LA REVERSIBILIDAD COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN Y JUAN PABLO I

MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO

JUAN GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

BUCARAMANGA 2018

LA REVERSIBILIDAD COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN Y JUAN PABLO I

MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO

JUAN GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ

DIRECTOR DE TESIS:

JUAN HILDEBRANDO ÁLVAREZ SANTOYO

GRUPO DE INVESTIGACIÓN: EDUCACIÓN Y LENGUAJE

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

BUCARAMANGA 2018

Dedicatoria

Esta tesis de grado la dedicamos con mucho amor, a las personas con quien compartimos día a día el milagro de la vida. A ellos, Eduardo Jaimes y Juliana Ortega, por su paciencia, comprensión, apoyo y porque en los momentos de flaqueza se mantuvieron ahí incondicionalmente, para brindarnos la motivación y confianza necesaria para concluir esta etapa importante en nuestra carrera laboral.

A nuestros hijos, quienes son nuestro motor de vida. Por ellos, principalmente es nuestro sacrificio y esfuerzo. Esperamos y deseamos que algún día lean estas palabras y se sientan orgullosos de sus padres.

A nuestros padres que nos apoyaron incondicionalmente siempre y nunca dudaron que podíamos lograrlo.

A nuestro asesor Mg. Juan Hildebrando, por su tiempo, responsabilidad y apoyo continúo en el desarrollo de nuestro proyecto.

MARÍA JOSÉ y JUAN GABRIEL

Agradecimientos

Agradecemos en primer lugar al Dios de la vida que nos regala la salud y nos ha bendecido con esta gran oportunidad de crecimiento personal y laboral.

De manera muy especial, al Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) "Becas para la excelencia", por darnos la oportunidad de crecer profesionalmente y consolidar nuestros conocimientos para un mejor desempeño y poder ser cada día mejores maestros.

A la Universidad Autónoma de Bucaramanga, Institución que acompañó nuestro proceso académico y nos acogió de la mejor forma posible para fortalecer nuestros conocimientos y crecer profesionalmente.

A nuestro asesor Mg. Juan Hildebrando un reconocimiento especial por sus consejos y calidad humana que junto a su experiencia nos permitieron culminar satisfactoriamente esta etapa tan importante en nuestras vidas.

A los rectores de las Instituciones Educativas Juan Pablo I y Nuestra Señora del Carmen por su confianza y disposición ante nuestra investigación. A los estudiantes de los grados 5°, por su participación y colaboración en cada una de las intervenciones desarrolladas. ¡Ellos son únicos!

MARÍA JOSÉ y JUAN GABRIEL

Contenido

Lista de tablas

Lista de figuras

Lista de apéndices

Lista de anexos

Resumen

La presente investigación surge debido al bajo desempeño en matemáticas observado en las pruebas Saber 5° de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I. Teniendo en cuenta lo anterior, surge la necesidad de implementar una propuesta pedagógica cuyo objetivo general fue: Fortalecer la competencia resolución de problemas con números fraccionarios aplicando la reversibilidad. La propuesta se basó en la implementación de tres unidades, "Fortaleciendo conceptos matemáticos", "Las fracciones desde la reversibilidad" y "Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones", en las cuales se diseñaron y aplicaron 18 intervenciones orientadas a despertar interés en los estudiantes. Como estrategia se utilizó la aplicación de la reversibilidad implementando los cuatro pasos del método Pólya para llegar a comprender el problema partiendo de la respuesta. Esta investigación, centrada en la metodología cualitativa, de tipo Investigación Acción permitió obtener datos descriptivos en los que se pudo observar aspectos como la conducta de los estudiantes frente a una nueva forma de resolver problemas, la disposición ante la utilización de nuevas estrategias, la motivación y el interés ante las temáticas trabajadas que favorecieron el trabajo individual y colaborativo. A partir de lo anterior siguieron las cuatro fases: (i) Diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial, (ii) Desarrollo de un plan de acción, (iii) Actuación para poner el plan en práctica, (iv) La reflexión en torno a los efectos, finalmente se aplica la prueba final y se analizan sus resultados para determinar el impacto y la efectividad de la propuesta.

Palabras claves: Resolución de problemas, Competencia matemática, Números fraccionarios, Estrategia pedagógica, Reversibilidad, Método Pólya.

Abstract

The present investigation arises due to the low performance in mathematics observed in the Saber 5 ° tests of the Educational Institutions of Nuestra Señora del Carmen and Juan Pablo I. Taking into account the above, there is a need to implement a pedagogical proposal whose general objective was: Strengthen The problem solving competition with fractional numbers applying reversibility. The proposal was based on the implementation of three units, "Strengthening mathematical concepts", "Fractions from reversibility" and "Reversibility in the solution of problems with fractions", in which 18 interventions were designed and applied to awaken interest in the students. As a strategy we used the application of reversibility implementing the four steps of the Pólya method to get to understand the problem based on the answer. This research, focused on the qualitative methodology, of the Action Research type, allowed to obtain descriptive data in which aspects such as student behavior could be observed in the face of a new way of solving problems, readiness to use new strategies, motivation and the interest in the topics studied that favored individual and collaborative work. From the above, the four phases followed: (i) Diagnosis and recognition of the initial situation, (ii) Development of an action plan, (iii) Action to put the plan into practice, (iv) Reflection on Finally, the final test is applied and its results are analyzed to determine the impact and effectiveness of the proposal

Key words: Problem solving, Mathematical competence, Fractional numbers, Pedagogical strategy, Reversibility, Pólya Method.

Introducción

La práctica docente debe favorecer y garantizar el aprendizaje de los estudiantes con fin de subsanar las dificultades que día a día se vayan evidenciando. Para ello, es fundamental valerse de metodologías, recursos, ambientes y herramientas que conlleven al logro de los objetivos y aumenten la motivación del estudiante ante nuevos conocimientos.

Si bien es cierto que la matemática es una de las áreas más complejas para los educandos, también cabe mencionar que en su enseñanza pueden emplearse muchas estrategias, dinámicas y herramientas que ayuden a que los procesos sean más sencillos y aplicables a las situaciones cotidianas.

El presente proyecto de investigación busca brindar una opción diferente y efectiva a los estudiantes de grado 5° de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo para desarrollar la competencia resolución de problemas con números fraccionarios a través de la reversibilidad tomando como base los cuatro pasos planteados en el método Pólya.

Para lo anterior, se tomaron como referencia los estudios realizados por Piaget (1984), quien señala que "La reversibilidad es la característica más definida de la inteligencia" ya que, si el pensamiento es reversible, entonces puede seguir el curso del razonamiento hasta el punto del cual partió. Entendido lo anterior, se puede deducir que reversible significa invertir las propias acciones a fin de establecer su estado inicial.

En otras palabras, la propuesta se centró en que, a través del método Pólya, los estudiantes partieran de la respuesta para llegar a comprender el problema o la situación planteada. Es decir, parten de comprender ¿de dónde salió la respuesta?, para luego establecer por medio de un análisis matemático qué plan se ejecutó, determinar luego la ruta a seguir (trazar un plan) para finalmente expresar con sus propias palabras el problema inicial. En este sentido, se proyecta que la implementación de la propuesta favorezca los procesos lógicos y algorítmicos en la solución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de las instituciones educativas antes mencionadas, lo cual brindará una nueva posibilidad a los estudiantes de fortalecer sus procesos.

La investigación se realizó en dos instituciones, una del sector rural y otra del sector urbano, lo cual permitió realizar un comparativo de los resultados obtenidos, ya que se utilizaron las mismas herramientas, bajo las mismas condiciones, pero en escenarios diferentes.

Por otra parte, en cuanto a la estructura del trabajo, en el capítulo I se planteó la problemática, el objetivo general y los objetivos específicos, la descripción del problema, la contextualización de las instituciones y la justificación de la investigación. En el capítulo II se presentaron los antecedentes de la investigación tanto internacionales como nacionales relacionados con la problemática encontrada y que aportaban significativamente al desarrollo del proyecto, se incluyeron las teorías que dieron soporte a la investigación y el marco legal referente a la educación. En el capítulo III se abordó el diseño metodológico en el cual se encuentra el tipo de investigación, el proceso de la investigación y sus fases, la descripción del escenario, la población y muestra, los diferentes instrumentos de recolección de información, la validación de los instrumentos, la categorización y la reflexión pedagógica. En el capítulo IV se presentó la propuesta pedagógica a desarrollar, se mencionan los objetivos, logros a alcanzar, la metodología, el plan de acción, los análisis de la prueba diagnóstica, las unidades didácticas y prueba final, y el análisis comparativo de los resultados obtenidos en las dos instituciones. Finalmente, en el capítulo V se presentan las conclusiones y recomendaciones del proceso de investigación.

Capítulo I

1. Contextualización de la investigación

En Colombia, el rendimiento académico de los estudiantes de colegios oficiales y no oficiales está a cargo del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, organismo encargado de evaluar la educación del país.

Las Pruebas Saber, implementadas por el ICFES, como instrumento de evaluación, permiten medir el nivel en el que se encuentran los estudiantes de los establecimientos educativos dando porcentajes por niveles de desempeño.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) es quien se encarga de publicar los resultados de las pruebas externas, aplicadas para que los establecimientos educativos se encarguen de su análisis y establezcan planes de mejoramiento, que les permitan superar académicamente esas falencias presentadas en las diferentes áreas de estudio que se evalúan cada año en los grados 3°, 5°, 9° y 11°, de este modo, mantener informada a la comunidad.

En cuanto a éstas pruebas, el MEN (2010) afirma:

> El propósito principal de Saber 3. º, 5. ° y 9. ° es contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana mediante la realización de evaluaciones aplicadas periódicamente para monitorear el desarrollo de las competencias básicas en los estudiantes de educación básica, como seguimiento de calidad del sistema educativo.

Desde el año 2015, el MEN elabora un documento, individual por Institución Educativa, llamado Reporte de la excelencia donde presenta el resumen del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) y sus respectivos componentes, planteando también la Meta de Mejoramiento Anual (MMA) a alcanzar. Los cuatro componentes evaluados son el progreso, indica cuánto ha mejorado la institución respecto al año anterior dado en porcentajes con una escala de valoración de 0 a 100% con niveles de insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado, el desempeño, refleja los puntajes obtenidos por los estudiantes dado en una escala de valores de 100 a 500, siendo 500 el puntaje más alto, la eficiencia, muestra el porcentaje de aprobación al año siguiente y el ambiente escolar concerniente al ambiente en el aula y el seguimiento al aprendizaje. Estos componentes arrojan cada uno un puntaje de 1 a 10.

Con respecto al Informe por colegio, el MEN señala:

> Este informe busca visibilizar el estado de las competencias y aprendizajes en Matemáticas y Lenguaje de las Instituciones Educativas, según los resultados en las pruebas Saber 3°, 5° y 9°, haciendo énfasis en aquellos aprendizajes en los que deben realizar acciones pedagógicas para el mejoramiento.

De esta manera, las pruebas externas juegan un papel importante en la búsqueda de la mejora educativa midiendo cada año el nivel de los estudiantes, llevando a docentes y directivos al análisis y autoevaluación de las metodologías, herramientas y prácticas pedagógicas implementadas en las instituciones educativas.

En el grado 5° específicamente, las áreas a evaluar por las Pruebas Saber son Matemáticas y Lenguaje.

Esta investigación está enfocada al área de Matemáticas cuyas competencias son: Comunicación, Representación y Modelación, Planteamiento y Resolución de problemas, Razonamiento y Argumentación. Por otro lado, los componentes en el área son: Numérico – Variacional, Geométrico – Métrico y Aleatorio.

El aprendizaje de las matemáticas por sí solo es complejo. A través de la historia se han creado una serie de mitos y paradigmas que de una u otra manera han incidido en la NO apropiación del conocimiento, construyendo barreras cognitivas desde los primeros años escolares y que persisten con el transcurso del tiempo.

Llevar a los niños, niñas y adolescentes a un nivel más alto en la apropiación de las matemáticas es darle todo un conjunto de herramientas que les ayudarán a entender de una manera más clara el mundo externo, fuera de las cuatro paredes que forman el aula de clase, es decir fuera de la escuela como tal. Y es que las matemáticas no solo están en el tablero del salón, en el libro del profesor o en los cuadernos, también forman parte de la vida diaria de cada ser humano.

Uno de los contenidos que más les cuesta entender a los estudiantes de primaria y que con el tiempo se convierte en una mayor dificultad para los docentes de la secundaria, son el conjunto de los números fraccionarios y concretamente la resolución de problemas que involucren el uso de los mismos.

El aprendizaje de las fracciones es una de las problemáticas que más preocupa a los profesores por la importancia que éstas tienen en la resolución de problemas en la vida diaria. Esto, se ve reflejado en los resultados obtenidos en las instituciones educativas tanto en las pruebas internas como en las pruebas externas a nivel nacional, departamental y local.

La institución educativa Nuestra Señora del Carmen enmarca en su Proyecto Educativo Institucional políticas de calidad que buscan el mejoramiento continuo de las prácticas pedagógicas de los docentes desarrollando procesos de aprendizaje significativos en los estudiantes tomando como punto de partida el modelo pedagógico de la Pedagogía Activa. Al respecto Dewey (1989) afirma:

> “La nueva educación debe ser entendida a la luz de los cambios que se están produciendo en la sociedad, estos aportes no pueden ser desconocidos” (La escuela y la sociedad, 1899)

Según Dewey (1989), este modelo toma como punto de partida al estudiante, su contexto, intereses y pre-saberes sin perder de vista los cambios permanentes que se van dando en nuestra sociedad.

A partir de ello, los docentes se convierten en mediadores entre los estudiantes y el aprendizaje en donde el principal objetivo, es el trabajo en equipo y el trabajo colaborativo.

Teniendo en cuenta la propuesta de la institución y a partir del análisis de las pruebas Saber, se inicia un proceso de análisis para identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado quinto en la asignatura de matemáticas y específicamente en la competencia de resolución de problemas en la que requieren el uso de los números fraccionarios.

Según los resultados de las pruebas Saber en la institución educativa Nuestra Señora del Carmen se pudo encontrar en el área de matemáticas del grado quinto que para el año 2015 no se evidenció información relacionada en el área según el Ministerio de Educación Nacional, hecho que infortunadamente no permite realizar un comparativo de los resultados en estos dos años. (MEN, 2016)

Sin embargo, los resultados obtenidos por los estudiantes en el año 2016, mostraron un bajo rendimiento en la competencia de resolución de problemas al no solucionar y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón, situación que motiva a los docentes de la institución a implementar una estrategia que fortalezca esta competencia.

A continuación, se presentan los resultados del histórico desde el año 2013 al 2016 según los niveles de desempeño evaluados por las Pruebas Saber en los estudiantes del grado quinto de la institución educativa Nuestra Señora del Carmen:

Año	Número de estudiantes evaluados
2013	13
2014	16
2015	N. D.
2016	14

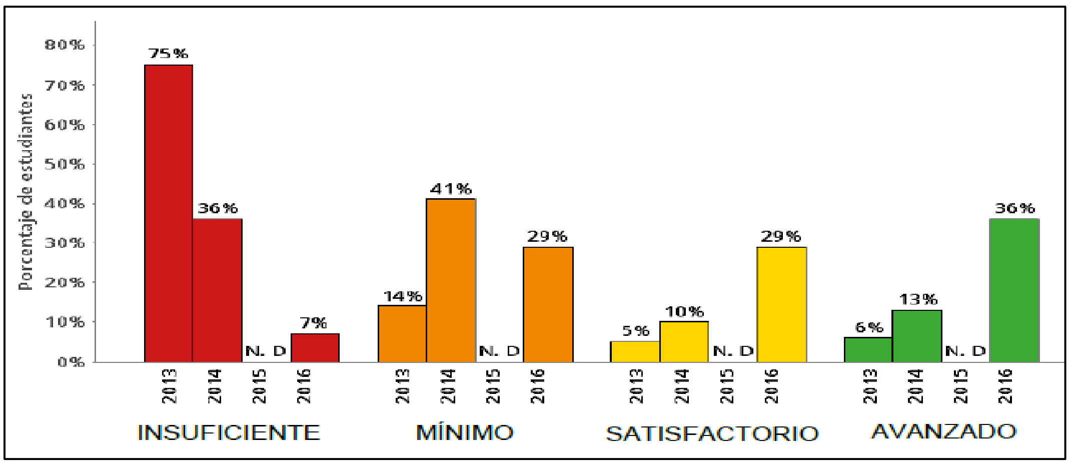


Figura 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en Matemáticas Grado 5°. Histórico (2013-2016) IE Nuestra Señora del Carmen. Fuente: Colombia aprende

Se observa que para el año 2013 los niveles de desempeño insuficiente fueron de 75% de los estudiantes, para el año 2014 36%, 2015 no se referencia y para el año 2016 bajó notablemente a un 7% de los estudiantes. En el nivel mínimo, para el año 2013 era de un 14%, para el año 2014 aumentó a un 41%, en el 2015 no se referencia y para el año 2016 fue de un 29% de los estudiantes. En el nivel satisfactorio, en el año 2013 fue de 5%, para el año 2014 un 10%, en el 2015 no se referencia y para el año 2016 aumentó a 29%. Finalmente, en el nivel avanzado para el año 2013 el porcentaje era de un 6%, en el 2014 un 13%, para el 2015 no se relaciona y en el 2016 aumentó a un 36% de los estudiantes. (MEN, 2016)

Estos resultados reflejan que la estrategia tomada por las directivas del colegio en designar a un docente especialista en el área de las matemáticas en la básica primaria, ha surtido efectos positivos en los estudiantes y en los procesos de aprendizaje.

Lo anterior no quiere decir que no existan dificultades, de hecho las hay y bastante preocupantes sobre todo en la competencia de resolución de problemas y la implementación del conjunto de los números fraccionarios en la solución de problemas de la vida diaria.

El siguiente análisis permite evidenciar las dificultades en la Competencia Resolución según el ICSE para el grado quinto de la institución educativa Nuestra Señora del Carmen en el año 2016.

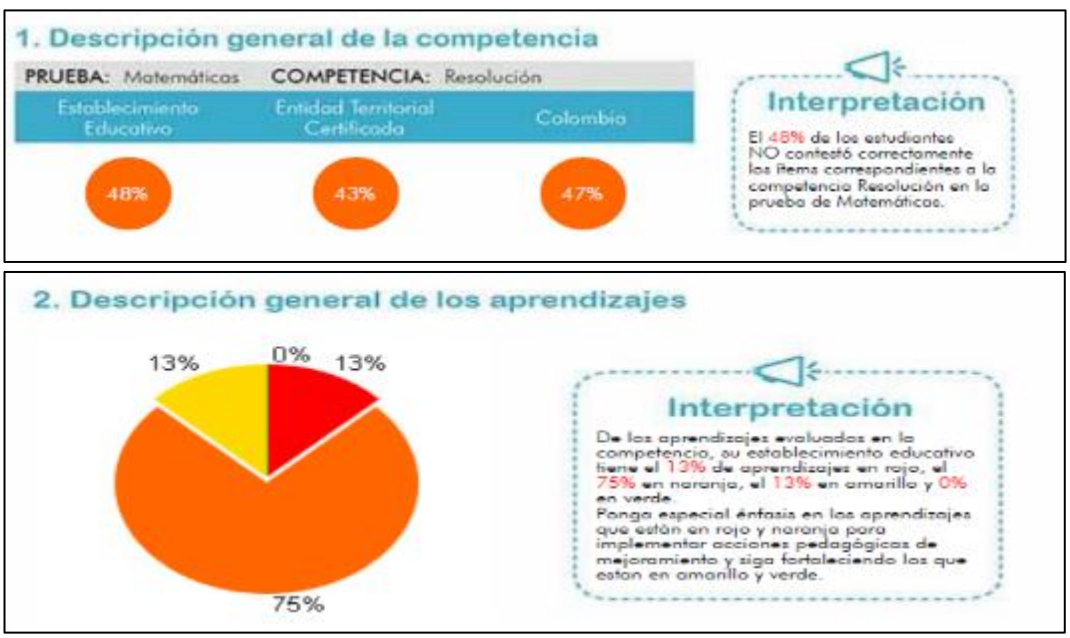


Figura 2. Porcentajes, por niveles, de los aprendizajes - Competencia Resolución Grado 5° - Informe por colegio (Siempre Día E - 2016). IE Nuestra Señora del Carmen. Fuente: Colombia aprende

Se evidencia que el 48% de los estudiantes tienen dificultades en la competencia de resolución de problemas y que este porcentaje supera al del ente territorial y al porcentaje nacional. (ICSE, 2016)

La gráfica muestra que el 88% de los estudiantes presentan debilidades en la competencia de resolución de problemas y solo el 13% se encuentra en un nivel satisfactorio.

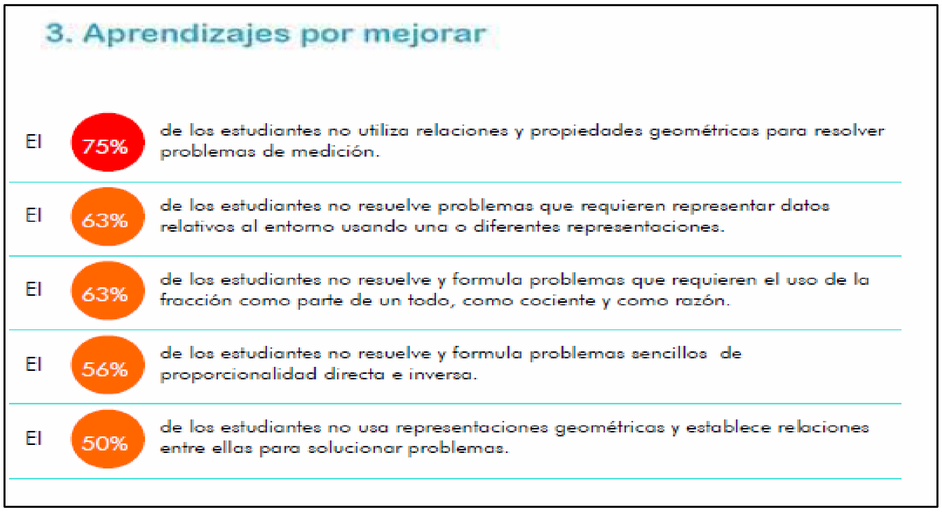


Figura 3. Porcentajes aprendizajes por mejorar. Grado 5° - Informe por colegio (Siempre Día E - 2016). IE Nuestra Señora del Carmen. Fuente: Colombia aprende

De la anterior información se puede decir que el 63% de los estudiantes no resuelve y formula problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.

Por su parte, la Institución Educativa Juan Pablo I presenta, para el año 2016 un ISCE, en básica primaria, de 4,73 logrando superar la Meta de Mejoramiento Anual que era de 3,98 en la escala de 0 a 10 establecida. Este puntaje permite afirmar que se hace necesaria la implementación de planes de mejoramiento institucional en las prácticas pedagógicas de los docentes y la motivación en los estudiantes.

Según los resultados obtenidos en la prueba Saber para los estudiantes del grado quinto se observa que desde el año 2013 más de la mitad de los estudiantes han estado en los niveles insuficiente y mínimo.

En el año 2015 pudo evidenciarse un pequeño mejoramiento, sin embargo, para el año siguiente los resultados muestran nuevamente una desmejora en todos los niveles de desempeño.

A continuación, se presenta el histórico de la prueba en el área de Matemáticas desde el año 2013 al 2016 y el número de estudiantes evaluados en cada año el cual aumenta significativamente debido a la población proveniente de Venezuela que habita en esta zona.

Año	Número de estudiantes evaluados
2013	62
2014	66
2015	91
2016	98

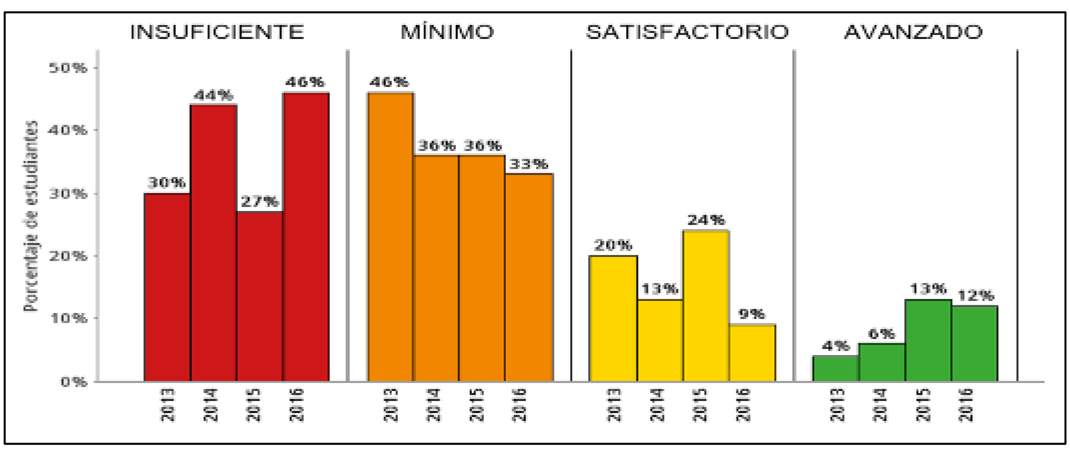


Figura 4. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en Matemáticas Grado 5°. Histórico (2013-2016) IE Juan Pablo I. Fuente: Colombia aprende

En la gráfica anterior se aprecian mayores porcentajes en el nivel insuficiente en los años 2014 con 44% y 2016 con 46%, en el nivel mínimo puede observarse que el porcentaje promedio en los cuatro años es de 37%, en el satisfactorio los porcentajes no superan el 24% registrando el más bajo en el año 2016 con un 9% y finalmente en el nivel avanzado se presentan los porcentajes más bajos, que aunque han aumentado un poco, esto no es relevante, pues para el año 2016 se ubican en él, sólo un 12% del total de los estudiantes que presentaron la prueba en dicho año, es decir, 12 de un total de 98 estudiantes. (MEN, 2016)

Haciendo un análisis de los resultados obtenidos en la Competencia de Resolución específicamente, se registra que para el año 2016 la mitad de los estudiantes evaluados NO contestaron correctamente las preguntas de dicha competencia estando por encima del porcentaje de la Entidad Territorial Certificada, como se observa a continuación:

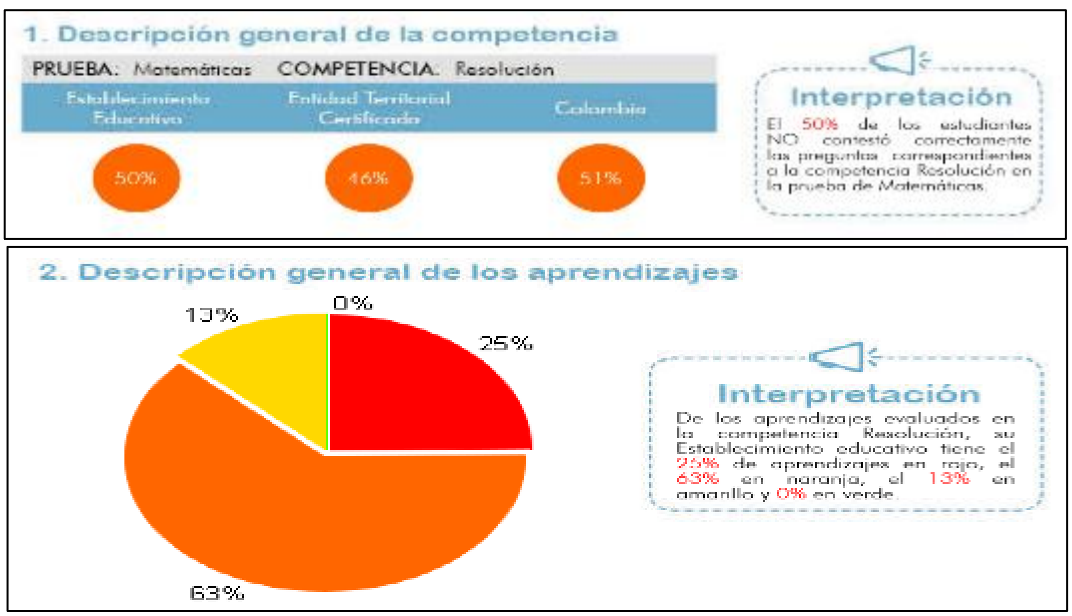
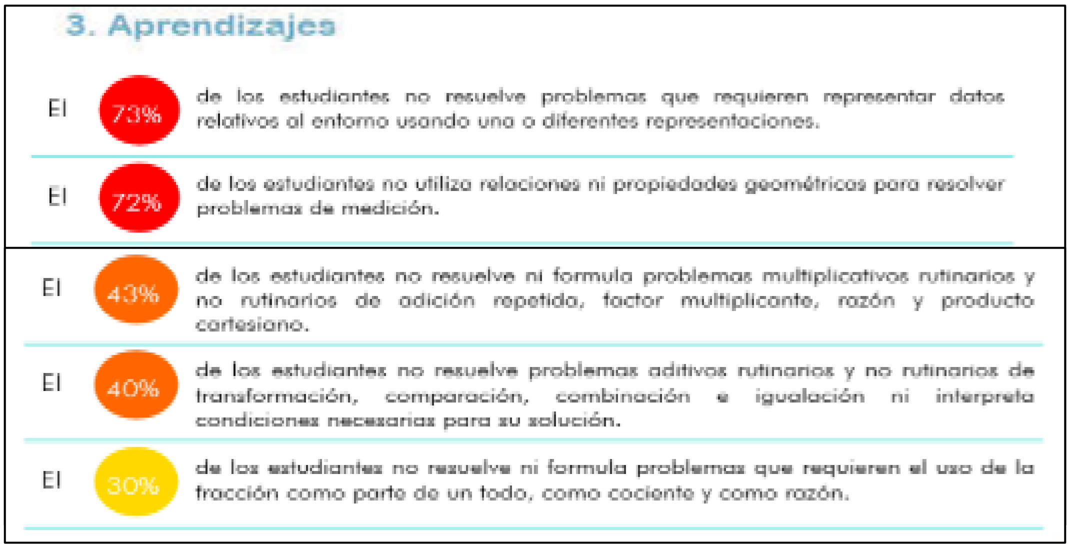


Figura 5. Porcentajes, por niveles, de los aprendizajes - Competencia Resolución Grado 5° - Informe por colegio (Siempre Día E - 2016). IE Juan Pablo I. Fuente: Colombia aprende

Ahora bien, de los aprendizajes que se evalúan en la competencia de Resolución, el 88% de los estudiantes presentaron dificultades en ellos.

El aprendizaje que motivó este proyecto es el de resolución y formulación de problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón, interpretando que para el 2016, un 30% de los estudiantes evaluados NO contestaron correctamente las preguntas correspondientes a este aprendizaje.



3. Aprendizajes

El 73% de los estudiantes no resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones.

El 72% de los estudiantes no utiliza relaciones ni propiedades geométricas para resolver problemas de medición.

El 43% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.

El 40% de los estudiantes no resuelve problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación ni interpreta condiciones necesarias para su solución.

El 30% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.

Figura 6. Porcentajes aprendizajes por mejorar. Grado 5° - Informe por colegio (Siempre Día E - 2016). IE Juan Pablo I. Fuente: Colombia aprende

Estas dificultades, en ambas instituciones se atribuyen a diferentes factores que interfieren en el rendimiento de cada estudiante y que lo llevan a que cada vez queden vacíos conceptuales a lo largo de su vida escolar.

Así las cosas, se hace necesaria la implementación de nuevas estrategias pedagógicas que ayuden a los estudiantes a fortalecer los procesos matemáticos enfatizando en el manejo del conjunto numérico de los fraccionarios.

En consecuencia, la presente investigación plantea una propuesta pedagógica que permita implementar estrategias que ayuden a los estudiantes a analizar, formular y solucionar problemas que involucren el conjunto de los números fraccionarios aplicándolos en diferentes contextos, facilitando así, la práctica pedagógica de los docentes del área de matemáticas y apuntando al mejoramiento en los resultados de las Pruebas Saber de las instituciones educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I .

1.1 Pregunta de investigación

¿Cómo desarrollar la competencia resolución de problemas con números fraccionarios aplicando la reversibilidad en los estudiantes de grado quinto de las instituciones educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Desarrollar la competencia resolución de problemas con números fraccionarios a través de unidades didácticas utilizando la reversibilidad del pensamiento, en los estudiantes de grado quinto de las instituciones educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I.

1.2.2 Objetivos específicos

Analizar los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas Saber 5° en la competencia resolución de problemas del área de matemáticas en las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I para el año 2016.

Identificar en qué nivel de desempeño en el área de Matemáticas se encuentran los estudiantes del grado quinto de las instituciones educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I.

Diseñar una propuesta pedagógica para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes del grado quinto aplicando la reversibilidad.

Implementar la propuesta pedagógica para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes del grado quinto aplicando la reversibilidad.

Evaluar la eficiencia de la propuesta pedagógica a través de un análisis descriptivo de los resultados obtenidos en las dos instituciones.

1.3 Justificación

Tomando como punto de partida los resultados obtenidos en el año 2016 por los estudiantes del grado quinto de las dos instituciones, en los cuales se evidencian varios aspectos por mejorar, y en especial en los aprendizajes de la competencia Resolución de problemas con números fraccionarios, surge la necesidad de plantear una estrategia para la enseñanza y apropiación de la matemática en la población mencionada.

La resolución de problemas matemáticos requiere que el estudiante desarrolle toda una serie de aptitudes y habilidades que debe integrar para que pueda culminar con éxito el desarrollo y aplicación de los mismos en su vida cotidiana.

Un problema matemático es una situación que ubica a quien lo resuelve ante la necesidad de desplegar su actividad cognitiva en un intento de búsqueda de estrategias, de elaboración de conjeturas y toma de decisiones. (Azcue, Diez, Lucarena et al, 2006).

En términos generales, "un problema surge cuando existen obstáculos entre una situación dada y la situación a la que se quiere llegar, es querer encontrar un camino para poder llegar del estado actual al estado final, o al que se quiera obtener" (Torres, 2011, P.64).

Por otro lado, Royo (1953) en referencia al papel de la resolución de problemas en la escuela, señala:

> "Tienen los problemas tal importancia, que hay quien se pregunta si la parte principal del estudio matemático no debe ser la solución del problema en lugar del estudio del libro del texto. Hacer de los problemas un suplemento indica un fallo en la verdadera función del trabajo matemático.
> Si concedemos que el ´poder´ y no el ´saber´, el ´pensar´ y no el ´memorizar ´ son aspectos beneficiosos de la matemática, la importancia de los problemas es importante". (Royo, 1953, p.253)

La reversibilidad, según Piaget, es la característica más definida de la inteligencia ya que si el pensamiento es reversible, entonces puede seguir el curso del razonamiento hasta el punto del cual partió. A partir de los 7 años, los niños logran organizar su pensamiento en estructuras lógicas efectuando operaciones y aparece la reversibilidad del pensamiento.

En matemáticas, específicamente en la resolución de problemas, es importante que el estudiante comprenda la situación que se le está planteando para que busque diferentes alternativas de solución. Pero el verdadero problema no es que él no logre llegar a la respuesta correcta, pues en varios casos se observa que el niño sabe resolver los algoritmos de las operaciones matemáticas, sino que la problemática radica en que NO comprenden lo que se les está planteando, en otras palabras, la dificultad está en la falta de análisis de la situación.

Por otra parte, las fracciones forman parte de un conjunto numérico de gran dificultad para los estudiantes desde primaria hasta los últimos grados de bachillerato. Esto, se refleja en las pruebas internas y externas que se aplican en las instituciones. No obstante, su uso y aplicación es importante en la solución de problemas de la vida cotidiana.

Así las cosas, el presente proyecto propone abordar la resolución de problemas con números fraccionarios desde la reversibilidad, es decir, de una manera diferente, donde el estudiante a partir de la respuesta logre trazar la ruta adecuada para llegar a la situación inicial. De esta manera, a partir de la solución de un problema, logre solucionar nuevos problemas.

Es aquí donde el docente juega un papel importante en el aula de clase porque actúa como un mediador entre el conocimiento y el estudiante, facilitando el aprendizaje y apropiación de los contenidos ya que la labor del docente no será transmitir conocimiento sino la de facilitar el aprendizaje.

El modelo pedagógico activo implementado en la institución educativa Nuestra Señora del Carmen, permite colocar al estudiante en el entorno escolar no solo como un sujeto pasivo – receptor de conocimiento, sino como constructor de su propio conocimiento mediante su accionar. El docente es un facilitador cuya tarea principal es la de observar y despertar el interés del estudiante.

De la misma manera, la Institución Educativa Juan Pablo I apunta a que el estudiante construya su conocimiento y logre estructurar los conceptos a través de sus pre-saberes, todo en un ambiente dinámico y activo.

Desde este punto de vista, la investigación acción plantea que las prácticas pedagógicas toman un carácter reflexivo en el que el docente mira hacia atrás las veces que sean necesarias hasta que logra su objetivo que es el aprendizaje de sus estudiantes.

Al respecto, Carr (1988) plantea:

> "Consideramos como la investigación – acción, al vincular la reflexión con la acción, ofrece a los maestros y a otros los medios que precisan para comprender como pueden superarse aquellos aspectos del orden social que frustran los cambios racionales". (P.191)

Esto da la oportunidad a los maestros de reflexionar sobre su práctica pedagógica en la que puede cambiar sus métodos de enseñanza y retroalimentar su quehacer diario por medio de la autocrítica.

Adicional a esto, el método Pólya cuyo enfoque principal es la resolución de problemas matemáticos, apoyará la presente propuesta de investigación.

Al respecto López (2010) afirma:

> "Pese a los años que han pasado desde la creación del método propuesto por PÓLYA, hoy en día aún se considera como referente de alto interés acerca de la resolución de problemas. Las cuatro fases que componen el ciclo de programación concuerdan con los pasos descritos por Pólya para resolver problemas matemáticos". (López, 2010, p.6)

Es por ello que a través de la presente investigación se quiere fortalecer los procesos que están adquiriendo los estudiantes de grado quinto de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I en la solución de problemas que involucren números fraccionarios dada su importancia en la vida diaria e igualmente realizar un análisis sobre los resultados obtenidos en las dos instituciones, trabajando simultáneamente bajo las mismas condiciones y parámetros.

1.4 Contextualización de la institución

La Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, pertenece al municipio de Salazar de las Palmas y se encuentra ubicada en el corregimiento del Carmen de Nazareth, al noroeste del casco urbano, del cual no tiene vía de acceso directo que lo comunique con su cabecera municipal, por lo que se debe hacer uso de dos vías de acceso, una hasta el municipio de Santiago y otra de Santiago a Salazar.

Se encuentra a una distancia de 76 kilómetros por carretera a la capital Norte Santandereana a 1600 metros de altura sobre el nivel del mar, con una temperatura promedio de 18°C. Su sede principal ubicada en el barrio San Antonio predio denominado el Tejar, el cual fue donado por la parroquia del corregimiento en el año 1969, en donde funciona actualmente la secundaria, la media y los ciclos de ser humano, laboran en ella nueve (9) docentes de los cuales uno (1) es de los ciclos de ser humano y donde asisten alrededor de 214 estudiantes de bachillerato y ser humano. La sede de educación básica primaria se encuentra en el caserío, barrio el centro en predios de la Parroquia y cuanta con educación preescolar y básica primaria con seis (6) docentes.

La economía de la región se basa en la ganadería y la agricultura en especial con el cultivo de café, plátano y guineo. El nivel cultural de las familias es bajo, en especial en la parte rural debido a los escasos estudios de los padres de familia, que en su gran mayoría no cursaron la primaria completa. No se cuenta con medios de comunicación suficientes en las que solo se cuenta con una torre de energía de Claro, muy deficiente.

Debido a su ubicación geográfica y distancia de las veredas de donde provienen la gran mayoría de sus estudiantes, la articulación con el SENA o con la educación superior para los egresados de la institución es imposible.

La institución educativa Colegio integrado Nuestra Señora del Carmen del municipio de Salazar de las palmas, fue fundada por resolución N°1117 del 20 de diciembre de 1971 emanada de la Secretaria de Educación Departamental para iniciar labores en el año 1972, con un total de

27 alumnos en el sexto grado bajo la dirección del señor Yesid Pérez, quien es remplazado ese mismo año por el profesor Guillermo Delgado.

En 1973 inician labores académicas un total de 30 alumnos, 13 para sexto grado y 17 para séptimo. En 1974, se aumenta la cobertura escolar a 41 estudiantes, 21 para sexto, 12 para séptimo y 8 para octavo grado bajo la dirección del párroco Adolfo Villamil, dos años después funcionaba bajo la dirección del párroco Darío Crisanto Rodríguez.

En 1977, la Secretaria de Educación Departamental hace una visita oficial para el reconocimiento de estudios y labores escolares, dándole aprobación oficial a los grados establecidos, y el 5 de febrero Monseñor Pedro Rubiano Sáenz donó los terrenos de la finca denominada el Tejar para la construcción del Colegio a donde es trasladado el 6 de agosto de 1980 a la nueva planta física.

Entre los años 1985 a 1989 la Secretaria de Educación, teniendo en cuanta su baja cobertura escolar, decide que para el reconocimiento y legalización de sus estudios decide anexarlo al Colegio Departamental Simón Bolívar de Gramalote.

