



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Transmisión de volatilidades entre variables macroeconómicas en América Latina

Joan Camilo Granados Castro

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2015

Transmisión de volatilidades entre variables macroeconómicas en América Latina

Joan Camilo Granados Castro

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Económicas

Director:
Ph.D. Munir Andrés Jalil Barney

Línea de Investigación:
Teoría y Política Económica

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2015

Resumen

Con el fin de determinar la presencia de efectos de las volatilidades entre variables macroeconómicas se lleva a cabo un modelo vectorial autorregresivo estructural (SVAR) con efectos GARCH multivariados para cinco países de Latinoamérica. La estructura teórica considerada en cada caso es la de una identificación de un choque de política monetaria. Las estimaciones nos permiten revisar si existen efectos de las volatilidades tanto en la media como en las varianzas de las variables (actividad real, nivel de precios, tasa de interés y tipo de cambio). Los resultados indican que hay efectos significativos tanto en los niveles como en las volatilidades para algunas variables. De estas estimaciones se obtiene un indicador de volatilidad para cada país y luego llevamos a cabo un ejercicio para determinar si hay signos de contagio o transmisiones de volatilidad significativas a nivel regional. Los resultados nos muestran que en algunos casos la transmisión de volatilidades no son significativas entre países, sin embargo hay varias excepciones en los casos en que hay una mayor integración económica (comercial y financiera).

Palabras clave: Volatilidad macroeconómica, Estabilidad de precios, traspaso de volatilidades, GARCH multivariado, causalidad en varianza..

Clasificación JEL: E31, E52, F42, Q17, Q43.

Abstract

In order to determine the presence of volatility spillovers among macroeconomic variables a Structural Vector Autoregressive (SVAR) model with multivariate GARCH effects is carried out for five countries in Latin America. The theoretical structure considered in each case is that of an identification of a monetary policy shock. The estimates allow to check for effects of the volatilities in both the mean and variances of the variables (real activity, price level, interest rate, and exchange rate). The results indicate that there are significant effects in volatility in some variables in both the levels and the volatility. From these estimations a volatility indicator for each country is derived and from those an exercise is applied to determine if there are traces of contagion or volatility spillovers at the regional level. Results show that in most cases volatility spillovers are not significant among countries but there are still certain exceptions in cases with greater economic integration (commercial and financial).

Keywords: Macroeconomic volatility, volatility spillovers, price stability, Multivariate GARCH, Variance Causality.

JEL Codes: E31, E52, F42, Q17, Q43.

Índice

1. Introducción	5
2. Revisión de literatura	6
2.1. Relaciones entre las volatilidades de variables económicas	9
2.2. Inclusión de las volatilidades en los modelos macroeconómicos	10
3. Dinámica reciente de las economías	11
4. Metodología	16
4.1. Marco teórico	17
4.2. VAR y VAR Estructural cointegrado	18
4.2.1. Identificación en el modelo SVAR	19
4.3. ARCH y GARCH	20
4.3.1. GARCH multivariado	21
4.4. Causalidad en varianza	22
4.5. Efectos de la volatilidad en la media	23
4.5.1. Análisis de Multiplicadores	23
4.6. Efectos de las volatilidades en ellas mismas	23
4.7. Estrategia empírica del documento	24
5. Datos	24
6. Resultados	26
6.1. Modelación de la media	26
6.2. Modelación de la varianza condicional	27
6.2.1. Índice de Volatilidad agregado	29
6.3. Transmisión de volatilidades	30
6.4. Respuesta dinámica de las volatilidades macroeconómicas de los países ante choques en la volatilidad de los otros países	33
6.4.1. Correlación condicional de los modelos	34
7. Conclusiones	35
A. Gráficos descriptivos de los datos	42
A.1. Niveles y variaciones anuales de las variables	42
A.2. Retornos de las variables	45
B. Pruebas estadísticas de los modelos	47
B.1. Especificación de los modelos	48
B.2. Pruebas de los residuales	50
C. Estimaciones de los modelos MGARCH	52
C.1. Matrices de Correlación condicional para cada país	52
C.2. Volatilidades condicionales para cada variable	53
C.3. Volatilidad general de las variables macroeconómicas	55

D. Funciones de impulsos respuesta de los modelos	57
D.1. Respuesta de la media de las variables a choques en las innovaciones del SVAR	57
D.2. Respuesta de las variables a choques en las volatilidades (Análisis de Multiplicadores)	60
D.3. Respuesta de las volatilidades ante choques en las volatilidades	62

1. Introducción

Las principales variables macroeconómicas como los precios, la producción y el tipo de cambio pueden estar relacionadas no sólo en sus niveles, sino también en términos de sus volatilidades. De esta forma, los cambios en la volatilidad de una variable pueden tener efectos distorsionadores tanto en el nivel como en la estabilidad de otras variables macroeconómicas cuya dinámica deseada suele ser suave. Una muestra de esto podría ser el de la inflación, la cual depende no sólo de la actividad económica o del tipo de cambio sino también de las expectativas de devaluación e inflación. Este último tipo de variables al depender a su vez de valores esperados son afectadas por la incertidumbre que los agentes perciban sobre los fundamentales de la economía y estas últimas a su vez son influidas en gran medida por la volatilidad de las variables macroeconómicas.

Con el objetivo de verificar este tipo de relaciones, en este documento se complementa la identificación de un choque de política monetaria, en un modelo multivariado, con la presencia de las volatilidades en el sistema de variables fundamentales que conforman la representación de la economía. Lo anterior permite verificar la existencia de efectos significativos de los momentos de segundo orden de las variables macroeconómicas hacia las fluctuaciones de las mismas.

La pregunta específica que este estudio indaga es: ¿Es relevante tener en cuenta la volatilidad de las variables macroeconómicas para entender sus fluctuaciones? Responder esta pregunta debe su relevancia al impacto que puede traer en términos de política económica, ya que este podría tener el potencial de catalizar o dificultar la ejecución de medidas con diversos fines económicos.

Por ejemplo, saber si la volatilidad cambiaria afecta la estabilidad de precios puede permitir evaluar si se justifica o no la intervención cambiaria ¹.

La metodología que se propone parte de un VAR monetario (ver Christiano et al. [1996b], Christiano et al. [1996a] y Bernanke y Mihov [1995]) al cual se le aplica una identificación estructural similar a la de Kim [2003], que represente un choque de política monetaria y permita generar un modelo SVAR. En estos modelos se prueba la presencia de heterocedasticidad univariada y vectorial (Efectos GARCH) para luego complementar los modelos estructurales vectoriales con la modelación de dichos efectos.

La estrategia utilizada para la modelación multivariada de la heterocedasticidad en el vector de variables fundamentales es la de modelos GARCH multivariados de correlación condicional (MGARCH-CC). Estos permiten partir de una modelación univariada específica para cada variable con el fin de realizar una estimación de la matriz de varianzas condicionales del sistema de variables. Asimismo, verificamos la existencia de correlaciones dinámicas o constantes en dicha matriz de varianzas. Al incluir las volatilidades de forma exógena en los modelos SVAR, no solo se tiene en cuenta la factibilidad empírica sino el soporte teórico dado por documentos como Fernandez-Villaverde et al. [2011] y Kaminsky et al. [2003], entre otros. Lo anterior implica que el objetivo de este documento, al igual que en los documentos mencionados, no es explicar el mecanismo económico que dicta la dinámica de las volatilidades o el riesgo macroeconómico, ni los canales bajo los cuales se relacionan con los fundamentales en la economía, sino verificar en qué casos

¹El efecto de este tipo de política en el nivel y la varianza del tipo de cambio ha sido abordado en distintos documentos de los cuales se hace un recuento completo en Villamizar-Villegas y Perez-Reyna [2015]

dichas volatilidades afectan a los fundamentales.

Las estimaciones de este estudio se aplican a información de 5 países latinoamericanos, Colombia, Chile, Brasil, Perú y México. En cuanto a los niveles de las variables, los resultados indican la presencia de cointegración y se corrobora que se puede aplicar la identificación estructural propuesta. Por su parte en términos de las volatilidades, en cada uno de los países, se observan efectos GARCH multivariados y causalidad en varianza entre las variables, por lo mismo se llevan a cabo modelos SVAR- MGARCH de correlación condicional.

Los resultados del análisis de impulso respuesta muestran que en ciertos casos las volatilidades afectan tanto los niveles de la variable como las volatilidades de otras variables. No obstante estos resultados dependen del país y la muestra utilizada y representan solo un punto inicial en esta línea de investigación. Por último, en relación a la comparación de los índices de volatilidad de cada país se encuentra que los países que tienen relaciones comerciales más cercanas son aquellos cuyas volatilidades tienden a relacionarse.

El documento está organizado en siete secciones, siendo la primera de ellas esta introducción. En la sección 2 se amplía el estado de la literatura en esta línea de investigación, la sección 3 describe de forma general el contexto macroeconómico de las últimas décadas para los países analizados, en la 4 se presenta la metodología de estimación del documento y en la sección 5 se muestra la fuente de datos utilizados. Los resultados de las estimaciones se presentan en la sección 6 y por último, en la sección 7 se concluye. Este documento también cuenta con cuatro apéndices que muestran información y resultados en los cuales se apoya el cuerpo del mismo.

2. Revisión de literatura

La modelación de las variables macroeconómicas ha mostrado cambios importantes a través de los últimos años. Inicialmente el análisis se reducía a la determinación de relaciones unidireccionales que tuvieran un sentido económico y a hacer análisis *ceteris paribus* tales que, bajo el supuesto de que todas las otras circunstancias se mantenían inalteradas, se podía llevar a cabo un seguimiento acertado a las dinámicas que gobiernan un conjunto de variables. Esta concepción, no obstante, ha sido ampliamente reprobada tanto teórica como empíricamente y ha llevado a diagnósticos errados en la implementación y entendimiento de las políticas macroeconómicas. Un ejemplo claro de esto es la curva de Phillips, formulada por [Phillips, 1958] y Samuelson y Solow [1960], la cual, en su forma inicial, resultó insuficiente para explicar el fenómeno de estancamiento en Estados Unidos de los años setenta. Como este, diversos ejemplos en la literatura mostraron la necesidad de tener en cuenta más variables económicas al hacer un análisis económico serio, y en particular, a tener en cuenta las múltiples relaciones de endogenidad existentes entre un grupo de variables relevantes en la economía, usualmente denominadas como fundamentales.

Diversas aproximaciones se han desarrollado para atender a esta necesidad, las cuales se pueden desagregar en dos grandes grupos que facilitan entender la forma de plantear la dinámica de un gran conjunto de variables para tener en cuenta su carácter endógeno. En un primer grupo se plantean modelos de equilibrio general en donde se intenta explicar funcionalmente cada una de las variables relevantes en la economía, especificando un conjunto de ecuaciones microfundamentadas que relacionan todo el conjunto de variables. En este tipo de modelos la solución se suele² llevar a una forma reducida que se estima a partir de un modelo vectorial autorregresivo estructural (SVAR), como es posible ver en trabajos como Gertler et al. [1999] y Smets y Wouters [2007]. Estos modelos aun siguen en desarrollo, en particular, se espera que con el tiempo

²Killian [2013] menciona que no todos los modelos de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE) tienen una representación SVAR y añade otros motivos por lo que no siempre se puede hablar de una solución de este tipo para tales modelos.

incluyan una representación de la economía más flexible, que cuente con sectores como el financiero de forma detallada, y que incluyan diversos tipos de rigideces de mercado de forma simultánea (precios, salarios, etc.).

La segunda estrategia consiste en plantear un sistema endógeno multivariado en el cual se tengan en cuenta de forma implícita todas las posibles relaciones económicas de corto y largo plazo entre un sistema de variables fundamentales, siendo esta la motivación económica de los modelos de vectores autorregresivos (VAR) y del modelo de vector de corrección de errores (VEC)(véase Lutkepohl [2005]). Estos modelos se caracterizan por incorporar las relaciones relevantes entre las variables del sistema aunque sin indicar de forma explícita los canales de transmisión que las relacionan. No obstante, su ajuste empírico es satisfactorio y por lo mismo han surgido modificaciones que añaden estructuras teóricas a las relaciones entre las variables. Algunos de estos modelos son los SVAR (Sims [1980] y Killian [2013]) y los VAR bayesianos (Doan et al. [1983], Koop y Korobilis [2010]) entre otros.

Estas primeras aproximaciones si bien atendieron la necesidad de modelar las relaciones entre distintas variables, aún seguían sin contemplar los momentos de mayores órdenes a uno en las variables, es decir, no tenían en cuenta las posibles no linealidades en el estado de la macroeconomía y sus efectos en el entendimiento de la misma. Es así como la necesidad del estudio de estos efectos se hizo más evidente a través de las últimas décadas, al observarse que la mayoría de las variables en economía no son independientes entre sí y por lo tanto, la volatilidad de una variable fundamental tiene el potencial para modificar tanto la volatilidad como el desempeño macroeconómico de una economía (Fountas et al. [2006], Karanasos y Zeng [2013] y Berger et al. [2014]). Por ejemplo, para el caso específico de la inflación, Chan [2013] utilizando un modelo de volatilidad estocástica univariado, con una estructura de errores que incorporaban un componente de media móvil, encuentra que los modelos que mejor se ajustan a la inflación en términos de pronóstico y desempeño de las distribuciones *posterior* son los que tienen en cuenta la volatilidad del error en la modelación de la media. Adicionalmente, con los eventos de la última crisis financiera, también se observó que las variables financieras tienen mucho que ver con las económicas, y por lo tanto deberían incorporarse en el análisis macroeconómico.

Con todo esto, la consideración de la volatilidad como complemento de la modelación de la media de las variables ha sido acogida en la literatura en las últimas décadas. Esto tiene en cuenta que al omitir de la volatilidad se pueden cometer errores importantes tanto en las estimaciones como en la inferencia (Hamilton [2008]). En este sentido, se justifica la complementación de las metodologías tradicionales con la modelación de los segundos momentos de las variables que, aunque era propia de las variables financieras, se empezó a percibir como útil a los ojos de los economistas. Por esto, se plantea incluir en los modelos estructurales anteriormente mencionados, correcciones que abandonen el supuesto de que las variables tienen volatilidades fijas a través del tiempo.

Para hacer esto en un contexto multivariado, se hace uso de los modelos de heterocedasticidad condicional multivariados (MGARCH)³. Estos surgieron en la literatura como una generalización de la modelación de los momentos condicionales de segundo orden para múltiples variables en un contexto de series de tiempo. De la misma forma en que los modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA), que surgen para modelar los patrones en las autocorrelaciones de una variable, se generalizan en los modelos de vectores autorregresivos (VAR), los modelos MGARCH son una generalización de la modelación realizada en los modelos de heterocedasticidad condicional univariados (GARCH) de Engle [1982] y Bollerslev [1986].

³Para una explicación completa de los modelos MGARCH, véanse los trabajos de Silvennoinen y Teräsvirta [2008] y Laurent et al. [2006]

Existen diversas estrategias de modelación para estos modelos. La primera consistió en modelar directamente la matriz de varianzas y covarianzas condicional, por ejemplo vectorizando múltiples varianzas condicionales, como se llevó a cabo inicialmente en Bollerslev [1990]. Este trabajo planteo un modelo denominado VEC que representa un sistema completamente endógeno en el cual todas las varianzas se relacionan entre sí, no obstante, su aplicación resulta complicada pues implica la estimación de demasiados parámetros y además no garantiza que la matriz de varianzas y covarianzas sea semidefinida positiva. Para solucionar estos problemas, Engle y Kroner [1995] plantean una segunda aproximación, el modelo BEKK, el cual es una versión restringida del VEC. Este modelo por construcción genera matrices semidefinidas positivas, no obstante, continúa implicando la estimación de muchos parámetros y además requiere que en cada momento del tiempo la matriz de varianzas y covarianzas condicional sea invertible, lo cual no siempre es plausible.

Otro grupo de modelos, llamados modelos de factores, surgen para buscar representaciones más parsimoniosas en donde se supone la varianza condicional de un sistema de variables es generada por un número reducido de factores no correlacionados condicionalmente heterocedásticos que tienen una estructura GARCH, con lo que se disminuye la dimensión del problema. En esta categoría de modelos MGARCH se incluye los modelos GARCH ortogonales (O-GARCH), los ortogonales generalizados (GO-GARCH) y los Full Factor GARCH.

Finalmente, una tercera estrategia de estimación del modelo MGARCH consiste en la descomposición de la matriz de varianzas y covarianzas en correlaciones y desviaciones estándar. Estos modelos son denominados conditional correlation GARCH (CC-GARCH) y abarcan el modelo de correlación condicional constante (CCC) y el de correlación condicional dinámica (DCC). Algunas de las ventajas de esta estimación son la mayor interpretabilidad de sus resultados y la flexibilidad de estimación, ya que esta se hace en dos etapas y se relaciona en gran medida con la estimaciones univariadas. Esta es la estrategia de estimación utilizada en este documento y se explicará en mayor detalle en la sección 4.

El uso de estos modelos, como se mencionó en la introducción, se ha dado principalmente en el área de finanzas, en donde los retornos de las series financieras se comportan como caminatas aleatorias y por lo tanto, bajo la hipótesis de mercados eficientes, no hay pronósticos satisfactorios sobre los mismos sino sobre su volatilidad, ya que dichas series de tiempo si bien no están correlacionadas, suelen tener dependencias no lineales entre sí (Fama [1970]). No obstante, la naturaleza endógena de la economía y de sus variables (tanto económicas como financieras) motivó la utilización de estas metodologías en un contexto un poco más amplio que incluyera de forma complementaria variables macroeconómicas. El punto inicial fue la inclusión de variables macroeconómicas de forma exógena en los modelos GARCH univariados. Un ejemplo de esta metodología en el contexto macroeconómico se puede observar en Apergis y Rezitis [2011], en donde se incluyen como variables exógenas diversas variables macroeconómicas (balances monetarios reales, ingreso per-cápita, tipo de cambio, etc) para medir el efecto de estas variables en la volatilidad de los precios de los alimentos.

Este primer enfoque puede ser objeto de grandes críticas, en particular porque no se puede garantizar que el carácter de las variables complementarias sea realmente exógeno. Es así como en el documento que se viene reseñando es posible que la volatilidad en los precios de los alimentos incremente la incertidumbre de todo el mercado y que esto tenga efectos en varias de las variables macroeconómicas. Así sería más correcto tener en cuenta el carácter endógeno del sistema de variables. Es por lo anterior que los modelos MGARCH son una alternativa más conveniente para modelar un sistema de variables de este tipo. Sus usos han sido múltiples en las ciencias económicas. En el área de finanzas, por ejemplo, estos modelos han sido utilizados para modelar las covarianzas y correlaciones entre diversos índices accionarios de un país (Kazi y Wagan [2014]) o entre países (Yiu et al. [2010]), tasas de cambio entre países (Zahnd [2002]), rendimientos de

bonos y otros tipos de activos financieros (Zolotko y Okhrin [2014]), indicadores financieros como volumen tranzado, número de transacciones, entre otros (Bodnar y Hautsch [2013]) e incluso se han usado para analizar fenómenos de integración financiera ante cambios institucionales regionales (Buttner y Hayo [2011]).

A partir de estas aplicaciones en finanzas se da una transición hacia su uso con variables macroeconómicas. Inicialmente se relacionan variables financieras con índices de precios como lo desarrollan Guesmi y Fattoum [2014] y Creti et al. [2014] al utilizar el modelo DCC para medir los posibles efectos de contagio entre la cotización Brent del petróleo y los rendimientos de varios mercados financieros. Siguiendo esta línea, Asgharian et al. [2014] utilizan un modelo de frecuencia mixta en el que se incluyen variables macroeconómicas y financieras para estudiar la correlación condicional de largo plazo entre los rendimientos de las acciones y los bonos. Estos autores encuentran que la correlación es más débil en tiempos en que la economía en conjunto es débil o poco dinámica. Por su parte, Kim et al. [2013] relacionan un conjunto amplio de precios internacionales de bienes básicos⁴ con diversas variables macroeconómicas, encontrando en muchos casos los signos esperados con las mismas.

Otros trabajos importantes en la literatura macroeconómica que utilizan los modelos MGARCH realizan estudios de la sincronización de los ciclos económicos a través del análisis de las correlaciones condicionales entre distintos sistemas de variables macroeconómicas. Algunos trabajos de esta línea de investigación son los de Degiannakis et al. [2013], quienes llevan a cabo un modelo BEKK para medir la sincronización del ciclo en la Zona del Euro; o Antonakakis y Scharler [2012] y Antonakakis [2012] que estiman modelos DCC para verificar la sincronización tanto del ciclo como de variables de comercio internacional entre países del G7, y el de Inoue et al. [2012] que utilizan modelos DCC para verificar la sincronización del ciclo de negocios durante periodos de reformas institucionales como la política de inflación objetivo en el caso de Asia.

2.1. Relaciones entre las volatilidades de variables económicas

Una rama importante de los anteriores documentos, es la de las investigaciones que buscan verificar si existe una retroalimentación significativa entre las volatilidades de las variables macroeconómicas y sus niveles. En estos estudios generalmente se plantean modelos VAR-GARCH que se encuentran en línea con la propuesta metodológica de este documento.

Algunos de los trabajos que se pueden resaltar dentro de esta literatura son los de Blot et al. [2014] quienes utilizan un VAR-GARCH-DCC para encontrar la relación entre el nivel y la volatilidad condicional de los precios con la estabilidad financiera para Estados Unidos y la Zona del Euro. Este trabajo no encuentra que haya una relación positiva entre la estabilidad de precios y la financiera. Adicionalmente, Karanasos y Zeng [2013] llevan a cabo modelos VAR - MGARCH en media (en estos modelos las desviaciones estándar condicionales se incluyen en las ecuaciones de la media) bivariados sobre la inflación y el crecimiento del Reino Unido y sus respectivas volatilidades, Fountas et al. [2006] estiman un VAR-GARCH-CCC sobre la inflación, el crecimiento y sus volatilidades para diversos países y encontrando resultados importantes, como que la volatilidad nominal puede afectar a las economías por varios canales de transmisión o que la volatilidad real puede llevar en el corto plazo a un mayor producto.

Finalmente, Grydaki y Bezemer [2013] y Cronin et al. [2011] utilizan estos modelos para llevar a cabo pruebas de causalidad en varianza a partir de modelos VAR-GARCH para variables macroeconómicas y financieras en Estados Unidos y la Zona del Euro, respectivamente, Serletis y Rahman [2009] se lleva a cabo

⁴La posibilidad de que sean un refugio financiero, por ejemplo mediante la compra de futuros y en general la forma en que se negocian los contratos en los mercados de estos bienes, hacen de estas materias primas se consideren activos financieros que a su vez tienen relaciones importantes con diversas variables macroeconómicas (ver Frankel [1986]) y Ojeda et al. [2013]

un modelo SVAR-GARCH en media para medir los efectos de la volatilidad del crecimiento de los agregados monetarios en la actividad real y en particular, para países de América Latina, Cermeño y Oliva [2010] llevan a cabo un MGARCH para México, en donde buscan la relación entre la incertidumbre, el crecimiento económico, la inflación y la depreciación, teniendo como resultado el hecho de que la volatilidad cambiaria afecta tanto a la inflación como a su volatilidad.

Por otra parte, un tipo distinto de estudios dentro de esta rama busca comparar las distintas metodologías de modelos MGARCH, usualmente en términos de la bondad de pronóstico de estos modelos. Algunos de los documentos en esta línea de investigación son Krasnosselski et al. [2014], Mapa et al. [2014] y Laurent et al. [2012]. En estos trabajos suele encontrarse que el ajuste empírico de estos modelos es apropiado y aunque los resultados no son en todos los casos concluyentes, los modelos CCC y DCC pueden tener un ajuste adecuado y por lo tanto generan pronósticos y correlaciones similares a las de otros modelos. De igual forma, estos documentos mencionan que ante algunos eventos de gran volatilidad, o si se consideran mercados específicos o variables (financieras o económicas) particulares, puede ser mejor tener en cuenta metodologías de mayor complejidad pero que modelen asimetrías y cambios estructurales en las correlaciones. Algunas de estas modificaciones a los modelos de correlación condicional se mencionarán en la sección 4.

2.2. Inclusión de las volatilidades en los modelos macroeconómicos

Una buena parte de la literatura relacionada con los efectos de la volatilidad de las variables no cuentan con un soporte teórico importante y en cambio se enfocan en las propiedades empíricas de las variables que analizan. Tal es el caso de Karanasos y Zeng [2013] quienes revisan efectos de la volatilidad en la media y varianza de variables fundamentales para sistemas bivariados basados principalmente en las series de tiempo analizadas. En tal sentido Killian [2013] menciona que con el objeto de abordar teóricamente este tema los análisis de segundo orden se han dado en dos direcciones. En primer lugar en los modelos de equilibrio general como Schmitt-Grohe y Uribe [2004] y Fernandez-Villaverde et al. [2011], y en segundo en términos de representaciones de la economía en modelos vectoriales con estructurales de identificación teóricamente coherentes. Este documento toma este último enfoque y lo complementa con la inclusión de varianzas condicionales en los modelos para incluir la volatilidad en el análisis de la economía.

Dicha inclusión de las volatilidades es exógena al mapa de la economía implícito en el VAR monetario. A su vez este modelo se complementa con una identificación estructural de un choque de política monetaria similar a Kim [2003]. Claramente, en todos los casos también se verifica que haya un soporte empírico de los datos a las metodologías propuestas.

