

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Сборник материалов
XII Республиканской научной конференции
молодых учёных и студентов

18–19 ноября 2021 года

Брест 2021

УДК 004+159+303+330+378+517+519+539+556+621+656+681
ББК 22.11/.19+32.97

Программный комитет конференции:

Председатель: Головки В. А. – д-р техн. наук, профессор (БрГТУ);
Зам. председателя: Лебедь С. Ф. – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГТУ);
Члены программного комитета:
Антоневич А. Б. – д-р физ.-мат. наук, профессор (БГУ);
Краснопрошин В. В. – д-р техн. наук, профессор (БГУ);
Голенков В. В. – д-р техн. наук, профессор (БГУИР);
Дудкин А. А. – д-р техн. наук, профессор (ОИПИ НАНБ);
Махнист Л. П. – канд. техн. наук, доцент (БрГТУ);
Дереченник С. С. – канд. техн. наук, доцент (БрГТУ);
Парфомук С. И. – канд. техн. наук, доцент (БрГТУ);
Грицук Д. В. – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГУ им. А. С. Пушкина);
Сендер Н. Н. – канд. физ.-мат. наук, доцент (БрГУ им. А. С. Пушкина).

Редакционная коллегия:

Главный редактор: Головки В. А. – д-р техн. наук, профессор.
Члены редакционной коллегии:
Лебедь С. Ф. – канд. физ.-мат. наук, доцент;
Дереченник С. С. – канд. техн. наук, доцент;
Махнист Л. П. – канд. техн. наук, доцент;
Парфомук С. И. – канд. техн. наук, доцент;
Козинский А.А. – канд. пед. наук, доцент.

Рецензенты:

кафедра прикладной математики и информатики БрГУ им. А. С. Пушкина;
Сендер Н. Н., канд. физ.-мат. наук, доцент.

Современные проблемы математики и вычислительной техники : сборник материалов XII Республиканской научной конференции молодых ученых и студентов, Брест, 18–19 ноября 2021 г. / Брестский государственный технический университет ; редкол.: В. А. Головки (гл. ред.) [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2021. – 126 с.

ISBN 978-985-493-536-2

В сборнике представлены материалы докладов по современным проблемам интеллектуальных технологий обработки данных в научных и прикладных исследованиях, робототехники, моделирования нелинейных динамических процессов, аналитических и численных методов исследований в математике и их приложениях.

УДК
004+159+303+330+378+517+519+539+556+621+656+681
ББК 22.11/.19+32.97

ISBN 978-985-493-536-2

© «Издательство БрГТУ», 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ РОБОТОТЕХНИКИ

Бондарук Э.М., Колядич И.В., Котелев Д.А. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Интеллектуальная, касетная, робототехническая транспортная система массовой конвейерной перевозки пассажиров.	6
Головко В.А., Крошенко А.А. Гибридная интеллектуальная система оценки эмоционального состояния пользователя.	10
Дудкин А.А., Шелег С.В. Нейронная сеть U-Net для семантической сегментации изображений сельскохозяйственной растительности.	13
Заречный Я.О., Василюк Е.В., Заречный А.О. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Беспилотный транспорт в автоматизации производств.	15
Кривоносова Е.А., Хомицкая Т.Г. Разработка функций обработки дат в C++	19
Летченя С.А., Бойко И.А., Ануфриев М.В. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Система оптимизации работы маршрутного такси.	21
Марушко Е.Е., Леванков А.Н. Нейросетевая идентификация залежных земель на основе вегетационных индексов.	24
Редевская Ю.А., Ганченко В.В. Программная система для налогового планирования с облачными вычислениями.	26
Ровнейко М.А., Хомицкая Т.Г. Сортировка двумерных массивов в C++.	28
Стасевич В.В., Филипеня А.С., Галанин С.С. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Система автоматического подсчёта пассажиропотока с удалённым сервером.	32
Сукасян Т.М. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Об одном методе оптимизации перевозки пассажиров городским пассажирским транспортом.	35
Хацкевич М.В., Пархоць А.В. Нейросетевая система распознавания и классификации видового состава лесного массива.	37
Швецова Е.В. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Обработка данных в городской пассажирской информационно-транспортной системе на базе беспилотных электрокаров.	40

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Игнатьева С.А. Сравнительный анализ функций активации и их влияние на точность ре-идентификации людей с использованием сверточных нейронных сетей.	44
Левчук А.А., Луковец И.С. (Науч. рук. Шуть В.Н., канд. техн. наук, доцент) Реализация регистрации заявок пассажиров транспортной системы.	48
Лопухов А.В., Онищук Р.С., Федоров А.И. (Науч. рук. Федоров А.И., канд. техн. наук, доцент) Моделирование регулятора для бортовой системы стабилизации беспилотного летательного аппарата.	50
Пилипук З.А. (Науч. рук. Муравьёв Г.Л., канд. техн. наук, доцент) Опыт проектирования приложений игрового типа.	54
Сидак С.В. (Науч. рук. Волчек А.А., д-р геогр. наук, профессор) Вероятностное моделирование гидрологических процессов в нестационарных условиях.	55
Соболева П.С. (Науч. рук. Кушнер Т.Л., канд. физ.-мат. наук, доцент) Оценка скорости миграции радионуклидов Cs-137 в почвенных горизонтах.	59

- Чугунов А.С., Матиевская А.В. (Науч. рук. Чугунов С.В.)** Моделирование нанопроволоки GaAs в программной среде COMSOL Multiphysics. 62
- Шпак В.В. (Науч. рук. Муравьев Г.Л., канд. техн. наук, доцент)** О построении каркасов программ с учетом предъявляемых функциональных требований. 65

ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ РАЗРАБОТКАХ

- Зашук Е.Н., Жук А.И.** Моделирование «Полярной розы» в системах компьютерной алгебры. 69
- Каменец А.Г., Котыш А.Ю., Кофанов В.А., Хомицкая Т.Г.** Разработка проекта по сбору информации о научно-исследовательской активности студентов. 70
- Карпеченко А.Н. (Науч. рук. Грицук Д.В., канд. физ.-мат. наук, доцент)** Разработка мобильного приложения составления Wish-листов средствами Flutter. 72
- Карпук Д.А., Маркина А.А. (Науч. рук. Лебедь С.Ф., канд. физ.-мат. наук, доцент)** Описание математической модели корреляционной обработки результатов психоэмоционального тестирования. 74
- Коляда Е.А. (Науч. рук. Грицук Д.В., канд. физ.-мат. наук, доцент)** Разработка мобильного приложения «Путеводитель по Бресту». 78
- Крагель Е.А.** Использование Moodle при обучении математике слушателей-иностранцев подготовительного отделения. 79
- Маркина А.А., Костюк Д.А.** Особенности проведения комплексной оценки эргономики человеко-машинного взаимодействия. 80
- Савицкая А.Ю. (Науч. рук. Гладкий И.И.)** Техника динамической визуализации в задаче построения электронных средств обучения. 83
- Савицкая М.С., Макаревич А.С. (Науч. рук. Парфомук С.И., канд. техн. наук, доцент)** Программный модуль по расчету эффективности инвестиций. 86
- Синковец В.В. (Науч. рук. Грицук Д.В., канд. физ.-мат. наук, доцент)** реализация логической 3D-головоломки в межплатформенной среде программирования Unity 90

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В МАТЕМАТИКЕ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

- Басик А.И., Грицук Е.В., Яцук Т.А.** О компонентах гомотопической связности одного класса эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем в $\mathbb{R}^n (n \geq 3)$. 92
- Будик А.А. (Науч. рук. Матысик О.В., канд. физ.-мат. наук, доцент)** Правило останова в процессе вычислений для явного итерационного метода решения некорректных задач. 93
- Грицук Д.В.** Взаимосвязь инвариантов частично-разрешимых групп. 95
- Дордюк И.А., Сендер Н.Н.** Разряд емкости через сопротивление 96
- Зайчук Д.Р. (Науч. рук. Лизун Л.В., Хомицкая Т.Г.)** Разработка приложения для решения задач, связанных с экспертным оцениванием 99
- Зарецкий А.В., Сендер Н.Н.** Колебания в цепи емкости с искровым промежутком 102
- Захарчук В.А., Котелев И.С. (Науч. рук. Дацык В.Т.)** Оценки нормы функций экспоненциального типа 106
- Киричук В.В., Сендер Н.Н.** Реактивное движение и формула К. Э. Циолковского 108
- Котович О.А., Сендер Н.Н.** Колебания подвешенного стержня 111
- Кузьмина Е.В. (Науч. рук. Антонец А.Б., д-р физ.-мат. наук, профессор)** Обобщенные решения дифференциального уравнения второго порядка 113

Матысик К.О. (Науч. рук. Матысик О.В., канд. физ.-мат. наук, доцент) Modification of the Leverier method - Faddeev's method for finding the eigenvalues of the matrix.	114
Ногач М.Г. (Науч. рук. Басик А.И., канд. физ.-мат. наук, доцент) О применении метода факторизации к решению задачи Коши для гиперболического уравнения второго порядка на плоскости	115
Протьюко М.А. (Науч. рук. Борисенко О.Ф., канд. физ.-мат. наук, доцент) Пример построения алгоритма шифрования	117
Сендер Н.Н., Честный Д.В. Момент инерции стержня при его вращении	120
Яцук Т.А. (Науч. рук. Басик А.И., канд. физ.-мат. наук, доцент) Свойства функции Грина задачи Дирихле для полупространства	122

**ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ОБРАБОТКИ ДАННЫХ.
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
РОБОТОТЕХНИКИ**

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ, КАССЕТНАЯ, РОБОТОТЕХНИЧЕСКАЯ ТРАНСПОРТНАЯ СИСТЕМА МАССОВОЙ КОНВЕЙЕРНОЙ ПЕРЕВОЗКИ ПАССАЖИРОВ

Э. М. Бондарук, И. В. Колядич, Д. А. Котелев

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь

Научный руководитель: к. т. н., доцент Шуть В. Н.

Дорожный транспорт – существенная часть современного общества, и к нему со стороны этого общества предъявляются повышенные требования. Со всем недавно проблемы координации и управления транспортными потоками на улично-дорожных сетях (УДС) не были столь актуальными. В условиях не слишком высоких загрузок существующие УДС функционировали достаточно эффективно, и их деятельность не приводила к серьезным перебоям в процессе обслуживания. Рост уровня автомобилизации и транспортной подвижности населения привел к перенасыщению улиц, что является причиной переоценки принципов управления транспортными потоками, а также стимулом к разработке новых видов общественного транспорта.

Статистические данные интенсивности движения на магистральных улицах США и Европы свидетельствуют о том, что именно на перемещение по городу люди тратят (в среднем) от 1 до 2,5 часов в день, что вызывает в последнее время существенный интерес к совершенствованию управления транспортными потоками и общественным транспортом на городских дорогах и магистральных улицах. Ежегодное увеличение транспортной нагрузки на основные магистрали приводит к устойчивому снижению скорости движения транспортного потока и образованию заторовых ситуаций.

Частный автомобильный транспорт не способен обеспечить высокую провозную способность магистрали, т. к. в среднем в каждом авто перемещается 1,2–1,5 человека. Отсюда следует: для того чтобы избежать транспортного коллапса, необходимо разгрузить перенасыщенные магистрали путем расширения масштабов перевозок общественным транспортом наземного типа и высокой производительности, приближающейся к производительности метро. Строительство последнего является дорогостоящим мероприятием (1 км. метро стоит 40–60 млн долларов).

Транспорт высокой производительности не должен иметь помех со стороны других участников движения или со стороны дорожной инфраструктуры УДС (к примеру, светофоров). Достичь такого эффекта возможно на настоящий момент путем разнесения различных транспортных потоков по уровням. Отсюда, соответственно, имеем подземный, наземный и надземный транспорт. Последний движется по надземным эстакадам. Строительство эстакад примерно от 4 до 8 раз менее затратно, чем строительство подземного транспорта (метро). Причем с точки зрения безопасности пассажиров такой транспорт на порядок более безопасен, чем метро. Но надземный транспорт плохо вписывается в городскую инфраструктуру и искажает облик города. Поэтому наземный транспорт массовой перевозки пассажиров является лучшей альтернативой городского транспорта будущего.

В настоящей работе предлагается новый тип городского общественного транспорта – информационный. Как и суперавтобусная транспортная система, данный вид транспорта способен без помех со стороны других транспортных средств функционировать в насыщенной улично-дорожной среде и перевозить большое количество пассажиров, сравнимое с метро. В отличие от суперавтобусной транспортной системы этот вид транспорта является более энергоэкономичным, так как в нем отсутствуют эскалаторы для загрузки пассажиров в салон, расположенный на уровне второго этажа, да и в улично-дорожной среде он не будет отличаться необычной конструкцией от привычных транспортных средств.

Предлагаемый тип транспорта является системой, в которой информационные процессы (сбор информации, обработка информации, принятие решений) выполняются постоянно и составляют основу информационной транспортной системы. Нарушение любого из этих процессов делает систему неработоспособной. Единичным транспортным средством системы является автономный электрокар (без водителя) вместимостью до 50 человек. По ассоциации назовем его инфобусом.



Рисунок 1 – Автопоезд из одного и двух электрокаров на перекрестке

Система функционирует при полном отсутствии управления со стороны человека и является принципиально новым видом общественного транспорта на базе мобильных беспилотных электрокаров. Техничко-экономические характеристики, которые обеспечивает данная транспортная система, недоступны известным на сегодняшний момент транспортным средствам городской перевозки пассажиров, таким как автобус, троллейбус, трамвай и метро. Кассетная, роботизированная городская транспортная система массовой конвейерной перевозки пассажиров состоит из выделенного узкого участка пути (дорожное полотно, рельсовый либо монорельсовый путь), примыкающего к тротуару и отгороженного от него справа, а также отгороженного от проезжей части дороги слева сплошной разделительной линией, остановочных пунктов посадки и высадки пассажиров, снабженных турникетами. Каждый электрокар оборудован компьютером, связанным с сервером системы, команды с которого он обрабатывает полностью автономно под управлением собственного компьютера. Система в исходном состоянии находится в «спящем» режиме и активизируется в момент появления пассажиров на остановке. Пассажир, проходя через турникет, оплачивает проезд и одновременно указывает свою станцию назначения. Эти сведения поступают на сервер системы, где формируется матрица корреспонденций по данной остановке и по всем остальным:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_{1,2} & m_{1,3} & \dots & \dots & m_{1,j} & \dots & m_{1,k} \\ 0 & 0 & m_{2,3} & \dots & \dots & m_{2,j} & \dots & m_{2,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & m_{i,j+1} & \dots & m_{i,j} & \dots & m_{i,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & m_{k-1,k} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2 – Матрица корреспонденций

Таким образом, по всем остановкам маршрута пассажиры дифференцированы по принципу конечного пункта поездки. Сервер системы специальным программным обеспечением обрабатывает матрицу корреспонденций и высылает на линию такое количество электрокаров, чтобы покрыть пассажиропоток на текущий момент времени. Электрокары базируются в накопителях, расположенных в конечных пунктах маршрута. В них выполняется подзарядка электрокаров, оттуда они и выдвигаются на маршрут. Колонна (кассета) инфобусов движется синхронно светофорным сигналам, получаемым от сервера системы. В результате организуется безостановочное движение кассеты в улично-дорожной среде города. Кассетная сцепка является виртуальной и может состоять из одного и до шести инфобусов в зависимости от величины пассажиропотока. Конвейерный способ движения позволяет максимально использовать дорожное дорожное пространство (инфобусы выполнены узкими, до 1,5 м.). Таким образом, равномерно распределяется нагрузка на дорожное полотно пути и обеспечивается время ожидания транспорта пассажиром от 20 секунд до одной минуты в любое время суток. Следует отметить, что это уникальный вид городского общественного транспорта, готовый обслуживать пассажиров 24 часа в сутки. Инновационная автоматизированная система гарантирует доступность городского пассажирского транспорта для всех слоев населения, повышает качество транспортного обслуживания и расширяет перечень предоставляемых услуг.