Para el año de 1990 por resolución N° 004 de 5 de enero mediante la cual crea el Instituto Agrícola y funcionó con los grados 6°, 7°, 8° y 9° bajo la dirección del Pro. Antonio José Ortiz Riveros y se legalizan sus estudios por resolución N° 00196 del 2 de diciembre de 1991 hasta el 5 de diciembre de 1995.

Hacia 1994 ejerciendo como rector el licenciado José de Jesús González, logra la creación del grado décimo. Posteriormente y mediante resolución 000952 del 12 de noviembre del 2002, se crea la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen y la resolución 001705 del 3 de noviembre de 2006 aprueba y le da reconocimiento oficial a sus estudios en educación preescolar, básica y media académica.

A partir del año 2003 tomó las riendas de la Institución el Esp. José Joaquín Rojas Suarez, a quien se le debe la letra del himno institucional, el diseño de la bandera y el escudo actual de la institución.

La I.E. Nuestra Señora del Carmen, presta de un servicio educativo de manera responsable, con acciones pedagógicas encaminadas para que influyan en la formación integral de sus estudiantes y así mejorar su cobertura, pertinencia, y calidad, en los niveles de educación formal: Preescolar, Educación Básica y Media, como también modelos flexibles de educación para adultos, en todos sus ciclos, al servicio de una comunidad diversa formando individuos en competencias básicas ciudadanas con sentido de pertenencia y liderazgo, capaces de afrontar los retos del mundo productivo actual.

La I.E. Nuestra Señora del Carmen, proyecta para el año 2020, seguir siendo la mejor Institución Educativa del Municipio, en cuanto a la formación en valores, calidad académica e intelectual y eficiencia, aplicando procesos de formación pedagógica y de enseñanza para una educación integral de niños y jóvenes, teniendo en cuenta su realidad individual, familiar, cultural y social, con competencias básicas ciudadanas y laborales, que le permitan el ingreso a la educación superior y /o su vinculación al mundo laboral.

Además, la Institución aferra su formación en valores y principios morales, donde los estudiantes sean capaces de afrontar situaciones diversas, teniendo como base la formación integral, el desarrollo de competencias ciudadanas mediadas por las TIC que generen en los estudiantes conciencia de los deberes, derechos de la sociedad que deben enfrentar de forma eficaz y perseverante con el fin de mejorar de manera decisiva el desarrollo y retos de nuestra nueva sociedad. (PEI, 2017)

La institución dentro de su propuesta académica tiene dos jornadas: completa y fin de semana llamada Proyecto ser humano. En la jornada completa presta sus servicios desde preescolar, básica primaria y secundaria. Cuenta en sus instalaciones con 14 docentes de aula y un directivo docente. En promedio atiende aproximadamente a 303 estudiantes los cuales conforman 150 familias.

Los estudiantes en un 72% viven en un núcleo familiar completo, un 7% vive solamente con el padre, el 10% vive con el padre y otro familiar, el 1% no vive con ninguno de sus padres y el 3% vive con el padrastro o madrastra.

Un 1% de los estudiantes son de nacionalidad venezolana y el 99% pertenecen al corregimiento del Carmen de Nazareth. En un bajo porcentaje (solamente el 3%) de los estudiantes se encuentran en situación de desplazamiento.

Por ser una zona montañosa y de grandes fincas, no da la posibilidad de que lleguen a la institución estudiantes de otros lugares puesto que no encontrarían donde vivir. En su gran mayoría son hijos y familiares de las personas que viven en el corregimiento.

Por su parte, La institución educativa Juan Pablo I fue fundada, mediante Decreto 247 del 7 de abril de 1980, con el nombre de " Escuela Urbana Integrada Juan Pablo I Nº 66 de carácter oficial y funciona en la calle 12 # 0E-81 del barrio Motilones; por Decreto # 00474 de marzo 30 de 1998 fue legalizada la institución nuevamente como Escuela Urbana Integrada Juan Pablo I ; luego se crea el Colegio Básico Juan Pablo I Según Decreto 000970 del 18 de diciembre del 2001; posteriormente por Decreto 000372 del 24 de marzo del 2002 se fusiona el Colegio Juan Pablo I y el colegio Básico La Ermita para formar una sola institución denominada Instituto De Educación Media Técnica Cristo Obrero Paz y Futuro creado, mediante Ordenanza 010 del 26 de julio del 200, además fusionada con la jornada sabatina dominical para la atención del servicio educación básica formal para adultos y está autorizada para iniciar a partir del año 2003 la atención del servicio de educación media técnica.

Por Resolución 00606 del 26 de marzo del 2006, se acepta la propuesta educativa del Instituto De Educación Media Técnica Cristo Obrero Paz y Futuro que funciona en el sector de Camilo Daza y la Ermita, para ofrecer el servicio educativo en los siguientes programas: Jornada Diurna Ordinaria, Jornada Sabatina Dominical semi-presencial.

Mediante Resolución 004239 del 5 de noviembre del 2003, se concede autorización de carácter oficial a la institución educativa Instituto Técnico Cristo Obrero Paz y Futuro. Mediante Decreto 0210 del 28 de mayo del 2004 por el cual se modifica la conformación de unas instituciones educativas, Artículo 5º modifíquese la conformación de la institución educativa Instituto Técnico Cristo Obrero Paz y Futuro del municipio de San José de Cúcuta la cual quedará conformado por los antiguos centros educativos: Instituto De Educación Media Técnica Cristo Obrero, El Colegio Básico La Ermita, La Escuela Padre Álvaro Gutiérrez y la sede Trigal Del Norte. Mediante Decreto 0204 del 28 de mayo del 2004, se crea la institución educativa Juan Pablo I Paz y Futuro como Colegio Juan Pablo I Paz y Futuro; y según Resolución 000844 del 2004 del 23 de noviembre, le concede licencia de funcionamiento y reconocimiento oficial al Instituto Técnico Juan Pablo I Paz y Futuro adscrito al Cadel # 4.

Mediante Resolución 000362 se concede licencia de funcionamiento por reconocimiento oficial al Instituto Técnico Juan Pablo I Paz y Futuro adscrito al Cadel #5. Mediante Decreto 0413 del 2007 del 27 de septiembre, se fusiona al Instituto Técnico Juan Pablo I Paz y Futuro con la sede Instituto Técnico Cristo Obrero. Mediante Decreto 0001461 del 24 de septiembre del

2007, se concede licencia de funcionamiento por reconocimiento de carácter oficial al Instituto Técnico Juan Pablo I Paz y Futuro inscrito al Cadel # 5, por decreto 0063 del 27 de enero del 2010. Se fusiona el Instituto Obrero Paz y Futuro al Instituto Técnico Juan Pablo I Paz y Futuro. Posteriormente según decreto 0163 del 13 de abril del 2010, se deroga el Artículo 2º, 3º 4º, 5º y 6º del decreto 0063 del 27 de enero del 2010 por la cual se desvincula el Instituto Técnico Juan Pablo I Paz y Futuro del Instituto Técnico Cristo Obrero Paz y Futuro.

En el año 2010 en cumplimiento de lineamientos del Ministerio de Educación Nacional, en cuanto a que ninguna institución educativa debía depender de otra, el colegio cambia de nombre por Institución Educativa Juan Pablo I , funciona en la calle 12 # 0E-81 del barrio Motilones, presta servicio a la Comuna # 7, bajo la administración de la rectora, Especialista Carmen Rosa Fernández Mora, con una planta de personal en nómina oficial de 42 docentes, 2 coordinadoras y 2 administrativos en la sede principal.

La Institución Educativa Juan Pablo I cuenta con 3 sedes, la sede B en la que se desarrolla el proyecto de investigación, se encuentra ubicada en la calle 24 Nº 4 – 39 del Barrio Ospina Pérez. Los estudiantes que conforman la comunidad educativa provienen de diferentes barrios vecinos del sector, lo que permite notar la existencia de una gran diversidad de costumbres, y condiciones socioeconómicas.

La mayor parte de familias que conforman la comunidad educativa son de escasos recursos económicos, en su mayoría, los padres de familia se desempeñan como trabajadores de la construcción, oficios varios, u otros trabajos temporales, hecho que afecta considerablemente su sostenimiento; en cuanto al nivel educativo de los padres en la mayoría de los casos es nivel medio o básico, factor que incide directamente con la formación de los estudiantes.

Capítulo II

2. Marco referencial

En este capítulo se presentarán los antecedentes de la investigación afines a la temática a trabajar, así mismo, en el marco teórico se abordarán los conceptos claves a tener en cuenta y finalmente se expondrán las bases legales que sustentan el desarrollo del presente proyecto.

2.1 Antecedentes de la investigación

Dentro de los antecedentes que sustentan el desarrollo de esta propuesta se citan trabajos previos de investigación referidos a la reversibilidad en el pensamiento matemático y la implementación del Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos, con el fin de analizar quién o quiénes han investigado esta problemática e identificar los aportes que puedan dar a la presente propuesta.

2.1.1 A nivel internacional

A nivel internacional, se tomó como referente la tesis realizada por Mora (2012) titulada “La reversibilidad del pensamiento para fortalecer la competencia matemática a través de la resolución de problemas algebraicos, mediante el acompañamiento con estudiantes de secundaria”. Esta investigación presenta una propuesta para favorecer la reversibilidad del pensamiento en la resolución de problemas con el fin de fortalecer esta competencia matemática a través de la orientación y acompañamiento a los estudiantes. La investigación se lleva a cabo a través de la observación en el medio natural, prueba diagnóstica, aplicación de problemas matemáticos de exploración de conocimientos, test de Raven para medir el coeficiente intelectual y un cuestionario a los estudiantes con mayores dificultades basado en preguntas semi-abiertas y semi-cerradas.

En la propuesta de intervención se implementaron 18 sesiones pedagógicas, guías para fortalecer la competencia matemática, enfocadas a la solución de problemas basados la reversibilidad del pensamiento. A manera de conclusión la autora afirma que el bajo rendimiento académico en matemáticas se debe a la poca atención e interés que tienen los estudiantes, a las dificultades que traen de años anteriores y al poco análisis y lógica en la solución de problemas, todo esto, conlleva a la deserción estudiantil en muchos casos.

El aporte de esta investigación al presente proyecto es el abordaje que hace la autora a la reversibilidad del pensamiento en cuanto a la solución de problemas matemáticos en donde refiere los estudios realizados por Piaget en cuanto a la etapa de las operaciones concretas siendo ésta en la que se encuentran los estudiantes a quienes interviene en su propuesta pedagógica.

Chávez (2001) realizó su tesis de maestría titulada “Dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de los problemas matemáticos. Análisis retrospectivo”, motivada en la dificultad de los niños al momento de resolver problemas satisfactoriamente. La investigación se adentra en un análisis retrospectivo de la educación matemática que ha recibido un grupo de estudiantes de grado sexto en los que se logra evidenciar que la educación impartida en los años escolares anteriores no ha sido significativa para ellos. Durante el desarrollo de la investigación, la autora realizó un estudio de observación a la ubicación geográfica a la que pertenecen las estudiantes, entrevistas a padres de familia y docentes de escuelas de primaria, entrevistas a padres de familia y docentes de los estudiantes objeto de estudio y observaciones de campo. Finalmente, las principales conclusiones arrojadas por esta investigación se centran en que el problema de los estudiantes ante la dificultad en la resolución de problemas matemáticos, no radica en el alumno mismo, sino en diversos aspectos que no se tienen en cuenta como: el desconocimiento a la maduración psicogenética de los alumnos, el manejo mecánico de los algoritmos, el uso de situaciones descontextualizadas que no promueven la reflexión y las expectativas socioculturales de los padres de familia.

Esta investigación aporta al presente proyecto en cuanto que aborda la reversibilidad en el pensamiento al tomar como referente los desarrollos del proceso cognitivo de los estudiantes y el proceso evolutivo del conocimiento individual apoyándose en las etapas planteadas por Piaget.

2.1.2 A nivel nacional

En el ámbito nacional, Cano (2014) realizó un trabajo de grado titulado “Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria. Estudio de caso: Institución Educativa Supia”. El propósito de este estudio fue la elaboración de una unidad didáctica con nueve guías, como intervención pedagógica y didáctica, para el aprendizaje de los conceptos básicos de fracción. En la propuesta se aplicó un pre-test y al finalizar, la misma prueba llamada post-test que les permitió evidenciar la efectividad de los recursos y metodología utilizada durante el proceso. Dentro de las conclusiones de este proyecto, destacan la importancia del uso de material concreto y otros recursos lúdicos para abordar las fracciones desde su parte gráfica, lo cual facilita el aprendizaje de las mismas.

Este proyecto aporta a la presente propuesta pedagógica ya que utilizan diferentes herramientas pedagógicas para la enseñanza de las fracciones arrojando resultados positivos.

En el mismo plano nacional, Tibaduiza (2016) desarrolló su tesis de maestría titulada “Enseñanza – aprendizaje de los números fraccionarios en estudiantes del grado quinto”. La investigación realizada con estudiantes de grado quinto de un colegio en Quindío, se basó en el diseño y aplicación de una unidad didáctica integrada por guías con enfoque constructivista donde se incluyen juegos y tic como propuesta para el logro de un aprendizaje significativo de los números fraccionarios. De igual manera, el estudio inicia con un pre-test y finaliza con un post-test que es la misma prueba aplicada inicialmente, en donde, a través de un análisis cuantitativo descriptivo, evidencian que los resultados obtenidos fueron los propuestos en su trabajo de investigación.

El trabajo en el aula se muestra de manera interesante ya que enfatiza no solo en las guías con enfoque constructivista, sino en el uso de juegos y TIC beneficiando y propiciando mejores ambientes de aprendizaje, despertando en los estudiantes interés y motivación por esta temática. Por otra parte, se aborda el papel del docente como promotor, mediador y motivador del aprendizaje, quien además de transmitir conocimientos, plantee situaciones que los lleve a pensar, razonar y obtener un verdadero aprendizaje.

Esta investigación aporta a la presente propuesta ya que, además de ser un tema afín, utiliza la unidad didáctica como herramienta pedagógica empleando juegos para facilitar los procesos.

Continuando con investigaciones nacionales, Caipa, CO: Alianza compartir – Gimnasio Campestre, 2016, realizó el trabajo llamado “Aplicación de procesos metacognitivos en la resolución de problemas en la estructura auditiva con números enteros en estudiantes de quinto grado”, teniendo como principal objetivo determinar los procesos metacognitivos aplicados por los estudiantes de grado quinto al solucionar problemas de la estructura aditiva con números enteros y al mismo tiempo identificar las dificultades de los estudiantes al aplicar los pasos para la resolución de problemas.

Para dicho propósito de estudio, se enmarcó el proyecto en el método de cuatro pasos para resolver problemas de Pólya, cuyos pasos definidos son: 1. Entender el problema., 2. Configurar un plan., 3. Ejecutar un plan., 4. Examinar la solución.

El anterior trabajo aporta a la presente investigación, puesto que permite identificar los pasos del método Pólya, y las bases teóricas que sustentan el mismo.

2.2 Marco teórico

2.2.1 Resolución de problemas

Resolución es el acto y el resultado de resolver. Un problema, es una dificultad, un imprevisto o contratiempo que sucede de manera no controlada. El concepto de resolución de problemas se relaciona con el procedimiento que permite solucionar un percance. Para resolver un problema específico se debe empezar por la identificación del problema como tal. Seguidamente se hace necesario plantear una planificación para desarrollar la acción que busque la solución del problema.

La resolución de problemas matemáticos hace parte fundamental de la formación y educación de los estudiantes que partiendo de los problemas pueden llegar a potenciar sus habilidades en su vida cotidiana por medio de la aplicación de sus soluciones.

Según el Ministerio de Educación Nacional (2006):

> "Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos". (p.52)

Por tanto, un “problema” sería una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. Pero además tiene que ser una cuestión que nos interese, que nos provoque las ganas de resolverla, una tarea a la que estemos dispuestos a dedicarle tiempo y esfuerzos. Como consecuencia de todo ello, una vez resuelta nos proporciona una sensación considerable de placer. Es por ello que el compromiso personal en los problemas, y la importancia que tiene la manera en que se nos presenten para que lo asumamos como tales. Todo ello es de particular interés en la enseñanza, porque de cómo se plantea la cuestión, el contexto en que se sitúe y de la “tecnología” expositiva depende, en un porcentaje muy importante, el que un problema sea totalmente entendido por nuestros estudiantes.

Al respecto Rodríguez (2011) enfoca el problema matemático desde el punto de vista de la información y estructura del problema y como el estudiante se le representa y resuelve. Plantea la concepción del problema matemático como: Una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos; agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas de esos elementos; y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes, para lo cual deberá operar con las 62 condiciones, en el marco de su base de conocimientos y experiencias (p.13)

Para nadie es un secreto la importancia que tiene la resolución de problemas en la matemática. Esta competencia es indispensable para que el estudiante pueda desarrollar procesos y pueda aplicar el sustento teórico y conceptual de las matemáticas, es decir, que no se quede simplemente en el algoritmo, sino que pueda llevar a su contexto y aplicar lo aprendido.

2.2.2 Competencias matemáticas

La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y especiales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral.

El desarrollo de la competencia matemática, implica utilizar en los ámbitos personal y social, los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones. Supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad.

Al respecto el MEN (2006) afirma:

> “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos”.

La competencia matemática se estructura en grandes bloques que denominamos “dimensiones”. Cada una de estas dimensiones agrupa una serie de sub competencias que señalan unos indicadores de evaluación que son las tareas concretas que el alumnado habría de ser capaz de desarrollar para demostrar el dominio de la competencia. Los indicadores nos muestran de forma clara qué debe saber y saber hacer el estudiante.

Las dimensiones son: Cantidad, espacio y forma, cambios, relaciones e incertidumbre y resolución de problemas.

Cantidad: Se incluye en esta dimensión los aspectos relativos al concepto de número, su representación, el significado de las operaciones, las magnitudes numéricas, los cálculos matemáticos y las estimaciones.

Además, los aspectos de comprensión del tamaño relativo, el reconocimiento de pautas numéricas y medida de los objetos de la realidad, así como las tareas de cuantificar y representar numéricamente atributos de esos mismos objetos.

Espacio y forma: Esta dimensión incluye los aspectos relativos al campo geométrico, pero entendidos de una manera integradora y aplicativa, esto es: entender la posición relativa de los objetos; aprender a moverse a través del espacio y a través de las construcciones y las formas; comprender las relaciones entre las formas y las imágenes o representaciones visuales.

Cambios y relaciones e incertidumbre: En esta dimensión incluimos aquellos elementos que pueden describirse mediante relaciones sencillas y que en algún caso pueden ser formuladas por medio de funciones matemáticas elementales. La componente relativa a la incertidumbre está ligada a los datos de azar, dos elementos de objeto de estudio matemático, a los que se responde desde la estadística y la probabilidad respectivamente.

Plantear y resolver problemas: En esta dimensión se incluyen los aspectos relacionados con la llamada resolución de problemas, esto es: traducir las situaciones reales a esquemas o modelos matemáticos; plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas (matemáticos, aplicados, de respuesta abierta, cerrados); resolver diferentes tipos de problemas seleccionando las estrategias adecuadas y comprobando las soluciones obtenidas.

2.2.3 Números fraccionarios

- Origen histórico de las fracciones

Civilización egipcia: Los monumentos y papiros egipcios han suministrado información acerca del conocimiento de ese pueblo relativo a las fracciones y la manera especial de trabajar con ellas.

Utilizaban las fracciones denominadas unitarias (fracciones con denominador 1) como las que figuran a continuación.

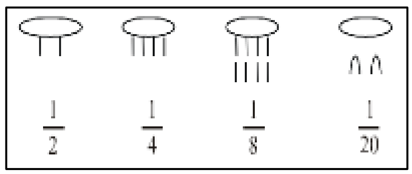


Figura 7. Fracciones – Civilización egipcia. Fuente: https://bit.ly/2GjiCEf

Disponían de un sistema de numeración aditivo de manera que las fracciones de la forma m/n para n impar de 5 a 101 las representan como sumas de fracciones unitarias. El papiro de Rhind representa una lista de fracciones de ese tipo y su descomposición.

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}\ ,\quad \frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\ ,\quad \frac{2}{19}=\frac{1}{12}+\frac{1}{76}+\frac{1}{114}\ ,\quad \frac{2}{101}=\frac{1}{101}+\frac{1}{202}+\frac{1}{303}+\frac{1}{606}$$

Figura 8. Sistema de numeración aditivo – Civilización egipcia. Fuente: https://bit.ly/2GjiCEf

Además conocían las fracciones

$$\frac{2}{3}\ \text{y}\ \frac{3}{5} \qquad \frac{2}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\ ,\quad \frac{3}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$$

Figura 9. Fracciones – Civilización egipcia. Fuente: https://bit.ly/2GjiCEf

Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Prueba de ello son algunas inscripciones, como el papiro de Ahmes, donde figuran problemas relativos a distribución de pan, a la construcción de pirámides, a medidas agrarias.

Civilización Babilónica: La información sobre las fracciones babilónicas se ha obtenido de algunas tablillas encontradas en ciertas excavaciones.

El sistema de numeración babilónica era de base 6º, así que el número 6º cualquier potencia de 6º equivale a 1.

I	II
2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7.30
9	6.40
10	6
12	5
15	4
Tabla 1	

I	II
16	3.45
18	3.20
20	3
24	2.30
25	3.24
27	2.13.20
30	2
32	1.52.30
36	1.40
40	1.30
Tabla 2	

I	II
45	1.20
48	1.15
50	1.12
54	1.60.40
1	1
1.4	56.15
1.12	50
1.15	48
1.20	45
1.21	44.26.40
Tabla 3	

Figura 10. Sistema de numeración – Civilización babilónica. Fuente: https://bit.ly/2GjiCEf

En las tablillas se observa que el producto de un número cualquiera de la columna I y su correspondiente en la columna II es 1, por tanto, cada uno de ellos es el inverso multiplicativo o recíproco del otro.

Por ejemplo: En la tabla 1, figura 4, sexta fila

$$7.30 = 7 \times 60 + 30 = 420 + 30 = 450$$

$$7.30 \times 8 = 450 \times 8 = 3600 = 60^2 = 1$$

$$\frac{7.30}{60^2} = \frac{1}{8}\,, \quad \frac{450}{3600} = \frac{1}{8}$$

Figura 11. Inverso multiplicativo – Civilización babilónica. Fuente: https://bit.ly/2GjiCEf

Civilización griega: De las fracciones, en Grecia se sabe que eran consideradas como razón o relación entre dos enteros. Además, que se representaban de manera diferente según se tratara de fracciones unitarias o fracciones ordinarias de la forma m/n.

Así, para representar fracciones unitarias eran utilizadas letras numeradas (sistema adoptado por los matemáticos de Alejandría en el siglo III A.C) Afectadas por otro acento.

Ejemplo: Signos empleados: las 24 letras del alfabeto griego clásico, más tres letras antiguas: F(digamma), ϟ (Copa), $\sigma\pi$ (sampi: $\sigma + \pi$)

Todas estas letras van seguidas de acento <<´>> para que no se confundan con las letras que sirven para escribir palabras: Tenemos así:

Unidades	Decenas	Centenas
$\alpha' = 1$	$\tau' = 10$	$\rho' = 100$
$\beta' = 2$	K'=20	$\sigma' = 200$
$\gamma' = 3$	$\lambda' = 30$	$\tau' = 300$
$\delta' = 4$	$\mu' = 40$	$u' = 400$
$\varepsilon' = 5$	$\nu' = 50$	$\varphi' = 500$
$F' = 6$	$\xi = 60$	$\chi' = 600$
$\zeta' = 7$	$o' = 70$	$\psi' = 700$
$\eta' = 8$	$\pi' = 80$	$\omega' = 800$
$\theta' = 9$	ϟ' = 90	$\sigma\pi' = 900$

Figura 12. Letras numeradas – Civilización griega. Fuente: https://bit.ly/2GjiCEf

Para los millares, se utilizan las letras de las unidades simples situando el acento en la parte inferior izquierda de la letra: α = 1000, β = 2000, etc. Hasta Θ = 9000

Sin embargo, en tiempos de Herón de Alejandría y posteriores a él, se utilizaban la suma de fracciones unitarias, a la manera de los egipcios, para expresar el resultado obtenido al dividir dos números enteros.

Civilización Árabe: Fueron los árabes quienes introdujeron el uso de la línea vertical y horizontal al simbolizar las fracciones. Al estudiar el libro, A.S Saidan afirmó: “la idea más notable de esta obra es la fracción decimal. Al Uqlidisi usa las fracciones decimales como tales, aprecia la importancia de un signo decimal y sugiere uno bueno”. (Reflexiones acerca de las fracciones, Grupo de Estudio e Investigación en Educación “GEMAT”, p.5)

Civilización India: Los hindúes establecieron reglas para efectuar operaciones con fracciones. Inicialmente Aryabhatese realizó trabajos en ese sentido y después, en el siglo VII, Bramagupta. Pero las reglas que en la actualidad se emplean al operar con fracciones están basadas en las obras de Mahavira del siglo IX y de Bháskara del siglo XII. (Reflexiones acerca de las fracciones, Grupo de Estudio e Investigación en Educación “GEMAT”, p.5)

- **Concepto de fracción**

Definición y elementos de una fracción

Una fracción expresa un valor numérico. Se sabe que los números naturales expresan cantidades referidas a objetos enteros, las fracciones expresan cantidades en las que los objetos están partidos en partes iguales.

Una fracción es el cociente de dos números. Es decir, es una división sin realizar.

Los elementos que forman la fracción son:

- El numerador: Es el número de arriba, indicas las partes que tenemos.
- El denominador: Es el número de abajo, indica el número de partes en que dividimos a cada unidad.
- La raya o fracción: Es una raya horizontal que los separa.

Figura 13. Elementos de una fracción y su representación. Fuente: https://bit.ly/2I9cil3

El valor de una fracción: Puesto que una fracción representa una división, para saber cuál es el valor de una fracción deberíamos realizar esa división. No obstante podemos apreciar el valor de una fracción si nos fijamos en su numerador y su denominador.

Si el numerador es más pequeño que el denominador, entonces la fracción vale menos que uno.

Si el numerador es igual al denominador, entonces la fracción vale uno.

Si el numerador es mayor que el denominador, entonces la fracción vale más que uno.

Su valor será más grande cuanto mayor tenga el numerador, y será más pequeño cuanto mayor tenga el denominador.

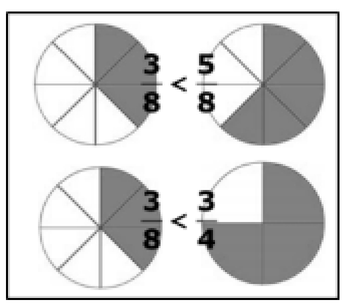


Figura 14. Comparación de fracciones. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Pasar una fracción a un decimal: Para pasar una fracción a un número decimal se divide el numerador entre el denominador.

- Hay divisiones cuyo resultado es un número natural.

- Otras divisiones su resultado es un número decimal con algunas cifras decimales.

- Otras divisiones su resultado es un decimal periódico, que tiene un grupo de cifras decimales que se repiten y por muchas cifras decimales que saquemos no se llega a tener residuo cero.

$$\frac{12}{4} = 12 : 4 = 3$$

$$\frac{42}{8} = 42 : 8 = 5{,}25$$

$$\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2{,}333333\ldots$$

Figura 15. De fracción a decimal. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Pasar un decimal a fracción: Para escribir un número decimal a fracción no periódico en forma de fracción se pone de numerador el número sin la coma y de denominador el 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el número decimal.

$$0{,}047 = \frac{47}{1000}$$

$$3{,}21 = \frac{321}{100}$$

Figura 16. De decimal a fracción. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

- Fracciones equivalentes: Una fracción representa una división, sabemos que hay diversas divisiones que dan el mismo resultado, valen lo mismo. Las fracciones equivalentes tienen distinto numerador y denominador, pero valen lo mismo. Cada fracción tiene infinitas fracciones equivalentes a ella. Para obtener otra fracción equivalente a una dada nos basta con multiplicar o dividir sus términos por el mismo número.

Un número racional es todo valor que puede ser expresado mediante una fracción. Todas las fracciones equivalentes entre si expresan el mismo número racional.

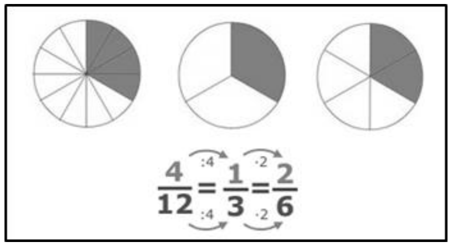


Figura 17. Fracciones equivalentes. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Productos cruzados: Para comprobar si dos fracciones son equivalentes o no, el método más fácil es el de los productos cruzados. Multiplicamos sus términos en cruz: el producto del numerador de una fracción por el denominador de la otra ha de dar lo mismo en ambos casos.

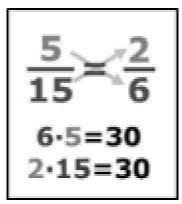


Figura 18. Fracciones equivalentes – productos cruzados. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

- Simplificar una fracción: Todas las fracciones entre si representan el mismo valor. Por tanto, nos interesa emplear la fracción más simple, ésa será la que tenga el numerador y denominador más pequeños. A esa fracción se le llama fracción irreducible porque ya no se puede reducir más. Si se multiplica o se divide al numerador y denominador por el mismo número obtenemos otra fracción equivalente.

Para simplificar una fracción debemos buscar un número que sea divisor del numerador y del denominador para dividirlo por él.

Interesa dividir por el número mayor posible, ese número es el máximo común divisor de ambos, así, de una sola vez, habremos llegado a la fracción irreducible.

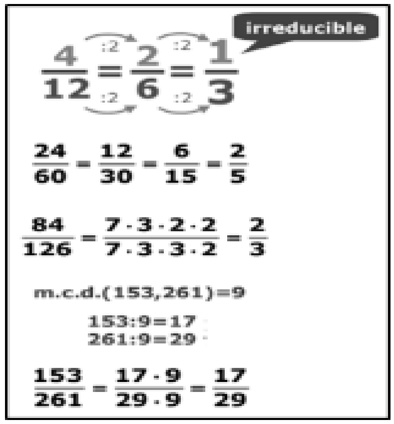


Figura 19. Simplificación de fracciones. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

- Operaciones con fracciones: No es lo mismo tener mitades que tener tercios. Cuando sumamos lo hacemos de elementos homogéneos, tienen que ser cantidades de la misma cosa. Para sumar o restar fracciones es necesario que tengan todos los mismos denominadores. Para pasar fracciones a común denominador el método más adecuado es el del mínimo común múltiplo de los denominadores. Se siguen estos pasos:

1. Se busca el mínimo común múltiplo de los denominadores y se pone de denominador de cada una.

2. Para hallar cada uno de los nuevos numeradores se divide ese número por el denominador de la fracción y se multiplica por su numerador.

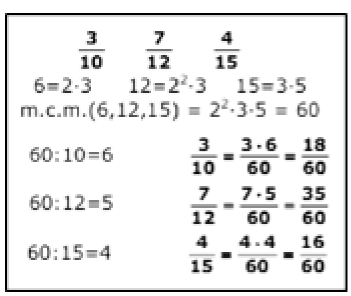


Figura 20. Mínimo Común Múltiplo para fracciones heterogéneas. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Suma de fracciones: Para sumar fracciones es necesario que tengan todos los mismos denominadores. Si ya tienen igual denominador se pueden sumar directamente. El denominador será el mismo y el numerador será la suma de los numeradores.

Si las fracciones tienen distintos denominadores se pasan a un común denominador, es decir, se cambian por otras equivalentes a ellas, pero con el mismo denominador todas, y ya se pueden sumar.

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}= \qquad \text{m.c.m.}(3,5,6)=30$$

$$\frac{18}{30}+\frac{20}{30}-\frac{5}{30}=\frac{18+20-5}{30}=$$

$$=\frac{33}{30}=\frac{11}{10}$$

Figura 21. Suma de fracciones heterogéneas. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Suma y resta de fracciones: Cuando tenemos juntas sumas y restas seguimos el mismo proceso que si tuviéramos solamente sumas:

- Se ponen todas con el mismo denominador.

- Se escribe otra fracción con el mismo denominador y el numerador la suma o resta de los numeradores.

- Se simplifica la fracción resultante si se puede.

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}= \qquad \text{m.c.m.}(3,5,6)=30$$

$$\frac{18}{30}+\frac{20}{30}-\frac{5}{30}=\frac{18+20-5}{30}=$$

$$=\frac{33}{30}=\frac{11}{10}$$

Figura 22. Suma y resta de fracciones heterogéneas. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Multiplicación de fracciones: para multiplicar fracciones no hace falta pasarlas a común denominador, se multiplican directamente.

- Multiplicamos los numeradores y lo ponemos de numerador, multiplicamos sus denominadores y lo ponemos de denominador.

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 7} = \frac{15}{56}$$

Figura 23. Multiplicación de fracciones. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

Fracción inversa de una fracción: La inversa de una fracción es otra fracción que al ser multiplicada por ella da la fracción unidad.

- La fracción que tiene el numerador y el denominador intercambiados respecto de ella, es su fracción inversa.

Lógicamente, si una fracción es inversa de otra, también son sus inversas todas las equivalentes a esa. La fracción de valor cero es la única que no tiene inversa.

$$\frac{5}{9} \text{ inversas } \frac{9}{5}$$

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{5 \cdot 9}{9 \cdot 5} = 1$$

Figura 24. Inversa de una fracción. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

División de fracciones: Dividir una fracción por otra es lo mismo que multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda fracción. Una fracción se puede dividir por cualquier otra, menos por la fracción cero.

$$\frac{7}{2} : \frac{5}{9} = \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{5} = \frac{63}{10}$$

$$\frac{7}{2} : \frac{5}{9} = \frac{7 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{63}{10}$$

Figura 25. División de fracciones. Fuente: http://bit.ly/2I9cil3

2.2.4 Estrategia pedagógica

En el contexto educativo actual, se dan múltiples interpretaciones o formas de comprender, planificar y aplicar el concepto de estrategia de manera errada, se confunde estrategia con actividad, herramienta y metodología. En una estrategia no hay improvisación, casualidad, por el contrario, para que exista la aplicación de una estrategia es importante la planificación con una intención determinada y unos resultados.

En estos términos, Picardo Joao & Balmore Pacheco (2016) afirman:

> "Una estrategia pedagógica es un sistema de acciones que se realizan con un ordenamiento lógico y coherente en función del cumplimiento de objetivos educacionales. Es decir, constituye cualquier método o actividad planificada que mejore el aprendizaje profesional y facilite el crecimiento personal del estudiante". (p.161)

Lo anterior afirma que los docentes deben implementar las estrategias de una manera ordenada y planeada y que por ningún motivo debe ser improvisada. La planeación de éstas permitirá mantener un orden y un objetivo claro en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Una estrategia mal implementada puede ser un error muy grave en la práctica pedagógica.

Por otro lado, Martínez (2014) afirma:

> "La planeación educativa es un proceso complejo que adquiere importancia en la definición de: objetivos, contenidos, metodología y evaluación, así como la participación conjunta de todos los participantes, puesto que se convierte en un núcleo de participación a conocimientos y aportaciones sobre la educación, con esto es necesario crear una metodología que demande la aplicación de técnicas, herramientas y dinámicas, que posibiliten la adquisición de conocimientos de forma atractiva para los estudiantes y permitan la asimilación de contenidos de forma significativa.

> Estas estrategias quedan definidas como ideas y conductas que permitan alcanzar metas, debido a que simbolizan la organización del proceso enseñanza – aprendizaje, para el logro de objetivos, los cuales deben satisfacer necesidades escolares y culturales sin dejar de considerar que deben estimular la iniciativa y la responsabilidad social entre los sujetos para promover la investigación, la innovación científica y la tecnológica" (p. 2).

De esta manera, es importante tener en cuenta que las estrategias que se seleccionen para trabajar con los estudiantes, deben responder a las necesidades que éstos tengan para lograr su aproximación al conocimiento, donde el aprendizaje no solo sea repetitivo y memorístico, sino que le brinde herramientas útiles en su desarrollo escolar y el de su proyecto de vida.

2.2.5 Reversibilidad. Jean Piaget

Jean Piaget (1896-1980), psicólogo suizo, planteó la teoría del desarrollo cognitivo donde explica cómo los niños construyen modelos mentales del mundo que los rodea. El objetivo de esta teoría es explicar los procesos y mecanismos que utilizan desde temprana edad para razonar, pensar y actuar en cada una de las etapas evolutivas.

De esta forma, Piaget afirma que las capacidades mentales se desarrollan a medida que el cuerpo humano evoluciona desde la niñez, descritas a través de fases cualitativamente diferentes entre sí. Plantea el conocimiento como un proceso que se va construyendo desde temprana edad, considerando que el niño es protagonista de su propio aprendizaje, a su propio ritmo, donde el pensamiento y la inteligencia son procesos cognitivos que se van desarrollando a medida que van alcanzando la madurez y el crecimiento biológico. (Las 4 etapas del desarrollo cognitivo de Jean Piaget, Triglia, 2016)

Piaget describió el desarrollo cognitivo a partir de una serie de etapas, desde la infancia a la adolescencia, donde en cada una de ellas la mente del niño va desarrollando una forma nueva de operar, desde lo sensorio motriz hasta las operaciones formales. (Morata, 2007)

Estas cuatro etapas del desarrollo cognitivo son:

- Sensorio motor: va desde el nacimiento hasta los 2 años. En esta etapa el niño hace uso de sus capacidades sensoras y motoras para explorar y conocer el medio que le rodea. En este periodo no hay pensamiento conceptual o reflexivo.

- Pre operacional: va desde los 2 años hasta los 7 años. En esta etapa los niños empiezan a usar símbolos, incluyendo el lenguaje, para entender el mundo desde su propia perspectiva. Responden a eventos y objetos según lo que parecen ser.

- Operaciones concretas: va de los 7 hasta los 11 años. En esta etapa es donde los niños empiezan a pensar lógicamente. Ya no interpretan las experiencias intuitivamente, sino que entienden y aplican operaciones lógicas interpretando objetiva y racionalmente las situaciones de su entorno.

- Operaciones formales: va de los 11 años en adelante. En esta etapa empiezan a pensar acerca del pensamiento, siendo éste sistemático y abstracto.

Ahora bien, En la etapa de las operaciones concretas (de 7 a 11 años), Según Piaget, es donde el niño adquiere la capacidad de ordenar y relacionar las experiencias como un todo, considerando varios puntos de vista, puede clasificar y conceptualizar realizando operaciones mentales de seriación, combinatoria, reversibilidad, asociatividad. (Piaget y las cuatro etapas del desarrollo cognitivo, Vergara, 2017)

Dentro del pensamiento lógico operatorio, se establecen dos propiedades. Una de ellas es el principio de reversibilidad donde el estudiante puede revertir su pensamiento o acción apareciendo allí las operaciones matemáticas.

Según Piaget (1984) “la reversibilidad es la característica más definida de la inteligencia” ya que, si el pensamiento es reversible, puede seguir el curso del razonamiento hasta el punto del cual partió.

La reversibilidad, esquema en el que se basa esta propuesta, es la capacidad de vincular un hecho o pensamiento con un sistema total de partes relacionadas entre sí a fin de considerar un hecho desde su comienzo hasta su fin o viceversa. Cualquier operación lógica es reversible. No puede haber inteligencia lógica sin pensamiento reversible.

La reversibilidad en el pensamiento hace referencia a que el estudiante tenga la capacidad de volver a una situación inicial cuando se realiza una acción física o metal en un sentido o en el contrario. Es decir, que a partir de un resultado pueda deducir los datos o llegar a la situación planteada inicialmente. En otras palabras, es lograr que el estudiante desarrolle su capacidad lógica en el momento de darle solución a una situación problema partiendo del resultado, logrando descifrar los pasos necesarios para llegar a la comprensión y solución de la situación inicial.

La reversibilidad no solo es aplicable a la matemática, sino también a otras áreas de estudio. Su importancia se basa en la adquisición de un pensamiento lógico que le permita a los educandos resolver diferentes situaciones del contexto y de la vida diaria.

2.2.6 Método Pólya

Para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleve necesariamente a la resolución del problema.

Es evidente que existen personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación parecida, que suelen ser las que aplican toda una serie de métodos y mecanismos que pueden ser especialmente indicados para abordar los problemas.

Como ha planteado Delgado (1999), la historia de la resolución de problemas matemáticos puede dividirse en dos grandes etapas, delimitadas por la aparición de los primeros trabajos de G. Pólya en 1945.

La formulación que hizo Pólya (1945) de las cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores:

Paso 1. Comprender el problema: parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es muy importante, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática.

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)
- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

Paso 2. Trazar un plan para resolverlo: Hay que plantear el problema de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.

- ¿Éste problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma? (plantear el problema de otra forma supone una mayor comprensión del enunciado y puede facilitar su resolución porque después se puede ver más sencillo)
- Imaginar un problema parecido, pero más sencillo.

- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿Cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace un plan?

Paso 3. Poner en práctica el plan: También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanismo. Se debe tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿Qué se consigue con esto? (no se trata de hacer cálculos por hacer algo, hay que hacer cálculos que lleven a la solución)
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para que se hace. (El expresar el proceso de resolución: a) Aumenta la comprensión del problema. b) Permite repasar o recorrer el camino desde el principio al fin. c) Ayuda a controlar la resolución del problema porque todo está delante de quien lo resuelve. d) Facilita la valoración del profesor puesto que es posible analizar los procesos y no solo los resultados).
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

Paso 4. Comprobar los resultados: Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.

