УДК 511.42

Оценки меры Хаара множеств p-адических чисел, в которых целочисленные полиномы имеют малую норму

М. А. Калугина (Беларусь, г. Минск)
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
e-mail: m.kalugina@bsuir.by
М. В. Ламчановская (Беларусь, г. Минск)
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
e-mail: lammv@mail.ru
Н. В. Шамукова (Беларусь, г. Минск)
Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь
e-mail: shamukova_n@mail.ru

Estimates for the Haar measure of the sets of p-adic numbers in which the integer polynomials have small norm

M. A. Kalugina (Belarus, Minsk)
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
e-mail: m.kalugina@bsuir.by
M. V. Lamchanovckaya (Belarus, Minsk)
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
e-mail: lammv@mail.ru
N. V. Shamukova(Belarus, Minsk)
University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus
e-mail: shamukova_n@mail.ru

В середине 60-х годов прошлого века В.Г. Спринджук [1] доказал гипотезу Малера [2] о мере множества действительных и комплексных чисел, а также ее аналог для поля p-адических чисел.

Далее будем использовать следующие обозначения, в которых $p \geqslant 2$ - фиксированное простое число. $\mathbb{Q}_p$ - поле p-адических чисел, $|\omega|_p$ - p-адическая норма $\omega \in \mathbb{Q}_p$, μS - мера Хаара множества $S \subset \mathbb{Q}_p$.

Пусть $L_n(Q, w) \in \mathbb{Q}_p$ и для натурального $Q > 1$ состоит из $\omega \in \mathbb{Q}_p$, для которых неравенство

$$|P(\omega)|_p < Q^{-w} \tag{1}$$

при $w > n+1$ выполняется для $P(\omega) \in \mathbb{Z}[\omega]$, а высота H многочлена P удовлетворяет условию $H = H(P) \leqslant Q$.

Спринджук В.Г. доказал, что $\mu L_n(Q, w) < Q^{-\epsilon_1}$, если $w = n + \epsilon$ и $\epsilon_1(\epsilon) \to 0$ при $\epsilon \to 0$. Приведем более общий результат.

Теорема 1. *При $n + 1 < w < n + 2$ справедливо неравенство*

$$\mu L_n(Q, w) < c(n)Q^{-w-n-1}. \tag{2}$$

Доказательство использует метод Спринджука, одну лемму В.И. Берника [3], классификацию целочисленных полиномов по взаимному расположению корней и отдельно доказанную лемму о разрешимости (1) для приводимых полиномов.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спринджук В. Г. Проблема Малера в метрической теории чисел. — Минск: Наука и техника, 1967. 182 с.

2. Mahler K. Uber das Mass der Menge aller S-Zahlen. — Mathematishe Annalen. 1932. Vol. 106, no .1, pp. 131-139.

3. Берник В. И. О точном порядке приближения нуля значениями целочисленных многочленов. — Acta Arithmetica. 1989. Т. 53, с. 17-28.