В результате внедрения в городах кассетно-конвейерного способа перевозки повышается уровень устойчивости, управляемости и безопасности работы городских транспортных систем, снижается уровень расходов на городской пассажирский транспорт, повышается привлекательность общественного транспорта как альтернативы использованию личных автомобилей с соответствующими экологическими последствиями.

Срок окупаемости – не более 3-х лет.

Список литературы

1. Сравнительный анализ глобальных навигационных спутниковых систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/sravnitelnyy-analiz-globalnyh-navigatsionnyh-sputnikovyh-sistem/viewer>.
2. Шуть, В. Н. Интеллектуальные робототехнические транспортные системы / В. Н. Шуть, Л. Персия, Г. Джустиниани. – БрГТУ, 2017. – 194 с.
3. Михайлов, А. Ю. Современные тенденции проектирования и реконструкции улично-дорожных сетей / А. Ю. Михайлов, И. М. Головных. – Новосибирск: Наука, 2004. – 266 с.

ГИБРИДНАЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЭМОЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

В. А. Головки, А. А. Крощенко

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Введение. В последнее время увеличивается количество процессов, которые автоматизируются с помощью интеллектуальных систем и которые зачастую не могли быть автоматизированы с приемлемым качеством ранее. На производстве появилась возможность уменьшить участие человека в процессе контроля качества продукции [1], в медицине подобные системы используются для анализа медицинских изображений, в транспортной отрасли помогают осуществлять визуальный контроль соблюдения ПДД и управлять автономными транспортными средствами.

Особую ценность приобретают системы, способные к продуцированию новых знаний, а сочетание коннекционистических и символических подходов в ИИ дает интеллектуальной системе особые свойства.

Преимущество искусственных нейронных сетей заключается в том, что они могут работать с неструктурированными данными. Главный же недостаток – это отсутствие понятной человеку обратной связи, которую можно было бы назвать цепочкой рассуждений, т. е. можно сказать, что искусственные нейронные сети (ИНС) работают по принципу “черного ящика”.

Символический ИИ основан на символическом (логическом) рассуждении. Такой ИИ позволяет решать проблемы, которые могут быть формализованы, и играет важную роль в человеческих знаниях. Однако он не предназначен для работы с неструктурированными данными.

Таким образом, грамотная комбинация этих подходов позволит выполнять трансформацию неструктурированных данных в знания.

В данной работе описана реализация гибридной интеллектуальной системы на базе нейросимволического ИИ [2], основанной на интеграции различных моделей ИНС [3], решающих задачи детекции и распознавания, с базой знаний, построенной на основе онтологического подхода. При этом база знаний (БЗ) получает возможность взаимодействия с ИНС как с промежуточным анализатором, агентом, результаты работы которого используются для последующего семантического анализа.

Постановка задачи. В общем виде задачу, решаемую разрабатываемой системой, можно сформулировать следующим образом: имеется видеопоток, который необходимо обрабатывать одновременно различными моделями распознавания, результаты распознавания подвергаются семантическому анализу для принятия различных решений в будущем. Важным аспектом здесь является поддержка расширяемого списка действующих моделей, что дает системе большую адаптивность. В частном виде задача конкретизируется назначением нейросетевых моделей, которые в ней используются. В нашем случае осуществляется анализ эмоционального состояния пользователя, на основании этого могут быть сформулированы требования к разрабатываемой системе:

1. Система должна уметь идентифицировать лицо человека из списка из-

вестных ей лиц.

2. Система должна уметь определять факт появления неизвестного ей человека и добавлять его к списку известных ей лиц.
3. Система должна выполнять оценку эмоционального состояния человека в кадре и соответствующим образом реагировать.
4. Система должна накапливать статистическую информацию о людях, появлявшихся перед камерой и их эмоциональном состоянии.

Структура системы. Общая структура системы представлена на рис. 1.

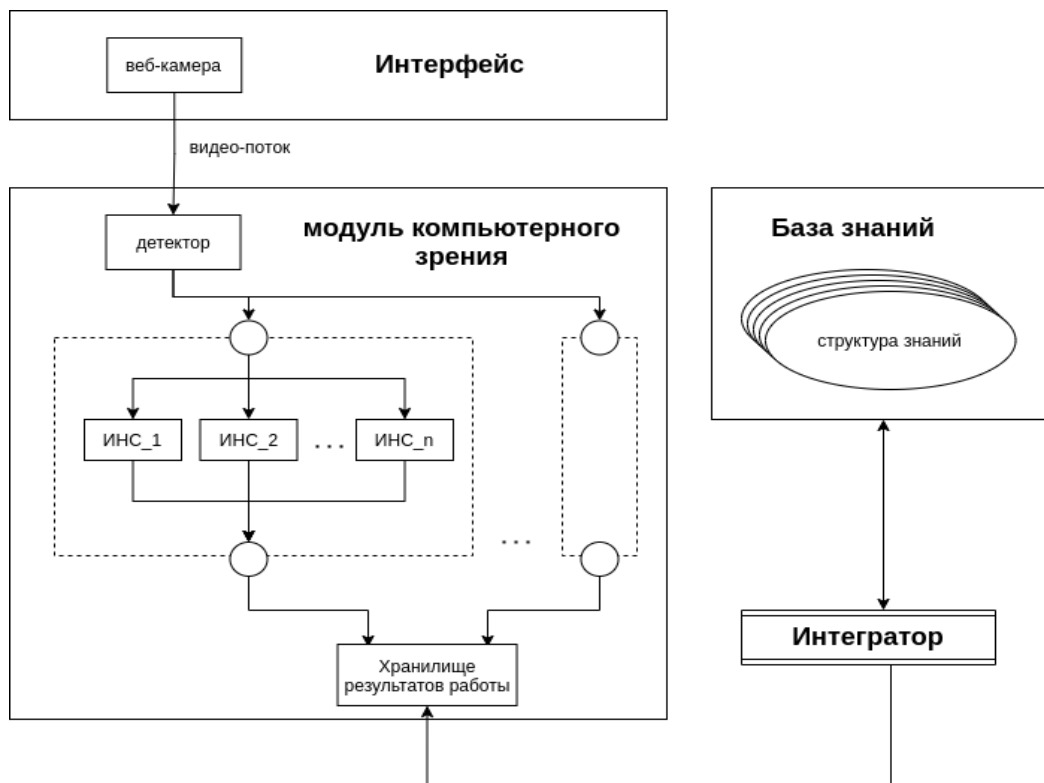


Рисунок 1 – Общая структура системы

Разработанная система состоит из следующих частей:

- 1) интерфейс, который в самом простом случае может быть представлен камерой, видеопоток с которой передается модулю компьютерного зрения;
- 2) модуль компьютерного зрения, в котором осуществляется разбиение входного видеопотока на отдельные кадры, их распознавание имеющимися нейросетевыми моделями (модели идентификации и распознавания эмоций) и передача полученных результатов распознавания интегратору знаний;
- 3) интегратор знаний, который формирует необходимые конструкции из результатов распознавания и помещает сформированные знания в базу знаний;
- 4) база знаний, в которой хранятся знания о предметных областях решаемых системой задач распознавания, указания на нейросетевые модели, решающие эти задачи, а также результаты распознаваний;
- 5) решатель задач, который в базе знаний производит семантический анализ результатов распознавания.

Модуль компьютерного зрения состоит из модулей:

1. Детекции лица. Данный модуль решает задачу обнаружения лиц в кадре. В составе модуля используется модель MTCNN.
2. Модуль идентификации. Нужен для распознавания обнаруженного лица. Для реализации используется метод FaceNet с базовой нейросетевой моделью ResNet.
3. Модуль распознавания эмоций. Определяет превалирующую эмоцию для обнаруженного лица в кадре. Для реализации используется модель eXnet.

Для реализации семантической части системы используется технология OSTIS [11].

В рассматриваемой реализации нейросимволического модуля диалоговой системы применяются логические правила для генерации некоторых стандартных ответов системы на сообщения собеседника. Эти правила используют такие знания, как идентификация собеседника и его текущая эмоция. На рисунке 2 представлен фрагмент такого правила в упрощенном виде для наглядности (в реальной системе подобные правила имеют более сложную спецификацию).

Смысл правила следующий: если системе пришло сообщение приветствия от пользователя, у которого была распознана эмоция грусти и имя которого система знает, то нужно ответить на это сообщение приветствием с обращением по имени и спросить причину грусти.

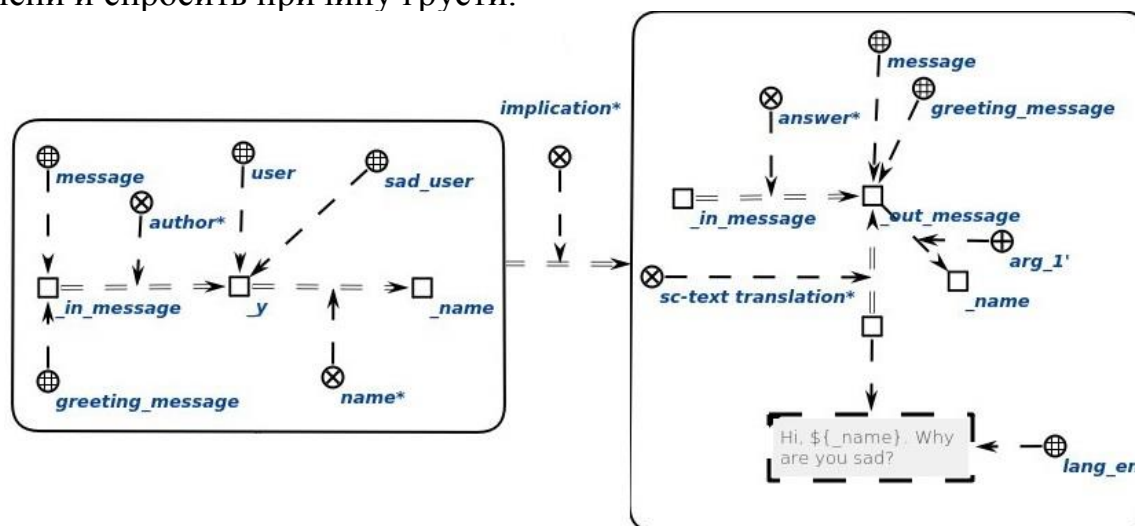


Рисунок 2 – Пример логического правила, использующего результат распознавания эмоции пользователя

Заключение. В настоящее время все больше исследователей задумывается над конвергенцией различных направлений и подходов в области искусственного интеллекта. Этот новый и определенно многообещающий виток позволит использовать преимущества различных, независимых ветвей искусственного интеллекта при решении практических задач любой сложности, а достигаемая при этом синергия усилит эффект каждой из составляющих технологий.

Реализованная система для оценки эмоционального состояния является примером такого соединения различных направлений ИИ. Интеграция нейросетевого и семантического подходов позволяет системе не только являться распознавателем каких-либо событий, но и накапливать знания, сформированные в процессе взаимодействия с пользователем, а затем использовать их для реализации последующего диалога с ним.

Авторы благодарят за помощь в работе и ценные замечания научный кол-

лектив кафедры интеллектуальных информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, в частности Голенкова В. В., Шункевича Д. В., Ковалева М. В.

Список литературы

1. Golovko, V. Neuro-Symbolic Artificial Intelligence: Application for Control the Quality of Product Labeling / V. Golovko, A. Kroshchanka, M. Kovalev, V. Taberko, and D. Ivaniuk // 2020 International Conference on Open Semantic Technologies for Intelligent Systems. – 2020. – P. 81–101.
2. Besold, T. Neural-symbolic learning and reasoning: A survey and interpretation / T. Besold, A. d'Avila Garcez, S. Bader, H. Bowman, P. Domingos, P. Hitzler, K. Kuehnberger, L. Lamb, D. Lowd, P. Lima, L. de Penning, G. Pinkas, H. Poon, G. Zaverucha // <https://arxiv.org/pdf/1711.03902.pdf> (accessed 2021, Sep).
3. Golovko, V. Integration of artificial neural networks and knowledge bases // V. Golovko, V. Golenkov, V. Ivashenko, V. Taberko, S. Ivaniuk, A. Kroshchanka, M. Kovalev // In: Open semantic technologies for designing intelligent systems (OSTIS2018): materials of the International Science and Technology Conf. Minsk, February 15-17, 2018). – Minsk: BSUIR, 2018. – P. 133–145.
4. Golenkov, V. Methods and tools for ensuring compatibility of computer systems / V. Golenkov, N. Guliakina, I. Davydenko, and A. Ereemeev // In Otkrytye semanticheskie tekhnologii proektirovaniya intellektual'nykh system [Open semantic technologies for intelligent systems]. – Minsk: BSUIR, 2019. – P. 25–52.

