

# SIMULASI GRAF FUZZY DALAM MENYELESAIKAN MASALAH PENJADWALAN TUGAS

## *FUZZY GRAPH SIMULATION FOR SOLVING TASK SCHEDULING PROBLEMS*

Putri Mardiatul Salam<sup>1§</sup>, Budi Rudianto<sup>2</sup>, Radhiatul Husna<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universitas Andalas [Email: [putrimardiatulsalam@gmail.com](mailto:putrimardiatulsalam@gmail.com)]

<sup>2</sup>Universitas Andalas [Email: [budialbarqy@fmipa.unand.ac.id](mailto:budialbarqy@fmipa.unand.ac.id)]

<sup>3</sup>Universitas Andalas [Email: [husna\\_math@yahoo.com](mailto:husna_math@yahoo.com)]

<sup>§</sup>Corresponding Author

Received Oct 01<sup>st</sup> 2021; Accepted Nov 19<sup>th</sup> 2021; Published Dec 01<sup>st</sup> 2021;

### Abstrak

Penjadwalan diperlukan untuk merencanakan aktivitas yang akan dilakukan. Salah satu metode yang digunakan adalah graf fuzzy. Metode ini mempertimbangkan keterbatasan-keterbatasan sumber daya sehingga mempunyai penyelesaian yang fleksibel dalam menentukan jumlah interval waktu dalam penjadwalan. Dalam penelitian ini, ditemukan waktu total minimum penyelesaian 20 tugas pada satu mesin setara dengan menemukan jumlah kromatik fuzzy. Konsep menemukan jumlah kromatik fuzzy didapatkan dari k-pewarnaan fuzzy pada graf fuzzy atau disebut juga dengan bilangan kromatik berukuran “k”. Hasil yang diperoleh pada penelitian ini adalah 3-pewarnaan fuzzy yang mengakibatkan terbentuknya 3 jadwal pengerjaan tugas sehingga waktu total minimum penyelesaian 20 tugas adalah 18 jam.

**Kata Kunci:** Graf fuzzy, bilangan kromatik, k-pewarnaan fuzzy, jumlah kromatik fuzzy

### Abstract

Scheduling is needed to plan activities to be carried out. One of the methods used is a fuzzy graph. This method considers resource limitations so that it has a flexible solution in determining the number of time intervals in scheduling. In this research, it is found that the minimum total time of completion of 20 tasks on single machine is equivalent to finding the fuzzy chromatic sum. The concept of finding the fuzzy chromatic sum is obtained from the k-fuzzy coloring of the fuzzy graph also known as the “k” chromatic number. The results obtained in this research is 3-fuzzy coloring which results in the formation of 3 work schedules so that the minimum total time for completing 20 tasks is 18 hours.

**Keywords:** Fuzzy graph, chromatic number, k-fuzzy colouring, chromatic fuzzy sum

## 1. Pendahuluan

Penjadwalan adalah suatu perencanaan aktivitas dengan tujuan mengoptimalkan pengerjaan aktivitas[4]. Masalah penjadwalan yang biasa terjadi adalah keterbatasan sumber daya seperti lamanya proses menyelesaikan

beberapa tugas yang dikerjakan bersama oleh satu mesin. Suatu penjadwalan dapat dikatakan optimal dan efektif jika tidak terjadi benturan antar komponen dalam penjadwalan dan memiliki jumlah periode penjadwalan minimum [14].

Graf fuzzy merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah penjadwalan. Graf fuzzy merupakan suatu graf yang didasari oleh himpunan fuzzy. Suatu graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan titik dan himpuna sisi [3]. Sedangkan himpunan fuzzy didefinisikan sebagai kumpulan suatu objek yang memiliki nilai keanggotaan yang terletak pada selang tutup  $(0,1)$  [15].

Konsep penting graf fuzzy adalah pewarnaan titik pada graf fuzzy. Pewarnaan titik dari graf fuzzy  $\hat{G}$  adalah pemetaan  $f : V(\hat{G}) \rightarrow N$  dimana  $N$  adalah himpunan bilangan asli, sedemikian sehingga titik yang bertetangga diberi warna berbeda [10]. Banyaknya pewarnaan pada titik-titik di graf fuzzy  $\hat{G}$  akan menghasilkan suatu bilangan kromatik terkecil berukuran “ $k$ ”, dimana “ $k$ ” merupakan bilangan asli [5]. Pada konsep ini, bilangan kromatik graf fuzzy akan digunakan untuk menemukan jumlah kromatik fuzzy.