Con respecto a la estrategia utilizada para incluir las volatilidades en los modelos cabe mencionar que una vez el objetivo de este documento no es explicar teóricamente por qué la volatilidad varía en el tiempo ni el mecanismo bajo el cual afecta a la economía sino verificar si ejerce algún efecto en la misma, se justifica tomar estas volatilidades como procesos exógenos a la economía. Esta estrategia es seguida y justificada por Fernandez-Villaverde et al. [2011] quienes mencionan que al momento no se ha desarrollado ningún modelo de equilibrio que endogenice los choques de volatilidad y que además es plausible tomar estas variables de forma exógena dados los hallazgos de la literatura sobre la naturaleza de las variables relacionadas con la volatilidad en la economía.

Al respecto mencionan que el sustento a esta estrategia no la dan solo el número de documentos que toman las volatilidades como exógenas ni el hecho de que este sea un modo usual de estudiar el efecto de ciertas variables en la economía (como productividad o términos de intercambio), sino también los hallazgos de investigaciones como las de Uribe y Yue [2006] y Longstaff et al. [2011] quienes encuentran que gran parte

de los spreads (diferenciales) de un conjunto de países se explican por factores externos a las economías o por variables financieras globales.

En tal sentido, también se sigue a Kaminsky et al. [2003] quienes indican que el objetivo de la literatura de contagio financiero es entender fenómenos distintivamente exógenos a las economías.

Por otro lado, la estructura del modelo en el cual se incluyan exógenamente las volatilidades es una elección del investigador, para mencionar algunos casos Fernandez-Villaverde et al. [2011] lo llevan a cabo en un modelo de ciclos reales (RBC), de forma similar a Bloom [2009]. Este último autor también lleva a cabo la inclusión de la volatilidad en un VAR aunque se diferencia de nuestro documento en que utiliza una variable de volatilidad distinta a la varianza de las variables fundamentales.

3. Dinámica reciente de las economías

El contexto económico latinoamericano de las últimas décadas se ha caracterizado por la transición, por parte de las economías de la región, de un conjunto de países con un manejo macroeconómico disperso, con economías relativamente cerradas y altamente dependientes de los préstamos foráneos a economías con indicadores económicos más estables, menores tasas de inflación y de interés, y más baja exposición relativa a choques internacionales.

En la década de 1980, cuatro de los cinco países analizados en este documento tuvieron problemas de deuda considerables bajo un episodio conocido como la crisis de deuda de América Latina que se caracterizó porque el monto de deuda de los países de la región alcanzó montos insostenibles que llevaron al impago del servicio de deuda y a la subsecuente disminución de la confianza inversionista en estos países. El pronunciado nivel de endeudamiento de estos países generó una alta exposición a choques financieros internacionales, en particular a aumentos en la tasa de interés así como a disminuciones en los flujos de capitales hacia la región, y a su vez, la inestabilidad financiera tuvo consecuencias importantes en la región. Con todo esto, en esta década se alcanzaron niveles de crecimiento muy bajos y tasas de inflación históricamente altas.

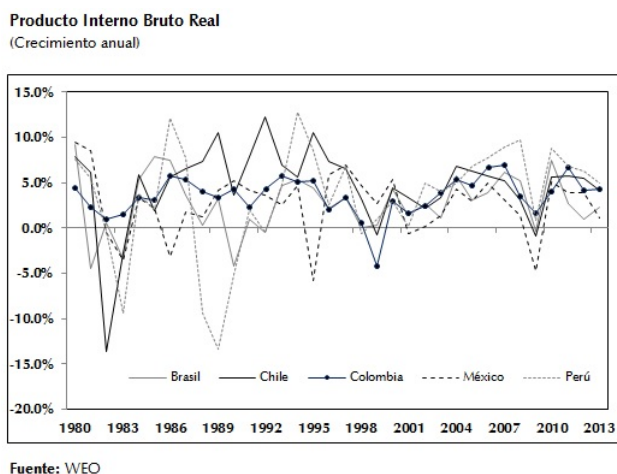


Gráfico 1: Producto Interno Bruto de los países de la región

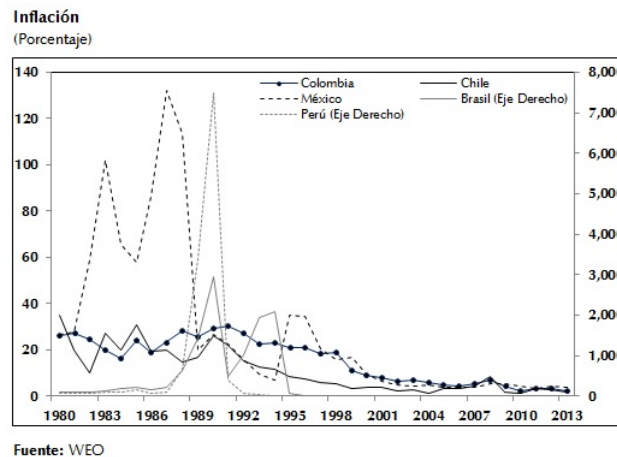


Gráfico 2: Inflación en los países de la región

El bajo crecimiento en estos países tuvo explicaciones tanto globales como idiosincráticas. Las primeras comprenden la disminución en el gasto público, consecuencia inmediata de los programas de ajuste fiscal que se debieron llevar a cabo en latinoamérica para solucionar los problemas de deuda. Las segundas, se refieren a factores propios de cada país que afectaron el desempeño de sus economías; por ejemplo, en el caso de Perú, en 1982-1983 se observó un Fenómeno de El Niño que tuvo efectos devastadores en su producción agrícola y México, por su parte, se vió especialmente afectado por la crisis en los precios del petróleo.

El deterioro de varios indicadores económicos en estos países fue evidente, en algunos casos se observaron altas tasas de desempleo, fenómenos generalizados de hiperinflación, así como episodios de recesión (gráficos 1 y 2). Todo esto en conjunto, llevo a disminuciones en el PIB percapita que implicó un retroceso económico importante el ingreso real y en el poder adquisitivo de estos países. Adicionalmente, varias de estas economías continuaron defendiendo tipos de cambio fijos, incluso en un entorno de deterioro de la cuenta corriente, lo cual resultó en casos de devaluaciones forzosas frecuentes, cambios de moneda e incluso dolarizaciones (gráficos 3 y 4).

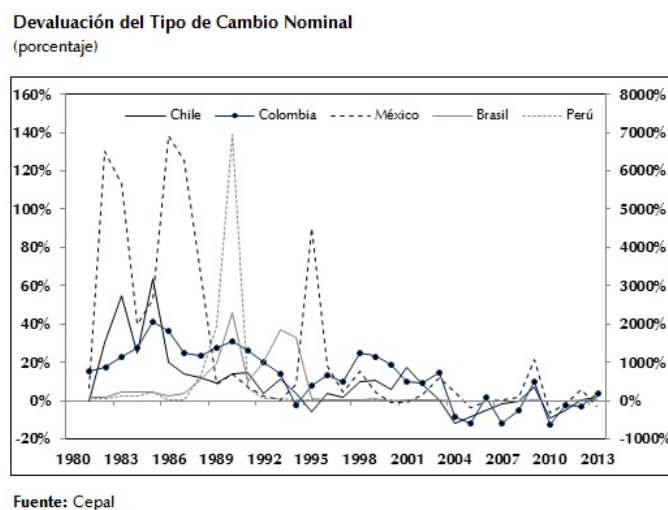


Gráfico 3: Devaluación anual del tipo de cambio en los países de la región

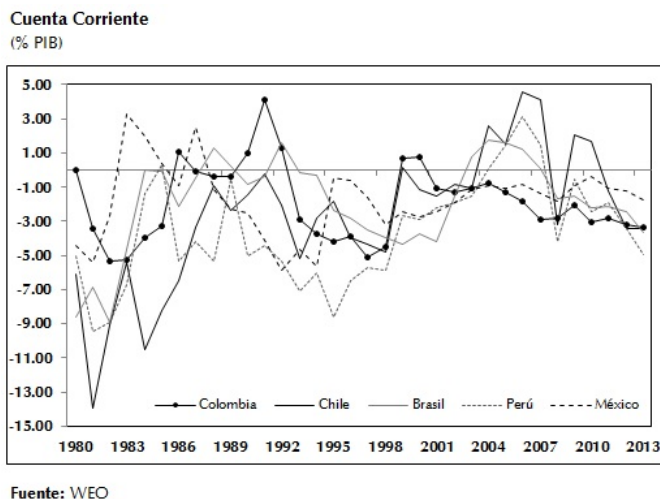


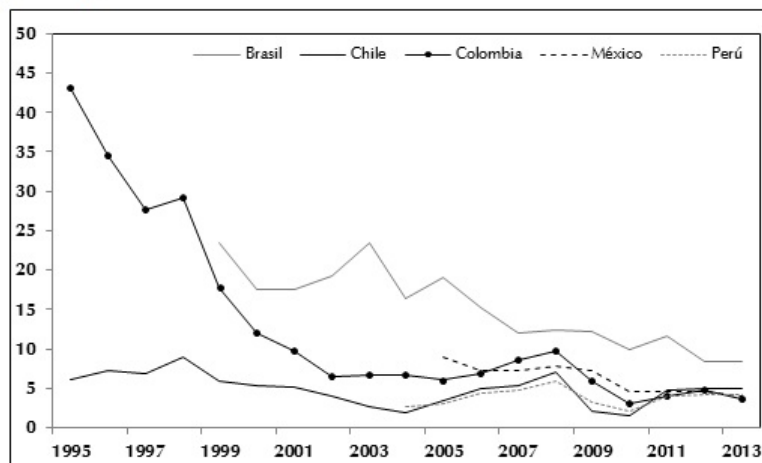
Gráfico 4: Deficits de cuenta corriente en los países de la región

Dado el anterior panorama se hicieron necesarias reformas económicas estructurales, como privatizaciones de empresas (varias del sistema bancario), creación de entes de regulación financiera y cambios en marcos regulatorios para los inversionistas, entre otros. Estas también implicaron un manejo de las finanzas públicas más austero y un mayor control de la política monetaria que a su vez llevó a acoger regímenes de flotación del tipo de cambio. A pesar de los esfuerzos en materia de política económica, para ese momento las economías ya eran altamente vulnerables a choques internacionales; en particular, los aumentos en las tasas de interés internacionales llevaron a incrementos importantes en las tasas de interés internas (problema ya ampliamente exacerbado por la aceleración en la inflación) y la crisis financiera asiática de los noventa afectó en gran medida países como Brasil y México que tuvieron súbitos descensos en sus flujos de capitales que en conjunto con otros factores internos dieron paso a las crisis conocidas como el “Efecto Samba” y el “Efecto Tequila”.

El resto de países también experimentó episodios de recesión a final de los noventa. Colombia, por ejemplo, a pesar de no haber sido afectada en gran medida por la crisis de deuda, pasó en 1999 por su primera recesión en más de medio siglo. En Perú, por su parte, los efectos de contagio debido a su cercanía económica con Brasil y otro fenómeno de El Niño generaron un crecimiento negativo a finales de los 90. Finalmente, Chile también presentó una contracción económica temporal al final de esta década, no obstante el impacto de la crisis asiática en este país fue mucho menor de lo observado en la crisis de la deuda de la región.

Con todo esto, Brasil, México y Colombia acogen en 1999 un régimen de política de inflación objetivo, siguiendo a Chile y Perú que ya lo habían hecho en 1991 y 1994, respectivamente. Como consecuencia, la década de los 2000 en la región tuvo un manejo más activo de la política monetaria, que también se caracterizó por un descenso marcado en las tasas de interés y una dinámica estable en los últimos años (Gráfico 5), con mayor flexibilidad cambiaria pero bajo la premisa de lograr una menor vulnerabilidad a choques en los flujos externos de capitales. De esta forma, los últimos años se han caracterizado por un aumento importante en las reservas internacionales de estos países y un mayor control regulatorio en los flujos de capitales (Gráficos 6 y 7).

Tasa de interés de política
(porcentaje)



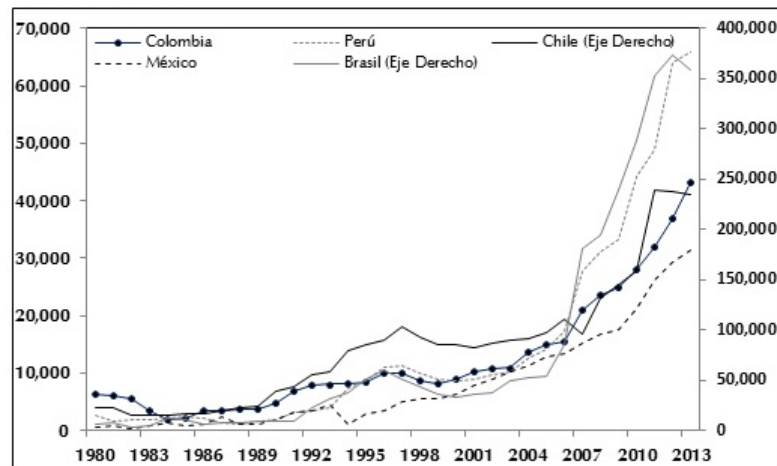
Fuente: Bancos Centrales

Gráfico 5: Tasa de interés de política en latinoamérica

Adicionalmente, estas economías, intensivas en las exportaciones de materias primas, se han visto favorecidas por los altos precios internacionales del petróleo y otros bienes básicos que se dieron en un marco de alta demanda externa de estos bienes por países emergentes como China y la explotación de algunos bienes agrícolas para la producción de biocombustibles, la cual se hizo viable debido a los altos precios del petróleo. Todo esto permitió a la región experimentar una senda estable de expansiones económicas que en conjunto con una menor vulnerabilidad externa llevó a que el impacto de la crisis económica de los países desarrollados iniciada en 2008 no tuviera efectos económicos negativos importantes en la región. México, no obstante, es una excepción, pues por su cercanía comercial con los Estados Unidos se habría visto afectado por la última crisis, generando una caída importante en su producción.

Las lecciones de cada una de las crisis por las que los países latinoamericanos han pasado permitieron que la importancia de tener una menor vulnerabilidad frente a choques económicos en otras economías haya ganado peso en la literatura reciente, de allí que el enfoque macroprudencial y las políticas como los controles de capitales, la regulación de la inversión extranjera y la acumulación de reservas internacionales tenga una mayor relevancia para el diseño e implementación de políticas económicas en la última década (ver Silkos [2015]). De hecho, la intervención cambiaria es una política motivada por este nuevo enfoque macroprudencial, pues si bien fue evidente que un control estricto del tipo de cambio no es viable en la región, también se mantiene la idea de que fluctuaciones fuertes en el tipo de cambio pueden tener efectos no deseados en la economía, por esto, la idea de intervenir en los mercados cambiarios activamente ha sido más usual en los bancos centrales de forma reciente.

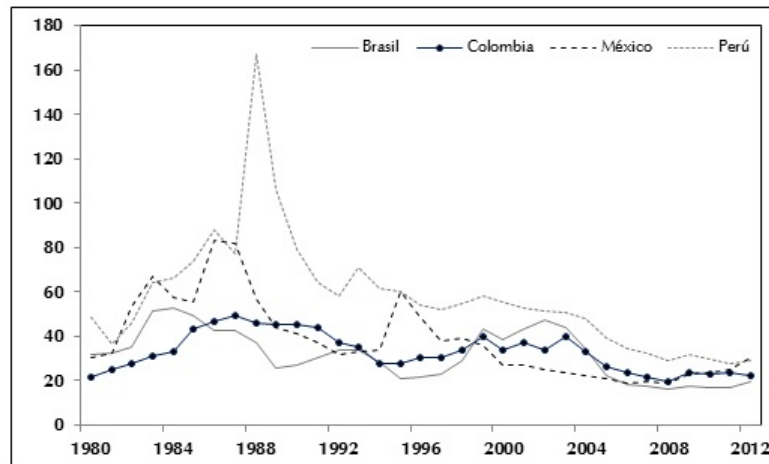
Reservas Internacionales
(millones de dólares)



Fuente: Banco Mundial

Gráfico 6: Reservas Internacionales en latinoamérica

Deuda Externa
(porcentaje del PIB)



Fuente: Banco Mundial

Gráfico 7: Deuda Externa en latinoamérica

No obstante, el verdadero efecto de estas intervenciones no es claro (ver Villamizar-Villegas y Perez-Reyna [2015]), básicamente por la idea inicial de que modificar el nivel del tipo de cambio no es muy factible pues no hay evidencia de que los montos y frecuencias de intervenciones discrecionales tengan efectos importantes sobre la cotización del tipo de cambio. Por lo mismo, esta política ha sido justificada como un mecanismo para disminuir la volatilidad del nivel de precios, de forma que, se estaría asumiendo que la volatilidad del tipo de cambio afecta la varianza de la inflación y que esta podría ejercer un impacto negativo a la economía al afectar las fluctuaciones de variables relevantes como el producto.

El conjunto de todas estas ideas, de una forma algo confusa o nebulosa, está asumiendo que hay una retroalimentación entre los niveles de las variables económicas fundamentales y sus varianzas, es decir, que habría transmisiones de volatilidades en múltiples direcciones en la economía. Si además se tiene en cuenta que estas volatilidades no son constantes como lo indican las estimaciones de este documento, entonces el efecto verdadero y los mecanismos de transmisión que gobiernan la dinámica de estas variables serían aun más inciertos. La revisión de estos efectos tanto en el nivel de las variables como en sus volatilidades se revisa en mayor detalle en la sección 6.

4. Metodología

La estrategia de estimación de este documento consiste en la modelación de la media para cada sistema de variables y, a partir de los residuos de estas primeras estimaciones, en la modelación de la varianza condicional de las variables. El sistema de variables utilizado en cada caso está conformado por el Producto Interno Bruto (PIB) llevado a una frecuencia mensual por medio de la metodología de desagregación de series de tiempo de Santos Silva y Cardoso [2001], el Índice de Precios al Consumidor (IPC), una tasa de interés (usualmente pasiva) y el tipo de cambio (cotización moneda local frente al dólar).

La media condicional en cada caso se aproxima con un modelo de Vectores Autorregresivos Estructural (SVAR), siempre y cuando la prueba de sobreidentificación lo permita, o con un modelo de Vectores Autorregresivos en forma reducida (VAR) en caso contrario. Para llevar a cabo una modelación adecuada de la media condicional se verifica si las variables son o no estacionarias y si existen relaciones de cointegración entre las mismas. Luego, dependiendo de los resultados se estiman modelos SVAR en niveles o diferencias. Para la estructura del modelo autorregresivo se utiliza una matriz de efectos contemporáneos que identifica choques de política monetaria (ver Killian [2013] para una explicación detallada de los esquemas de identificación en modelos SVAR), teniendo como resultado de la estimación para cada país un vector de residuos no correlacionados.

La modelación de la varianza también está sujeta a pruebas sobre las variables, principalmente se requiere para la modelación de la varianza condicional que las varianzas de los errores para cada variable sean heterocedásticas, o en un contexto multivariado, que se encuentre evidencia de heterocedasticidad o efectos ARCH en un sentido vectorial. De otra forma no sería necesario llevar a cabo tal estimación.

La estimación para las varianzas se basa en modelos de series de tiempo GARCH (Generalized Autorregressive Conditional Variance) propuestos inicialmente por Engle [1982] y generalizados de forma univariada y vectorial en Bollerslev [1986] y en Bollerslev [1990]. La estimación de este modelo GARCH multivariado (MGARCH) se lleva a cabo utilizando el modelo de correlación condicional, cuya estimación si bien es multivariada, permite hacer una modelación de la volatilidad de cada variable por separado sin perder la dinámica conjunta del sistema y con la ventaja de especificar el modelo GARCH que se prefiera para cada variable.

A partir de los resultados de estas estimaciones será posible determinar si existe alguna respuesta de los niveles de la variable a la dinámica de las volatilidades de los fundamentales (efectos en media de la volatilidad) y mostrar si también hay algún tipo de retroalimentación entre las volatilidades de las variables (efectos en volatilidad de las volatilidades). Adicionalmente, se podrán observar los clusters de volatilidad de la inflación y el resto de variables, estimar correlaciones condicionales entre los retornos del sistema considerado y realizar pruebas de causalidad en varianza entre las variables que inciden en la dinámica de

las variables macroeconómicas consideradas.

4.1. Marco teórico

La representación de relaciones estructurales en macroeconomía a partir de sistemas de ecuaciones que relacionan fundamentales macroeconómicos con esquemas de política monetaria inicia con Friedman y Meiselman [1963], quienes buscaron determinar el impacto de los agregados monetarios en las fluctuaciones del producto nominal por medio de la siguiente representación,

$$y_t^n \equiv y_t + p_t = y_0^n + \sum_{i=0} \alpha_i A_{t-i} + \sum_{i=0} b_i m_{t-i} + \sum_{i=0} h_i z_{t-i} + u_t \quad (1)$$

En esta ecuación al lado izquierdo se tiene el producto nominal dividido entre el producto real y los precios, los cuales se intentan explicar a partir de la dinámica de un gasto autónomo (que no depende del nivel de ingreso) A_t , de agregados monetarios y de otras variables exógenas que se consideran relevantes para explicar fluctuaciones del ingreso nominal. Los resultados obtenidos indicaron que los coeficientes α_i eran nulos, mientras que los b_i eran significativos. Este tipo de aproximaciones tuvo un recibimiento mixto por parte de los economistas. Por un lado, este tipo de estimaciones se hizo bastante popular en instituciones como la reserva federal, en donde este tipo de ecuaciones se empezaron a utilizar de forma frecuente al punto en que comenzaron a conocerse como ecuaciones de St. Louis. Mientras por otro lado, parte de la comunidad académica (ver Walsh [2010]) criticó esta aproximación al indicar que las variables de política consideradas, como los agregados monetarios, tenían un caracter endógeno que invalidaban este tipo de estimaciones.

Otro grupo de documentos, como Sims [1980] y Bernanke y Blinder [1992], mostraron que el poder de explicación de la actividad por parte de los agregados, al estimar modelos sin tendencia o al incluir la tasa de interés, decrecía considerablemente y que la inclusión de la tasa de interés es más conveniente que la del dinero para pronósticar variables reales. Adicionalmente, para llevar a cabo una representación más completa de estas relaciones surge el enfoque VAR, a partir de los trabajos de Sims [1972, 1980]. No obstante, en estos, si bien se modeló de forma más completa la relación entre variables fundamentales, seguía sin identificarse adecuadamente un choque exógeno de política.

Para solucionar el anterior inconveniente se plantearon dos alternativas. La primera es implementar restricciones a las relaciones contemporáneas de las variables, como se puede observar en Christiano et al. [1996b], Bernanke y Mihov [1995], Kim [2003], Ojeda et al. [2013], y la segunda es implementar restricciones de largo plazo en las relaciones que tienen los choques estructurales del modelo planteado, tal como se plantea en Blanchard y Quah [1989] y Gali [1992], en los cuales se busca añadir una estructura teórica más robusta a los modelos, siempre y cuando fuera consistente con los datos.

Así al tomar la primera ruta, es posible seguir a Bernanke y Mihov [1995], y suponer que la verdadera estructura de la economía puede ser representada mediante las siguientes relaciones dinámicas,

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{i=0}^k B_i \mathbf{Y}_{t-i} + \sum_{i=0}^k C_i p_{t-i} + A^y \mathbf{v}_t^y \quad (2)$$

$$p_t = \sum_{i=0}^k D_i \mathbf{Y}_{t-i} + \sum_{i=0}^k g_i p_{t-i} + v_t^p \quad (3)$$

Donde \mathbf{Y}_t es un vector que contiene un conjunto de variables macroeconómicas relevantes y p_t es la variable⁵ de política en el sistema, cuyos choques se quieren identificar de forma exógena. La segunda ecuación, interpretada como una función de reacción de política, muestra que la autoridad monetaria no necesariamente tiene control sobre la variable de política pues ésta es sensible a otros choques (Vinayagathan [2013]) y de igual forma, todas las variables pueden ser afectadas por la dinámica rezagada de los fundamentales.

Con esta representación (ecuaciones (2) y (3)), Bernanke y Mihov [1995] es como se justifica que se puede obtener una identificación de los efectos dinámicos de los choques de política en \mathbf{Y} asumiendo $C_0 = 0$, es decir, efectos contemporáneos nulos de p . Este supuesto, permitiría obtener el siguiente modelo en forma reducida,

$$\mathbf{Y}_t = (I - B_0)^{-1} \sum_{i=1}^k B_i \mathbf{Y}_{t-i} + (I - B_0)^{-1} \sum_{i=1}^k C_i p_{t-i} + (I - B_0)^{-1} A^y \mathbf{v}_t^y \quad (4)$$

$$p_t = \sum_{i=1}^k [D_i + D_0(I - B_0)^{-1} B_i] \mathbf{Y}_{t-i} + \sum_{i=1}^k [g_i + D_0(I - B_0)^{-1} B_i] p_{t-i} + [D_0(I - B_0)^{-1} A^y \mathbf{v}_t^y + v_t^p] \quad (5)$$

En este documento se parte de (2) y (3), para luego implementar una identificación descrita por la ecuación (10) e incluir las volatilidades como variables adicionales en la representación de la economía. Con esto, teniendo como base un mapa macroeconómico adecuado, se permite la inclusión de (*spillovers*) efectos en volatilidad tanto en media (en los niveles de las variables macroeconómicas) como en varianza (retroalimentación entre las volatilidades del sistema) y se indaga sobre su relevancia en las fluctuaciones de las variables económicas del modelo.