УДК 004.93'1

НЕЙРОННАЯ СЕТЬ U-NET ДЛЯ СЕМАНТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ

А. А. Дудкин¹, С. В. Шелег²

¹ОИПИ НАН Беларуси, Минск, Беларусь, *e-mail*: ganchenko@lsi.bas-net.by,

²ООО «БСВТ – новые технологии», Минск, Беларусь,
e-mail: sergey.sheleg@hotmail.com

Семантическая сегментация является составной частью решения задач распознавания сельскохозяйственной растительности различного типа, для ее решения широкое применение находят искусственные нейронные сети. Выбор той или иной архитектуры сети зависит от характеристик исходных изображений (размерности и разрешающей способности, в первую очередь) и сложности задачи семантической сегментации (типа предиката, описывающего сегменты, и количество классов разбиений). В данной работе рассматривается задача сегментации изображения земной поверхности на два класса: «растительность» и «почва». По результатам анализа следует отметить перспективность применения для двухклассового распознавания сверточной нейронной сети (СНС) U-Net. Она имеет простую архитектуру и, как следствие, малое потребление ресурсов в работе и при обучении – даже при небольшой обучающей выборке достигаются приемлемые по качеству результаты.

Материалами для исследований явились фотографии экспериментального участка поля, засаженного картофелем, выполненные с высоты 5, 15, 50 и 100 метров (827 снимков разрешением 3474×2314 пикселей). Наблюдению подвергались 3 группы растений: зараженные инфекционной болезнью *alternaria* и

бактериальной болезнью *ergwinia*, а также здоровые растения. В результате развития указанных заболеваний происходит разрушение хлорофила в листьях картофеля, что приводит к изменению цвета растения. Анализ цветковых характеристик различных типов растительности на базе их гистограмм показывает заметное их различие для почвы и растительности (для всех цветковых каналов) независимо от того, здоровое и больное растение. Данная информация может быть учтена при использовании СНС U-Net для семантической сегментации.

Нейронная сеть, для которой разбатывается модификация [1], принимает на вход матрицу размером $256 \times 256 \times 3$, выходом является матрица $256 \times 256 \times 4$, где каждая из 4 подматриц размером 256×256 показывает степень принадлежности пикселя к одному из искомых классов. Сама сеть содержит 11 сверточных слоев помимо выходного, при этом ресемплирование осуществляется вплоть до разрешения 32×32 . Максимальное количество фильтров в сверточном слое – 256.

Обучающая выборка была получена путем «нарезки» имеющихся аэрофотоснимков с размеченными участками. При этом нарезались участки размером 32, 64 и 128 пикселей с перекрытием и добавлением поворотов на углы, кратные 90° . Для обучения формируются пары (растительность – почва), (здоровая растительность – больная растительность). Размер обучающей выборки: 110528 изображений. Размер валидационной выборки: 27632 изображений (20 % общей базы). Реализация на основе библиотеки Keras. Точность сегментации данной сети составляет 96.89 %.

Сеть была настроена на входной тензор размерностью $512 \times 512 \times 3$. Выходом такой сети является тензор $512 \times 512 \times 1$. Архитектура U-Net представляет собой энкодер-декодер. В основе как энкодера, так и декодера лежит следующий алгоритм: последовательное применение свёртки, нормализации и функции активации. Данные операции проводятся с целью изменения разрешения карты признаков. Так, каждый уровень энкодера понижает ширину и высоту карты (с помощью слоя MaxPool2d), но увеличивает глубину. В свою очередь, декодер увеличивает ширину и высоту карты, но уменьшает глубину (за счёт предварительного применением слоя ConvTranspose2d и объединения карты с соответствующим уровнем энкодера). Описание параметров слоев сети приведено в таблице 1. Через BaseBlock обозначены последовательные применения свёртки, нормализации и функции активации. Общее число обучаемых параметров: 7763041. Общее расчётное потребление памяти: 1648,61 МБ.

В качестве loss-функции используется DiceLoss:

$$\text{Dice}(X, Y) = \frac{2|X \cap Y| + \text{smooth}}{|X| + |Y| + \text{smooth}}$$

где X является предсказанием,

Y – правильно размеченной маской на текущем объекте,

smooth – плавный коэффициент.

В качестве метода оптимизации используется Адам [2] со следующими параметрами:

$\text{lr} = 0,0001$ – коэффициент скорости обучения;

$\beta_1 = 0,9$, $\beta_2 = 0,999$ – коэффициенты, используемые для расчёта скользящих средних градиентов и их квадратов;

$\epsilon = 1e-8$ – слагаемое, добавляемое к знаменателю для улучшения числовой стабильности;

$\text{weight_decay} = 0$ – L2-регуляризация.

При обучении датасет был разбит на 2 множества: для обучения (90 % от общего числа изображений) и валидации (10 %). Также в процессе обучения на каждой итерации использовались следующие преобразования изображений с целью аугментации датасета: случайное изменение масштаба от 90 % до 110 %; случайный поворот изображения от -75 до $+75$ градусов; случайное отражение изображения по горизонтали.

Нейронная сеть была реализована на языке Python с использованием фреймворка PyTorch.

Предложенная в настоящей работе нейронная сеть способна обрабатывать 10 изображений в секунду на ноутбуке с графическим ускорителем NVIDIA GeForce GTX 1060 with Max-Q Design, центральным процессором Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ CPU @ 2.80GHz и 16GB оперативной памяти под управлением ОС Ubuntu 16.04. Общее потребление памяти составило не более 2 ГБ.

Проведенные исследования показывают, что совместное использование сети из работы [1] и предложенной дает прирост точности предложенной модификации 1,4% (98,3% против 96,9%) несмотря на то, что вторая реализация обучалась на меньшем общем количестве изображений.

Ключевыми отличиями, повлиявшие на результат, являются: размер входного слоя (512×512 в предлагаемой сети против 256×256 у сети [1]) и глубина нейронной сети (4 пары «энкодер-декодер» против 3 пар у [1]). Они прямо влияют на количество обучаемых параметров и, как следствие, качество сегментации. Из негативных последствий таких изменений можно отметить большее потребление ресурсов.

Список литературы

1. Ganchenko, V. Image Semantic Segmentation Based on Convolutional Neural Networks for Monitoring Agricultural Vegetation / V. Ganchenko, A. Doudkin // Communications in Computer and Information Science, Springer, 2019. – Ch. 5. – V. 1055. – 2019. – P. 52-63.
2. Adam: A Method for Stochastic Optimization [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1412.6980> – Дата доступа : 01.05.2006.

УДК 004.415.25

БЕСПИЛОТНЫЙ ТРАНСПОРТ В АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВ

Я. О. Заречный, Е. В. Василюк, А. О. Заречный

Брестский государственный технический университет, Брест

Научный руководитель: В.Н. Шуть, доцент, кандидат технических наук

Роботы – это физические агенты, которые выполняют поставленные перед ними задачи, проводя манипуляции в физическом мире. На данный момент все большую перспективность приобретает мобильная робототехника – область ро-

бототехники, где роботы автономны и способны самостоятельно выполнять широкий спектр различных задач от мониторинга окружающей среды до проведения экскурсий для туристов. Управление такими роботами является сложной технической задачей. Существует большое количество подходов к управлению роботами и робототехническими системами, наиболее перспективным является интеллектуальное управление[1].

Интеллектуальное управление – высшая ступень управления в теории автоматического управления после программного и адаптивного. Оно основано на применении методов искусственного интеллекта.

На данный момент существует большое множество различных средств моделирования мобильных роботов, а также большое количество инструментов продолжает появляться. Большое разнообразие дает много положительных моментов, однако и порождает следующие нерешенные проблемы:

- каждый отдельный инструмент моделирования мобильных роботов направлен на решение своего определенного класса задач, универсальных решений нет;

- различные инструменты предъявляют различные требования к построению моделей мобильных роботов;

- большая часть работ направлена на доработку конкретных недостатков существующих средств моделирования, но практически отсутствуют работы по применению комбинированного подхода и построению комплексных моделей с использованием различных сред моделирования;

- отсутствуют хорошо описанные методики применения различных средств моделирования в разработке прототипов мобильных роботов и анализа достоверности моделей.

Проанализировав ситуацию в области компьютерного моделирования робототехнических систем, можно сделать вывод, что перспективным направлением является разработка комплексных методик моделирования мобильных роботов с использованием различных инструментов моделирования. Этот подход в перспективе даст более точные модели и более гибкий процесс разработки мобильных роботов.

В последние годы наблюдается рост интереса среди ученых и производителей автотранспорта к беспилотным автомобилям, способным перемещаться по дорогам без участия человека. Особое место в развитии беспилотного транспорта занимают так называемые беспилотные тележки. Они уже сейчас используются в складских помещениях, заводских цехах, в некоторых крупных портах для автономного перемещения грузов. Перспектива их применения довольно широка: подвоз комплектующих со склада на сборочный участок, отвоз готовых изделий от металлообрабатывающих станков на промежуточный склад хранения и т. д.

Беспилотная тележка (AGV – Automatic guided vehicle) – транспортер с электроприводом, предназначенный для перемещения грузов. Тележка автоматическая, а это значит, что для ее обслуживания не нужен отдельный оператор - тележки двигаются по заданной траектории в автономном режиме без участия человека.

Беспилотные тележки разделяются на два типа: с компьютерным зрением и без него. Разработка транспорта первого типа довольно затратная и в плане ра-

бочего персонала, и в плане денег. Сами тележки имеют в себе программное обеспечение, в которое входит нейросеть, вычисляющая траекторию пути и обеспечивающая безопасность окружающих.

Беспилотная тележка снабжена всеми необходимыми системами и элементами безопасности, может эксплуатироваться на вредных или опасных производствах, местах скопления людей и других двигающихся тележек.

В зависимости от типа, беспилотная тележка работает:

- 1) буксиром, перевозя другие тележки;
- 2) перевозчиком, поднимая и перевозя на себе грузы (стеллажи, паллеты и т. д.).

Основные направления работы:

1) движение по предварительно определенной траектории различной формы, включая развилки;

2) поддержание постоянной скорости в случае сопровождения конвейера или других объектов;

3) остановки и продолжение движения, как в заранее определенных позициях, так и "по требованию" оператора;

4) загрузка и разгрузка перевозимых компонентов;

5) беспроводная связь с другими тележками или центральным терминалом для создания сети тележек, движущихся без участия людей;

6) картографирование неподвижных препятствий для проезда на минимальном расстоянии;

7) распознавание перемещающихся препятствий, ожидание их исчезновения и продолжение работы.

Следуя по маршруту, беспилотная тележка может:

1) останавливаться и снова начинать движение;

2) сопровождать конвейер на постоянной скорости;

3) выполнять другие запрограммированные действия.

В структуру автоматически управляемой тележки входят:

1) блок привода, с 2-мя независимыми электромоторами, обеспечивающий тягу и поворот на маршруте следования;

2) блок энергообеспечения, содержащий набор герметичных необслуживаемых аккумуляторов (разрешены для применения в помещениях, где находятся люди, не требуют специальной комнаты для зарядки);

3) блок управления с программируемым контроллером, отвечающий за процесс движения;

4) система безопасности и оповещения, включающая в себя свето-звуковую сигнализацию при движении и сертифицированный ультразвуковой дальномер;

5) система навигации, позволяющая реализовать движение по заданной траектории;

6. пульт управления.

Использование этих систем позволяет беспилотной тележке следовать по заданному маршруту, включая развилки и повороты, контролировать препятствия на пути следования, останавливаться при их наличии и продолжать движение при первой возможности.

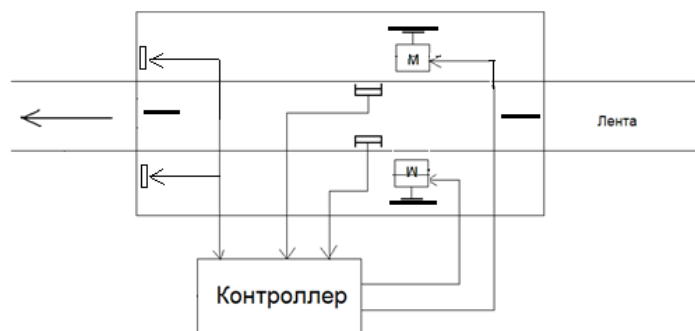


Рисунок 1 – Структура беспилотной тележки

Беспилотная тележка имеет четыре колеса: два из них ведущие, остальные поддерживающие. Поддерживающие колеса вращаются на 360 градусов, чтобы в случае чего тележка могла развернуться вокруг своей оси и продолжить движение без сторонней помощи. Также тележка имеет три типа датчиков. Индуктивные и инфракрасные датчики, расположенные в самом низу тележки, будут считывать траекторию магнитной ленты или чёрной линии. Датчики, расположенные впереди автоматического транспорта, должны предотвращать любое столкновение с препятствием, поэтому применяются ультразвуковые датчики расстояния. Все сигналы, получаемые датчиками, обрабатываются контроллером, который вырабатывает управляющий сигнал для драйверов привода.

Беспилотная тележка следует по предварительно определенной траектории. Старт движения может осуществляться по нажатию кнопки или событию: начало смены, прибытию груза, сигнал оператора.

Три варианта определения маршрута беспилотной тележкой:

1. По металлической ленте - наклеивается на пол, не мешает, легко создавать развилки, остановки и повороты. При таком режиме работают индуктивные датчики, которые выдают сигнал при наличии магнитного поля.

2. По чёрной линии – дешёвый способ, но при перестройке маршрута придётся стирать линию. При таком режиме работают ИК-датчики (датчики чёрной линии), которые работают по принципу отражения инфракрасного луча от поверхности пола.

3. Комбинированный режим – на пол наклеивается металлическая лента и покрывается чёрным матовым лаком. Более дорогой способ, однако самый надёжный. При этом режиме работают одновременно два типа датчиков.

В настоящее время использование беспилотного транспорта является малоизученным, однако в дальнейшем может быть внедрено для автоматизации различных производств. Использование такой системы позволит увеличить прибыль и ускорить транспортировку груза на предприятии.

В управлении тележки заложена остановка в случае обнаружения препятствия. Для этого в бампере тележки с обеих сторон находится по два ультразвуковых датчика. Такой датчик работает по принципу сонара, посылая пучок ультразвука, и получая его отражение с задержкой. Этим устройством управления определяется наличие объектов и расстояние до них. Ультразвуковые сигналы, генерируемые приёмником, отражаясь от препятствия, возвращаются к нему через определённый промежуток времени. Именно этот временной интервал становится характеристикой, помогающей определить расстояние до объекта.

Список литературы

1. Юревич, Е. И. Основы робототехники / Е. И. Юревич. – 2 –е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
2. Полностью автономные мобильные роботы OMRON LD 60/90 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://industrial.omron.ru/ru/products/ld-60-90>. – Дата доступа: 21.08.2021.
3. 3D-технологии Автоматически управляемые тележки [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <http://agvrobot.ru>. – Дата доступа: 22.08.2021.

