráficas.

Posteriormente se repartió el material de la prueba al que se le adjuntó una hoja de respuestas para facilitar la evaluación e interpretación de los resultados.

Se notó que los estudiantes trabajaron tranquilos, en silencio, concentrados, con dedicación, compromiso y responsabilidad. Finalmente se recoge el material para su posterior análisis.

Los resultados de la prueba final se compararán con los de la prueba diagnóstica con el fin de detectar los avances en la competencia de comunicación matemática y la efectividad en el uso de estrategias y procesos aplicados.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Se notó buena disposición frente al desarrollo de la prueba final.
- Los estudiantes trabajaron de manera responsable en la solución de la prueba.
- Se notó cambios significativos en varios estudiantes en cuanto al manejo de procesos tales como leer, interpretar, relacionar, entender el lenguaje matemático y resolver situaciones problema.
- La asignación del tiempo para la prueba fue adecuado.

#### **Reflexión:**

Al elaborar una prueba formativa se debe tener en cuenta el tipo de preguntas, las competencias y componentes respectivos, así como concientizar a los estudiantes de la importancia de ser muy responsables de los procesos de formación para lograr un mejor desempeño en la solución de este tipo de pruebas.

Al desarrollar actividades en donde se aborden los diferentes procesos tales como interpretar, relacionar, expresar en lenguaje matemático, construir representaciones gráficas como tablas y gráficas, hacer representaciones mentales, resolver problemas verificando y poniendo a prueba sus conceptos; permite mejorar el nivel de competencia matemática de los estudiantes y por ende el mejoramiento de los resultados en pruebas nacionales.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



#### Actividad: 21

- Fecha: 21 Noviembre 2017
- Tema: Autoevaluación
- Objetivo: Conocer la opinión de los estudiantes con respecto a la implementación de la estrategia didáctica y el manejo de procesos para fortalecer el pensamiento matemático a nivel de comunicación, de los estudiantes del grado 9-2 de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas.
- Recursos: Fotocopias (Anexo 23), materiales escolares.
- Tiempo: 1 hora de clase.

#### Descripción del escenario:

Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca, en el aula 201 ubicada en el segundo piso de la sede A. Se encuentran 35 estudiantes ubicados cada uno en su respectivo pupitre y por orden de lista. El tablero se encuentra ubicado frente a la entrada, al igual que el escritorio de la docente.

#### Descripción de la actividad:

Siendo las 6:10 a.m. después de verificar la asistencia y hacer la oración del día, se agradece a los estudiantes por su participación, interés, compromiso y responsabilidad que los caracterizó durante todo el tiempo en el que se desarrollaron las actividades.

Posteriormente se les informa a los estudiantes que se hará la autoevaluación del proceso que deben haber interiorizado después de aplicada la estrategia didáctica. Esta autoevaluación consta de dos preguntas; en la primera cada estudiante debe ordenar del 1 a 8 los pasos del proceso propuesto e implementado, que son útiles para fortalecer el pensamiento matemático y en la

segunda debe marcar con una X aquellas operaciones mentales que se requieren para fortalecer la competencia de comunicación matemática, en las cuales considera que debe mejorar.

Los estudiantes trabajaron con buena disposición y sinceridad en la autoevaluación. Finalmente se recoge el material para su posterior análisis.

Los resultados de la autoevaluación se tendrán en cuenta para mejorar y fortalecer la propuesta didáctica en futuras intervenciones y por ende mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en la competencia de comunicación matemática.

#### **Percepciones o comentarios:**

- Se notó buena disposición y sinceridad en la autoevaluación.
- En cuanto a los ejercicios propuestos, los estudiantes son conscientes de los procesos y los ordenan según los pasos propuestos el desarrollo de la estrategia didáctica, que van a desarrollar en el momento de construir el conocimiento.
- En cuanto a las operaciones mentales las que se les dificulta más son: codificar, decodificar y sintetizar
- La asignación del tiempo para la prueba fue adecuado.

#### **Reflexión:**

Los estudiantes se mostraron contentos y satisfechos con el trabajo realizado, les agradó la forma de desarrollar las clases y expresaron que con esta nueva propuesta de trabajo son más conscientes de los procesos tales como leer, interpretar, relacionar, entender el lenguaje matemático, construir representaciones mentales y resolver situaciones problema.

Es fundamental establecer una conexión entre la matemática y la cotidianidad, por tanto se utiliza la fotografía como instrumento para desarrollar procesos e implementar una estrategia didáctica con el fin de fortalecer el pensamiento matemático.

Uno de los estudiantes (Diego) manifiesta: “El proyecto impulsado por la profesora Beatriz Tirado me pareció muy bueno, pues en principio creí que eso no sería muy efectivo; pero cuando lo empecé a realizar noté que si era viable aprender, pues para clasificar cada foto era necesario investigar y aprender sobre cada tipo de función. En definitiva, pienso que es un proyecto creativo, didáctico y sumamente efectivo”.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB

Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas  
Beatriz Tirado Carvajal



**Actividad: 22**

- Fecha: 23 Noviembre 2017
- Tema: Exposición y premiación concurso de fotografía.
- Objetivo: Dar a conocer a la comunidad Gonzalina el trabajo fotográfico desarrollado por los estudiantes del grado 9 – 2, en donde se refleja la matemática a través de la fotografía.
- Recursos: Retablos, pancarta, fotos, fichas técnicas, premios.
- Tiempo: 2 horas de clase.

**Descripción del escenario:**

El patio cubierto de la sede A, del Colegio Gonzalo Jiménez Navas, localizado en el Barrio La Cumbre de Floridablanca. Se encuentran el señor Rector José de Jesús Lozano Cárdenas, la coordinadora Silvia Lucia Ardila Osorio, los docentes del nivel 3, estudiantes de noveno grado, padres de familia y comunidad en general. El escenario cuenta con una cancha de baloncesto en donde están congregados los estudiantes ubicados en la silletería, una mesa principal, donde están el rector y la coordinadora, al igual que los docentes directores de grupo. En la parte de la gradería se encuentran los demás docentes y los padres de familia.

**Descripción de la actividad:**

Teniendo en cuenta que para la fecha se realizaría la clausura de los estudiantes de noveno grado, se le sugiere a la coordinadora llevar a cabo la exposición y premiación del concurso de fotografía desarrollados bajo el marco del proyecto “Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía”, desarrollado con los estudiantes del grado 9-2. Siendo las 8:00 a.m. se dio inicio a la actividad.

Para esta se tuvo en cuenta que, durante la aplicación de las actividades, se recopiló el material fotográfico enviado por los estudiantes en una cuenta en internet creada por una estudiante (Sara) y se preseleccionó una foto por cada uno de ellos.

Las fotos fueron impresas en papel fotográfico, se les elaboró su correspondiente ficha técnica y

se enviaron por correo electrónico al jurado invitado para la selección, el Maestro Darío Alberto Cadavid Mora, maestro en Bellas Artes de la Universidad Industrial de Santander, con una especialización en fotografía digital de la Universidad Nacional de Colombia; quien es el encargado de elegir las tres mejores fotos y además otorgará dos menciones especiales.

Cabe mencionar que en la etapa de recolección y selección del material para enviar al jurado se detectó fraude en algunas fotos enviadas por dos estudiantes; fue necesario hablar personalmente con cada uno de ellos, con quienes se reflexionó sobre lo ocurrido y se recalcó sobre la importancia de la honestidad y la ética. Los estudiantes aceptaron sus errores y se comprometieron a ser honestos en su actuar.

Dos estudiantes (Diana y Nicole) estuvieron a cargo de la organización de las fotos en retablos para su exposición, también se diseñó y elaboró una pancarta donde se colocaron las fotos ganadoras y el título fue sugerido por un estudiante (Diego).



El día de la exposición dos estudiantes (Junior y Sebastián) se encargaron de ubicar los retablos al costado izquierdo de la mesa principal. Todos los estudiantes estaban muy emocionados, y con ansiedad de conocer quienes habían ganado el concurso, los padres de familia expresaban orgullo y satisfacción al ver los trabajos de sus hijos expuestos. Cada estudiante se acercaba a las pancartas para mostrar a sus familiares y amigos la foto que habían tomado; al igual que los docentes y coordinadores se acercaron a ver la exposición y felicitar a los estudiantes por el trabajo realizado. Fue una experiencia bastante agradable pues la propuesta mostró muy buenos resultados.

Al finalizar la clausura y entrega de diplomas, se dio paso a la premiación. Para ello se lee un corto discurso y se procede a nombrar los ganadores, quienes reciben un premio por su trabajo y un fuerte aplauso por parte de la comunidad. A continuación se presentan las fotografías ganadoras.

**Primer puesto:**

Nombre de la foto: Salta, salta y vuela

Autor: Lesly Yanaisa Roa Hernández

Lugar: La bomba - Bucaramanga

Tema: Rectas paralelas



**Segundo puesto:**

Nombre de la foto: Ramas

Autor: Fabián Camilo Amado Hernández

Lugar: UIS

Tema: Concepto de función



**Tercer puesto:**

Nombre de la foto: Las líneas de la vida

Autor: Lesly Yanaiza Roa Hernández

Lugar: Puente de la novena - Bucaramanga

Tema: Pendiente de una recta



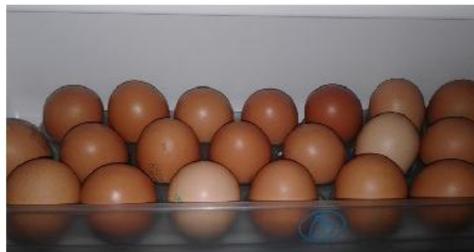
**Mención de honor:**

Nombre de la foto: Orden perfecto

Autor: Diana Carolina Gaona Suescún

Lugar: La casa de una amiga

Tema: Concepto de función



**Mención de honor:**

Nombre de la foto: Cielo cuadrado

Autor: Emily Katerin Rangel Padilla

Lugar: Mi casa

Tema: Función cuadrática



**Percepciones o comentarios:**

- A los estudiantes les gustó la actividad, participaron, organizaron y mostraron orgullosos sus fotografías.
- La comunidad educativa quedó muy satisfecha con el trabajo realizado por los estudiantes

y la docente investigadora.