4.2. VAR y VAR Estructural cointegrado

Para modelar las relaciones dinámicas entre las variables fundamentales consideradas, se parte de un modelo VAR en forma reducida:

$$X_t = \sum_{i=1}^P A_i X_{t-i} + \mathbf{u}_t \quad (6)$$

(6) tiene una representación de Wold dada por,

$$X_t = \mathbf{u}_t + \Phi_1 \mathbf{u}_{t-1} + \Phi_2 \mathbf{u}_{t-2} + \dots \quad (7)$$

Donde,

$$\Phi_s = \sum_{j=1}^s \Phi_{s-j} A_j \quad \Phi_0 = I_k \quad (8)$$

En (8) los elementos de las matrices Φ_j permiten determinar la respuesta dinámica del sistema de variables ante choques en los errores (funciones de impulso respuesta). Infortunadamente, estas respuestas pueden estar incorrectamente especificadas debido a que los componentes de \mathbf{u}_t pueden estar contemporáneamente correlacionados. Este inconveniente se soluciona aplicando una estimación con errores ortogonales, por

⁵En su versión más general este modelo es planteado con \mathbf{P}_t donde se incluye el conjunto de variables de política en su totalidad, para los fines de este documento y dada la estructura de la estimación basta con que p_t es un elemento de \mathbb{R} .

ejemplo, utilizando una descomposición de Cholesky. Sin embargo, a menos de que haya una razón específica para considerar tal estructura recursiva en las innovaciones del modelo, esto podría ser arbitrario y teóricamente insatisfactorio (Lutkepohl [2005]).

Una forma de superar este problema y obtener residuales no correlacionados de forma instantánea es modelar las relaciones contemporáneas entre las variables directamente, lo cual puede hacerse llevando a cabo una especificación válida sobre la estructura del modelo VAR:

$$AX_t = A_1^*X_{t-1} + A_2^*X_{t-2} + \dots + A_p^*X_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (9)$$

Con $A_j^* = AA_j$, $j = 1, \dots, p$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_t = Au_t \sim (0, \Sigma_\varepsilon = A\Sigma_uA')$

En (9), Σ_ε tiene una matriz de covarianzas diagonal y se cuenta con la ventaja de modelar las relaciones contemporáneas en X_t .

Siguiendo la estructura de un VAR monetario (Christiano et al. [1996b], Christiano et al. [1996a] y Bernanke y Mihov [1995]) y aplicando un esquema de identificación de política monetaria similar a Kim [2003], se toma X_t y A como sigue:

$$X_t = \begin{bmatrix} y_t \\ p_t \\ i_t \\ er_t \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 1 & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 1 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde y_t es el PIB mensualizado, p_t es el IPC, i_t es la tasa de interés nominal y er_t es el tipo de cambio. Todas las variables se toman en logaritmos.

La idea detrás de la matriz A de efectos contemporáneos es obtener una mejor identificación de la política monetaria, lo que indicaría que ninguna variable tiene efectos inmediatos en el PIB ni en el tipo de cambio, y de igual forma que el PIB y la tasa de interés tienen efectos contemporáneos en los precios y todo el conjunto de variables afecta de forma instantánea a la tasa de interés. Para esta identificación se tiene en cuenta que las economías analizadas suelen tratarse en la literatura como pequeñas economías abiertas y su estructura es similar a la utilizada en Ojeda et al. [2013] en donde se menciona que esta matriz tiene en cuenta las rigideces de precios que impiden efectos inmediatos en el producto.

4.2.1. Identificación en el modelo SVAR

La inclusión de la matriz A para identificar los choques estructurales proviene de la imposibilidad de estimar todos los parámetros de los modelos VAR cuando se tienen en cuenta los efectos contemporáneos. Esto implica imponer en el modelo que varios coeficientes son nulos de forma que el número de ecuaciones

implícito y de variables coincidan. Como se mencionó, la forma estándar es utilizar una descomposición de Cholesky y llevar a cabo un VAR en forma reducida. Sin embargo, en este caso existen razones teóricas para preferir una aproximación estructural que debido a la forma de A en (10) implica la imposición de un cero adicional en un parámetro, es decir habría más ecuaciones que parámetros, lo cual es conocido como sobre identificación.

Cuando esto sucede, para validar la sobre identificación del modelo es necesario asegurarse de que no se está incurriendo en pérdidas importantes en términos de las funciones de verosimilitud de los modelos. Para esto, se lleva a cabo una prueba de razón de verosimilitud que compara el modelo estructural con el modelo en forma reducida. La prueba tiene la siguiente estructura,

$$LR = T(\log(\det(\hat{\Sigma}_u)) - \log(\det(\tilde{\Sigma}_u))) \quad (11)$$

Donde $\hat{\Sigma}_u$ y $(\tilde{\Sigma}_u)$ corresponden a las estimaciones de la matriz de varianzas de los errores en forma reducida de una estimación en forma reducida y de una estimación estructural respectivamente.

4.3. ARCH y GARCH

Estos modelos se desarrollaron para replicar algunas regularidades de activos financieros, como conglomerados de volatilidad, colas pesadas en las distribuciones de los errores y otras características estadísticas como la no independencia en los errores a pesar de la obtención de series con correlaciones nulas (por eso se habla en términos de los errores al cuadrado que no son lineales). El modelo en su versión más simple, basada en Engle [1982] es el ARCH(q) consiste en las siguientes expresiones,

$$x_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$\varepsilon_t = h_t^{\frac{1}{2}} z_t \quad (13)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (14)$$

Donde x_t corresponde a la serie a modelar (usualmente expresada como el retorno del precio de un activo) μ es el proceso que sigue la media condicional, que puede ser una constante o un proceso autorregresivo, entre otros; $z_t \sim N(0, 1)$ es el residual estandarizado en t y es independiente de la varianza condicional h_t . Si además incluimos la restricción de que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ para $i = 1, \dots, q$ y $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$, se tiene que ε es una variable aleatoria ruido blanco con varianza condicional h_t .

Bollerslev [1986], complementa esta idea al sugerir una modificación que permite una estructura de rezagos más parsimoniosa para representar la varianza condicional, así al reemplazar la ecuación (14) por la siguiente expresión, se obtiene un modelo GARCH(p,q),

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (15)$$

Donde además de las condiciones anteriores se tiene que $\beta_i \geq 0$ de forma que la varianza condicional es no negativa.

La varianza incondicional del error en esta especificación está dada por,

$$var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i} \quad (16)$$

Esta última ecuación añade una restricción adicional consistente en que $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$, de forma que la varianza del error pueda ser definida⁶.

4.3.1. GARCH multivariado

Las formas funcionales de las ecuaciones (14) y (15) asumen que la varianza condicional de ε_t depende solamente de su comportamiento pasado y de la variación de su media. Si bien este análisis es parsimonioso y flexible, al permitir modelar diversos comportamientos en los retornos, puede ignorar la influencia de otras variables en la varianza. En tal sentido, puede ser relevante incluir en el modelo la estructura de covarianzas entre las distintas volatilidades, lo que puede llevarse a cabo a partir de extensiones multivariadas del modelo GARCH. Bollerslev [1990] generaliza la ecuación de varianza condicional de forma que el modelo multivariado sería el siguiente,

$$\mathbf{x}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{H}_t^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_t \quad (18)$$

Donde \mathbf{x}_t es un vector de retornos de tamaño $N \times 1$, $\boldsymbol{\mu}_t$ es la media condicional de \mathbf{x}_t , que en este caso es derivada del SVAR en la ecuación (9), \mathbf{z}_t es el vector de residuales estandarizados con $E[\mathbf{z}_t] = 0$ y $var[\mathbf{z}_t] = \mathbf{I}_N$ y \mathbf{H}_t es la matriz, $N \times N$ definida positiva, de varianzas y covarianzas condicional de $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ y \mathbf{x}_t ,

$$var(\mathbf{x}_t | \boldsymbol{\psi}_t) = var(\boldsymbol{\varepsilon}_t | \boldsymbol{\psi}_t) = \mathbf{H}_t^{\frac{1}{2}} var(\mathbf{z}_t | \boldsymbol{\psi}_t) \mathbf{H}_t^{\frac{1}{2}} = \mathbf{H}_t \quad (19)$$

4.3.1.1. Correlación condicional: Continuando con la estructura anterior, la matriz de varianzas y covarianzas condicional puede descomponerse en,

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R} \mathbf{D}_t = \rho_{ij} \sqrt{h_{iit} h_{jjt}} \quad (20)$$

Donde $\mathbf{D}_t = diag(\sqrt{h_{11t}}, \dots, \sqrt{h_{mnt}})$ y \mathbf{R} es una matriz definida positiva de correlación condicional que contiene la estructura de relaciones entre las volatilidades de las variables⁷ en \mathbf{x}_t .

⁶Algunas modificaciones al GARCH(p,q) permiten que la suma de los coeficientes sea uno o que se pondere de forma distinta las variaciones positivas y negativas de los retornos en x_t .

⁷A partir de estas expresiones se puede obtener el vector de varianzas condicionales, el cual aun siendo de forma vectorial, tiene una estructura similar a la de la ecuación (15), en esta se puede ver como las volatilidades del conjunto de variables en \mathbf{x}_t se retroalimentan.

$$\mathbf{h}_t = \boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \boldsymbol{\varepsilon}_{t-i} \odot \boldsymbol{\varepsilon}_{t-i} + \sum_{i=1}^q \mathbf{B}_i \mathbf{h}_{t-i}$$

4.3.1.2. Correlación condicional dinámica Si se asume que al igual que las varianzas, las correlaciones entre las volatilidades no cambian en el tiempo, entonces \mathbf{R} debe modelarse de forma dinámica como lo proponen Engle [2002] y Tse y Tsui [2002], la varianza condicional estaría dada por,

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t \quad (21)$$

La estimación en este caso es mucho más compleja pues de forma adicional implica que en cada momento del tiempo la matriz de correlación sea invertible y definida positiva. La propuesta de Engle consiste en modelar un proceso aproximado \mathbf{Q}_t ,

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_t &= \bar{\mathbf{Q}}_t + a(\mathbf{z}_{t-1} \mathbf{z}'_{t-1} - \bar{\mathbf{Q}}_t) + b(\mathbf{Q}_{t-1} - \bar{\mathbf{Q}}_t) \\ &= (1 - a - b)\bar{\mathbf{Q}}_t + a\mathbf{z}_{t-1} \mathbf{z}'_{t-1} + b\mathbf{Q}_{t-1} \end{aligned} \quad (22)$$

Con a y b no negativos y $a + b < 1$, de forma que \mathbf{Q}_t sea estacionaria y definida positiva. $\bar{\mathbf{Q}}_t$ es la matriz de varianzas no condicional de \mathbf{z}_t . \mathbf{R}_t se obtiene a partir de \mathbf{Q}_t como sigue,

$$\mathbf{R}_t = \text{diag}(\mathbf{Q}_t)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Q}_t \text{diag}(\mathbf{Q}_t)^{-\frac{1}{2}} \quad (23)$$

Finalmente, en términos de la estimación, el logaritmo de la función de verosimilitud puede ser descompuesto entre dos componentes, uno que depende de las volatilidades y otro que depende de las correlaciones.

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (N \log(2\pi) + 2 \log |\mathbf{D}_t| + \log |\mathbf{R}_t| + \mathbf{z}'_t \mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{z}_t) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (N \log(2\pi) + 2 \log |\mathbf{D}_t| + \boldsymbol{\varepsilon}'_t \mathbf{D}_t^{-1} \mathbf{D}_t^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (\mathbf{z}'_t \mathbf{z}_t + \log |\mathbf{R}_t| + \mathbf{z}'_t \mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{z}_t) \end{aligned} \quad (24)$$

Donde $\boldsymbol{\varepsilon}'_t \mathbf{D}_t^{-1} \mathbf{D}_t^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{z}'_t \mathbf{z}_t$

4.4. Causalidad en varianza

Las metodologías hasta ahora expuestas están sujetas a inferencia estadística sobre los residuales estandarizados que resultan de modelar los efectos GARCH encontrados en las series. Una vez hecho esto y dada la naturaleza multivariada de los modelos considerados, es posible verificar la presencia de causalidad en varianza entre las variables en \mathbf{x}_t .

Para este fin se tiene en cuenta que la causalidad de Granger se puede ver en función de esperanzas condicionales. Una serie x_t causa a otra z_t en este sentido si,

$$E(z_{t+1} | z_t, z_{t-1}, \dots) \neq E(z_{t+1} | z_t, z_{t-1}, \dots, x_t, x_{t-1}, \dots)$$

Esta definición se puede extender para momentos de orden mayor,

$$E(z_{t+1}^r | z_t, z_{t-1}, \dots) \neq E(z_{t+1}^r | z_t, z_{t-1}, \dots, x_t, x_{t-1}, \dots)$$

Si se considera $r = 2$ se puede hablar de causalidad de varianza: La volatilidad condicional de z_t puede ser predecida mejor si se toma en cuenta la información de x_t .

4.5. Efectos de la volatilidad en la media

A partir de las estimación de los modelos SVAR, es posible analizar las funciones de impulsos resupuesta, llevar a cabo un análisis de multiplicadores (para el caso de las variables exógenas) y con esto interpretar los efectos dinámicos de choques aislados e independientes en las variables y en las volatilidades respectivamente.

Estas funciones se expresan en términos de la representación de media móvil (MA) de la ecuación (9) del SVAR,

$$X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (25)$$

Donde $\Theta_i = \phi_i \mathbf{A}^{-1}$ y $\varepsilon_t = \mathbf{A}u_t$.

En (25), $\Theta_{jk,i}$ representa el efecto de una innovación en la variable j en la variable k , i periodos después del choque. Este efecto permite determinar si existen relaciones significativas entre las variables endógenas consideradas. En el Apéndice D se muestran los impulsos respuesta para los modelos SVAR de cada país, para las volatilidades y para una estimación realizada para relacionar las volatilidades entre los países analizados.

4.5.1. Análisis de Multiplicadores

Con el objetivo de estimar el efecto de las volatilidades en los niveles de las variables, es necesario llevar a cabo un análisis de multiplicadores, que es similar a las funciones de impulso respuesta, pero se lleva a cabo sobre la respuesta de las variables endógenas del modelo en X_t ante choques unitarios en las variables exógenas del modelo. Para esto se debe extender la ecuación (9) incluyendo variables exógenas y obtener un modelo SVARX,

$$A^*(L)X_t = B^*(L)Z_t + \varepsilon_t \quad (26)$$

Donde $A^*(L) = I_k - A_1^*(L) - \dots - A_p^*(L)$ y $B^*(L) = I_k - B_1^*(L) - \dots - B_p^*(L)$ con $B_i^* = AB_i$. Para obtener la respuesta de las variables endógenas ante cambios en las exógenas Z_t se debe resolver la ecuación (26) premultiplicándola por $A^{*-1}(L)$ y obteniendo la siguiente ecuación,

$$X_t = D(L)Z_t + \varepsilon_t \quad (27)$$

con $D(L) = A^{*-1}(L)B^*(L)$. $D(L)$ representa una función de transferencia o de multiplicadores dinámicos y las matrices $D_i = d_{kj,i}$ de $D(L) = \sum_{i=0}^{\infty} D_i L^i$ contiene los efectos en las variables endógenas ante cambios en las variables exógenas del modelo SVARX (Lutkepohl [2005]).

4.6. Efectos de las volatilidades en ellas mismas

Para estimar los efectos entre volatilidades se aproxima la ecuación del MGARCH con correlación condicional a partir de la siguiente ecuación cuya estimación por mínimos cuadrados permite verificar los impulsos respuesta entre las volatilidades,

$$\mathbf{h}_t = \mathbf{a} + A\varepsilon_{t-1}^{(2)} + B \mathbf{h}_{t-1} \quad (28)$$

donde \mathbf{h}_t es un vector con las desviaciones estándar condicionales, similar a el obtenido en (15), pero con los elementos $diag(\mathbf{H}_t)$ de (20). $\varepsilon_{t-1}^{(2)}$ contiene los errores al cuadrado del modelo SVAR en (18). En el Apéndice D se reportan las estimaciones del análisis de multiplicadores para los modelos SVAR-X de cada país, los intervalos de confianza se construyen por medio de un Bootstrapping consistente en la simulación por muestreo aleatorio simple de los errores para estimar los multiplicadores puntuales n veces y definir los percentiles 5% y 95% de estas simulaciones como intervalos de confianza.

4.7. Estrategia empírica del documento

Con base en lo anterior, la estrategia empírica de este documento se resume en los siguientes algoritmos,

Algoritmo 1 Estimación principal (SVAR-MGARCH) y Modelo de volatildades

- 1: Estimación de un SVAR sobre X_t y se obtienen los errores estructurales ε_t a partir de (9)
 - 2: Con base en ε_t se estima un modelo MGARCH
 - 3: Inclusión de volatildades condicionales del MGARCH de forma exógena en el SVAR
 - 4: Estimación de modelo VAR entre volatildades a partir de (28)
-

Algoritmo 2 Estimación del modelo MGARCH

- 1: Estimación de un modelo GARCH univariado para cada componente de X_t
 - 2: Prueba de constancia de correlaciones condicionales sobre errores estandarizados de los GARCH
 - 3: Estimación del modelo CC-GARCH
-

A partir de este conjunto de estimaciones se lleva a cabo la inferencia para cada país como sigue: De los modelos SVAR-X se obtienen funciones de impulso respuesta estructurales dados por (25) y los multiplicadores dinámicos dados por (27). Usando los modelos VAR entre volatildades se obtienen las funciones de impulso respuesta ortogonales.

Finalmente con base en las matrices de varianzas condicionales para cada país se utiliza el siguiente algoritmo para obtener los índices de volatilidad macroeconómica y el efecto dinámico entre estos en los países modelados.

Algoritmo 3 Modelo para relacionar índices de riesgo entre países

- 1: Estimación del índice de volatilidad dada por $Det(H_t)$
 - 2: Estimación de modelo VAR para el vector de índices de volatildades
 - 3: Obtención de las respuestas dinámicas por medio de las funciones acumuladas de impulso respuesta ortogonales
-

5. Datos

Los datos utilizados para las estimaciones de cada país son el producto interno bruto (PIB), la inflación total, el tipo de cambio nominal y la tasa de interés. Para obtener una medida del producto mensual se llevó a cabo una desagregación temporal del PIB trimestral a partir de la metodología de Santos Silva y Cardoso [2001] haciendo uso de la producción industrial como variable indicadora en cada caso. Las fuentes de la información utilizada se resumen en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Fuentes de los datos utilizados

País	Periodo	Variable	Descripción	Fuente
Colombia	1982M01 - 2013M12	y p i er	PIB Mensualizado Indice de Precios al Consumidor Tasa de interés pasiva de CDT a 90 días Tipo de cambio pesos por dólar (promedio)	Departamento Nacional de Estadística (DANE) Departamento Nacional de Estadística (DANE) Banco de la República Banco de la República
Chile	1991M01 - 2013M12	y p i er	PIB Mensualizado Indice de Precios al Consumidor Tasa de depósitos a 3 meses Tipo de cambio pesos por dólar (promedio)	SOSOFA y Banco Central de Chile Banco Central de Chile Banco Central de Chile Banco Central de Chile
Brasil	1999M01 - 2013M12	y p i er	PIB Mensualizado Indice de Precios al Consumidor Tasa SELIC Tipo de cambio real por dólar (promedio)	Banco Central de Brasil Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística Bloomberg Bloomberg
Perú	1995M01 - 2013M12	y p i er	PIB Mensualizado Indice de Precios al Consumidor Tasa CDT a 90 días Tipo de cambio soles por dólar (promedio)	Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) Banco Central de Reserva del Perú Bloomberg
México	1998M01 - 2013M12	y p i er	PIB Mensualizado Indice de Precios al Consumidor Tasa CDT a 3 meses Tipo de cambio pesos por dólar (promedio)	Instituto Nacional de Geografía y Estadística (INEGI) Banco Central de México Banco Central de México Bloomberg

Para cada país se hace una estimación individual lo que supone que los parámetros obtenidos no dependen de la estimación del resto. La estimación se lleva a cabo utilizando periodos distintos los cuales dependen de la información disponible. Los gráficos de estos datos y sus variaciones anuales se encuentran en los Gráficos 13, 14, 15, 16 y 17 en el Apéndice A.

Por otra parte, como se mencionó en la introducción, los mecanismos de acción de las volatilidades pueden ser afectados por el régimen de política subyacente en las economías. Es por esto que para llevar a cabo un ejercicio comparable entre países se consideran cinco economías con regímenes de inflación objetivo y tipo de cambio flexible.

Adicionalmente, en todas las estimaciones se controla por la presencia de distintos regímenes cambiarios. Esto se hace incluyendo variables dummy en las estimaciones que tienen en cuenta los regímenes mostrados en el cuadro 2.

Cuadro 2: Regímenes cambiarios en los países analizados

País	Regímenes	Descripción y periodo	Fuente
Colombia	4	1) Crawling-peg: 1967.06 -1991.06 2) Certificados de cambio: 1991.06 - 1994.02 3) Bandas cambiarias: 1994.02 - 1999.09 4) Flotación: 1999.10 - actualmente	Villar y Rincón [2001]
Chile	4	1) Tasa de cambio fija: 1970 - 1982.09 2) Crawling-peg: 1982.09 - 1984.07 3) Bandas cambiarias:1984.09 - 1999.09 4) Flotación: 1999.10 - actualmente	Jalil et al. [2006]
Brasil	3	1) Tasa de cambio fija: 1980 - 1994.10 2) Tipo de cambio semifijo: 1994.11 -1998.12 3) Flotación: 1999.01 - actualmente	Reisen y Grandes [2005]
Perú	2	1) Régimen cambiario controlado: 1980 - 1990.07 2) Flotación administrada:1990.08 - actualmente	Chang y Lupu [2011]
México	5	1) Flotación controlada: 1976.09 - 1982.08 2) Control de cambios: 1982.08 - 1985.07 3) Flotación regulada: 1985.09 - 1991.10 4) Bandas cambiarias: 1991.11 - 1994.12 5) Flotación: 1994.12 - actualmente	Banco de México [2009]

6. Resultados

Con base en los procedimientos presentados en la subsección 4.7 se obtuvieron los resultados descritos a continuación⁸.

6.1. Modelación de la media

Antes de llevar a cabo el algoritmo 1 se llevaron a cabo pruebas iniciales sobre los datos para determinar la estructura del modelo SVAR a estimar. En primer lugar se estiman tres tipos de pruebas de raíz unitaria sobre los datos las cuales se muestran en el Cuadro 6: , la prueba ADF corresponde a la Dickey Fuller Aumentada, la KPSS (por Kwiatkowski et al. [1992]) y la ZA (Zivot y Andrews [2002])). Si bien la prueba ADF es la más utilizada, también se incluye la KPSS debido a que su estrategia de modelación de las raíz unitaria es distinta a la que suelen tomar la mayoría de estas pruebas y la ZA por que tiene en cuenta la posibilidad de cambios estructurales en las variables. Los resultados muestran que las variables en general tienen raíces unitarias, esto es lo esperado dado el comportamiento de las variables en niveles el cual se muestra en Apéndice A. De igual forma se aplicaron pruebas de cointegración, mostradas en el Cuadro 7. El test de cointegración indica que en todos los países hay relaciones de cointegración al 1% de significancia y a un nivel mayor en su mayoría hay cointegración o rango completo en la matriz de relaciones de cointegración.

A partir de estos resultados se tiene que una alternativa plausible es estimar modelos SVAR sobre los niveles

⁸Con fines expositivos se ponen parte de los resultados en el texto principal, para el resto de casos se utilizan los anexos.

de variables que tengan en cuenta la cointegración de los datos o su carácter no estacionario⁹. Los modelos estimados se reportan en el Cuadro 3.

Cuadro 3: Modelos Estimados.

País	Modelo	Rezagos		Transformación	Test de sobreidentificación (p-value)
		Media	Varianza		
COL	Coint. SVAR-MGARCH (CCC)	5	(1,1)	Log	0.1734
CH	Coint. SVAR-MGARCH (CCC)	5	(1,1)	Log	0.4051
BR	Coint. SVAR-MGARCH (DCC)	8	(1,1)	Log	0.2644
PE	Coint. SVAR-MGARCH (CCC)	3	(1,1)	Log	0.9453
MX	Coint. SVAR-MGARCH (CCC)	9	(1,1)	Log	0.4656

Los rezagos del SVAR se escogieron con base en el criterio AIC excepto en el caso de Colombia que se utilizó el criterio BIC y en el caso de México se ajustaron los rezagos para obtener residuos no correlacionados.

Para estimar estos modelos se obtuvo inicialmente el modelo VAR correspondiente, se verificó la no autocorrelación de los residuos la cual se cumplió en general (Cuadro 12) y en el caso contrario se obtuvieron otros modelos ya sea utilizando un criterio de información distinto o cambiando la estructura de rezagos del mismo. Posteriormente a partir de los modelos VAR se utilizó la identificación estructural de la ecuación (10) para llegar al SVAR. Este último modelo se conservó siempre y cuando no se rechazara la prueba de sobreidentificación, esto sucedió para todos los países.

Con estos modelos definidos se llevaron pruebas de efectos ARCH sobre los residuos para verificar si la volatilidad de estas variables cambia en el tiempo como se podría intuir de sus retornos, reportados en los gráficos 18-22. Los resultados de estas pruebas se reportan en el Cuadro 10 en el Apéndice B e indican todos los sistemas de variables son heterocedásticos, bajo el criterio de la prueba multivariada, como por lo general con las pruebas univariadas. Con esto se incluye dicha estructura heterocedástica en los modelos.