Pada penelitian ini, masalah penjadwalan 20 tugas yang harus dikerjakan oleh satu mesin. Selanjutnya ditentukan waktu total minimum penyelesaian semua tugas oleh satu mesin yang setara dengan menemukan jumlah kromatik fuzzy dari graf fuzzy yang dimodelkan.

## 2. Graf Fuzzy

**Definisi 1 [10]** Misalkan  $V$  adalah himpunan titik berhingga dan tak kosong. Suatu triple  $\hat{G} = V, \sigma, \mu$  adalah graf fuzzy yang berisikan  $V$  dimana  $\sigma$  dan  $\mu$  adalah himpunan fuzzy di  $V$  dan  $E$ , sedemikian sehingga

$$\mu(u, v) \leq \min\{\sigma(u), \sigma(v)\}, \forall u, v \in V, (u, v) \in E,$$

dimana  $\sigma(u), \sigma(v)$  adalah nilai dari fungsi  $\sigma$  berturut-turut pada titik  $u$  dan  $v$ , dan  $\mu(u, v)$  adalah nilai dari fungsi  $\mu$  pada sisi  $e = (u, v)$ .

**Definisi 2 [10]** Suatu sisi  $e = (u, v)$  dari  $\hat{G}$  dikatakan berhubungan kuat jika  $u$  dan  $v$  saling bertetangga. Sebaliknya berhubungan lemah jika  $u$  dan  $v$  tidak bertetangga.

**Definisi 3 [13]** Misalkan  $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k\}$  adalah keluarga himpunan fuzzy berhingga di  $V$ . Suatu himpunan fuzzy  $\Gamma$  di  $V$  didefinisikan  $\Lambda\Gamma(v) = \max\gamma_i(v)$ . Suatu  $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k\}$  dikatakan  $k$ -pewarnaan fuzzy dari  $\hat{G} = V, \sigma, \mu$  jika memenuhi:

1.  $\Lambda\Gamma(v) = \sigma(v), \forall u \in V,$
2.  $\min\{\gamma_i(u), \gamma_j(u) | 1 \leq i \neq j \leq k\} = 0, \forall u \in V,$
3.  $\forall u \in V$  yang berhubungan kuat,  $\min\{\gamma_i(u), \gamma_i(v) | 1 \leq i \leq k\} = 0.$

**Definisi 4 [10]** Bilangan kromatik suatu graf fuzzy  $\hat{G} = V, \sigma, \mu$  adalah bilangan asli  $k$  terkecil sedemikian sehingga graf fuzzy  $\hat{G} = V, \sigma, \mu$  memiliki  $k$ -pewarnaan fuzzy. Bilangan kromatik pada graf fuzzy  $\hat{G} = V, \sigma, \mu$  dilambangkan dengan  $\chi^f(\hat{G})$ .

**Definisi 5 [13]** Untuk suatu  $k$ -pewarnaan fuzzy  $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k\}$  dari graf fuzzy  $\hat{G}$  maka jumlah kromatik fuzzy  $\Gamma$  dari  $\hat{G}$  yang dinotasikan  $\Sigma_\Gamma(\hat{G})$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\Sigma_\Gamma(\hat{G}) = 1 \sum_{v_i \in C_1} \theta_1(v_i) + 2 \sum_{v_i \in C_2} \theta_2(v_i) + \dots + k \sum_{v_i \in C_k} \theta_k(v_k)$$

dimana  $C_i = \text{support}$  dari  $\gamma_i$  dan  $\theta_i(v_i) = \max\{\sigma(v_i) + \mu(v_i, v_j) | v_j \in C_i\}$ .