- Debemos fijarnos en la solución ¿Parece lógicamente posible?
- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Todo lo anterior implica que para solucionar un problema se debe comprender, analizar, resolver y evaluar la solución. Para Pólya (1990) "un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata".

De los anteriores planteamientos se deduce que si como docentes desarrollamos en nuestros estudiantes la competencia para solucionar problemas los estamos llevando al campo de la reflexión, la imaginación, la creatividad y la autonomía no solo en el área de matemáticas sino en todo su contexto de cotidianidad.

2.2.7 Entorno virtual

Un entorno virtual es un conjunto de herramientas informáticas que posibilitan la interacción didáctica de manera que el alumno pueda llevar a cabo las labores propias de trabajar en equipo. Permite la retroalimentación orientador – participante sin tener que coincidir con el tiempo ni por su puesto en los mismos espacios físicos. El entorno de aprendizaje virtual puede potenciar las habilidades del individuo como autodidacta de su propio aprendizaje, facilita el construir, desarrollar herramientas que permitan mejorar los entornos virtuales de aprendizaje que es el objetivo principal del desarrollo de las TIC (Blog aula 1, Fuente: https://bit.ly/2KrDZpy).

Por otro lado, un entono virtual de aprendizaje es un espacio educativo alojado en la web, un conjunto de herramientas informáticas que posibilitan la interacción didáctica de manera que el alumno pueda llevar a cabo las labores propias de la docencia como son; leer documentos, realizar ejercicios, formular preguntas, trabajar en equipo. Todo ellos de forma simulada sin que medie una interacción física entre docentes y alumnos. La funcionalidad de un entorno virtual de aprendizaje es la de ser un repositorio de documentos, un lugar para poner a disposición de los alumnos todo tipo de documentos y también blogs con enlaces a otros sitios de contenido (Blog aula 1, Fuente: https://bit.ly/2KrDZpy).

Coll (2007) en su ponencia TIC y prácticas educativas: “Realidades y expectativas en Madrid”, expone acerca del impacto que tienen las TIC en la educación formal y los efectos de la incorporación de ordenadores, dispositivos y redes digitales en el aprendizaje.

“…la penetración de las TIC en los centros educativos y en las aulas es aún limitada y su incorporación está encontrando más dificultades de las previstas; y por otra parte, su capacidad efectiva para transformar las dinámicas de trabajo de profesores y estudiantes en los centros y los procesos de enseñanza y aprendizaje en la aulas está por lo general, y con las excepciones de rigor, muy por debajo del potencial transformador e innovador que habitualmente se atribuye a las TIC. Esta constatación, sin embargo, no debe llevarnos a rebajar las expectativas depositadas en el potencial de las TIC para innovar y transformar la educación y la enseñanza y para promover y mejorar el aprendizaje…” (Coll, 2007, p.2)

Yanes (2007) planeta que la llegada de la tecnología a Latinoamérica ha generado un interés por incluir en las prácticas educativas las TIC. Esto ha implicado la adecuación de las aulas con equipos conectados a Internet, capacitación docente y adaptaciones curriculares. El centro de este aprendizaje mediado por las TIC está centrado en la persona que aprende, él es quien por sí mismo accede al conocimiento y por ende el rol de maestro.

El maestro cambia radicalmente, pasa de ser un transmisor a ser un orientador de procesos en donde apoya el desarrollo de las habilidades y no el acceso a la información o al conocimiento porque este rol ya lo asume en cierto modo la tecnología.

También es importante resaltar que los docentes del siglo XXI deben estar actualizados en nuevas prácticas pedagógicas y estas necesariamente involucran las nuevas tecnologías.

En cuanto a la capacitación docente, Lugo (2010) afirma:

> “La capacitación docente debe orientarse hacia la adquisición de competencias pedagógicas que integren tecnologías, y se requiere creatividad para implementar estrategias alternativas a los cursos…El recurso más escaso no es lo económico. En la mayoría de los casos es siempre la experiencia, tanto en los países que recién empiezan como en los que van en la delantera, y tanto en los niveles de decisión política como en las escuelas. (Lugo, 2010, p.6)

2.3 Marco legal

Constitución Política de Colombia

Título II: de los derechos, las garantías y deberes, **Capítulo II:** de los derechos sociales, económicos y culturales.

Artículo 44. Constitución política de Colombia (1991).

Este artículo relaciona los derechos fundamentales de los niños, quienes gozan de especial protección y tienen un espacio dedicado exclusivamente a éstos. Con este artículo, se brinda especial garantía para que los niños se desarrollen en un ambiente de total seguridad al comprometer a la familia, el estado y la sociedad para que garanticen el disfrute y respeto de estos beneficios. Dentro de este artículo, podemos resaltar un aspecto particular que nos permite referirlo dentro del marco normativo (Constitución política de Colombia, p.21):

> "Son derechos fundamentales de los niños: la vida, la integridad física, la salud y la seguridad social, la alimentación equilibrada, su nombre y nacionalidad, tener una familia y no ser separados de ella, el cuidado y amor, la educación y la cultura, la recreación y la libre expresión de su opinión. Serán protegidos contra toda forma de abandono, violencia física o moral, secuestro, venta, abuso sexual, explotación laboral o económica y trabajos riesgosos. Gozarán también de los demás derechos consagrados en la Constitución, en las leyes y en los tratados internacionales ratificados por Colombia. La familia, la sociedad y el Estado tienen la obligación de asistir y proteger al niño para garantizar su desarrollo armónico e integral y el ejercicio pleno de sus derechos. Cualquier persona puede exigir de la autoridad competente su cumplimiento y la sanción de los infractores. Los derechos de los niños prevalecen sobre los derechos de los demás."

Artículo 67. Constitución política de Colombia (1991).

Este artículo muestra y desarrolla la importancia que tiene la educación de sus nacionales para el Estado, igualmente señala la educación como un derecho que cumple una función social a cargo del Estado y prestado como un servicio público.

Con la aplicación de este artículo se busca el desarrollo de las personas en todos los aspectos de la vida, a nivel cultural, científico y social, en aras de conseguir una mejor convivencia, cerrar la brecha social y avanzar hacia el progreso individual y colectivo. El espíritu de este artículo nos permite incluirlo en nuestro marco normativo por lo que se refiere a continuación (Constitución política de Colombia, p.29):

> "La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respecto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del medio ambiente.
> El estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones

> del estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos. Corresponde al estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo. La Nación y las entidades territoriales participaran en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la constitución y la ley".

Para el presente proyecto es fundamental el aporte que nos da la constitución política de Colombia en el marco de la gratuidad de la educación y el derecho que tienen todos los colombianos de recibirla. Por otro lado, da un sustento legal a los procesos de investigación en ciencia y cultura ya que es una forma de motivar tanto a maestros y estudiantes de practicar la investigación en beneficio de la sociedad colombiana.

Artículo 70. Constitución política de Colombia (1991)

> "El Estado tiene el deber de promover y fomentar el acceso a la cultura de todos los colombianos en igualdad de oportunidades, por medio de la educación permanente y la enseñanza científica, técnica, artística y profesional en todas las etapas del proceso de creación de la identidad nacional. La cultura en sus diversas manifestaciones es fundamento de la nacionalidad. El estado reconoce la igualdad y dignidad de todas las que conviven en el país. El estado promoverá la investigación, la ciencia, el desarrollo y la difusión de los valores culturales de la nación" (p. 30).

Artículo 71. Constitución política de Colombia (1991)

> "La búsqueda del conocimiento y la expresión artística son libres. Los planes de desarrollo económico y social incluirán el fenómeno de las ciencias y, en general, a la cultura. El Estado creará incentivos para personas e instituciones que desarrollen y fomenten la ciencia y la tecnología y las demás manifestaciones culturales y ofrecerá estímulos especiales a personas e instituciones que ejerzan estas actividades" (p. 31).

Ley 115 del 8 de febrero de 1994

Ley General de Educación

Titulo I. Disposiciones preliminares.

Artículo 5.

Este artículo desarrolla el artículo 67 de la Constitución Política y crea 13 numerales nombrándolos como fines.

El primer fin hace referencia al pleno desarrollo de la personalidad sin perjudicar los derechos de los demás respetando la dignidad humana y conservando todos los valores humanos. Así mismo, se desarrollan los 13 fines de la educación que integran este artículo, los cuales se pueden tomar como la guía de formación y los canales para adecuar conductas humanas basadas en el respeto por la dignidad humana, con el objeto de conseguir seres humanos con la capacidad de producir conocimiento y tener comportamientos respetables dentro y fuera de su país. Destacamos el numeral 5 de este artículo que su texto nos permite describirlo en nuestro marco teórico, ya que permite por su sencillez encontrar la forma de mejorar los procesos de aprendizaje y brinda la libertad académica para desarrollar procesos que permitan la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

> Fines de la educación. De conformidad con el artículo 67 de la constitución política, la educación se desarrollará atendiendo los siguientes fines:
> 5. “La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber”.

Título II. Estructura del servicio educativo.

Capítulo 1. Sección tercera.

Artículo 20.

Objetivos generales de la educación básica. Son objetivos generales de la educación básica.

a) Propiciar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo.

c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

d) Fomentar el interés y el desarrollo de actitudes hacia la práctica investigativa.

Artículo 21.

Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria. Los cinco (5) primeros grados de la educación básica que constituyen el ciclo de primaria, tendrán como objetivos específicos los siguientes:

e) El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos.

Artículo 22.

c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos métricos, lógicos, analíticos de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

f) La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

Capítulo IV. Educación campesina y rural.

Artículo 64.

Fomento de la educación campesina. Con el fin de hacer efectivos los propósitos de los artículos 64 y 65 de la constitución política, el gobierno nacional y las entidades territoriales promoverán un servicio de educación campesina y rural, formal e informal, con sujeción a los planes de desarrollo respectivos.

El aporte de la ley general de educación al presente proyecto enfatiza la importancia de los procesos de investigación en el campo de la tecnología, la ciencia y la cultura y en el desarrollo de los estudiantes en capacidades críticas, creativas y reflexivas que ayudaran a la construcción de conocimiento y de una mejor calidad de educación.

Ley 715 de 2001 título II. Estándares MEN

"Por lo cual se dictan normas orgánicas en materia de recursos y competencias de conformidad con los artículos 151, 288,356, 357(acto legislativo 01 de 2001) de la constitución política y se dictan otras disposiciones para organizar la prestación de los servicios de educación y salud entre otros."

De esta norma se hace referencia al título II, sector educación.

Artículo 5.

> "Competencias de la Nación en materia de educación, sin perjuicio de las establecidas en otras normas legales, corresponde a la nación ejercer las siguientes competencias relacionadas con la prestación del servicio público de la educación en sus niveles prescolar básico y media en el área urbana y rural."

A continuación, desarrolla una serie de numerales donde formula y señala, políticas, objetivos, y define puntualmente las competencias de la nación en materia de educación a nivel directivo, logístico y talento humano docente.

Artículo 14. Decreto 1860 del /94 del Ministerio de Educación Nacional

Por la cual se reglamenta parcialmente la ley 115 del 94 en aspectos pedagógicos y organizativos generales.

Aplica para todos los establecimientos educativos en general, públicos y privados, señala que este decreto deberá interpretarse en atención a que el educando es el centro del proceso educativo y que el objetivo es lograr el cumplimiento de los fines de la educación.

Para el principal interés referimos el artículo 14 del presente decreto:

> Art 14 contenido del Proyecto Educativo Institucional. “Todo establecimiento educativo debe elaborar y poner en practica con la participación de la comunidad educativa un proyecto educativo institucional que exprese la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la ley teniendo en cuenta las condiciones sociales, económicas y culturales de su medio.”
> Para lograr la formación integral de los educandos deben contener por lo menos los siguientes aspectos
> 1.- Los principios y fundamentos que orientan la acción de la comunidad educativa en la institución.
> 2.- El análisis de la situación institucional que permita la identificación de problemas y sus orígenes.
> 3.- Los objetivos generales del proyecto.
> 4.- La estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos.
> 5.- La organización de los planes de estudio y la definición de los criterios para la evaluación del rendimiento del educando.
> 6.- Las acciones pedagógicas relacionadas con la educación para el ejercicio de la democracia, para la educación sexual, para el uso del tiempo libre, para el aprovechamiento y conservación del ambiente, y en general, para los valores humanos.
> 7.- El reglamento o manual de convivencia y el reglamento para docentes.
> 8.- Los órganos, funciones y forma de integración del Gobierno Escolar.
> 9.- El sistema de matrículas y pensiones que incluya la definición de los pagos que corresponda hacer a los usuarios del servicio y en el caso de los establecimientos privados, el contrato de renovación de matrícula.

10.- Los procedimientos para relacionarse con otras organizaciones sociales, tales como los medios de comunicación masiva, las agremiaciones, los sindicatos y las instituciones comunitarias.
11.- La evaluación de los recursos humanos, físicos, económicos y tecnológicos disponibles y previstos para el futuro con el fin de realizar el proyecto.
12.- Las estrategias para articular la institución educativa con las expresiones culturales locales y regionales.
13.- Los criterios de organización administrativa y de evaluación de la gestión.
14.- Los programas educativos de carácter no formal e informal que ofrezca el establecimiento, en desarrollo de los objetivos generales de la institución.

Así mismo, dentro de este decreto, se resalta el estudio del artículo 36 que permite asociar y desarrollar el proyecto dentro del espíritu del presente artículo por lo cual es necesario citarlo:

Artículo 36. PROYECTOS PEDAGOGICOS.

"El proyecto pedagógico es una actividad dentro del plan de estudios que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno. Cumple la función de correlacionar, integrar y hacer activos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores logrados en el desarrollo de diversas áreas, así como de la experiencia acumulada. La enseñanza prevista en el artículo 14 de la ley 115 de 1994, se cumplirá bajo la modalidad de proyectos pedagógicos. Los proyectos pedagógicos también podrán estar orientados al diseño y elaboración de un producto, al aprovechamiento de un material equipo, a la adquisición de dominio sobre una técnica o tecnología, a la solución de un caso de la vida académica, social, política o económica y en general, al desarrollo de intereses de los educandos que promuevan su espíritu investigativo y cualquier otro propósito que cumpla los fines y objetivos en el proyecto educativo institucional. La intensidad horaria y la duración de los proyectos pedagógicos se definirán en el respectivo plan de estudios."

Estudiando el sentido del anterior artículo, no solo permite desarrollar proyectos pedagógicos dentro del plan de estudios, sino que sirve como guía para ellos, igualmente, muestra las habilidades y destrezas que puede obtener el educando en las diferentes áreas.

Decreto 1290 de 2009

Este decreto reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Lo integran 19 artículos que describen los aspectos a tener en cuenta en estos casos.

Por otra parte, muestra las obligaciones y los derechos que les asisten a todos los que participan en el sistema educativo colombiano, como son los educandos, los docentes, las instituciones educativas, los padres de familia y el ministerio de educación. Igualmente, reglamenta los criterios de evaluación para la promoción de los estudiantes en cada uno de sus grados, así como la promoción anticipada de grado.

El estudio de este decreto, permite acercarse a la realidad jurídica y normativa de los procesos de evaluación, calificación de deberes y responsabilidades de la comunidad educativa.

Lineamientos curriculares para el área de matemáticas.

Los lineamientos buscan fomentar el estudio de la fundamentación pedagógica de las disciplinas, el intercambio de experiencias en el contexto de los Proyectos Educativos Institucionales. Los mejores lineamientos serán aquellos que propicien la creatividad, el trabajo solidario en los microcentros o grupos de estudio, el incremento de la autonomía y fomenten en la escuela la investigación, la innovación y la mejor formación de los colombianos. (Ministerio de Educación Nacional, serie lineamientos curriculares, p. 3).

En la actualidad, el papel de la filosofía continua siendo, desde luego, dar cuenta de la naturaleza de las matemáticas, pero desde perspectivas mucho más amplias que las planteadas por las escuelas filosóficas mencionadas, perspectivas que tienen en cuenta tantos aspectos externos – la historia, la génesis y la práctica de las matemáticas -, como aspectos internos, el ser (ontología) y el conocer (epistemología). (Ministerio de Educación Nacional, serie lineamientos curriculares, p. 12).

Con respecto a lo anterior, Guzmán (1993) afirma:

> “La filosofía de la matemática actual ha dejado de preocuparse tan insistentemente como en la primera mitad del siglo sobre los problemas de fundamentación de la matemática, especialmente tras los resultados de Godel a comienzo de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasi empírico de la actividad matemática (Lakatos (1976)), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de las matemáticas en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder), considerando la matemática como un subsistema cultural con características en gran parte comunes a otros sistemas semejantes. Tales cambios en lo hondo del entender y del sentir mismo de los matemáticos sobre su propio quehacer vienen provocando, de forma más o menos consiente, fluctuaciones importantes en las consideraciones sobre lo que la enseñanza matemática debe ser”

La importancia de los orígenes de las matemáticas, el contexto en el que se desenvuelven los estudiantes, las nuevas maneras de enseñarla, la articulación con otras materias y la aplicación de nuevos métodos para la resolución de problemas son elementos que se deben tener en cuenta al momento de organizar y darle vida a un currículo, ya que, si integramos todos estos aspectos, se podrá conformar un currículo actualizado y que cumpla con las expectativas de los estudiantes.

Estándares básicos de aprendizaje. Ministerio de Educación Nacional (2006)

La formulación de estándares básicos de competencias, cuyo punto de partida fueron los lineamientos, se une a esta tarea el Ministerio de por establecer unos referentes comunes que, al precisar los niveles de calidad a los que tienen derecho los niños, niñas y jóvenes de nuestro país – independientemente de la región a la cual pertenezcan – orientan la búsqueda de la calidad de la educación por parte de todo el sistema educativo (Ministerio Educación, secretarias, instituciones, actores escolares). (Estándares básicos de competencias, 2006, p.11)

En este orden de ideas, los estándares básicos de competencias constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y adolecente debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo y la evaluación externa e interna, es el instrumento por excelencia para saber qué tan lejos o tan cerca se está de alcanzar la calidad establecida en los estándares.

Los estándares básicos de competencias en matemáticas seleccionan algunos de los niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas con los cinco tipos de pensamiento matemático; numérico, espacial, métrico, aleatorio y Variacional.

Los estándares se distribuyen en cinco conjuntos de grados (primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno, decimo a once) para dar mayor flexibilidad a la distribución de las actividades dentro del tiempo escolar y para apoyar al docente en la organización de ambientes y situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo que estimulen a los estudiantes a superar a lo largo de dichos grados los niveles de competencia respectivos y, ojalá, a ir mucho más allá de lo especificado en los estándares de ese conjunto de datos.(Estándares básicos de competencias, 2006, p. 76)

Capítulo III

3. Diseño metodológico

En el presente capítulo se presentará el diseño metodológico de la investigación que abarca el tipo de investigación a utilizar, las etapas a seguir en el proceso de investigación, la descripción del escenario, la población y muestra tomada, los instrumentos para la recolección de la información, los principios éticos, la validación de los instrumentos, la categorización y por último la reflexión pedagógica.

3.1 Tipo de investigación

Los procesos de investigación deben definir el diseño y el enfoque en los cuales se va a dirigir y orientar el proceso, de tal forma que encaje con los objetivos y razón de ser del proyecto de investigación.

La investigación se realizó, bajo un enfoque cualitativo, en las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen, ubicada en el del municipio de Salazar de las Palmas, corregimiento del Carmen de Nazareth, y Juan Pablo I, ubicada en el municipio de San José de Cúcuta.

Los autores Taylor y Bogdan (1987), citados por Blasco y Pérez (2007:25-27), al referirse a la metodología cualitativa como un modo de encarar el mundo empírico, señalan que en su más amplio sentido es la investigación que produce datos descriptivos: las palabras de las personas, habladas o escritas y la conducta observable.

Desde el punto de vista de estos autores, el modelo de investigación cualitativa se puede distinguir por las siguientes características:

La investigación cualitativa es inductiva. Los investigadores desarrollan conceptos y comprensiones partiendo de pautas de los datos y no recogiendo datos para evaluar modelos, hipótesis o teorías preconcebidas. Los investigadores siguen un diseño de investigación flexible comenzando con interrogantes vagamente formuladas.

Los métodos cualitativos son humanistas. Al estudiar a las personas cualitativamente, llegamos a conocerlas en lo personal y a experimentar lo que ellas sienten en sus luchas cotidianas en la sociedad o en las organizaciones.

Este tipo de investigación es pertinente para el estudio que se va a realizar, puesto que ve al estudiante como un ser que siente, con emociones y sensaciones el cual se desenvuelve en un ambiente social propio que le permite desarrollar reflexiones y análisis.

Permite recoger información por medio de observaciones, imágenes, entrevistas, historias de vida, describiendo situaciones de cada uno de ellos, ya sean situaciones problema o rutinas que le dan significado a sus vidas.

Por otra parte, siendo el tipo de investigación cualitativa de tipo “investigación – acción”, Elliot (1990) señala en el documento: La investigación – acción en educación, que:

> “La investigación – acción en las escuelas analiza las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los profesores como: a) inaceptables en algunos aspectos (problemáticas); b) susceptibles de cambio (contingentes); c) que requieren una respuesta práctica (prescriptivas). La investigación – acción se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por sus profesores, en vez de con los “problemas teóricos” definidos por los investigadores puros en el entorno de una disciplina del saber. Puede ser desarrollada por los mismos profesores o por alguien a quien ellos encarguen (p.4)

Según Lewin (1973) la investigación – acción es:

> “Una forma de entender la enseñanza, no solo de investigar sobre ella. La investigación – acción supone entender la enseñanza como un proceso de investigación, un proceso de continua búsqueda. Conlleva entender el oficio del docente, integrando la reflexión y el trabajo intelectual en el análisis de las experiencias que se realizan, como un elemento esencial de lo que constituye la propia actividad educativa. Los problemas guían la acción, pero lo fundamental en la investigación – acción es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, no tanto por su contribución a la resolución de problemas, como por su capacidad para que cada profesional reflexione sobre su propia práctica, la

> planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas. En general, la investigación - acción cooperativa constituye una vía de reflexiones sistemática sobre la práctica con el fin de optimizar los procesos de enseñanza – aprendizaje”. La idea de investigación – acción de LEWIN hunde sus raíces históricas en la tradición aristotélica de ciencia moral o práctica relativa a la puesta en práctica de valores e ideales humanos compartidos (p.7)

Los resultados de este proceso de investigación serán de vital importancia puesto que ayudarán a los docentes del área de matemáticas a replantear las prácticas pedagógicas y trazar una nueva propuesta que permita el mejoramiento en los resultados de las pruebas internas y externas. De igual forma, se hará el análisis de los resultados obtenidos en las dos instituciones para identificar qué aspectos de contexto, entorno, cultura, etc., probablemente influyan en el aprendizaje de los estudiantes.

3.2 Proceso de la investigación

La investigación juega un papel importante en el ámbito educativo, ya que permite evidenciar aspectos positivos y de mejora en las prácticas pedagógicas. De acuerdo a ello, Rincón (1997) afirma:

> “La investigación – acción se revela como uno de los modelos de investigación más adecuados para fomentar la calidad de la enseñanza e impulsar la figura del profesional investigador, reflexivo y en continua formación permanente”.

Por otra parte, la investigación conlleva a comprender la labor que cumple el profesor dentro del ámbito educativo, permitiendo la reflexión continua sobre las experiencias que lleva a cabo dentro y fuera del aula. De ahí que los problemas guían la acción, pero lo fundamental en la investigación – acción es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, no tanto por su contribución a la resolución de problemas, como por su capacidad para que cada profesional reflexione sobre su propia práctica, la planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas. En general, la investigación – acción cooperativa constituye una vía de reflexiones sistemática sobre la práctica con el fin de optimizar los procesos de enseñanza - aprendizaje. (Bausela, 2004, p. 1)

Asimismo, es importante resaltar el aporte de Caricote (2008) al indicar que

> "La investigación acción contribuye a: elevar el nivel intelectual de los participantes, proporcionando instrumentos de participación y capacitación… ella permite sistematizar las experiencias populares, pero también democratizar el saber y fortalecer la organización de la propia comunidad en función de sus proyectos políticos. Se trata de un modelo de sociedad y de conocimiento realmente democrático y participativo". (p. 97).

De forma genérica, se puede decir que la investigación acción se desarrolla siguiendo un modelo en espiral en ciclos sucesivos que incluyen diagnóstico, planificación, acción, observación y reflexión – evaluación. El proceso de investigación acción es descrito con matizaciones diferentes según autores, variando en cuanto a su complejidad.

Este proceso se resume en cuatro fases: (i) Diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial. (ii) Desarrollo de un plan de acción, críticamente informado, para mejorar aquello que ya está ocurriendo. (iii) Actuación para poner el plan en práctica y la observación de sus efectos en el contexto que tiene lugar. (iv) La reflexión en torno a los efectos como base para una nueva planificación (Kemmis y McTaggart, 1988).

Según Rincón y Rincón (2000) en general, el planteamiento de un proceso de mejora en el ámbito educativo suele basarse en la actuación de equipos docentes que se constituyen en grupos de revisión y mejora y revisiones sucesivas.

Figura 26. Proceso de la investigación acción. Fuente: autores

Teniendo en cuenta lo anterior, las fases fueron desarrolladas de la siguiente manera:

3.2.1 Diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial:

Esta fase se inicia identificando el problema con el propósito de mejorar los resultados obtenidos por cada institución en las pruebas externas e internas.

Después del análisis de las pruebas Saber de las dos instituciones, se identificó la necesidad desarrollar la competencia resolución de problemas, específicamente con números fraccionarios. Esta investigación, se llevó a cabo con estudiantes de grado quinto, donde se identificaron deficiencias y bajos porcentajes en el área de matemáticas.

Seguidamente, se realiza una prueba diagnóstica (Anexo 1) con preguntas referentes al tema de estudio, seleccionadas de las pruebas Saber de años anteriores. Esto, para determinar el nivel en el que se encuentran los estudiantes e identificar qué tanto conocen o desconocen del tema. De aquí, se fijaron las estrategias necesarias y metodología conveniente para desarrollar las unidades didácticas diseñadas con el fin de subsanar las dificultades.

3.2.2 Desarrollo de un plan de acción:

En el desarrollo de la propuesta se diseñaron 18 intervenciones pedagógicas (Anexos 2 al 19) que hacen parte de las tres unidades didácticas: *"Fortaleciendo conceptos matemáticos", "Las fracciones desde la reversibilidad" y "Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones".* En ellas, se abordó la temática de las fracciones desde los pres saberes mínimos necesarios, hasta problemas que requieren el uso de las cuatro operaciones básicas.

Estas unidades se estructuraron teniendo en cuenta los 4 pasos planteados por Pólya para resolver problemas matemáticos, pero, aplicando la reversibilidad. Es decir, se le da la respuesta al estudiante para que, a partir de ella, él logre llegar a la situación inicial, entendiendo y replanteando el problema con sus propias palabras.

Así mismo, dependiendo de los resultados obtenidos en la aplicación de cada unidad didáctica y lo observado y consignado en el diario de campo (Apéndice E), se hicieron los ajustes pertinentes a cada una de las que lo requerían.

3.2.3 Actuación para poner el plan en práctica:

La implementación de las unidades didácticas se dio paulatinamente de acuerdo al avance observado en cada estudiante y en el grupo en general. Cada unidad estuvo acompañada de actividades lúdicas como bingo, dominó y otros juegos didácticos elaborados por los estudiantes durante las intervenciones. De igual manera, se presentaron videos alusivos a cada temática, los cuales fueron seleccionados previamente para garantizar que estuvieran al nivel de los estudiantes y sirvieran de apoyo y refuerzo a las explicaciones dadas.

Cabe resaltar que durante todo el proceso se realizó observación constante, la cual fue consignada en el diario de campo.

3.2.4 La reflexión en torno a los efectos

Como fase final del proceso, la reflexión juega un papel fundamental en la investigación - acción ya que permite analizar los resultados obtenidos para plantear las conclusiones y recomendaciones finales.

La observación constante durante la implementación de la propuesta pedagógica, consignada en el diario de campo, fue importante para corregir aspectos y mejorar las estrategias implementadas con el fin de alcanzar los objetivos propuestos y de esta manera, establecer los alcances obtenidos en cada una de las intervenciones realizadas con los estudiantes en el aula.

3.3 Descripción del escenario

La Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, pertenece al municipio de Salazar de las Palmas y se encuentra ubicada en el corregimiento del Carmen de Nazareth, al noroeste del casco urbano, del cual no tiene vía de acceso directo que lo comunique con su cabecera municipal, por lo que se debe hacer uso de dos vías de acceso, una hasta el municipio de Santiago y otra de Santiago a Salazar.

Los estudiantes, en su mayoría, viven en un núcleo familiar completo, otra parte, pertenecen a familias disfuncionales. Asimismo, el porcentaje de estudiantes de nacionalidad venezolana es muy bajo comparado con los demás que pertenecen al mismo corregimiento, estando en situación de desplazamiento, solo el 3%.

Por ser una zona montañosa y de grandes fincas, no da la posibilidad de que lleguen a la institución estudiantes de otros lugares puesto que no encontrarían donde vivir.

La Institución Educativa Juan Pablo I, por su parte, está ubicada en el casco urbano de la ciudad de Cúcuta, conformada por 3 sedes que se encuentran relativamente cerca entre sí.

La sede B en la que se desarrolla el proyecto de investigación, se encuentra ubicada en el Barrio Ospina Pérez, Atalaya. Los estudiantes allí matriculados provienen de diferentes barrios vecinos del sector, lo que permite notar la existencia de una gran diversidad de costumbres, y condiciones socioeconómicas.

La mayor parte de familias que conforman la comunidad educativa son de escasos recursos económicos, en su mayoría, los padres de familia se desempeñan como trabajadores de construcción, oficios varios, u otros trabajos temporales, hecho que afecta considerablemente su sostenimiento. Cabe resaltar que la institución cuenta con comunidad flotante donde constantemente llegan estudiantes provenientes de Venezuela y otros se retiran debido al cambio de domicilio o al lugar laboral de sus padres. Esto último, influye notablemente en el proceso académico y los avances del grupo en general.

3.4 Población y muestra

La población a la que fue dirigida la propuesta corresponde a 142 estudiantes de grado quinto de las dos instituciones educativas distribuidos de la siguiente manera:

12 estudiantes de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen

130 estudiantes de la Institución Educativa Juan Pablo I

La muestra fue, por su parte, de 12 estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, institución rural, y 43 estudiantes del curso 5-02 perteneciente a la Institución Educativa Juan Pablo I, institución urbana.

3.5 Instrumentos para la recolección de información

Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos y recolectar la información necesaria que permitiera evidenciar los alcances del presente proyecto de investigación, se utilizaron los siguientes instrumentos:

3.5.1 Diario de campo

Durante el proceso de investigación es fundamental el registro de la información observada para analizarla e ir realizando los ajustes pertinentes a fin de alcanzar las metas propuestas.

En cuanto al diario de campo o diario pedagógico, Monsalve (2012) afirma:

> “El diario pedagógico es considerado como una herramienta de gran utilidad para los maestros, no sólo como posibilidad de escritura ni como narración anecdótica de lo que sucede en la clase, sino también como elemento para la investigación. Por tanto, éste no debe concentrarse solamente en los hechos, sino también desde su estructura permitir el abordaje de experiencias significativas, tanto para el maestro como para sus estudiantes.”

Así las cosas, el registro de experiencias en dicho instrumento permitió renovar el quehacer pedagógico y mejorar las prácticas y estrategias utilizadas en cada intervención a través de la reflexión realizada en cada una de ellas.

El formato de diario de campo (Apéndice E) utilizado para registrar las observaciones y actividades realizadas en cada intervención, consta de la fecha de la intervención, el nombre de la misma y la observación que se hizo de cada momento pedagógico dentro o fuera del aula, según las actividades programadas. De igual manera, se hizo una reflexión sobre lo positivo o las oportunidades de mejora a tener en cuenta.

3.5.2 Prueba diagnóstica y prueba final

La prueba diagnóstica (Anexo 1) se centra en el tipo y nivel de conocimientos que tienen los alumnos antes de iniciar el grado o esa asignatura.

En este sentido, es importante que tanto en la presentación de la asignatura como al comenzar cada actividad que se lleve a cabo dentro o fuera del aula, el estudiante esté informado de lo que está haciendo y del fin que persigue esa actividad, es decir, cuál es el objetivo del trabajo concreto que está realizando en cada momento y, evidentemente, cuál será la evaluación realizada por el profesor en cada caso. Orozco (2006).

En cuanto a ello, Ramsden (1992) afirma:

> El aprendizaje no depende sólo del profesorado. Por una parte, existen alumnos que aprenden y salen adelante independientemente de los profesores, pero, por otro lado, es evidente que sin el esfuerzo de los alumnos no es posible el aprendizaje.

Así las cosas, para evidenciar el progreso de los participantes en el presente proyecto, se realizaron dos pruebas de seguimiento, una al inicio llamada prueba diagnóstica (Anexo 1), y otra llamada prueba final (Anexo 20) para desarrollarse después de la aplicación de las intervenciones, y de este modo se pudieran comparar los conocimientos de los estudiantes antes y después del aprendizaje. Lo anterior, con el fin de hacer una reflexión pedagógica que facilitara el análisis descriptivo de los resultados en las dos instituciones. De este modo, se tuvo en cuenta no solo los resultados numéricos sino los factores sociales, afectivos, económicos y culturales en los que interactúan los niños.

3.6 Principios éticos

Teniendo en cuenta que el escenario en el que se desarrolló el proyecto fue el aula de clase de los estudiantes de grado quinto, y atendiendo a los principios éticos que enmarcan la ley vigente, se tuvo en cuenta, para el desarrollo de la presente investigación, el “Consentimiento informado” por parte de los señores José Joaquín Rojas Suárez y Carmen Rosa Fernández Mora, rectores de las instituciones Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I, respectivamente (Apéndice A y B).

De igual manera, los padres de familia y/o acudientes de los estudiantes seleccionados para la aplicación de la propuesta, firmaron el "consentimiento informado a padres" (Apéndice C y D) donde se brinda información acerca del propósito del proyecto *"La reversibilidad como estrategia para desarrollar la resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de grado quinto de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I "*, se presentan los objetivos del mismo, se mencionan las actividades a realizar y a su vez se solicita la aprobación para que el niño sea partícipe de su desarrollo y, finalmente, el compromiso, acompañamiento y apoyo al proceso por parte de ellos desde el hogar.

3.7 Validación de instrumentos

Los instrumentos que permitieron la recolección de los datos necesarios para llevar a cabo esta investigación fueron validados y orientados por el director del proyecto Mg. Juan Hildebrando Álvarez Santoyo, quien guió las sugerencias a los mismos para garantizar su pertinencia y coherencia, dando la aprobación final.

Los diagnósticos inicial y final fueron diseñados a partir de preguntas, referentes al tema de estudio, de los cuadernillos de las pruebas Saber de grado quinto de años anteriores, especialmente aquellas en las que se evidenció menor porcentaje.

Por otra parte, las intervenciones diseñadas fueron igualmente enviadas al director del proyecto y validadas por él, para su posterior aplicación.

3.8 Categorización

En este aparte, se presenta un análisis de los resultados alcanzados de acuerdo a lo observado teniendo en cuenta los hallazgos obtenidos según las categorías establecidas.

En cuanto a los estudiantes, se pudo evidenciar el cambio de actitud e interés ante las actividades propuestas. La participación en clase cada vez fue más activa, con aportes significativos que mostraban el análisis a las situaciones planteadas en cada intervención. El respeto por los aportes, las opiniones y posibles soluciones que se daban en clase entre los estudiantes, fue fundamental para cumplir con los objetivos de cada guía de trabajo. Por otra parte, las actividades lúdicas que se desarrollaron, posibilitaron el trabajo colaborativo y en equipo, donde se reforzaron también los valores y el respeto por el otro. Finalmente, la evaluación fue constante en cada intervención por medio de la revisión de las actividades para socializar los resultados y subsanar las dificultades presentadas.

En cuanto al docente, la planeación de las temáticas y la elaboración de las intervenciones, permitió cambiar la metodología tradicional utilizada en años anteriores. La búsqueda de herramientas dinámicas para motivar y despertar el interés de los educandos logró ampliar los recursos antes utilizados. Igualmente, la observación constante durante el proceso y la reflexión a cada situación presentada, aportó al mejoramiento de las prácticas pedagógicas logrando un acercamiento con el estudiante para individualizar sus necesidades y conocer factores externos que influían en su rendimiento académico. Si bien hubo momentos en los que los estudiantes no lograban fácilmente asimilar los conceptos o procedimientos, esto sirvió para abrir espacios de participación y explicar nuevamente los conceptos. Cabe mencionar que la reversibilidad, teniendo en cuenta el método Pólya, fue una estrategia exitosa en la solución de problemas con números fraccionarios, la cual también es aplicable a las demás temáticas.

A continuación, se presentará la tabla de categorización donde se detalla las categorías, subcategorías e indicadores a evaluar en la presente propuesta:

Tabla 1. Categorización

Categorías	Subcategorías	Indicadores
Competencia matemática, Resolución de problemas	Numérico – Variacional	Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos. Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas. Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas. Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).
Desempeño	Comportamiento	Aporta positivamente en la construcción de nuevos conceptos haciendo uso correcto de la palabra.
	Actitud	Toma actitud positiva y reflexiva en el desarrollo de las actividades. Demuestra interés ante las estrategias implementadas en clase.
	Participación	Participa activamente en las actividades propuestas en el aula. Aporta coherentemente a las situaciones planteadas y propone soluciones que complementan su nuevo conocimiento.
Impacto	Evaluación	Aplica los conocimientos adquiridos para solucionar situaciones cotidianas que involucran los números fraccionarios. Resuelve correctamente problemas matemáticos haciendo uso de la reversibilidad.
Práctica pedagógica	Planeación	Prepara la temática de acuerdo a las necesidades de los estudiantes.
	Saber disciplinar	Maneja los conceptos de acuerdo a las competencias.
Didáctica	Actividades	Implementa estrategias desde su práctica pedagógica para desarrollar el aprendizaje de los estudiantes.

		Socializa y retroalimenta los mecanismos utilizados por los estudiantes para dar solución a las actividades.
	Rol del docente	Promueve la participación del estudiante en la construcción de su conocimiento. Fomenta el respeto ante los diferentes aportes de los estudiantes.

Fuente: Autores.

3.9 Reflexión Pedagógica

Uno de los aspectos importantes de la metodología aplicada en esta investigación es el desarrollo de una propuesta pedagógica que aporte significativamente al mejoramiento académico de los estudiantes y eleve el nivel de los resultados de las pruebas externas de cada institución.

Así las cosas, la propuesta pedagógica que tiene por objetivo desarrollar la competencia resolución de problemas con números fraccionarios, busca a través de las unidades didácticas *"Fortaleciendo conceptos matemáticos", "Las fracciones desde la reversibilidad" y "Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones",* abordar la temática desde una didáctica diferente donde el estudiante se sienta motivado y demuestre interés y disposición en la adquisición de nuevos conocimientos.

La implementación de la propuesta se desarrolla por medio de 18 intervenciones pedagógicas en las que se aborda la temática de acuerdo al plan de aula y a las necesidades identificadas en los estudiantes.

Cada intervención, a su vez, está apoyada por una guía de trabajo donde se expone el tema explicando paso a paso los procesos necesarios, plantea ejemplos y actividades a desarrollar individualmente o en grupo durante la clase.

Como actividades lúdicas y dinámicas se plantean exposiciones, videos de apoyo en cada temática, concursos de rapidez mental, bingos y dominós con fracciones para que los estudiantes refuercen algunos temas vistos y demuestren otras habilidades y competencias.

Así mismo, durante el desarrollo de cada intervención, a través de la observación directa consignada en el diario de campo (Apéndice E), se realizará un análisis de los resultados obtenidos en cada institución para elaborar un análisis comparativo final que muestre el impacto de la propuesta, determinando así las conclusiones y poder establecer recomendaciones.

Finalmente, para evidenciar la implementación de la propuesta y los alcances de la misma, se incluirán los consentimientos informados, rector (Apéndices A y B) y padres de familia (Apéndices C y D), la prueba diagnóstica (Anexo 1) y la prueba final (Anexo 20), las guías de trabajo aplicadas en cada intervención (Anexos 2 al 19), los diarios de campo elaborados por los docentes, Juan Gabriel Sarmiento y María José Parada (Apéndice E), encargados de la investigación y las evidencias fotográficas (Apéndice F) de las actividades lúdicas planeadas y desarrolladas.

Capítulo IV

4. Propuesta pedagógica

En el presente capítulo se presenta la propuesta pedagógica a implementar en las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I, con el fin de desarrollar la competencia resolución de problemas con números fraccionarios a través de la reversibilidad, tomando como referente los pasos planteados por el método Pólya.

En ella, se mencionarán la justificación, los objetivos, los logros, la metodología, el fundamento pedagógico, el diseño de actividades y por último se dará un análisis comparativo sobre los resultados obtenidos en las dos instituciones.