УДК 004.67

РАЗРАБОТКА ФУНКЦИЙ ОБРАБОТКИ ДАТ В C++

Е. А. Кривоносова, Т. Г. Хомицкая

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Постановка задачи. Сфера применения языка программирования C++ широка. Даже в сегодняшнем мире, несмотря на всё многообразие современных надёжных инструментов, он остается незаменимым. Поэтому нередко C++ находит свое применение в системном программировании, при создании операционных систем, драйверов, различных утилит, антивирусов и т. д. Также C++ можно использовать в программах любого уровня, где важны скорость работы и производительность. Нередко он применяется для создания графических приложений, различных прикладных программ. Однако, также можно получить интересные результаты для решения прикладных задач используя только условный оператор *if()*.

В силу специфики специальности «экономика электронного бизнеса» часто приходится сталкиваться с обработкой чисел и дат. В стандартных библиотеках C++ не так много встроенных функций для работы с последними. В том числе нет возможности для автоматического нахождения разницы между двумя датами. Поэтому наша задача заключалась в реализации функции поиска разницы между данными, представленными в форме соответствующей структуре «дата» (день / месяц / год).

Целью нашей работы является разработка алгоритма для нахождения разницы между двумя датами и его реализация на C++.

Разработка алгоритма и программы. С первого взгляда задача разработать алгоритм может показаться несложной. Однако, в расчетах необходимо учитывать многие факторы, такие как разнообразное количество дней в каждом месяце, високосные года, а также ситуацию, когда день первой даты больше дня второй даты, т. е. невозможность просто вычесть дни друг от друга. Эти нюансы регулировались с помощью анализа данных и выбора действий в зависимости от полученного результата, т. е. в основу был заложен разветвляющийся алгоритм.

Программа, составленная на основе разработанного алгоритма, работает в двух режимах, в зависимости от выбора пользователя: вычисляется разница между двумя датами (рис. 1) либо вычисляется разница между системной датой и датой, введенной пользователем (рис. 2).

Для определения количества дней в месяце, в том числе в зависимости от того является ли год високосным или нет, была разработана функция *checking()*, которая позволяет регулировать различные нюансы при обработке введенных дат. Например, при анализе дат оказывается, что первая дата наступила позже второй даты или в первой дате число, определяющее день, больше аналогичного числа во второй дате. Программа работает с любыми существующими датами, учитывая все вышесказанные нюансы (рис. 3, 4).

```

Choose the mode of program.
 1. difference between two dates;
 2. difference between system date.
? your choice is 1
enter your dates separated by a space
DD MM YYYY = 22 06 1941

DD MM YYYY = 09 05 1945

between dates:
3-years
10-months
17-days

```

Рисунок 1 – Разница между двумя введенными датами

```

Choose the mode of program.
 1. difference between two dates;
 2. difference between system date.
? your choice is 2
date of system is 20.4.2021
enter your date separated by a space
DD MM YYYY = 26 04 1986

between dates:
34-years
11-months
25-days

```

Рисунок 2 – Разница между системной и введенной датой

```

Choose the mode of program.
 1. difference between two dates;
 2. difference between system date.
? your choice is 1
enter your dates separated by a space
DD MM YYYY = 10 05 1932

DD MM YYYY = 07 10 1980

between dates:
48-years
4-months
27-days

```

Рисунок 3 – Разница между датами с високосными годами

```

Choose the mode of program.
 1. difference between two dates;
 2. difference between system date.
? your choice is 2
date of system is 20.4.2021
enter your date separated by a space
DD MM YYYY = 28 11 2002

between dates:
18-years
4-months
23-days

```

Рисунок 4 – Первая дата наступила позже второй

Анализ результатов и выводы. В целом разработанная программа демонстрирует возможность эффективного использования конструкций ветвления в C++, является наглядным примером работы с библиотекой <ctime>, имеет практическую ценность для специалистов, использующих в своей работе даты. В будущем можно разработать комплекс функций обработки дат для использования в прикладных расчетах решения экономических задач (например, функцию для подсчета полного количества дней, прошедших между двумя датами).

СИСТЕМА ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ МАРШРУТНОГО ТАКСИ

С. А. Летченя, И. А. Бойко, М. В. Ануфриев
Брестский Государственный Технический Университет, Брест
Научный руководитель: к. т. н., доцент Шуть В. Н.

В 21 веке, когда людские потоки стекаются в мегаполисы, общественный транспорт можно по праву назвать «кровеносной системой» городов. Он значительно снижает дорожный трафик и загрязнение окружающей среды.

Значительный процент пассажирских перевозок в настоящее время охватывает система маршрутного такси. Но у такого вида транспорта есть ряд недостатков: большое количество рейсов либо не загружены полностью, что приводит к потере предполагаемой прибыли, либо не могут вместить всех пассажиров, происходит потеря прибыли в час пик из-за отсутствия необходимого количества транспорта на пути следования. Таким образом, необходимо оптимизировать транспортную сеть маршрутного такси для достижения наиболее высокого качества пассажиро-перевозок при минимальной себестоимости [1].

Ведётся разработка автоматизированной системы для оптимизации работы маршрутного такси с использованием современных гаджетов и приложений к ним, которые имеют и используют клиенты транспортных услуг городов (пассажиры). Известна подобная система для такси (сервис «Яндекс.Такси»), когда клиент с любого места города может заказать ближайшее к нему свободное такси.

Одной из центральных функций приложения для водителя маршрутного такси является рекомендация по времени выезда его с конечного пункта на маршрут. Идея состоит в определении момента времени отправления, чтобы маршрутное такси не было переполнено и при этом не следовало бы по маршруту полупустым. Такое требование в условиях полной неопределенности числа ожидающих на маршруте пассажиров трудно осуществимо. Единственным источником информации о состоянии маршрута являются сообщения от водителя маршрутки, отправившейся на маршрут ранее. Эта информация относительно неполная, т. к. имеет некоторый смысл только в том случае, когда впереди идущая маршрутка на очередной остановке из-за ограниченной вместимости не смогла забрать всех пассажиров. Полученное радиосообщение ускорит момент выезда на маршрут очередного транспортного средства [2–4].

Исходя из вышеизложенных проблем, для решения данной задачи авторами была использована модель «Транспорт по запросу».

Основные задачи системы:

1. Создание заявки пассажира, ожидающего на остановочном пункте маршрутного такси.
2. Информирование водителя маршрутного такси о загруженности маршрута.
3. Информирование водителя маршрутного такси о количестве пассажиров, которые заполнят и покинут маршрутное такси на каждом следующем остановочном пункте.

Хранение и передача данных происходит в виде запросов на сервер. Каждый запрос представляет собой набор, определяющий маршрут, начальный и конечный остановочные пункты. Маршрут, в свою очередь, определяется упорядоченной последовательностью остановок.

Схема взаимодействия компонентов автоматизированной системы представлена на рисунке 1.

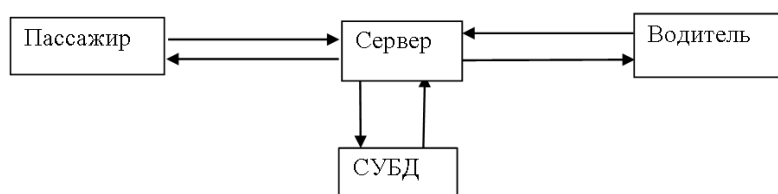


Рисунок 1 – Схема взаимодействия компонентов автоматизированной системы

Сервер выступает центральным элементом системы, который, с одной стороны, обеспечивает управление потоками информации, предоставляя и принимая данные посредством запросов от клиентских компонент, а с другой – обеспечивает сохранность данных путем взаимодействия с СУБД и сохранением данных в базе данных.

Компонентами клиент-серверной системы являются приложения для двух основных участников процесса перевозки маршрутным такси – пассажира и водителя, а также программная реализация сервера. Пользовательская часть системы представлена двумя отдельными клиент-серверными приложениями. Оба приложения ориентированы в первую очередь на использование на мобильных устройствах.

Для работы клиент-пассажирского приложения требуется разместить QR-код на всех остановочных пунктах общественного транспорта в месте доступном для считывания. Таким образом, приложение позволяет пользователю сформировать запрос, считав QR-код остановочного пункта с помощью веб-камеры, указав маршрут и пункт назначения в диалоговом окне приложения. Через некоторое количество времени приложение получит ответ от сервера и сообщит об успешной регистрации заявки и примерное время прибытия транспортного средства.

Пользователь-пассажир работает с системой без аутентификации. Для работы приложения обязательным условием является наличие интернет-соединения. При успешном сканировании, приложение переводит пользователя на экран заполнения информации для создания заявки (пример на рисунке 2).

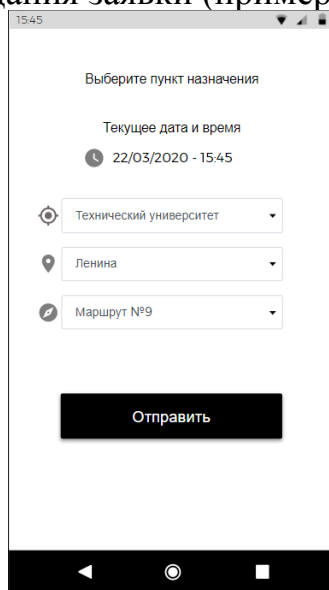


Рисунок 2 – Диалоговое окно приложения регистрации заявок пассажиров
Приложение для клиента пассажира предоставляет пользователю возмож-

ность формирования заявок в двух режимах: с выбором желаемого маршрута или с выбором остановок. Блок-схема клиентского приложения для пассажира приведена на рисунке 3.

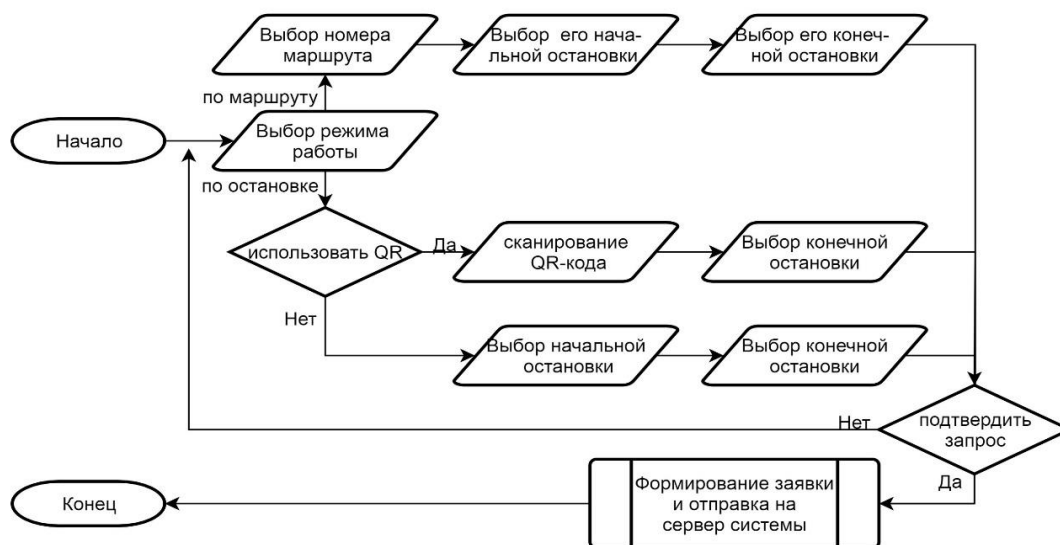


Рисунок 3 – Блок-схема работы клиентского приложения для пассажира

После того, как пользователь (пассажир маршрутного такси) ввёл все необходимые данные, достаточно нажать на кнопку «Отправить» для того, чтобы создать заявку на сервере. Заявка информирует водителя маршрутного такси о том, что пассажир ожидает на текущей остановке.

Приложение для водителя предназначено для регистрации водителей в системе, а также для предоставления информации о загруженности маршрута в режиме реального времени. С момента регистрации в клиентском приложении для водителя маршрутного такси начинается отслеживание водителя в системе клиент-сервер.

В соответствии с информацией, поступающей на сервер, водителю будет подан сигнал активации, когда ему следует выехать с остановочного пункта, на котором он находится. Сигнал информирует водителя маршрутного такси о том, что на маршруте следования появились пассажиры, ожидающие маршрутное такси на остановочном пункте (создавшие заявку в системе на проезд до определённого остановочного пункта).

Водителю сообщается следующая информация:

- количество пассажиров, которые готовятся к выходу из салона на следующем остановочном пункте;
- количество пассажиров, которые ожидают на следующем остановочном пункте.

Разработанная система позволит оптимизировать движение маршрутного такси под нужды пассажиров, тем самым повысив производительность работы транспортной системы в целом. В настоящее время система внедряется для использования на отдельных маршрутах, однако в дальнейшем может быть внедрена для всей транспортной сети города. Что позволит собрать множество статистических данных по перемещению людских масс в пределах города для более тщательной планировки маршрутов пассажирского транспорта.

Список литературы

1. Пролиско, Е. Е. Высокопроизводительный вид городского пассажирского транспорта на базе современных информационных технологий / Е. Е. Пролиско, В. Н. Шуть // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика : сб. научн. трудов междунар. заочной науч.-практич. конф., Воронеж : 14.07. 2016 г. – Воронеж : ВГЛТУ, 2016. – Т. 4, № 5. – Ч. 3. – 407 с.
2. Shuts, V. Mobile Autonomous robots – a new type of city public transport / V. Shuts, V. Kasyanik // Transport and Telecommunication. – 2011. – Vol. 12, № 4. – P. 52–60.
3. Пролиско, Е. Е. Динамическая модель работы транспортной системы «Инфобус» / Е. Е. Пролиско, В. Н. Шуть // Искусственный интеллект. Интеллектуальные транспортные системы : материалы науч.-техн. конф., Брест, 25–28 мая 2016 г. – Брест : БрГТУ, 2016. – С. 49–54.
4. Шуть, В. Альтернативный метро транспорт на базе мобильных роботов / В. Шуть, Е. Пролиско // Штучний інтелект. – 2016. – № 2 (72). – С. 170–175.

УДК 004.93'1

НЕЙРОСЕТЕВАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЗАЛЕЖНЫХ ЗЕМЕЛЬ НА ОСНОВЕ ВЕГЕТАЦИОННЫХ ИНДЕКСОВ

Е.Е. Марушко¹, А.Н. Леванков²

¹ОИПИ НАН Беларуси, Минск, Беларусь, *e-mail*: doudkin@newman.bas-net.by

²ООО «Code Inspiration Pro», Минск, Беларусь, *e-mail*: alexlevankou@gmail.com

Идентификация выведенных из севооборота участков пашни (залежных земель) является одной из важнейших задач дистанционного зондирования Земли. Одним из подходов к идентификации залежных земель является анализ снимков участков земли, полученных до и после приостановки на них хозяйственной деятельности [1]. Недостатком данного подхода является необходимость наличия таких снимков до и после приостановления хозяйства на данном участке поля, между которыми может пройти много лет. Другой подход к идентификации основан на использовании спектральных характеристик изображений для детектирования и оценки состояния земель [2], в частности вегетационных индексов. Он позволяет работать с актуальными снимками земной поверхности.