**Definisi 6 [13]** Jumlah kromatik fuzzy dari  $\hat{G}$  ditulis dengan  $\Sigma \hat{G}$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\Sigma \hat{G} = \min \left( \sum_{\Gamma} (\hat{G}) \mid \Gamma \text{ adalah pewarnaan fuzzy} \right)$$

Banyaknya pewarnaan fuzzy di  $\hat{G}$  berhingga dan terdapat sebuah  $\Gamma_0$  yang disebut pewarnaan minimum fuzzy dari suatu pewarnaan graf fuzzy  $\hat{G}$  demikian sehingga  $\Sigma \hat{G} = \sum_{\Gamma_0} \hat{G}$ .

Adapun teorema terkait dengan materi pada artikel ini.

**Teorema 1 [4]** Misalkan  $\hat{G}$  adalah sebuah graf fuzzy dan  $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k\}$  adalah jumlah pewarnaan fuzzy minimum dari  $\hat{G}$ , maka

$$\sum_{v_i \in C_1} \theta_1(v_i) \geq \sum_{v_i \in C_2} \theta_2(v_i) \geq \dots \geq \sum_{v_i \in C_k} \theta_k(v_k).$$

Teorema ini digunakan untuk menemukan jumlah kromatik minimum dimana jumlah kromatik fuzzy  $\Gamma$  untuk  $\gamma_1$  adalah  $\sum_{v_i \in C_1} \theta_1(v_i)$  merupakan jumlah kromatik fuzzy terbesar. Jumlah kromatik selanjutnya akan bernilai sama atau lebih kecil. Oleh karena itu akan diperoleh jumlah kromatik fuzzy minimum.

### Algoritma Baris

Algoritma baris merupakan salah satu algoritma yang dapat digunakan untuk pewarnaan graf pada Matlab. Algoritma baris dikonstruksikan berdasarkan derajat terbesar pada pada graf dengan derajat simpul berbeda akan menghasilkan pewarnaan yang minimum atau sama dengan bilangan kromatik graf yang dimodelkan [11]. Langkah-langkah algoritma baris sebagai berikut:

1. Menginput titik sebanyak n,

2. Menginput nilai sisi yaitu satu jika titik-titik bersisian, nol jika titik-titik tidak bersisian sehingga membentuk matriks  $r$ ,
3. Membentuk matriks  $b$  dengan mengurutkan matriks  $r$  berdasarkan kolom  $n + 1$ ,
4. Membentuk vektor nol,
5. Urutkan derajat semua n titik dalam graf  $\hat{G}$  sedemikian sehingga diperoleh barisan titik  $K = p_1, p_2, \dots, p_n$  dimana  $d(p_i) \geq d(p_{i+1})$ ,
6. Pilih  $i = 1$ ,
7. Titik  $i$  diwarnai dengan  $c = 1$ ,
8. Susun warna titik yang bertetangga dengan  $p_i$  urutan orde naik atau disebut  $L_i$ ,
9. Jika  $c$  tidak muncul dalam  $L_i$  maka tandai titik  $p_i$  dengan warna  $c$ , kemudian ke langkah 11, jika tidak lanjutkan,
10. Warna  $c$  ditambahkan menjadi  $c = c + 1$ , kemudian kembali ke langkah 9,
11. Untuk  $i$  selanjutnya, jika  $i < n$  maka  $i = i + 1$  dan kembali ke langkah 7. Jika tidak berhenti,
12. Tampilan output berupa banyak pewarnaan minimum.

Adapun langkah-langkah simulasi yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Tetapkan banyak tugas yang akan dilakukan suatu mesin, jumlah waktu yang digunakan mesin untuk setiap tugas dan nilai konflik untuk tugas yang terikat.

2. Definisikan secara matematik fungsi  $\sigma(v_i)$  yang menyatakan jumlah waktu yang digunakan mesin untuk melaksanakan tugas.
3. Definisikan secara matematik fungsi  $\mu(v_i, v_j)$  yang menyatakan ukuran konflik antar tugas.
4. Konstruksikan graf fuzzy untuk masalah.
5. Tentukan banyaknya pewarnaan atau bilangan kromatik  $(\chi^f)$  untuk  $n$ -tugas dengan menggunakan algoritma baris pada Matlab.
6. Konstruksikan keluarga himpunan fuzzy  $\Gamma_k$ , kemudian konstruksi table k-pewarnaan fuzzy. Setelah itu, ditemukan jumlah kromatik fuzzy  $\Sigma(\hat{G})$ .
7. Ulangi langkah (6) pada keluarga himpunan  $\Gamma_k$  lainnya.
8. Tentukan batas bawah dari jumlah fuzzy kromatik  $\Sigma(\hat{G})$  antara  $w\sqrt{8e}$  dan  $\frac{3}{4}[(\chi^f(\hat{G}) + 1)h(\sigma)|V|]$ .
9. Didapatkan hasil, kemudian tarik kesimpulan.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Masalah penjadwalan yang akan dibahas dipenelitian ini adalah menemukan waktu total yang minimum dalam mengerjakan 20 tugas yang dilakukan oleh satu mesin.