4.1 Presentación

La matemática es un área que siempre ha sido mal llamada “el terror de los estudiantes”, pues comúnmente se les ha inculcado a los educandos el temor hacia ella. Esto, se evidencia desde cierta edad, pues en los años inferiores los niños juegan a hacer cuentas en diferentes escenarios como bancos, tiendas, entre otros. Pero a medida que avanza su nivel escolar, van presentando dificultades pues no solo deben resolver algoritmos, sino realizar un análisis de situaciones y problemas.

Después del análisis de los resultados, en matemáticas, de la prueba Saber del grado 5° de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I donde se evidenció el bajo nivel en el que se encuentran los estudiantes en esta área, específicamente en la resolución de problemas con fracciones, surge la necesidad de implementar una propuesta pedagógica que permita subsanar las dificultades y facilite el aprendizaje a través de metodologías y estrategias dinámicas y atractivas para los estudiantes.

De allí, nace la propuesta pedagógica del presente trabajo de investigación, la cual está centrada en el aprendizaje de los números fraccionarios, especialmente, la resolución de problemas que los involucran.

Seguidamente, tras del análisis de los resultados que arrojó la prueba inicial o diagnóstico, se observó la necesidad de modificar las prácticas pedagógicas empleadas hasta el momento, para rediseñar y emplear actividades contextualizadas que posibilitaran la construcción del conocimiento en los estudiantes.

La propuesta pedagógica llamada "El mundo de las fracciones", está conformada por las unidades didácticas "Fortaleciendo conceptos matemáticos", "Las fracciones desde la reversibilidad" y "Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones", pretende abordar la temática valiéndose de actividades que motiven a los estudiantes y lo aproximen al logro de los objetivos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para dicho grado.

El diseño de las unidades didácticas en su estructura, plantea una metodología dinámica donde se expone el contenido de cada tema, se plantean ejercicios resueltos paso a paso y finaliza con actividades individuales y grupales que permiten que el estudiante demuestre los conocimientos adquiridos a través de las explicaciones en dadas en el tablero y apoyadas en los videos seleccionados para cada temática.

Es importante señalar que se incluyeron los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y se establecieron los tiempos adecuados para lograr los objetivos propuestos.

El desarrollo de las unidades mencionadas, propone el trabajo colaborativo e individual, además de la socialización en plenaria de los problemas propuestos en cada una de las intervenciones.

Por último, se plantea una prueba final, con preguntas extraídas de la prueba Saber 5°, la cual permitirá establecer el éxito de la propuesta y establecer qué tanto se mejoró en la competencia de resolución de problemas en los estudiantes de las dos instituciones.

4.2 Objetivos

4.2.1 Objetivo general

Fortalecer la competencia resolución de problemas con números fraccionarios aplicando la reversibilidad en los estudiantes de grado quinto de las instituciones educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I.

4.2.2 Objetivos específicos

Analizar mediante una prueba diagnóstica el nivel de desempeño en el que se encuentran los estudiantes de grado quinto de las dos instituciones.

Diseñar unidades didácticas enfocadas en la reversibilidad para fortalecer la competencia resolución de problemas con números fraccionarios.

Implementar las unidades didácticas enfocadas en la reversibilidad para fortalecer la competencia resolución de problemas con números fraccionarios.

Aplicar una prueba final para identificar la efectividad de la propuesta pedagógica.

4.3 Logros a desarrollar

Teniendo como referencia los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), las matrices de referencia de matemáticas grado 5° y los Estándares Básicos de Competencias, se busca alcanzar los siguientes indicadores de desempeño:

1. Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

2. Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
3. Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
4. Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

4.4 Metodología

La metodología utilizada en la presente propuesta apunta a que el estudiante pueda afianzar sus conocimientos utilizando tres momentos: el inicio o motivación, en la que por medio de videos se hace la introducción al tema, el desarrollo donde se da la teoría y ejemplos resueltos paso a paso que aporten al estudiante todas las herramientas necesarias para la comprensión de la temática, y por último la finalización, en donde se desarrollan las guías de trabajo (Anexos 2 al 19) elaboradas y orientadas a una didáctica que favorece el trabajo individual y colaborativo en el que por medio de juegos y actividades el estudiante haga uso de sus pre saberes y se apropie del nuevo conocimiento.

Todo esto, se desarrollará bajo la propuesta pedagógica llamada “El mundo de las fracciones”, la cual consta de tres unidades didácticas: “Fortaleciendo conceptos matemáticos”, “Las fracciones desde la reversibilidad” y “Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones”, conformadas a su vez por 5, 11 y 2 guías de trabajo respectivamente, que hacen parte de 18 intervenciones, diseñadas con el fin de abordar la temática desde la teoría de números hasta la resolución de problemas con números fraccionarios haciendo uso de las cuatro operaciones básicas. Estas intervenciones están orientadas a la aplicación de la reversibilidad tomando como base los cuatro pasos para solucionar problemas planteados por Pólya.

Tabla 2. Unidades didácticas e intervenciones

Unidades didácticas	Intervenciones
Fortaleciendo conceptos matemáticos	Intervención 1 Múltiplos y divisores
	Intervención 2 Criterios de divisibilidad
	Intervención 3 Descomposición en factores primos
	Intervención 4 Mínimo Común Múltiplo (M.C.M) y Máximo Común Divisor (M.C.D)
	Intervención 5 Aplicaciones del M.C.M y M.C.D
Las fracciones desde la reversibilidad	Intervención 6 Las fracciones y su representación
	Intervención 7 Números mixtos y fracciones equivalentes
	Intervención 8 Representación gráfica de fracciones
	Intervención 9 Relación entre fracciones
	Intervención 10 Fracción de un número
	Intervención 11 Amplificación y simplificación
	Intervención 12 Suma y resta de fracciones homogéneas
	Intervención 13 Suma y resta de fracciones heterogéneas
	Intervención 14 Multiplicación y división de fracciones
	Intervención 15 Método gráfico para sumar y restar fracciones
	Intervención 16 Método gráfico para multiplicar y dividir fracciones
Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones	Intervención 17 Reversibilidad en la solución de problemas de suma y resta de fracciones
	Intervención 18 Reversibilidad en la solución de problemas de multiplicación y división de fracciones

Fuente: Autores

4.5 Plan de acción

El plan de acción que se presenta a continuación, para llevar a cabo la propuesta "El mundo de las fracciones", presenta de manera detallada las intervenciones diseñadas para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios. Éste, contempla el nombre de la intervención, el objetivo, los temas transversales y los recursos.

Tabla 3. Plan de acción: LA REVERSIBILIDAD COMO ESTRATEGIA PEDAGÓGICA PARA EL DESARROLLO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS

Actividades	Objetivo	Temas transversales	Recursos
Intervención 1 **Múltiplos y divisores**	Calcular y obtener los múltiplos y divisores de un número	Potenciación de valores: la responsabilidad	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 2 **Criterios de divisibilidad**	Conocer y aplicar los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 10	Trabajo colaborativo	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 3 **Descomposición en factores primos**	Descomponer un número en sus factores primos	Potenciación de valores: el respeto	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 4 **Mínimo Común Múltiplo (M.C.M) y Máximo Común Divisor (M.C.D)**	Hallar el Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor de dos o más números	Potenciación de valores: la responsabilidad	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 5 **Aplicaciones del M.C.M y M.C.D**	Resolver problemas que impliquen el cálculo del M.C.M y M.C.D	Trabajo colaborativo	Guía de trabajo Cuaderno
Intervención 6 **Las fracciones y su representación**	Representar gráficamente las fracciones en contextos continuos y discretos	La lúdica matemática Trabajo colaborativo Educación ambiental	Video proyector Guía de trabajo Cartón paja Tijeras - Colbón

			Colores Marcadores
Intervención 7 **Números mixtos y fracciones equivalentes**	Convertir un número mixto a fracción y hallar fracciones equivalentes a ella	La lúdica matemática Trabajo colaborativo	Video proyector Guía de trabajo Cuaderno
Intervención 8 **Representación gráfica de fracciones**	Representar fracciones con la ayuda de la recta numérica	La lúdica matemática Trabajo colaborativo Educación ambiental	Video proyector Tablero Guía de trabajo Cartón paja Regla - Colores Marcadores Tijeras
Intervención 9 **Relación entre fracciones**	Determinar criterios para ordenar fracciones de menor a mayor o viceversa	Trabajo colaborativo Potenciación de valores: el respeto	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 10 **Fracción de un número**	Resolver problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario)	Potenciación de valores: la responsabilidad	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 11 **Amplificación y simplificación**	Determinar las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas con fracciones	Trabajo colaborativo Potenciación de valores: el respeto	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 12 **Suma y resta de fracciones homogéneas**	Identificar fracciones homogéneas y resolver ejercicios de suma y resta con ellas	Trabajo colaborativo Potenciación de valores: el respeto	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 13 **Suma y resta de fracciones heterogéneas**	Aplicar el algoritmo de la suma de fracciones heterogéneas para resolver ejercicios de suma y resta	Trabajo colaborativo	Video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 14 **Multiplicación y división de fracciones**	Solucionar ejercicios de multiplicación y división de fracciones	Trabajo colaborativo	video proyector Guía de trabajo Tablero
Intervención 15	Utilizar conocimientos geométricos para	Trabajo colaborativo Educación ambiental	video proyector Guía de trabajo

Método gráfico para sumar y restar fracciones	resolver sumas y restas por método gráfico	Reconocimiento de áreas	Tablero Colores Regla Hojas de block
Intervención 16 **Método gráfico para multiplicar y dividir fracciones**	Utilizar conocimientos geométricos para resolver multiplicaciones y divisiones por método gráfico	Trabajo colaborativo Educación ambiental Reconocimiento de áreas	Video proyector Guía de trabajo Tablero Colores - Regla Hojas de block
Intervención 17 **Reversibilidad en la solución de problemas de suma y resta de fracciones**	Resolver situaciones problema sencillas con fracciones de uso común que requieran de la adición o sustracción para su solución	Trabajo colaborativo Potenciación de valores: la tolerancia	Guía de trabajo Tablero Cuaderno
Intervención 18 **Reversibilidad en la solución de problemas de multiplicación y división de fracciones**	Interpretar y utilizar números fraccionarios asociados con un contexto para solucionar problemas	Trabajo colaborativo Potenciación de valores: la tolerancia	Guía de trabajo Tablero Cuaderno

Fuente: Autores.

4.6 Diseño de actividades

Para la efectividad de la propuesta, se diseñaron tres unidades didácticas las cuales se planearon cada una teniendo en cuenta el objetivo, los estándares, los Derechos Básicos de Aprendizaje, los contenidos de aprendizaje y la evaluación.

Tabla 4. Unidad didáctica: Fortaleciendo conceptos matemáticos

Unidad Didáctica: ***Fortaleciendo conceptos matemáticos***	
ÁREA: Matemáticas	**GRADO:** 5°
LUGAR: I.E. Nuestra Señora del Carmen - I.E. Juan Pablo I	
Objetivo: - Fortalecer los conceptos matemáticos previos a la temática de las fracciones.	
Estándares	**DBA**

- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones. - Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.	- Entiende los conceptos de múltiplos y divisores.
Contenidos de aprendizaje	
- Múltiplos y divisores - Criterios de divisibilidad - Descomposición en factores primos - Mínimo Común Múltiplo (MCM) y Máximo Común Divisor (MCD) - Aplicaciones del MCM y el MCD	
Evaluación	
Como parte de la reflexión, la evaluación será por medio de observación directa, consignada en el diario de campo (Apéndice E) para determinar el alcance de las actividades desarrolladas por los estudiantes. Se tendrá en cuenta los siguientes aspectos: - Participación activa en el desarrollo de los compromisos. - Responsabilidad en el cumplimiento y presentación de resultados. - Respeto por la opinión y los aportes de los demás compañeros.	

Fuente: Autores

A continuación, se describirán las cinco intervenciones que fueron diseñadas en la primera unidad didáctica, en ella se detalla el número de la actividad, el nombre, el objetivo, la metodología y el tiempo:

Tabla 5. Diseño de actividades. Unidad didáctica 1

Nombre de la actividad	Objetivo	Metodología	Tiempo
Intervención 1 **Múltiplos y divisores**	Calcular y obtener los múltiplos y divisores de un número	**Inicio** La intervención se iniciará con una lluvia de ideas. Los estudiantes responderán a las preguntas ¿Qué es un múltiplo? ¿Qué es un divisor? Se dará participación para observar qué estudiantes tienen claros este pre saber e	2 horas

		ir identificando a aquellos que requieran asesoramiento. Seguidamente se les proyectará el video educativo (https://www.youtube.com/watch?v=PpM7wWfPQDM&t=46s) sobre múltiplos y divisores para que ellos recuerden esta temática. **Desarrollo** Seguidamente se explicará la temática en el tablero donde por medio de ejemplos, hallando los múltiplos y divisores de algunos números, los estudiantes construirán los conceptos. Los estudiantes deberán concluir que en los múltiplos deben usar las tablas de multiplicar y en los divisores lo harán por medio de divisiones. **Finalización** Se hará entrega de la guía de trabajo #1 (Anexo 2) para que los estudiantes lean mentalmente la información allí planteada, observen otros ejemplos resueltos y procedan a resolver las actividades. Este trabajo se hará de forma individual.	
Intervención 2 **Criterios de divisibilidad**	Conocer y aplicar los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 10	**Inicio** Para dar inicio, se hará lluvia de ideas donde se expondrán las siguientes preguntas ¿Qué entiendes por divisibilidad? ¿Qué significa ser divisible? ¿Recuerdas algún criterio de divisibilidad? Seguidamente, se presentará un video de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=JO_SRpmojdM&t=4s) referente a los criterios de divisibilidad y se expondrán ejemplos en el tablero. **Desarrollo** Se le entregará a cada estudiante la guía de trabajo # 2 (Anexo 3) para que la lean mentalmente y expongan lo que entienden de la información que está consignada en ella. Se resolverán ejercicios referentes al tema en el tablero. **Finalización** Los estudiantes deberán formar grupos de 4 niños para desarrollar las actividades	2 horas

		planteadas y puedan compartir sus conocimientos y lo que les aportó la explicación dada en el video y en el tablero.	
Intervención 3 **Descomposición en factores primos**	Descomponer un número en sus factores primos	**Inicio** Se iniciará con ejercicios en el tablero para identificar pre saberes y reforzar pre conceptos. Esto, teniendo en cuenta que para su solución se requiere de lo visto en la intervención anterior. El docente escribirá una serie de números y los estudiantes pasarán al tablero a resolver las descomposiciones. **Desarrollo** Seguidamente, se presentará el video de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=NPaBFe6QBDQ&t=23s) con el que se busca que los estudiantes se apropien del concepto de descomposición e interioricen las reglas de divisibilidad ya vistas. **Finalización** Se desarrollará la guía de trabajo # 3 (Anexo 4) participando nuevamente en el tablero para evidenciar los resultados de la intervención.	2 horas
Intervención 4 **Mínimo Común Múltiplo (MCM) y Máximo Común Divisor (MCD)**	Hallar el Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor de dos o más números	**Inicio** A través de dos videos de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=txLlA_fyL5g&t=501s y https://www.youtube.com/watch?v=m3pRyjadWgI) los estudiantes recordarán la temática vista el año anterior. **Desarrollo** **Finalización** Luego de la explicación que brinde el docente, resolverán la guía de trabajo # 4 (Anexo 5)	3 horas
Intervención 5 **Aplicaciones del MCM y el MCD**	Resolver problemas que impliquen el cálculo del M.C.M y M.C.D	**Inicio** Se iniciará con dando respuesta a las preguntas ¿Cuáles son los múltiplos de un número? ¿Cuáles son los divisores de un número? ¿Qué entiende por Mínimo Común Múltiplo? ¿Qué entiende por Máximo Común Divisor? Se dará oportunidad de participación a varios estudiantes para hacer un sondeo de lo visto en la primera intervención. **Desarrollo**	3 horas

		La guía de trabajo # 5 (Anexo 6) será trabajada en grupo. Los estudiantes deben hacer lectura de ella y comenzar a desarrollarla. En ella se presentan situaciones problema donde aplicarán lo visto en la intervención anterior. **Finalización** Como compromiso se dejarán	

Fuente: Autores

Tabla 6. Unidad didáctica: Las fracciones desde la reversibilidad

Unidad Didáctica: ***Las fracciones desde la reversibilidad***	
ÁREA: Matemáticas **LUGAR:** I.E. Nuestra Señora del Carmen - I.E. Juan Pablo I	**GRADO:** 5°
Objetivos: - Reconocer los números fraccionarios en diferentes contextos. - Utilizar adecuadamente los números fraccionarios en la solución de situaciones problema.	
Estándares	**DBA**
- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones. - Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.	- Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos. - Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones. - Multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número para hacerla equivalente a otra y comprende la equivalencia en distintos contextos. - Divide una fracción por un número natural (usando estrategias que muestran comprensión y no sólo memorización) y lo relaciona con la multiplicación de fracciones.
Contenidos de aprendizaje	
- Las fracciones y su representación - Números mixtos y fracciones equivalentes - Representación gráfica de fracciones - Relación entre fracciones - Fracción de un número - Amplificación y simplificación - Suma y resta de fracciones homogéneas - Suma y resta de fracciones heterogéneas	

- Multiplicación y división de fracciones - Método gráfico para sumar y restar fracciones - Método gráfico para multiplicar y dividir fracciones	
Evaluación	
Como parte de la reflexión, la evaluación será por medio de observación directa, consignada en el diario de campo (Apéndice E) para determinar el alcance de las actividades desarrolladas por los estudiantes. Se tendrá en cuenta los siguientes aspectos: - Elaboración de las actividades manuales elaboradas en clase. - Participación activa en el desarrollo de los compromisos. - Uso adecuado del lenguaje matemático trabajado en cada temática. - Responsabilidad en el cumplimiento y presentación de las guías de trabajo. - Respeto por la opinión y los aportes de los demás compañeros.	

Fuente: Autores

En la siguiente tabla se presentarán las once intervenciones que forman parte de la segunda unidad didáctica, en la cual se detalla el número de la actividad, el nombre, el objetivo, la metodología y el tiempo:

Tabla 7. Diseño de actividades. Unidad didáctica 2

Nombre de la actividad	Objetivo	Metodología	Tiempo
Intervención 6 **Las fracciones y su representación**	Representar gráficamente las fracciones en contextos continuos y discretos	**Inicio** Con la ayuda de un video de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=IvYK2UaFrAU) que aborda el tema de fracciones desde su representación simbólica y gráfica, se dará inicio a la intervención. Después del video se harán preguntas de atención como ¿Qué recuerdas del video? ¿Qué es una fracción? ¿Cómo se grafica una fracción? **Desarrollo** En esta etapa, dependiendo de las respuestas dadas por los estudiantes, se hará la socialización del video en el tablero. Igualmente se harán ejemplos de gráficas de algunas fracciones. Seguidamente, se les entregará la guía de trabajo # 6 (Anexo 7) para que la lean y procedan a desarrollarla.	2 horas

		Finalización En este momento los estudiantes harán una de las actividades propuestas que es el Bingo de las fracciones. Para ello, utilizarán los materiales requeridos. Para elaborar el trabajo se harán grupos pero cada estudiante debe presentar el bingo con sus respectivas fichas.	
Intervención 7 **Números mixtos y fracciones equivalentes**	Convertir un número mixto a fracción y hallar fracciones equivalentes a ella	**Inicio** Se iniciará con un video de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=osePKL39EBo) donde explica de forma dinámica y llamativa las clases de fracciones y cómo solucionar fracciones equivalentes. Después, se dará respuesta a los interrogantes ¿Qué característica tienen los números mixtos? ¿Los números mixtos se pueden graficar? ¿Cómo se convierte un número mixto en fracción? ¿Qué tipo de fracción es un número mixto? **Desarrollo** En este momento, se les entregará la guía de trabajo # 7 (Anexo 8) la cual se desarrollará en equipos. Las actividades propuestas corresponden a convertir números mixtos a fracción impropia y determinar si dos parejas de fracciones son o no equivalentes. **Finalización** Por último, se socializarán los resultados haciendo participación por grupos en el tablero. Se identificarán los estudiantes que presentaron dificultad en la temática y se hará retroalimentación en general.	2 horas
Intervención 8 **Representación gráfica de fracciones**	Representar fracciones con la ayuda de la recta numérica	**Inicio** Se iniciará con lluvia de ideas sobre la forma en que se representa gráficamente una fracción. Se escribirán fracciones en el tablero y los estudiantes deberán pasar a graficarlas. **Desarrollo** Se explicará la forma en que se representan las fracciones en la recta numérica, haciendo énfasis en la división de cada unidad según lo indique el denominador. Algunos ejercicios serán resueltos en el tablero. **Finalización**	3 horas

		Se finalizará la intervención con la guía de trabajo # 8 (Anexo 9) donde los estudiantes, de forma individual, deberán leer la información, observar los ejemplos y procederán a resolver las actividades planeadas. Como actividad anexa, los estudiantes harán el dominó de las fracciones haciendo uso de su creatividad al graficar las fracciones que se indiquen para cada ficha.	
Intervención 9 **Relación entre fracciones**	Determinar criterios para ordenar fracciones de menor a mayor o viceversa	**Inicio** Se dará inicio con un video educativo (https://www.youtube.com/watch?v=ZqnHbXCCSIc) en donde se explica la relación mayor que y menor que entre dos o más fracciones. Se hará énfasis en la importancia de observar el denominador de cada una de ellas. **Desarrollo** Se explicarán ejemplos en el tablero y se dará la oportunidad que los estudiantes pasen al frente a resolver ejercicios planteados por el docente. Se aprovechará la actividad para resolver las dudas y hacer retroalimentación. **Finalización** Seguidamente se entregará la guía de trabajo # 9 (Anexo 10) para que lean la información consignada en ella el desarrollo de la guía se hará actividad por actividad pasando al tablero para que sea evaluada y socializada.	2 horas
Intervención 10 **Fracción de un número**	Resolver problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario)	**Inicio** Se dará respuesta a los siguientes interrogantes ¿Qué entiende por fracción de un número? Por medio del video de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=POLr83Gxtao) se abordará el tema y se volverá a plantear el mismo interrogante para determinar si hubo comprensión del mismo. **Desarrollo** Se hará explicación en el tablero de algunos ejemplos y situaciones problema donde deban utilizar el procedimiento para hallar la fracción de un número. Se explicarán los pasos planteados por Pólya en la resolución de problemas y en qué consiste la reversibilidad. Se harán ejemplos en el tablero.	3 horas

		Finalización Se hará entrega de la guía de trabajo # 10 (Anexo 11) en donde se expone la temática, se explica lo que se busca con cada paso del Método Pólya y su implementación mediante ejemplos. Seguidamente los estudiantes deben resolver los problemas de la actividad paso por paso, de forma individual.	
Intervención 11 **Amplificación y simplificación**	Determinar las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas con fracciones	**Inicio** Se abordará la temática iniciando con las preguntas ¿Qué entiende por amplificación? ¿Qué entiende por simplificación? ¿Cree que los dos términos significan lo mismo? Después de la participación de los estudiantes, se presentarán los dos videos de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=8mmlhP4RlaQ y https://www.youtube.com/watch?v=3HNyVbBNGQQ) en los cuales explica los términos de amplificación y simplificación. **Desarrollo** Se socializarán los videos haciendo las mismas preguntas del momento anterior y se adicionarán las preguntas ¿Todas las fracciones se pueden amplificar? ¿Todas las fracciones se pueden simplificar? ¿Qué se debe tener en cuenta en la amplificación? ¿Qué diferencia hay entre los dos términos? ¿Qué se debe tener en cuenta en la simplificación? Luego, se pasarán al tablero para resolver ejemplos relacionados con la temática. **Finalización** Se hará entrega de la guía de trabajo # 11 (Anexo # 12) la cual se desarrollará pasando al tablero.	2 horas
Intervención 12 **Suma y resta de fracciones homogéneas**	Identificar fracciones homogéneas y resolver ejercicios de suma y resta con ellas	**Inicio** Se dará inicio con las preguntas ¿Qué entiende por el término homogéneo? ¿Qué entiende por fracciones homogéneas? Después de escuchar las respuestas de los estudiantes, se mostrarán los dos videos de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=antZqj9ePys y	2 horas

		https://www.youtube.com/watch?v=EgTV5pj6Ijg) sobre suma y resta de fracciones homogéneas. **Desarrollo** Seguidamente se harán ejemplos en el tablero y se permitirá la participación de los estudiantes pasando a resolverlos. **Finalización** Para finalizar la intervención, los estudiantes resolverán las actividades planteadas en la guía de trabajo # 12 (Anexo 13) en grupos. Se socializarán las actividades en el tablero verificando la comprensión de los educandos.	
Intervención 13 **Suma y resta de fracciones heterogéneas**	Aplicar el algoritmo de la suma de fracciones heterogéneas para resolver ejercicios de suma y resta	**inicio** Se dará inicio con las preguntas ¿Qué entiende por el término heterogéneo? ¿Qué entiende por fracciones heterogéneas? Después de escuchar las respuestas de los estudiantes, se mostrarán dos videos educativos (https://www.youtube.com/watch?v=LVHo5xvsvO0 y https://www.youtube.com/watch?v=FRPijN0ie3U) que buscan explicar de forma sencilla la temática. Luego, se harán ejemplos en el tablero para mostrar paso a paso la suma y resta de fracciones heterogéneas. **Desarrollo** Se permitirá que los estudiantes participen en el tablero solucionando ejercicios. Se les entregará la guía de trabajo # 13 (Anexo 14) la cual deben leer y analizar la información y los ejemplos allí consignados. **Finalización** Los estudiantes resolverán las actividades planteadas en la guía de trabajo. Se harán en grupos para su desarrollo. Para finalizar, se socializarán los resultados en el tablero.	3 horas
Intervención 14 **Multiplicación y división de fracciones**	Solucionar ejercicios de multiplicación y división de fracciones	**Inicio** A partir de dos videos de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=VDTZG1aHiHc y https://www.youtube.com/watch?v=RNtvQitNbLk) se iniciará la intervención. Luego se responderán los interrogantes ¿La división y multiplicación de fracciones se realiza	2 horas

		siguiendo el mismo procedimiento? ¿Cómo se multiplican fracciones? ¿Cómo se dividen fracciones? **Desarrollo** Se resolverá ejemplos en el tablero permitiendo la participación de los estudiantes para observar que dudas tienen y solucionarlas en el mismo momento. Se retroalimentará en grupo. **Finalización** Se hará entrega de la guía de trabajo # 14 (Anexo 15) la cual será leída por cada estudiante de forma individual. Luego se formarán grupos de trabajo para desarrollar los ejercicios. Se socializarán los resultados en el tablero para despejar dudas.	
Intervención 15 **Método gráfico para sumar y restar fracciones**	Utilizar conocimientos geométricos para resolver sumas y restas por método gráfico	**Inicio** Se hará lluvia de ideas respondiendo las siguientes preguntas ¿Conoce el método gráfico para resolver operaciones de suma y resta de fracciones? ¿Cree que se llevarán a cabo los mismos pasos que al resolverlos algorítmicamente? Luego se mostrará el video de apoyo (https://www.youtube.com/watch?v=c9l48oBhWqA) donde al mismo tiempo se irá explicando en el tablero los pasos requeridos para el método gráfico. **Desarrollo** Se explicarán ejemplos de suma y resta de fracciones por método gráfico en el tablero inicialmente. Se permitirá la intervención de los estudiantes para dar solución a sus inquietudes y preguntas. **Finalización** Se entregará la guía de trabajo # 15 (Anexo 16) para que sea resuelta de forma individual. Se socializarán los resultados pasando los estudiantes al tablero. Como compromiso se dejarán ejercicios para la casa.	4 horas
Intervención 16 **Método gráfico para multiplicar y**	Utilizar conocimientos geométricos para resolver	**Inicio** A partir del video (https://www.youtube.com/watch?v=OwqgNQTn1KI&t=55s) se abordará el tema y se irá explicando en el tablero paso por paso el método gráfico.	4 horas

dividir fracciones	multiplicaciones y divisiones por método gráfico	**Desarrollo** Se explicarán algunos ejemplos en el tablero y se dará el espacio a los estudiantes para que expresen sus dudas y hacer retroalimentación. **Finalización** Se concluirá con el desarrollo de la guía de trabajo # 16 (Anexo 17) para que sea resuelta de forma individual. Se socializarán los resultados pasando los estudiantes al tablero. Como compromiso se dejarán ejercicios para la casa.	

Fuente: Autores

Tabla 8. Unidad didáctica: Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones.

Unidad Didáctica: ***Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones***	
ÁREA: Matemáticas **LUGAR:** I.E. Nuestra Señora del Carmen – I.E. Juan Pablo I	**GRADO:** 5°
Objetivos: - Aplicar la reversibilidad en la solución de problemas que requieran el uso de los números fraccionarios. - Identificar situaciones en las que deba utilizar una o más operaciones con números fraccionarios.	
Estándares	**DBA**
- Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. - Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.	- Resuelve problemas en los que debe dividir un entero entre una fracción o una fracción entre una fracción. - Resuelve problemas que involucran números racionales positivos (fracciones, decimales o números mixtos) en diversos contextos haciendo uso de las operaciones
Contenidos de aprendizaje	
- Solución de problemas con sumas y/o restas de fracciones. - Solución de problemas con multiplicación y/o división de fracciones.	
Evaluación	
Como parte de la reflexión, la evaluación será por medio de observación directa, consignada en el diario de campo (Apéndice E) para determinar el alcance de las actividades desarrolladas por los estudiantes. Se tendrá en cuenta los siguientes aspectos: - Participación activa en el desarrollo de los compromisos. - Responsabilidad en el cumplimiento y presentación de actividades resueltas. - Respeto por la opinión y los aportes de los demás compañeros.	

- Trabajo en equipo.

Fuente: Autores

Finalmente, en la tabla siguiente se describirán las dos intervenciones que conforman la tercera unidad didáctica sobre la reversibilidad en la solución de problemas con las cuatro operaciones básicas. En ella, se detalla el número de la actividad, el nombre, el objetivo, la metodología y el tiempo:

Tabla 9. Diseño de actividades. Unidad didáctica 3

Nombre de la actividad	Objetivo	Metodología	Tiempo
Intervención 17 **Reversibilidad en la solución de problemas de suma y resta de fracciones**	Resolver situaciones problema sencillas con fracciones de uso común que requieran de la adición o sustracción para su solución	**Inicio** Se iniciará recordando en el tablero el procedimiento para hacer las operaciones de suma y resta con fracciones. En algunos ejemplos se dará participación para que los niños salgan al frente y los resuelva. Seguidamente se recordarán los cuatro pasos planteados en el Método de Pólya para la solución de problemas, pero aplicando la reversibilidad. **Desarrollo** Se resolverán y explicarán problemas con sumas y restas aplicando cada paso y enfatizando en el análisis que deben hacer. En este momento se permitirá la participación de los estudiantes durante la explicación y atendiendo las dudas en el momento en que se presenten. **Finalización** Se entregará la guía de trabajo # 17 (Anexo 18) para que sea trabajada en grupos. En este momento se hará observación sobre el trabajo colaborativo para poder detectar estudiantes que persisten con dificultades. Finalmente se socializarán los resultados en el tablero.	4 horas
Reversibilidad en la solución de problemas de multiplicación	Interpretar y utilizar números fraccionarios asociados	**Inicio** A partir de ejemplos que se explicarán paso a paso en el tablero se buscará recordar el algoritmo para la solución de multiplicaciones y divisiones de fraccionarios. Se le permitirá	4 horas

y división de fracciones	con un contexto para solucionar problemas	al estudiante pasar al tablero para resolver ejercicios planteados por el docente. Se atenderán y solucionarán dudas. **Desarrollo** En este momento se resolverán ejemplos en el tablero explicando la reversibilidad en la solución de problemas de multiplicación y división de fracciones. Los estudiantes podrán participar pasando al tablero y demostrando apropiación en los procedimientos antes vistos. **Desarrollo** Se hará entrega de la guía de trabajo # 18 (Anexo 19) para que sea desarrollada en grupo. Se evaluará el trabajo individual y colaborativo. Finalmente se hará socialización en el tablero.	

Fuente: Autores

4.7 Análisis de la prueba diagnóstica

Para el desarrollo de la propuesta se aplicó inicialmente una prueba diagnóstica conformada por preguntas seleccionadas de las Pruebas Saber de años anteriores referentes a números fraccionarios.

Seguidamente, fueron analizados los resultados obtenidos para identificar las falencias presentadas por los estudiantes al comprender el significado de fracción y determinar los procedimientos que debían utilizar al momento de solucionar problemas con fracciones, para posteriormente diseñar la propuesta pedagógica a implementar.

Cabe mencionar que en la Institución Educativa colegio Juan Pablo I presentaron la prueba 40 estudiantes del grado quinto mientras que en el Colegio Nuestra Señora del Carmen fue presentada por 11 estudiantes.

Tabla 10. Análisis de resultados prueba diagnóstica

Pregunta N.	I.E. Juan Pablo I			I.E. Nuestra Señora del Carmen		
	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas	Sin marcar	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas	Sin marcar
1	85%	12,5%	2,5%	45,45%	54,55%	0%
2	42,5%	50%	7,5%	36,36%	63,64%	0%
3	27,5%	62,5%	10%	0%	90,91%	9,09%
4	77,5%	20%	2,5%	100%	0%	0%
5	80%	15%	5%	54,55%	36,36%	9,09%
6	87,5%	5%	7,5%	90,91%	9,09%	0%
7	70%	20%	10%	45,45%	54,55%	0%
9	12,5%	65%	22,5%	27,27%	72,73%	0%
10	45%	42,5%	12,5%	63,64%	36,36%	0%
11	42,5%	45%	12,5%	9,09%	90,91%	0%
12	42,5%	45%	12,5%	9,09%	90,91%	0%

Fuente: Autores

Resultados del estudio por pregunta

Pregunta 1.

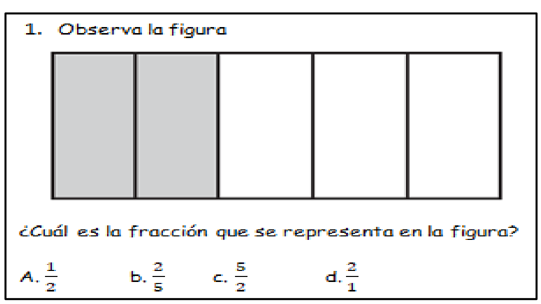


Figura 27. Prueba diagnóstica pregunta 1. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2012

En la pregunta número 1, se puedo observar que en el Colegio Juan Pablo I el 85% de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta mientras que el 12,5% lo hicieron de forma incorrecta, mientras que en la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen respondieron correctamente un 45,45% de los estudiantes y el 54,55% lo hizo de forma errada.

Pregunta 2.

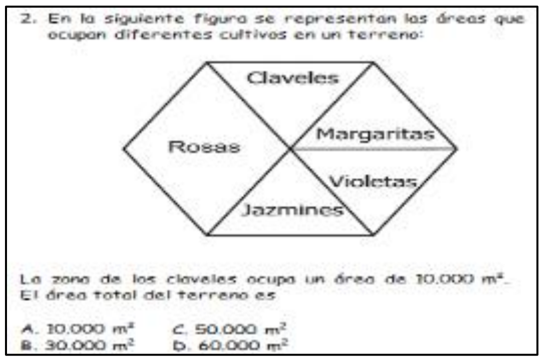
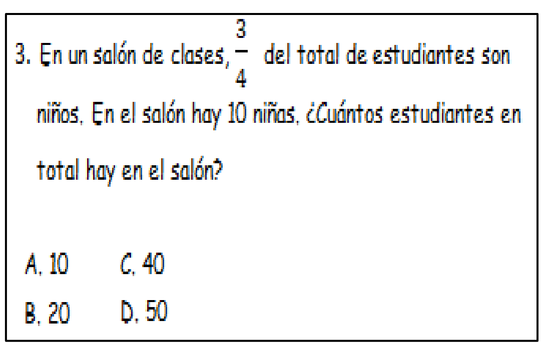


Figura 28. Prueba diagnóstica pregunta 2. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2016

En la pregunta número 2, se registró que en el Colegio Juan Pablo I el 42,5% respondieron acertadamente la pregunta frente al 50% que lo hizo de manera incorrecta y el 7,5% que no la marcó. Por su parte, en la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen el 36,36% de los estudiantes respondió de forma correcta, mientras que el 63,64% no acertó en la respuesta.

Pregunta 3.



3. En un salón de clases, $\frac{3}{4}$ del total de estudiantes son niños. En el salón hay 10 niñas. ¿Cuántos estudiantes en total hay en el salón?

A. 10 C. 40
B. 20 D. 50

Figura 29. Prueba diagnóstica pregunta 3. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2016

En la pregunta número 3, en el Colegio Juan Pablo I el 27,5% de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta frente al 62,5% que no acertó en la respuesta y el 10% que no marcó ninguna opción. Por su parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen no hubo porcentaje de acierto, mientras que el 90,91% de los estudiantes contestaron de forma errada y el 9,09% no marcó ninguna respuesta.

Pregunta 4.

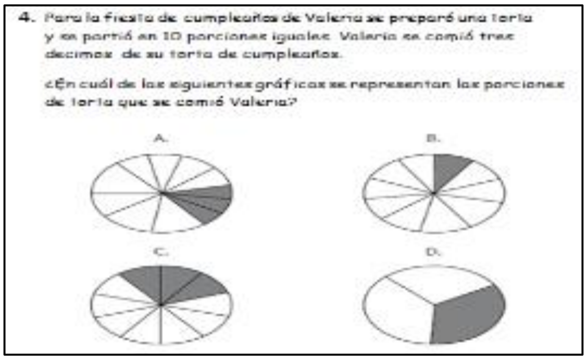


Figura 30. Prueba diagnóstica pregunta 4. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2012

En la pregunta número 4, en el Colegio Juan Pablo I, 77,5% de los estudiantes marcaron la respuesta correcta frente al 20% que lo hicieron incorrectamente y el 2,5% que no marcó. Por su parte, en la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, el porcentaje de acierto fue del 100%.

Pregunta 5.

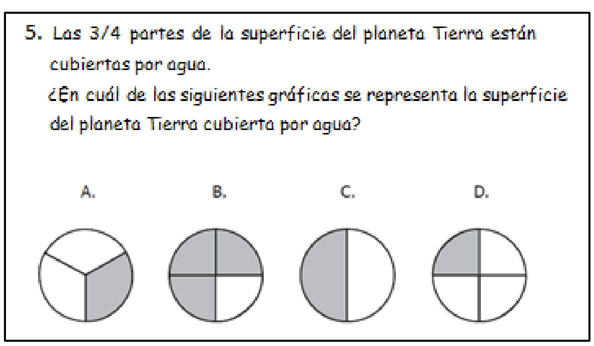


Figura 31. Prueba diagnóstica pregunta 5. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2012

En la pregunta número 5, se registró que el 80% de los estudiantes del Colegio Juan Pablo I contestaron correctamente la pregunta, mientras que el 5% lo hicieron de forma incorrecta y el 5% no marcaron ninguna opción de respuesta. Por su parte, en la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, el porcentaje de acierto fue del 54,55%, el de desacierto de 36,36% y no marcado el 9,09%.

Pregunta 6.

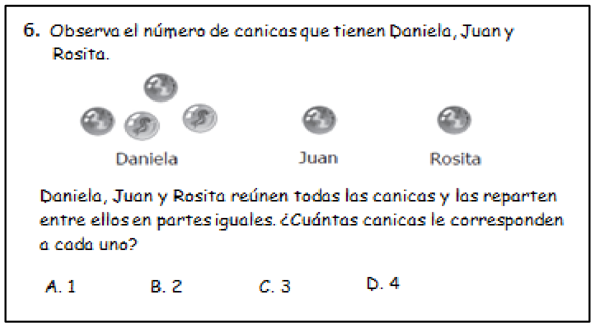


Figura 32. Prueba diagnóstica pregunta 6. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2012

En la pregunta número 6, los estudiantes del Colegio Juan Pablo I obtuvieron un porcentaje de acierto del 87,5% frente al 5% que respondieron de forma incorrecta y el 7,5% que no marcaron ninguna respuesta. Por su parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen, el 90,91% contestaron correctamente y el 9,09% contestaron incorrectamente.

Pregunta 7.

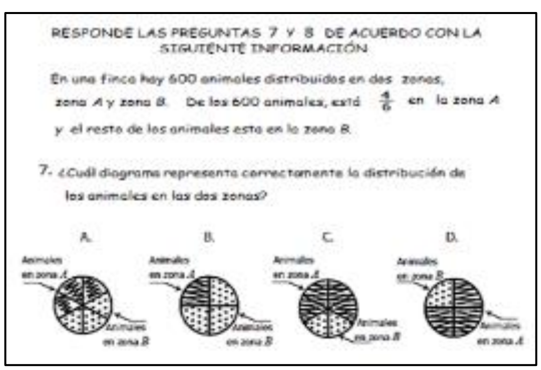


Figura 33. Prueba diagnóstica pregunta 7. Fuente: Cuadernillo de prueba Matemáticas 5° grado, calendario A 2012

En la pregunta número 7, se registró que, en el Colegio Juan Pablo I, el 70% de los estudiantes acertaron en la opción de respuesta, el 20% no acertaron y el 10% no contestaron. Por otra parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen, el porcentaje de acierto fue del 45,45% frente al 54,55% que marcaron incorrectamente.

Pregunta 9.