Con residuos no autocorrelacionados es posible llevar a cabo inferencia en estos modelos a partir de las funciones de impulso respuesta. Como chequeo, además de las pruebas de sobreidentificación, se revisaron dichos impulsos en el modelo, estos se encuentran en los Gráficos 32 al 36, las respuestas son similares a las obtenidas con un VAR a partir de una especificación recursiva utilizando una descomposición de Cholesky, esto es, los signos en general son los esperados o usuales en estas estimaciones.

Con todo esto, estas funciones no indican nada en cuanto a los efectos de las volatilidades de las variables. Para esto se debe primero verificar la modelación de la varianza condicional como se indica a continuación.

6.2. Modelación de la varianza condicional

La evidencia empírica de heterocedasticidad en las variables justifica la inclusión efectos GARCH en los modelos. De esta forma estimamos modelos MGARCH en los cuales, el procedimiento descrito en el algoritmo 2 genera como resultado los modelos de correlación condicional (CC-GARCH). Como se mencionó anteriormente (sección 4) la varianza condicional de cada variable tiene una modelación univariada que se incluye en la función de verosimilitud del modelo completo (ecuación (24)).

⁹Al respecto vale la pena mencionar que debido a que el objetivo no es buscar una forma explícita de las relaciones de cointegración (en cuyo caso se estimarían modelos VEC), es correcto estimar el modelo en niveles (ver Hamilton [1994] página 651).

El Cuadro 4 muestra la especificación de los modelos GARCH univariados utilizados para cada variable. En la mayoría de los casos, se estimaron modelos GARCH, no obstante, en algunos países los coeficientes de las estimaciones indicaron que era necesario llevar a cabo modelos IGARCH y en el tipo de cambio se incluyeron efectos de apalancamiento. En todos los casos los coeficientes de la parte autorregresiva de la varianza condicional es significativa al igual que los coeficientes que modelan los efectos de apalancamiento.

Cuadro 4: Especificaciones univariadas de los modelos GARCH

País	Variable	Modelo	Distribución del error
COL	y	GARCH(1,1)	GED
	p	GARCH(1,1)	GED
	i	GARCH(1,1)	GED
	er	EGARCH(1,1)	GED
CH	y	GARCH(1,1)	GED
	p	GARCH(1,1)	GED
	i	GARCH(1,1)	GED
	er	EGARCH(1,1)	GED
BR	y	IGARCH(1,1)	GED
	p	IGARCH(1,1)	GED
	i	EGARCH(1,1)	GED
	er	EGARCH(1,1)	GED
PE	y	GARCH(1,1)	GED
	p	GARCH(1,1)	GED
	i	GARCH(1,1)	GED
	er	EGARCH(1,1)	GED
MX	y	GARCH(1,1)	GED
	p	EGARCH(1,1)	GED
	i	EGARCH(1,1)	GED
	er	EGARCH(1,1)	GED

En segundo lugar, para definir el tipo de modelo multivariado a usar se estima la prueba de constancia de la correlación condicional de Engle y Sheppard [2001] para cada país (Cuadro 5). Los resultados indican que en la mayoría de casos se debe estimar un modelo MGARCH-CCC (Correlación Condicional Constante), es decir que para cada país solo hay una matriz de correlación condicional de los errores en la ecuación (9). Por el contrario para Brasil la prueba indica que se debe estimar un modelo MGARCH-DCC (Correlación Condicional Dinámica).

Cuadro 5: Prueba de Correlación Condicional Constante

Prueba de Correlación Condicional Constante		
$H_0 : R_t = R \quad \forall t$		
País	Estadístico	P-Value
COL	3.302	0.192
CH	3.044	0.218
BR	13.765	0.001
PE	0.388	0.824
MX	5.405	0.067

Basado en Engle y Sheppard [2001].

De forma adicional se llevan a cabo pruebas de causalidad en varianza entre los errores de los modelos GARCH individuales (Cuadro 8). Con esta se tiene otra prueba que apoya la idea de modelar la heterocedasticidad de forma multivariada en cada país, pues al parecer hay causalidad en varianza entre los sistemas de variables.

Las desviaciones estándar condicionales para Colombia se muestra en el gráfico 8 y para el resto de países en los gráficos 24 al 27 en el Apéndice C, en donde también se muestran otros resultados de las estimaciones de las varianzas condicionales. En general observamos que la volatilidad de las variables tiene un comportamiento dinámico en el tiempo o mantienen niveles estables pero presentan picos en fechas específicas. El primer caso corresponde a variables con cambios importantes como sucede en el caso de la inflación, la tasa de interés y el tipo de cambio en Colombia. El segundo caso refleja comportamientos como el del producto en Colombia (parte superior izquierda del gráfico). Estos resultados son consistentes con los cambios macroeconómicos que se han visto en la región con la adopción de los regímenes de inflación objetivo y la instauración de regímenes de flotación cambiaria.

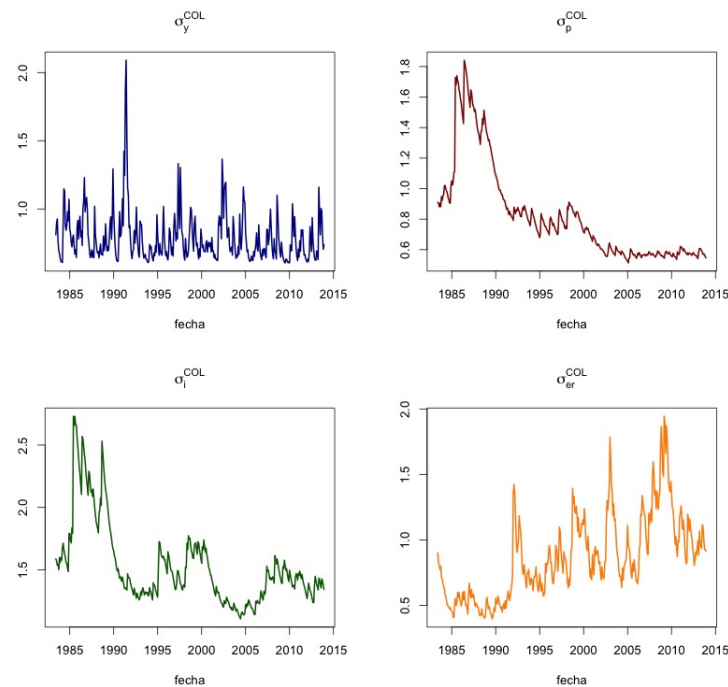


Gráfico 8: Volatilidades condicionales de las variables para Colombia. Obtenidas como la desviación estándar condicional de las variables en los modelos GARCH considerados en la Estimación.

6.2.1. Índice de Volatilidad agregado

De forma adicional y dado que el modelo es multivariado, es posible obtener una matriz de varianzas y covarianzas condicional dinámica (tanto en el modelo de correlación constante como dinámica), ver como cambia esta en el tiempo permite ver el comportamiento de la volatilidad macroeconómica en cada país. Una forma de llevar esto a cabo es aplicando una función a la matriz que resume su dinámica en una dimensión más baja. Como se menciona en el primer paso del algoritmo 3 esto se lleva a cabo a partir de la función determinante. Esta resume la matriz en un número que se puede monitorear a través del tiempo.

El gráfico 9 muestra el índice para Colombia y el resto de índices los reportamos en los gráficos 28 a 31 en el Apéndice C. En cada caso también se muestra un indicador alternativo hallado a partir del primer componente principal de las volatilidades condicionales. Nótese que el primer indicador refleja en mayor medida las interdependencias entre las volatilidades dadas por los elementos por fuera de la diagonal de la matriz de varianzas condicional, mientras que el segundo solo tiene en cuenta el comportamiento de cada volatilidad casi como un promedio ponderado de estas.

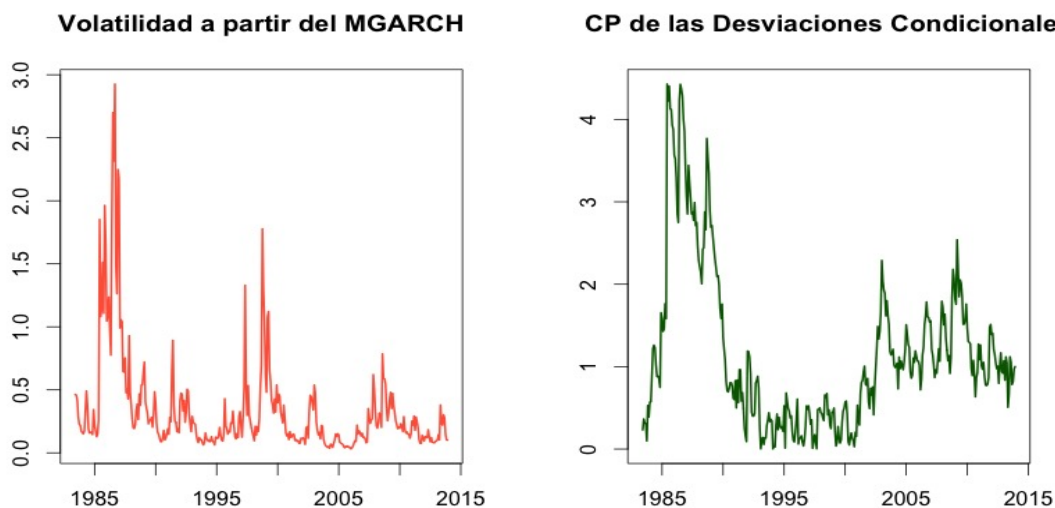


Gráfico 9: Volatilidad general del sistema de variables para Colombia. A la izquierda se muestra la obtenida a partir del modelo MGARCH, a la derecha se muestra el primer componente principal de las desviaciones estándar condicionales para cada variable.

Al revisar la dinámica de estos indicadores de volatilidad macroeconómica por país vemos un mapa de riesgo general para estas economías. En el caso de Colombia (Gráfico 9) se pueden observar episodios de alta volatilidad en 1999 y en 2008, mientras que hacia finales de 2013 no se detectan aumentos en la misma. En Chile se observa que el indicador tuvo un aumento abrupto en 2010-11 (Gráfico 28) lo que podría deberse en algún grado a choques en los precios internacionales de sus commodities de exportación. En Brasil el indicador registra un aumento importante en 2009-10 (Gráfico 29) que puede explicarse por el descenso que tuvo la producción después de haber alcanzado un pico en 2008, sumado a los efectos de una fuerte apreciación del real (Gráfico 15).

En los dos últimos países, Perú y México, se observan tendencias ascendentes del indicador hacia el final de la muestra, esto puede atribuirse a una mayor sensibilidad a choques externos hacia el final de 2013 lo cual se refleja en las depreciaciones cambiarias de las monedas de estos países hacia el final de los periodos de estimación (Gráfico 16 y 17).

6.3. Transmisión de volatilidades

Una vez definida por completo la especificación de los modelos (media y varianza) se puede llevar a cabo inferencia sobre los mismos. En primer lugar llevamos a cabo un análisis de multiplicadores sobre los modelos a partir de la ecuación (27), esto es, se incluyen las volatilidades de las variables como variables exógenas en los SVAR (obteniendo un SVAR-X) y se hace un análisis de multiplicadores. Los resultados se

muestran en el gráfico 10 y en los gráficos 37 al 40.

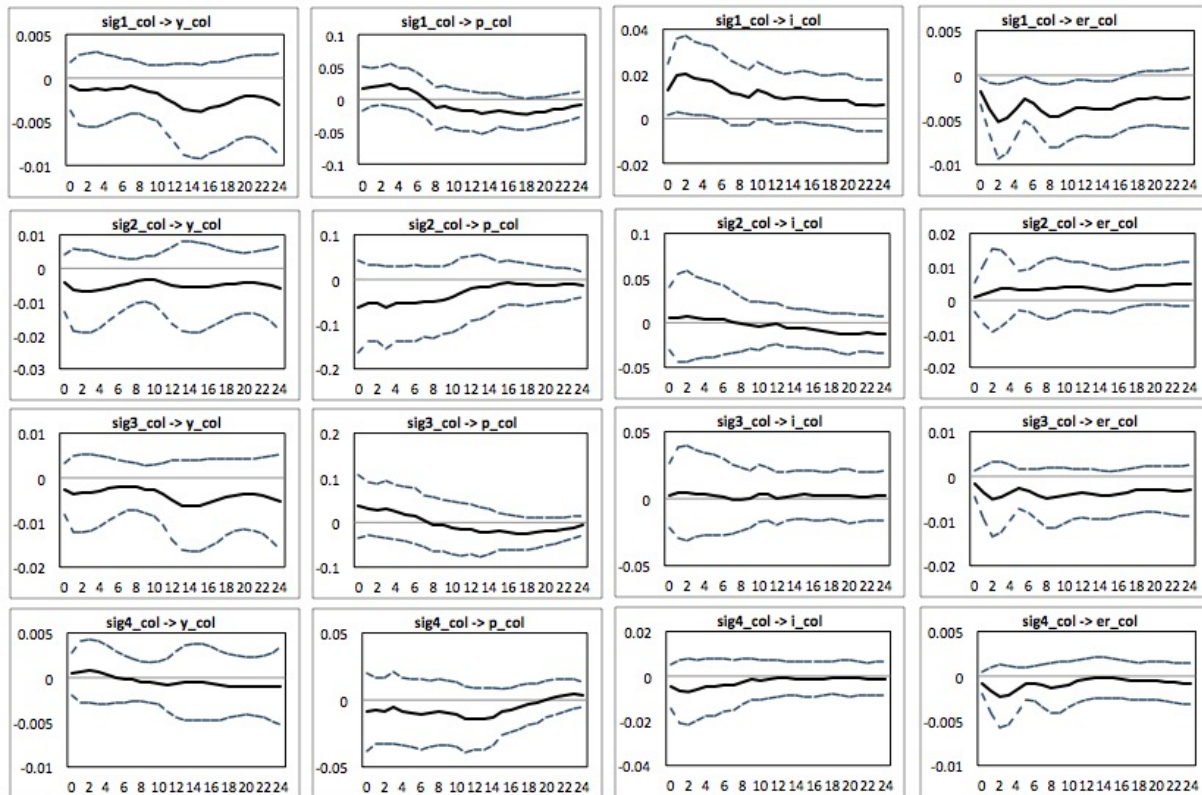


Gráfico 10: Análisis de Multiplicadores para el modelo de Colombia.

El análisis de multiplicadores permite ver los efectos de las volatilidades en los niveles de las variables, en cada caso $sig_variable$ corresponde a la volatilidad condicional de cada variable incluida en el sistema ("y", "p", "i" y "er"). Los intervalos de confianza se obtuvieron a partir de un Bootstrapp (ver Lutkepohl [2005]).

Para Colombia no se ve algún impacto de las volatilidades en las variables. Excepto en el caso de la tasa de interés y el tipo de cambio, los cuales son afectados positiva y negativamente por una mayor volatilidad en el producto. Por su parte, en el caso de Chile (gráfico 37) la volatilidad del producto ejerce un impacto positivo sobre la producción y el tipo de cambio, mientras que la de los precios produce un impacto negativo en la tasa de interés. La volatilidad de la tasa de interés por su parte ejerce una presión alcista sobre los precios. Para Brasil (gráfico 38), encontramos un efecto positivo entre la volatilidad del producto con la producción y la tasa de interés mientras que uno negativo con el tipo de cambio. La volatilidad de los precios por otro lado no ejerce ningún efecto sobre las variables de este país y la de la tasa de interés afecta negativamente la tasa de interés y positivamente el tipo de cambio. Por otra parte, Perú (gráfico 39) no ve afectadas los niveles de sus variables macroeconómicas por sus volatilidades, solamente se ven efectos significativos de largo plazo entre el producto y la volatilidad de los precios y de la tasa de interés los cuales son respectivamente negativos y positivos.

Finalmente, encontramos que México (gráfico 40) es el país que más responde en sus niveles a las volati-

lidades de las variables fundamentales. Se ve una respuesta positiva del producto, los precios y el tipo de cambio ante choques en la volatilidad del producto. Por otro lado la volatilidad en los precios y la tasa de interés afectan a la inflación, mientras que es el único país en el que la volatilidad del tipo de cambio afectan las variables macroeconómicas, aunque se resalta que en ningún caso el nivel de precios es afectado por la volatilidad del tipo de cambio.

Adicionalmente llevamos a cabo un análisis de transmisiones de las volatilidades en ellas mismas, esta se obtienen a partir de las funciones de impulso respuesta ortogonales de un modelo basado en la ecuación (28). Los resultados para Colombia se muestran en el gráfico 11 y para el resto de casos en los gráficos 41 al 44. Además de los intervalos usuales al 95 %, también se muestran los intervalos al 68 % de confianza permitiendo hacer un análisis a una y dos desviaciones estandar.

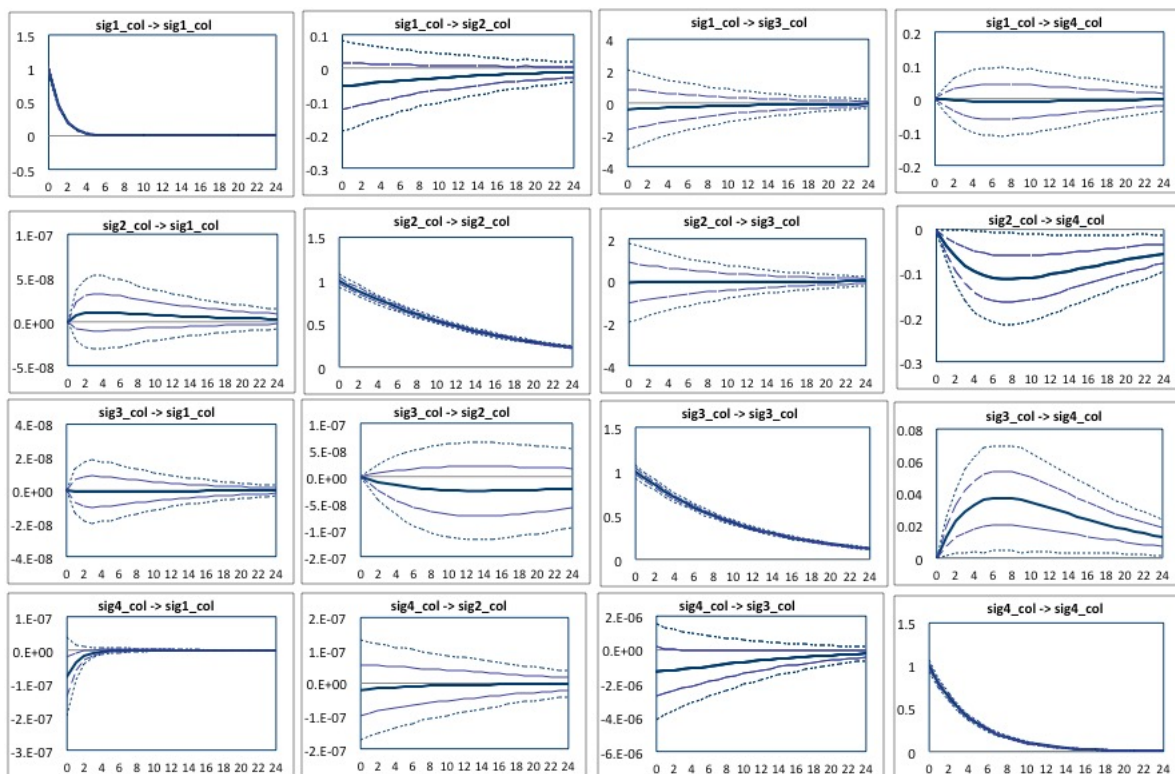


Gráfico 11: Funciones de Impulso Respuesta entre las volatilidades de las variables para Colombia.

Al revisar la respuesta de las volatilidades ante choques en ellas mismas encontramos que en su mayoría no son significativos al 95 % de confianza. Aun así en algunos casos se encuentra un impacto significativo a este nivel, en el caso de Colombia existe una respuesta positiva de la volatilidad del tipo de cambio ante choques en la varianza de los precios y negativa ante choques en la volatilidad de la tasa de interés. Para Chile (gráfico 41) hay una respuesta positiva significativa de la volatilidad de los de la tasa de interés y el tipo de cambio ante choques en la volatilidad de los precios. En el caso de Perú (gráfico 43) existe una respuesta negativa de los precios ante choques cambiarios y una negativa de la volatilidad de la tasa de interés ante choques en la volatilidad de los precios. Por último, para México se ve una respuesta positiva de la volatilidad de la tasa de interés a la volatilidad del producto.

Si se tiene en cuenta un nivel de confianza de 68 % (una desviación estandar), los resultados muestran que también existen otras respuestas significativas de las volatilidades de los fundamentales ante choques en si mismas. Para Colombia habría una respuesta negativa de la varianza condicional del producto y de la tasa de interés ante choques en la volatilidad del tipo de cambio. Esto también sucede para Chile y para Brasil, este último además, tiene un impacto positivo de la volatilidad del producto a choques en la volatilidad de la tasa de interés.

De igual forma, al 68 % de confianza encontramos que para Perú y Mexico se encuentra que la volatilidad de la inflación tiene efectos en la varianza de los otros fundamentales. En el primer caso una mayor volatilidad de la inflación genera un incremento en la volatilidad del producto y una caída en la volatilidad del tipo de cambio. En el caso de México la volatilidad de los precios también tiene efectos negativos sobre la varianza condicional de la tasa de interés, la cual a diferencia de en los otros casos, también es afectada por la volatilidad del producto. Por otro lado un resultado notable es que para México la volatilidad de los precios es afectada positivamente por la volatilidad de todas las variables. Con esto se tendría que bajo esta metodología y en los periodos muestrales analizados, la estabilidad de precios se ve significativamente afectada por la volatilidad del tipo de cambio solamente para México y Perú.

6.4. Respuesta dinámica de las volatilidades macroeconómicas de los países ante choques en la volatilidad de los otros países

Por último, siguiendo el algoritmo 3 de la sección 4.7 se estima un modelo para verificar si existen efectos de las volatilidades entre países. Esto es de interés para determinar si hay factores de riesgo comunes o posibles tendencias a la generación de fenómenos de contagio entre grupos de países. De este modelo se obtienen los impulsos respuesta ortogonales acumulados¹⁰, que se muestran en el Gráfico 12.

¹⁰Las funciones de Impulso Respuesta ortogonales se obtuvieron aplicando una descomposición de Cholesky con un ordenamiento de las volatilidades de los países dado por Brasil, México, Chile, Colombia y Perú.

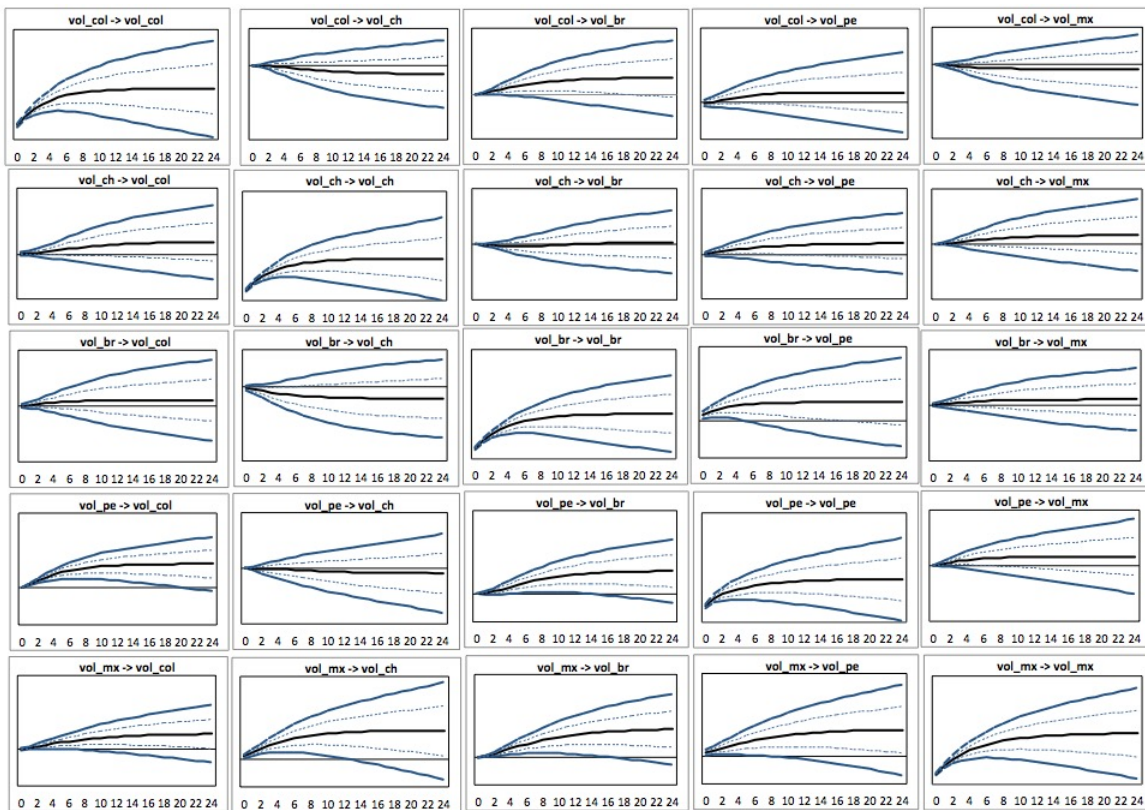


Gráfico 12: Funciones de Impulso Respuesta entre los indicadores de volatilities macroeconómica de los países obtenidos a partir de los modelos MGARCH.