- La exposición y concurso de fotografía permitió vincular a la familia en el proceso de formación de sus hijos, reconocer sus aptitudes al igual que sus logros y avances a nivel académico.
- Los estudiantes de otros grados, especialmente los de octavo, les gustó la exposición; pudieron apreciar la conexión entre las matemáticas y la cotidianidad e hicieron la propuesta de volver a aplicar la estrategia el próximo año vinculando la fotografía en sus clases.

**Reflexión:**

En esta muestra fotográfica, en la que los estudiantes plasman la relación de la cotidianidad con las matemáticas, se pudo dar a conocer a la comunidad Gonzalina, que se implementó una serie de secuencias didácticas relacionadas con el tema de variación. En ellas, fue utilizada la fotografía como instrumento para generar procesos de visualización y comunicación matemática, que le permitiera al estudiante establecer regularidades y propiedades, reproducirlas mediante lenguaje matemático y además usar nociones y procesos, que lo lleven a construir conocimiento, lo verifique y lo ponga a prueba.

Cabe resaltar que la exposición de fotografía se vinculó con la clausura del proyecto transversal de educación artística que se desarrolla en la institución llamado “Camino a la cultura”, que fue propuesto teniendo en cuenta la misión y visión de la institución en lo relacionado a la formación cultural y artística como eje fundamental del desarrollo integral de los estudiante.

Anexo 7. ¿Quién soy yo?



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 15 Agosto 2017.

Mis metas o lo que sueño es...

Mis cualidades o habilidades son...

Mis gustos o preferencias son...



Mis mayores temores son...

Lo que más me molesta es...



Anexo 8. Cultivando actitudes



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
 Maestría en Educación  
 Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 18 Agosto de 2017.

En nuestra formación como personas, debemos cultivar actitudes para mejorar el desempeño académico. Encuentra en la siguiente sopa de letras algunas de esas actitudes.

A	B	D	G	J	T	J	W	G	A	M	A	N	J	O
B	J	E	S	I	T	J	E	S	M	N	O	E	K	S
J	E	X	P	L	I	C	A	C	I	O	N	K	F	Ñ
I	B	D	H	R	U	S	O	L	U	C	I	O	N	L
N	N	M	U	J	U	U	P	D	R	G	V	G	S	H
O	J	V	E	M	H	I	D	E	B	A	E	T	G	L
C	A	F	E	E	C	N	N	J	N	F	N	N	H	K
O	M	A	I	S	I	E	N	A	N	S	T	A	T	I
N	O	V	I	S	T	E	L	I	T	R	A	M	E	N
O	B	D	A	B	R	I	N	J	O	Y	J	R	I	N
C	B	N	O	Y	S	Z	G	X	V	E	A	E	K	U
E	C	X	B	I	Z	T	X	A	U	A	S	Q	L	Z
R	C	V	S	S	C	O	M	P	R	E	N	D	E	R
E	D	G	K	I	L	G	B	D	H	L	I	S	M	Q
G	P	A	O	L	A	V	E	G	A	F	E	L	I	X

INVESTIGAR

DISCIPLINA

ANALISIS

OBTENER

SOLUCION

COMPRENDER

EXPLICACION

VENTAJAS

CONOCER

PENSAR



Con base en las siguientes imagenes, realiza una reflexión sobre el mensaje que puedes interpretar en cada una de ellas.



Anexo 9. Interactuando con otros



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
 Maestría en Educación  
 Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 22 Agosto de 2017.

En las actividades escolares te relacionas con otras personas, y en esa interacción con otros pones en práctica valores de convivencia. Busca en la sopa de letras algunos valores que debes interiorizar para practicarlos en tu diario vivir.



B	C	H	N	O	T	E	P	S	E	R	G	U	W	T
G	T	P	A	Z	M	I	U	W	G	I	B	R	Y	G
K	D	X	H	O	W	Z	R	W	U	L	O	X	A	P
N	L	H	O	N	E	S	T	I	D	A	D	M	I	H
G	Q	G	Y	R	T	Q	U	P	G	B	O	Y	C	A
O	Z	G	E	G	P	K	W	Z	J	R	A	T	N	I
W	I	U	D	N	Y	A	P	L	I	V	C	N	E	C
D	J	G	F	A	E	G	J	R	H	V	N	M	V	N
F	Q	N	J	Q	T	R	X	D	A	V	I	I	I	A
M	D	R	B	X	K	S	O	U	X	E	W	C	V	R
C	Q	V	S	P	V	Q	I	S	G	E	Y	I	N	E
V	E	A	H	A	F	A	M	M	I	V	A	C	O	L
L	H	U	M	I	L	D	A	D	A	D	N	N	C	O
D	A	D	I	R	A	D	I	L	O	S	A	N	P	T
G	N	R	N	Z	G	W	M	B	P	U	B	D	C	W

- amistad
- amor
- convivencia
- generosidad
- honestidad
- humildad
- paz
- respeto
- solidaridad
- tolerancia

Con base en las siguientes imágenes, realiza una reflexión sobre el mensaje que puedes interpretar en cada una de ellas.



## Anexo 10. Organizadores gráficos



### Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB Maestría en Educación Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 28 Agosto de 2017.

**Nota: Material elaborado por los estudiantes.**

Los organizadores gráficos son una técnica que permite organizar y representar la información en forma fácil, espontánea y creativa para que la misma sea asimilada y recordada por el cerebro. Así mismo, este método permite que las ideas generen otras ideas y que podamos ver cómo se conectan, se relacionan y se expanden (libres de las exigencias de cualquier forma de organización lineal). Esta técnica nos permite entrar a los dominios de nuestra mente de una manera más creativa. Su efecto es inmediato: ayuda a organizar proyectos en pocos minutos, estimula la creatividad, supera los obstáculos de la expresión escrita y ofrece un método eficaz para la producción y el intercambio de ideas.

Los esquemas mentales estudiados son:

1. Mentefacto conceptual
2. Mapa semántico o red conceptual
3. Diagrama de Venn
4. Mapa conceptual
5. Mapa mental
6. Esquema de principios
7. Red causal
8. Organizador cíclico
9. Organizador secuencial

#### MENTEFACTO CONCEPTUAL

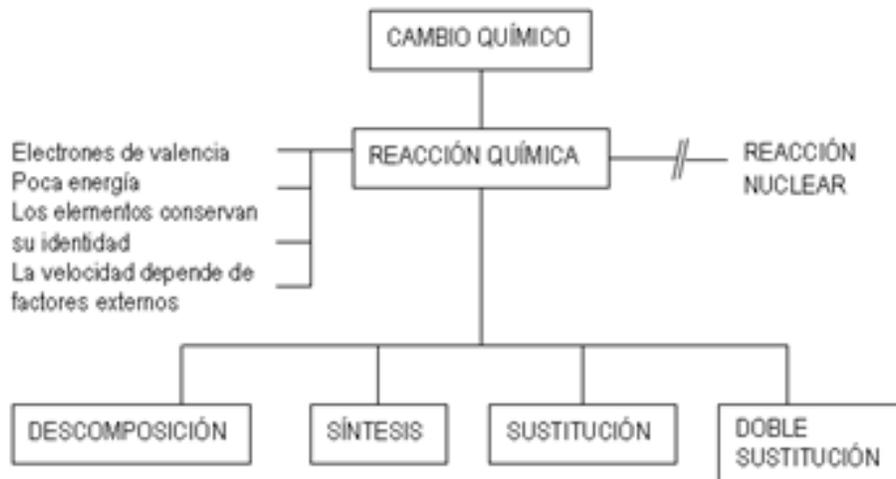
Se utiliza para tener una idea más amplia del tema, el tema a tratar va en la parte central, está compuesto de cuatro partes:

Parte Superior: Supra ordinación, es decir lo más relevante

Parte Inferior: Infra ordinación, Donde se puede anotar la clasificación, las partes, los elementos, etc.

Parte Izquierda: Iso ordinación, tiene que ver con las características específicas del concepto que se analiza

Parte Derecha: Exclusión, en él se detalla lo que no es el concepto que se analiza, pero debe guardar relación con el supra ordinación.



### MAPA SEMÁNTICO O RED CONCEPTUAL

Son gráficos en los cuales se observan como las palabras se relacionan entre sí.

Se construye a partir de un concepto central y se vuelcan otros que poseen determinada relación.

A partir de allí se pueden construir las redes o los mapas conceptuales.

El mapa semántico es una representación visual de un concepto particular, en general se inicia con una lluvia de ideas. Este esquema puede tener mi punto de vista y todas las conexiones posibles.



### DIAGRAMA DE VENN

Se utiliza para efecto de la comparación de dos elementos determinados como personas, épocas, lugares, etc. Mediante este diagrama se puede comparar con facilidad.

Generalmente está formado por dos elipses que tienen una intersección, en la intersección se escriben los elementos comunes y en cada elipse las características propias de cada objeto o elemento que le distinguen del otro.



**MAPA CONCEPTUAL**

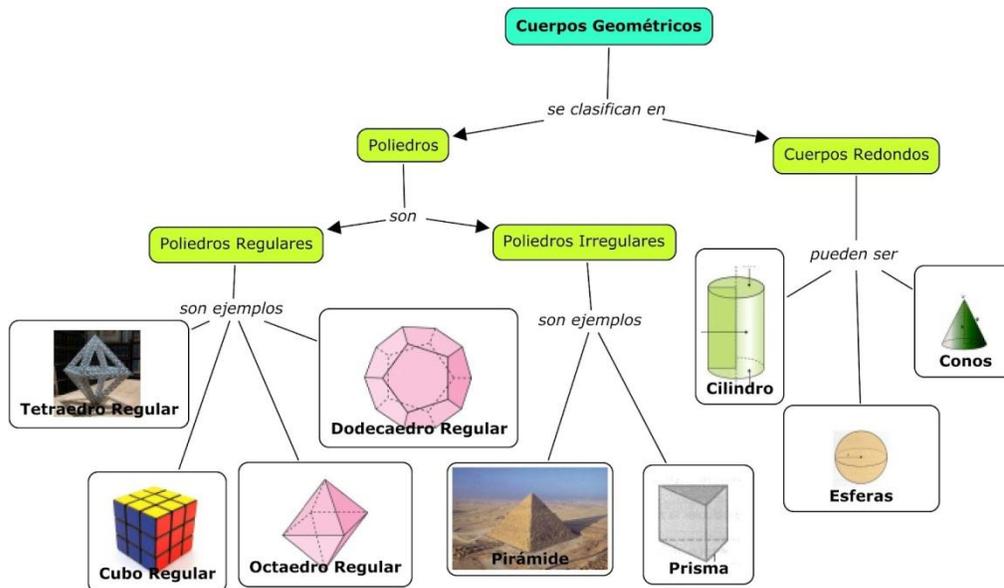
Produce aprendizajes significativos al relacionar los conceptos, se caracteriza por su simplificación, jerarquización e impacto visual.