Asumsikan bahwa satu mesin mampu melakukan sejumlah tugas dan beberapa tugas dikerjakan dalam waktu yang sama (konflik) yaitu kurang dari satu jam. Konsumsi waktu yang dibutuhkan untuk melakukan masing-masing tugas dan konflik antar tugas yang terikat pada tabel berikut:

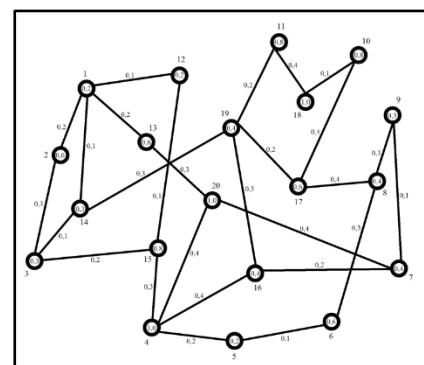
Tabel 1. Konsumsi Waktu Tugas

Tugas	Konsumsi Waktu (Jam)
1,5,2	0,2
3,9,14	0,3
7,8,16,19	0,4
2,6,13,17	0,6
10,11,15	0,8
4,18,20	1,0

Tabel 2. Konflik Pada Tugas Yang Terikat

Tugas-Tugas Yang Terikat	Konflik (Jam)
(1,12),(3,14),(5,6),(7,9),(10,18), (12,15)	0,1
(1,2),(1,13),(3,15),(4,5),(7,16), (11,19),(17,19)	0,2
(2,3),(4,15),(6,8),(8,9),(13,20), (14,19),(16,19)	0,3
(4,16),(4,20),(7,20),(8,17),(10,17), (11,18)	0,4

Permasalahan di atas dapat direpresentasikan pada graf fuzzy berikut:



Gambar 1. Graf Fuzzy pada Masalah Penjadwalan

Graf fuzzy  $\hat{G} = (V, \sigma, \mu)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$V = \{1, 2, \dots, 20\}$$

$$\sigma(v_i) = \begin{cases} 0,2 & \text{untuk } i = 1, 5, 12 \\ 0,3 & \text{untuk } i = 3, 9, 14 \\ 0,4 & \text{untuk } i = 7, 8, 16, 19 \\ 0,6 & \text{untuk } i = 2, 6, 13, 17 \\ 0,8 & \text{untuk } i = 10, 11, 15 \\ 1,0 & \text{untuk } i = 4, 18, 20 \end{cases}$$

$$\mu(v_i, v_j) = \begin{cases} 0,1, \text{ untuk } i, j = \{(1,12), (3,14), (5,6), (7,9), (10,18), (12,15)\} \\ 0,2, \text{ untuk } i, j = \{(1,2), (1,13), (3,15), (4,5), (7,16), (11,19), (17,19)\} \\ 0,3, \text{ untuk } i, j = \{(2,3), (4,15), (6,8), (8,9), (13,20), (14,19), (16,19)\} \\ 0,4, \text{ untuk } i, j = \{(4,16), (4,20), (7,20), (8,17), (10,17), (11,18)\} \\ 0, \text{ untuk } i, j \text{ lainnya} \end{cases}$$

Selanjutnya simulasikan algoritma baris untuk menemukan pewarnaan minimum pada graf fuzzy  $\hat{G}$ . Dengan bantuan Matlab diperoleh hasil yaitu 3 warna berbeda yang digunakan untuk mewarnai graf fuzzy  $\hat{G}$ . Berdasarkan hal ini, dapat dibentuk keluarga himpunan fuzzy sebagai berikut.