Los índices de volatilidad de Perú y Brasil responden significativamente a choques en la volatilidad del resto de países, estos impactos por lo general son positivos. La volatilidad de Colombia por su parte, responde positivamente a la de Perú, tanto en el corto como en el largo plazo y a la de México en los primeros meses después de un choque. Sin embargo, no es afectada por la volatilidad en los fundamentales de Brasil. Por su parte la volatilidad de Chile responde únicamente a la choques en el índice de volatilidad de Brasil y México, el primero de forma negativa y el segundo de forma positiva. Finalmente se destaca que México no responde a la volatilidad de los otros países al 95 % de confianza y solo es impactada de forma positiva por la volatilidad de Perú al 68 % de confianza.

6.4.1. Correlación condicional de los modelos

Como una parte adicional a los resultados de las estimaciones, se presentan las correlaciones condicionales de los errores de los modelos SVAR-MGARCH para cada país. Si bien su uso en la literatura se ha llevado a cabo principalmente sobre los retornos de variables financieras, en donde resultan de gran utilidad ya que no suelen tener matrices de correlaciones condicionales significativas pues aparentemente (por hipótesis de mercados eficientes) son caminatas aleatorias, también se pueden estimar para el caso de las variables macroeconómicas.

En efecto, al realizar este ejercicio para cada país se obtuvo que la correlación condicional entre las variables de cuatro países es constante (Cuadro 5) y por ende es posible obtener una matriz de correlación condicional única para cada modelo, estas se muestran en detalle en el apéndice C. Para Brasil, al tenerse una matriz de

correlaciones dinámica se reporta las correlaciones condicionales dinámicas en el gráfico 23.

Al respecto puede verse que para Brasil, si bien la prueba indica la presencia de correlaciones condicionales dinámicas, los gráficos de los mismos muestran correlaciones que fluctúan alrededor de un nivel dado pero mostrando altibajos a lo largo de la muestra. Esto indica que salvo esos episodios, en general el comportamiento de las correlaciones de Brasil no sería tan distinto al de los otros países en donde el modelo escogido fue uno de correlaciones constantes.

7. Conclusiones

El análisis de las variables macroeconómicas ha evolucionado en las últimas décadas convergiendo a la implementación de múltiples metodologías teóricas y empíricas que buscan complementar las relaciones tradicionales que se modelaban en la representación de una economía. Una mayor disponibilidad de información ha llevado tanto a la inclusión de una mayor cantidad de series en el análisis de una economía (Bernanke y Mihov [1995]) como a la revisión de relaciones de diversos órdenes entre las variables fundamentales (Schmitt-Grohe y Uribe [2004]). En ambos casos se ha logrado enriquecer el análisis económico con herramientas metodológicas del campo financiero, que al tener como base la hipótesis de mercados eficientes (Fama [1970]) se enfocan principalmente en estudiar los momentos de segundo orden de sus variables de estudio.

Este trabajo sigue esta línea de investigación al complementar el análisis de un conjunto de fundamentales macroeconómicos con la inclusión de sus volatilidades. Con esto se busca ver si es relevante tener en cuenta la incertidumbre inherente al estado de la economía, representada por la volatilidad de las variables fundamentales. Todo esto, a la luz de la metodología utilizada y para los países analizados. En particular, el documento busca responder una pregunta sencilla: ¿Es relevante tener en cuenta la volatilidad de las variables macroeconómicas para entender sus fluctuaciones?.

La pregunta de investigación implicó revisar si existe alguna influencia de los momentos de segundo orden de un sistema de variables en la media y varianza de los mismos. Para esto se sigue a Killian [2013], quien señala a los modelos SVAR como una de las principales alternativas para mapear a una economía de forma teóricamente coherente. El esquema de identificación usado es el de un choque de política monetaria a la Christiano et al. [1996b], que es ampliado con la modelación de los momentos de segundo orden a partir de un modelo GARCH multivariado de correlación condicional.

Los resultados indican que para las economías y periodos considerados es plausible utilizar la modelación propuesta (SVAR-MGARCH(CC)), esto es, que existen relaciones de cointegración en las variables y se detectan efectos GARCH multivariados. Además se encuentra causalidad en varianza en cada caso, indicando no solo una heterocedasticidad de las variables en un sentido autorregresivo sino endógeno con el resto de las volatilidades de los fundamentales.

Con estos modelos pudimos verificar la existencia de efectos de las volatilidades en la media de las variables, en sus niveles y entre países. En primer lugar obtuvimos que Colombia y Perú son los países en donde los niveles de las variables macroeconómicas responden en menor medida a choques en la volatilidad de sus fundamentales. Aun así se ve una respuesta de la tasa de interés y el tipo de cambio a la volatilidad del producto. Para otros países (Chile, Brasil y México) sucede en mayor medida que la volatilidad del producto influya en las variables macroeconómicas

Otras volatilidades como la de los precios y las tasas de interés tienen efectos mixtos entre países. En algunos casos nulos, como sucede con los choques de volatilidad en precios en Colombia y Brasil, pero también se ve un efecto negativo con la volatilidad de la tasa de interés y el producto de Perú, aunque este último solo en el largo plazo. Por otro lado, para México se ve como la volatilidad de los precios genera un efecto inflacionario.

En cuanto a la volatilidad de la tasa de interés, salvo el caso de Colombia, donde el efecto es nulo, esta puede tener efectos en cualquiera de las variables consideradas dependiendo del país que se analice. Así, para Chile y México existen efectos significativos en el nivel de los precios, para Perú en el producto (aunque solo en el largo plazo) y para Brasil hay un efecto negativo en la tasa de interés y positivo en el tipo de cambio. Mientras tanto, en relación a la volatilidad del tipo de cambio encontramos que no tiene efectos en los niveles de ninguna variable macroeconómica para todos los países, excepto México. Al respecto, cabe resaltar que México es el país cuyos niveles se ven más afectados por las volatilidades de las variables analizadas.

Igualmente se observaron los efectos de choques de las volatilidades en ellas mismas. De acuerdo a este ejercicio encontramos que a dos desviaciones estándar (95 % de confianza) hay una relación negativa entre la volatilidad de los precios y la del tipo de cambio y una positiva entre los choques en la volatilidad de la tasa de interés y el tipo de cambio, esto sucede en Colombia y en Perú al 68 %. En Chile, en cambio, estas relaciones son significativas pero tienen el signo contrario. Se destaca que el efecto de las volatilidades macroeconómicas en la varianza de la inflación es nulo en todos los países al 95 % confianza y en tres al 68 %. Solo en Perú y México se encuentra un efecto significativo de la volatilidad de los precios ante choques en la volatilidad cambiaria.

Para la volatilidad cambiaria, solo se encuentra que esta responde a choques en los precios y en las tasas de interés, pero en ningún caso a la volatilidad del producto. Por su parte, la volatilidad del producto no afecta nunca a la volatilidad cambiaria y en general tampoco a las otras volatilidades. No obstante México es una excepción pues la volatilidad de su producto si afecta a la del tipo de interés y a la de los precios.

Finalmente, se derivaron índices de volatilidad para cada país a partir de los modelos MGARCH. Con estos se buscaron efectos de volatilidad entre países al realizar una estimación a nivel de región. Los resultados de este ejercicio muestran que existen mayores conexiones entre los indicadores de riesgos de economías que pertenecen a una misma zona de comercio, como es el caso de Brasil y Chile que hacen parte de Mercosur. Esto también se observa en el caso de Colombia que responde a la volatilidad de Perú y México, e incluso a la de Chile (al 68 % de confianza), estos países un poco después de la elaboración de este documento formarían la Alianza del Pacífico, lo cual apoyaría la intuición de que mayores nexos comerciales podrían catalizar en algún grado las interconexiones entre los índices de riesgo de los países. México, por otro lado, se destaca como una excepción pues su índice de riesgo es el que menos relaciones significativas muestra con el riesgo del resto de países. En este último ejercicio también se puede destacar que la volatilidad de Perú se relaciona de forma significativa con la volatilidad de los otros países, esto sucede tanto al generarse choques en la volatilidad de Perú, como al verificarse la respuesta de esta volatilidad ante choques en los índices de los otros países.

Cuando se comparan los resultados de los ejercicios intra-países y el ejercicio a nivel regional es importante mencionar que México es el país cuyos niveles y volatilidades responden en mayor medida a choques en las varianzas condicionales de sus propias variables pero a su vez es el país que menos relación muestra con los índices de riesgo de los otros países. El resultado para México es consistente con lo encontrado por Beirne et al. [2010] quienes indican que al momento no se han evidenciado fenómenos de contagio importantes en la región. No obstante, el resultado para los otros países y la expectativa de una mayor integración financie-

ra en la región en los años sucesivos, hace que no se pueda descartar la posibilidad de futuros eventos de contagio en la región.

Al comparar estos resultados con otros documentos de la literatura se observa que en este documento se encuentra al igual que en Adler y Sosa [2014] que México ejerce una gran influencia en la economía de la región y por lo tanto no es extraño que su volatilidad sea más relevante para los otros países que la de otras economías. La razón por la cual estos resultados se encuentran pueden apoyarse en los resultados de Delajara [2012] quien encuentra que hay una sincronización entre los ciclos económicos de Estados Unidos y México. En tal sentido la relevancia de una de las principales economías a nivel mundial estaría siendo reflejada por lo que sucede en México y esto a su vez tiene relevancia a nivel regional. Por el contrario, no se encuentra que Brasil ejerza mayor influencia que países como Chile. Por otro lado, este trabajo también encuentra evidencia de volatilidad cambiante en los países. Esto es similar a lo encontrado en Cermeño y Mamani-Palacios [2013] para el tipo de cambio real en Perú.

Con todo lo anterior, nuestros hallazgos conducen a concluir que no es despreciable el efecto de las volatilidades en el estado de las economías, por lo menos no en los dos primeros órdenes de sus variables fundamentales y por lo tanto es importante no ignorar estos efectos en la modelación y análisis macroeconómico. Sin embargo, para Latinoamérica parte de estos efectos no son significativos y por lo tanto se debe ser cuidadoso al adjudicar efectos a las volatilidades de las variables fundamentales solo por el hecho de estar relacionadas con la incertidumbre macroeconómica.

Este trabajo es un punto inicial en una línea de investigación que podría explorarse en mayor detalle y profundidad, más aún porque las conclusiones y hallazgos son propias a los periodos, variables y países analizados en este documento y por lo tanto se podría llevar a cabo este tipo de ejercicios para otros países y regiones con el fin de complementar cualquier afirmación o hallazgo basada en esta investigación. Cambios de diversa índole pueden ser pertinentes, como la inclusión de más variables en el análisis, la inclusión de un análisis a una frecuencia más alta que refleje mejor la volatilidad e incluso técnicas de estimación más complejas que puedan hacer que se lleven estimaciones para un gran grupo de países de forma conjunta.

Referencias

- Adler, G. y Sosa, S. (2014). Intraregional Spillovers in South America: Is Brazil Systemic After All? *The World Economy*, 37(3):456–480.
- Antonakakis, N. (2012). The great synchronization of international trade collapse. *Economics Letters*, 117(3):608–614.
- Antonakakis, N. y Scharler, J. (2012). The synchronization of gdp growth in the g7 during us recessions. *Applied Economics Letters*, 19(1):7–11.
- Apergis, N. y Rezitis, A. N. (2011). Food price volatility and macroeconomic factors: Evidence from garch and garch-x estimates. *Journal of Agricultural and Applied Economics*, 43(01).
- Asgharian, H., Christiansen, C., y Hou, A. J. (2014). Macro-finance determinants of the long-run stock-bond correlation: The dcc-midas specification. CREATES Research Papers 2014-13, School of Economics and Management, University of Aarhus.
- Banco de México (2009). Regímenes cambiarios en México a partir de 1954.

- Beirne, J., Caporale, G. M., Schulze-Ghattas, M., y Spagnolo, N. (2010). Global and regional spillovers in emerging stock markets: A multivariate garch-in-mean analysis. *Emerging Markets Review*, 11(3):250–260.
- Berger, T., Kempa, B., y Herz, S. (2014). Global macroeconomic uncertainty. University of Goettingen.
- Bernanke, B. S. y Blinder, A. S. (1992). The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission. *American Economic Review*, 82(4):901–21.
- Bernanke, B. S. y Mihov, I. (1995). Measuring Monetary Policy. Economics Series 10, Institute for Advanced Studies.
- Blanchard, O. J. y Quah, D. (1989). The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances. *American Economic Review*, 79(4):655–73.
- Bloom, N. (2009). The Impact of Uncertainty Shocks. *Econometrica*, 77(3):623–685.
- Blot, C., Creel, J., Hubert, P., Labondance, F., y Saraceno, F. (2014). Assessing the link between price and financial stability. Sciences Po publications 2014-02, Sciences Po.
- Bodnar, T. y Hautsch, N. (2013). Copula-based dynamic conditional correlation multiplicative error processes. CFS Working Paper Series 2013/19, Center for Financial Studies (CFS).
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized arch model. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3):498–505.
- Buttner, D. y Hayo, B. (2011). Determinants of european stock market integration. *Economic Systems*, 35(4):574 – 585.
- Cermeño, R. y Mamani-Palacios, J. (2013). Regímenes Monetarios y Volatilidad del Tipo de Cambio Real: El Caso Peruano, 1995–2012. Working papers DTE 565, CIDE, División de Economía.
- Cermeño, R. y Oliva, B. (2010). Incertidumbre, crecimiento del producto, inflación y depreciación cambiaria en México: Evidencia de modelos garch multivariados. Working papers DTE 483, CIDE, División de Economía.
- Chan, J. C. (2013). Moving average stochastic volatility models with application to inflation forecast. *Journal of Econometrics*, 176(2):162–172.
- Chang, G. y Lupu, J. (2011). Intervención cambiaria del bcrp.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M., y Evans, C. (1996a). The Effects of Monetary Policy Shocks: Evidence from the Flow of Funds. *The Review of Economics and Statistics*, 78(1):16–34.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M., y Evans, C. L. (1996b). Identification and the effects of monetary policy shocks. In *Financial Factors in Economic Stabilization*, pages 36–74. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Creti, A., Guesmi, K., y Abid, I. (2014). Conditional correlations and volatility spillovers between oil price and oecd stock index: a multivariate analysis. Working Papers 2014-065, Department of Research, Ipag Business School.

- Cronin, D., Kelly, R., y Kennedy, B. (2011). Money growth, uncertainty and macroeconomic activity: a multivariate garch analysis. *Empirica*, 38(2):155–167.
- Degiannakis, S., Duffy, D., y Filis, G. (2013). Time-varying business cycles synchronisation in europe. MPRA Paper 52925, University Library of Munich, Germany.
- Delajara, M. (2012). Sincronización entre los Ciclos Económicos y Estados Unidos. Nuevos Resultados con Base en el Análisis de los Índices Coincidentes Regionales de México. Working Papers 2012-09, Banco de México.
- Doan, T., Litterman, R. B., y Sims, C. A. (1983). Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions. NBER Working Papers 1202, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Doornik, J. A. y Hendry, D. F. (1997). *Modelling Dynamic Systems Using PcFiml 9.0 for Windows*. International Thomson Business Press.
- Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3):339–50.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4):987–1007.
- Engle, R. F. y Kroner, K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(01):122–150.
- Engle, R. F. y Sheppard, K. (2001). Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate garch. Working Paper 8554, National Bureau of Economic Research.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, 25(2):383–417.
- Fernandez-Villaverde, J., Guerron-Quintana, P., Rubio-Ramirez, J. F., y Uribe, M. (2011). Risk Matters: The Real Effects of Volatility Shocks. *American Economic Review*, 101(6):2530–61.
- Fountas, S., Karanasos, M., y Kim, J. (2006). Inflation uncertainty, output growth uncertainty and macroeconomic performance. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 68(3):319–343.
- Frankel, J. A. (1986). Expectations and commodity price dynamics: The overshooting model. *American Journal of Agricultural Economics*, 68(2):pp. 344–348.
- Friedman, M. y Meiselman, D. (1963). The relative stability of monetary velocity and the investment multiplier in the united states, 1897-1958. In *Stabilization Policies*, pages 165–268. Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Gali, J. (1992). How Well Does the IS-LM Model Fit Postwar U.S. Data. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2):709–38.
- Gertler, M., Gali, J., y Clarida, R. (1999). The science of monetary policy: A new keynesian perspective. *Journal of Economic Literature*, 37(4):1661–1707.
- Grydaki, M. y Bezemer, D. (2013). The role of credit in the great moderation: A multivariate garch approach. *Journal of Banking & Finance*, 37(11):4615–4626.
- Guesmi, K. y Fattoum, S. (2014). Measuring contagion effects between crude oil and oecd stock markets. Working Papers 2014-090, Department of Research, Ipag Business School.

- Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis*. Princeton University Press.
- Hamilton, J. D. (2008). Macroeconomics and arch. NBER Working Papers 14151, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Inoue, T., Toyoshima, Y., y Hamori, S. (2012). Inflation targeting in korea, indonesia, thailand, and the philippines : the impact on business cycle synchronization between each country and the world. IDE Discussion Papers 328, Institute of Developing Economies, Japan External Trade Organization(JETRO).
- Jalil, M., Esguerra, P., Flórez, L. A., Hamann, F., Alonso, G., y Silva, L. (2006). Política monetaria y cambiaria y estabilidad del tipo de cambio en algunos países emergentes: Hungría, Chile, China, Perú y Brasil. Borradores de Economía 426, Banco de la Republica de Colombia.
- Kaminsky, G. L., Reinhart, C. M., y Vegh, C. A. (2003). The Unholy Trinity of Financial Contagion. *Journal of Economic Perspectives*, 17(4):51–74.
- Karanasos, M. y Zeng, N. (2013). Conditional heteroskedasticity in macroeconomics data: Uk inflation, output growth and their uncertainties. In *Handbook of Research Methods and Applications in Empirical Macroeconomics*, chapter 12. Edward Elgar Publishing, Inc., Cheltenham, UK.
- Kazi, I. A. y Wagan, H. (2014). Are emerging markets exposed to contagion from u.s.: Evidence from stock and sovereign bond markets. Working Papers 2014-058, Department of Research, Ipag Business School.
- Killian, L. (2013). Structural vector autoregressions. In *Handbook of Research Methods and Applications in Empirical Macroeconomics*, chapter in handbook 22, pages 515–554. Edward Elgar Publishing, Inc., Cheltenham, UK.
- Kim, S. (2003). Monetary policy, foreign exchange intervention, and the exchange rate in a unifying framework. *Journal of International Economics*, 60(2):355–386.
- Kim, W. J., Orsoo, H., y Hammoudeh, S. (2013). International commodity prices and macroeconomic variables: A multivariate dynamic conditional correlation garch approach. [http://www.akes.or.kr/eng/papers\(2013\)/11.full.pdf](http://www.akes.or.kr/eng/papers(2013)/11.full.pdf).
- Koop, G. y Korobilis, D. (2010). Bayesian Multivariate Time Series Methods for Empirical Macroeconomics. *Foundations and Trends(R) in Econometrics*, 3(4):267–358.
- Krasnosselski, N., Cremers, H., y Sanddorf, W. (2014). Messung des marktrisikos mit generalisierter autoregressiver bedingter heteroskedastischer modellierung der volatilität: Ein vergleich univariater und multivariater konzepte (measuring the market risk with generalized autoregressive conditional heteroskedasticity modelling of volatility: A comparison of univariate and multivariate approaches). Frankfurt School - Working Paper Series 208, Frankfurt School of Finance and Management.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., y Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of Econometrics*, 54(1–3):159 – 178.
- Laurent, S., Bauwens, L., y Rombouts, J. V. K. (2006). Multivariate garch models: a survey. *Journal of Applied Econometrics*, 21(1):79–109.
- Laurent, S., Rombouts, J. V. K., y Violante, F. (2012). On the forecasting accuracy of multivariate garch models. *Journal of Applied Econometrics*, 27(6):934–955.

- Longstaff, F. A., Pan, J., Pedersen, L. H., y Singleton, K. J. (2011). How Sovereign Is Sovereign Credit Risk? *American Economic Journal: Macroeconomics*, 3(2):75–103.
- Lutkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag.
- Mapa, D. S., Paz, N. J. I., Eustaquio, J. D., y Mindanao, M. A. C. (2014). Forecasting time-varying correlation using the dynamic conditional correlation (dcc) model. MPRA Paper 55861, University Library of Munich, Germany.
- Ojeda, J., Granados, J., y Arteaga, C. (2013). Determinantes de los precios internacionales de los bienes básicos. *Ensayos Sobre Política Económica*, 31(71).
- Phillips, A. W. (1958). The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the united kingdom, 1861–1957. *Economica*, 25(100):283–299.
- Reisen, H. y Grandes, M. (2005). Exchange rate regimes and macroeconomic performance in Argentina, Brazil and Mexico. *Revista de la CEPAL*, (86):7–26.
- Samuelson, P. A. y Solow, R. M. (1960). Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy. *The American Economic Review*, 50(2):177–194.
- Santos Silva, J. M. C. y Cardoso, F. N. (2001). The chow-lin method using dynamic models. *Economic Modelling*, 18(2):269–280.
- Schmitt-Grohe, S. y Uribe, M. (2004). Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(4):755–775.
- Serletis, A. y Rahman, S. (2009). The output effects of money growth uncertainty: Evidence from a multivariate garch-in-mean var. *Open Economies Review*, 20(5):607–630.
- Silkos, P. (2015). Has monetary policy changed? how the crisis shifted the ground under central banks. *Ensayos Sobre Política Económica*.
- Silvennoinen, A. y Teräsvirta, T. (2008). Multivariate garch models. CREATES Research Papers 2008-06, School of Economics and Management, University of Aarhus.
- Sims, C. A. (1972). Money, Income, and Causality. *American Economic Review*, 62(4):540–52.
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48(1):1–48.
- Smets, F. y Wouters, R. (2007). Shocks and frictions in us business cycles: A bayesian dsge approach. *American Economic Review*, 97(3):586–606.
- Tse, Y. K. y Tsui, A. K. C. (2002). A multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity model with time-varying correlations. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3):351–62.
- Uribe, M. y Yue, V. Z. (2006). Country spreads and emerging countries: Who drives whom? *Journal of International Economics*, 69(1):6–36.
- Villamizar-Villegas, M. y Perez-Reyna, D. (2015). A Survey on the Effects of Sterilized Foreign Exchange Intervention. Borradores de Economía 862, Banco de la Republica de Colombia.
- Villar, L. y Rincón, H. (2001). Flujos De Capital Y Régimenes Cambiarios En La Década De Los 90. *Ensayos Sobre Política Económica*, 28(61).

Vinayagathan, T. (2013). Monetary policy and the real economy : a structural var approach for sri lanka. Systemvoraussetzungen: Acrobat Reader.

Walsh, C. E. (2010). *Monetary Theory and Policy, Third Edition*. MIT Press Books. The MIT Press.

Yiu, M., Ho, W.-Y. A., y Choi, D. (2010). Dynamic correlation analysis of financial contagion in asian markets in global financial turmoil. *Applied Financial Economics*, 20(4):345–354.

Zahnd, E. (2002). *The application of multivariate GARCH models to turbulent financial markets*. PhD thesis, Basel University.

Zivot, E. y Andrews, D. W. K. (2002). Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(1):25–44.

Zolotko, M. y Okhrin, O. (2014). Modelling the general dependence between commodity forward curves. *Energy Economics*, 43(0):284 – 296.

A. Gráficos descriptivos de los datos

A continuación se muestran los datos y variaciones anuales de las variables utilizadas en las estimaciones. En cada caso se tiene que y corresponde al Producto Interno Bruto, p al Índice de Precios al Consumidor, i a la tasa de interés considerada y er al tipo de cambio nominal por dólares. La base de todas las variables en niveles se cambió a $1996.01 = 100$.

A.1. Niveles y variaciones anuales de las variables

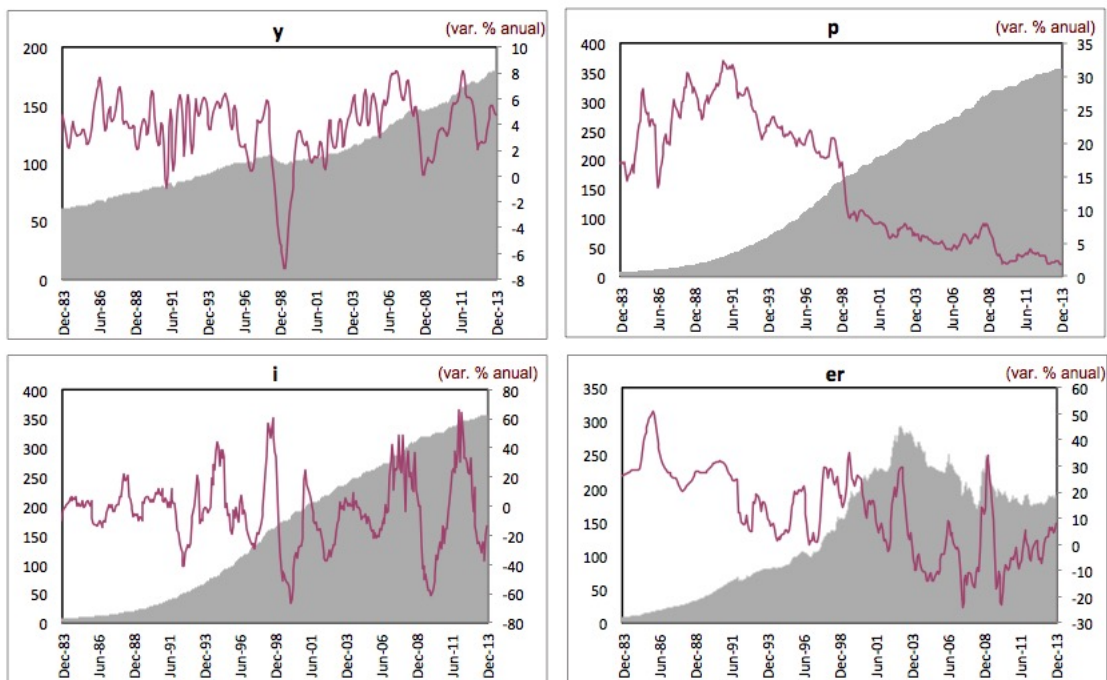


Gráfico 13: Niveles y variaciones anuales de los datos usados para Colombia.