Почти все распространенные вегетационные индексы (NDVI, normalized difference vegetation index) используют только соотношение красного (R) и ближнего инфракрасного (NIR) каналов [3]:

$$NDVI = \frac{(NIR - R)}{(NIR + R)}$$

Значения индекса находятся в диапазоне от -1 до 1, т. е. «нормализованы» для более лёгкого сравнения между собой. Значения NDVI от -1 до 0 – это объекты неживой природы и инфраструктуры: снег, вода, песок, камни, дома, дороги и т. п. Значения для растений лежат в диапазоне от 0 до 1.

Использование нейронных сетей обеспечивает выполнение главного требования к алгоритмам идентификации – их инвариантности к сдвигу объекта, его угловой ориентации и масштабу, что позволяет повысить достоверность идентификации.

В связи с тем, что спектр залежи большую часть вегетационного периода слабо отличается от обычного поля, был выбран подход к получению серии снимков, сделанных на протяжении всего вегетационного периода. Также рабочая гипотеза предполагает, что текстура пахотных земель будет более равномерной за счет преобладания одной сельскохозяйственной культуры на всей площади поля, в то время как текстура неиспользуемых земель может быть неравномерна из-за различных травяных культур либо наличия кустарников. Сезонные значения NDVI, цветовые и текстурные информационные признаки могут быть использованы для обучения нейронной сети с целью повышения точности построения карт полей.

Нейросетевой алгоритм идентификации включает следующие шаги:

1) выбор участка поверхности земли, содержащего как заброшенные, так и активно используемые сельскохозяйственные земли в примерно одинаковом соотношении;

2) определение временных интервалов вегетационного периода, подбор спутниковых снимков выбранной территории сделанных на разных этапах развития растительности в течение одного сезона;

3) расчёт и формирование карты NDVI для каждого отдельного снимка;

4) совмещение опорных координат всех снимков и выделение общей области;

5) формирование соответствующего этой области бинарного слоя данных, говорящего о принадлежности каждого пикселя залежным землям;

6) обучение нейронной сети на тестовой выборке;

7) оценка точности построенной нейросети на валидационной выборке.

Для выбора территории (шаг 1), на которой будет произведена разметка данных, были использованы материалы геопортала земельно-информационной системы Республики Беларусь. Отбор спутниковых снимков и их предварительная обработка (шаг 2) выполняются на сайте программы «Copernicus», где в параметрах поиска можно задать интересующую территорию, тип спутника, временной интервал, уровень облачности и др. Как показывают наши исследования, наиболее информативными являются снимки за осенний период, так как в это время спектральная характеристика используемых полей меняется сильнее, чем спектр необрабатываемых территорий из-за уборки урожая и распашки территории. Последующие шаги алгоритма реализуются в программе QGIS (Open Source Geographic Information System) – свободной кроссплатформенной ГИС, в которой есть все необходимые инструменты анализа, выборки, геопроецирования, управления геометрией и базами данных [4].

Список литературы

1. The effect of Landsat ETM/ETM+ image acquisition dates on the detection of agricultural land abandonment in Eastern Europe /Alexander V. Prishchepov [et al.] // Remote Sensing of Environment –2012. – Vol. 126. – Pp. 195–209.
2. Черепанов, А. С. Спектральные свойства растительности и вегетационные индексы / А. С. Черепанов, Е. Г. Дружинина. – Геоматика. – № 3. – 2009. – С. 28-32.
3. Терехин, Э. А. Распознавание залежных земель на основе сезонных значений вегетационного индекса NDVI / Э. А. Терехин // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 719–725.
4. QGIS – a Free and Open Source Geographic Information System [Electronic resource]. – URL: Welcome to the QGIS project (Date of access: 16.02.2021).

ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ НАЛОГОВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С ОБЛАЧНЫМИ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ

Ю. А. Редевская¹, В. В. Ганченко²

¹Белорусский государственный экономический университет, Палата налоговых консультантов, Минск, Беларусь, *julia.redevskaya@gmail.com*

²Объединенный институт проблем информатики, Минск, Беларусь, *ganchenko@newman.bas-net.by*

В докладе рассмотрен статистический (нормативный) балансовый метод налогового планирования. Суть его состоит в том, что на основе данных балансов ряда различных, не связанных между собой, коммерческих предприятий определяются осредненные величины параметров, которые могут быть использованы для построения расчётной экономической модели предприятия. Отклонения в ту или иную сторону показателей конкретного предприятия от средне-статистических характеризуют динамику его деятельности. Такая модель, дополненная конкретными блоками хозяйственных операций, может послужить основой для проведения тактического налогового планирования и отработки различных видов хозяйственной деятельности. Одним из ограничений данного метода является то, что в настоящее время нет широкой практики публикации балансов и финансовых отчётов предприятия, отсутствует платформа для этих целей.

Для финансового планирования предлагается использовать Национальную SMART-платформу [1], которая позволит объединить средства сбора, верификации и анализа данных со средствами первичного учёта данных для налогового планирования. При реализации необходимо функционально разделить поставщиков услуг и их потребителей, контроль качества услуг и их стоимость, обеспечить интеграцию с платёжными системами, а также предоставить инструментальные средства повышения эффективности использования информационных ресурсов.

Данные для налогового планирования собираются в единый банк данных на основании представленных в налоговые инспекции бухгалтерской отчётности, налоговых деклараций и статистических отчётов, которые содержат данные о выручке, прибыли, размере уставных фондов организаций, исчисленных налоговых платежей, средней численности и т. д. Их совместимость с национальной SMART-платформой осуществляется на уровне данных. Массивы данных, получаемые и накапливаемые национальной SMART-платформой для «умных решений» в бизнесе и промышленности, могут обрабатываться на основе этих алгоритмов, обеспечивая поддержку технологии цифровизации процесса анализа налоговой нагрузки и ее прогнозирования.

Представляется целесообразным реализация системы управления взаимодействием предприятия и клиентов (CRM-системы) [2] на основе гибридного облака с использованием модели SaaS (Software as a Service) [3]. При этом один фрагмент системы может быть реализован как публичное облако, содержащее приложение CRM, интерфейсы приложения (в том числе, мобильные), часть базы данных, необходимая для функционирования приложения и интерфейса. Его

ресурсы для совместного использования динамически предоставляются через Интернет посредством веб-приложений. Внутренний документооборот, системы учёта и другие элементы системы реализуется в виде частного облака. Он расположен внутри предприятия и управляется предприятием. Такое разделение обеспечит безопасность данных с одной стороны и масштабируемость и доступность системы с другой стороны.

Основными компонентами информационной корпоративной системы с облачными вычислениями являются:

- АРМ, в его составе предлагается использовать «1С: Предприятие 8.2», которое имеет облачные инструменты и другие сервисы компании 1С, которые используют облачные технологии («1С: Управление небольшой фирмой», «1С: Бухгалтерия 8» и др.);
- бизнес-аналитика, обеспечивает статистический балансовый метод налогового планирования (включает инфраструктуру машинного обучения алгоритмов прогнозирования и оптимизации при работе с большими данными);
- шлюзы к подсистемам бизнес-аналитики;
- интерфейс, обеспечивает обмен сообщениями и интеграцию данных;
- сервисы информационной безопасности (аутентификация, облачная подпись).

Диаграмма компонентов программной системы для налогового планирования на основе SMART-платформы представлена на рисунке 1.

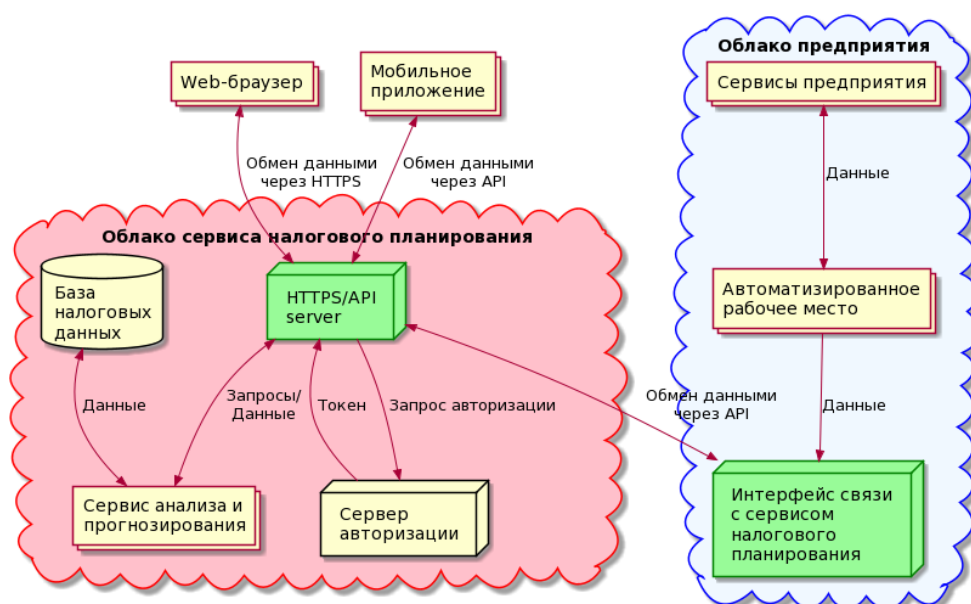


Рисунок 1 – Диаграмма компонентов программной системы для налогового планирования

Основной частью программной системы является облако сервиса налогового планирования, которая включает в себя следующие компоненты [4]:

- HTTPS/API сервер, обеспечивающий доступ к функциональности, при этом доступ возможен как с использованием браузера (веб-приложения), так и с использованием API для других приложений (например, мобильных);
- сервер авторизации, обеспечивающий генерацию токенов доступа для подключённых к системе пользователей, а также их валидацию;

- база налоговых данных;
- сервис анализа и прогнозирования (возможен запуск нескольких экземпляров для обеспечения масштабирования), собственно и реализующих функционал обработки данных.

Для обеспечения автоматизации разворачивания и масштабирования работы сервиса можно использовать открытое программное обеспечение Kubernetes. Это программное обеспечение предназначено для оркестровки контейнеризированных приложений – автоматизации их развёртывания, масштабирования и координации в условиях кластера. Поддерживает основные технологии контейнеризации, включая Docker.

Предложенная реализация стратегического (и налогового в том числе планирования) на основе SMART-платформы может быть широко использована мелким бизнесом и индивидуальными предпринимателями ввиду простоты использования и доступности, которая подразумевает под собой SMART-платформа. Также такой подход к структуризации и обработке налоговой информации может быть полезен для анализа динамики хозяйственной и финансовой деятельности предприятий с целью выработки возможных регулирующих действий на уровне государства.

Список литературы

1. Постановление Совета Министров Республики Беларусь от 23.03.2016 № 235 «Государственная программа развития цифровой экономики и информационного общества на 2016 – 2020 годы».
2. CRM системы. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.kpms.ru/Automatization/CRM_system.htm. – Дата обращения: 23.03.2021.
3. Уокер, Г. Основы облачных вычислений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/cl-cloudintro/index.html>. Дата обращения: 23.03.2021.
4. Фаулер, М. Шаблоны корпоративных приложений : пер. с англ. / М. Фаулер. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2016. – 544 с.

УДК 004.633.2

СОРТИРОВКА ДВУМЕРНЫХ МАССИВОВ В C++

М. А. Ровнейко Т. Г. Хомицкая

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Алгоритм сортировки – это количество последовательных действий для упорядочивания элементов в списке. Сортировка применяется в различных областях программирования (например, при создании баз данных или при конструировании математических программ).

Цель исследования – рассмотреть сортировку двумерного статического массива методом пузырька, **задача** – разработать его представление в виде «улитки».

Актуальность темы исследования обусловлена тем, что сортировка является одним из эффективных методов упорядочивания и структурирования данных, занесённых в прямоугольную или квадратную матрицу. В связи с этим

возникает необходимость в разработке новых, ранее нигде не применявшихся представлений элементов в отсортированном массиве.

Для наглядности и определённости необходимо обратиться к рассмотрению различных представлений сортировок на примере прямоугольной матрицы:

6	3	5	0
0	2	1	4
1	7	3	3

Первый способ:

1. Сначала следует отсортировать массив по строкам:

0	3	5	6
0	1	2	4
1	3	3	7

2. Затем осуществляется сортировка строк таким образом, чтобы они были представлены в «лексико-графическом» порядке:

0	1	2	4
0	3	5	6
1	3	3	7

Второй способ заключается в сортировке всех элементов массива по порядку. Следует учитывать, что в данном случае элементы просматриваются от первого в верхней строке с последующим переходом к первому в новой строке:

0	0	1	1
2	3	3	3
4	5	6	7

Третий способ представляет собой сортировку значений матрицы «змейкой». Необходимо отметить, что при такой сортировке элементы просматриваются от первого в верхней строке с последующим переходом к последнему элементу в новой строке:

0	0	1	1
3	3	3	2
4	5	6	7

В четвёртом способе применяется сортировка элементов массива «улиткой»:

0	0	1	1
5	6	7	2
4	3	3	3

При программировании наиболее лёгкий способ осуществления сортировки для 2, 3 и 4 вариантов – создание в памяти одномерного массива, куда «перенесены» элементы из двумерного массива, затем его сортировка одним из известных методов и возврат по выбранному обходу уже отсортированных элементов. Данный способ можно изобразить графически.

Исходный массив:

6	3	5	0
0	2	1	4
1	7	3	3

Одномерный массив, в который перенесены элементы из двумерного:

6	3	5	0	0	2	1	4	1	7	3	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Сортировка элементов массива по возрастанию:

0	0	1	1	2	3	3	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Далее осуществляется возврат отсортированных элементов в двумерный массив:

0	0	1	1
5	6	7	2
4	3	3	3

Авторами было решено, что прибегнуть к данной реализации будет достаточно просто. В связи с этим была поставлена задача создания формул для перехода по «улитке» непосредственно в двумерном массиве, чтобы не использовать дополнительно память для хранения одномерного массива.

Для реализации был выбран метод сортировки пузырьком. Следует отметить, что вариантов реализации этого метода достаточно много, но суть его состоит в сравнении двух соседних элементов и обмен их при определённых условиях таким образом, чтобы в итоге наибольший элемент «всплыл как пузырёк» вверх списка.