Misalkan  $\Gamma_1 = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$  adalah keluarga dari himpunan fuzzy pada V, dimana

$$\gamma_1(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 1 \\ 0,3, i = 3 \\ 0,4, i = 7,8,19 \\ 1,0, i = 4,18 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma_2(v_i) = \begin{cases} 0,3, i = 9,14 \\ 0,4, i = 16 \\ 0,6, i = 2,6,17 \\ 0,8, i = 11,15 \\ 1,0, i = 20 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma_3(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 5,12 \\ 0,6, i = 13 \\ 0,8, i = 10 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

Maka jumlah kromatik fuzzy dari  $\Gamma_1$

$$\begin{aligned} \sum_{\Gamma_1}(\hat{G}) &= 1 \sum_{v_i \in C_1} \theta_1(v_i) + 2 \sum_{v_i \in C_2} \theta_2(v_i) \\ &\quad + 3 \sum_{v_i \in C_k} \theta_k(v_k) \\ &= 1(0,2+0,3+1,0+0,4+0,4+1,0+0,4) + \\ &\quad 2(0,6+0,6+0,3+0,8+0,3+0,8+0,4+ \\ &\quad 0,6+1,0) + 3(0,2+0,8+0,2+0,6) \\ &= 19,3. \end{aligned}$$

Misalkan  $\Gamma_2 = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$  adalah keluarga dari himpunan fuzzy pada V, dimana

$$\gamma_1(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 12 \\ 0,3, i = 3,9 \\ 0,4, i = 16 \\ 0,6, i = 6,17 \\ 1,0, i = 18,20 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma_2(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 1 \\ 0,2, i = 7,8,19 \\ 0,8, i = 10 \\ 1,0, i = 4 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma_3(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 5 \\ 0,3, i = 14 \\ 0,6, i = 2,13 \\ 0,8, i = 11,15 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

Maka jumlah kromatik fuzzy dari  $\Gamma_2$

$$\begin{aligned} \sum_{\Gamma_2}(\hat{G}) &= 1 \sum_{v_i \in C_1} \theta_1(v_i) + 2 \sum_{v_i \in C_2} \theta_2(v_i) \\ &\quad + 3 \sum_{v_i \in C_k} \theta_k(v_k) \\ &= 1(0,3+0,6+0,3+0,2+0,4+0,6+1,0+ \\ &\quad 1,0) + 2(0,2+1,0+0,4+0,4+0,8+0,4) + \\ &\quad 3(0,3+0,2+0,8+0,6+0,3+0,2) \\ &= 18. \end{aligned}$$

Misalkan  $\Gamma_3 = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$  adalah keluarga dari himpunan fuzzy pada V, dimana

$$\gamma_1(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 1 \\ 0,4, i = 8,19 \\ 0,8, i = 10,15 \\ 1,0, i = 20 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma_2(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 12 \\ 0,3, i = 9,14 \\ 0,6, i = 2,6,17 \\ 0,8, i = 11 \\ 1,0, i = 4 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma_3(v_i) = \begin{cases} 0,2, i = 5 \\ 0,3, i = 3 \\ 0,4, i = 7,16 \\ 0,6, i = 13 \\ 1,0, i = 18 \\ 0, i \text{ lainnya} \end{cases}$$

Maka jumlah kromatik fuzzy dari  $\Gamma_3$

$$\begin{aligned} \sum_{\Gamma_3}(\hat{G}) &= 1 \sum_{v_i \in C_1} \theta_1(v_i) + 2 \sum_{v_i \in C_2} \theta_2(v_i) \\ &\quad + 3 \sum_{v_i \in C_k} \theta_k(v_k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1(0,2+0,4+0,4+0,8+0,4+1,0) + \\
 &\quad 2(0,6+1,0+0,6+0,3+0,8+0,2+0,3+0,6) \\
 &\quad + 3(0,3+0,2+0,4+0,6+0,4+1,0) \\
 &= 20,7.
 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah kromatik fuzzy dari graf fuzzy  $\hat{G} = V, \sigma, \mu$  adalah

$$\begin{aligned}
 \Sigma \hat{G} &= \min(\Sigma_{r_1}(\hat{G}), \Sigma_{r_2}(\hat{G}), \Sigma_{r_3}(\hat{G})) \\
 &= \min(19,3, 18, 20,7) \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