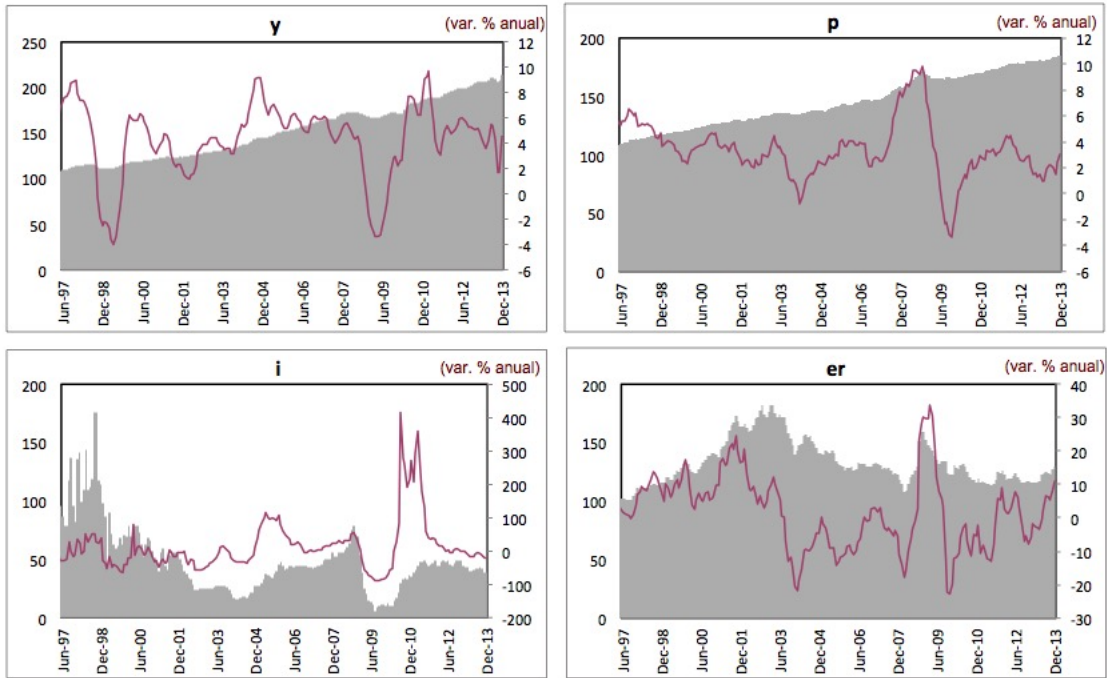


Gráfico 14: Niveles y variaciones anuales de los datos usados para Chile.

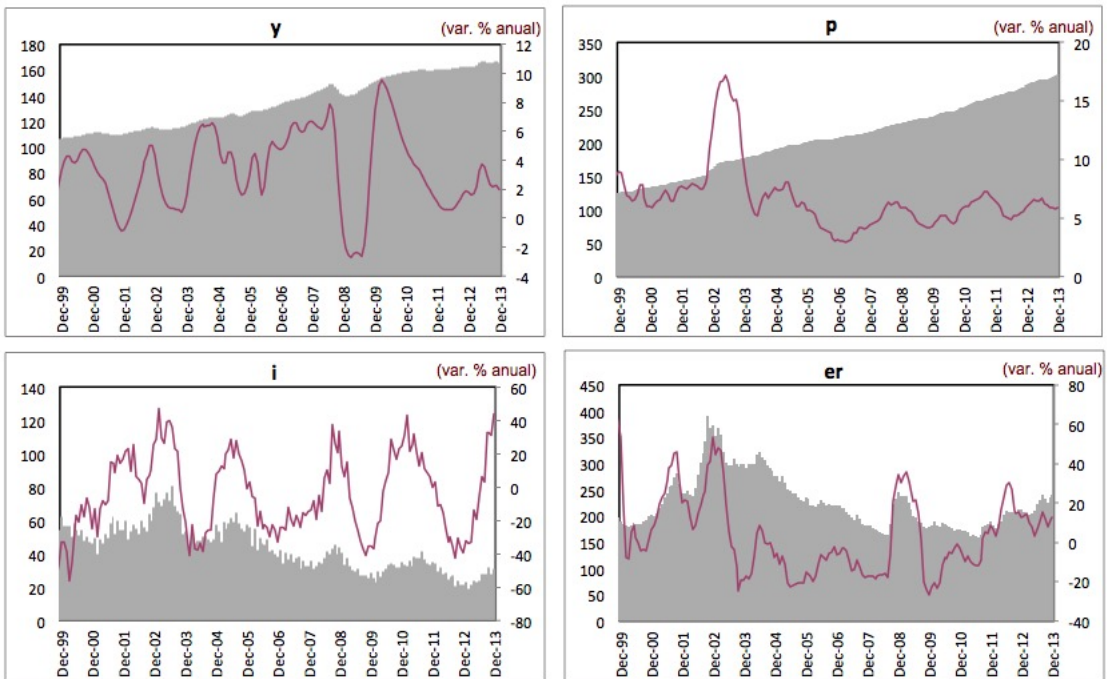


Gráfico 15: Niveles y variaciones anuales de los datos usados para Brasil.

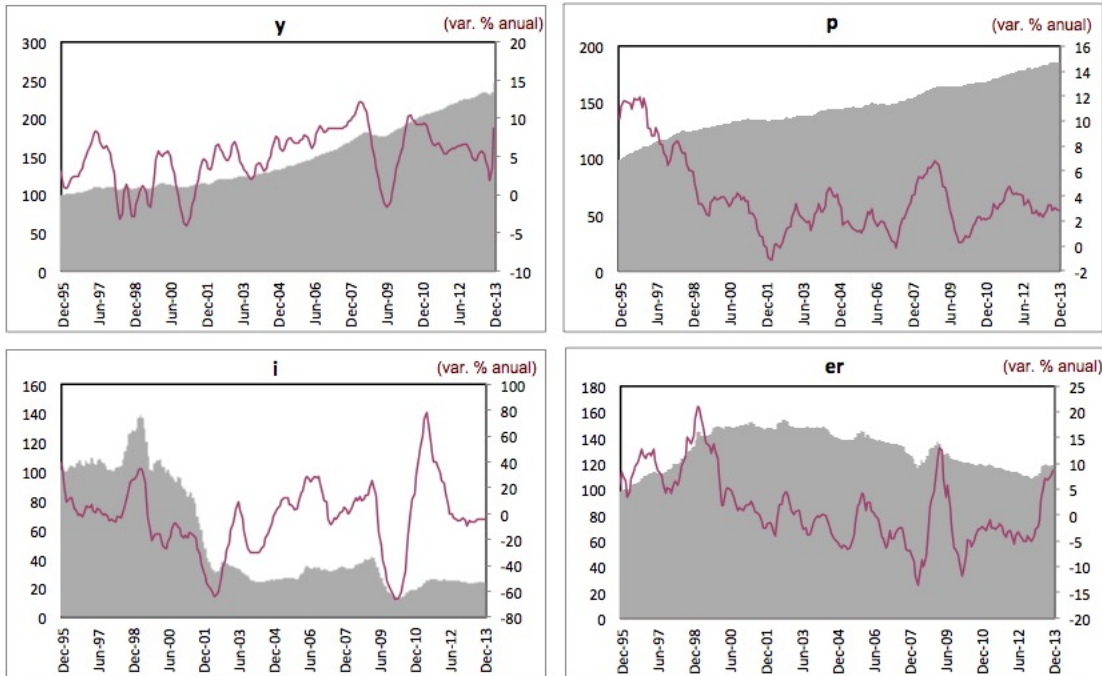


Gráfico 16: Niveles y variaciones anuales de los datos usados para Perú.

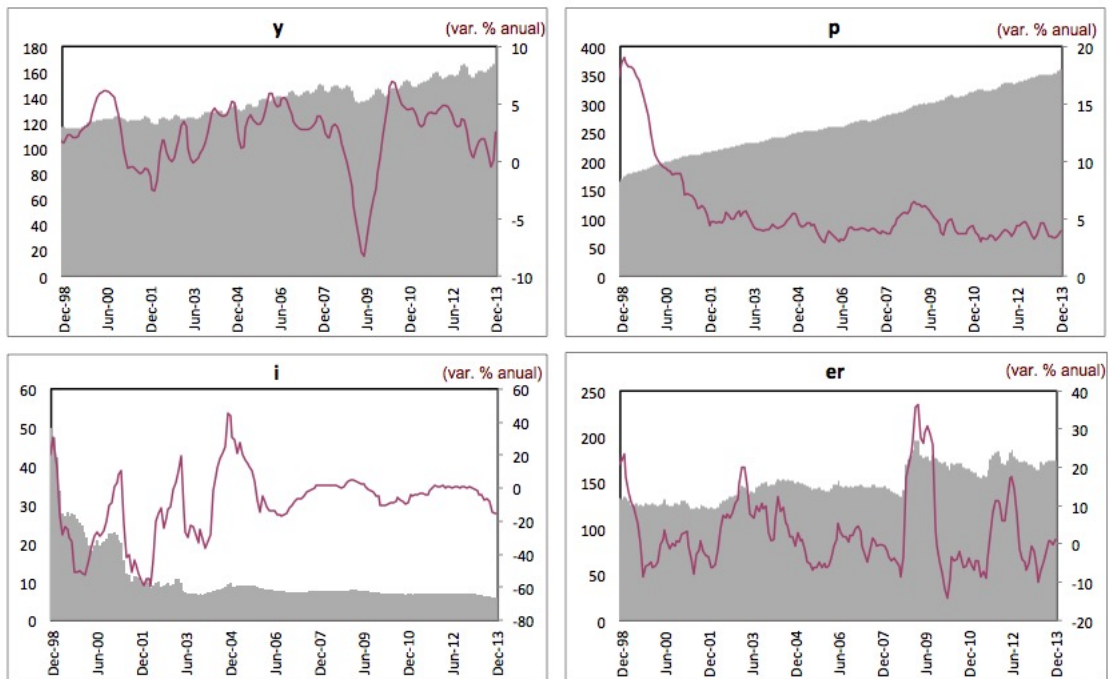


Gráfico 17: Niveles y variaciones anuales de los datos usados para México.

A.2. Retornos de las variables

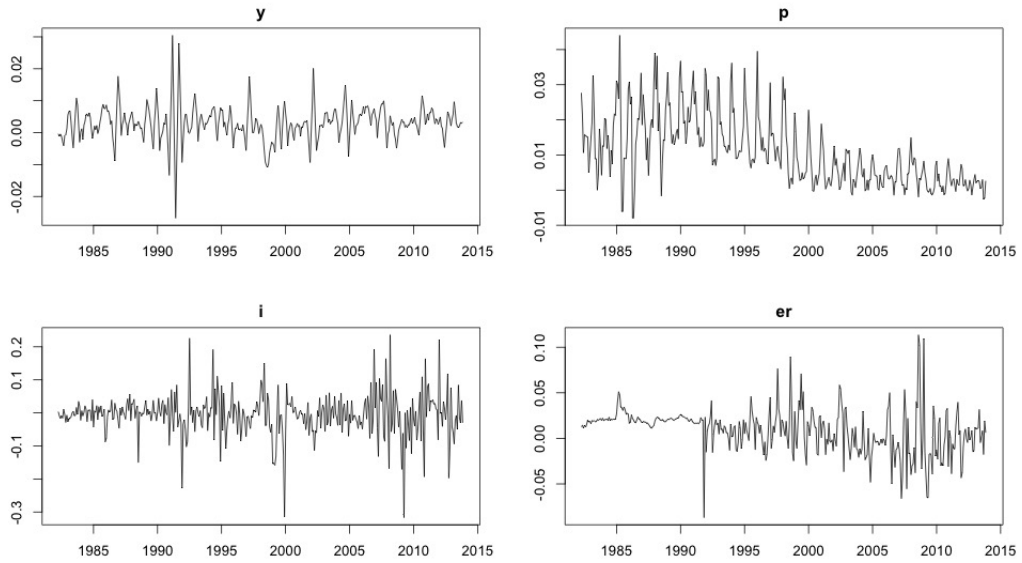


Gráfico 18: Retornos de los datos utilizados para Colombia.

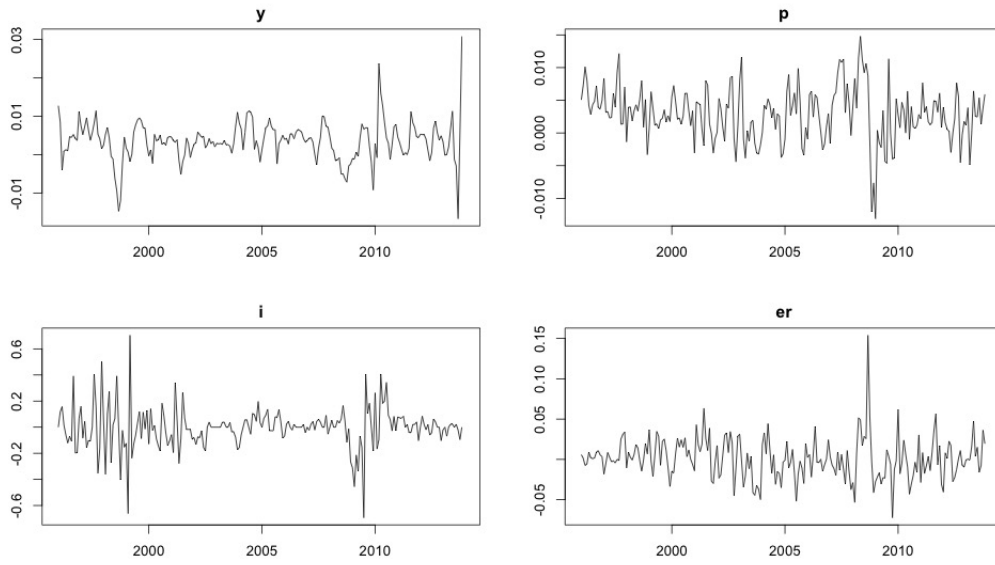


Gráfico 19: Retornos de los datos utilizados para Chile.

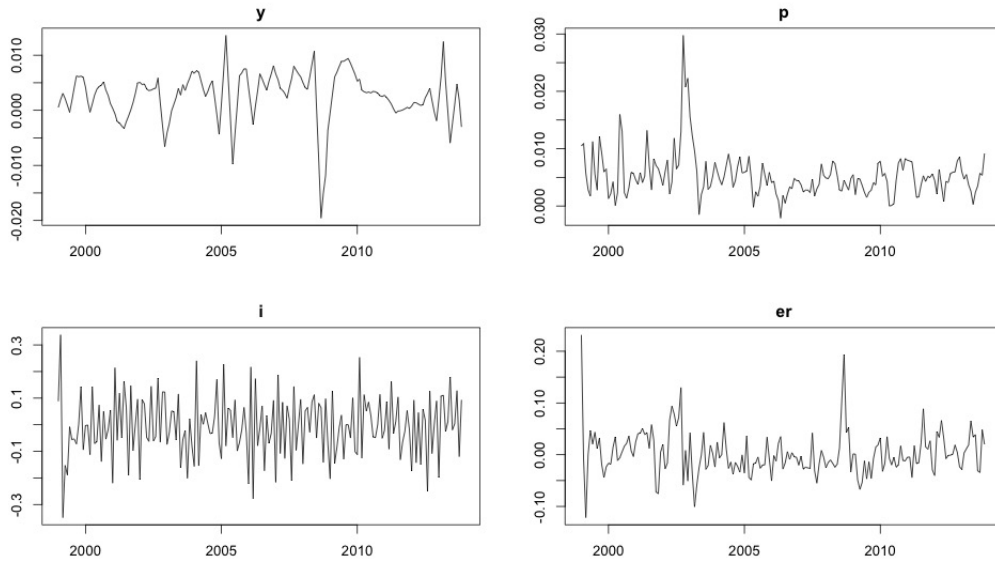


Gráfico 20: Retornos de los datos utilizados para Brasil.

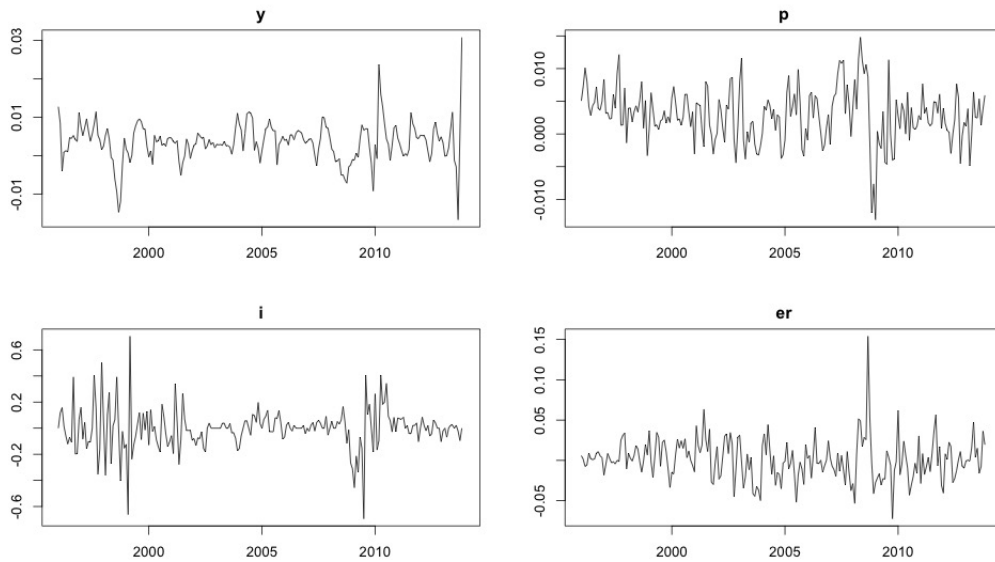


Gráfico 21: Retornos de los datos utilizados para Perú.

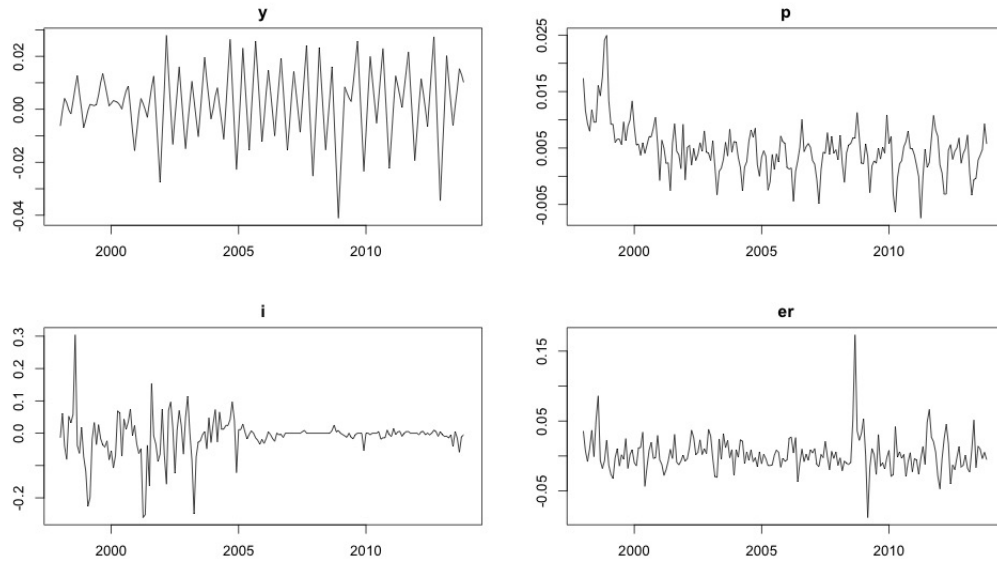


Gráfico 22: Retornos de los datos utilizados para México.

B. Pruebas estadísticas de los modelos

En lo sucesivo los códigos COL, CH, BR, PE, MX corresponden respectivamente a Colombia, Chile, Brasil, Perú y México.

B.1. Especificación de los modelos

Cuadro 6: Pruebas de raíz unitaria de los modelos

País	Variable	ADF	KPSS	ZA
COL	y	I(1)	I(1)	I(0)
	p	I(0)	I(1)	I(1)
	i	I(1)	I(1)	I(1)
	er	I(0)	I(1)	I(1)
CH	y	I(1)	I(1)	I(1)
	p	I(1)	I(1)	I(1)
	i	I(1)	I(1)	I(1)
	er	I(1)	I(1)	I(1)
BR	y	I(1)	I(1)	I(0)
	p	I(1)	I(1)	I(0)
	i	I(1)	I(1)	I(1)
	er	I(1)	I(1)	I(1)
PE	y	I(1)	I(1)	I(1)
	p	I(0)	I(1)	I(0)
	i	I(1)	I(1)	I(1)
	er	I(1)	I(1)	I(1)
MX	y	I(1)	I(1)	I(0)
	p	I(0)	I(1)	I(0)
	i	I(1)	I(1)	I(1)
	er	I(1)	I(1)	I(0)

Las pruebas se realizan con un nivel de confianza 5%. los rezagos para las pruebas ADF y ZA se fijan con base en el criterio BIC, los rezagos para la prueba KPSS se determinan como $\sqrt[4]{4 \times \left(\frac{n}{100}\right)}$

Cuadro 7: Pruebas de cointegración

Test de la traza			
País	Rango	Traza	P-Value
COL	2	13.378	0.222
CH	1	38.532	0.020
BR	2	10.572	0.434
PE	2	17.595	0.063
MX	3	6.216	0.013

Cuadro 8: Prueba de Causalidad en Varianza previa a la modelación del MGARCH

Pruebas de Causalidad en Varianza (p-value)			
País	HH	NT	NT(ajust)
COL	0.000	0.000	0.044
CH	0.000	0.000	0.000
BR	0.000	0.000	0.057
PE	0.192	0.123	0.621
MX	0.002	0.218	0.546

Cuadro 9: Prueba de Causalidad en Varianza posterior a la modelación del MGARCH

Pruebas de Causalidad en Varianza (p-value)			
País	HH	NT	NT(ajust)
COL	0.836	0.676	0.313
CH	0.335	0.006	0.068
BR	0.000	0.007	0.704
PE	0.024	0.134	0.237
MX	0.057	0.500	0.618

B.2. Pruebas de los residuales

Cuadro 10: Pruebas de efectos ARCH (previas a la modelación de la varianza condicional)

País	Variable	LM(1)	LM(2)	LM(4)	Efectos GARCH multivariados
COL	y	0.000	0.000	0.000	Estadístico=854.6 gl=500 p.value=0.000
	p	0.452	0.002	0.013	
	i	0.766	0.003	0.013	
	er	0.000	0.000	0.000	
CH	y	0.000	0.000	0.000	Estadístico=745.8 gl=500 p.value=0.000
	p	0.421	0.657	0.828	
	i	0.079	0.154	0.297	
	er	0.545	0.827	0.980	
BR	y	0.004	0.013	0.005	Estadístico=625.8 gl=500 p.value=0.000
	p	0.800	0.352	0.386	
	i	0.529	0.535	0.647	
	er	0.083	0.213	0.423	
PE	y	0.000	0.000	0.000	Estadístico=680.5 gl=500 p.value=0.000
	p	0.201	0.328	0.538	
	i	0.574	0.843	0.785	
	er	0.000	0.000	0.000	
MX	y	0.049	0.091	0.194	Estadístico=607.7 gl=500 p.value=0.000
	p	0.488	0.065	0.568	
	i	0.900	0.035	0.126	
	er	0.975	0.941	0.673	

La prueba multivariada está basada en Doornik y Hendry [1997], al respecto ver Lutkepohl [2005] página 576.