Es una forma de sintetizar información para comprenderla en el momento de estudiar, es una técnica que cada día se utiliza más en los niveles educativos utilizado como técnica de estudio y herramienta de aprendizaje, ya que le permite al docente ir construyendo y al alumno ir organizando y fijando el conocimiento.

Tiene palabras de enlace, no conectores; las palabras de enlace son verbos o preposiciones que sirven para unir y formar una unidad semántica.

El mapa conceptual jerarquiza, selecciona y causa impacto visual.





## MAPA MENTAL

Son una técnica que permite la organización y la representación de información en forma sencilla, espontánea y creativa para que sea asimilada y recordada por el cerebro.

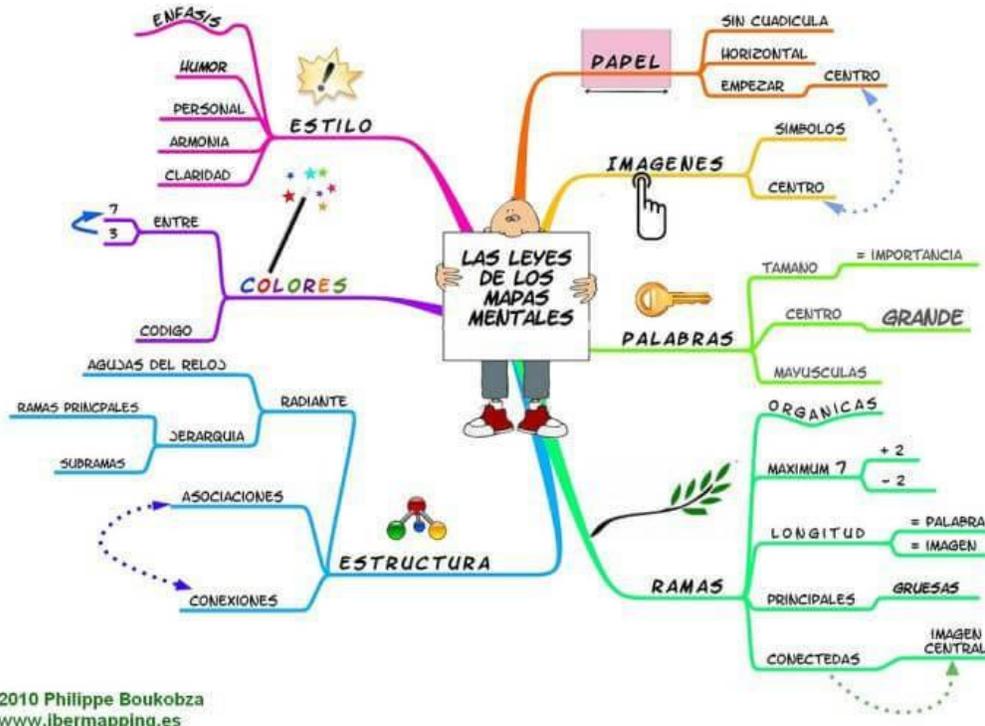
Es recomendable porque el cerebro humano trabaja de forma asociativa, no lineal, comparando, integrando y sintetizando a medida que funciona.

Al utilizar los mapas mentales se usan los dos hemisferios cerebrales, estimulando el desarrollo equilibrado, fomentan la creatividad, la retención de conceptos y el aprendizaje en general.

Se los usa cuando se requiere tomar notas, recordar información, resolver problemas, planear y realizar presentaciones.

Tiene cinco aspectos:

- Idea clave o principal
- Ideas subsidiarias o secundarias
- Ideas complementarias
- Se usan conectores de flechas
- No tiene fin



### ESQUEMA DE PRINCIPIOS

Consiste en ordenar lógicamente las ideas de un tema con el menor número de palabras posibles. El esquema es el esqueleto de un texto.

Si es un buen esquema podemos tener una visión general del tema y la relación que existe entre todas sus partes, mediante él se facilita la comprensión a través de un solo vistazo y una lectura global, ahorrando tiempo y esfuerzo, generalmente se lo utiliza como índice.



## RED CAUSAL

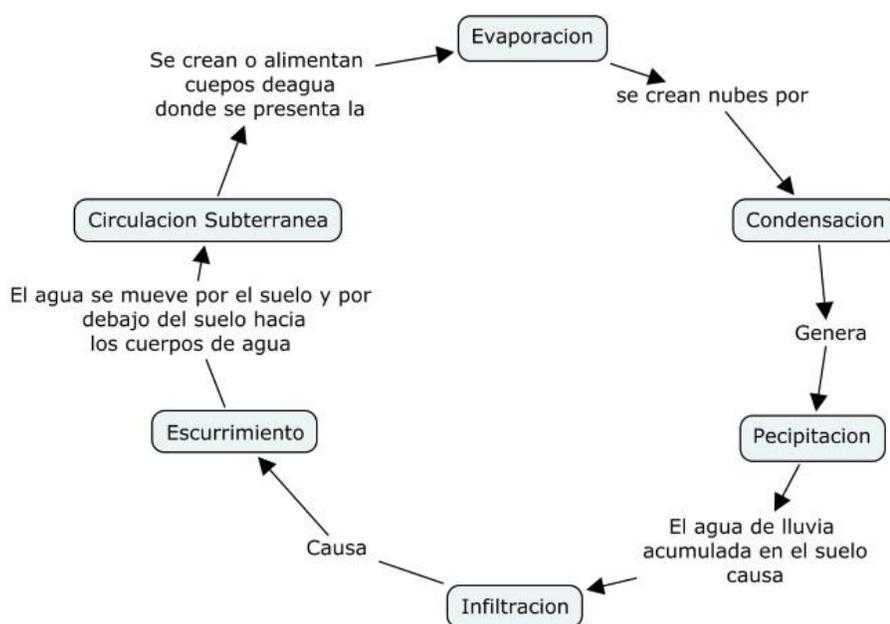
Se lo utiliza generalmente en cátedras como historia.

Se inicia con un problema, en la parte superior se colocan las causas del problema y en la parte inferior las consecuencias que genera este problema, luego se toma un efecto y se lo coloca como un nuevo problema, se determinan sus causas y efectos y así sucesivamente.



## ORGANIZADOR CÍCLICO

El organizador cíclico es un esquema mental generalmente corto, este esquema puede ser usado para describir todo aquello que constituya un determinado ciclo, es decir una secuencia que no cambia, en definitiva debe repetirse para llegar a un determinado punto de partida, en él se usan pocas palabras.



### ORGANIZADOR CÍCLICO

Mediante este esquema se puede señalar la secuencia o los pasos de un proceso.

Ayuda al análisis de un tema.

Permite organizar las ideas, apoya la secuencia lógica y cada paso es un focalizador.

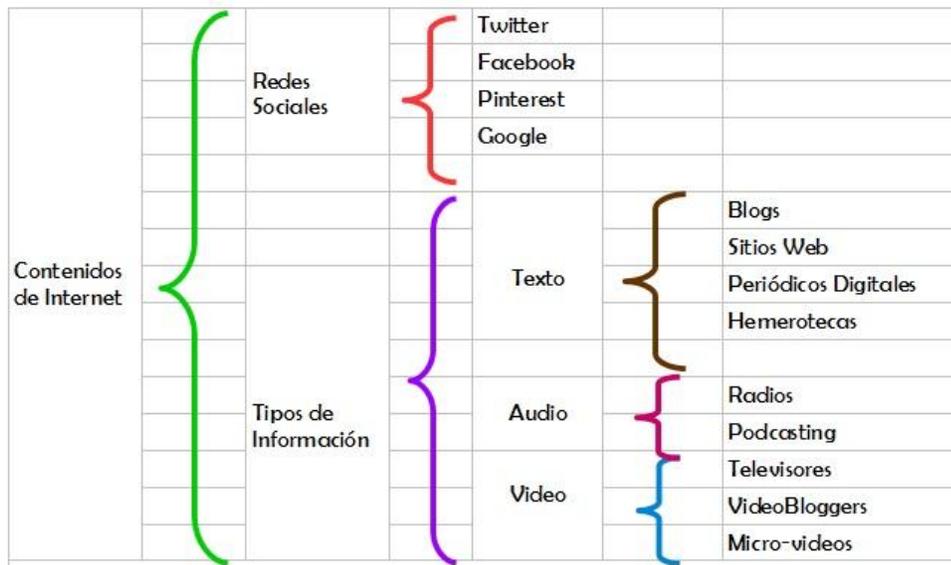
Brinda gran ayuda en el momento de hacer un resumen.



### ESQUEMA DE LLAVES

Este esquema es fundamental por su organización, en él se presenta el tema estudiado en forma jerárquica facilitando su comprensión, repaso y memorización.

Para elaborar un esquema de llaves se requieren las ideas principales del texto y las ideas secundarias, al igual que algunos detalles.



## ESQUEMA CIRCULAR

Este esquema busca diferenciar las ideas principales de las secundarias. Este se elabora a través de los fundamentos principales y específicos del tema a hablar: El esquema circular se caracteriza por que sus relaciones sean tan sencillas como “idea- ejemplo”, esto hace que se facilite la memorización y síntesis de un contenido. Ejemplo.



## Anexo 11. Plegable

### ¿Qué es el encuadre?

El encuadre, en fotografía, hace alusión a la porción de la escena que como fotógrafo, utilizarás para tus fotografías. Es decir, qué porción de la escena vas a capturar en una fotografía.