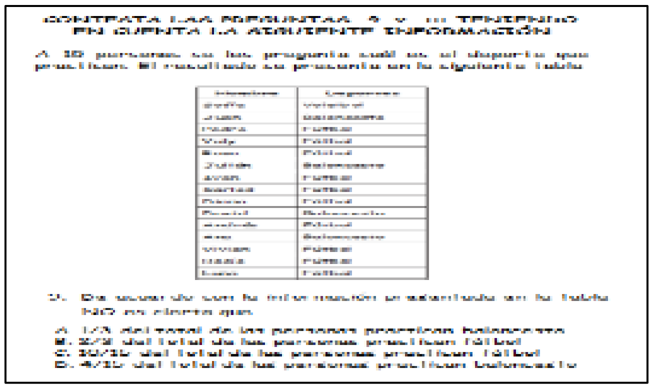


Figura 34. Prueba diagnóstica pregunta 9

En la pregunta número 9, los estudiantes del Colegio Juan Pablo I, contestaron correctamente en un 12,5%, mientras que el 65% marcaron la opción incorrecta y el 22,5% no marcó ninguna respuesta. Por su parte, Institución Nuestra Señora del Carmen, tuvo un porcentaje de 27,27% de acierto frente a un 72,73% de desacierto.

Pregunta 10.

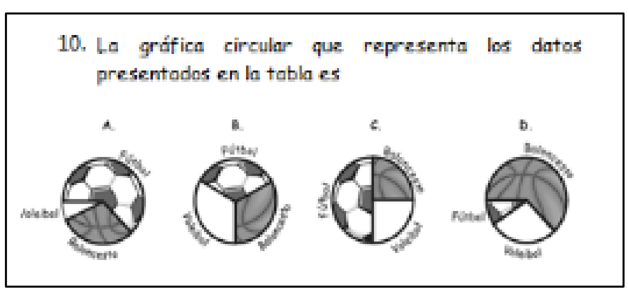


Figura 35. Prueba diagnóstica pregunta 10.

En la pregunta número 10, se registró que, en el Colegio Juan Pablo I, el 60% de los estudiantes marcaron la opción de respuesta correcta frente al 30% que lo hicieron de forma incorrecta y el 10% que no marcaron ninguna. Por su parte, en la Institución Nuestra Señora del

Carmen, el 63,64% de los estudiantes marcaron correctamente mientras que 36,36% lo hicieron de forma errada.

Pregunta 11.

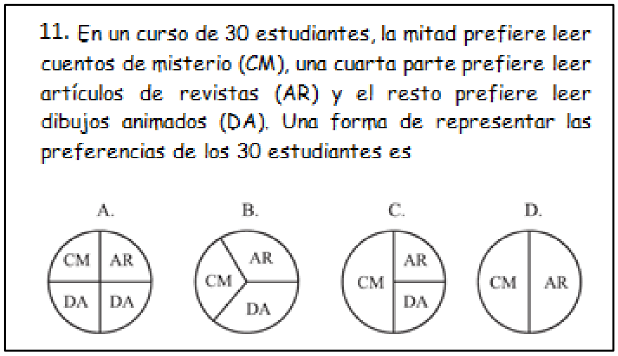


Figura 36. Prueba diagnóstica pregunta 11

En la pregunta número 11, se registró que, en el Colegio Juan Pablo I, el 45% de los estudiantes marcó la opción de respuesta correcta, mientras que el 42,5% marcó la incorrecta y el 12,5 no marcó ninguna de las opciones. Por su parte, la Institución Nuestra Señora del Carmen obtuvo un porcentaje de acierto del 63,64% frente al 36,36% de desacierto.

Pregunta 12.

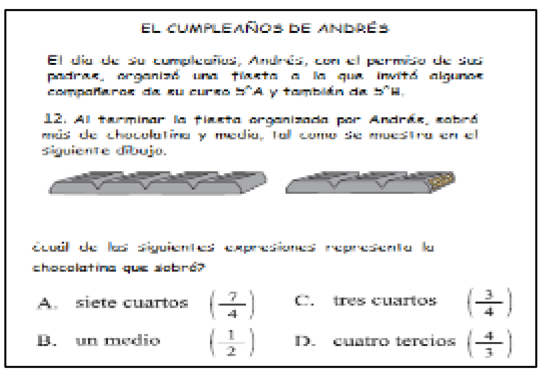


Figura 37. Prueba diagnóstica pregunta 12.

En la pregunta número 12, el porcentaje de respuestas correctas para el Colegio Juan Pablo I fue del 42,5% mientras que el 45% contestaron de forma incorrecta y el 12,5% de los estudiantes no marcaron ninguna opción. Por su parte, la Institución Nuestra Señora del Carmen obtuvo un porcentaje del 9,09% de estudiantes que marcaron la respuesta correcta y el 90,91% que la marcaron de forma incorrecta.

4.8 Análisis de las unidades didácticas

Uno de los aspectos importantes en el desarrollo de la propuesta es lograr los objetivos trazados y evidenciar la eficacia de la misma.

A continuación, se muestra el impacto de cada una de las unidades didácticas implementadas de acuerdo a las categorías y subcategorías planteadas en el capítulo anterior:

Tabla 11. Análisis de las unidades didácticas

Unidad didáctica	Categorías a evaluar	Subcategorías	Análisis
Título: **Fortaleciendo conceptos matemáticos** **Objetivo:** Fortalecer los conceptos matemáticos previos a la temática de las fracciones.	Competencia matemática, Resolución de problemas	Numérico - Variacional	Con el trabajo de esta unidad didáctica los estudiantes pudieron recordar y fortalecer los conceptos vistos los años anteriores referentes a conceptos y procedimientos necesarios para la unidad siguiente. A partir de las intervenciones desarrolladas se apropiaron de los conceptos de múltiplos y divisores, divisibilidad, descomposición, MCM y MCD los cuales serán requeridos en las operaciones con fracciones. Para los estudiantes provenientes de Venezuela, quienes no habían visto estos temas, fue necesario trabajar de manera personalizada para el logro de los objetivos.
	Desempeño	Comportamiento	La mayoría de los estudiantes mantuvieron buen comportamiento ante las explicaciones dadas atendiendo a las indicaciones y sugerencias. En un principio el trabajo en grupo generó indisciplina pero una vez distribuidos los equipos,

			las actividades se realizaron de manera ordenada en los tiempos requeridos.
		Actitud	Los estudiantes mostraron disposición ante las actividades propuestas en cada intervención. Al tratarse de conceptos ya vistos en años anteriores, no se evidenció frustración o negativismo ante las temáticas.
		Participación	El deseo de expresar sus aportes u opiniones hace que en ocasiones intervengan varios estudiantes al mismo tiempo sin pedir la palabra. La participación fue mejorando con el transcurso de las intervenciones, notándose el interés por pasar al tablero para resolver ejercicios.
	Impacto	Evaluación	La metodología de trabajo individual, participación en el tablero y trabajo en equipo permitió, que al cambiar la dinámica del trabajo, los estudiantes mantuvieran la disposición, interés y entusiasmo. Las evaluaciones realizadas a través de la dinámica de pasar al tablero permitió que la mayoría de los estudiantes perdieran el miedo a expresarse ante los compañeros y lograron subsanar las dificultades que presentaron.
	Práctica pedagógica	Planeación	Los videos de apoyo seleccionados respondieron a las dudas y aportaron a la apropiación de los conceptos y algoritmos. Las guías de trabajo sirvieron como apoyo en la solución de las actividades propuestas.
		Saber disciplinar	La unidad didáctica permitió que, al igual que los estudiantes,

			los docentes se apropiaran del lenguaje matemático. En la necesidad de que los estudiantes entendieran e interiorizaran los conceptos, se utilizó un lenguaje acorde al nivel de los mismos a fin de no generar confusión, principalmente con los estudiantes Venezolanos.
	Didáctica	Actividades	Utilizar los videos de apoyo seleccionados para cada temática fue asertivo ya que cambia la estructura tradicional de las clases.
		Rol del docente	El docente fue mediador entre el estudiante y el conocimiento, permitiendo autonomía y confianza ante las dudas o desaciertos.
Título: **Las fracciones desde la reversibilidad** **Objetivos:** Reconocer los números fraccionarios en diferentes contextos. Utilizar adecuadamente los números fraccionarios en la solución de situaciones problema.	Competencia matemática, Resolución de problemas	Numérico – Variacional	Los estudiantes se apropiaron del término de fracción identificándola en diferentes contextos. Hubo apropiación de los términos de la fracción, lo que permitió que los identificaran de forma numérica, gráfica y en su representación en la recta. Interiorizaron las clases de fracciones y las diferenciaron entre sí. Lograron utilizar adecuadamente las fracciones en la solución de situaciones problema ya sea realizando el gráfico o resolviendo
	Desempeño	Comportamiento	Se evidencia mejoría en el comportamiento de los estudiantes frente a las actividades grupales y las que requirieron pasar al tablero.
		Actitud	El interés fue clave para el desarrollo de las actividades programadas en cada intervención. Se notó, al principio, un poco de frustración al solucionar

			operaciones por método gráfico ya que no lo habían trabajado en años anteriores, pero rápidamente la mayoría entendió la dinámica y mejoró la situación.
		Participación	Los estudiantes se mostraron activos ante las actividades propuestas en cada una de las intervenciones. Participaron activamente durante las lluvias de ideas y se evidenció más aún en la elaboración de las actividades manuales con material concreto.
	Impacto	Evaluación	El desarrollo de la unidad didáctica permitió observar la apropiación de los conceptos y procedimientos necesarios para responder a las actividades. Al momento de pasar al tablero a representar fracciones y operaciones con fracciones de forma gráfica se observó mayor comprensión de las temáticas. Se vio mayor dificultad, al inicio, en la solución de problemas de forma algebraica aplicando la reversibilidad, pero al desarrollar los ejemplos planteados, lograron interiorizar los cuatro pasos propuestos por Pólya y dar solución a los problemas.
	Práctica pedagógica	Planeación	La estrategia de apoyar la temática en videos educativos fue efectiva ya que los estudiantes salieron de la rutina de solo escuchar al docente dando la temática y mostraron interés y atención. Los juegos didácticos elaborados por los estudiantes les permitieron interiorizar conceptos y aplicarlos por medio del juego. Las guías de trabajo fueron elaboradas de forma que

			respondieran a las necesidades y dificultades que se iban observando.
		Saber disciplinar	La solución de las operaciones por medio del método gráfico le permitió a los docentes ampliar sus métodos utilizados anteriormente. El desarrollo de las actividades le permitió a los docentes utilizar lenguaje el matemático adecuado y acorde al nivel de los estudiantes, enfatizando en el término reversibilidad y en los cuatro pasos planteados por Pólya.
	Didáctica	Actividades	La elaboración de gráficas con material concreto, el bingo de las fracciones y el dominó, permitieron que el estudiante aplicara su creatividad e interactuara con el conocimiento de forma didáctica.
		Rol del docente	El docente sirvió como canal entre el conocimiento, las actividades y los estudiantes. Se hizo observación, revisión y socialización continua a cada guía desarrollada para subsanar dificultades. En el caso de los estudiantes provenientes de Venezuela, se mantuvo contacto directo y personalizado en cada intervención.
Título: **Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones** **Objetivos:** Aplicar la reversibilidad en la solución	Competencia matemática, Resolución de problemas	Numérico – Variacional	Los estudiantes demostraron apropiación de los conceptos relacionados con el tema de las fracciones, así como los procedimientos a tener en cuenta en el desarrollo de las operaciones. Mostraron destreza al aplicar la reversibilidad teniendo en cuenta los pasos del Método de Pólya utilizando el lenguaje matemático apropiado.

de problemas que requieran el uso de los números fraccionarios. Identificar situaciones en las que deba utilizar una o más operaciones con números fraccionarios.	Desempeño	Comportamiento	En esta unidad didáctica, el comportamiento fue fundamental para el desarrollo de las intervenciones ya que requerían de lo visto en la anterior. El trabajo en grupo se hizo de forma organizada al igual que la socialización de los problemas en el tablero.
		Actitud	La mayoría de los estudiantes mostraron buena actitud ya que tenían claro el método a utilizar.
		Participación	La estrategia del trabajo en grupo e individual arrojó resultados positivos ya que el estudiante tuvo la oportunidad de aportar sus opiniones.
	Impacto	Evaluación	Esta última unidad didáctica fue exitosa ya que los estudiantes demostraron la apropiación de los pasos del método Pólya aplicándolos favorablemente, de forma reversible, en la solución de problemas.
	Práctica pedagógica	Planeación	Las intervenciones fueron planeadas teniendo en cuenta los temas vistos en la unidad anterior, lo que le permitió a los estudiantes tenerlas de consulta o base en caso de que tuvieran que retomar algún tema.
		Saber disciplinar	El desarrollo de la unidad didáctica le aportó a los docentes una nueva estrategia aplicable y efectiva en la solución de problemas con números fraccionarios.
	Didáctica	Actividades	Las actividades trabajadas en las intervenciones permitieron poner a prueba los conocimientos y procedimientos adquiridos. Favorecieron el trabajo inicialmente individual y la retroalimentación en forma grupal.

		Rol del docente	Los docentes fueron orientadores de las actividades, atendieron las inquietudes expuestas por los estudiantes y socializaron los resultados para finalizar con las correcciones pertinentes.

Fuente: Autores

4.8 Análisis de la prueba final

Para la prueba final, se seleccionaron preguntas de las pruebas Saber 5° de años anteriores, en donde evaluaban conceptos y problemas con fraccionarios.

En primera medida, se hizo un análisis por pregunta para establecer el porcentaje de estudiantes que contestaron acertadamente comparando los resultados obtenidos en las dos instituciones.

Finalmente, se compararon los resultados de la prueba diagnóstica con los obtenidos en la prueba final con el fin de identificar qué avance conceptual y procedimental se obtuvo a partir de la implementación de la estrategia aplicada en los estudiantes en cada una de las Instituciones Educativas.

Cabe mencionar que en el colegio Juan Pablo I presentaron la prueba 41 estudiantes y en la Institución educativa Nuestra Señora del Carmen la presentaron 12 estudiantes.

Tabla 12. Análisis de resultados prueba final

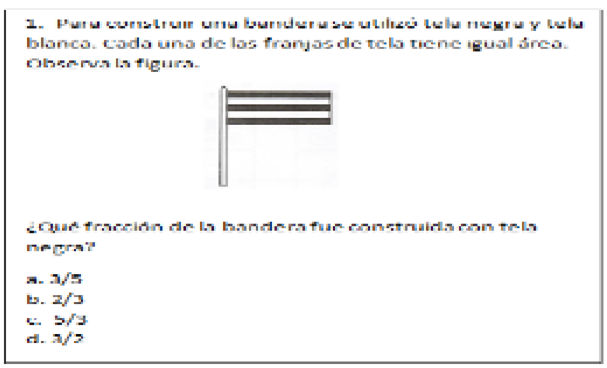
Pregunta N.	I.E. Juan Pablo I			I.E. Nuestra Señora del Carmen		
	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas	Sin marcar	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas	Sin marcar
1	78,05%	21,95%	0%	83,33%	16,67%	0%
2	80,49%	19,51%	0%	25%	75%	0%

3	63,41%	36,59%	0%	83,33%	16,67%	0%
4	43,9%	53,66%	2,44%	91,67%	8,33%	0%
5	51,22%	48,78%	0%	66,67%	33,33%	0%
6	87,80%	12,2%	0%	83,33%	16,67%	0%
7	29,27%	68,29%	2,44%	41,67%	58,33%	0%
8	82,93%	17,07%	0%	100%	0%	0%
9	87,35%	14,63%	0%	91,67%	8,33%	0%
10	75,61%	24,39%	0%	100%	0%	0%
11	87,80%	12,2%	0%	83,33%	16,67%	0%

Fuente: Autores

Resultados del estudio por pregunta

Pregunta 1


1. Para construir una bandera se utilizó tela negra y tela blanca. Cada una de las franjas de tela tiene igual área. Observa la figura.

¿Qué fracción de la bandera fue construida con tela negra?

a. 3/5
b. 2/3
c. 5/3
d. 3/2

Figura 38. Prueba final pregunta 1

En la pregunta número 1, se pudo observar que, en el Colegio Juan Pablo I, el 78,05% de los estudiantes respondieron de forma acertada frente al 21,95% que lo hizo en forma incorrecta. Por su parte, un 83,33% de los estudiantes de la Institución Nuestra Señora del Carmen respondieron de forma correcta frente al 16,67% que erró en la respuesta.

Pregunta 2.

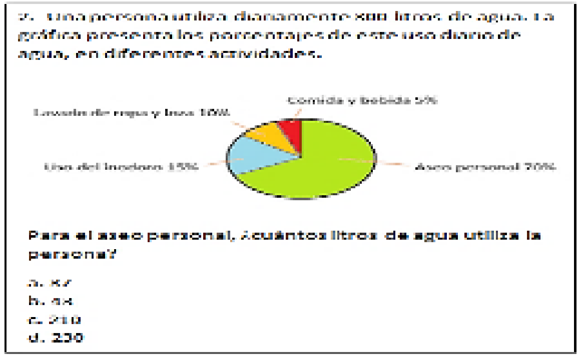


Figura 39. Prueba final pregunta 2. Fuente: Cuadernillo de prueba Saber 3°, 5° y 9° 2015

En la pregunta número 2, se registró que en el Colegio Juan Pablo I, el 80,49 % de los estudiantes respondieron acertadamente frente al 19,51% que lo hizo de forma incorrecta. Por otra parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen, el porcentaje de los estudiantes que marcaron la respuesta correcta fue del 25% mientras que los que marcaron erradamente correspondieron al 75%.

Pregunta 3.

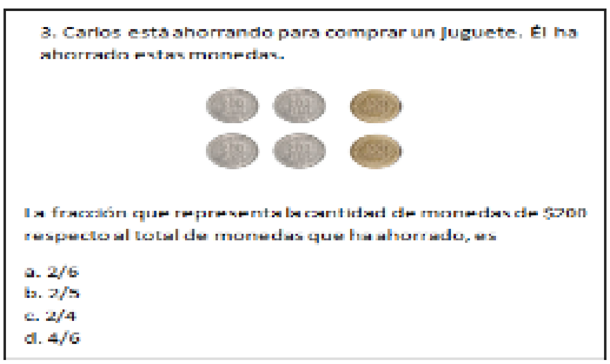


Figura 40. Prueba final pregunta 3

En la pregunta número 3, se pudo observar que, en el Colegio Juan Pablo I, el 63,41 % de los estudiantes marcó la respuesta correcta frente al 36,59% de los estudiantes que lo hizo de forma incorrecta. Por su parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen, el 83,33 % de los estudiantes marcó acertadamente frente al 16,67% que lo hizo de forma incorrecta.

Pregunta 4.

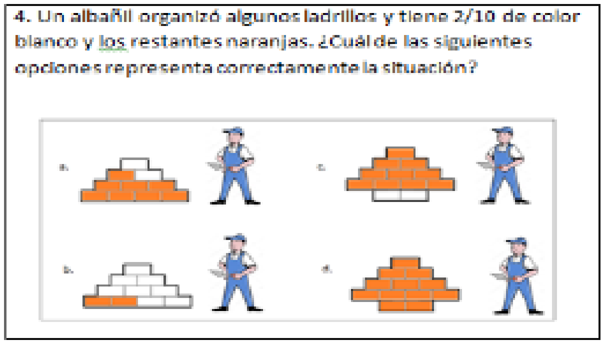


Figura 41. Prueba final pregunta 4. Fuente: Cuadernillo de prueba Saber 3°, 5° y 9° 2014

En la pregunta número 4, se registró que en el Colegio Juan Pablo I, el 43,90% de los estudiantes marcaron de forma correcta, mientras que el 53,66% lo hizo de forma incorrecta y el 2,44% no marcó ninguna opción. Por otra parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen, el 91,67 % de los estudiantes marcó la opción correcta frente al 8,33% que la marcó incorrectamente.

Pregunta 5.

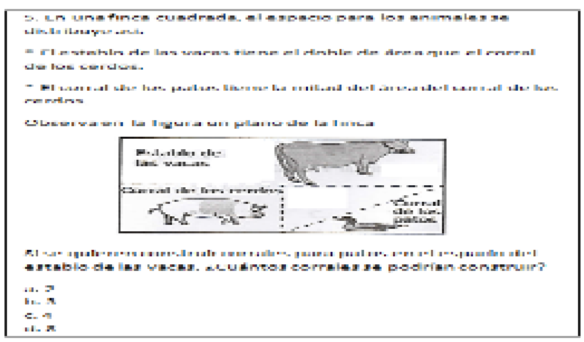


Figura 42. Prueba final pregunta 5

En la pregunta número 5, se registró que, en el Colegio Juan Pablo I, el porcentaje de estudiantes que marcaron acertadamente fue del 51,22% frente al 48,78% que lo hizo erradamente. Por su parte, el 66,67% de los estudiantes de la Institución marcó la respuesta correcta frente al 33,33% que lo hizo de forma incorrecta.

Pregunta 6.

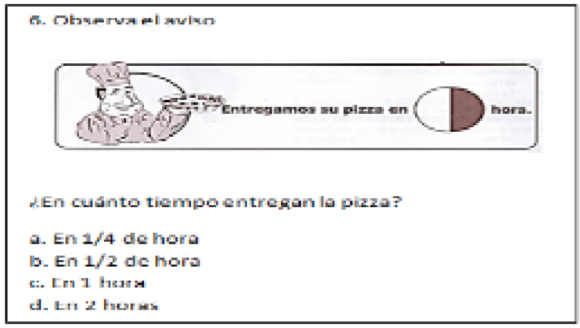


Figura 43. Prueba final pregunta 6. Fuente: Cuadernillo de prueba Saber 3°, 5° y 9° 2014

En la pregunta número 6, se observó que, en el Colegio Juan Pablo I, el 87,80% de los estudiantes respondieron acertadamente la pregunta frente al 12,20% que lo hicieron equivocadamente. Por su parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen, el 83,33 % de los estudiantes acertaron en la respuesta mientras el 16,67% no lo hizo.

Pregunta 7.

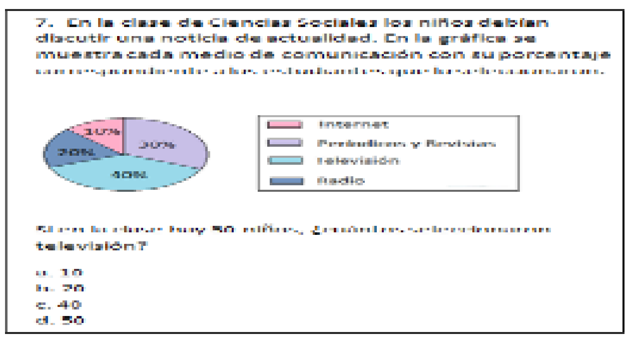


Figura 44. Prueba final pregunta 7. Fuente: Cuadernillo de prueba Saber 3°, 5° y 9° 2014

En la pregunta número 7, se registró que en el Colegio Juan Pablo I, el porcentaje de acierto fue del 29,27 % mientras que el 68,29% no acertaron en la respuesta y el 2,44% no marcó ninguna opción. Por otra parte, el porcentaje de acierto de los estudiantes de la Institución Nuestra Señora del Carmen fue del 41,67 % frente al 58,33% que no respondieron correctamente.

Pregunta 8.

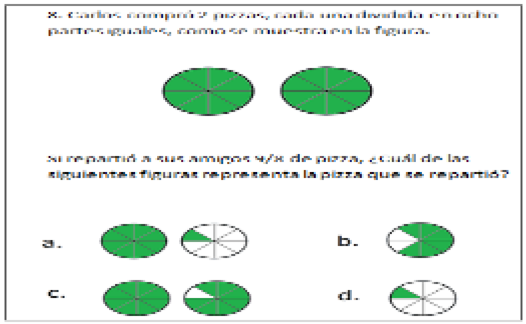


Figura 45. Prueba final pregunta 8. Fuente: Cuadernillo de prueba 1ra edición. Saber 3°, 5° y 9° 2015

En la pregunta número 8, se registró en el Colegio Juan Pablo I un 82,93% de estudiantes que respondieron correctamente la pregunta frente a un 17,07% que la marcaron de forma incorrecta. Por su parte, el 100% de los estudiantes de la Institución Nuestra Señora del Carmen lo hicieron correctamente.

Pregunta 9.

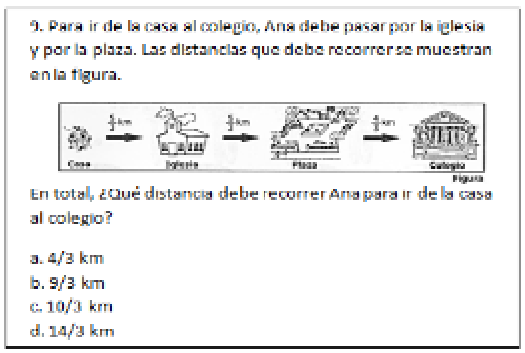


Figura 46. Prueba final pregunta 9. Fuente: Cuadernillo de prueba 1ra edición. Saber 3°, 5° y 9° 2015

En la pregunta número 9, se observó que en el Colegio Juan Pablo I el 87,35% de los estudiantes marcaron acertadamente la respuesta frente al 14,63% que erró en ella. Por su parte, el 91,67 % de los estudiantes de la Institución Nuestra Señora del Carmen contestó marcó la respuesta correcta y el 8,33% lo hizo de forma incorrecta.

Pregunta 10.

10. Carolina leyó en su libro de historia que hace muchos años, en Colombia, **nueve de cada diez** personas no sabían leer ni escribir.

¿Cuál es el número que representa correctamente la información sobre la cantidad de personas que no sabían leer ni escribir?

a. 9/10
b. 10/9
c. 109
d. 910

Figura 47. Prueba final pregunta 10. Fuente: Cuadernillo de prueba Saber 3°, 5° y 9° 2014

En la pregunta número 10, se registró que el 75,61% de los estudiantes del Colegio Juan Pablo I marcaron la respuesta correcta mientras que el 24,39% de ellos marcó de forma incorrecta. Por su parte, el 100% de los estudiantes de la Institución Nuestra Señora del Carmen acertaron en la respuesta.

Pregunta 11.

11. la siguiente gráfica presenta información sobre los productos nacionales e importados que se ofrecen en una feria.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a. 1/4 de los productos son importados
b. 1/3 de los productos son nacionales
c. 4/4 de los productos son nacionales
d. 4/3 de los productos son importados

Figura 48. Prueba final pregunta 11. Fuente: Cuadernillo de prueba Saber 3°, 5° y 9° 2014

En la pregunta número 11, se observó que el 87,80% de los estudiantes contestaron correctamente mientras que el 12,20% restante, lo hizo de forma incorrecta. Por otra parte, en la Institución Nuestra Señora del Carmen contestó acertadamente el 83,33 % frente al 16,67% de los estudiantes que lo hizo marcando la respuesta incorrecta.

Ahora bien, teniendo los resultados obtenidos por los estudiantes en las dos pruebas escritas, la diagnóstica (Anexo 1) y la final (Anexo 20), se pudo analizar la mejora en los resultados obtenidos en las dos instituciones luego de implementar la propuesta pedagógica “El mundo de las fracciones”.

Estos resultados se pueden ver reflejados en la siguiente tabla:

Tabla 13. Comparativo resultado prueba diagnóstica y prueba final.

Prueba diagnóstica					
Promedio de preguntas acertadas		**Promedio de preguntas erradas**		**Promedio de preguntas sin contestar**	
Juan Pablo I	Nuestra Señora del Carmen	Juan Pablo I	Nuestra Señora del Carmen	Juan Pablo I	Nuestra Señora del Carmen
56,36%	**48,76%**	**34,32%**	**49,59%**	**9,32%**	**1,65%**

Prueba final					
Promedio de preguntas acertadas		**Promedio de preguntas erradas**		**Promedio de preguntas sin contestar**	
Juan Pablo I	Nuestra Señora del Carmen	Juan Pablo I	Nuestra Señora del Carmen	Juan Pablo I	Nuestra Señora del Carmen
69,62%	**77,27%**	**29,93%**	**21,97%**	**0,44%**	**0,00%**

Fuente: Autores

Con estos resultados se puede evidenciar que el promedio de preguntas acertadas por los estudiantes del colegio Juan Pablo I en el diagnóstico fue de 56,36% aumentando en la prueba final un 13,26%. Así mismo, el porcentaje de preguntas erradas disminuyó en un 4,39%. De igual manera, el porcentaje de los estudiantes que no marcaron ninguna opción de respuesta que en un principio fue de 9,32% logró disminuir al 0,44%, es decir, un 8,88%.

En la institución Educativa Nuestra Señora del Carmen se observó igualmente la eficiencia de la implementación de la propuesta, pues inicialmente el diagnóstico arrojó que un 48,76% de los estudiantes marcaron la respuesta acertada, aumentando notablemente en la prueba final a un 77,27%. Por su parte, el porcentaje de preguntas erradas pasó de un 49,59% a un 21,97% disminuyendo en un 27,62%. Finalmente, en las preguntas no marcadas, el porcentaje logró disminuir al 0%.

4.9 Triangulación

Denzin (1970) define la triangulación como "la combinación de dos más teorías, fuentes de datos, métodos de investigación, en el estudio de un fenómeno particular". (Vallejo y Finol, 2009). Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación, se relacionarán los hallazgos encontrados en el proyecto con las teorías y los resultados obtenidos.

Tabla 14. Triangulación.

Categoría	Teoría	Hallazgos	Análisis
Pensamiento numérico variacional	Según el MEN (1998): "El desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la educación básica y media y su uso eficaz por medio	Al iniciar las unidades didácticas, los estudiantes se mantuvieron motivados y participativos en el desarrollo de cada una de ellas. Se pudo consolidar el concepto de fracción y la representación gráfica de las fracciones, así como también las diferentes formas de operación entre fracciones. Al mismo tiempo pudieron establecer diferencias entre las clases de fracciones y su	Las prácticas pedagógicas deben llevar a los docentes a replantear las formas tradicionales de enseñar. Es por ello, que cuando los estudiantes se enfrentan a nuevos procesos y formas de resolver un problema, esto puede ser motivante para ellos. Se encontró que con la reversibilidad a través del método Pólya, los estudiantes a partir

	de los distintos sistemas de numeración con los que se representan. (p 60).	representación gráfica. Se pudo observar un avance significativo en el nivel de conocimiento de entrada en comparación con el nivel final.	de la respuesta lograban entender mejor los problemas y así plantearlos con sus propias palabras.
Resolución de problemas	PISA (2012): La competencia para la resolución de problemas es la capacidad del individuo para emprender procesos cognitivos con el fin de comprender y resolver situaciones problemáticas en las que la estrategia de solución no resulta obvia de forma inmediata. Incluye la disposición para implicarse en dichas situaciones para alcanzar el propio potencial como ciudadano constructivo y reflexivo. (OCDE,2014, p.12)	El diseño de las unidades didácticas estuvo enfocado al desarrollo de la solución de problemas por medio de la reversibilidad a través del método Pólya. En ellas los estudiantes identificaron que la respuesta no era el fin sino el medio para lograr entender el problema aplicando los 4 pasos planteados por Pólya. Para ello se inició con el fortalecimiento de la teoría de números, fundamental para el manejo de los números fraccionarios para luego entrar a los números fraccionarios, su representación, clasificación y operaciones.	Encontrar la solución a un problema matemático a partir de la lectura, comprensión y análisis sin tener las bases para hacerlo en la mayoría de los casos es frustrante para los estudiantes, pero lo es más cuando el niño sabiendo las operaciones y el manejo del conjunto numérico, no logra entender el problema. A través de la reversibilidad por medio del método Pólya, el estudiante parte de la respuesta para llegar a entender el problema. Ya el estudiante no tiene la presión de encontrar la respuesta sino de argumentar por medio de un análisis matemático, por qué esa es la respuesta al problema.
Metodología	Piaget (1984) "la reversibilidad es la	Por medio de las unidades didácticas	La implementación de unidades

	característica más definida de la inteligencia" ya que si el pensamiento es reversible, puede seguir el curso del razonamiento hasta el punto del cual partió.	implementadas los estudiantes pudieron fortalecer mejor sus aprendizajes, ya que recordaban con facilidad lo aprendido. Los videos introductorios sirvieron de apoyo para fortalecer los conceptos aprendidos. El trabajo colaborativo fue importante para enriquecer procedimientos y compartir aprendizajes. El juego del Bingo y el dominó, permitió a los estudiantes tener una visión diferente de como aprender las fracciones.	didácticas permite a los estudiantes llevan una secuencia en los contenidos y en la forma de elaboración de las guías. Esto hace que el aprendizaje sea significativo para ellos ya que le encuentran sentido a cada actividad realizada y la pueden aplicar a su contexto y realidad.
Impacto	Pólya (1990) "un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata".	En el desarrollo de la propuesta se pudo evidenciar que en gran parte de los estudiantes se obtuvieron resultados positivos. Lograron evidenciar a través de Pólya y la reversibilidad que lo importante no era obtener una respuesta al problema sino entender el problema. Se logró integrar varios procesos como la interpretación, análisis, comprensión, indagación, reflexión para poder llegar a dar una correcta validación de la respuesta. Aunque el método parte de la respuesta, este no excluye del todo a los	La matemática es reversible y por ello la manera como se pueda encontrar la solución a problemas matemáticos también lo es. Encontrar una manera diferente de entender los problemas, causo en los estudiantes una motivación extra para que encontraran gusto por la matemática. Ellos entendieron que, más que encontrar una respuesta por procedimientos matemáticos a un problema, era más

		procesos matemáticos, pues estos están inmersos en la reversibilidad a través del método Pólya.	importante poder argumentarla con procedimientos matemáticos para lograr entender los problemas.

Fuente: Autores

Capítulo V

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

A partir de la pregunta de investigación se pudo concluir que con la aplicación de las unidades didácticas cuyo enfoque es la reversibilidad a través del método Pólya, se logró desarrollar la competencia resolución de problemas en los estudiantes de grado quinto en las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen (rural) y Juan Pablo I (urbana) al ser un nuevo método para entender los problemas. Los estudiantes se vieron motivados por las actividades desarrolladas en cada intervención y la manera como aprendían la teoría de los números fraccionarios al mismo tiempo que la aplicaban a su contexto.

Con respecto al primer objetivo específico: Analizar los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas Saber 5° en la competencia resolución de problemas del área de matemáticas en las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I para el año 2016, se logró identificar que para los periodos 2015 – 2016 en las dos instituciones existió bajo rendimiento en la competencia de resolución de problemas con números fraccionarios, lo cual motivó al desarrollo del proyecto de investigación.

En cuanto al segundo objetivo específico: Identificar en qué nivel de desempeño en el área de matemática se encuentran los estudiantes del grado quinto de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I, se logró establecer que para el año 2016 en la Institución educativa Nuestra Señora del Carmen el 7% de los estudiantes se encontraba en el nivel de desempeño insuficiente y un 29% en básico.

En el colegio Juan Pablo I se encontró que el 46% de los estudiantes estaban en el nivel de desempeño insuficiente y el 33% en básico, datos que fueron corroborados en la prueba diagnóstica aplicada en cada una de las instituciones en donde se pudo observar que alrededor del 50% de los estudiantes no contestaron correctamente la prueba.

En relación al tercer objetivo específico: diseñar una propuesta pedagógica para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes del grado quinto aplicando la reversibilidad, se partió de las debilidades encontradas en el manejo de las fracciones y la solución de problemas que involucran el concepto de fracción, para diseñar las unidades didácticas: "Fortaleciendo conceptos matemáticos", "Las fracciones desde la reversibilidad" y "Reversibilidad en la solución de problemas con fracciones", teniendo en cuenta los Estándares Básicos, los DBA y los niveles de aprendizaje de los estudiantes las cuales se enfocaron en fortalecer la solución de problemas aplicando la reversibilidad a través del método Pólya.

Respecto al cuarto objetivo específico: implementar la propuesta pedagógica para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes del grado quinto aplicando la reversibilidad, se pudo observar que en ambas instituciones los estudiantes se vieron muy motivados y receptivos ante las guías de trabajo diseñadas.

Por otra parte, el trabajo realizado en clase fue muy positivo, dado que los estudiantes fortalecieron sus conceptos y compartieron experiencias apropiándose del lenguaje y los conceptos matemáticos. Así mismo la reversibilidad a través del método Pólya, les permitió a los estudiantes fortalecer su capacidad de argumentación y análisis para lograr entender los problemas, esto se evidenció en la elaboración de la tercera unidad didáctica, en donde los estudiantes desarrollaron los problemas aplicando la reversibilidad.

En relación al quinto objetivo específico: evaluar la eficiencia de la propuesta pedagógica a través de un análisis descriptivo de los resultados obtenidos en las dos instituciones, se pudo concluir que la estrategia fue significativa puesto que existió apropiación de conceptos y aplicación del método en el que los estudiantes aplicaban la reversibilidad a través de Pólya para entender los problemas. Por otro, lado los resultados de la prueba final mostraron una notoria mejora en la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen con respeto a los resultados del Colegio Juan Pablo I, hecho que revela la dificultad que genera en los docentes trabajar con grupos de estudiantes grandes. Se puede evidenciar que cuando los grupos son pequeños los resultados tienden a mejorar.

En base a los resultados encontrados según las categorías de análisis, partiendo del objeto de estudio y hallazgos encontrados dentro del proceso de intervención, podemos concluir que, la implementación de cada una de las guías de trabajo, alcanzaron los objetivos propuestos, puesto que la metodología fue la adecuada.

En cuanto al alcance obtenido en cada una de las categorías definidas, se mostró un avance significativo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios logrando fortalecer las competencias del área. El impacto que generó se evidencia en los resultados positivos de los estudiantes y la práctica pedagógica aplicada por los docentes de ambas instituciones.

En términos generales el proyecto de investigación nos dejó la posibilidad de implementar otras formas de enseñar la matemática a los docentes, y a los estudiantes otras formas de aprender a solucionar problemas, ya que a través de la reversibilidad los estudiantes pudieron entenderlos y analizarlos de forma sencilla.

En las dos instituciones se notó la mejora en los resultados obtenidos, con lo que se puede concluir que la estrategia fue válida en diferentes contextos y escenarios, sin embargo, como ya se mencionó, la cantidad de estudiantes, que en el caso de la Institución Nuestra Señora del Carmen eran menos, permitió que la práctica fuera más personalizada

En cuanto al aporte del proyecto, podemos destacar que deja la posibilidad abierta a la implementación de un nuevo método de enseñanza en la solución de problemas en el área de matemáticas utilizando el método Pólya de manera inversa, hecho innovador de la propuesta y que puede ser perfeccionado en futuras investigaciones.

Para finalizar, los docentes desarrollaron una constante reflexión del quehacer pedagógico en la que pudieron transformar sus prácticas y encontrar nuevas formas de enseñanzas dinámicas y motivadoras.

5.2 Recomendaciones

Partiendo de la experiencia en la implementación de la propuesta de investigación y en los resultados encontrados se determinan las siguientes recomendaciones:

Socializar los resultados de la propuesta de investigación "la reversibilidad para desarrollar la competencia resolución de problemas con números fraccionarios".

Incentivar la implementación de la propuesta en las dos instituciones, a los docentes de matemáticas para el mejoramiento en los resultados internos de los estudiantes en la asignatura de matemática y de las pruebas Saber en la competencia resolución de problemas en los grados 5° y 9°.

Resaltar la importancia que tiene la innovación de las prácticas pedagógicas en búsqueda de nuevas formas de enseñar las matemáticas para construir nuevos conocimientos y mejores aprendizajes en los estudiantes.

Extender la propuesta a los padres de familia de las dos instituciones, ya que ellos son pilares fundamentales en el aprendizaje de sus hijos.

Continuar expandiendo la propuesta de investigación, para enriquecer las prácticas pedagógicas de los docentes y fortalecer el método de la reversibilidad a través del método Pólya en los estudiantes de los grados quinto y así aportar a la construcción de nuevos conocimientos en docentes y estudiantes.

Para terminar, fue importante contar con el apoyo de las directivas de las instituciones, ya que son ellas las que direccionan todo el trabajo desarrollado en cada una de las instituciones educativas.

Referencias

Bausela, E. (2004). *La docencia a través de la investigación – acción.* Recuperado de https://rieoei.org/RIE/article/view/2871/3815

Calvo, M. (2008). *Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas.* Recuperado de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/educacion/article/viewFile/527/559

Cano, F. (2014). *Unidad Didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de Básica Primaria.* Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/44384/1/8412505.2014.pdf

Colombia, C. d. (1994). *Ley General de Educación.* Bogotá. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

Colombia, P. d. (1991). *Constitución Política de Colombia.* Bogotá. Recuperado de http://wsp.presidencia.gov.co/Normativa/Documents/Constitucion-Politica-Colombia.pdf

Colombia, P. d. (1994). *Decreto 1860.* Bogotá. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86240_archivo_pdf.pdf

Elliot, J. (1990). *El cambio educativo desde la investigación-acción,* Madrid: Morata

Hernández, V. M., & Villalba G., M. C. (1994) *George Pólya: El Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas.* Recuperado de http://fractus.uson.mx/Papers/Pólya/Pólya.pdf

ICFES. (2013-2016). *Reporte.* Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359//seleccionReporte.jspx

Kemmis, S. & McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción,* Barcelona: Laertes.

Lewin, K. (1973). *Action research and minority problems*. London: Souvenir Press.