Cuadro 11: Pruebas de efectos ARCH (posteriores a la modelación de la varianza condicional)

País	Variable	LM(1)	LM(2)	LM(4)	Efectos GARCH multivariados
COL	y	0.619	0.878	0.612	Estadístico=471.1 gl=500 p.value=0.819
	p	0.984	0.424	0.572	
	i	0.655	0.340	0.505	
	er	0.929	0.942	0.935	
CH	y	0.550	0.763	0.735	Estadístico=503.8 gl=500 p.value=0.444
	p	0.574	0.851	0.774	
	i	0.665	0.551	0.800	
	er	0.448	0.724	0.958	
BR	y	0.464	0.539	0.226	Estadístico=547.0 gl=500 p.value=0.072
	p	0.789	0.834	0.786	
	i	0.853	0.947	0.969	
	er	0.541	0.734	0.942	
PE	y	0.341	0.477	0.716	Estadístico=512.83 gl=500 p.value=0.336
	p	0.231	0.493	0.687	
	i	0.434	0.725	0.719	
	er	0.619	0.848	0.930	
MX	y	0.713	0.926	0.855	Estadístico=522.5 gl=500 p.value=0.235
	p	0.348	0.305	0.812	
	i	0.454	0.031	0.133	
	er	0.839	0.976	0.828	

Cuadro 12: Pruebas multivariadas de Correlación de los residuales de los modelos SVAR

Prueba	Rezagos	COL	CH	BR	PE	MX
LM	1	0.349	0.053	0.980	0.178	0.139
	3	0.141	0.184	0.627	0.025	0.263
Portmanteau	24	0.093	0.103	0.104	0.105	0.073
	36	0.050	0.605	0.474	0.173	0.216
	48	0.188	0.837	0.933	0.579	0.757

Cuadro 13: Pruebas multivariadas de Correlación para los residuales del modelo de volatilidades

Prueba	Rezagos	COL	CH	BR	PE	MX
LM	2	0.450	0.914	0.788	0.110	0.438
	3	0.028	0.271	0.104	0.789	0.682
	12	0.304	0.067	0.759	0.157	0.781
	24	0.280	0.372	0.596	0.749	0.156
	36	0.371	0.005	0.298	0.057	0.312
	48	0.171	0.517	0.904	0.776	0.104

Cuadro 14: Pruebas multivariadas de Correlación para los residuales del modelo de volatilidades entre países

Prueba	Rezagos	p-value
LM	1	0.158
	3	0.000
Portmanteau	24	0.300
	36	0.985
	48	1.000

C. Estimaciones de los modelos MGARCH

En esta sección se incluyen las estimaciones de las volatilidades condicionales para cada variable y posteriormente la volatilidad general del sistema de variables.

C.1. Matrices de Correlación condicional para cada país

Para los países en donde se obtuvo que las correlaciones condicionales son constantes se reporta la matriz de correlaciones de los modelos. En el caso en que el modelo sea dinámico se grafican las correlaciones en el periodo muestral.

$$R_{col} = \begin{bmatrix} 1 & -0.010 & -0.083 & -0.031 \\ -0.010 & 1 & 0.742 & 0.169 \\ -0.083 & 0.742 & 1 & 0.010 \\ -0.031 & 0.169 & 0.010 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{ch} = \begin{bmatrix} 1 & -0.029 & -0.205 & 0.034 \\ -0.029 & 1 & -0.639 & 0.237 \\ -0.205 & -0.639 & 1 & -0.137 \\ 0.034 & 0.237 & -0.137 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & -0.058 & -0.039 & -0.015 \\ -0.058 & 1 & -0.948 & -0.015 \\ -0.039 & -0.948 & 1 & 0.027 \\ -0.015 & -0.015 & 0.027 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{mx} = \begin{bmatrix} 1 & 0.012 & -0.322 & 0.016 \\ 0.012 & 1 & -0.862 & 0.025 \\ -0.322 & -0.862 & 1 & -0.122 \\ 0.016 & 0.025 & -0.122 & 1 \end{bmatrix}$$

Correlaciones condicionales dinámicas

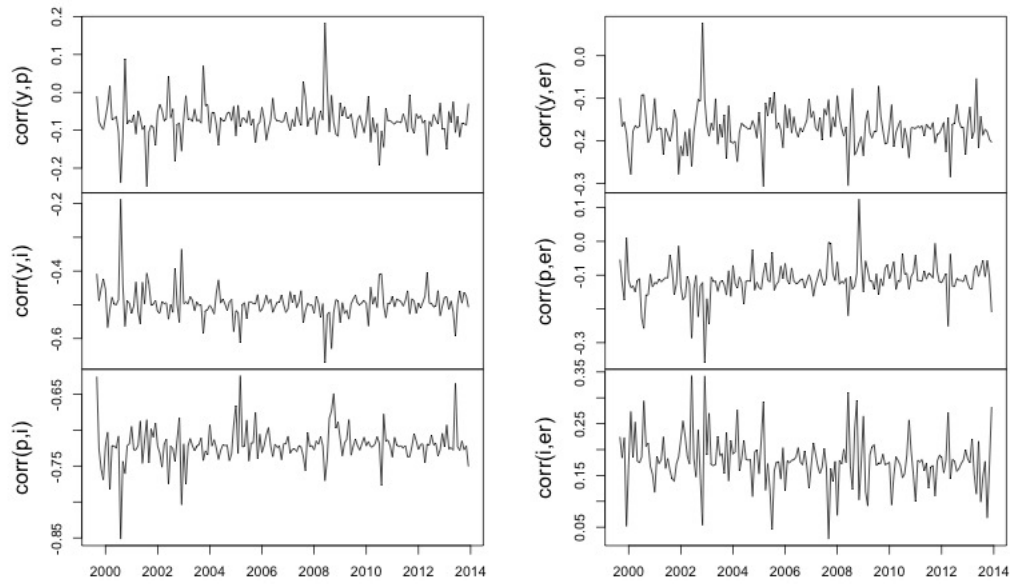


Gráfico 23: Correlaciones condicionales dinámicas para Brasil.

C.2. Volatilidades condicionales para cada variable

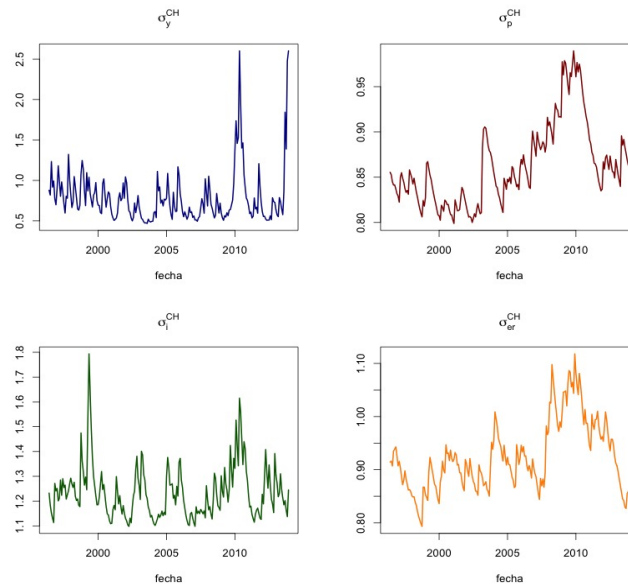


Gráfico 24: Volatilidades condicionales de las variables para Chile. Obtenidas como la desviación estándar condicional de las variables en los modelos GARCH considerados en la Estimación.

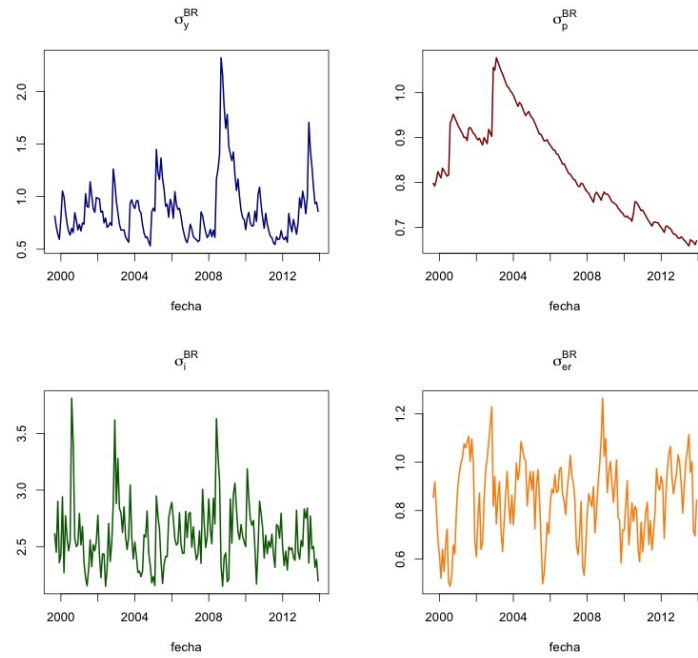


Gráfico 25: Volatilidades condicionales de las variables para Brasil. Obtenidas como la desviación estándar condicional de las variables en los modelos GARCH considerados en la Estimación.

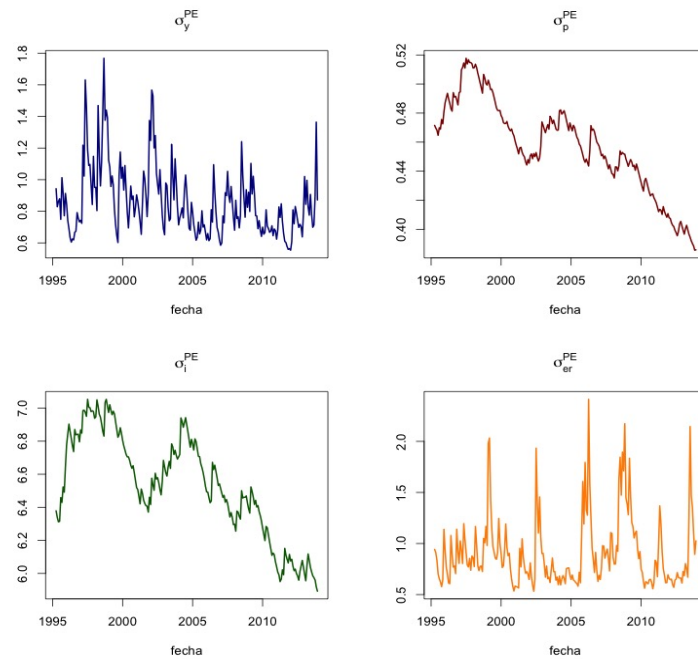


Gráfico 26: Volatilidades condicionales de las variables para Perú. Obtenidas como la desviación estándar condicional de las variables en los modelos GARCH considerados en la Estimación.

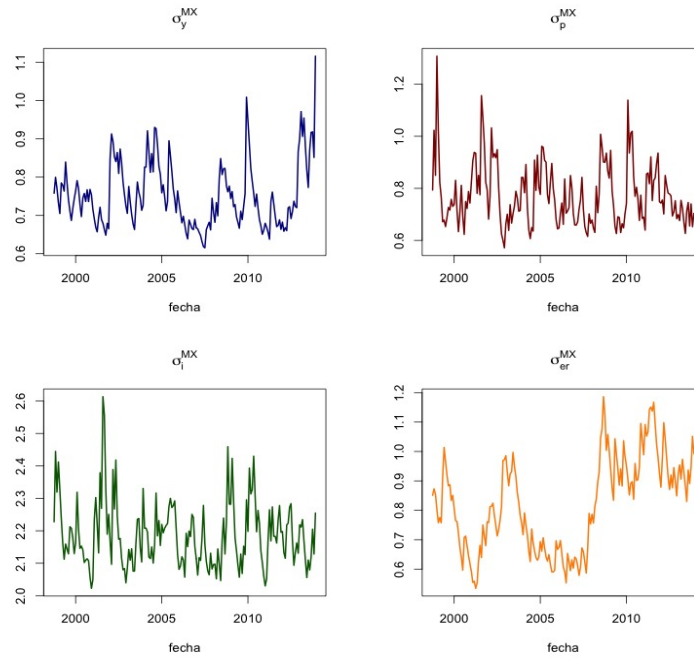


Gráfico 27: Volatilidades condicionales de las variables para México. Obtenidas como la desviación estándar condicional de las variables en los modelos GARCH considerados en la Estimación.

C.3. Volatilidad general de las variables macroeconómicas

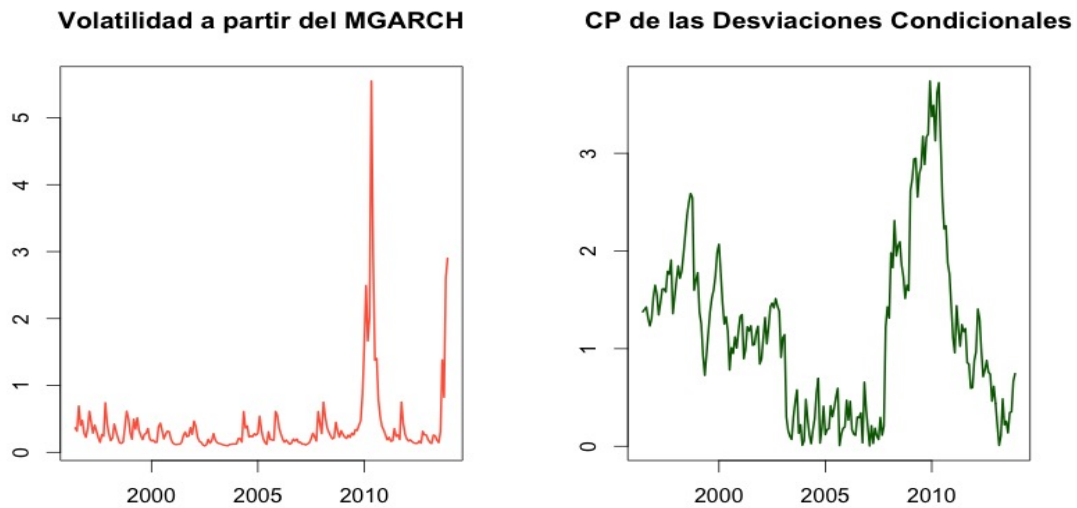


Gráfico 28: Volatilidad general del sistema de variables para Chile. A la izquierda se muestra la obtenida a partir del modelo MGARCH, a la derecha se muestra el primer componente principal de las desviaciones estándar condicionales para cada variable.

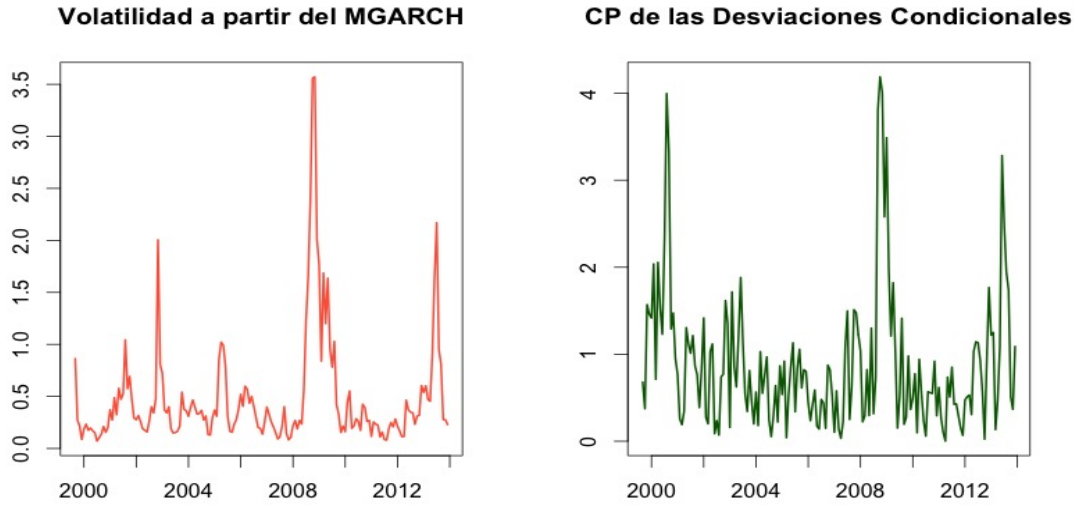


Gráfico 29: Volatilidad general del sistema de variables para Brasil. A la derecha se muestra la obtenida a partir del modelo MGARCH, a la derecha se muestra el primer componente principal de las desviaciones estándar condicionales para cada variable.

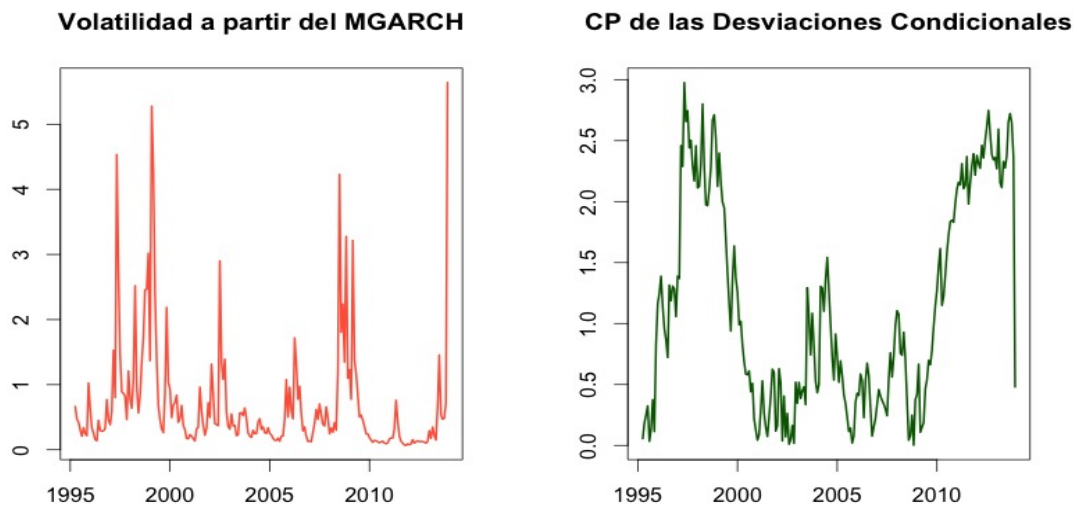


Gráfico 30: Volatilidad general del sistema de variables para Perú. A la derecha se muestra la obtenida a partir del modelo MGARCH, a la derecha se muestra el primer componente principal de las desviaciones estándar condicionales para cada variable.

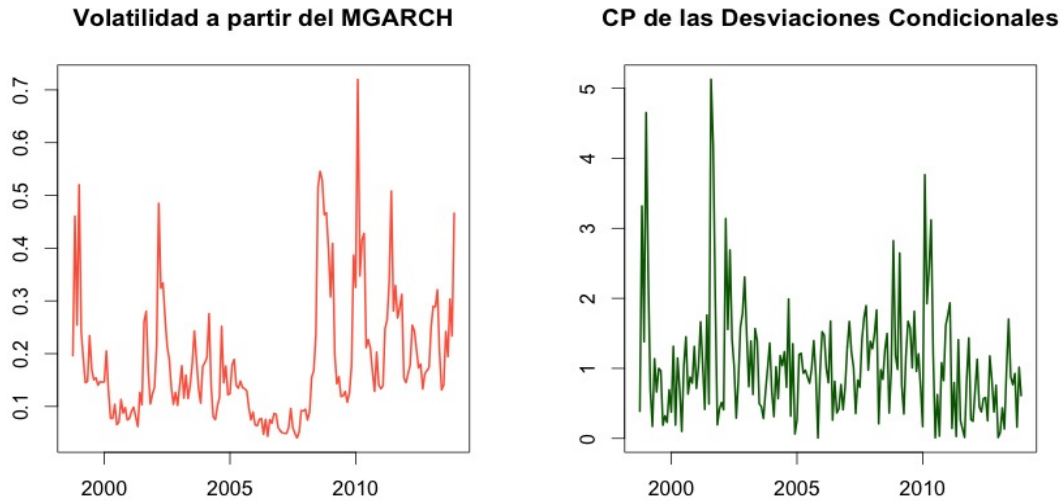


Gráfico 31: Volatilidad general del sistema de variables para México. A la derecha se muestra la obtenida a partir del modelo MGARCH, a la derecha se muestra el primer componente principal de las desviaciones estándar condicionales para cada variable.

D. Funciones de impulsos respuesta de los modelos

D.1. Respuesta de la media de las variables a choques en las innovaciones del SVAR

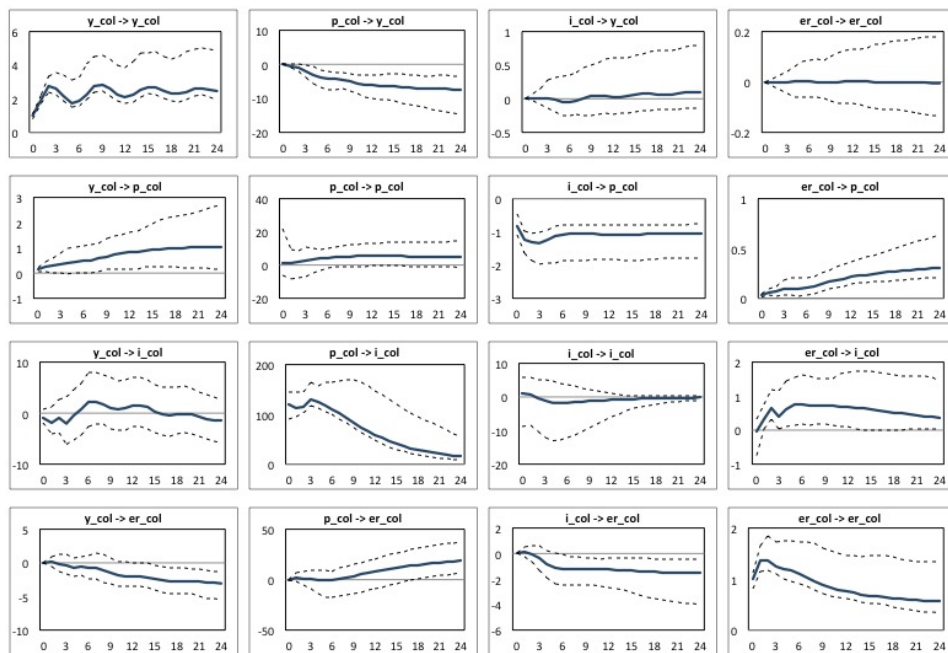


Gráfico 32: Funciones de Impulso Respuesta para el modelo de Colombia.

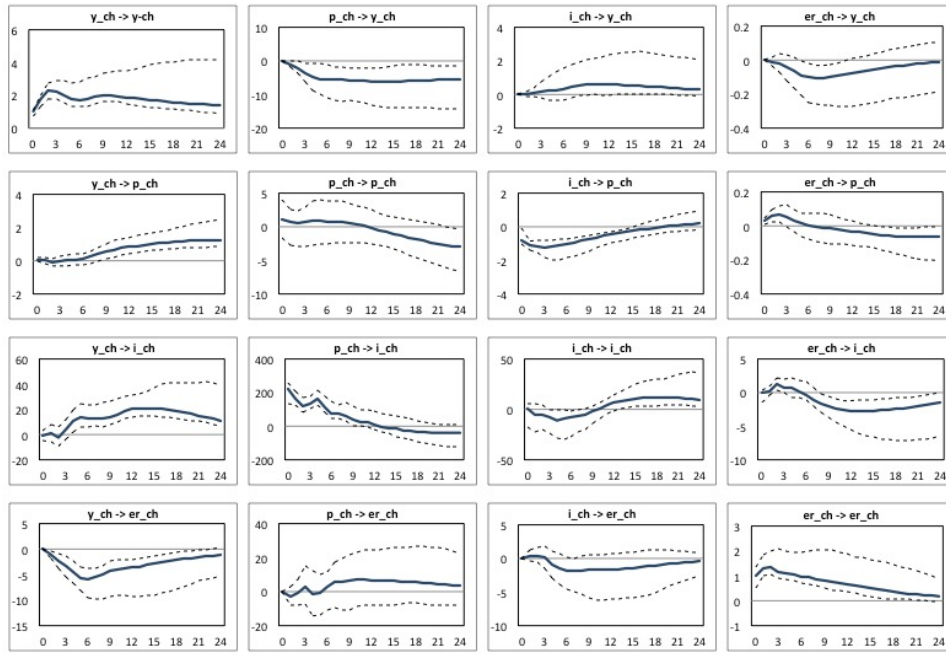


Gráfico 33: Funciones de Impulso Respuesta para el modelo de Chile.

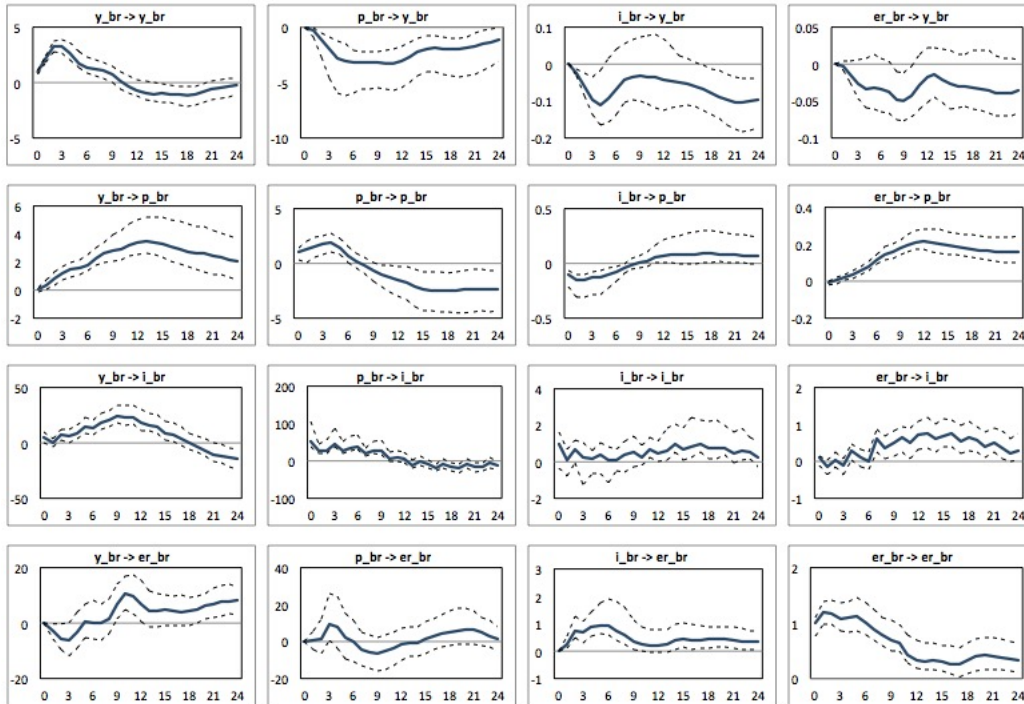


Gráfico 34: Funciones de Impulso Respuesta para el modelo de Brasil.