#### Orientación:

Seguramente, gracias a tu ojo fotográfico y a tu instinto por la estética, te habrás dado cuenta que, en ciertas situaciones es más estético tomar una fotografía con una orientación vertical y en otras situaciones, utilizando una orientación horizontal.

#### Divide el encuadre:

Al momento de disponer los elementos dentro del encuadre, tienes un sinnúmero de posibilidades, tantas como se te puedan llegar a ocurrir, aunque no todas resulten tan interesantes y atractivas a los ojos del espectador.

Las divisiones más interesantes dentro del encuadre son aquellas que permiten establecer una relación bien definida entre ellas. Estas son:

#### 1. Proporción áurea:

Esta proporción es una guía que te permitirá disponer los elementos dentro del encuadre de un modo muy armónico y agradable a la vista.



#### 2. Regla de los tercios:

Esta regla es una de las reglas más básicas a la hora de disponer los elementos dentro de tus encuadres. La misma consiste en dividir al encuadre en tres tercios iguales de forma horizontal y vertical. De este modo, en la intersecciones de las líneas quedarán formados 4 puntos imaginarios que son los puntos fuertes de interés dentro de una fotografía.



### ¿Qué es el ritmo visual?

El ritmo es un elemento más de la composición fotográfica y se basa en la disposición de formas en un plano. Cuando estas formas se organizan de forma repetida y ordenada y de manera constante o variable, estamos introduciendo ritmo en la imagen.

#### Formas de capturar el ritmo en una fotografía

##### 1. A través del color

La combinación de diferentes tonos o colores también crea ritmo en una imagen. Puedes crear secuencias alternas, romper el ritmo, alternarlo, etcétera.



##### 2. A través de las líneas

Como sabes, las líneas son otro elemento importante de la composición fotográfica. A través de su repetición o alternancia, puedes crear diferentes ritmos.



#### 3. Ritmo en la naturaleza

En la naturaleza encontrarás ritmo en todo lo que veas, puesto que ésta es esencialmente formal, llena de curvas y patrones. Hay ritmo en los nervios de una hoja, en una caracola de mar, en los pétalos de las flores, en las alas de las mariposas o en los troncos repetidos de los árboles.



#### 4. Ritmo en la arquitectura



Las ciudades están llenas de arquitectura, y la arquitectura de ritmo. Pasos de cebra, fachadas, columnas, bancos, etcétera. Hay millones de elementos rítmicos a tu alrededor, sólo es cuestión de buscar un poco.

#### 5. Romper el ritmo

Necesitamos la combinación de varios elementos en la imagen: la luz, el encuadre, el centro de interés, el color o la ausencia de él, etcétera. Las formas rítmicas no son una excepción, y suelen necesitar de algo que las acompañe para potenciar la imagen, encontrar elementos que rompan el ritmo y generen interés en la imagen.



## 6. Ritmo y otras normas de composición básicas

Obtener imágenes basadas en el ritmo no siempre es fácil. Para que tus imágenes no sean carentes de interés o aburridas es importante que te apoyes en otras normas de composición básicas. Por ejemplo, has decidido fotografiar las líneas horizontales de un paso de cebra, allí tienes ritmo pero no demasiado interés, de repente pasa alguien con unos zapatos rojos muy adecuados para romper el ritmo de tu imagen. ¿Por qué no aprovechas el instante y los colocas por ejemplo en algún tercio? (Regla de los tercios)



## El elemento humano



No siempre el ritmo tiene que ser una repetición de formas. Es una ayuda compositiva más para aportar interés a la imagen. Añadir un componente humano a tus imágenes te ayudará por un lado a romper el ritmo, y por otro te aportará un centro de interés claro en la imagen.

## Luces y sombras

Jugar con la oposición, con el juego de luces y sombras, también puede proporcionarte patrones rítmicos muy interesantes para la composición de tu imagen.



## ¿Llenar el encuadre?



Si llenas el encuadre de formas rítmicas, la sensación que transmitirás es la de que la sucesión de ritmo continúa más allá de la fotografía; la impresión de que hay continuidad fuera del marco.

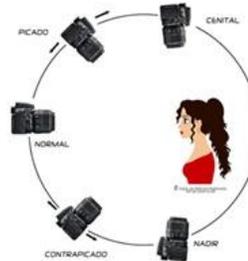
## ¿Qué es la textura?

La textura de una imagen, no es más que una ilusión óptica que ayuda a reconocer aquellas sensaciones táctiles que podría experimentar quien ve la foto, si tocara la superficie que está viendo. Todos los objetos que tenemos a nuestro alrededor tienen textura, el verdadero reto fotográfico está en conseguir usar esta textura para transmitir aquello que queremos a través de la fotografía.



## Plano picado y contrapicado

Para conseguir imágenes llamativas prueba a usar el plano picado o el plano contrapicado. El plano normal es el que adopta el fotógrafo cuando está a la misma altura que el objeto. En esta situación capta la realidad pero no otorga protagonismo a ninguno de los dos elementos en juego (fotógrafo u objeto).



**Cualquier duda puedes consultarla con los docentes: *Lic. Beatriz Tirado* o *Lic. Rafael Valenzuela***

Fuente: <http://www.blogdelfotografo.com/encuadrar-fotos/>

# ¿Cómo tomar una buena foto?

## Investigación:

**Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.**

INVESTIGADOR:

**BEATRIZ TIRADO CARVAJAL**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA**

**COLEGIO GONZALO JIMÉNEZ NAVAS**

**2017**

Anexo 12. Ejemplos ficha técnica



**Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB**  
**Maestría en Educación**  
**Colegio Gonzalo Jiménez Navas**



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 27 Septiembre de 2017.

Esta actividad tiene como objetivo dar a conocer los elementos fundamentales que debes tener en cuenta en la elaboración de la ficha técnica para adjuntar a cada una de tus fotografías. Analiza cada uno de los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1.



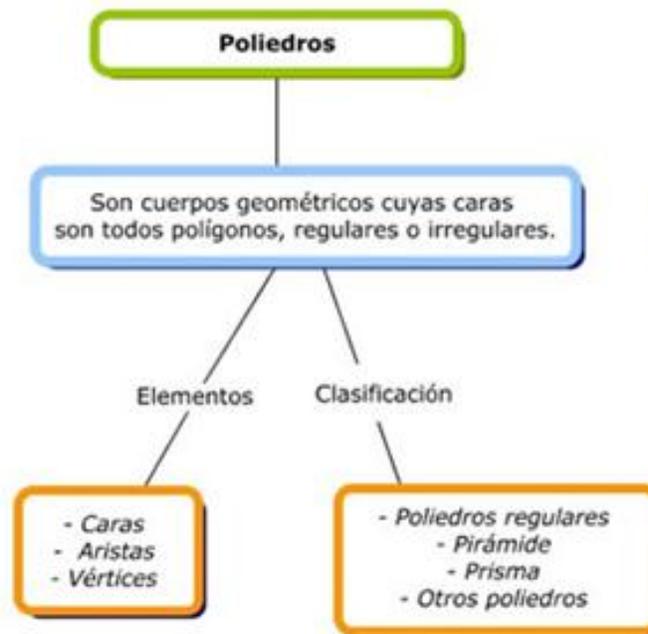
**NOMBRE DE LA FOTO:** La fe solida

**AUTOR:** Beatriz Tirado Carvajal

**LUGAR:** Parque de Floridablanca

**TEMA:** Poliedros

## DESCRIPCIÓN DEL CONCEPTO MATEMÁTICO



Fuente: <http://bit.ly/2DY8mV4>

Ejemplo 2.



NOMBRE DE LA FOTO: En Competencia

AUTOR: Beatriz Tirado Carvajal

LUGAR: Cancha del Colegio

TEMA: Cuerpos redondos

## DESCRIPCIÓN DEL CONCEPTO MATEMÁTICO

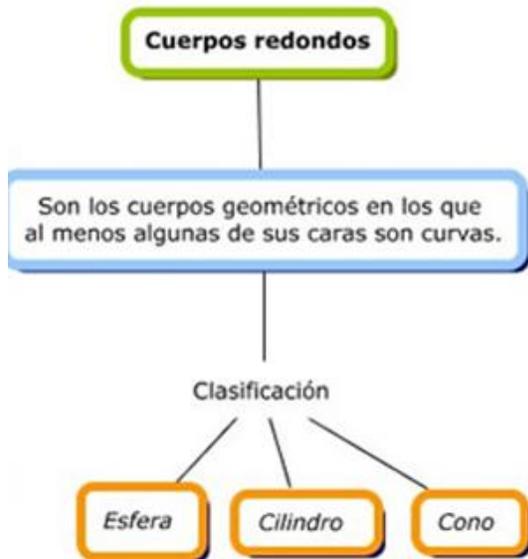
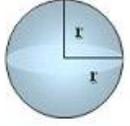
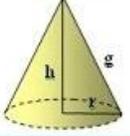


Figura	Esquema	Área	Volumen
Cilindro		$A_{\text{total}} = 2\pi r (h + r)$	$V = \pi r^2 \cdot h$
Esfera		$A_{\text{total}} = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Cono		$A_{\text{total}} = \pi r^2 + \pi r g$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Fuente: <http://bit.ly/2DY8mV4>

Ejemplo 3.