## 4. Kesimpulan Dan Saran

### 4.1 Kesimpulan

- Pada masalah penjadwalan yaitu menemukan waktu total yang minimum untuk menyelesaikan N tugas yang dilakukan oleh satu mesin setara dengan menemukan jumlah kromatik fuzzy dari graf fuzzy yang dimodelkan.
- Dengan menggunakan algoritma baris diperoleh banyak pewarnaan pada graf fuzzy yang dimodelkan adalah 3
- Berdasarkan hasil dari jumlah kromatik fuzzy yang didapatkan maka waktu total minimum satu mesin untuk menyelesaikan 20 tugas adalah 18 jam.

### 4.2 Saran

Untuk penelitian lebih lanjut mengenai masalah penjadwalan dengan graf fuzzy, disarankan untuk menggunakan data primer dan menggunakan metode lain seperti  $\alpha - cut$ .

## 5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dodi Devianto, Bapak Mahdhivan Syafwan, dan Ibu Nova Noliza Bakar yang telah memberikan masukan dan saran sehingga artikel ini dapat diselesaikan dengan baik.

## Daftar Pustaka

- [1] Abdy, M. 2008. Dasar-Dasar Teori Himpunan Kabur dan Logika Kabur. Badan Penerbit Universitas Negeri Makassar, Makassar.
- [2] Baker, Kenneth R., Trietsch. 2009. Principles of Sequencing and Scheduling. John Wiley and Sons, Inc., America.
- [3] Bondy, J.A.U.S.R. Murty. 1976. Graph Theory with Application. Elsevier Science Publishing, New York.
- [4] Eslahchi C dan B.N. Onagh. 2006. Vertex Strength of Fuzzy Graphs. International Journal of Engineering and Innovative Technology.
- [5] Fuad, Achmad dan Budi Rahadjeng. 2014. Pewarnaan Titik pada Graf Fuzzy. Jurnal Universitas Negeri Surabaya. Vol. 3, no.1.
- [6] Hiller, Frederick,S. dan Gerald J.L. 1994. Intoduction to Operations Research. McGrow-Hill Companies, USA.
- [7] Mark, Daniel. 2004. Graph Coloring Problems and Their Applications in Scheduling. Department of Computer Science and Information Theory.
- [8] Munir, R. 2010. Matematika Diskrit Edisi 3. Informatika Bandung, Bandung.
- [9] Narasimhan, S.L., McLeavey, D.W., dan Bilington, P.J. 1995. Production Planning and Inventory Control. Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- [10] Raich, V., Shweta Rai, dan D.S. Hooda. 2018. Applied Mathematics and Computational Intellegence. Dalam A.M.

Gil-Lafuente, J.M. Merigo, B.K Dass, R. Verma (Ed.). Fuzzy Graph with Application to Solve Task Scheduling Problem. Springer International Publishing AG. Vol. 12, pp. (65-73).

Fuzzy Sets and Their Applications. Academic Press, New York, pp. (77-95).

[11] Ramlah, Hasmawati, dan A. Lawi. Tanpa tahun. Pengembangan Algoritma Baris untuk Pewarnaan Graf. Diakses 14 Agustus 2021 dari <https://docplayer.info/Pengembangan-algoritma-baris-untuk-pewarnaan-graf-development-of-sequential-algorithm-for-graph-coloring.html>.

[13] Swaminathan, S. 2012. Fuzzy Graph Application of Job Allocation. International Journal of Engineering and Innovative Technology. Vol. 1, pp. (7-10).

[14] Triyani, Siti R.N., Niken L., Ari W. 2019. Bilangan Kromatik Fuzzy dalam Sistem Penjadwalan Fuzzy. Jurnal Matematika Integratif. Vol. 15, pp. (103-110).

[12] Rosenfeld, A. 1975. Fuzzy Graphs. in L.A. Zadeh, K.S. Fu and M. Shimura (eds).

[15] Zadeh L.A. 1965. Fuzzy Sets. Journal of the Information and Control. Vol. 8, pp. (338-353).