Рассмотрим подробно некоторые аспекты разработанного алгоритма.

Прежде всего, осуществляется ввод двумерного массива размерностью $m \times n$ (в примере 4×3), затем разрабатывается алгоритм действий с помощью цикла *for* и совокупности условий *if/else*. Они позволяют просматривать номера клеток соседних ячеек каждого ряда элементов и определять направление движения при изменении угла просмотра прямоугольной матрицы.

Для лучшего понимания авторами даны пояснения по вычислению соседней клетки в правом направлении и с переходом на нижнее направление.

Можно допустить, что задано условное смещение $z = 1$ и позиция p , обозначенная буквенным символом 'r', т.е. рассматривается направление «вправо». Если первоначальное значение $j1$ меньше, чем угловое значение элемента $zn2$

(это значит, что текущее положение столбца меньше, чем номер последнего столбца), то $j1$ увеличивается на единицу и полученному значению присваивается новое значение $j2$, при этом значения строк $i2$ и $i1$ совпадают (рис. 1).

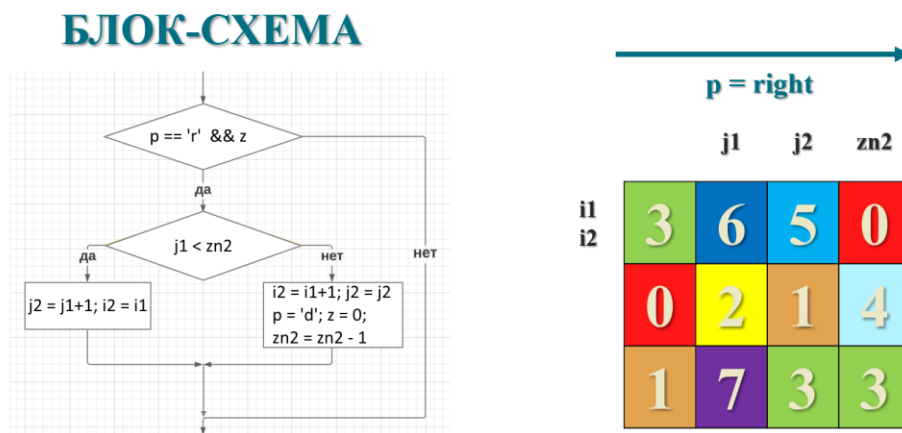


Рисунок 1 – Вычисление соседней клетки в правом направлении

Примечание – Источник: собственная разработка

В противном случае, к значению строки $i1$ прибавляется единица (полученному значению присваивается значение $i2$), причём теперь $j2$ и $j1$ совпадают. Таким образом осуществляется переход на рассмотрение элементов «вниз», т. е. позиции p теперь присваивается символьное значение 'd' и применяется декремент по отношению к угловому значению $zn2$. Этот ход действий отражён на рис. 2.

Таким образом, в каждом подцикле главного цикла *for* с помощью условия определялось дальнейшее направление просмотра массива. Как результат, в разработанном авторами методе представления отсортированного массива элементы последовательно сравниваются друг с другом, после чего на позиции $mas[0][0]$ оказывается наименьший элемент, далее элементы по возрастанию располагаются по верхней горизонтальной строке, правому вертикальному столбцу, нижней горизонтальной строке, левому вертикальному столбцу и т. д. Следовательно, на центральной позиции матрицы находится наибольший элемент из случайного диапазона чисел.

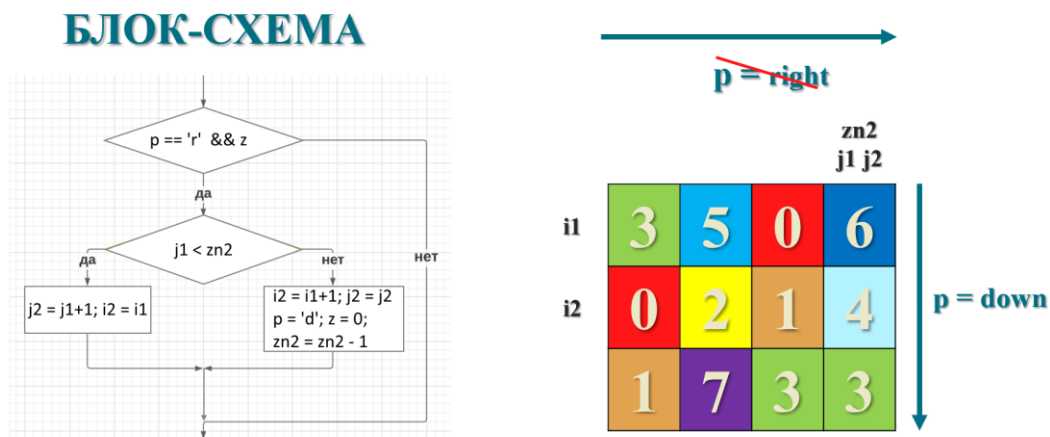


Рисунок 2 – Вычисление соседней клетки с переходом на нижнее направление

Примечание – Источник: собственная разработка

Реализация этой программы представлена на языке программирования C++ в Visual Studio 2019. Экранные копии консоли с примерами выполнения представлены на рис. 3.

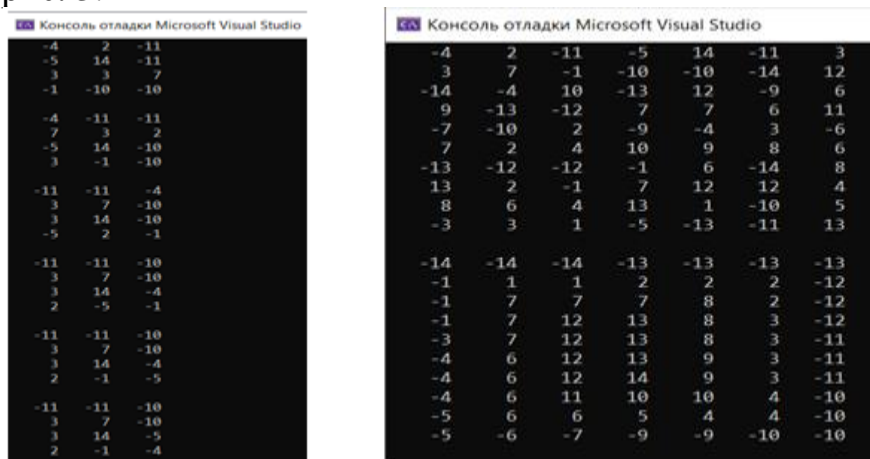


Рисунок 3 – Экранные копии консоли с примерами выполнения

Примечание – Источник: собственная разработка

Таким образом, можно прийти к следующему выводу: сортировка методом пузырька является быстрым и удобным способом сортировки массива, а разработка представления отсортированного массива в виде «улитки» – новый и нестандартный метод представления элементов в матрице с целью их упорядочивания и выделения наибольшего значения на центральной позиции.

УДК 656.135.2

СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОДСЧЁТА ПАССАЖИРОПОТОКА С УДАЛЕННЫМ СЕРВЕРОМ

В. В. Стасевич, А. С. Филипеня, С. С. Галанин

Брестский государственный технический университет, Брест

Научный руководитель: В. Н. Шуть, доцент, кандидат технических наук

Пассажирский автомобильный транспорт превратился в один из основных и наиболее распространённых видов пассажирского транспорта страны. Он широко обслуживает транспортные потребности городского и сельского населения, обеспечивая массовые и индивидуальные перевозки пассажиров возросшим парком автобусов и легковых автомобилей. Автобусный транспорт общего пользования превышает уровень пассажирооборота, освоенный железнодорожным транспортом, и в связи с этим автомобильный транспорт обеспечивает не только основной объект перевозок пассажиров в городских и внегородских сообщениях, но и ведущую часть пассажирооборота всех видов пассажирского транспорта страны.

Все больше внимания уделяется дальнейшему взаимодействию различных видов транспорта, улучшению системы и совершенствованию методов организации перевозок, повышению безопасности движения. Особое значение придается повышению культуры обслуживания пассажиров на всех видах транспорта.

Развитие пассажирского транспорта, более полное удовлетворение потребностей в перевозках оказывают значительное влияние на использование свободного времени трудящихся и производительность их труда. Поэтому пробле-

ма пассажирского автомобильного транспорта в целом является важной проблемой комплексной программы социального развития.

Успешное решение проблемы пассажирского автомобильного транспорта зависит от степени совершенства и обоснованности системы перевозочного процесса, обеспечивающей главное звено и конечную цель эксплуатационной деятельности пассажирского транспорта.

Одной из важнейших задач для автоматизации общественного транспорта является подсчёт пассажиропотока с целью последующей оптимизации маршрутов. Из результатов этого подсчёта можно извлечь информацию о том, насколько эффективен данный маршрут, что в нём нужно изменить, избежать дублирования некоторых участков маршрутов. Сбор статистики по пассажиропотоку позволит проектировать новые маршруты, менять действующие и более рационально планировать работу подвижного состава в зависимости от загруженности тех или иных остановок и линий. Этот факт одинаково полезен как пассажирам, так и транспортным предприятиям. Некачественно сформированная маршрутная сеть влечёт за собой ухудшение эффективности транспортно-пассажирского сообщения, повышение затрат на осуществление перевозок, уменьшению прибыли [1, с. 64].

Автобусный и троллейбусный парки несут значительные убытки из-за пассажиров, не оплачивающих проезд. Проблемой являются, например, передача одного талона между пассажирами, попытка проехать на одном талоне несколько раз, подделка талонов и многие другие способы обмана контроллеров. За счет сравнения пассажиропотока и пробитых проездных документов можно будет сделать выводы о неоплаченных поездках и повысить эффективность контрольно-ревизорской службы.

Для решения поставленной задачи предлагается использование технологии компьютерного зрения и анализа данных для текущего подсчета числа пассажиров в транспортном средстве и определения маршрутов следования пассажиров по полученным результатам. В частности, в салоне транспортного средства устанавливаются камеры видеонаблюдения, которые полностью обзорают входы и выходы транспортного средства. Это обусловлено низкой стоимостью видеокamеры относительно других устройств подсчёта пассажиров, отсутствием ограничения передвижения пассажиров, а также возможностью обучать и тестировать систему на простом видеоряде: нет необходимости в стереоизображении и другой специализированной записи, достаточно записи с обычной камеры.

Модуль глобального позиционирования, реализованный на основе технологий GPS и/или ГЛОНАСС, позволяет определять координаты транспортного средства. Временная метка и координаты транспортного средства являются неотъемлемой частью видеоданных. По прибытию в автопарк происходит автоматическая передача полученных записей на удаленный сервер для последующей обработки [2, с. 60–61].

Полученные кадры проходят ряд преобразований. Например, имеется возможность изменить размер поступающих кадров для скорейшей обработки. Затем для детектирования объектов кадр подается на нейронную сеть. Если нейронная сеть с достаточной степенью достоверности посчитала, что данный объект – человек, то при пересечении его через прямую, отделяющую салон автобуса от улицы, будет увеличиваться значение счётчика количества входящих или выходящих пассажиров в зависимости от направления движения пассажира [3, с. 223–224].

Указанные свойства позволяют получить следующий эффект – учет пассажиропотока во времени и пространстве.

К техническим преимуществам полезной модели по сравнению с известными аналогами относятся следующие:

1. Автоматический учет и анализ пассажиропотока.
2. Прогнозирование пассажиропотока по часам суток и дням недели.
3. Отсутствие накопительной ошибки. Возникающие ошибки носят эпизодический характер, которые не влияют на подсчет пассажиров при последующих итерациях подсчета.
4. Возможность ручной проверки в режиме прямой трансляции или просмотр записанного видео с камеры с целью проверки норм безопасности и контроля за воздействиями на работу системы.

Новизна предлагаемого подхода состоит в совокупном использовании модуля глобального позиционирования, видеокамер для обзора салона транспортного средства, роутера и автоматической обработки полученных с видеокамер изображений с помощью средств технического зрения для подсчета пассажиров на удаленном сервере [4, с. 170–172].

Средняя точность разработанной системы по видеорядам составила 85 %, по числу обнаруженных пассажиров – 83 %, что превышает точность ручного подсчета пассажиропотока (80 %). Датасет составлял 130 изображений, что является крайне малым объемом. При наличии более качественной видеозаписи с большим углом обзора камеры, увеличения размера датасета, а также времени обучения нейронной сети точность будет значительно увеличена.

Таким образом, опираясь на данные, которые предоставляет разработанная система, можно в реальном времени оптимизировать работу городской транспортной системы, что приведет к значительной экономии топлива, уменьшению вредных выхлопов, уменьшению износа транспорта, к общему улучшению качества обслуживания населения и удобству использования общественного транспорта.

Система также может быть потенциально модифицирована для того, чтобы засекать число безбилетных пассажиров на каждом из рейсов, а также передавать информацию контроллерам, является ли пассажир безбилетником. К сожалению, из-за специфики расположения камер – они расположены сверху – засекать безбилетных пассажиров для последующего сравнения с базой данных лиц и автоматической выдачи штрафа без необходимости наличия контроллера не представляется возможным.

Список литературы

1. Шуть В. Н. Средства подсчета пассажиропотока в автобусах при городских перевозках пассажиров / В. Н. Шуть [и др.] // Вестник БрГТУ. – 2019. - № 5 (118): Физика, математика, информатика. – С. 63 – 66.
2. Пролиско Е. Е. Математическая модель работы «ИНФОБУСОВ» / Е. Е. Пролиско, В. Н. Шуть // Матеріали VII-ої Українсько-польської науково-практичної конференції «Електроніка та інформаційні технології (ЕІТ-2015)», 27-30 серпня 2015 р., Львів-Чинадієво, 2015. – С. 59–62.
3. Шуть, В. Н. Алгоритм организации городских пассажирских перевозок посредством рельсового беспилотного транспорта "Инфобус" / В. Н. Шуть, Е. В. Швецова // ACTUAL PROBLEMS OF FUNDAMENTAL SCIENCE: third international conference. – Луцк: Вежа-Друк, 2019– С. 222-226
4. Шуть, В.Н. Альтернативный метро транспорт на базе мобильных роботов / Е. Е. Пролиско, В. Н. Шуть // Штучний інтелект. – 2016. – № 2 (72) – С. 170–175.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗКИ ПАССАЖИРОВ ГОРОДСКИМ ПАССАЖИРСКИМ ТРАНСПОРТОМ

Т. М. Сукасян

*Брестский государственный технический университет, Брест
Научный руководитель: В. Н. Шуть, канд. техн. наук, доцент*

Низкий уровень организации пассажирских перевозок на сегодняшний день является одной из важнейших проблем. Традиционные системы общественного транспорта в своем большинстве не справляются с ростом подвижности населения и часто являются убыточными, но, так как нет достойной альтернативы, городским властям приходится их поддерживать. Кроме того, городские улицы перенасыщены и частным автомобильным транспортом, что приводит к образованию заторов, поэтому люди все больше времени тратят на перемещения по городу. В работах [1, 2] была описана новая интеллектуальная транспортная система, способная решить проблемы координации транспортных потоков, разгрузки перенасыщенных магистралей городов и доставки пассажиров к месту назначения максимально быстро и комфортно для каждого из них.