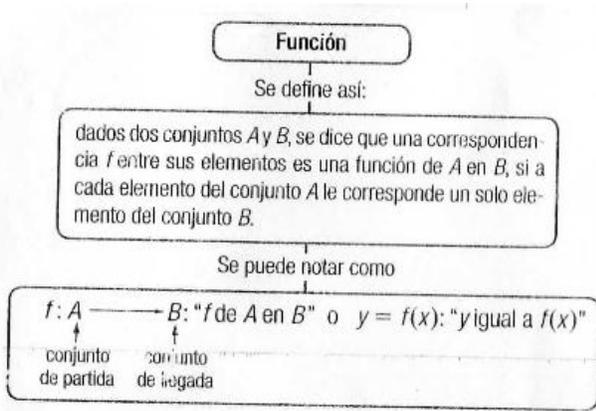
NOMBRE DE LA FOTO: Cada una en uno

AUTOR: Beatriz Tirado Carvajal

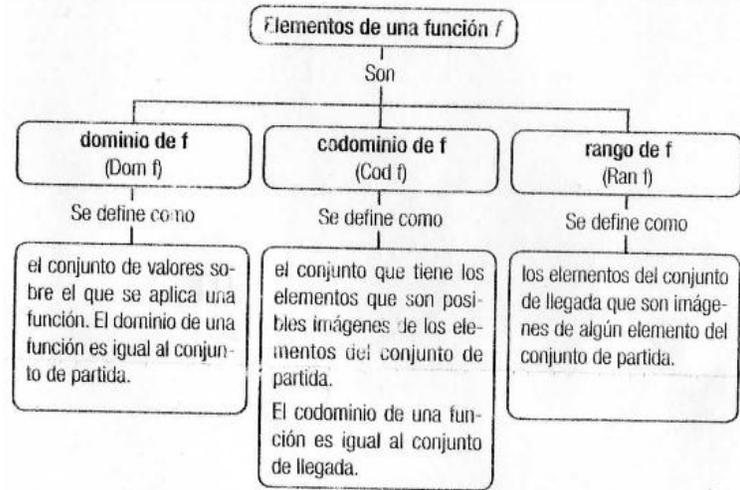
LUGAR: Plaza Campesina – Mesa de los Santos

TEMA: Función

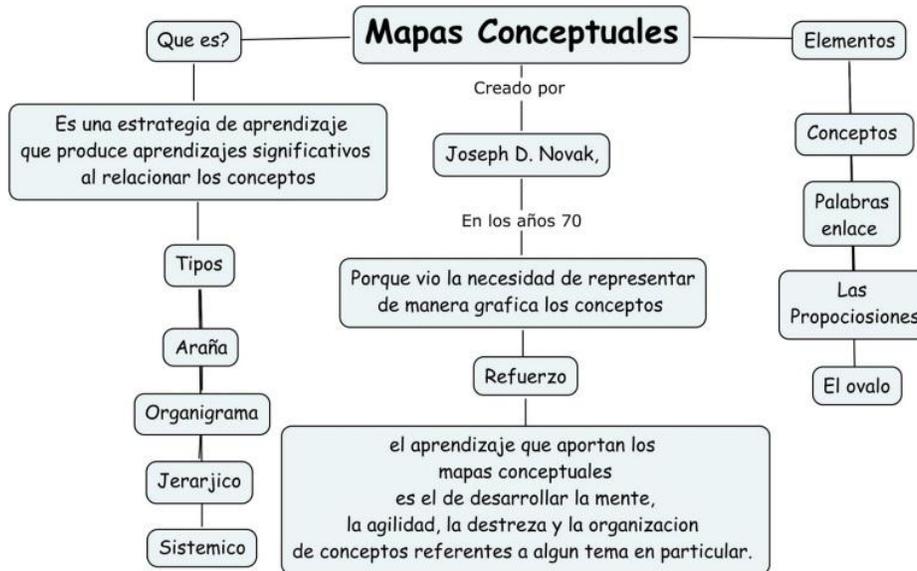
## DESCRIPCIÓN DEL CONCEPTO MATEMÁTICO



Fuente: <http://bit.ly/2GvUboA>



## ¿CÓMO ELABORAR MAPAS CONCEPTUALES?



Fuente: <http://bit.ly/2DNP4hl>

Anexo 13. Concepto de función



**Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB**  
**Maestría en Educación**  
**Colegio Gonzalo Jiménez Navas**



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 2 Octubre de 2017.

Imagen	1. Haz una descripción literal de la imagen.	2 ¿Qué elementos encuentras en la imagen y cómo están relacionados?
 <p data-bbox="231 1122 504 1148">Fuente: D. Gaona.2017</p>		



Fuente: S. Cala.2017



Fuente: A. Carvajal. 2017

3. Teniendo en cuenta las imágenes anteriores, expresa la relación que encuentre de manera reiterada, en símbolos.

4. ¿Cuál es la condición para que una relación sea función?

5. Consulta cuáles son los elementos de una función y elabora un mapa conceptual al respaldo de la hoja.	6. ¿De qué otra forma puedes representar una función?

Anexo 14. Representación de funciones



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

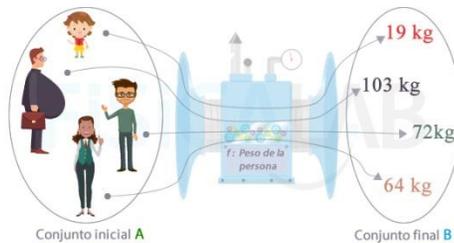
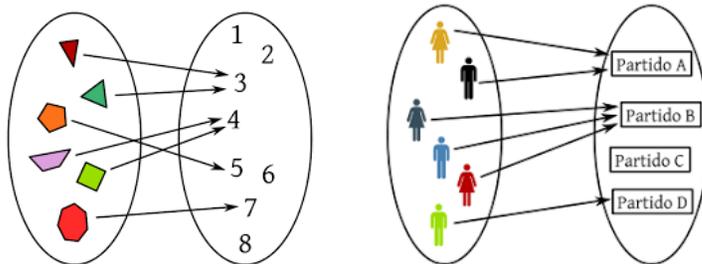
**Estudiante:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

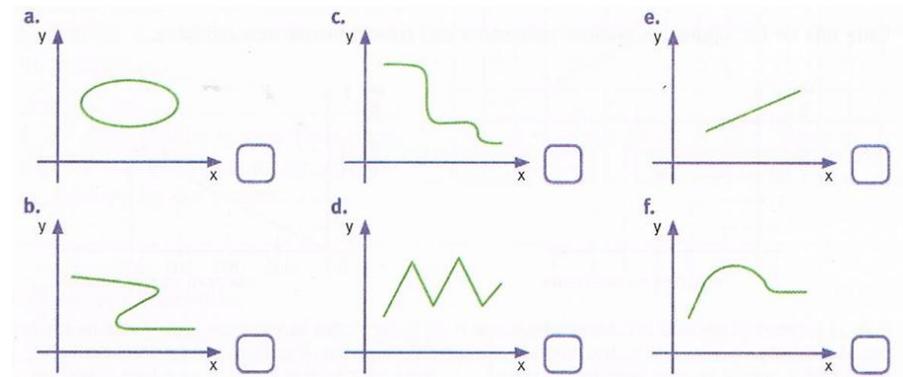
Floridablanca, 4 Octubre de 2017.

3. Resuelve los siguientes ejercicios, teniendo en cuenta las diferentes formas de representar una función.

Establece la relación existente en cada uno de los siguientes diagramas:



4. ¿Cuáles de las siguientes gráficas corresponden a funciones?  
Explica tu respuesta.



5. Completa la tabla teniendo en cuenta las diferentes formas de representar una función.

Lenguaje verbal	Lenguaje Matemático	Tabla de valores	Gráfica												
<p>“el doble de un número disminuido en 2”</p>															
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	-1	0	1	2	y	4	1	0	1	4	
x	-2	-1	0	1	2										
y	4	1	0	1	4										

Anexo 15. Pendiente de una recta



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 9 Octubre de 2017.

Imagen 1



Fuente: S. Hernández. 2017

Imagen 2



Fuente: D. Gaona. 2017

Imagen 3



Fuente: D. Gómez. 2017

1. Haz una descripción literal de cada una de las anteriores imágenes.



2. Las anteriores fotografías tienen elementos comunes. ¿Cuáles son esos elementos?  
¿Cómo están relacionados?

3. Colorea de color rojo los cables inclinados de las imágenes 1 y 2. ¿Qué diferencias encuentras entre sus inclinaciones?

4. ¿Cómo podrías calcular la inclinación de los cables de luz o la inclinación de las escaletas para entrar a la casa?	5. Escribe mediante símbolos matemáticos la relación para calcular la inclinación de las líneas.
6. En la imagen 2. ¿Qué ángulo forman los postes con el nivel del piso? ¿Qué ángulo forman entre ellos?	7. En la imagen 3. ¿Cómo son las líneas que conforman la reja? ¿Qué ángulo forman entre ellas?
8. ¿Cuál es la aplicación real del estudio de la pendiente de una línea recta en nuestra vida cotidiana?	
9. Elabora un mapa conceptual donde se muestre el concepto anteriormente deducido.	

Anexo 16. Situaciones relacionadas con pendiente de una recta



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

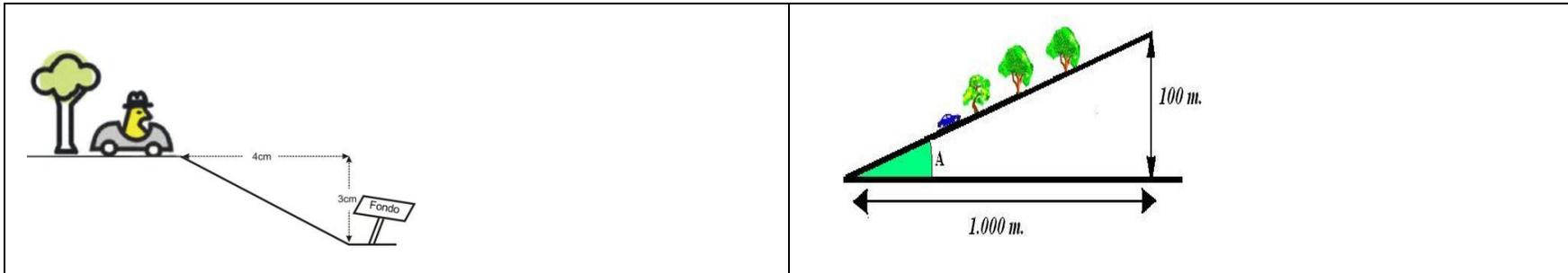
**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

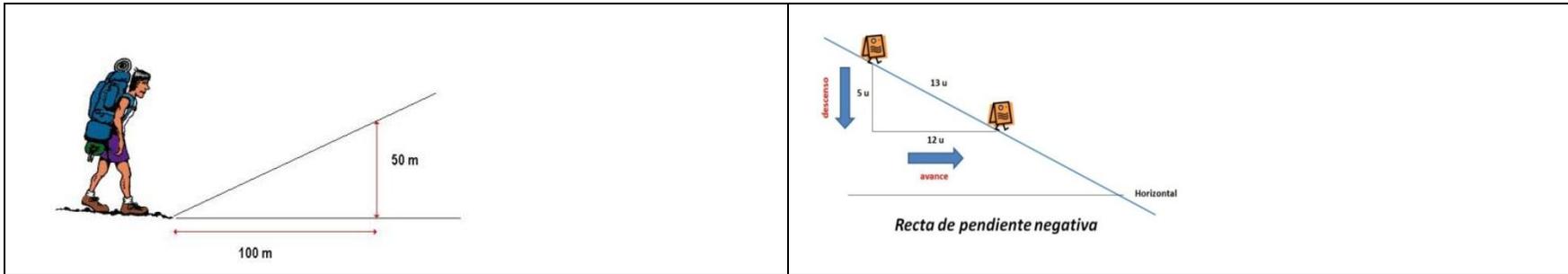
**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 11 Octubre de 2017.