Martínez, V. (2014). *Estrategias de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas.* Recuperado de

https://bit.ly/2M9J8nF

MEN. (1994). *Ministerio de Educación Nacional. Decreto 1860.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86240_archivo_pdf.pdf

MEN. (1994). *Ministerio de Educación Nacional. Ley 115.* Recuperado de

http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles85906_archivo_pdf.pdf

MEN. (1998). *Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares matemáticas.*

Recuperado de

http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

MEN. (2006). *Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos de Competencias.*

Recuperado de

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

MEN. (2015). *Ministerio de Educación Nacional. Día de la Excelencia Educativa.*

Recuperado de

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/agenda/ noticias/d%C3%ADa-de-la-excelencia-educativa

MEN. (2015-2016). *Ministerio de Educación Nacional. Informe por colegio.*

Recuperado de

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siemprediae/86438

Mora, M. (2012). *La reversibilidad del pensamiento para fortalecer la competencia matemática a través de la resolución de problemas algebraicos, mediante el acompañamiento con estudiantes de secundaria.* Recuperado de http://200.23.113.51/pdf/29367.pdf

Orozco, M. (2006). *La evaluación diagnóstica, formativa y sumativa en la enseñanza de traducción.* Recuperado de http://gent.uab.cat/marianaorozco/sites/gent.uab.cat.marianaorozco/files/Orozco_evaluacion_2006.pdf

Sánchez, L. (2001). *Dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de los problemas matemáticos. Análisis retrospectivo.* Recuperado de http://digeset.ucol.mx/tesis_posgrado/Pdf/Lourdes%20Marisela%20Sanchez%20Ramos.pdf

Tibaduiza, J. (2016). *Enseñanza – aprendizaje de los números fraccionarios en estudiantes del grado quinto.* Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/51574/1/1054992713.2016.pdf

Vallejo, R. y Finol, M. (2009). *La triangulación como procedimiento de análisis para investigaciones educativas.* Recuperado de http://publicaciones.urbe.edu/index.php/ REDHECS/article/viewArticle/620/1578

Apéndices

APÉNDICE A. Consentimiento informado rector I.E. Nuestra Señora del Carmen

Lugar y Fecha: Cúcuta, febrero 1 de 2018.

Rector

José Joaquín Rojas Suárez

Institución Educativa

Saludo cordial.

Atendiendo a la investigación educativa que se adelanta para fines académicos, bajo la dirección y coordinación de la docente MARIA PIEDAD ACUÑA AGUDELO del programa de Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga - UNAB y el estudiante JUAN GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ, postulante a obtener el título de Magister en Educación, solicitamos su consentimiento mediante el siguiente documento, que tiene como finalidad contar con su autorización en la utilización del nombre de la institución y la aplicación de los instrumentos pedagógicos para el proyecto de grado titulado: **LA REVERSIBILIDAD COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN Y JUAN PABLO I .**

Las actividades realizadas contarán con total confidencialidad, sólo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor manejo del mismo.

Agradecemos de antemano su respuesta positiva en el apoyo a la investigación educativa, considerando su firme propósito por una educación de calidad para todos.

JUAN GABRIEL SARMIENTO RAMÍREZ	JOSE JOAQUIN ROJAS SUAREZ
DOCENTE	RECTOR

APÉNDICE B. Consentimiento informado rectora I.E. Juan Pablo I

Lugar y Fecha: Cúcuta, febrero 1 de 2018.

Rectora

Esp. Carmen Rosa Fernández Mora

Institución Educativa Juan Pablo I

Saludo cordial.

Atendiendo a la investigación educativa que se adelanta para fines académicos, bajo la dirección y coordinación de la docente MARIA PIEDAD ACUÑA AGUDELO del programa de Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga - UNAB y el estudiante MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO, postulante a obtener el título de Magister en Educación, solicitamos su consentimiento mediante el siguiente documento, que tiene como finalidad contar con su autorización en la utilización del nombre de la institución y la aplicación de los instrumentos pedagógicos para el proyecto de grado titulado: **LA REVERSIBILIDAD COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN Y JUAN PABLO I .**

Las actividades realizadas contarán con total confidencialidad, sólo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor manejo del mismo.

Agradecemos de antemano su respuesta positiva en el apoyo a la investigación educativa, considerando su firme propósito por una educación de calidad para todos.

______________________________	______________________________
MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO	CARMEN ROSA FERNÁNDEZ MORA
DOCENTE	RECTOR

APÉNDICE C. Consentimiento informado a padres de familia I.E. Nuestra Señora del Carmen

Consentimiento informado

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: **La reversibilidad como estrategia para desarrollar la resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de grado quinto de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I** y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a ____ participe en la implementación del mismo. El estudio estará bajo la orientación del docente maestrante de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, Juan Gabriel Sarmiento Ramírez.

Durante el presente año se implementarán unidades didácticas que implican la reversibilidad para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios utilizando herramientas didácticas, contando con espacios y actividades motivadoras para los estudiantes. De igual manera, se desarrollarán escuelas de padres donde usted recibirá información que contribuya a un mejor desempeño para la formación integral de su hijo/a.
Con la firma de este consentimiento usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

Aplicación de una prueba diagnóstica para identificar el nivel en el que se encuentran los estudiantes de grado quinto en la resolución de problemas con números fraccionarios.
Aplicación de unidades didácticas con la temática mencionada apoyadas en la reversibilidad del pensamiento.
Las fotografías tomadas de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.
La aplicación de las pruebas contará con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a mejorar la competencia de resolución de problemas de su hijo(a).

Como padre de familia me comprometo a:
Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para fortalecer la competencia resolución de problemas.
Apoyar el proceso desde mi hogar recibiendo las indicaciones e implementándolas en casa.

Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para usted ni para los estudiantes. Cualquier información adicional puede comunicarse con la persona encargada Mg. Juan Hildebrando Álvarez Santoyo, Facultad de Ciencias Sociales Humanidades y artes Universidad Autónoma de Bucaramanga, correo electrónico jalvarez5@unab.edu.co

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo: ____
Teléfono de contacto y/o correo electrónico: ___________________________________
Firma: ____

APÉNDICE D. Consentimiento informado a padres de familia I.E. Juan Pablo I

Consentimiento informado

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: **La reversibilidad como estrategia para desarrollar la resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de grado quinto de las Instituciones Educativas Nuestra Señora del Carmen y Juan Pablo I** y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a ____ participe en la implementación del mismo. El estudio estará bajo la orientación de la docente maestrante de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, María José Parada Carreño.

Durante el presente año se implementarán unidades didácticas que implican la reversibilidad para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números fraccionarios utilizando herramientas didácticas, contando con espacios y actividades motivadoras para los estudiantes. De igual manera, se desarrollarán escuelas de padres donde usted recibirá información que contribuya a un mejor desempeño para la formación integral de su hijo/a.

Con la firma de este consentimiento usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

Aplicación de una prueba diagnóstica para identificar el nivel en el que se encuentran los estudiantes de grado quinto en la resolución de problemas con números fraccionarios.

Aplicación de unidades didácticas con la temática mencionada apoyadas en la reversibilidad del pensamiento.

Las fotografías tomadas de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

La aplicación de las pruebas contará con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a mejorar la competencia de resolución de problemas de su hijo(a).

Como padre de familia me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para fortalecer la competencia resolución de problemas.

Apoyar el proceso desde mi hogar recibiendo las indicaciones e implementándolas en casa.

Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para usted ni para los estudiantes. Cualquier información adicional puede comunicarse con la persona encargada Mg. Juan Hildebrando Álvarez Santoyo, Facultad de Ciencias Sociales Humanidades y artes Universidad Autónoma de Bucaramanga, correo electrónico jalvarez5@unab.edu.co

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo: ____

Teléfono de contacto y/o correo electrónico: ____________________________________

Firma: ____

APÉNDICE E. Formato diario de campo

<table>
<tr><th colspan="4">DIARIOS DE CAMPO</th></tr>
<tr><td colspan="2">AREA
Matemáticas</td><td>DOCENTE
Juan Gabriel Sarmiento Ramírez</td><td>GRADO
5 °</td></tr>
<tr><td>FECHA</td><td>GUIA</td><td colspan="2">OBSERVACION - ANALISIS</td></tr>
<tr><td>5-03-2018</td><td>PRUEBA DIAGNOSTICA</td><td colspan="2">Se inició la clase con la explicación por parte del profesor sobre el trabajo que se va a realizar. El grado quinto de la institución inicialmente estaba conformado por 12 estudiantes y en la actualidad son 11 porque se retiró el estudiante BREINER ALEJANDRO ROJAS. Se les dio las indicaciones de la prueba y todos estuvieron muy atentos. Están motivados por abordar el tema de números fraccionarios y entendieron el concepto de reversibilidad el cual se aplicará en la Unidad de fraccionarios. Durante el desarrollo de la prueba estuvieron muy concentrados. Solamente la estudiante ISABELA PACHECO CRISTANCHO identificó que en la pregunta número 8 faltaba un dato para poder responderla. Los demás respondieron marcando cualquier opción. Para el desarrollo de la prueba se destinó 1 hora de clase, algunos niños y niñas entregaron antes de la hora y los estudiantes JESSICA ROPERO Y DANIEL BALLESTEROS se demoraron 15 minutos más.</td></tr>
</table>

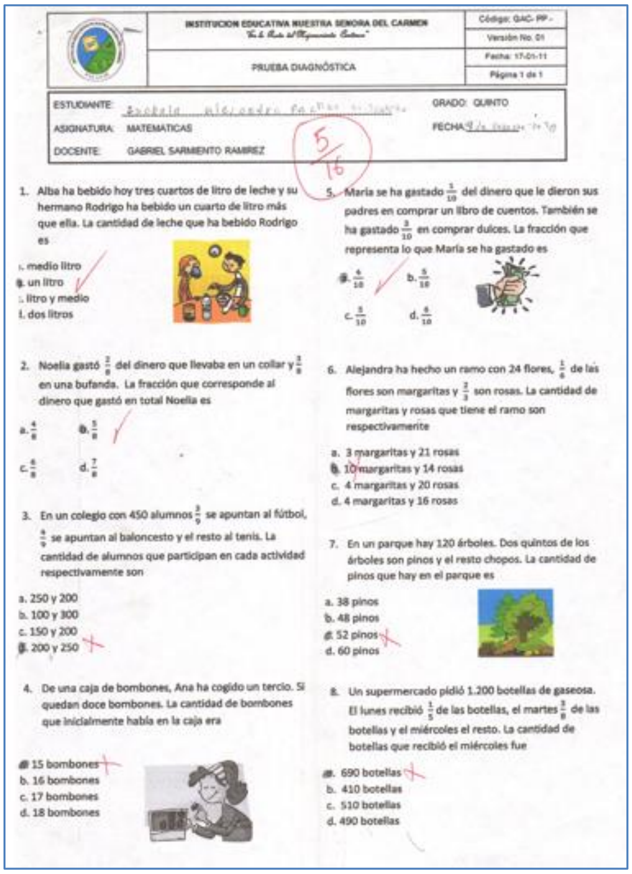
Fuente: Autores

APÉNDICE F. Evidencias fotográficas

Fuente: Sarmiento (2018)

Fuente: Parada (2018)

Producciones de los estudiantes


INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN

PRUEBA DIAGNÓSTICA

Código: GAC- PP - | Versión No. 01 | Fecha: 17-01-11 | Página 1 de 1

ESTUDIANTE: Isabela Alejandra Pacheco | GRADO: QUINTO

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS | FECHA:

DOCENTE: GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ

5/16

1. Alba ha bebido hoy tres cuartos de litro de leche y su hermano Rodrigo ha bebido un cuarto de litro más que ella. La cantidad de leche que ha bebido Rodrigo es

a. medio litro
b. un litro
c. litro y medio
d. dos litros

2. Noelia gastó $\frac{2}{8}$ del dinero que llevaba en un collar y $\frac{3}{8}$ en una bufanda. La fracción que corresponde al dinero que gastó en total Noelia es

a. $\frac{4}{8}$ b. $\frac{5}{8}$ c. $\frac{6}{8}$ d. $\frac{7}{8}$

3. En un colegio con 450 alumnos $\frac{3}{9}$ se apuntan al fútbol, $\frac{4}{9}$ se apuntan al baloncesto y el resto al tenis. La cantidad de alumnos que participan en cada actividad respectivamente son

a. 250 y 200
b. 100 y 300
c. 150 y 200
d. 200 y 250

4. De una caja de bombones, Ana ha cogido un tercio. Si quedan doce bombones. La cantidad de bombones que inicialmente había en la caja era

a. 15 bombones
b. 16 bombones
c. 17 bombones
d. 18 bombones

5. María se ha gastado $\frac{1}{10}$ del dinero que le dieron sus padres en comprar un libro de cuentos. También se ha gastado $\frac{3}{10}$ en comprar dulces. La fracción que representa lo que María se ha gastado es

a. $\frac{4}{10}$ b. $\frac{5}{10}$ c. $\frac{3}{10}$ d. $\frac{6}{10}$

6. Alejandra ha hecho un ramo con 24 flores, $\frac{1}{6}$ de las flores son margaritas y $\frac{3}{6}$ son rosas. La cantidad de margaritas y rosas que tiene el ramo son respectivamente

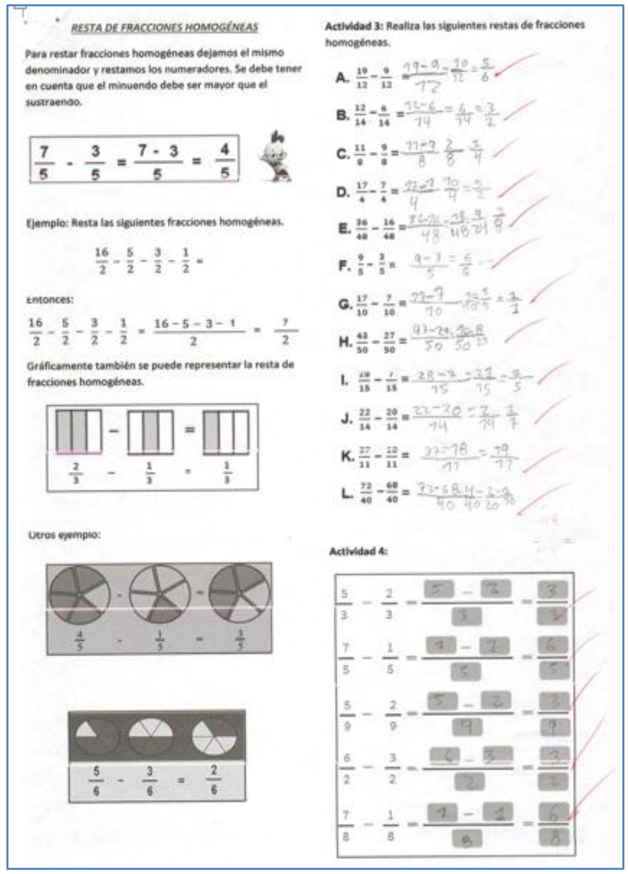
a. 3 margaritas y 21 rosas
b. 10 margaritas y 14 rosas
c. 4 margaritas y 20 rosas
d. 4 margaritas y 16 rosas

7. En un parque hay 120 árboles. Dos quintos de los árboles son pinos y el resto chopos. La cantidad de pinos que hay en el parque es

a. 38 pinos
b. 48 pinos
c. 52 pinos
d. 60 pinos

8. Un supermercado pidió 1.200 botellas de gaseosa. El lunes recibió $\frac{1}{5}$ de las botellas, el martes $\frac{3}{8}$ de las botellas y el miércoles el resto. La cantidad de botellas que recibió el miércoles fue

a. 690 botellas
b. 410 botellas
c. 510 botellas
d. 490 botellas


RESTA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS

Para restar fracciones homogéneas dejamos el mismo denominador y restamos los numeradores. Se debe tener en cuenta que el minuendo debe ser mayor que el sustraendo.

$\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5}$

Ejemplo: Resta las siguientes fracciones homogéneas.

$\frac{16}{2} - \frac{5}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} =$

Entonces:

$\frac{16}{2} - \frac{5}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{16-5-3-1}{2} = \frac{7}{2}$

Gráficamente también se puede representar la resta de fracciones homogéneas.

$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Otros ejemplo:

$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

$\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$

Actividad 3: Realiza las siguientes restas de fracciones homogéneas.

A. $\frac{19}{12} - \frac{9}{12} =$
B. $\frac{12}{14} - \frac{6}{14} =$
C. $\frac{11}{8} - \frac{9}{8} =$
D. $\frac{17}{4} - \frac{7}{4} =$
E. $\frac{26}{48} - \frac{16}{48} =$
F. $\frac{9}{5} - \frac{3}{5} =$
G. $\frac{17}{10} - \frac{7}{10} =$
H. $\frac{43}{50} - \frac{27}{50} =$
I. $\frac{28}{15} - \frac{7}{15} =$
J. $\frac{22}{14} - \frac{20}{14} =$
K. $\frac{27}{11} - \frac{18}{11} =$
L. $\frac{72}{40} - \frac{68}{40} =$

Actividad 4:

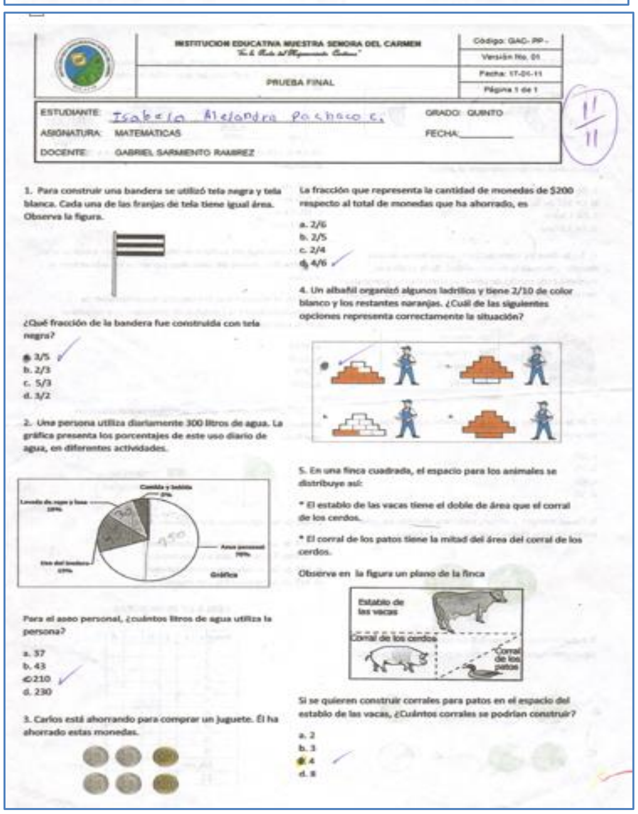
$\frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2}{3} = \frac{3}{3}$

$\frac{7}{5} - \frac{1}{5} = \frac{7-1}{5} = \frac{6}{5}$

$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5-2}{9} = \frac{3}{9}$

$\frac{6}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{7}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7-1}{8} = \frac{6}{8}$


INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN

PRUEBA FINAL

Código: GAC- PP - | Versión No. 01 | Fecha: 17-01-11 | Página 1 de 1

ESTUDIANTE: Isabela Alejandra Pacheco C. | GRADO: QUINTO

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS | FECHA:

DOCENTE: GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ

11/11

1. Para construir una bandera se utilizó tela negra y tela blanca. Cada una de las franjas de tela tiene igual área. Observa la figura.

¿Qué fracción de la bandera fue construida con tela negra?

a. 3/5
b. 2/3
c. 5/3
d. 3/2

2. Una persona utiliza diariamente 300 litros de agua. La gráfica presenta los porcentajes de este uso diario de agua, en diferentes actividades.

Para el aseo personal, ¿cuántos litros de agua utiliza la persona?

a. 37
b. 43
c. 210
d. 230

3. Carlos está ahorrando para comprar un juguete. Él ha ahorrado estas monedas.

La fracción que representa la cantidad de monedas de $200 respecto al total de monedas que ha ahorrado, es

a. 2/6
b. 2/5
c. 2/4
d. 4/6

4. Un albañil organizó algunos ladrillos y tiene 2/10 de color blanco y los restantes naranjas. ¿Cuál de las siguientes opciones representa correctamente la situación?

5. En una finca cuadrada, el espacio para los animales se distribuye así:

* El establo de las vacas tiene el doble de área que el corral de los cerdos.

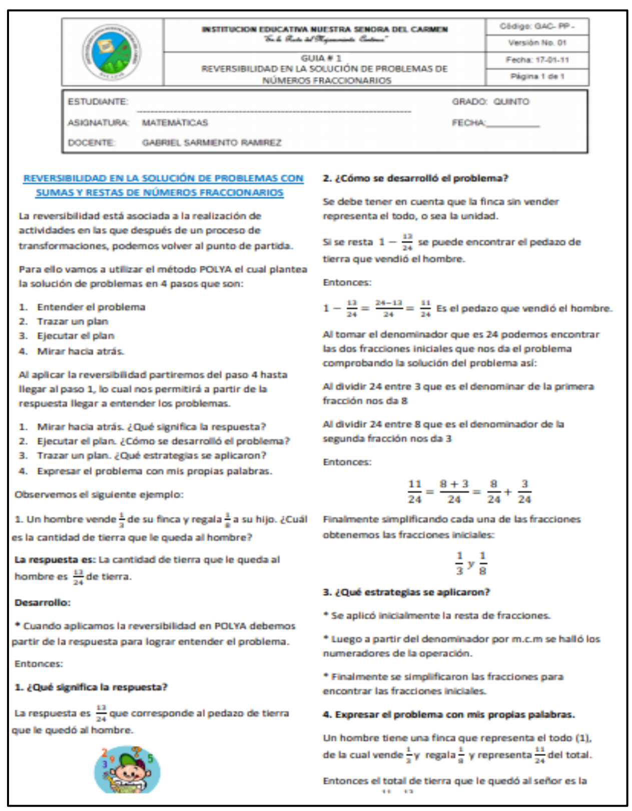
* El corral de los patos tiene la mitad del área del corral de los cerdos.

Observa en la figura un plano de la finca

Establo de las vacas | Corral de los cerdos | Corral de los patos

Si se quieren construir corrales para patos en el espacio del establo de las vacas, ¿Cuántos corrales se podrían construir?

a. 2
b. 3
c. 4
d. 8


INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN

GUIA # 1

REVERSIBILIDAD EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

Código: GAC- PP - | Versión No. 01 | Fecha: 17-01-11 | Página 1 de 1

ESTUDIANTE: | GRADO: QUINTO

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS | FECHA:

DOCENTE: GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ

REVERSIBILIDAD EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

La reversibilidad está asociada a la realización de actividades en las que después de un proceso de transformaciones, podemos volver al punto de partida.

Para ello vamos a utilizar el método POLYA el cual plantea la solución de problemas en 4 pasos que son:

1. Entender el problema
2. Trazar un plan
3. Ejecutar el plan
4. Mirar hacia atrás.

Al aplicar la reversibilidad partiremos del paso 4 hasta llegar al paso 1, lo cual nos permitirá a partir de la respuesta llegar a entender los problemas.

1. Mirar hacia atrás. ¿Qué significa la respuesta?
2. Ejecutar el plan. ¿Cómo se desarrolló el problema?
3. Trazar un plan. ¿Qué estrategias se aplicaron?
4. Expresar el problema con mis propias palabras.

Observemos el siguiente ejemplo:

1. Un hombre vende $\frac{1}{3}$ de su finca y regala $\frac{1}{8}$ a su hijo. ¿Cuál es la cantidad de tierra que le queda al hombre?

La respuesta es: La cantidad de tierra que le queda al hombre es $\frac{13}{24}$ de tierra.

Desarrollo:

* Cuando aplicamos la reversibilidad en POLYA debemos partir de la respuesta para lograr entender el problema.

Entonces:

1. ¿Qué significa la respuesta?

La respuesta es $\frac{13}{24}$ que corresponde al pedazo de tierra que le quedó al hombre.

2. ¿Cómo se desarrolló el problema?

Se debe tener en cuenta que la finca sin vender representa el todo, o sea la unidad.

Si se resta $1 - \frac{13}{24}$ se puede encontrar el pedazo de tierra que vendió el hombre.

Entonces:

$1 - \frac{13}{24} = \frac{24-13}{24} = \frac{11}{24}$ Es el pedazo que vendió el hombre.

Al tomar el denominador que es 24 podemos encontrar las dos fracciones iniciales que nos da el problema comprobando la solución del problema así:

Al dividir 24 entre 3 que es el denominar de la primera fracción nos da 8

Al dividir 24 entre 8 que es el denominador de la segunda fracción nos da 3

Entonces:

$\frac{11}{24} = \frac{8+3}{24} = \frac{8}{24} + \frac{3}{24}$

Finalmente simplificando cada una de las fracciones obtenemos las fracciones iniciales:

$\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{8}$

3. ¿Qué estrategias se aplicaron?

* Se aplicó inicialmente la resta de fracciones.

* Luego a partir del denominador por m.c.m se halló los numeradores de la operación.

* Finalmente se simplificaron las fracciones para encontrar las fracciones iniciales.

4. Expresar el problema con mis propias palabras.

Un hombre tiene una finca que representa el todo (1), de la cual vende $\frac{1}{3}$ y regala $\frac{1}{8}$ y representa $\frac{11}{24}$ del total.

Entonces el total de tierra que le quedó al señor es la

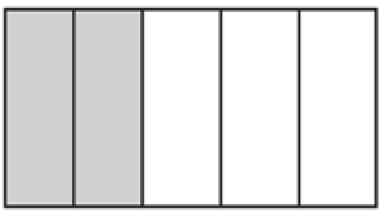
Anexos

Anexo 1. Prueba diagnóstica

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA		TALLER	
DOCENTE: MARIA JOSE PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMATICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

1. Observa la figura



¿Cuál es la fracción que se representa en la figura?

A. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{2}{5}$ c. $\frac{5}{2}$ d. $\frac{2}{1}$

2. En la siguiente figura se representan las áreas que ocupan diferentes cultivos en un terreno:

La zona de los claveles ocupa un área de 10.000 m^2. El área total del terreno es

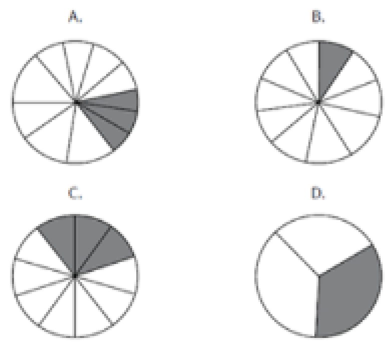
A. 10.000 m^2 C. 50.000 m^2
B. 30.000 m^2 D. 60.000 m^2

3. En un salón de clases, $\frac{3}{4}$ del total de estudiantes son niños. En el salón hay 10 niñas. ¿Cuántos estudiantes en total hay en el salón?

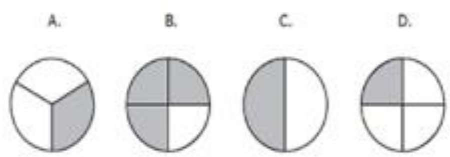
A. 10 C. 40
B. 20 D. 50

4. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales. Valeria se comió tres decimos de su torta de cumpleaños.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representan las porciones de torta que se comió Valeria?



5. Las 3/4 partes de la superficie del planeta Tierra están cubiertas por agua.
¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta Tierra cubierta por agua?



6. Observa el número de canicas que tienen Daniela, Juan y Rosita.

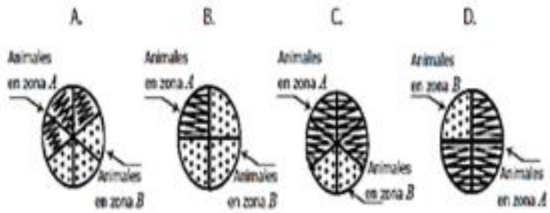
Daniela, Juan y Rosita reúnen todas las canicas y las reparten entre ellos en partes iguales. ¿Cuántas canicas le corresponden a cada uno?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

RESPONDE LAS PREGUNTAS 7 Y 8 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona *A* y zona *B*. De los 600 animales, está $\frac{4}{6}$ en la zona *A* y el resto de los animales esta en la zona *B*.

7. ¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



8. Si de los animales que estaba en la zona *A* $\frac{1}{6}$ pasó a la zona *B*, ¿Cuántos animales están ahora en la zona *B*?

A. 100
B. 150
C. 300
D. 400

CONTESTA LAS PREGUNTAS 9 Y 10 TENIENDO EN CUENTA LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

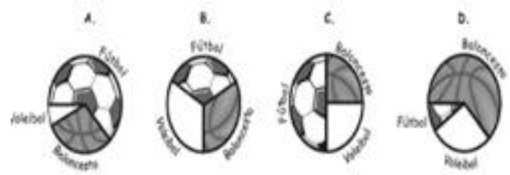
A 15 personas se les pregunta cuál es el deporte que practican. El resultado se presenta en la siguiente tabla

Nombre	Deportes
Sofia	Voleibol
Juan	Baloncesto
Pedro	Fútbol
Yuly	Fútbol
Rosa	Fútbol
Julián	Baloncesto
Iván	Fútbol
Carlos	Fútbol
Diana	Fútbol
David	Baloncesto
Andrés	Fútbol
Ana	Baloncesto
Vivian	Fútbol
Rocío	Fútbol
Luna	Fútbol

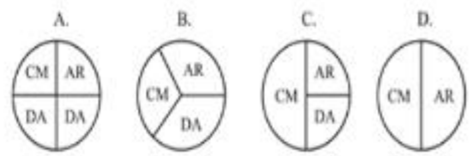
9. De acuerdo con la información presentada en la tabla NO es cierto que

A. 1/3 del total de las personas practican baloncesto
B. 2/3 del total de las personas practican fútbol
C. 10/15 del total de las personas practican fútbol
D. 4/15 del total de las personas practican baloncesto

10. La gráfica circular que representa los datos presentados en la tabla es



11. En un curso de 30 estudiantes, la mitad prefiere leer cuentos de misterio (CM), una cuarta parte prefiere leer artículos de revistas (AR) y el resto prefiere leer dibujos animados (DA). Una forma de representar las preferencias de los 30 estudiantes es



EL CUMPLEAÑOS DE ANDRÉS

El día de su cumpleaños, Andrés, con el permiso de sus padres, organizó una fiesta a la que invitó algunos compañeros de su curso 5°A y también de 5°B.

12. Al terminar la fiesta organizada por Andrés, sobró más de chocolatina y media, tal como se muestra en el siguiente dibujo.

¿cuál de las siguientes expresiones representa la chocolatina que sobró?

A. siete cuartos $\left(\frac{7}{4}\right)$
B. un medio $\left(\frac{1}{2}\right)$
C. tres cuartos $\left(\frac{3}{4}\right)$
D. cuatro tercios $\left(\frac{4}{3}\right)$

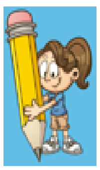
Anexo 2. Guía de trabajo 1. Múltiplos y divisores

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	CO-SC-CER350838
GUIAS Y TALLERES	Versión: 3 Fecha: 2015-01-19	

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Los múltiplos de un número son todos aquellos números que se obtienen al multiplicarlo por otro número



$3 \times$ 1 = 3, 2 = 6, 3 = 9, 4 = 12, 5 = 15

SON MULTIPLOS DE 3

Los múltiplos de un número se obtienen multiplicando el número por cada uno de los números naturales.
MÚLTIPLOS DEL 3 = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...}

ACTIVIDAD

1. Encuentra los diez primeros múltiplos de cada número.

- M(5) = { 5,10, }
- M(8) = { 8, }
- M(12) = { 12, }
- M(6) = { 6,12 }
- M(11) = { 11, }
- M(15) = { 15, }

2. Escribe cada uno de los múltiplos dados en el conjunto que le corresponda.

MULTIPLOS DE 4

MULTIPLOS DE 7

MULTIPLOS DE 9

12 45 30 81 56 54 42 50 2 21 15 32 16 49 144 8 20 35 18 27 14 24 72

3. Explica:

- 56 es múltiplo de 8 porque___________________
- 72 es múltiplo de 9 porque___________________
- 36 es múltiplo de 4 porque ___________________
- 48 no es múltiplo de 5 porque_________________

4. En cada caso, prueba con varios números y luego comprueba, en tu cuaderno, si cumplen las condiciones dadas:

•Juan David quiere averiguar la edad de su profesora. Al preguntarle, ella le contesto: "mi edad es un múltiplo de 7 dentro de dos años será múltiplo de 10". ¿Qué edad tiene la profesora de Juan David?

•Luisa pensó en un número y lo multiplico por 5.
El número que le resulto no es múltiplo de 10.
Si el número es mayor que 40 y menor que 45,
¿Qué numero pensó Luisa?

5. Encierra con rojo los múltiplos de 4; con azul, los múltiplos de 7 y, con verde los múltiplos de 10.

4 – 14 – 30 – 40 – 90 – 36 – 42 – 7 – 10 – 22 – 35
50 – 70 – 25 – 55 – 60 – 12 – 51 – 16 – 90 – 13.
– 21 – 75 – 49 – 20 – 28 -21 – 38

DIVISORES DE UN NÚMERO

Los divisores o factores de un número son aquellos que lo dividen exactamente.

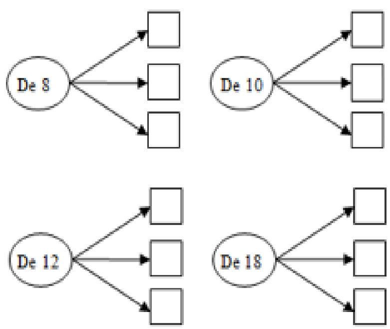
D 6 = (1, 2, 3,6) ⟶ ***CONJUNTO DE DIVISORES DE 6***

DIVISION EXACTA

7 Es divisor de 42 porque 42 ÷7 = 6; el residuo es 0. El 7 está contenido en el 42, 6 veces exactamente entonces 6 y 7 son divisores de 42

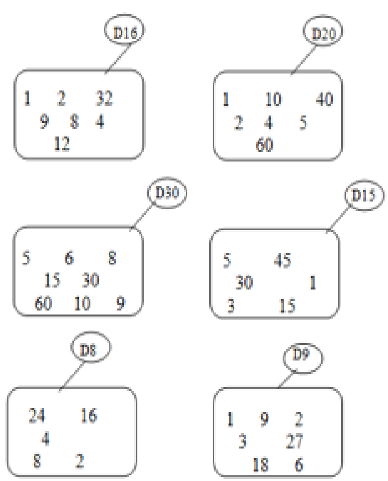
ACTIVIDAD

1. Escribe los divisores de cada número



NOTA: Para encontrar todos los divisores de un número, se buscan todos los factores cuyo producto sea el número

2. Tacha en cada diagrama los números que no pertenecen a cada conjunto de divisores



3. Halla el conjunto de divisores

- ***DIVISORES DE 18***

1 × 16
2 ×8
4 × 4

D 16 = (1, 2, 4, 8, 16)

- ***DIVISORES DE 24***

__ × __
__ × __
__ × __
__ × __

D 24 = (__________)

- ***DIVISORES DE 36***

__ × __
__ × __
__ × __
__ × __
__ × __

D 36 = (__________)

4. Completa la tabla

Número	Es divisor de ...	Porque ...
3	27	27÷3=9 y sobra 0
4	24	
5	25	
6	42	
7	21	
8	64	
9	81	
10	300	

Anexo 3. Guía de trabajo 2. Criterios de divisibilidad

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

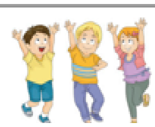
FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

DIVISIBILIDAD

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD: Son ciertas reglas de los números que nos permiten conocer en forma rápida cuando un número es divisible por otro número.

UN NÚMERO ES DIVISIBLE POR:

2 Si el número termina en cero o en cifra par
3 Si la suma de sus cifras dan 3 o múltiplos de 3
4 Si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplos de 4
5 Si termina en cero o en cinco
6 Si es divisible por 2 y por 3 a la vez
9 Si la suma de las cifras da un múltiplo de 9
10 Si termina en cero



ACTIVIDAD

1. Completa el cuadro teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad.

NUMERO	PAR	SUMA DE CIFRAS	MULTIPLO DE	DIVISIBLE POR: 2	3	4	5	6	9	10
88	X	8+8 = 16	2 - 4	X		X				
324										
60										
402										
720										
813										
678										
100										

2. Encierra en un círculo los números divisibles por 5 y con un rectángulo los que sean divisibles por 5 y 10.

45 6 520 38 1.005 500
8.120 605 810 526 594
860 1.265 535 70 605
85 3.680 310

3. Busca el número que sea divisible por lo indicado y subráyalo.

Es divisible por 2	2.640	1.245	593
Es divisible por 3	5.500	1.048	770
Es divisible por 5	8.751	3763	4.775
Es divisible por 10	2850	1.764	9.424

4. Cambia el orden las cifras en cada número para obtener un número divisible entre 5.

- 7024 ______
- 2008 ______
- 3054 ______
- 1285 ______
- 9956 ______
- 2301 ______
- 8096 ______
- 3457 ______
- 5003 ______
- 9708 ______
- 1354 ______
- 6508 ______

NÚMEROS PRIMOS Y NÚMEROS COMPUESTOS

Número Primo: Es el número que solo es divisible por sí mismo y por la unidad.

5 es un número primo porque

$$\boxed{\begin{array}{l} 5\div 1=5 \\ 5\div 5=1 \end{array}} \Rightarrow D5=(1,5)$$

Número Compuesto: Es el número que tiene más de dos divisores.

16 es un número compuesto porque

$$\boxed{\begin{array}{l} 16\div 1=16 \\ 16\div 2=8 \\ 16\div 4=4 \\ 16\div 8=2 \\ 16\div 16=1 \end{array}} \Rightarrow D16=(1,2,4,8,16)$$

ACTIVIDAD

1. Escribe los divisores de cada número y encierra los números primos.

D3= (   )
D8= (   )
D11= (   )
D10= (   )
D17= (   )
D23= (   )
D13=(   )
D29=(   )
D12=(   )

2. Expresa los números compuestos como un producto de números.

21 = ×   35 = ×   38 = ×

33 = ×   26 = ×

3. Lee comprensivamente

Aristóteles fue un matemático griego, se ideo una tabla para encontrar los números primos. La tabla se llama

“**CRIBA DE ARISTÓTELES**”

Sigue los pasos y encontraras los números primos.

Pinta con color azul el numero 1
Pinta con color rojo los múltiplos de 2 menos el 2
Pinta con color anaranjado los múltiplos de 3 menos el 3
Pinta con color amarillo los múltiplos de 5 menos el 5
Pinta con color verde los múltiplos de 7 menos el 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	783	74	75	786	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

“LOS NÚMEROS QUE ***NO*** SE PINTARON SON LOS NÚMEROS PRIMOS”

Escribe los números primos encontrados:

____

____

____

4. Responde:

a. ¿Todos los números primos son impares? ________

b. ¿Existe algún número primo que sea par? _______

¿Cuál? ________

Anexo 4. Guía de trabajo 3. Descomposición en factores primos

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS

Descomponer un numero en factores primos, es convertirlo en un producto de factores primos.

DESCOMPONER EL 54 EN FACTORES PRIMOS

Buscamos los números primos

El 54 al terminar en cifra par, dividimos por 2

Al sumar las cifras del 27 da un múltiplo de 3; 2+7= 9

9 es un múltiplo de 3: 3 ×3 = 9

3 es un múltiplo de 3 3×1= 3

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

ENTONCES: $54 = 2\times3\times3\times3$

$54 = 2\times 3^3$

ACTIVIDAD

1. Descomponer en factores primos los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 184 & 2 \\ 92 & 2 \\ 46 & 2 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

$184 = 2\times2\times2\times23$
$184 = 2^3\times23$

$$\begin{array}{r|l} 25 & \\ & \end{array}$$

25 =
25 =

$$\begin{array}{r|l} 69 & \\ & \end{array}$$

69=
69=

$$\begin{array}{r|l} 30 & \\ & \end{array}$$

30=
30=

$$\begin{array}{r|l} 100 & \\ & \end{array}$$

100=
100=

$$\begin{array}{r|l} 348 & \\ & \end{array}$$

348=
348=

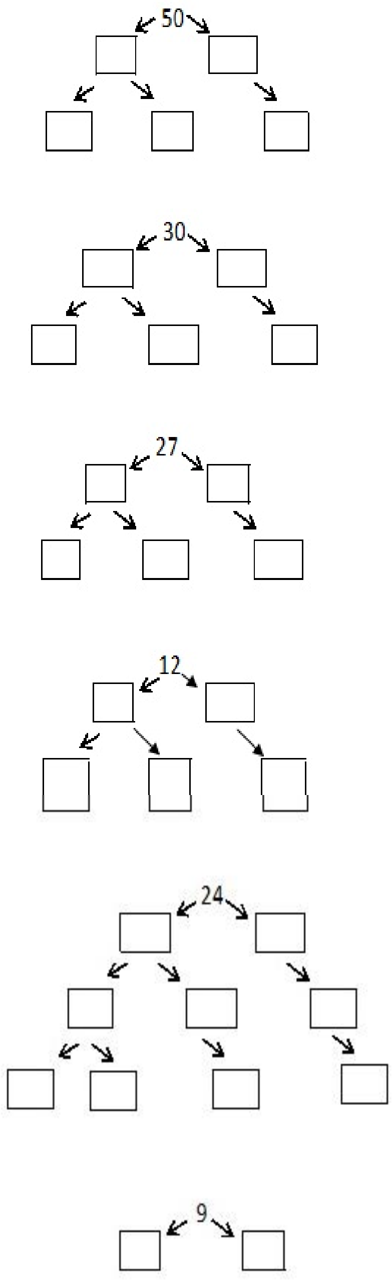
$$\begin{array}{r|l} 572 & \\ & \end{array}$$

572=
572=

$$\begin{array}{r|l} 120 & \\ & \end{array}$$

120=
120=

2. Completa los cuadros con los números de la descomposición de los siguientes números.



3. Completa los cuadros con cada uno de los números de la descomposición.

5 8 8	2
□□□	2
□□□	3
□□	7
□	7
1	

$588 = \square^2 \cdot \square \cdot \square^2$

600	□
300	□
150	□
75	□
25	□
5	□
1	

$600 = \square^3 \cdot \square \cdot \square^2$

4. Relaciona el resultado con cada una de las descomposiciones de los números.

50	2
25	5
5	5
1	

$2^4 x 5^2$

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$2^4 x 5$

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$2 x 5^2$

400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$2^3 x 3 x 5$

Anexo 5. Guía de trabajo 4. Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMATICAS	
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M)

Múltiplos comunes de dos o más números es todo número que contiene exactamente a cada uno de ellos.