Функционирование описанной транспортной системы будет осуществляться следующим образом:

1. Пассажир, на оборудованном специальными терминалами остановочном пункте, во время оплаты проезда указывает и остановочный пункт, на который желает ехать.

2. Вся информация с терминалов поступает на управляющую ЭВМ, которая формирует план перевозки и отправляет нужное количество единиц транспорта на маршрут, по истечении некоторого заданного времени либо накоплении достаточного количества пассажиров для перевозки.

Под планом перевозки понимается последовательный вывод транспортных средств (именуемых в дальнейшем инфобус) на маршрутную линию с указанием конечной станции и нескольких промежуточных, индивидуально для каждого инфобуса. Перед приходом инфобуса на остановочный пункт на специальном табло будут высвечиваться номера остановок, на которых он будет останавливаться, и пассажиры, следующие на одну из них, смогут занять места в транспортном средстве.

Для составления плана перевозки пассажиров будет использоваться матрица корреспонденций M_Z , $Z=1, 2, \dots, k$. Каждый элемент этой матрицы m_{ij} показывает количество пассажиров, которые желают ехать с остановки i на остановку j , где $i, j = \overline{1, k}$, а k – количество остановок одного направления маршрута. Элементы матрицы M_Z , стоящие на главной диагонали и под ней равны нулю, так как пассажир не может ехать назад и не может выйти на остановке, на которой он сел в инфобус [3].

План перевозки пассажиров составляется для каждой строки матрицы M_Z , в которой хотя бы один элемент удовлетворяет условию $m_{ij} \in [a \cdot V; V)$, где $a \in [0, 7; 1)$ – коэффициент эластичности, V – объем транспортного средства. Рассмотрим i -ю строку матрицы корреспонденций: $(0 \dots 0 \ m_{i,i+1} \ m_{i,i+2} \ \dots \ m_{i,k})$. Переобозначим элементы i -й строки следующим образом: элемент $m_{i,i+1}$ обозначим через m_1 , элемент $m_{i,i+2}$ обозначим через m_2 и так далее до элемента $m_{i,k}$,

который обозначим через m_r , здесь $r=k-i$ – число ненулевых элементов в строке i . В результате получим множество $P=\{m_1, m_2, \dots, m_r\}$. Тогда задача по перевозке пассажиров с i -й остановки минимальным количеством инфобусов и с не более чем одной остановкой в пути для каждого пассажира может быть сформулирована так: требуется разбить множество P на подмножества так, чтобы в каждом из них было не более двух элементов и, при этом, их сумма была немного меньше либо равна V .

Данную задачу можно записать в виде системы неравенств:

$$\begin{cases} m_1 x_{11} + m_2 x_{12} + \dots + m_r x_{1r} \leq V; \\ m_1 x_{21} + m_2 x_{22} + \dots + m_r x_{2r} \leq V; \\ \dots \\ m_1 x_{r1} + m_2 x_{r2} + \dots + m_r x_{rr} \leq V; \\ \sum_{q=1}^r x_{pq} \leq 2, \sum_{p=1}^r x_{pq} \leq 1. \end{cases}$$

С целевой функцией:

$$F = \left| \begin{array}{c} \mathbf{u} \\ m \mathbf{C} X \\ \mathbf{u} \\ m \end{array} \right| - a \quad \text{min}$$

Здесь \mathbf{u} – вектор, состоящий из элементов множества P , X – матрица решений системы неравенств, состоящая из элементов x_{pq} , a – коэффициент эластичности [4].

Решая данную задачу, мы получим план развозки пассажиров, который обеспечит заданную наполняемость транспортного средства, что позволит им не курсировать по маршруту полупустыми и обеспечит каждому пассажиру быструю и комфортную поездку. Так же данный план развозки позволяет отправлять на маршрут минимальное количество инфобусов, что будет выгодно перевозчикам.

Список литературы

1. Shuts, V. Cassette robotized urban transport system of mass conveying passenger based on the unmanned electric cars / V. Shuts, A. Shviatsova // Наука. Инновации. Производство = Science. Innovation. Production : сб. материалов VI Белорус.-Корейского науч.-техн. форума, 10 апр. 2019 г. / State Committee on Science and Technology of the Republic of Belarus, Belarusian National Technical University. – Minsk : BNTU, 2019. – С. 81–83.
2. Сукасян, Т. М. Рельсовый скоростной городской транспорт / Т. М. Сукасян // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях : материалы XXIII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 23–25 марта 2020 г. / Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины ; редкол.: С. П. Жогаль [и др.]. – Гомель, 2020. – С. 95–96.
3. Сукасян, Т. М. Оптимизация развозки пассажиров городским транспортом / Т. М. Сукасян // Сотрудничество – катализатор инновационного роста : сб. материалов 6 Белорус.-Балт. форума, Минск, 22–23 дек. 2020 г. / Белорус. нац. техн. ун-т. – Минск, 2020. – С. 94–95.
4. Сукасян, Т. М. Развозка пассажиров суперскоростным городским пассажирским транспортом / Т. М. Сукасян // IV Всеукраїнська Інтернет-конференція здобувачів вищої освіти і молодих учених «Інформаційні технології: теорія і практика» : тези доповідей, Дніпро, 17–19 березня 2021 р. / Національний технічний університет «Дніпровська політехніка». – Дніпро, 2021. – С. 1–2.

НЕЙРОСЕТЕВАЯ СИСТЕМА РАСПОЗНАВАНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ ВИДОВОГО СОСТАВА ЛЕСНОГО МАССИВА

Хацкевич М.В., Пархоць А.В.

Брестский государственный технический университет, Брест

Целью настоящей работы является разработка системы распознавания и классификации деревьев в лесном массиве.

Объект исследования – процесс исследования видового состава лесных насаждений.

Предмет исследования – средства реализации нейронной сети, методы классификации и распознавания.

Встречаются следующие основные группы типов леса:

- лиственные леса умеренного пояса;
- мелколиственные леса, в которых преобладающие древесные породы имеют мелкие листовые пластинки. Это берёзовые, осиновые и ольховые леса;
- хвойные леса — леса, состоящие почти исключительно из деревьев хвойных древесных пород;
- смешанные леса — леса, в которых растут как лиственные, так и хвойные деревья.

Исследование лесов – одна из важнейших задач науки на сегодняшний день. В первую очередь это связано с экологией, а именно с сильным изменением климата. При сжигании топлива в атмосферу выделяется углекислый газ, высокая концентрация которого приводит к глобальному потеплению и изменению климата Земли. Деревья и леса помогают смягчить последствия климатических изменений. Именно поэтому ученым в совершенно разных областях иногда просто необходимо проводить анализ леса. И разработка системы, способной на анализ с высоты, позволит сократить затраченное на исследования время в несколько раз.

Определение видового состава леса относится к решению задачи распознавания и классификации.

Для решения задачи распознавания крон деревьев был выбран пакет DeepForest, предназначенный для обучения и прогнозирования отдельных крон деревьев по изображениям. Данная библиотека построена на базе сверточной нейронной сети RetinaNet [1].

Архитектура RetinaNet представлена на рисунке 1 и состоит из 4 основных частей, каждая из которых имеет своё назначение:

1. Backbone – основная (базовая) сеть, служащая для извлечения признаков из поступающего на вход изображения. Данная часть сети является вариативной и в её основу могут входить классификационные нейросети, такие как ResNet, VGG, EfficientNet и другие.

2. Feature Pyramid Net (FPN) – свёрточная нейронная сеть, построенная в виде пирамиды, служащая для объединения достоинств карт признаков нижних и верхних уровней сети, первые имеют высокое разрешение, но низкую семантическую, обобщающую способность, а вторые – наоборот.

3. Classification Subnet – подсеть, извлекающая из FPN информацию о классах объектов, решая задачу классификации.

4. Regression Subnet – подсеть, извлекающая из FPN информацию о координатах объектов на изображении, решая задачу регрессии.

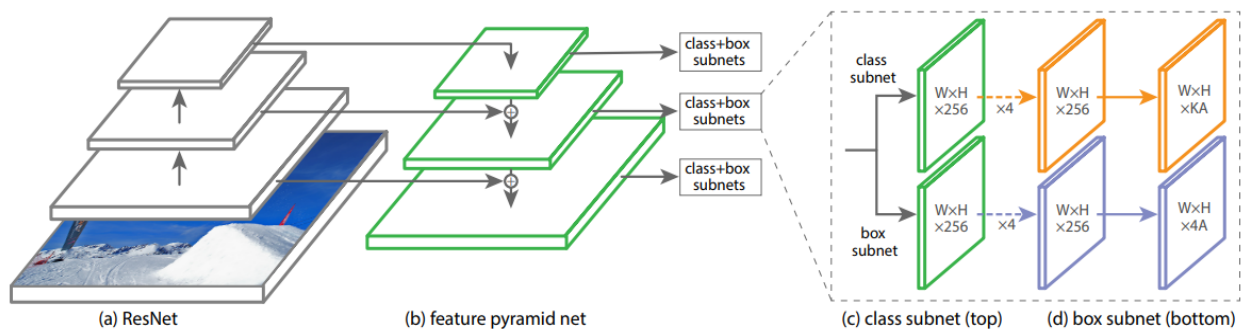


Рисунок 1 – Архитектура RetinaNet

Для решения задачи классификации были выбраны следующие архитектуры:

- VGG16;
- SqueezeNet;
- Inception V3.

Итоговый датасет для классификации включал в себя 10221 изображение, среди которых 980 объектов относились к классу Other. Датасет был разбит на обучающую и тестовую выборку в соотношении 80 % и 20 % соответственно.

На рисунке 2 продемонстрировано сравнение в точности классификации обученных на составленном датасете нейронных сетей по каждому. Самым проблемным классом оказался Other (в который попали все объекты, не относящиеся ни к одному из 4 классов). Лучшим вариантом оказалась архитектура Inception v3 точность которой составила 87 %, на втором месте SqueezeNet с точностью 76%, на третьем – VGG16 с точностью 69 %.

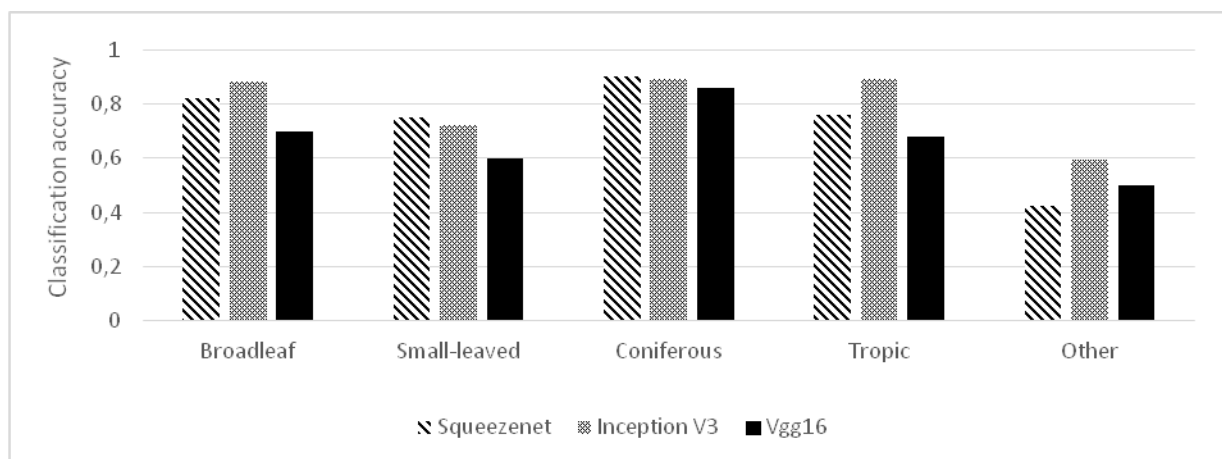


Рисунок 2 – Сравнение обученных нейронных сетей по точности

Основное преимущество данного метода заключается в том, что он повышает качество классификации, т.к. появляется возможность сбора большего количества данных для обучения. Для обучения классификатора не требуется

ручной разметки объектов на изображении. Для обучения классификатора необходимо только наличие самих изображений объектов.

Основным недостатком метода является то, что он так и не решает проблему с ложными срабатываниями. Это связано с тем, что класс Other получился слишком разнообразным и найти общие признаки среди экземпляров данного класса для нейронных сетей не предоставляется возможным.

Для тестирования была составлена тестовая выборка из 20 изображений и использовался лучший из рассмотренных классификаторов.

При использовании изображения леса в основном из широколиственных пород, а также мелколиственных пород в меньшей степени (см. рис. 3), были получены: точность детектирования 94 %, а классификации – 90 %. Система правильно распознала типы деревьев.

При использовании изображения леса, состоящего в основном из хвойных деревьев (см. рис. 4), были получены: точность детектирования 90 %, а классификации – 88 %. Система правильно распознала преобладающий тип деревьев.