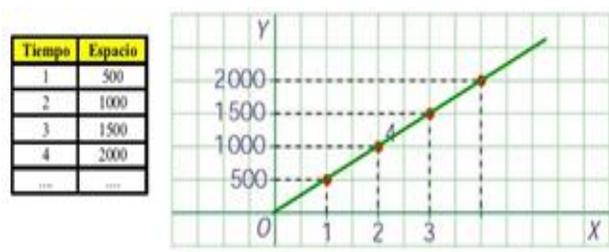
1. Teniendo en cuenta la siguiente información, calcula la pendiente en cada caso:

$$m = \frac{\text{cambio - vertical(elevación)}}{\text{cambio - horizontal(desplazamiento)}} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



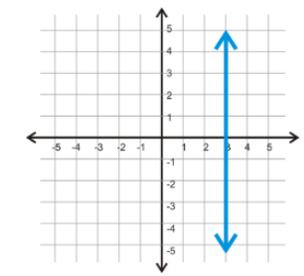
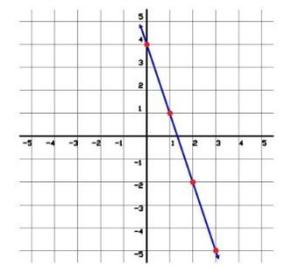
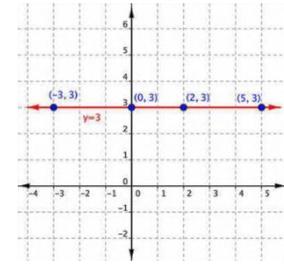
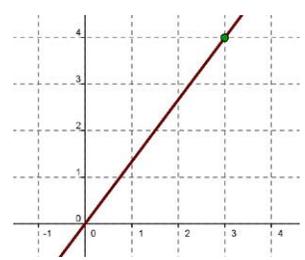


2. En la vida cotidiana puedes encontrar diferentes situaciones en las que están relacionadas dos magnitudes por ejemplo:  
 Un avión vuela a una velocidad constante de 500 Km/h. Si se construye una tabla y se representan dichos puntos en una gráfica, se obtiene:

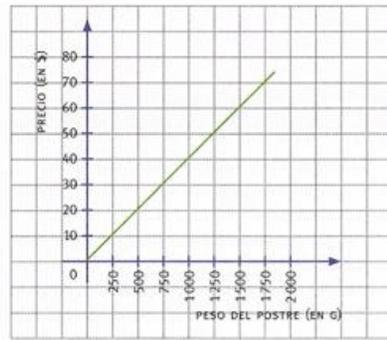


- Representa dicha relación mediante una función.
- ¿Esta función corresponde a una función lineal? Justifica tu respuesta.
- Calcula la constante de proporcionalidad.
- Calcula el valor de la pendiente de la recta que representa la situación.

3. Calcula la pendiente para cada una de las siguientes gráficas:



4. El siguiente gráfico representa el precio de un postre helado según su peso.



- Completa la tabla
- ¿Las variables, se relacionan de forma directamente proporcional? justifica tu respuesta
- Representa la relación mediante una función.
- Calcula el valor de la pendiente de la recta

Peso (en gramos)	Precio (en \$)
	10
1000	
	60
1750	



2. Un taxista cobra \$2500 por banderazo y por cada kilómetro recorrido \$1000.
- a. ¿Cuáles son las variables involucradas en este ejercicio? ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente?

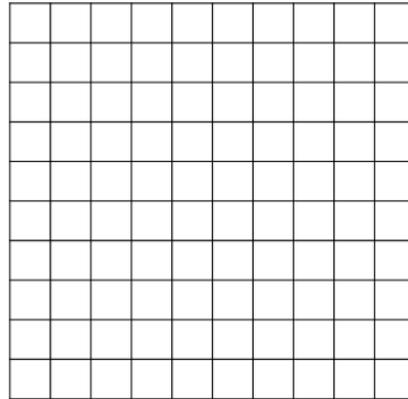


Fuente: <http://bit.ly/2rQxesJ>

b. Escribe la función que relaciona las dos variables.

c. Construye su tabla de valores y su correspondiente gráfica. Utiliza la escala adecuada.

x	y



d. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica y qué significado tiene dicho valor?

e. ¿Qué diferencia existe con la gráfica del ejercicio anterior?

3. Para el desarrollo de la siguiente actividad, ingresa a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador realiza las gráficas correspondientes a cada función.

Función $f(x) = mx + b$	Valor de la Pendiente ( $m$ )	Punto de corte con el eje $y$ .	Describe los cambios en cada par de gráficas a medida que cambian los elementos $m$ y $b$ .
$f(x) = x$			
$f(x) = 3x$			
$f(x) = -x$			
$f(x) = -2x$			
$f(x) = x + 1$			
$f(x) = x - 3$			
$f(x) = 2x + 5$			
$f(x) = 2x - 5$			
$f(x) = -x - 5$			
$f(x) = x + 5$			

4. ¿Cuál es la aplicación real del estudio de las funciones lineales en la vida cotidiana?

5. Teniendo en cuenta los ejercicios anteriores, elabora un mapa conceptual donde expongas tus conclusiones.

Anexo 18. Situaciones relacionadas con función lineal y función afín



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 24 Octubre de 2017.

Las funciones lineales y las afines son muy útiles para representar diferentes situaciones de la vida diaria. En cada una de las siguientes situaciones, escribe la expresión que determina cada función y clasifícala como función lineal o afín.

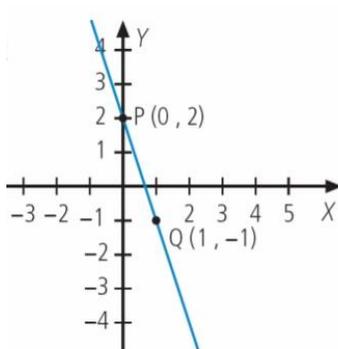
1.

Número de gotas	2	5	10	20	40
Cantidad (miligramos)	0,1	0,25	0,5	1	2

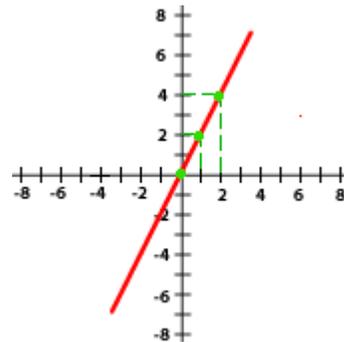
2.

Mínutos celular	1	2	3	4	5
Costo del minuto	180	360	540	720	900

3.



4.



5. El salario de un vendedor de calzado depende del número de pares de zapatos vendidos en el mes. El ingreso básico es de \$400000 y por cada par de zapatos vendidos gana 5000.

Resuelve las siguientes situaciones:

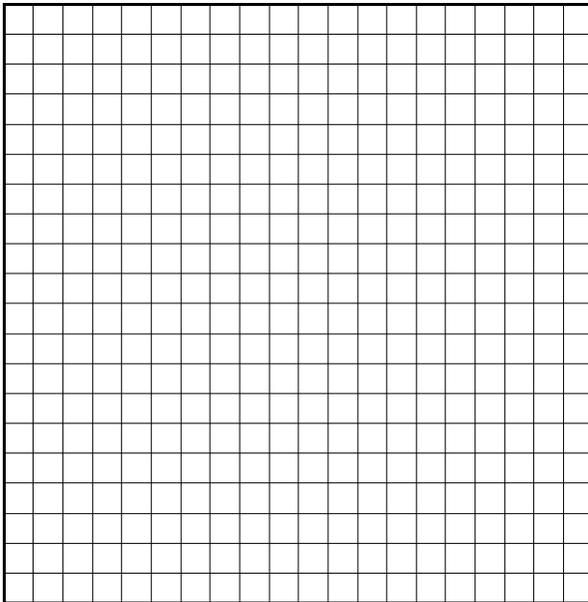
6. En una empresa el costo (en dólares) de producir  $x$  artículos está modelado por la expresión:

$$C(x) = 30x + 200$$

- a. Calcula el costo de producir 120 artículos.

- b. Si la empresa tiene un capital de US\$7400, halla la cantidad de artículos que puede producir.

7. Las siguientes ecuaciones representan los costos e ingresos en millones de pesos de una fábrica de lápices de colores: los costos,  $10x - 2y + 20 = 0$  y los ingresos,  $10x - y - 20 = 0$ , donde  $x$  son las unidades producidas en miles.



- a. Realiza la gráfica de cada función en el mismo plano cartesiano (utiliza una escala adecuada)

Costos

Ingresos

x	y

x	y

- b. ¿Cuáles son los ingresos si se producen 4 mil unidades?
- c. ¿Cuáles son los gastos si se producen 8 mil unidades?
- d. ¿Cuántas unidades se deben producir para que los costos y los ingresos sean los mismos?

Anexo 19. Función cuadrática



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 31 Octubre de 2017.

Al observar las siguientes imágenes, ¿puedes encontrar elementos comunes que las relacionen?