- 36 es múltiplo de 9 porque 36÷4 = 9; el 36 contiene exactamente al 9, 4 veces
- 36 es múltiplo de 6 porque 36÷6 = 6; el 36 contiene exactamente al 6, 6 veces

ENTONCES 36 ES MULTIPLO DE 6 Y DE 9

MINIMO COMUN MULTIPLO de dos o más números es el más pequeño de los múltiplos comunes a dichos números. Se representa por M.C.M (mínimo común múltiplo).

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 4 Y 8?

1. Hallamos los múltiplos de 4 y 8:

M_4 = { 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48}

M_8 = {8, 16, 24, 32, 40, 48, 46, 64, 72, 80}

2. Los múltiplos comunes de 4 y 8 = {8, 16, 24, 40, 48}

3. Escogemos el menor de los múltiplos comunes: (8)

Entonces: El mínimo común múltiplo de 4 y 8 = (8)

OTRA FORMA:

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 6 Y 12?

1. Descomponemos los dos números simultáneamente por el menor número primo.

$$
\begin{array}{cc|c}
6 & 12 & 2 \\
3 & 6 & 2 \\
3 & 3 & 3 \\
1 & 1 &
\end{array}
$$

* A los dos números se les puede dividir por 2 ya que ambos números son pares.

* El 6 se divide por 2 ya que es número par, el 3 como no es divisible por 2 se baja a la siguiente linea.

* Ambos números son divisibles por 3.

* Para hallar el M.C.M se multiplican los factores primos 2 x 2 x 3 = 12

ACTIVIDAD

1. Complete el siguiente cuadro con los números correctos.

NUMEROS DADOS	CONJUNTO DE LOS 12 MULTIPLOS DE CADA NUMERO	MULTIPLOS COMUNES	MCM
6 9	6,12,18,24,30,36,42,48,54,60,66,72… 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72,81.90.99.108…		
2 5 10			
3 6 12			
16 24			

2. Encuentre el mínimo común múltiplo (M.C.M) de los siguientes números:

a. M.C.M (2, 3, 9) b. M.C.M (8, 10)
c. M.C.M (9, 15) c. M.C.M (4, 5, 8)
d. M.C.M (6, 9) e. M.C.M (4, 6)
f. M.C.M (18, 24) g. M.C.M (10, 20)
h. M.C.M (28, 30) i. M.C.M (10, 14. 7)
j. M.C.M (2, 24, 36) k. M.C.M (10, 30, 50)

3. Desarrolla el siguiente problema.

a. Ángela compra siempre los zumos en paquetes de 2 y los batidos en paquetes de 3. Hoy ha comprado el mismo número de zumos que de batidos y el menor número posible de ellos. ¿Cuántos zumos y cuantos batidos ha comprado hoy Ángela?

MÁXIMO COMÚN DIVISOR
(M.C.D)

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores que son comunes a los números dados.
Se representa por **M.C.D** (máximo común divisor)

¿Cuál es el máximo común divisor de 6 Y 12?

1. Hallamos los divisores de 6 y 12

D_6 = {1, 2, 3, 6}

D_{12} = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

2. Los divisores comunes de 6 y 12 son = (1, 2, 3, 6)
3. Escogemos el mayor divisor común de 6 y 12, es: (6)
Entonces El máximo común divisor M.C.D de (6, 12) = (6)

OTRA FORMA:
¿Cuál es máximo común divisor de 9 y 18?

1. Se descomponen los números simultáneamente por el menor de ***número primo común***

9	18	3
3	6	3
1	2	

* a ambos números se les puede dividir por 3, ya que ambos cumplen la divisibilidad del 3.
* El 3 y el 6 son divisibles por 3, cumplen la divisibilidad del 3.
* Como ambos (1 y 2) no tienen un divisor común.
* Para hallar el máximo común divisor se multiplican los factores primos 3 x 3 = 9 mcd = (9)

ACTIVIDAD
1. Completa el cuadro con los números correctos

NUMEROS DADOS	CONJUNTO DE DIVISORES	DIVISORES COMUNES	M.C.D
6 15	1, 2, 3, 6 1, 3, 5, 15		
8 24			
10 14			
12 48			
20 30			

2. Escribe X si la expresión es falsa o V si es verdadera

- 12 es divisor de 6 y de 4 ( )
- 8 es divisor de 24 y 16 ( )
- 10 es divisor de 5 y 2 ( )
- 40 es divisor de 20 y 10 ( )
- 3 es divisor de 12 y 36 ( )
- 5 es divisor de 30 y de 15 ( )

3. Encuentra el máximo común divisor de los siguientes números:

a. M.C.D (27 y 36)
b. M.C.D (7, 14 y 21)
c. M.C.D (20 y 16)
d. M.C.D (33, 44 y 22)

4. Desarrolla los siguientes problemas:

a. Un grupo de 60 niños, acompañados de 36 padres, acuden a un campamento en la montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. Por otro lado, ni los padres quieren dormir con niños, ni los niños con padres. ¿Cuántos entraran en cada cabaña?

b. Un vaso pesa 75 gramos, y una taza. 60 gramos. ¿Cuántos vasos hay que colocar en uno de los platillos de una balanza, y cuántas tazas en el otro, para que la balanza quede equilibrada?

c. ¿Qué medida tendrá el lado de una baldosa cuadrada que se ha utilizado para pavimentar el suelo de un garaje de 123 dm de largo por 90 dm de ancho? Las baldosas han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna.

Anexo 6. Guía de trabajo 5. Aplicaciones del M.C.M y M.C.D

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
	Versión: 3	
GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

APLICACIONES DEL M.C.M Y M.C.D

¿Cómo resolver problemas de M.C.M?

Se aplica en situaciones en las que se quieran determinar una frecuencia, o el menor número o cada cantidad de días, etc.
Ejemplos de palabras claves:
Mínimo, menor, cuando vuelven a coincidir, repiten, encuentran.

¿Cómo resolver problemas de M.C.D?

Se aplica en situaciones en las que se quieran dividir objetos en trozos, pedazos, segmentos iguales de longitud, etc, pero la mayor parte posible.
Máximo, mayor, dividir, el más grande, objetos iguales, más amplio, más caben, etc.

1. Ejemplo:

Nicol tiene 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas, ella quiere elaborar **collares iguales** de tal forma que cada collar tenga **igual número** de bolas sin que sobre ninguna bola. ¿Cuántos collares puede elaborar Nikoll? Y ¿cuántas bolas de cada color deben llevar cada collar?

Desarrollo:

* En el problema puedes identificar algunas palabras claves que te permitirán detectar por donde lo puedes resolver. Estas palabras son: collares iguales, igual número. Es claro que debemos hallar el **M.C.D**

Entonces:

25	15	90	5
5	3	18	

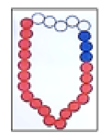
M.C.D = 5

Entonces Nikoll puede elaborar 5 collares.
Aún falta encontrar la cantidad de bolas de cada uno de los colores que tendrá cada uno de los 5 collares.

Se divide cada total de bolas que hay entre el M.C.D así:

$$\frac{25}{5} = 5 \qquad \frac{15}{5} = 3 \qquad \frac{90}{5} = 18$$

En conclusión cada collar tendrá:
5 bolas blancas
3 bolas azules
18 bolas rojas



Alan y Pedro comen en la misma panadería, pero Alan come cada 20 días y Pedro come cada 38 días. ¿**Cuándo volverán** a encontrarse en la panadería?

Desarrollo:

* En el problema puedes identificar palabras claves que permiten detectar como resolver el problema. Estas palabras son: Cuando vuelven a encontrarse. Por ello debemos hallar el **M.C.M**

Entonces:

20	38	2
10	19	2
5	19	5
1	19	19
	1	

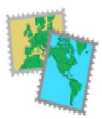
M.C.M = 2 x 2 x 5 x 19
= 4 x 5 x 19
= 20 x 19
= 380

Se volverán a encontrar en 380 días.

Actividad 1

Desarrolla en tu cuaderno cada uno de los siguientes problemas de M.C.M y de M.C.D

1. En un paradero de buses, un bus pasa con una frecuencia de 18 minutos, otro cada 15 minutos y un tercero cada 8 minutos. ¿Dentro de cuántos minutos, como mínimo, se encontrarán los tres buses en el paradero?



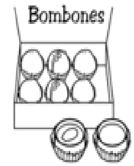
2. Joaquín ha coleccionado estampillas de América y Europa. Las estampillas de América están agrupadas en sobres de 24 estampillas cada uno y no sobra ninguna, mientras que las estampillas de Europa las ha agrupado en sobres de 20 y tampoco sobran. Sabiendo que el número de estampillas es el mismo tanto para América como para Europa, ¿cuántas estampillas como mínimo hay en cada caja?

3. Diego ha iniciado un tratamiento médico para su alergia. Debe tomar tres medicamentos distintos: unas pastillas, un jarabe y una crema. Las pastillas las debe tomar cada tres horas, el jarabe cada cuatro y la crema aplicarla cada dos horas. Si Diego tomó todos los medicamentos a las 8:00 de la mañana, ¿a qué hora los volverá a aplicar todos?

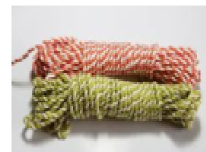
4. En el aeropuerto existen dos líneas aéreas que realizan vuelos a Isla de Pascua durante todo el día. Los aviones de la primera línea aérea, despegan cada 10 minutos y los de la otra despegan cada 15 minutos. Si el primer vuelo de ambas líneas aéreas se realiza a las 7:00 a.m., ¿a qué hora vuelven a despegar juntos los aviones?

5. Tres amigas trabajan como voluntarias en un hogar de ancianos, de acuerdo con sus posibilidades de tiempo. Una de ellas va cada 5 días, otra lo hace cada 10 días y la otra, cada 15 días. Suponiendo que un día se encuentran las tres en el hogar de ancianos, ¿cuántos días después volverán a encontrarse?

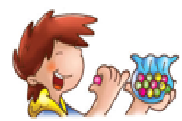
6. Bernardita quiere comenzar a vender bombones.
Con lo que aprendió en su taller de chocolatería, hizo 32 bombones de trufa, 24 de frambuesa y 28 de manjar. ¿Cuántos paquetes con la misma cantidad de bombones de cada tipo puede hacer?



7. Una de las unidades del grupo scout necesita preparar cintas para una de las pruebas del campamento. Si tienen dos cordeles, uno de 94 cm y otro de 64 cm, ¿cuál es el mayor tamaño en que pueden cortar las cintas de ambos cordeles, para que sean todas iguales?



8. David tiene 24 dulces para repartir y Fernando tiene 18. Si desean regalar los dulces a sus respectivos familiares de modo que todos tengan la misma cantidad y que sea la mayor posible, ¿cuántos dulces repartirán a cada persona?



9. En una banda compuesta por un baterista, un guitarrista, un bajista y un saxofonista, el baterista toca en lapsos de 8 tiempos, el guitarrista en 12 tiempos, el bajista en 6 tiempos y el saxofonista en 16 tiempos. Si todos empiezan al mismo tiempo, ¿en cuántos tiempos sus periodos volverán a iniciar al mismo tiempo?

10. Una empresa pequeña que vende leche cuenta con tres sucursales: una en el norte, una en el sur y una en el este. Sabemos que la sucursal del norte produce 300 botellas de leche diarios, la del sur produce 240 y la del este produce 360. Se quieren transportar estas botellas de leche en camionetas que lleven el mismo número de botellas, pero que sea el mayor número de botellas posible. ¿Cuántas botellas de leche deben transportar cada camioneta?

Anexo 7. Guía de trabajo 6. Las fracciones y su representación

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

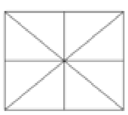
FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

LAS FRACCIONES

Una expresión de la forma, donde a y b son números naturales, y b es distinta de cero, representa un número fraccionario. "b" indica las partes en que se ha dividido cada unidad, "a" las partes que se toman.

$$\frac{a}{b}\begin{array}{l}\text{— Numerador}\\ \text{— Denominador}\end{array}$$

La fracción se utiliza para representar las partes que se toman de un objeto que ha sido **dividido en partes iguales**.



Responde:

1. ¿En cuántas partes iguales está dividida la figura?____________

Ahora colorea **3 partes** de la figura.

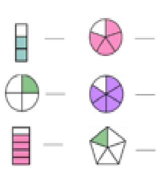
Al dividir la figura se obtuvieron 8 partes iguales de las cuales tomaste (coloreaste) 3.

A partir de este análisis podemos definir que es el numerador y que es el denominador.

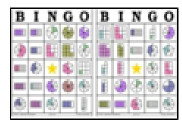
Numerador: Número de partes que se toman de la unidad.
Denominador: Número de partes iguales en que se divide la unidad.

La fracción formada es: $\frac{3}{8}$ donde 3 es el numerador y 8 el denominador.

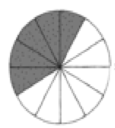
Actividad 1: Determina en cada gráfica la fracción que representa la parte coloreada.



Actividad 2: Por medio del juego de "*Bingo de las fracciones*" podrás aprender divirtiéndote con las fracciones.



Actividad 3: Analiza la respuesta que dio Juan a la figura y explica porque crees que el cometió un error.

 $= \frac{5}{7}$

____
____
____

LECTURA DE LAS FRACCIONES

Las fracciones se leen de acuerdo a su denominador.

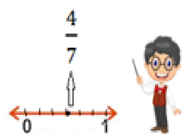
$\frac{1}{2}$	un medio		
$\frac{1}{3}$	un tercio	$\frac{1}{9}$	un noveno
$\frac{1}{4}$	un cuarto	$\frac{1}{10}$	un décimo
$\frac{1}{5}$	un quinto	$\frac{1}{11}$	un onceavo
$\frac{1}{6}$	un sexto	$\frac{1}{12}$	un doceavo
$\frac{1}{7}$	un séptimo	$\frac{1}{13}$	un treceavo
$\frac{1}{8}$	un octavo		

CLASES DE FRACCIONES

Fracciones propias: son aquellas cuyo numerador es menor que el denominador.

$\frac{4}{7}$ 4 es menor que 7

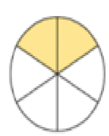
Su valor es menor que la unidad ya que se ubica entre 0 y 1 en la recta numérica.



Actividad 4: Encierra en un círculo las fracciones que son propias.

$\frac{19}{13}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{13}{11}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{11}{13}$	$\frac{10}{7}$
	$\frac{4}{6}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{2}{3}$	

Gráficamente la fracción propia *no representa la gráfica completa:*



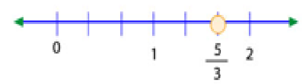
Actividad 5: Colorea cada una de las siguientes fracciones propias.

Color $\frac{1}{4}$	Color $\frac{2}{5}$
Color $\frac{1}{3}$	Color $\frac{1}{5}$
Color $\frac{2}{4}$	Color $\frac{3}{4}$
Color $\frac{2}{3}$	Color $\frac{4}{5}$
Color $\frac{3}{5}$	Color $\frac{1}{2}$

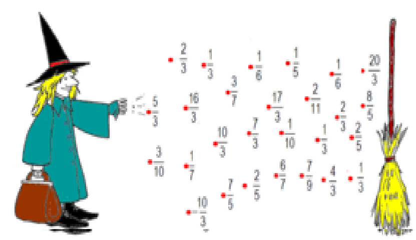
Fracciones impropias: son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador.

$\frac{5}{3}$ 5 es mayor que 3

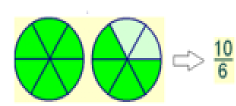
Su valor es mayor que la unidad ya que se ubica después del 1 en la recta numérica.



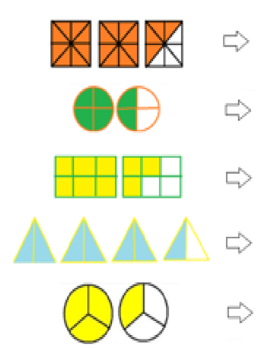
Actividad 6: Une los puntos con fracciones impropias y ayúdale a Brujilda a encontrar su medio de transporte.



Gráficamente la fracción impropia *representa más de la unidad. (Varias unidades)*



Actividad 7: Escribe al frente de cada gráfica la fracción impropia correspondiente.



Anexo 8. Guía de trabajo 7. Números mixtos y fracciones equivalentes

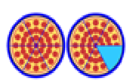
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

NÚMEROS MIXTOS

Las ***fracciones impropias*** se pueden escribir como un número mixto. El número mixto o fracción mixta está compuesta de un número entero y una fracción propia.

NÚMERO ENTERO $\Leftarrow 1 \frac{5}{6} \Rightarrow$ FRACCIÓN PROPIA

 $= \frac{11}{6}$

a) Para poder transformar una fracción impropia en número mixto lo que debemos hacer es:

Dividir el ***numerador*** por el ***denominador***. El ***cociente*** o resultado de esa operación es el ***entero*** del número mixto y el ***resto*** el numerador de la fracción, siendo el ***denominador el mismo.***

$$\begin{array}{r|l} 11 & 6 \\ \hline 5 & 1 \end{array}$$

En la fracción: **11** se divide entre **6**, cuyo cociente o resultado es **1** y el residuo es **5**. El número mixto será

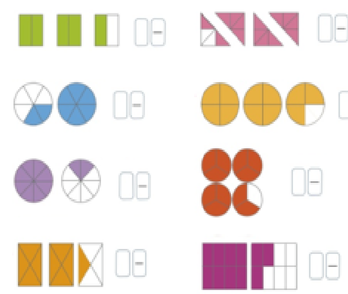
$$1\frac{5}{6}$$

b) Para poder transformar un número mixto a fracción impropia lo que debemos hacer es:

El número ***entero*** se multiplica por el ***denominador*** de la fracción propia y el ***resultado*** se sumará con el ***numerador*** de la fracción cuyo resultado será el ***numerador***. El denominador será el mismo.

$(1 \times 6) + 5 = 11$ entonces, la fracción será $\frac{11}{6}$

Actividad 1: Encierra con rojo la parte entera y con verde la fracción propia en cada una de las representaciones de números mixtos.



Actividad 2: Encuentra la fracción impropia a partir de los siguientes números mixtos.

1. $8\frac{3}{4} =$
2. $5\frac{1}{8} =$
3. $1\frac{2}{11} =$
4. $7\frac{3}{5} =$
5. $3\frac{7}{9} =$
6. $2\frac{4}{9} =$
7. $9\frac{1}{4} =$
8. $4\frac{5}{6} =$
9. $6\frac{7}{10} =$
10. $3\frac{8}{9} =$

Actividad 3: Explica con tus palabras ¿por qué ésta expresión es verdadera?

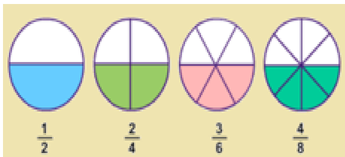
$$2\frac{5}{7} \Rightarrow \frac{19}{7}$$

____

____

FRACCIONES EQUIVALENTES

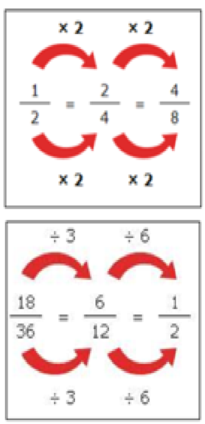
Las fracciones equivalentes representan la misma parte de la unidad o entero. En la recta numérica se encuentran en el mismo punto.



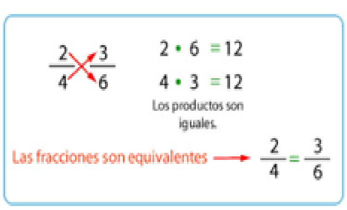
¿Por qué son lo mismo?

Porque cuando se multiplica (amplifica) o divide (simplifica) a la vez numerador y denominador por el mismo número, la fracción mantiene su valor. La regla a recordar es:

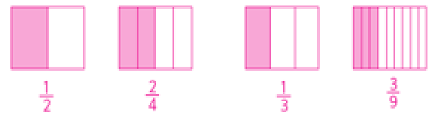
Lo que haces a la parte de arriba de la fracción (numerador) también lo tienes que hacer a la parte de abajo (denominador).

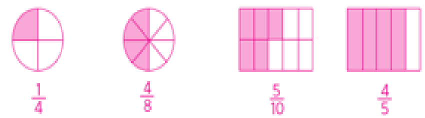


Para comprobar si dos fracciones son equivalentes se debe multiplicar en cruz (*numerador de la primera fracción con denominador de la segunda fracción y denominador de la primera fracción con numerador de la segunda fracción*) Si los resultados **son iguales** las fracciones son equivalentes. Observa:

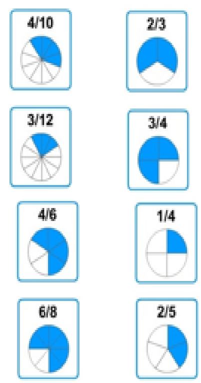


Actividad 1: Escribe sobre la línea si las fracciones dadas son equivalentes o no son equivalentes.





Actividad 2: Empareja por medio de una línea las fracciones equivalentes.



Actividad 3: Completa en cada cuadro el numerador para que las fracciones sean equivalentes.

$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$	$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$	$\frac{2}{6} = \frac{\square}{12}$
$\frac{1}{2} = \frac{\square}{8}$	$\frac{1}{3} = \frac{\square}{12}$	$\frac{2}{6} = \frac{\square}{3}$
$\frac{2}{4} = \frac{\square}{8}$	$\frac{4}{8} = \frac{\square}{2}$	$\frac{4}{12} = \frac{\square}{3}$
$\frac{2}{4} = \frac{\square}{2}$	$\frac{4}{8} = \frac{\square}{4}$	$\frac{4}{12} = \frac{\square}{6}$

Anexo 9. Guía de trabajo 8. Representación gráfica de fracciones

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

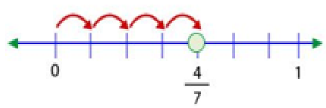
FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

REPRESENTAR FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

Para ubicar fracciones en la recta numérica se divide la unidad (entero) en segmentos iguales, como indica el denominador, y se ubica la facción según indica el numerador.

Vamos a ubicar en la recta numérica la fracción $\frac{4}{7}$

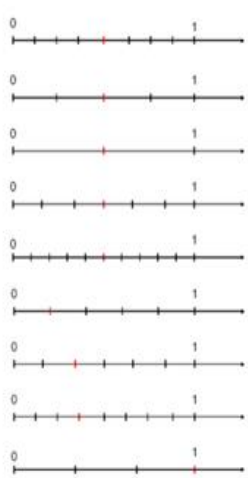
Recuerda que en la recta numérica el mayor de dos números es el que está más a la derecha.



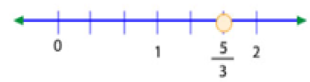
Fíjate que la recta se dividió en 7 segmentos iguales, como indica el denominador.

La fracción se ubicó en el segmento 4, como indica el numerador.

Actividad 1: Escribe la fracción que representa el punto rojo en cada una de las siguientes rectas.

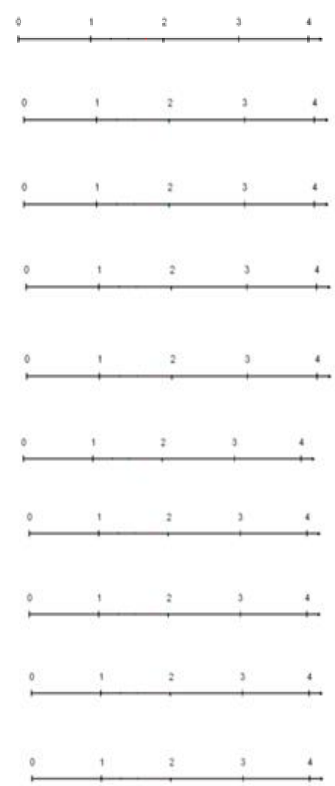


Las fracciones impropias representan más que la unidad, por lo tanto se encuentran ubicadas a la derecha de la unidad.



La fracción 5/3 tiene como denominador el 3, por lo tanto cada unidad se divide en tres partes iguales de las cuales tomamos cinco partes.

Actividad 2: Ubica en las rectas numéricas cada una de las siguientes fracciones impropias. (*Divide cada unidad con su correspondiente denominador*)



$\frac{6}{4}$

$\frac{7}{3}$

$\frac{5}{4}$

$\frac{8}{6}$

$\frac{11}{3}$

$\frac{4}{3}$

$\frac{7}{6}$

$\frac{5}{3}$

$\frac{8}{4}$

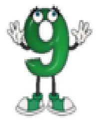
$\frac{11}{6}$

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES DISTINTAS

¿Cómo representamos en la recta numérica fracciones con distinto denominador?

Representaremos:

$$\frac{1}{2} \; y \; \frac{2}{3}$$



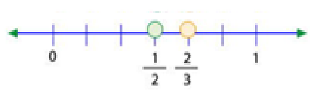
1. Dividimos la recta de 0 a 1 en tantos intervalos como nos indique el producto de los denominadores de las fracciones. En este caso serán 6 intervalos, ya que 2 • 3 = 6

2. Ubicamos ambas fracciones en la recta de la siguiente forma:

Para ubicar $\frac{1}{2}$ multiplicamos su numerador por el denominador de la otra fracción: 1 • 3 = 3 . Entonces consideramos 3 de los intervalos de la recta.

Para ubicar $\frac{2}{3}$ multiplicamos su numerador por el denominador de la otra fracción: 2 • 2 = 4 . Entonces consideramos 4 de los intervalos de la recta.

Aplicando los pasos anteriores tenemos:



Actividad 3: Ubica en cada recta numérica cada par de fracciones según corresponda.

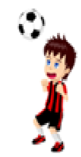
$\frac{3}{2}$ y $\frac{5}{3}$

$\frac{5}{2}$ y $\frac{6}{4}$

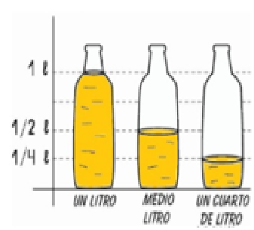
$\frac{7}{2}$ y $\frac{9}{4}$

$\frac{5}{3}$ y $\frac{6}{2}$

Actividad 4: De los 26 alumnos de la clase de 5º, como actividades extra escolares tienen: fútbol 10 alumnos, baloncesto 7 alumnos, natación 6 alumnos y el resto van a música. Escribe la fracción que representa la cantidad de estudiantes en cada actividad:

Actividad 5: Observa la imagen



Responde:

- En un litro hay _____ medios litros.
- En un litro hay _____ cuartos de litro.
- En medio litro hay _____ cuartos de litro.
- Dos medios litros hacen ______ litro.
- Dos cuartos de litro hacen ______ litro.
- Cuatro cuartos de litro hacen _____ litro.

Anexo 10. Guía de trabajo 9. Relación entre fracciones

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Fracciones con igual denominador

Dos fracciones que tienen el mismo denominador, es menor la que tiene el menor numerador.

$\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$ $\frac{8}{9} > \frac{5}{6}$

Fracciones con igual numerador

Dos fracciones que tienen el mismo numerador es mayor la que tiene menor numerador.

$\frac{2}{8} < \frac{2}{5}$

Fracciones con numeradores y denominadores distintos.

Si tienen distinto numerador entonces para poder compararlas hay que expresarlas con el mismo denominador:

Si los dos términos de una fracción se multiplican por el mismo número la fracción resultante es equivalente.

¿Y por qué número multiplicamos cada fracción? la primera fracción la multiplicamos por el denominador de la segunda, y la segunda por el denominador de la primera.

$\frac{9}{14} \times \frac{5}{10}$

$90 > 70$

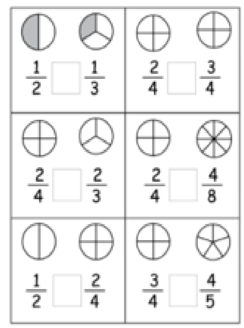
$\boxed{\frac{9}{14} > \frac{5}{10}}$

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$; si $a \cdot d < b \cdot c$

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$; si $a \cdot d > b \cdot c$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; si $a \cdot d = b \cdot c$

Actividad 1: Colorea la fracción y escribe en el círculo el signo de >, < o = según corresponda.



Actividad 2: Compara las siguientes fracciones y determina con sus signos la fracción mayor y la fracción menor.

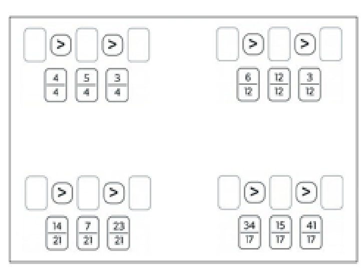
$\frac{2}{3} \square \frac{1}{3}$ $\frac{4}{8} \square \frac{6}{8}$

$\frac{1}{2} \square \frac{2}{2}$ $\frac{4}{5} \square \frac{1}{5}$

$\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$ $\frac{3}{9} \square \frac{7}{9}$

$\frac{5}{7} \square \frac{3}{7}$ $\frac{9}{13} \square \frac{7}{13}$

Actividad 3: Ordena de mayor a menor cada grupo de fracciones.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS APLICANDO LA REVERSIBILIDAD EN EL MÉTODO POLYA.

Para resolver los problemas que se enuncian a continuación debes tener en cuenta los 4 pasos que plantea POLYA:

1. Entender el problema.
2. Trazar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Mirar hacia atrás.

La reversibilidad nos permitirá entender el problema a partir de la respuesta. ***Por ello el objetivo principal es entender el problema y no llegar a la respuesta del problema.***

Para ello vamos a utilizar el método POLYA en forma inversa, es decir:

1. Mirar hacia atrás. ¿Cómo se obtuvo la respuesta?
2. ¿Qué plan se ejecutó?
3. Identificar el plan que se trazó.
4. Entender el problema. (Plantearlo con sus propias palabras).

Observa:

1. Andrés y Guillermo hacen diariamente un recorrido por varias calles como entrenamiento para una maratón. Un día que estaban cansados, Andrés sólo recorrió $\frac{5}{8}$ de la ruta habitual, mientras que Guillermo recorrió $\frac{5}{10}$. El que recorrió más fue Andrés. ¿Explica por qué?

Aplicando la reversibilidad en POLYA.

1. **Mirar hacia atrás. ¿Cómo se obtuvo la respuesta?**
Teniendo las dos fracciones se puede concluir que:

$$\frac{5}{8} > \frac{5}{10}$$

2. **Identificar el plan que se trazó.**

Al multiplicar 5 x 10 = 50 y 8 x 5 = 40 se llega que

50 > 40

Por lo tanto la fracción $\frac{5}{8}$ es la mayor.

3. **¿Qué plan se ejecutó?**

Se multiplica en cruz las fracciones para poder determinar cuál de las fracciones es la mayor.

4. **Entender el problema.** (Plantearlo con sus propias palabras).
Andrés y Guillermo recorren diariamente una ruta. Un día Andrés recorrió más que Guillermo por que recorrió $\frac{5}{8}$ y Guillermo recorrió $\frac{5}{10}$ porque las fracciones de igual numerador la mayor será la de menor denominador.

Actividad 4: Aplicando la reversibilidad en POLYA desarrolla los siguientes problemas y replantéalo con tus propias palabras.

1. Se van a comprar tiras de madera del mismo largo para hacer tres marcos de puerta. El primer marco requiere $\frac{5}{6}$ de la tira, el segundo $\frac{5}{4}$ y el tercero $\frac{11}{8}$ de la tira. ¿Cuál de los tres marcos necesita más madera? ¿Cuál necesita menos madera?

* El marco que necesita más madera es el tercero.

* El marco que necesita menos madera es el primero.

2. En las elecciones locales celebradas en un pueblo, $\frac{3}{11}$ de los votos fueron para el partido A, $\frac{3}{10}$ para el partido B y $\frac{5}{14}$ para el partido C. ¿Cuál de los tres partidos obtuvo más votos? ¿Cuál de los tres obtuvo menos votos?

* El partido que obtuvo mayor votación fue el C.

* El partido que obtuvo menor votación fue el A.

Anexo 11. Guía de trabajo 10. Fracción de un número

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	CO-SC-CER350838
	Versión: 3	
GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

FRACCIÓN DE UN NÚMERO

Para calcular la fracción de un número se multiplica la cantidad por el ***numerador*** y se divide por el ***denominador.***

Veamos un ejemplo:

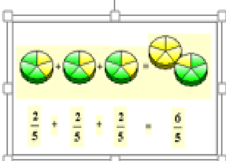
Hallar los dos quintos del número 3.

$\frac{2}{5}$ *de* 3 Se lee dos quintos de tres

Esta operación se realiza por medio de una multiplicación así:

$$\boxed{\frac{2}{5} x\ 3 = \frac{2}{5}\ de\ 3 = \frac{6}{5}}$$

Se multiplica 3 x 2 = 6 y se divide por el denominador que es 5, quedando $\frac{6}{5}$



Ejemplo aplicando la reversibilidad en POLYA.

Una caja tiene 60 bombones. Eva se comió $\frac{1}{5}$ de los bombones y Ana $\frac{1}{2}$ de los bombones y el resto se los comió Luis. ¿Qué fracción de bombones se comió Luis?

Según la información Luis se comió $\frac{3}{10}$ que corresponden a 18 bombones.

Observa la siguiente tabla:

Eva	$\frac{1}{5}$	12
Ana	$\frac{1}{2}$	30
Luis	$\frac{3}{10}$	18

1. **Mirar hacia atrás. ¿Cómo se obtuvo la respuesta?**

Si 60 es el total de bombones que hay entonces la suma de las tres fracciones representará el todo.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{10} = 60\ bombones$$

2. **¿Cómo se ejecutó el plan?**

Hallando el valor de cada fracción así:

$$\frac{1}{5}\ de\ 60 = (60\ x\ 1) = \frac{60}{5} = 12$$

$$\frac{1}{2}\ de\ 60 = (60\ x\ 1) = \frac{60}{2} = 30$$

$$\frac{3}{10}\ de\ 60 = (60\ x\ 3) = \frac{180}{10} = 18$$

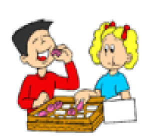
Entonces se comprueba que 12+30+18 = 60

3. **Trazar un plan. ¿Qué plan se ejecutó?**

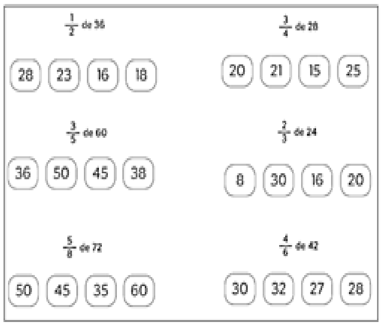
Se halla el valor de cada fracción aplicando la fracción de un número utilizando la fracción y la cantidad total de bombones (60). Luego se suman las cantidades para comprobar que el valor es de 60.

4. **Entender el problema. (Analizar el problema con sus propias palabras)**

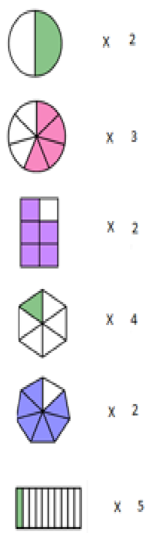
Una caja tiene bombones de los cuales Eva se ha comido $\frac{1}{5}$ que corresponden a 12 bombones, Ana se ha comido $\frac{1}{2}$ que corresponden a 30 bombones y Luis se ha comido $\frac{3}{10}$ que corresponden a 18 bombones. El total de bombones que hay en la caja es de 60 bombones.



Actividad 1: Marca con una X el valor correspondiente a la fracción de cada número.



Actividad 2: Representa gráficamente cada una de las siguientes operaciones.



Actividad 3: Desarrolla en tu cuaderno los siguientes problemas aplicando la reversibilidad por medio del método POLYA.

(Aplica los 4 pasos a partir de las respuestas dadas)

1. Divide una cinta de 3 m de longitud en dos partes tales que una sea el doble de la otra. ¿Cuánto mide cada una de las partes?

Rta/ **1 m y 2m**

2. $\frac{2}{5}$ de los rosales de una rosaleda con 1.000 rosales son de rosas rojas. ¿Cuántos rosales son de otros colores?

Rta/ **600 rosas de otros colores.**

3. En un bote de 6 litros lleno tenemos $\frac{2}{3}$ de pintura y el resto es agua. ¿Cuánta es la cantidad de agua?

Rta/ **2 litros de agua**

4. En una clase $\frac{1}{9}$ de los alumnos son zurdos. Si la clase tiene 27 alumnos, ¿Cuántos son diestros?

Rta/ **24 son diestros**

5. En un monte había robles. Se queman los $\frac{3}{5}$ de los robles y ahora quedan 124. ¿Cuántos robles había en el monte?

Rta/ **Había 310 robles**

6. El libro que está leyendo Andrés tiene 216 páginas y el que está leyendo Roberto tiene $\frac{1}{8}$ de páginas más. ¿Cuántas páginas tiene el libro de Roberto?

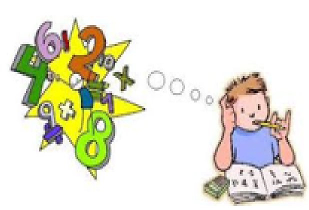
Rta/ **243 páginas**

7. Carmen tiene 15 revistas y Julia otras. Si Carmen regala $\frac{2}{5}$ de las revistas, tendrá los mismos que Julia. ¿Cuántas revistas tiene Julia?

Rta/ **tiene 9 revistas**

8. Un señor deja una herencia de $60.000.000 y ordena que los $\frac{5}{6}$ de esa herencia se repartan en partes iguales entre sus cinco hijos. ¿Cuánto dinero le toca a cada hijo?

Rta/ **Cada hijo recibe 10 millones**



Anexo 12. Guía de trabajo 11. Amplificación y simplificación

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Si se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un **número entero**, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada. A este procedimiento se le llama complificar o amplificar fracciones.

Por ejemplo:

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{8}{20}$$

Por lo tanto $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ son dos fracciones equivalentes

De una fracción pueden surgir otras fracciones equivalentes al amplificarlas por cualquier número natural. Ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \left\{ \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \dots \right\}$$

(x 2, x 3, x 4, x 5, x 6)

Actividad 1: Halla tres fracciones equivalentes amplificando en cada caso.

a. $\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

b. $\frac{4}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

c. $\frac{1}{6} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

Actividad 2: Amplifica las siguientes fracciones por 4.

$\frac{2 \times 4}{4 \times 4} = \frac{8}{16}$

$\frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{2 \times 4}{7 \times 4} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{5 \times 4}{8 \times 4} = \frac{\square}{\square}$

Actividad 3: Escribe el número por el cual se amplifico e numerador y el denominador.

$\frac{3 \times \square}{6 \times \square} = \frac{21}{42}$

$\frac{4 \times \square}{7 \times \square} = \frac{24}{42}$

$\frac{3 \times \square}{6 \times \square} = \frac{15}{30}$

$\frac{2 \times \square}{9 \times \square} = \frac{6}{27}$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

En la simplificación de fracciones hay que tener en cuenta las reglas de la divisibilidad.

Simplificar una fracción significa llevarla a su más mínima expresión.

$$\frac{360}{480} \xrightarrow{:2} \frac{180}{240} \xrightarrow{:2} \frac{90}{120} \xrightarrow{:2} \frac{45}{60} \xrightarrow{:3} \frac{15}{20} \xrightarrow{:5} \frac{3}{4}$$

$$\frac{360}{480} = \frac{180}{240} = \frac{90}{120} = \frac{45}{60} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Observemos:

Cuando se divide el numerador y el denominador de la fracción a la vez por un mismo número (prueba a dividirlos por 2, 3, 5, 7...) hasta que no puedas seguir más, la fracción resultante se llama irreductible y a este proceso se le llama simplificación.

Por ejemplo:

$$\frac{18}{24} \xrightarrow{\div 2} \frac{9}{12} \xrightarrow{\div 3} \frac{3}{4}$$

La fracción inicial se divide entre 2 dando como resultado una nueva fracción $\frac{9}{12}$. Esta nueva fracción se divide entre 3 dando como resultado la fracción $\frac{3}{4}$. Esta fracción se llama irreductible por que no se puede seguir simplificando.