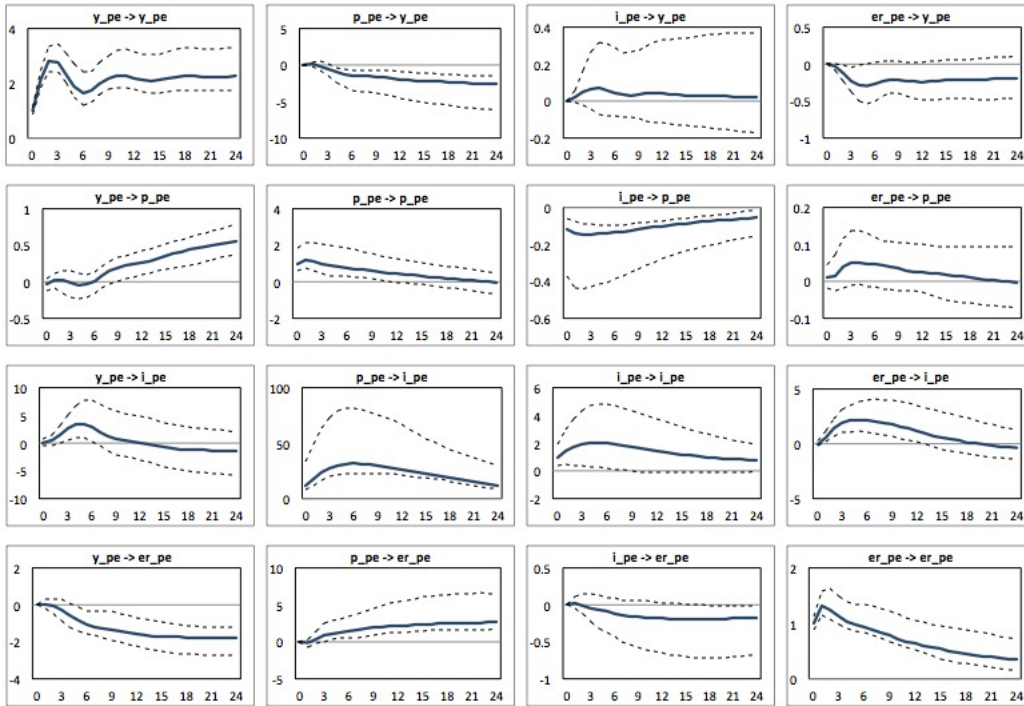


Gráfico 35: Funciones de Impulso Respuesta para el modelo de Perú.

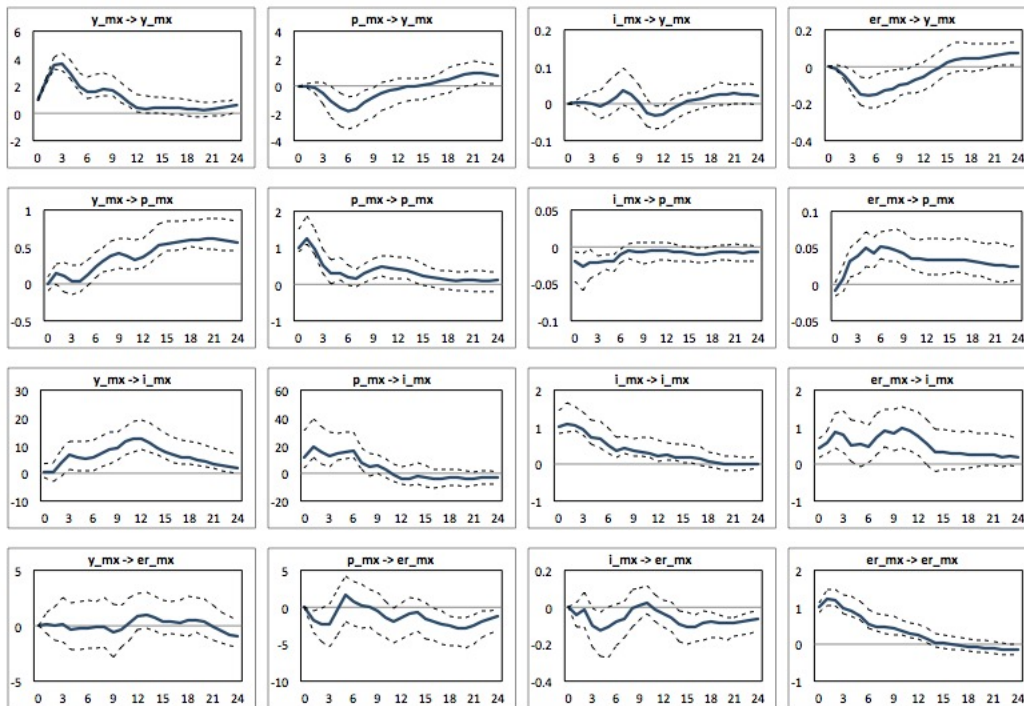


Gráfico 36: Funciones de Impulso Respuesta para el modelo de México.

D.2. Respuesta de las variables a choques en las volatilidades (Análisis de Multiplicadores)

A continuacion

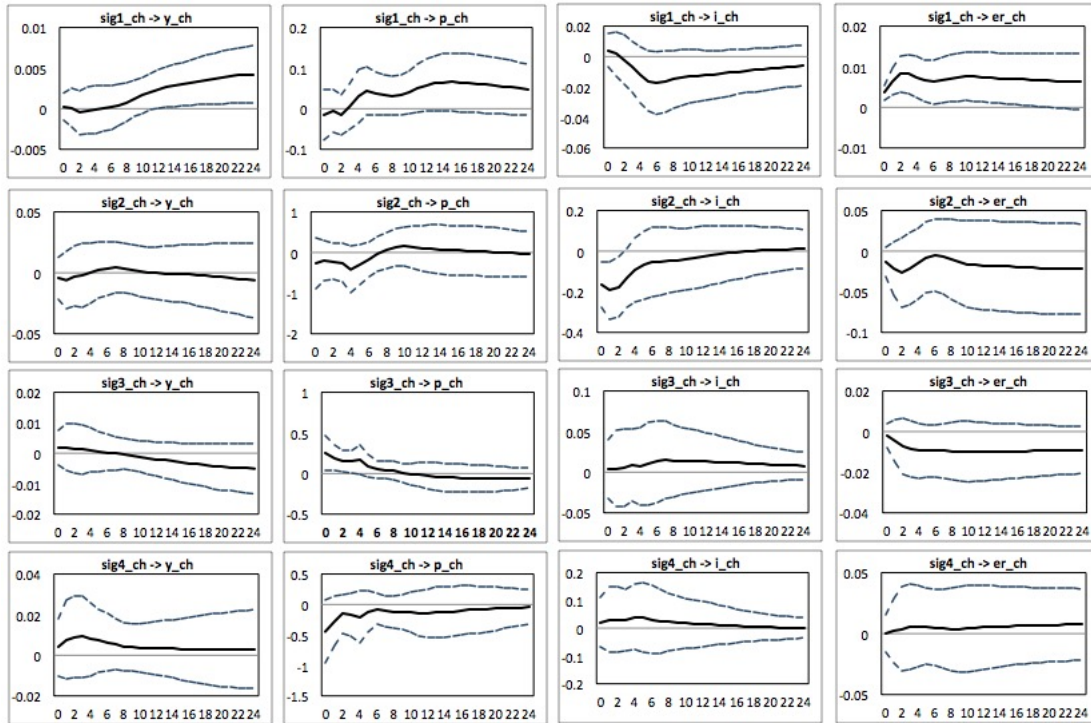


Gráfico 37: Análisis de Multiplicadores para el modelo de Chile.

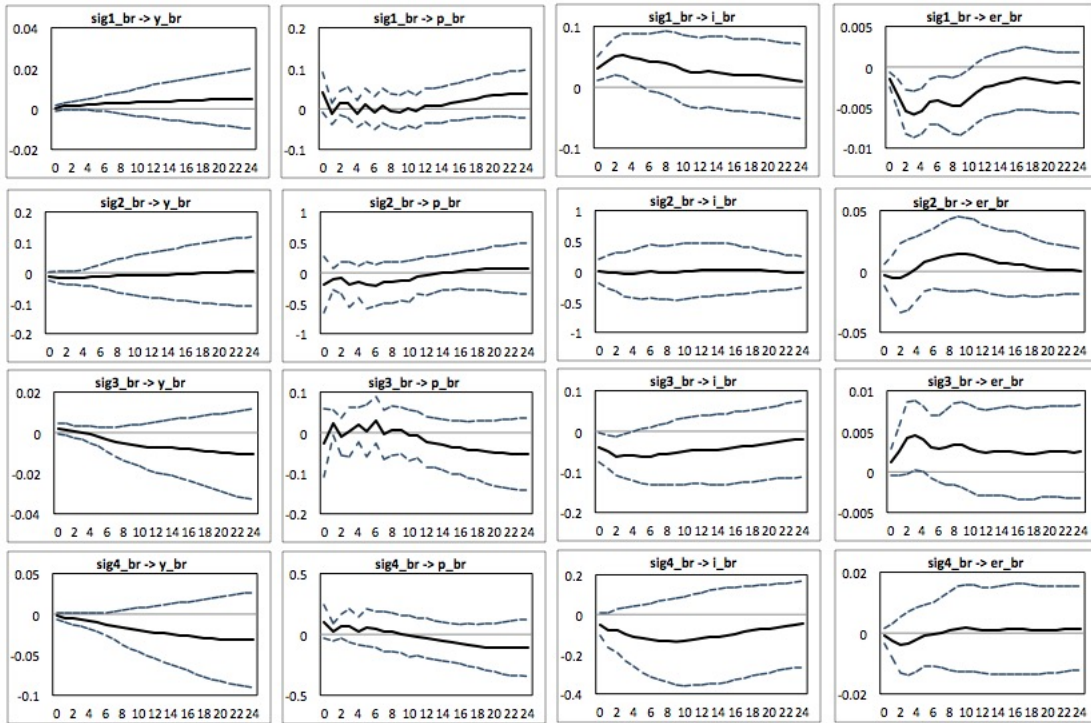


Gráfico 38: Análisis de Multiplicadores para el modelo de Brasil.

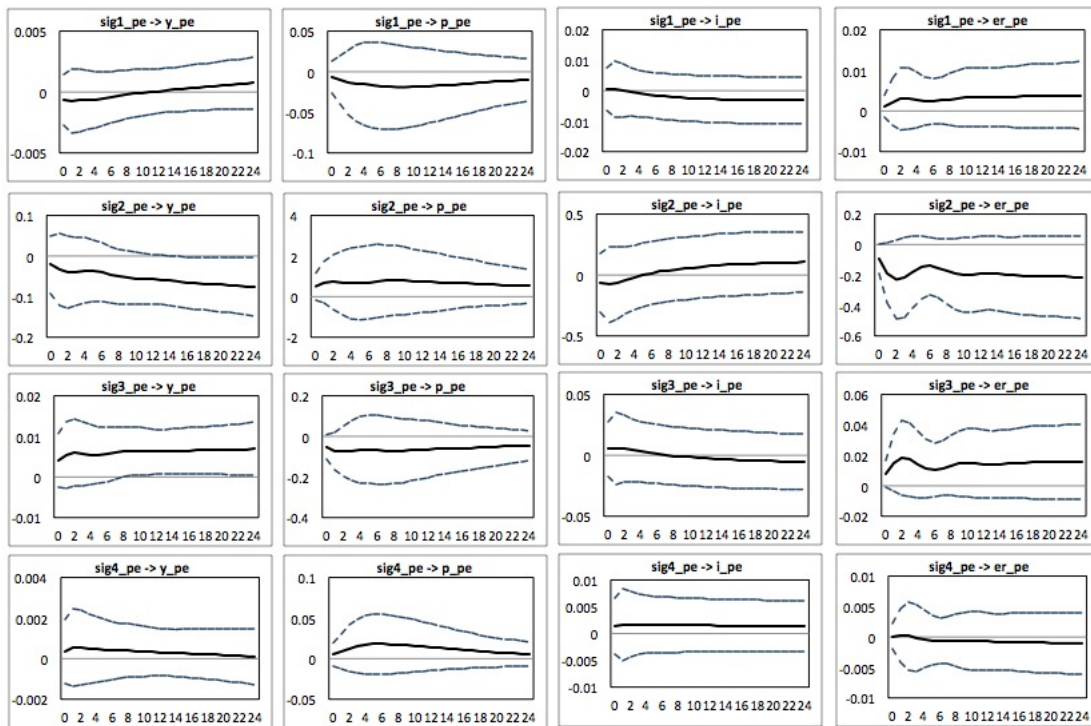


Gráfico 39: Análisis de Multiplicadores para el modelo de Perú.

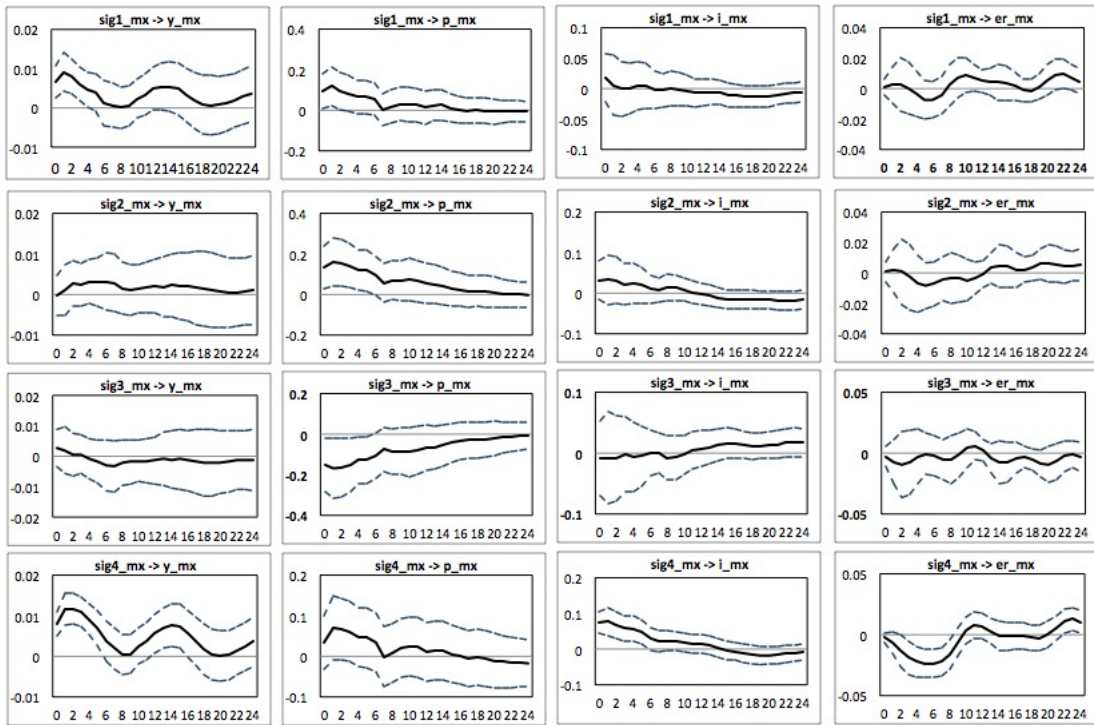


Gráfico 40: Análisis de Multiplicadores para el modelo de México.

D.3. Respuesta de las volatilidades ante choques en las volatilidades

En esta subsección se muestra la respuesta dinámica de las volatilidades ante choques en las desviaciones estandar condicionales de las variables.

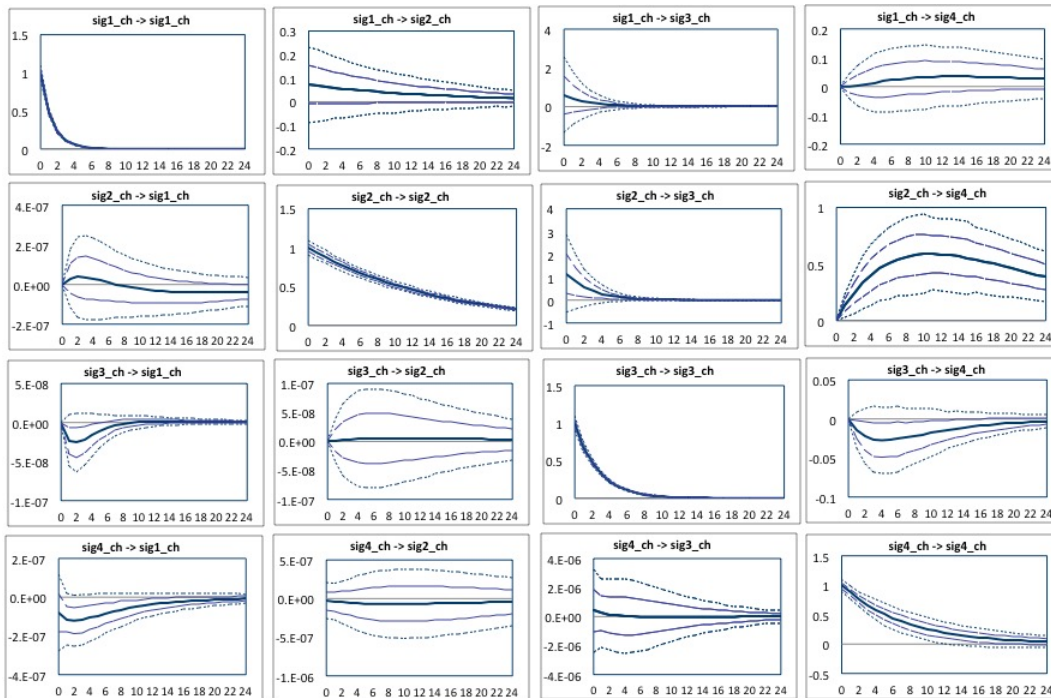


Gráfico 41: Funciones de Impulso Respuesta entre las volatilidades de las variables para Chile.

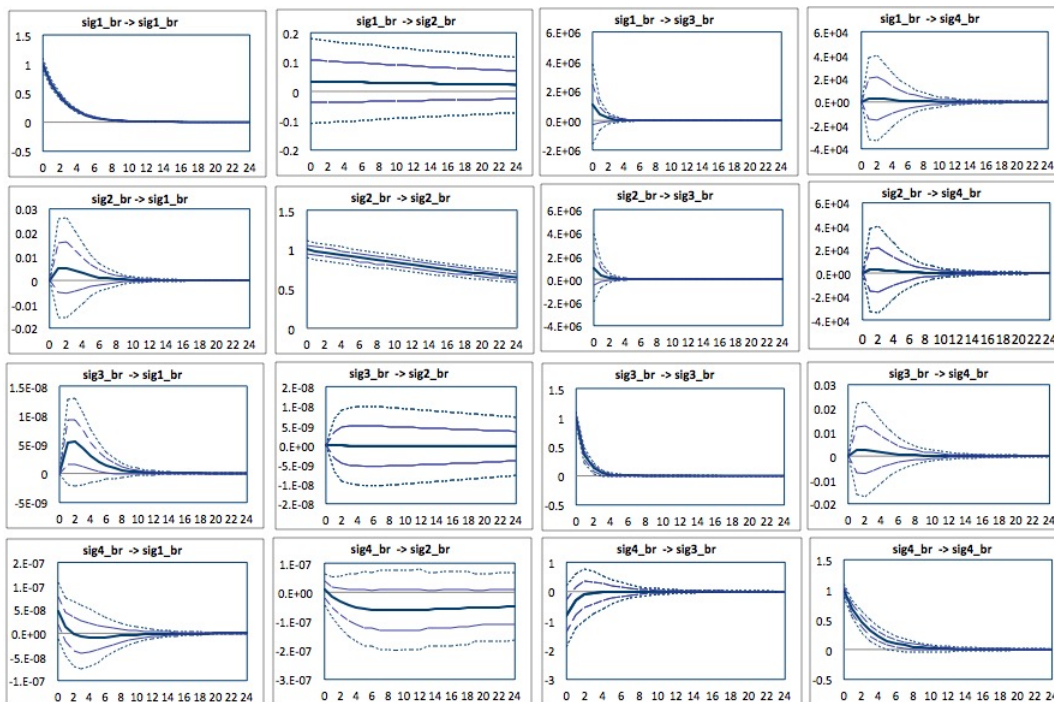


Gráfico 42: Funciones de Impulso Respuesta entre las volatilidades de las variables para Brasil.

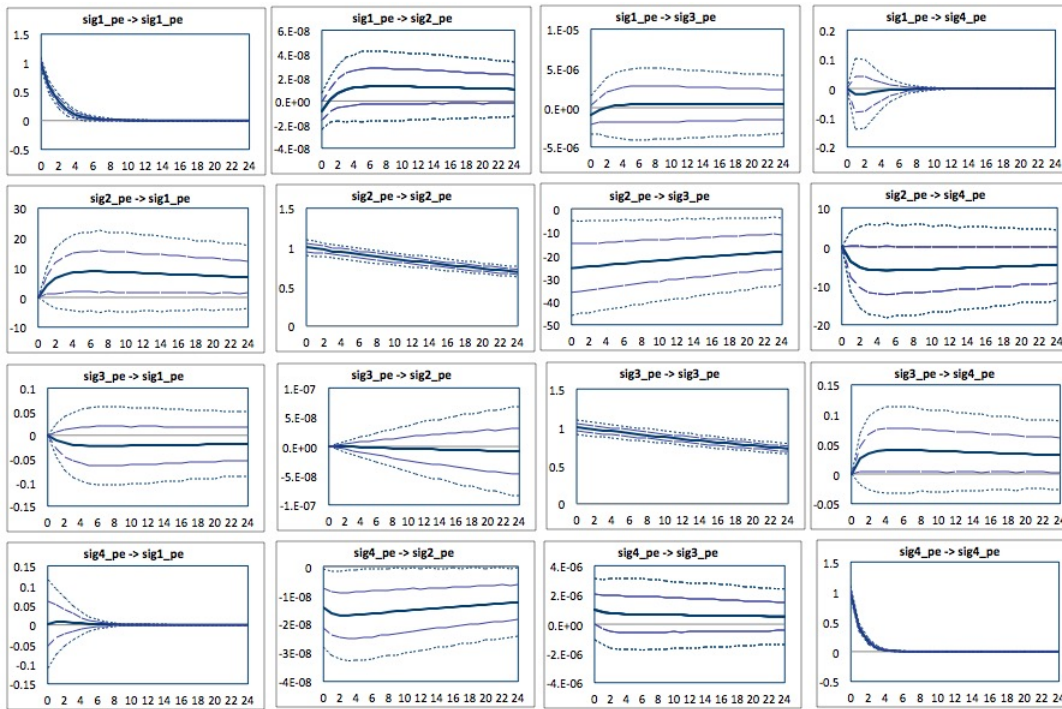


Gráfico 43: Funciones de Impulso Respuesta entre las volatilidades de las variables para Perú.

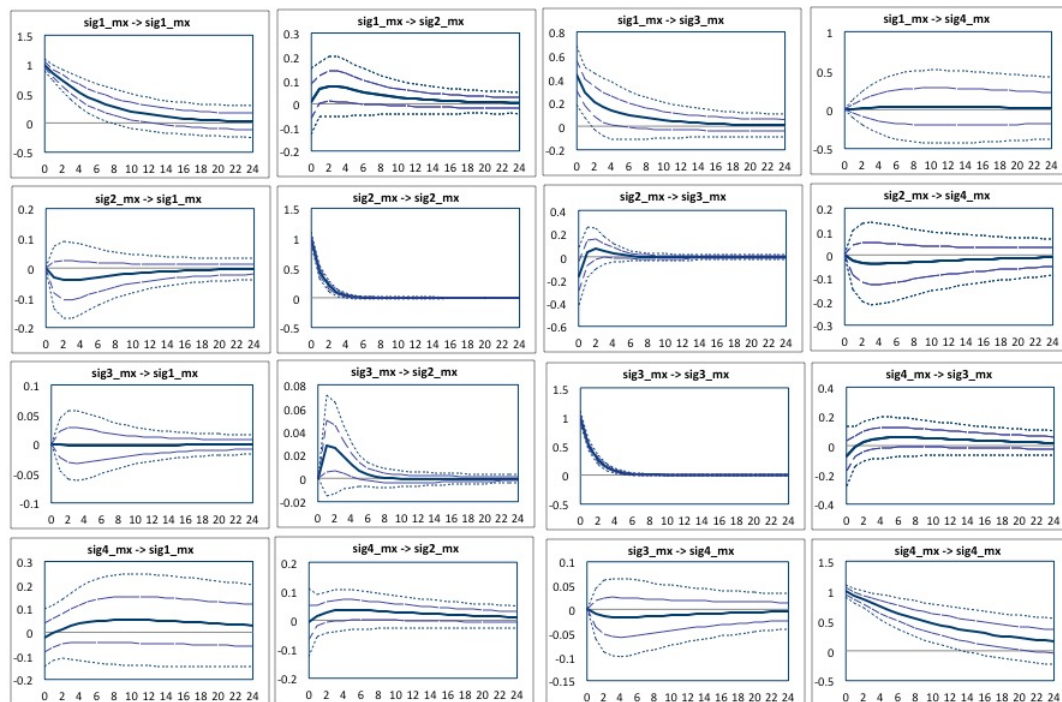


Gráfico 44: Funciones de Impulso Respuesta entre las volatilidades de las variables para México.