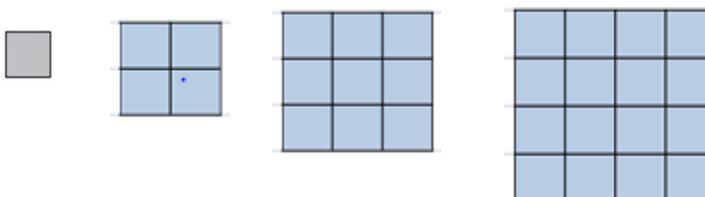
Fuente: D. Gómez. 2017



Fuente: S. Cala.2017

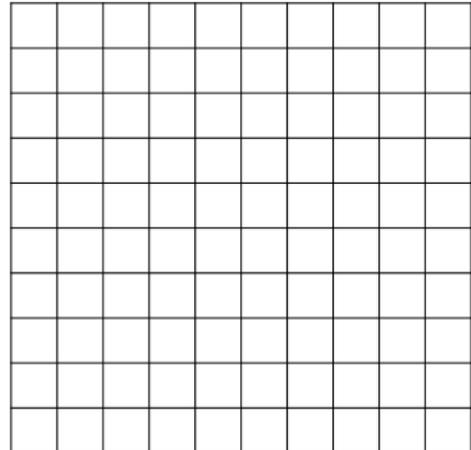
1. Calcula el área de los cuadrados cuyos lados miden 1, 2, 3, 4, 5 y 6 cm. Consigna dichos valores en una tabla . Asigna la letra  $x$  al valor del lado y  $y$  al valor del área.

x						
y						



2. ¿Qué variación experimenta el área de un cuadrado si se duplica el valor del lado?, ¿Qué le ocurre al área, si triplicas el valor del lado?

- Representa los datos en una gráfica. Asignale al valor del lado el eje horizontal y al área el eje vertical. ¿Cuál es la magnitud independiente y cuál la dependiente?
- ¿Qué tipo de relación existe entre el lado de un cuadrado y su correspondiente área?
- Representa dicha relación por medio de símbolos matemáticos.
- Volviendo a la pregunta inicial. Encuentras alguna relación entre las dos imágenes?



La función que acabas de representar recibe el nombre de función cuadrática. Dicha función puede tener algunas variaciones dependiendo de ciertos elementos que se le adicionen.

- Para el desarrollo de la siguiente actividad, ingresa a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador realiza las gráficas correspondientes a cada función.

Función	Coordenadas del vértice	Valores de <b>a</b> , <b>b</b> y <b>c</b> <b>f(x) = ax<sup>2</sup> + bx + c</b>	Describe los cambios en cada grupo de gráficas a medida que se modifican los valores de <b>a</b> , <b>b</b> y <b>c</b> .
$f(x) = x^2$			
$f(x) = -x^2$			
$f(x) = 3x^2$			
$f(x) = 8x^2$			
$f(x) = \frac{1}{3}x^2$			
$f(x) = \frac{1}{6}x^2$			
$f(x) = 5x^2 + 2$			
$f(x) = 5x^2 - 2$			
$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 - 3$			
$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 2$			
$f(x) = x^2 - 8x + 4$			
$F(x) = x^2 + 4x + 2$			
$F(x) = -x^2 - 6x - 2$			
$F(x) = (x + 1)^2$			
$F(x) = 2(x - 5)^2$			
$F(x) = (x + 2)^2 - 5$			

- ¿Cuál es la aplicación real del estudio de las funciones cuadráticas en la vida cotidiana?
- Teniendo en cuenta los ejercicios anteriores, elabora un mapa conceptual donde expongas tus conclusiones.

Anexo 20. Situaciones relacionadas con función cuadrática



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 8 Noviembre de 2017.

1. La parábola es utilizada muchas veces en las construcciones por su practicidad y belleza, o en diversas situaciones de la vida cotidiana. Las siguientes fotografías sugieren un uso de la función cuadrática. Si hubiera que describirlas con una parábola, ¿cuál sería una expresión matemática adecuada para cada una de ellas?



2. Resuelve las siguientes situaciones:

<p>a. Cesar está de viaje con su familia, en su viaje encuentra una cascada y decide sacar una foto de la vista desde el filo de ésta, al intentar guardar el celular, se le cae de sus manos describiendo un movimiento de caída libre. La ecuación que describe la caída es <math>h = 5t^2 + 2t</math> en donde h es la altura en metros y t es el tiempo que lleva el celular en el aire. Si el celular llegó al piso en 3 segundos. ¿Cuál es la altura del acantilado?</p>	<p>b. Carlos vende sombrillas y su hermano Alberto le propone dos formas de ajustar el precio de acuerdo al mes del año en que se encuentren, los dos modelos que propone son:</p> <p>1. <math>S = 4m^2 + 72</math>      2. <math>S = 6m^2</math></p> <p>En donde m representa cada uno de los doce meses del año y S el precio por sombrilla a vender. ¿Cuál es el número del mes en el que ambos métodos dan el mismo valor de venta para las sombrillas? ¿Para cuál modelo se establece un precio más alto en el mes de octubre?</p>																								
<p>c. La ecuación descrita por Galileo dice que el tiempo (t) de caída de un cuerpo, elevado al cuadrado, es proporcional a la altura (y); es decir: <math>y = \frac{1}{2} gt^2</math>, en donde g es la constante de aceleración de la gravedad, aproximadamente igual a 10 m/seg<sup>2</sup>.</p> <p>Encuentra para cada tiempo de caída, su correspondiente altura.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">t (seg)</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y (m)</td> <td style="width: 40px;"></td> </tr> </table> <p>Encuentra, para cada altura, el tiempo de caída de un cuerpo. Despeja la variable t en la ecuación.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">y (m)</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">20</td> <td style="padding: 5px;">30</td> <td style="padding: 5px;">40</td> <td style="padding: 5px;">50</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">t (seg)</td> <td style="width: 40px;"></td> </tr> </table>		t (seg)	1	2	3	4	5	y (m)						y (m)	10	20	30	40	50	t (seg)					
t (seg)	1	2	3	4	5																				
y (m)																									
y (m)	10	20	30	40	50																				
t (seg)																									

Anexo 21. Función Exponencial



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 14 Noviembre de 2017.

1. Las flores de la foto tienen una característica especial que puedes relacionar con las matemáticas. Para encontrar la regularidad debes observar muy bien el número de flores en cada nivel del ramillete de abajo hacia arriba.

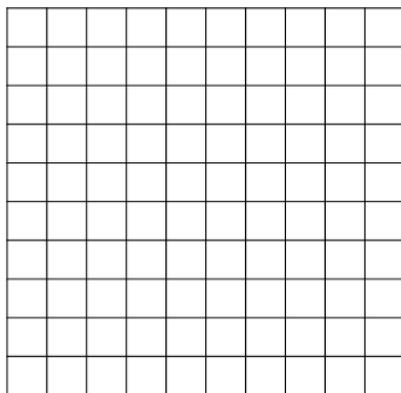
- a. Completa la siguiente tabla: Donde  $x$  representa el nivel que ocupan las flores, (iniciando desde la parte inferior que se llamará nivel cero hasta la parte superior) y  $y$  representa el número de flores por nivel.

x	0	1	2	3
y				



Fuente: B.Tirado. 2015

- b. Elabora la gráfica que representa la relación entre el nivel del tallo y el número de flores.



- c. Algunas flores en la naturaleza, cumplen relaciones de variación que no es lineal. En este caso el crecimiento de esta función es de tipo exponencial. Los datos registrados en la tabla de datos y representados en la gráfica son potencias de un número. ¿Cuál es ese número? Representa dicha variación mediante símbolos matemáticos.
- d. ¿Qué características tiene la gráfica anterior? ¿Cuál es la coordenada del punto de corte con el eje  $y$ ?

2. Para el desarrollo de la siguiente actividad, ingresa a la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) y con ayuda del simulador realiza las gráficas correspondientes a cada función.

Función $f(x) = a^x$	Coordenadas del punto de corte con el eje $y$ .	Describe los cambios en cada grupo de gráficas a medida que se modifican los valores de $a$ o de $x$ .
$f(x) = 2^x$		
$f(x) = (\frac{1}{2})^x$		
$f(x) = 3^x$		
$f(x) = (\frac{1}{3})^x$		
$f(x) = -2^x$		
$f(x) = -(\frac{1}{2})^x$		
$f(x) = -3^x$		
$f(x) = -(\frac{1}{3})^x$		
$f(x) = 2^{x+1}$		
$f(x) = 2^{x+2}$		
$f(x) = 2^{x+3}$		
$f(x) = 2^{x-1}$		
$f(x) = 2^{x-2}$		
$f(x) = 2^{x-3}$		
$f(x) = 2^{2x}$		
$f(x) = 2^{3x}$		
$f(x) = 2^{(\frac{1}{2}x)}$		
$f(x) = 2^{(\frac{1}{3}x)}$		

3. Teniendo en cuenta la actividad anterior, elabora un mapa conceptual donde expongas tus conclusiones.



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

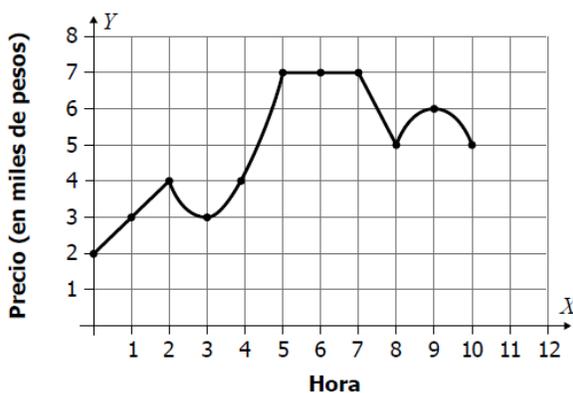
**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 20 Noviembre de 2017.

La prueba consiste en 10 preguntas que darán un informe de tus competencias después de aplicada la estrategia para fortalecer el pensamiento matemático.

1.

La gráfica muestra la aproximación al comportamiento del precio de la acción de una compañía, desde las doce del día hasta las 10 de la noche.