Otro ejemplo:

$$\frac{24}{96} \xrightarrow{\div 2} \frac{12}{48} \xrightarrow{\div 2} \frac{6}{24} \xrightarrow{\div 2} \frac{3}{12} \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{4}$$

La fracción irreductible encontrada es $\frac{1}{4}$

Actividad 4: Completa las siguientes simplificaciones.

$$\frac{5 : \boxed{5}}{10 : \boxed{5}} = \_\_\_$$

$$\frac{6 : 3}{9 : 3} = \_\_\_$$

$$\frac{7 : \boxed{7}}{14 : \boxed{7}} = \_\_\_$$

$$\frac{6 : 3}{9 : 3} = \_\_\_$$

$$\frac{12 : \boxed{4}}{16 : \boxed{4}} = \_\_\_$$

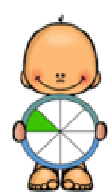
$$\frac{5 : \boxed{5}}{10 : \boxed{5}} = \_\_\_$$

Actividad 5: Simplifica a la mínima expresión las siguientes fracciones.

$$\frac{24}{30} =$$

$$\frac{18}{36} =$$

$$\frac{18}{24} =$$



Anexo 13. Guía de trabajo 12. Suma y resta de fracciones homogéneas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:		GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO		CALIFICACIÓN:	

SUMA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS

Las fracciones homogéneas son aquellas que tienen igual denominador. Por ejemplo:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{2}{4}$$

Para sumar las fracciones homogéneas dejamos el mismo denominador y sumamos los numeradores de cada una de las fracciones.

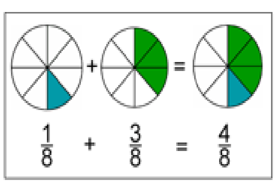
Ejemplo: Suma las siguientes fracciones homogéneas.

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{6}{2}=$$

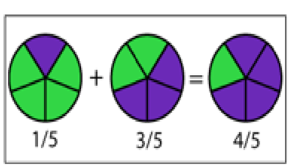
Entonces:

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{6}{2}=\frac{1+3+5+6}{2}=\frac{15}{2}$$

Gráficamente también se puede representar una suma de fracciones homogéneas así:



Otro ejemplo:



Actividad 1: Realiza las siguientes sumas de fracciones homogéneas.

A. $\frac{9}{12}+\frac{19}{12}=$

B. $\frac{6}{14}+\frac{12}{14}=$

C. $\frac{11}{8}+\frac{9}{8}=$

D. $\frac{7}{4}+\frac{17}{4}=$

E. $\frac{36}{48}+\frac{16}{48}=$

F. $\frac{3}{5}+\frac{9}{5}=$

G. $\frac{17}{10}+\frac{7}{10}=$

H. $\frac{43}{50}+\frac{27}{50}=$

I. $\frac{28}{15}+\frac{7}{15}=$

J. $\frac{22}{14}+\frac{20}{14}=$

Actividad 2: Identifica las fracciones que son homogéneas y realiza la suma de ellas.

RESTA DE FRACIONES HOMOGÉNEAS

Para restar fracciones homogéneas dejamos el mismo denominador y restamos los numeradores. Se debe tener en cuenta que el minuendo debe ser mayor que el sustraendo.

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5}$$

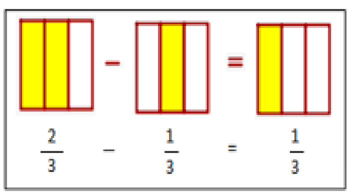
Ejemplo: Resta las siguientes fracciones homogéneas.

$$\frac{16}{2} - \frac{5}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} =$$

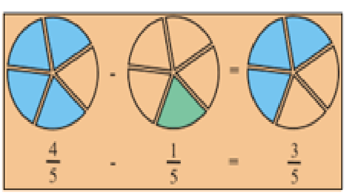
Entonces:

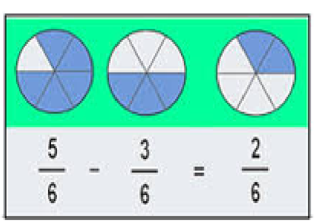
$$\frac{16}{2} - \frac{5}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{16-5-3-1}{2} = \frac{7}{2}$$

Gráficamente también se puede representar la resta de fracciones homogéneas.



Otros ejemplo:





Actividad 3: Realiza las siguientes restas de fracciones homogéneas.

A. $\frac{19}{12} - \frac{9}{12} =$

B. $\frac{12}{14} - \frac{6}{14} =$

C. $\frac{11}{8} - \frac{9}{8} =$

D. $\frac{17}{4} - \frac{7}{4} =$

E. $\frac{36}{48} - \frac{16}{48} =$

F. $\frac{9}{5} - \frac{3}{5} =$

G. $\frac{17}{10} - \frac{7}{10} =$

H. $\frac{43}{50} - \frac{27}{50} =$

I. $\frac{28}{15} - \frac{7}{15} =$

J. $\frac{22}{14} - \frac{20}{14} =$

K. $\frac{37}{11} - \frac{18}{11} =$

L. $\frac{72}{40} - \frac{68}{40} =$

Actividad 4:

$$\frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{7}{5} - \frac{1}{5} = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{6}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{1}{8} = \frac{\square - \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Anexo 14. Guía de trabajo 13. Suma y resta de fracciones heterogéneas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSE PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMATICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

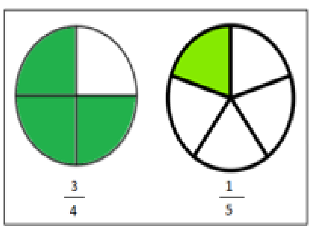
SUMA DE FRACCIONES HETEROGENEAS

Cuando dos o más fracciones tienen denominadores distintos se dicen ***heterogéneas.*** Observa el siguiente ejemplo:

Sumar: $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$

Si representamos las unidades con círculos entonces las expresiones $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$

se pueden representar así:



Para entender por qué no es correcto sumar los numeradores como en el caso de las fracciones homogéneas, piensa en lo siguiente: ¿cuánto son tres manzanas más dos naranjas? Si piensas que la respuesta es cinco deberías preguntarte cinco qué: ¿cinco manzanas, o cinco naranjas?

Claramente no son ni cinco manzanas ni cinco naranjas, así que dicha respuesta carece de sentido.

Así, si se sumaran los numeradores de las fracciones, se tendría el mismo inconveniente que con las manzanas y las naranjas:

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{5}{?}$$

porque no serían ni cinco cuartos ni cinco quintos.

Para sumar fracciones heterogéneas debes seguir los siguientes pasos:

1. Se multiplican los denominadores

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{\quad}{20}$$

2. Se multiplica el numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda fracción.

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{15}{20}$$

3. Se multiplica el denominador de la primera fracción con el numerador de la segunda fracción.

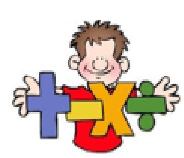
$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{15 \quad 8}{20}$$

4. Se coloca el signo más entre los resultados de las multiplicaciones.

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{15+8}{20}$$

5. Se realiza la suma indicada en el numerador.

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{23}{20}$$



RESTA DE FRACCIONES HETEROGENEAS

Para restar fracciones heterogéneas es posible emplear la misma fórmula que para sumarlas.

Por ejemplo: Restar

$$\frac{7}{4}-\frac{2}{3}$$

1. Se multiplican los denominadores de las fracciones.

$$\frac{7}{4}-\frac{2}{3}=\frac{\quad}{12}$$

2. Luego se multiplica el numerador de la primera fracción (minuendo) por el denominador de la segunda fracción.

$$\frac{7}{4}\;\frac{2}{3}=\frac{21\quad}{12}$$

3. Luego se multiplica el denominador de la primera fracción (minuendo) con el numerador de la segunda fracción.

$$\frac{7}{4}\;\frac{2}{3}=\frac{21\quad 8}{12}$$

4. Se coloca el signo de resta entre los resultados de las multiplicaciones.

$$\frac{7}{4}-\frac{2}{3}=\frac{21-8}{12}$$

5. Finalmente se restan los valores en el numerador.

$$\frac{7}{4}-\frac{2}{3}=\frac{13}{12}$$

Actividad 1: Desarrolla las siguientes sumas y restas de fracciones heterogéneas.

1. $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=$
2. $\frac{4}{5}+\frac{1}{3}=$
3. $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=$
4. $\frac{3}{10}+\frac{1}{2}=$
5. $\frac{7}{14}+\frac{4}{7}=$
6. $\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=$
7. $\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=$
8. $\frac{2}{3}-\frac{8}{15}=$
9. $\frac{5}{7}-\frac{1}{21}=$
10. $\frac{2}{3}-\frac{4}{7}=$
11. $\frac{4}{9}-\frac{1}{3}=$

Anexo 15. Guía de trabajo 14. Multiplicación y división de fracciones

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMATICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Para multiplicar fracciones solo debes multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador.

Observa: $\frac{7}{8} \times \frac{9}{5}$

En este caso los numeradores son 7 y 9; y los denominadores son 8 y 5

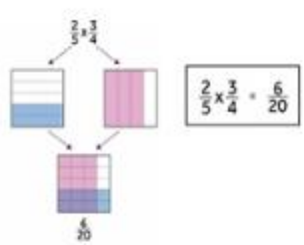
Solo se deben realizar los productos y simplificar la fracción final si se puede.

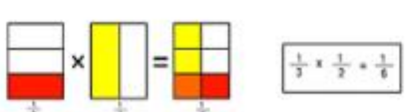
$$\frac{7}{8} \times \frac{9}{5} = \frac{7 \times 9}{8 \times 5} = \frac{63}{40}$$

En términos generales la multiplicación se desarrolla así:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{\boxed{a \times c}}{\boxed{b \times d}}$$

Gráficamente la multiplicación se puede representar de la siguiente forma. Observa:





Actividad 1: Desarrolla las siguientes multiplicaciones.

1) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} =$

2) $\frac{5}{10} \times \frac{2}{4} =$

3) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} =$

4) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{10} =$

5) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} =$

6) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} =$

7) $\frac{8}{10} \times \frac{2}{3} =$

8) $\frac{4}{5} \times \frac{8}{10} =$

9) $\frac{2}{4} \times \frac{1}{5} =$

10) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} =$

Actividad 2: Encuentra los números que faltan en cada multiplicación.

$\frac{6}{8} \times \frac{}{3} = \frac{30}{}$ $\qquad$ $\frac{9}{} \times \frac{}{10} = \frac{63}{80}$

$\frac{8}{5} \times \frac{}{6} = \frac{8}{}$ $\qquad$ $\frac{}{13} \times \frac{4}{} = \frac{28}{39}$

$\frac{}{11} \times \frac{9}{} = \frac{36}{44}$ $\qquad$ $\frac{}{} \times \frac{6}{12} = \frac{30}{60}$

DIVISION DE FRACCIONES

La expresión $\frac{a}{b}$ es otra forma de expresar la operación a ÷ b. Por lo tanto una división del tipo

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$$

Se puede interpretar así:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

Para desarrollar esta división podemos aplicar la "ley de la oreja" o ley de extremos y medios.

Este procedimiento indica que se multiplican los extremos superior e inferior para obtener el numerador, y los números del medio para obtener el denominador.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Ahora usemos este método para desarrollar la división.

$$\frac{5}{4} \div \frac{15}{8}$$

$$\frac{5}{4} \div \frac{15}{8} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{15}{8}} = \frac{5 \times 8}{4 \times 15} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

Existe otra forma de realizar la división de fracciones: los "productos cruzados". Con este método no es necesario poner las fracciones una sobre la otra, simplemente se multiplica numerador por denominador y denominador por numerador. Observa un ejemplo:

Dividir: $\frac{3}{10} \div \frac{2}{5}$

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

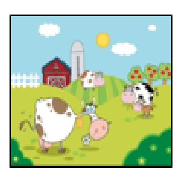
Actividad 1: Desarrolla las siguientes divisiones de fraccionarios.

1. $\frac{6}{8} \div \frac{3}{5} =$
2. $2\frac{8}{9} \div \frac{1}{2} =$
3. $\frac{3}{10} \div 4\frac{5}{6} =$
4. $\frac{1}{8} \div 8\frac{1}{3} =$
5. $5\frac{2}{3} \div \frac{1}{5} =$
6. $8\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} =$
7. $3\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{7} =$
8. $\frac{3}{10} \div \frac{5}{6} =$
9. $\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$
10. $4\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} =$
11. $5\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} =$
12. $8\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} =$
13. $\frac{7}{8} \div \frac{1}{8} =$
14. $2\frac{3}{4} \div \frac{3}{5} =$

Actividad 2: Representar gráficamente los siguientes problemas de divisiones de fracciones.

1. Un hombre divide su campo en 8 trozos iguales. A su hijo mayor le da ¾ partes del campo que es lo que le tiene prometido. ¿Cuántas parcelas de 1/8 tendrá que darle?

2. Dos hermanos heredan una finca, uno se queda con 4/9 y otro con 5/9. El primero de ellos a su vez se plantea que si su esposa heredó los 2/3 de otra finca del mismo tamaño, ¿Cuántas veces cabrá su finca en la de su esposa?



Anexo 16. Guía de trabajo 15. Método gráfico para sumar y restar fracciones

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29 Versión: 3	CO-SC-CER350838
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	

FECHA:		GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO		CALIFICACIÓN:	

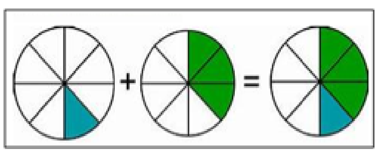
MÉTODO GRÁFICO PARA SUMAR Y RESTAR FRACCIONES

Para representar la suma y resta de fracciones mediante el uso de gráficos debemos tener en cuenta el concepto de fracciones equivalentes que son las que nos permitirán sumar y restar fracciones sin problema mediante el conteo de partes en las figuras que se muestran.

SUMA DE FRACCIONES

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$$

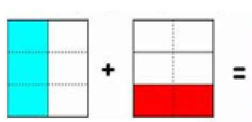
Representación gráfica de la suma de fracciones.



Las fracciones homogéneas son aquellas que tienen el mismo denominador.

1. **Ejemplo:** Sumar gráficamente las fracciones

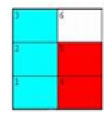
$$\frac{3}{6} \text{ y } \frac{2}{6}$$



Para interpretar gráficamente la suma de fracciones, lo que hacemos es dibujar cada fracción con la misma figura (rectángulos, círculos, frutas, etc.). Si vamos a sumar las dos fracciones, lo que debemos hacer es dibujar ambas con el mismo tipo de proporción, es decir, dividirlas en una unidad común para ambas.

En esté ejemplo la unidad se divide en 6 partes iguales. Luego resaltamos en cada gráfica, el número de fracciones que nos indican, y dado que ya dividimos las gráficas en porciones iguales, contamos las que estén resaltadas y las sumamos.

El resultado de dicha operación es el total de cuadros pintados entre rojos y azules.



$$\frac{5}{6}$$

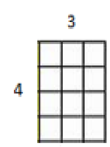
2. **Ejemplo:** Sumar las fracciones

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

Cuando las fracciones son heterogéneas (diferente denominador) debemos dividir las gráficas para que podamos mirar el número de fracciones, el número de fracciones tiene que ser un número que contenga a los dos denominadores, para así llegar a esas fracciones equivalentes para poder hacer el conteo.

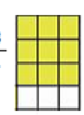
En este ejemplo los denominadores son 4 y 3 que al multiplicarlos nos da como resultado 12.

Por lo tanto debemos dibujar unidades iguales divididas en 12 partes iguales así:



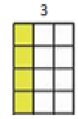
Luego se toma la primera fracción $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$

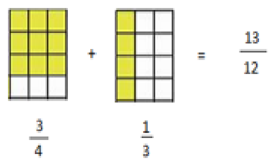


Luego la segunda fracción $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$



Finalmente sumamos los espacios que están con color y este valor será el numerador de la fracción resultante. El denominador será el total de cuadros en que se dividió cada unidad.



RESTA DE FRACCIONES

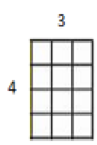
La resta de fraccionarios, se procede de la igual manera encontrando los equivalentes para dividir las gráficas, y eliminamos el número que nos pidan restar; por último hacemos el conteo.

Ejemplo: Restar las fracciones

$$\frac{7}{3} - \frac{5}{4}$$

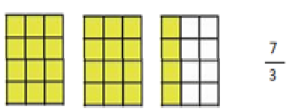
Primero encontramos entre los dos denominadores el valor por el cual se va a dividir cada una de las unidades.

Entonces 3 x 4 = 12

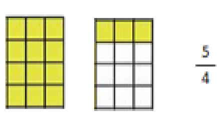


Quedan unidades divididas en 12 partes iguales.

La primera fracción quedará así:



La segunda fracción quedará así:



Observamos que en la primera figura hay 28 cuadros con color y en la segunda hay 15 cuadros con color.

Al restar 28 – 15 nos da 13 el cual será el numerador de la fracción resultante.

El denominador será el total de cuadros en que se dividió la unidad, ósea 12.

El resultado de la operación es $\frac{13}{12}$

ACTIVIDAD 1: Desarrolla gráficamente en tu cuaderno cada una de las siguientes operaciones de suma y de resta de fracciones.

1) $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$

2) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$

3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

5) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15}$

6) $\frac{1}{3} + \frac{8}{12}$

ACTIVIDAD 2: Desarrolla gráficamente en tu cuaderno cada una de las siguientes operaciones de resta de fracciones.

1) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$

2) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

3) $\frac{3}{7} - \frac{1}{21}$

4) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

5) $\frac{7}{12} - \frac{1}{4}$

Anexo 16. Guía de trabajo 16. Método gráfico para multiplicar y dividir fracciones

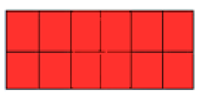
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

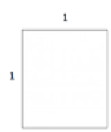
MÉTODO GRÁFICO PARA MULTIPLICAR FRACCIONES

Cualquier multiplicación se puede interpretar como un rectángulo en el que los lados representan gráficamente los factores, es decir, los números que se multiplican.

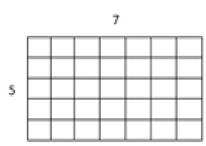
Por ejemplo 2 x 6 es igual a 12



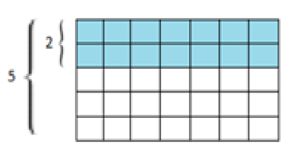
Lo mismo podemos hacer con las fracciones. Debemos tener en cuenta que cada figura representa la unidad.



Por ejemplo si queremos multiplicar las fracciones $\frac{2}{5}\ x\ \frac{3}{7}$ hacemos la figura teniendo en cuenta los denominadores de cada una de las fracciones, en este caso 5 y 7 que al multiplicarnos nos da como resultado 35. Este es el total de cuadros que debe estar dividido la unidad.

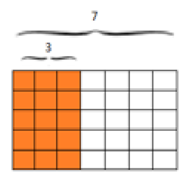


Seguidamente tomamos la primera fracción y tomamos 2 partes de las 5 en que se dividió la unidad así:



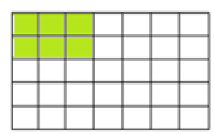
Esta gráfica representa la fracción $\frac{2}{5}$

Luego tomamos la segunda fracción y tomamos 3 de las 7 partes en que se dividió la unidad así:



Esta gráfica representa la fracción $\frac{3}{7}$

Al realizar el cruce de las dos gráficas obtenemos la siguiente gráfica



Podemos observar que en 6 de los 35 cuadros se cruzaron las dos gráficas anteriores. Por lo tanto el resultado de la multiplicación $\frac{2}{5}\ x\ \frac{3}{7}$ es $\frac{6}{35}$

Conclusión

Al multiplicar dos fracciones gráficamente, el resultado tendrá como ***numerador*** la parte donde se intersectan las dos gráficas y como ***denominador*** el total de cuadros en el que se dividió la unidad.

MÉTODO GRÁFICO PARA DIVIDIR FRACCIONES

Para dividir dos fracciones por el método gráfico debemos tener en cuenta que el dividendo sea mayor que el divisor.

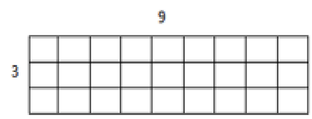
Luego tomamos las dos fracciones y las representamos gráficamente como lo hicimos en la multiplicación.

Por ejemplo dividir la fracción $\frac{2}{3} \div \frac{3}{9}$

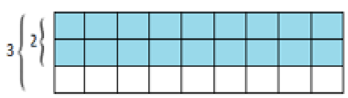
Tomamos los denominadores y los multiplicamos

$$3 \times 9 = 27$$

La unidad debemos dividirla en 27 partes iguales así:

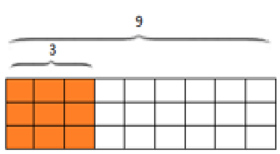


Seguidamente representamos la primera fracción tomando 2 de las 3 partes así:

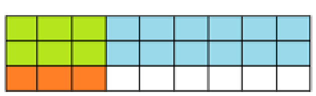


Esta gráfica representa la fracción $\frac{2}{3}$

Luego tomamos la segunda fracción y tomamos 3 de las 9 partes así:

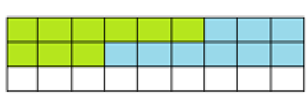


Luego se cruzan las gráficas obteniendo la siguiente



Como podemos observar quedaron 3 cuadros naranjas que no se cruzaron con los azules.

Estos cuadros los movemos de su sitio de tal forma que se crucen con cualquiera de los cuadros azules que quedaron en la gráfica así:



Ahora solamente contamos los cuadros para determinar el resultado y obtenemos que la fracción resultante es $\frac{18}{9}$

Conclusión

Al dividir dos fracciones gráficamente, el resultado tendrá como ***numerador*** el total de cuadros que quedaron con color y como ***denominador*** la cantidad de cuadros que se intersectaron.

Actividad 1

Representa gráficamente las siguientes multiplicaciones de números fraccionarios.

1) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$

2) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{9}$

3) $\frac{1}{9} \times \frac{3}{11}$

4) $\frac{1}{8} \times \frac{2}{3}$

5) $\frac{4}{7} \times \frac{5}{6}$

6) $\frac{3}{2} \times \frac{9}{10}$

Actividad 2

Representa gráficamente las siguientes divisiones de números fraccionarios.

1) $\frac{3}{7} \div \frac{2}{8}$

2) $\frac{4}{11} \div \frac{3}{16}$

3) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7}$

4) $\frac{7}{9} \div \frac{2}{12}$

5) $\frac{9}{12} \div \frac{7}{5}$

6) $\frac{4}{17} \div \frac{3}{16}$

Anexo 17. Guía de trabajo 17. Reversibilidad en la solución de problemas de suma y resta de fracciones

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

REVERSIBILIDAD EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

La reversibilidad está asociada a la realización de actividades en las que después de un proceso de transformaciones, podemos volver al punto de partida.

Para ello vamos a utilizar el método POLYA el cual plantea la solución de problemas en 4 pasos que son:

1. Entender el problema
2. Trazar un plan
3. Ejecutar el plan
4. Mirar hacia atrás.

Al aplicar la reversibilidad partiremos del paso 4 hasta llegar al paso 1, lo cual nos permitirá a partir de la respuesta llegar a entender los problemas.

1. Mirar hacia atrás. ¿Qué significa la respuesta?
2. Ejecutar el plan. ¿Cómo se desarrolló el problema?
3. Trazar un plan. ¿Qué estrategias se aplicaron?
4. Expresar el problema con mis propias palabras.

Observemos el siguiente ejemplo:

1. Un hombre vende $\frac{1}{3}$ de su finca y regala $\frac{1}{8}$ a su hijo. ¿Cuál es la cantidad de tierra que le queda al hombre?

La respuesta es: La cantidad de tierra que le queda al hombre es $\frac{13}{24}$ de tierra.

Desarrollo:

* Cuando aplicamos la reversibilidad en POLYA debemos partir de la respuesta para lograr entender el problema.

Entonces:

1. ¿Qué significa la respuesta?

La respuesta es $\frac{13}{24}$ que corresponde al pedazo de tierra que le quedó al hombre.

2. ¿Cómo se desarrolló el problema?

Se debe tener en cuenta que la finca sin vender representa el todo, o sea la unidad.

Si se resta $1 - \frac{13}{24}$ se puede encontrar el pedazo de tierra que vendió el hombre.

Entonces:

$1 - \frac{13}{24} = \frac{24-13}{24} = \frac{11}{24}$ Es el pedazo que vendió el hombre.

Al tomar el denominador que es 24 podemos encontrar las dos fracciones iniciales que nos da el problema comprobando la solución del problema así:

Al dividir 24 entre 3 que es el denominar de la primera fracción nos da 8

Al dividir 24 entre 8 que es el denominador de la segunda fracción nos da 3

Entonces: $\frac{11}{24} = \frac{8+3}{24} = \frac{8}{24} + \frac{3}{24}$

Finalmente simplificando cada una de las fracciones obtenemos las fracciones iniciales:

$$\frac{1}{3} \ y \ \frac{1}{8}$$

3. ¿Qué estrategias se aplicaron?

* Se aplicó inicialmente la resta de fracciones.

* Luego a partir del denominador por m.c.m se halló los numeradores de la operación.

* Finalmente se simplificaron las fracciones para encontrar las fracciones iniciales.

4. Expresar el problema con mis propias palabras.

Un hombre tiene una finca que representa el todo (1), de la cual vende $\frac{1}{3}$ y regala $\frac{1}{8}$ y representa $\frac{11}{24}$ del total.

Entonces el total de tierra que le quedó al señor es la resta de

$1 - \frac{11}{24} = \frac{13}{24}$

Actividad: Desarrolla en tu cuaderno los siguientes problemas de suma y resta de fracciones aplicando la reversibilidad a través del método de POLYA.

1. Paulina está preparando masa para hacer tamales. Si junta los dos recipientes que tiene con masa, uno con 3/4 de kilo y otro con 1/2 de kilo, ¿Cuánta masa tiene en total?

   Rta/ 5/4 de masa

2. Pepe, mezcló 1/3 de litro de jugo de limón con 1/2 de litro de agua para preparar una refrescante agua de limón. ¿Cuánta mezcla de agua de limón hizo Pepe?

   Rta/ 5/6 de agua de limón

3. Doña Betty tenía 6/8 de metro de tela y utilizó 2/4 para hacerse una blusa. ¿Qué cantidad de tela le queda?

   Rta/ sobra 1/4 de tela

4. Don Roberto, tiene una tabla de madera de 8/10 de metro de largo y recorta 2/5 de metro para hacer una pequeña puerta para un comedor. ¿Cuánta madera le queda?

   Rta/ Quedan 2/5 de madera

5. Uno de cada diez alumnos de un colegio de Colombia viene de Venezuela, y uno de cada cinco de Ecuador. Además, 3 de cada 100 vienen de Europa. ¿Qué fracción del colegio corresponde a los colombianos?

   Rta/ 77 de cada 100 son colombianos

6. Tres alumnos se reparten la tarea de matemáticas que les han puesto en clase. Marta resuelve la mitad de los ejercicios, Andrés, la cuarta parte, y Enrique, el resto, que son dos ejercicios. ¿Cuántos ejercicios tenían que hacer en total?

   Rta/ tenían que hacer 8 ejercicios

7. Amelia ha consumido 3/8 de una caja de bombones, y su hermano Paco, 1/3 de la misma. Si aún quedan 7 bombones, ¿cuántas unidades había antes de abrir la caja?

   Rta/ habían24 bombones

8. En un colegio, la mitad de los alumnos están en primaria; 2/5 están en preescolar, y el resto, que son 65, en bachillerato. ¿Cuántos alumnos tiene el colegio?

   Rta/ el colegio tiene 650 estudiantes

9. María está pegando fotos de dos tipos en un álbum. Si 1/3 del álbum está lleno de fotos en blanco y negro, y 3/5 con fotos de color, ¿qué fracción del álbum está relleno? ¿Qué fracción del álbum le queda aún por rellenar?

   Rta/ está lleno 14/15 y falta por llenar 1/15

10. Después de un partido, Antonio bebe 3/5 de litro de agua, y Rodrigo, 4/7 de litro. ¿Cuánta agua beben entre los dos?

    Rta/ Beben 41/35 de litro de agua

Anexo 18. Guía de trabajo 18. Reversibilidad en la solución de problemas de multiplicación y división de fracciones

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29 Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA	X	TALLER	X
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO		ASIGNATURA: MATEMÁTICAS		
ESTUDIANTE:		GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:	

LA REVERSIBILIDAD EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MULTIPICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

Desarrollar problemas de multiplicación y división con números fraccionarios partiendo de la reversibilidad a través del método Pólya y sus cuatro pasos, nos permitirá llegar a entender los problemas y plantearlos con nuestras propias palabras.

Estos son los pasos que debes seguir:

5. Mirar hacia atrás. ¿Qué significa la respuesta?
6. Ejecutar el plan. ¿Cómo se desarrolló el problema?
7. Trazar un plan. ¿Qué estrategias se aplicaron?
8. Expresar el problema con mis propias palabras.

Observa el siguiente ejemplo.

1. En la fiesta de cumpleaños de Luisa, ha sobrado 1/3 de pastel. Jaime lo ha visto y, como tenía hambre, se ha comido la mitad. ¿Qué parte o fracción se ha comido Jaime?

La respuesta es: Jaime se ha comido 1/6 del pastel

Desarrollo:

Cuando aplicamos la reversibilidad en POLYA debemos partir de la respuesta para lograr entender el problema.

Entonces:

1. ¿Qué significa la respuesta?

1/6 representa la parte del pastel que se comió Jaime de los 1/3 que sobró del pastel.

2. ¿Cómo se desarrolló el problema?

Si Jaime se comió la mitad de lo que sobró y que corresponde a 1/6 entonces:

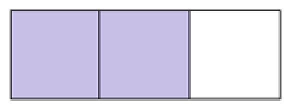
$$\boxed{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}}$$

También así:

$$\boxed{\frac{1}{6}\,x\,2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}}$$

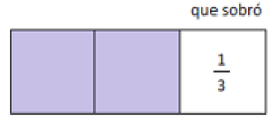
En este paso, se comprueba que 1/6 si es la mitad de 1/3 que es la fracción de pastel que sobró y por lo tanto si corresponde a la parte del pastel que se comió Jaime.

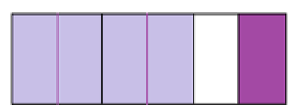
Gráficamente:



parte del pastel que se comieron $\frac{2}{3}$

parte del pastel que sobró





$\frac{1}{6}$

parte que se comió Jaime que corresponde a la mitad de lo que sobró

3. ¿Qué estrategias se aplicaron?

* Se sumó la fracción dos veces.

* También se multiplicó la fracción por 2

* Finalmente se simplificó la fracción resultante.

4. Expresar el problema con mis propias palabras.

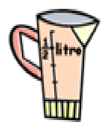
En la fiesta de Luisa sobró 1/3 del pastel. Jaime se comió 1/6 que corresponde a la mitad de lo que sobró. A luisa le quedó también 1/6 del tercio que quedó de la torta.

Actividad: Desarrolla en tu cuaderno los siguientes problemas de multiplicación y división de fracciones aplicando la reversibilidad a través del método de POLYA.

1. Ramón, compra diariamente 3/4 de kg de crema para las tortas que vende. ¿Qué cantidad de crema compra Ramón por semana?

   Rta/ Ramón compra 21/4 de crema

2. Para preparar una deliciosa limonada, Juanita tiene que mesclar 5 medidas de 1/2 litro de jugo de limón con agua. ¿Cuántos litros de jugo de limón preparó Juanita en total?



   Rta/ Juanita preparó 2 litros y medio de jugo de limón.

3. Karen, se toma diariamente un biberón con leche de 1/4 de litro. ¿Cuántos litros de leche consume Karen durante un mes?

   Rta/ Karen se toma 7 litros con 3/4 de biberón al mes.

4. Para hacer una blusa, doña Karina necesita 2/3 de metro de tela. Si va hacer 25 blusas, ¿Cuánta tela necesitará doña Karina?

   Rta/ Doña Karina necesita 16 y 2/3 de metro de tela.

5. María compró un queso que pesaba 3/4 de kilo. Si lo partió en porciones de 1/8 de kilo cada una, ¿Cuántas porciones de queso pudo sacar?

   Rta/ María sacó 6 porciones de queso

6. Un lazo rojo mide 3 ¾ m de largo. Un lazo azul mide 1 ¼ m de largo. ¿Cuántas veces cabe el largo del lazo azul en el largo del lazo rojo?

   Rta/ El lazo azul cabe 3 veces en el lazo rojo

7. Josefina camina 12/8 de km. Gonzalo camina 1/8 de km. ¿Cuántas veces cabe la distancia que recorrió Gonzalo en la que recorrió Josefina?

   Rta/ Cabe 12 veces

8. Un saco de papas pesa 2/5 de kg. ¿Cuánto pesan 40kg de papa?

   Rta/ Pesan 16 kg

9. ¿Cuántos paquetes de azúcar de 3/4 de kg de azúcar se pueden llenar con un saco de azúcar de 36 kg?

   Rta/ Se pueden llenar 47 paquetes de azúcar y 1/3

10. Un vaso tiene la capacidad de 2/5 de litro. ¿Cuántos vasos se necesitan para llenar una olla de 6 litros?

   Rta/ Se necesitan 15 vasos

11. ¿Cuántos 1/4 de kg de caramelos tiene que comprar Ana para tener 6Kg?

   Rta/ Se necesitan 24 para tener los 6 kg

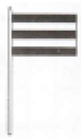
¡Manos a la obra¡

Anexo 19. Prueba final

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN PABLO I MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADEMICA "Formando Estudiantes Competentes Con Calidad Humana"	GA-F29	
		Versión: 3	
	GUIAS Y TALLERES	Fecha: 2015-01-19	CO-SC-CER350838

FECHA:	GUIA		TALLER	
DOCENTE: MARIA JOSÉ PARADA CARREÑO	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS			
ESTUDIANTE:	GRADO:QUINTO	CALIFICACIÓN:		

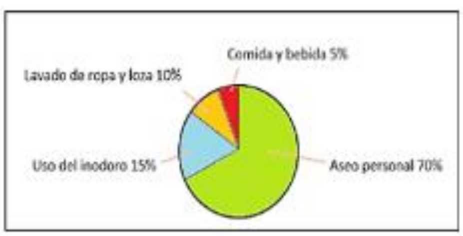
1. Para construir una bandera se utilizó tela negra y tela blanca. Cada una de las franjas de tela tiene igual área. Observa la figura.



¿Qué fracción de la bandera fue construida con tela negra?

a. 3/5
b. 2/3
c. 5/3
d. 3/2

2. Una persona utiliza diariamente 300 litros de agua. La gráfica presenta los porcentajes de este uso diario de agua, en diferentes actividades.



Para el aseo personal, ¿cuántos litros de agua utiliza la persona?

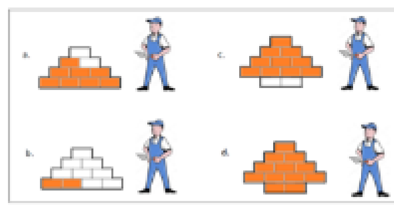
a. 37
b. 43
c. 210
d. 230

3. Carlos está ahorrando para comprar un juguete. Él ha ahorrado estas monedas.

La fracción que representa la cantidad de monedas de $200 respecto al total de monedas que ha ahorrado, es

a. 2/6
b. 2/5
c. 2/4
d. 4/6

4. Un albañil organizó algunos ladrillos y tiene 2/10 de color blanco y los restantes naranjas. ¿Cuál de las siguientes opciones representa correctamente la situación?

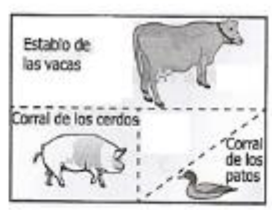


5. En una finca cuadrada, el espacio para los animales se distribuye así:

* El establo de las vacas tiene el doble de área que el corral de los cerdos.

* El corral de los patos tiene la mitad del área del corral de los cerdos.

Observa en la figura un plano de la finca



Si se quieren construir corrales para patos en el espacio del establo de las vacas, ¿Cuántos corrales se podrían construir?

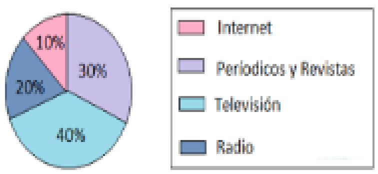
a. 2
b. 3
c. 4
d. 8

6. Observa el aviso

¿En cuánto tiempo entregan la pizza?

a. En 1/4 de hora
b. En 1/2 de hora
c. En 1 hora
d. En 2 horas

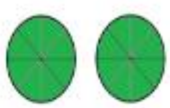
7. En la clase de Ciencias Sociales los niños debían discutir una noticia de actualidad. En la gráfica se muestra cada medio de comunicación con su porcentaje correspondiente a los estudiantes que lo seleccionaron.



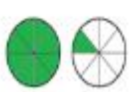
Si en la clase hay 50 niños, ¿cuántos seleccionaron televisión?

a. 10
b. 20
c. 40
d. 50

8. Carlos compró 2 pizzas, cada una dividida en ocho partes iguales, como se muestra en la figura.



Si repartió a sus amigos 9/8 de pizza, ¿Cuál de las siguientes figuras representa la pizza que se repartió?

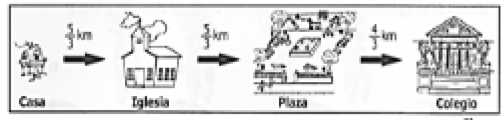
a. 

b. 

c. 

d. 

9. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por la plaza. Las distancias que debe recorrer se muestran en la figura.



Figura

En total, ¿Qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio?

a. 4/3 km
b. 9/3 km
c. 10/3 km
d. 14/3 km

10. Carolina leyó en su libro de historia que hace muchos años, en Colombia, **nueve de cada diez** personas no sabían leer ni escribir.

¿Cuál es el número que representa correctamente la información sobre la cantidad de personas que no sabían leer ni escribir?

a. 9/10
b. 10/9
c. 109
d. 910

11. la siguiente gráfica presenta información sobre los productos nacionales e importados que se ofrecen en una feria.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a. 1/4 de los productos son importados
b. 1/3 de los productos son nacionales
c. 4/4 de los productos son nacionales
d. 4/3 de los productos son importados

Currículum vitae.

MARÍA JOSÉ PARADA CARREÑO

María José Parada Carreño identificada con la cédula de ciudadanía Nº 37. 290.378 de Cúcuta. Nació el 8 de junio de 1983 en el Municipio de San José de Cúcuta.

Sus estudios fueron cursados en la Normal Superior María Auxiliadora, de la misma ciudad, hasta grado noveno y culminados en el Colegio Sagrados Corazones, graduándose en el año 2000.

Los estudios universitarios fueron cursados en la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta obteniendo el título de Licenciada en Matemáticas e Informática en el año 2008.

Su vida laboral inicia en el sector privado en el Colegio Nuestra Señora de Milagro en el año 2009, luego en el Instituto UNIBAN, Apartadó - Antioquia, en el año 2010, seguidamente en el Colegio Santa Teresita – La Libertad en el año 2012, y finalmente en el Colegio nuestra Señora de Fátima en el año 2014.

Inició en el sector oficial en la ciudad de Cúcuta nombrada en propiedad en el Colegio Juan Pablo I en el año 2015 donde labora actualmente como maestra de 5º de básica primaria.

En la actualidad se encuentra adelantando estudios superiores para optar al título de Magister en Educación con la Universidad Autónoma de Bucaramanga y el programa de Becas para la Excelencia del Ministerio de Educación Nacional.

Currículum vitae.

JUAN GABRIEL SARMIENTO RAMIREZ

Juan Gabriel Sarmiento Ramírez identificado con la cedula de ciudadanía Nº 88.227.013 de Cúcuta. Nació el 7 de septiembre de 1977 en el Municipio de San José de Cúcuta.
Sus estudios fueron cursados en el colegio La Salle de la misma ciudad recibiendo el grado de bachiller académico en el año 1994.
Sus estudios universitarios fueron cursados en la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta obteniendo el título de Licenciado en Matemáticas y Computación en el año 2004. Realizó una especialización en Estadística Aplicada en la Universidad Francisco de Paula Santander terminando sus estudios en el año 2012.

Su vida laboral inicia en el sector privado en el Colegio Gremios Unidos en los años 2001 y 2002. Seguidamente labora en el colegio Municipal de bachillerato en el año 2004. Posteriormente ingresa al Colegio San Juan de la Cruz en el año 2005 hasta el 2007. En el año 2009 inicia labores en al Colegio Mariano Ospina Rodríguez. Laboró en el Colegio Santo Ángel de la Guarda desde el año 2010 hasta el año 2013. Ingresa a la planta del departamento Norte de Santander laborando en la Institución Educativa Francisco José de Caldas del municipio de Tibú los años 2014 y 2015. Actualmente labora en el Colegio Nuestra Señora del Carmen del municipio de Salazar de las Palmas.

Inició en el sector oficial en el municipio de Salazar de las Palmas del departamento Norte de Santander nombrado en propiedad en el Colegio Nuestra Señora del Carmen sector Rural en el año 2015 donde labora actualmente como maestro de matemáticas de la sección básica primaria.

En la actualidad se encuentro adelantando estudios superiores para optar al título de Magister en Educación con la Universidad Autónoma de Bucaramanga y el programa de Becas para la Excelencia del Ministerio de Educación Nacional.