Gráfica

Del precio de la acción ese día, es correcto afirmar que

- A. fue constante entre las 2 y las 4 de la tarde.
- B. entre las 8 y las 10 de la noche alcanzó su valor máximo.
- C. entre las 2 y las 3 el precio siempre disminuyó.
- D. entre las 4 y 6 de la tarde el precio siempre subió.

2.

En un concesionario de autos se utiliza la expresión algebraica  $V = P - 1.400.000x$  para determinar, con base en el valor inicial  $P$  de un carro, su valor después de  $x$  años en el mercado. ¿Cuál de las siguientes tablas muestra el valor de un carro con valor inicial  $P = 20.300.000$  durante los primeros 3 años en el mercado?

A.

Año	Valor ( $V$ )
1	18.900.000
2	18.500.000
3	18.100.000

B.

Año	Valor ( $V$ )
1	19.300.000
2	18.300.000
3	17.300.000

C.

Año	Valor ( $V$ )
1	20.160.000
2	20.020.000
3	19.880.000

D.

Año	Valor ( $V$ )
1	18.900.000
2	17.500.000
3	16.100.000

3.

Se ha encontrado que en un hotel el promedio de personas alojadas según la cantidad de habitaciones ocupadas está dado por la expresión  $3x - 2$ .

¿Cuál de las siguientes tablas presenta información correcta para algunos valores de esta relación?

A.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	7
8	22
12	34
15	43

B.

Personas alojadas	Habitaciones
3	7
8	22
12	34
15	43

C.

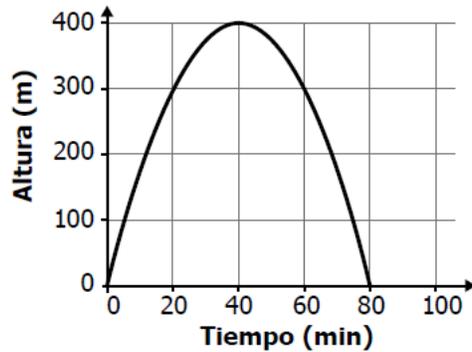
Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	11
8	26
12	38
15	47

D.

Personas alojadas	Habitaciones
3	11
8	26
12	38
15	47

4.

La gráfica muestra la altura de un globo respecto al tiempo de elevación.



Gráfica

En relación con el globo, es correcto afirmar que

- A. alcanza la altura máxima en 400 min.
- B. el tiempo que el globo dura volando es 40 min.
- C. la altura máxima que alcanza es 40 m.
- D. gasta 80 min en hacer todo su recorrido.

5.

El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

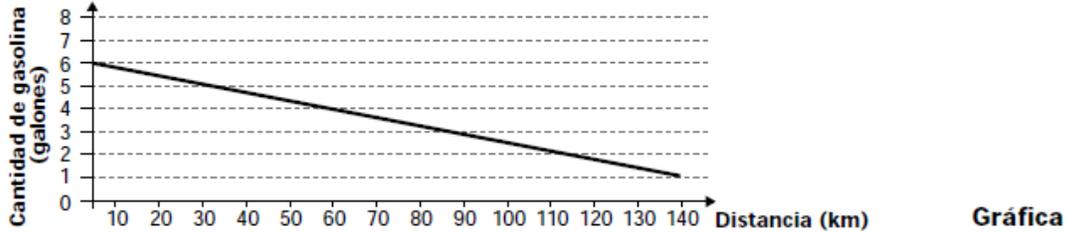
Término	1	2	3	4	5	...
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:

- A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.
- B. Se duplican numerador y denominador, término a término.
- C. Se triplican numerador y denominador, término a término.
- D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, termino a término.

6.

La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.



El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este desplazamiento. Esta afirmación es

- A. falsa, porque consumió 5 galones en total.
- B. falsa, porque consumió 1 galón en total.
- C. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
- D. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

7.

Un ingeniero tiene a cargo la construcción de 8,5 km de carretera, de la cual ha construido dos tramos de 1,6 km y 5 km, respectivamente. Para determinar la cantidad de kilómetros que faltan por construir, se proponen las siguientes estrategias:

- I. Calcular la diferencia entre los dos tramos construidos y restarla de 8,5 km.
- II. Sumar las tres cantidades suministradas.
- III. Sumar los dos tramos construidos y restar de 8,5 km el resultado.

La opción que contiene la estrategia o estrategias que permiten determinar la cantidad que falta construir es

- A. I y III únicamente.
- B. II únicamente.
- C. I y II únicamente.
- D. III únicamente.

8.

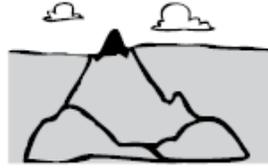
La montaña submarina más alta del mundo está ubicada cerca de Nueva Zelanda. La montaña tiene una altura de 8.690 metros y sobresale 300 metros fuera del agua. Para encontrar la altura sumergida ( $h$ ) de la montaña, cuatro estudiantes plantearon las siguientes ecuaciones:

Laura:  $h - 8.690 = 300$

Alejandro:  $8.690 - h = 300$

Vanesa:  $h + 300 = 8.690$

Camilo:  $h + 8.690 = 300$

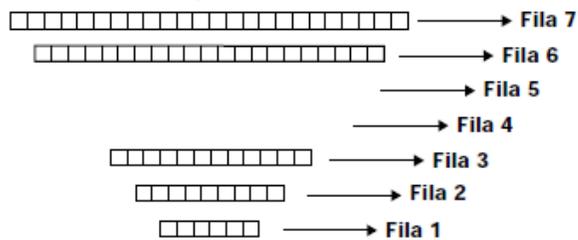


¿Cuáles estudiantes formularon correctamente las ecuaciones para hallar el valor de  $h$ ?

- A. Alejandro y Vanesa.
- B. Laura y Vanesa.
- C. Alejandro y Camilo.
- D. Laura y Camilo.

9.

La figura representa la disposición de las sillas de algunas de las 7 primeras filas de un auditorio. En la figura falta la información de las filas 4 y 5.



Escenario

Figura

La disposición de las sillas determina una secuencia. ¿Cuántas sillas en total hay en las filas 4 y 5?

- A. 9
- B. 26
- C. 33
- D. 72

10.

El siguiente aviso se encuentra en la entrada de un parque deportivo.

<b>CANCHA DE MICROFÚTBOL</b>	
Alquiler por partido	\$60.000
Servicio de ducha por persona	\$2.000

La expresión que permite determinar el valor que debe pagar un grupo por el alquiler de la cancha de microfútbol, para un partido, dependiendo del número de jugadores que utilice la ducha es  $a = 2.000j + 60.000$ , donde  $a$  representa el valor a pagar y  $j$  el número de jugadores que usan el servicio de ducha.

¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el costo por pagar y el número de jugadores que utilizan la ducha?

A.

No $j$ de jugadores que usan la ducha	Valor $a$ por pagar (\$)
0	62.000
1	62.000
2	62.000
3	62.000
4	62.000
5	62.000

B.

No $j$ de jugadores que usan la ducha	Valor $a$ por pagar (\$)
0	60.000
1	62.000
2	64.000
3	66.000
4	68.000
5	70.000

C.

No $j$ de jugadores que usan la ducha	Valor $a$ por pagar (\$)
0	2.000
1	62.000
2	122.000
3	182.000
4	242.000
5	302.000

D.

No $j$ de jugadores que usan la ducha	Valor $a$ por pagar (\$)
0	0
1	62.000
2	124.000
3	186.000
4	248.000
5	400.000

Anexo 23. Autoevaluación



Universidad Autónoma de Bucaramanga – UNAB  
Maestría en Educación  
Colegio Gonzalo Jiménez Navas



**Investigación:** Estrategia didáctica para fortalecer la competencia comunicación matemática a través de la fotografía.

**Investigador:** Beatriz Tirado Carvajal.

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

Floridablanca, 21 Noviembre de 2017.

Apreciado estudiante:

Después del proceso de implementación de la estrategia didáctica para fortalecer el pensamiento matemático, me gustaría conocer tu opinión respecto a algunos aspectos relacionados con ella. Agradezco tu disposición y sinceridad en las respuestas.

1. Ordena de 1 a 8 los siguientes pasos del proceso, que son útiles para fortalecer la competencia comunicativa del pensamiento matemático.
  - Construir representaciones de las variables (tablas y gráficas) ( )
  - Hacer una lectura literal de la imagen ( )
  - Verificar y poner a prueba lo aprendido en situaciones cotidianas ( )
  - Hacer registro fotográfico ( )
  - Elaborar mapas conceptuales ( )
  - Establecer regularidades, propiedades y patrones ( )
  - Utilizar la página [www.desmos.com](http://www.desmos.com) para describir cambios ( )
  - Reproducir relaciones en lenguaje matemático ( )
2. En el anterior proceso es indispensable que pongas en práctica algunas operaciones mentales para fortalecer la competencia de comunicación matemática. Marca con una “x” aquellas en las que consideras que debes mejorar.
  - Visualización
  - Identificación de elementos
  - Relacionar magnitudes
  - Diferenciar
  - Comparar
  - Clasificar
  - Codificar y decodificar
  - Analizar
  - Sintetizar
  - Resolver problema

Anexo 24. Carta al Sr Rector



Floridablanca, 4 de agosto de 2017

Señor:

JOSE DE JESUS LOZANO CARDENAS

Rector

Colegio Gonzalo Jiménez Navas

Cordial saludo

Como estudiante de maestría en educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga bajo el programa de becas del Ministerio de Educación Nacional, estaré ejecutando proyectos pedagógicos de aula con los estudiantes del grado 9-2, orientados bajo el proyecto de grado titulado "La fotografía como estrategia para fortalecer el pensamiento matemático en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa Gonzalo Jiménez Navas".

Dicho proyecto se dará a conocer a los padres de familia de los estudiantes anteriormente nombrados y se realizará la firma del consentimiento informado; durante la reunión de padres de familia programada para el 7 de agosto del presente año.

Agradezco su valiosa atención, aprobación y colaboración para el desarrollo del proyecto.

Beatriz Tirado C  
Beatriz Tirado Carvajal

Lic. en Matemáticas

AutORIZADO  
Jojanes