Рисунок 3 – Результат работы программы на изображении леса, состоящего в основном из широколиственных пород и мелколиственных пород в меньшей степени

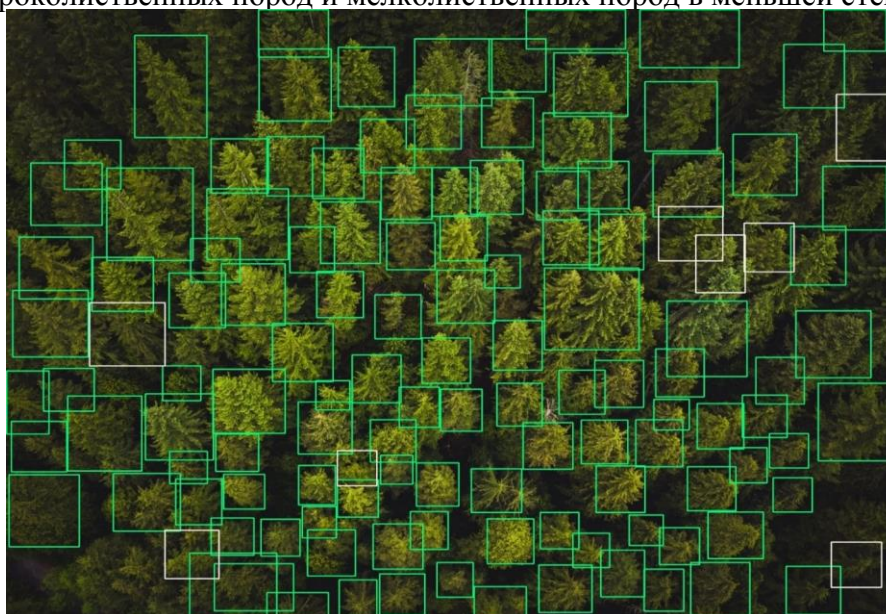


Рисунок 4 – Результат работы программы на изображении леса, состоящего в основном из хвойных деревьев

Список цитированных источников

1. Deepforest [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – <https://deepforest.readthedocs.io/en/latest/landing.html> – Дата доступа: 16.05.2021
2. Machinelearningmastery [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – <https://www.machinelearningmastery.ru/object-detection-on-aerial-imagery-using-retinanet-626130ba2203/> – Дата доступа: 16.05.2021
3. Towardsdatascience [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – <https://towardsdatascience.com/review-squeezenet-image-classification-e7414825581a> – Дата доступа: 20.05.2021
4. Arxiv [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – <https://arxiv.org/pdf/1810.00736.pdf> - Дата доступа: 21.05.2021

УДК 656.13

ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ГОРОДСКОЙ ПАССАЖИРСКОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ НА БАЗЕ БЕСПИЛОТНЫХ ЭЛЕКТРОКАРОВ

Е.В. Швецова,

*Брестский государственный технический университет, г. Брест
Научный руководитель: В. Н. Шуть, к. т. н., доцент*

Для современные городских пассажирских перевозок характерен такой существенный недостаток, как неэффективное принятие решений диспетчеризации вследствие отсутствия своевременной и адекватной информации либо использования ограниченной выборки исторических данных о пассажиропотоках на маршрутах. Данный недостаток может быть эффективно нивелирован с помощью внедрения информационно-транспортных систем (ИТС)[1], способных осуществлять сбор и анализ данных о пассажиропотоке в режиме реального времени, а также осуществлять диспетчеризацию при минимальном участии человека. В данной работе предлагаются основные принципы построения сбора и анализа данных в таких транспортных системах.

При осуществлении перевозок в предлагаемой информационно-транспортной системе все время последовательно протекают процессы *сбора заявок, составления плана перевозки и выполнения плана перевозки* [2], образующие цикл функционирования ИТС. Поступающие заявки на перевозку передаются в единый информационный сервер ИТС (ИС ИТС), являющийся программно-аппаратным комплексом, отвечающим за сбор, анализ заявок и управление перевозкой в режиме реального времени.

Структурно ИС ИТС состоит из систем: сбора заявок (ССЗ), анализа данных (САД) и организации перевозок (СОП), рис.1.

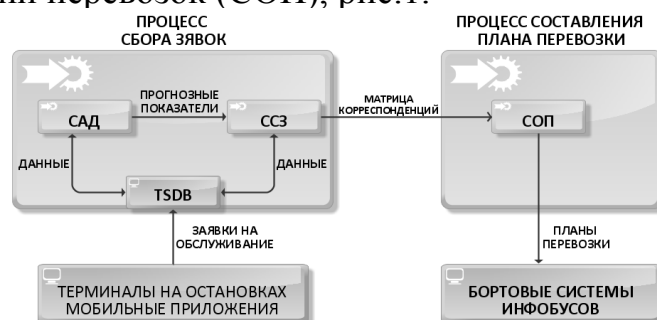


Рисунок 1 – Структура ИС ИТС

Система сбора заявок базируется на использовании стационарных терминалов на остановках и приложений для смартфонов, с помощью которых пассажиры могут регистрировать заявки на перевозку в ИТС. Зарегистрированные заявки обрабатываются системой управления базами данных временных рядов (СУБД временных рядов), называемой также Time Series Data Base (TSDB), функционирующей на информационном сервере ИТС. Являясь транзакционной системой, TSDB позволяет поддерживать согласованность операций записи и хранения данных, которые могут поступать в ИТС практически одновременно с разных терминалов остановочных пунктов. Особенностью данного вида СУБД является способность к высокопроизводительной вставке данных (до миллиона записей в секунду) и вычислениям над ними.

Все собранные данные хранятся в базе данных в виде дискретного временного ряда, который представляет последовательность наблюдений, хронологически и дискретно размещенных на оси времени. Каждая запись имеет временную метку и совокупность метрик, соответствующих ей (рис. 2а). Так поле *Origin(i)* в структуре метрик содержит номер остановки отправления в заявке, *Destination(j)* – номер остановки прибытия, *SeatsNumber* – число мест в заявке, *RequestTime* – временную метку. TSDB с помощью штатных средств отслеживает наступление момента достаточного накопления заявок в системе, фиксирует необходимые данные и формирует матрицу корреспонденций *M* (рис. 2б), каждый элемент m_{ij} которой есть число мест в заявках на перевозку с остановки *i* на остановку *j*, зарегистрированные в текущем цикле сбора заявок. Так, согласно данным, представленным на рис. 2а, элемент m_{37} после обработки записей будет равен 4.

ID integer	Origin integer	Destination integer	SeatsNumber integer	TimeRequest timestamp without time zone
109121	1	6	2	2021-06-16 00:07:56.07
109122	3	7	1	2021-06-16 00:07:57.07
109124	3	7	3	2021-06-16 00:07:59.07
109125	2	3	2	2021-06-16 00:08:00.08
109128	4	6	2	2021-06-16 00:08:04.08
109129	2	9	3	2021-06-16 00:08:08.08
109130	8	10	1	2021-06-16 00:08:11.08

а) Хранение заявок в TSDB

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_{12} & m_{13} & \dots & \dots & m_{1j} & \dots & m_{1k} \\ 0 & 0 & m_{23} & \dots & \dots & m_{2j} & \dots & m_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & m_{i+1} & \dots & m_{ij} & \dots & m_{ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & m_{k-1k} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

б) Матрица корреспонденций

Рис. 2– Информационные элементы ИС ИТС

При формировании матрицы корреспонденций и плана перевозки используются прогнозные данные на потенциальный спрос на перевозку, которые получаются на основании обработанных системой анализа данных исторических данных [3], накопленных в информационной базе данных ИС ИТС.

Сформированная в системе сбора заявок (ССЗ) при использовании прогнозных показателей, полученных из системы анализа данных (САД), матрица корреспонденций *M* передается в систему организации перевозок (СОП), при этом сразу же в ССЗ начинается сбор данных для нового плана перевозки.

Система организации перевозки на основании переданной матрицы составляет план перевозки для каждого инфобуса с учетом объединения инфобусов в кассеты, представляющие из себя транспортные средства с разделяющимися частями [4]. Готовые планы пересылаются бортовым системам транспортных

средств для выполнения, тем самым завершая цикл функционирования ИТС.

Заключение. Предложена концепция обработки данных в городской пассажирской ИТС, позволяющая осуществлять сбор и анализ данных о запросах на перевозку и управление перевозкой в режиме реального времени, что позволяет нивелировать проблемы диспетчеризации, существующие в современных городских пассажирских транспортных системах из-за отсутствия адекватной оперативной информации.

Список литературы

1. Shviatsova A., Shuts V. The Smart Urban Transport System / V. Shuts, A. Shviatsova // Research Papers Collection of Open Semantic technologies for Intelligent System. - Minsk: Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2020. – P. 349–352.
2. V Shuts, A Shviatsova, E Prolisko. Collection and analysis of data for organization of transportation in the city passenger information and transportation system // APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING 4(2.1). - Херсон: ХНТУ, 2021. – С. 284–293.
3. Швецова Е. В. Планирование и организация перевозочного процесса в интеллектуальной городской пассажирской транспортной системе/ Е. В. Швецова // Мехатроника, автоматизация и управление на транспорте: материалы III Всероссийской научно-практической конференции, Самара, 26–27 января 2021 г.. – Самара, 2021 – С. 133–136.
4. Швецова, Е. В. Интеллектуальный транспорт с разделяющимися частями / Е.В. Швецова, В.Н. Шуть // Сборник трудов XXXIII Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях»: в 12 т. Т.3 под общ. ред. А. А. Большакова - СПб: Издательство Политехнического университета, 2020. – С. 87–93.

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ АКТИВАЦИИ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ТОЧНОСТЬ РЕ-ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛЮДЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

С. А. Игнатьева

Полоцкий государственный университет, Полоцк

Ре-идентификация человека представляет собой процесс идентификации человека в другом месте или в другое время по видеоданным распределенных систем видеонаблюдения, и сопровождается рядом таких проблем как степень освещенности, окклюзии, разное качество изображений, похожесть разных людей, и непохожесть одного человека с разных углов обзора. На вход алгоритму ре-идентификации подаются изображения людей и требуется определить, как изображения-запросы соотносятся с изображениями, имеющимися в галерее набора данных. Строится дескриптор изображения-запроса, а затем осуществляется поиск по базе признаков, извлеченных для каждого изображения человека. Наиболее эффективным методом извлечения признаков на изображении является применение сверточных нейронных сетей (СНС).

Признаки, извлекаемые нейронной сетью (НС), влияют на эффективность работы алгоритма ре-идентификации и определяются в процессе обучения. Зависят от многих факторов: обучающая выборка, скорость и количество эпох обучения, архитектура используемой СНС и модификации ее структуры. Например, для повышения эффективности работы алгоритма и улучшения динамики обучения можно использовать разные функции активации, и исследования показывают, что для разных задач компьютерного зрения наилучшие показатели могут оказаться у разных функций. В таблице 1 представлены некоторые из них, используемые в глубоких СНС и указывается для каких задач функция была предложена и показала наибольшую эффективность.

Одной из наиболее распространенных функций активации в настоящее время является функция активации ReLU, основным преимуществом которой является низкая вычислительная сложность: при прямом проходе отрицательные значения приравниваются к 0, положительные остаются неизменными; при обратном проходе производная равна 0 для отрицательных значений, и 1 для положительных. При использовании этой функции активации можно столкнуться с проблемой взрывных градиентов, когда веса сети могут начать быстро увеличиваться. Так же для ReLU характерна такая особенность, как прореживание нейронов, т. е. нейроны, которые не активированы изначально, никогда не смогут быть активированными, и к ним будут добавляться те нейроны, на входы которых поступали отрицательные значения. Алгоритм градиентного спуска не сможет настраивать веса таких нейронов, и, с одной стороны, это облегчает сеть, так как прореживает ее и обучение осуществляется быстрее, с другой – приводит к потере части информации.

Таблица 1 – Функции активации и их область применения

Функция активации	Формулы и коэффициенты	Лучшие результаты
ReLU	$\varphi(x) = \begin{cases} x, x > 0 \\ 0, x \leq 0 \end{cases}$	
Leaky-ReLU	$\varphi(x) = \begin{cases} x, x > 0 \\ \alpha x, x \leq 0 \end{cases}, \text{ где } \alpha = 0.01$	В глубоких НС при сравнении с ReLU и tanh.
PReLU	$\varphi(x) = \begin{cases} x, x > 0 \\ \alpha x, x \leq 0 \end{cases}, \text{ где } \alpha \text{ настраивается в процессе обучения}$	В сравнении с Leaky-ReLU и ReLU для классификации изображений на CIFAR-10 и CIFAR-100.
RReLU	$\varphi(x) = \begin{cases} x, x > 0 \\ \alpha x, x \leq 0 \end{cases}, \text{ где } \alpha \text{ принимает случайное значение на каждом слое}$	
ELU	$\varphi(x) = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ \alpha(e^x - 1), x < 0 \end{cases}$	В задаче классификации изображений по сравнению с ReLU, Leaky-ReLU, SReLU на MNIST и CIFAR-10/100
SELU	$\varphi(x) = \lambda \begin{cases} x, x \geq 0 \\ \alpha(e^x - 1), x < 0 \end{cases}, \text{ где } \alpha = 1.67326, \lambda = 1.0507$	Для MNIST и CIFAR10 в задаче классификации, по сравнению с НС с пакетной нормализацией.
GELU	$\varphi(x) = x \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right] \approx$ $\approx 0,5x(1 + \tanh(\sqrt{2/\pi}(x + 0.044715x^3)))$ или $\varphi(x) = x\sigma(1.702x), \text{ где}$ $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$	По сравнению с ReLU и ELU в задаче распознавания речи на TIMIT; классификации изображений CIFAR-10/100, MNIST.
Swish	$\varphi(x) = x\sigma(\beta x)$	В задаче классификации изображений по сравнению с Leaky-ReLU, PReLU, ELU, SELU, GELU на CIFAR-10/100, ImageNet; в задаче машинного перевода на WMT2014 English-German
Mish	$\varphi(x) = x \tanh(\operatorname{softplus}(x)) =$ $= x \tanh(\ln(1 + e^x))$	В задаче классификации изображений по сравнению с Leaky-ReLU, PReLU, ELU, SELU, GELU, Swish, SReLU на CIFAR-10, для 11 разных НС; для задачи обнаружения объектов в YOLOv4

Решением этой проблемы может быть функция активации Leaky-ReLU, которая оставляет небольшие отрицательные значения нейронов и сохраняет за ними возможность быть активированными. Это достигается за счет коэффициента α , который принимает небольшие значения, обычно 0.01. Вычислительная сложность так же незначительна, а при обратном проходе использование углового коэффициента позволяет добиться ненулевых градиентов при отрицательных значениях, что позволяет весам обновляться.

В [1] проводится исследование, направленное на анализ влияния угла наклона отрицательной части функции на задаче классификации изображений, и рассматриваются такие модификации, как PReLU – Параметрическая ReLU, и

RReLU – рандомизированная ReLU. В PReLU оптимальное значение коэффициента α подбирается в процессе обучения нейронной сети, в RReLU – α задается случайным образом для каждого слоя. Исследование показало, что PReLU показывает лучшие результаты, однако при обучении на мелкомасштабном наборе данных сеть с PReLU склонна к переобучению, и функция RReLU оказывается более эффективной.

Существуют и другие модификации ReLU, например ELU, SeLU, GeLU, которые имеют небольшой наклон в отрицательной части области определения. В функции активации ELU для отрицательных значений используется логарифмическая кривая. Такой подход позволяет достигнуть насыщения нейронов в этой области, и тем самым уменьшить вариативность данных, распространяемых по сети. К недостаткам можно отнести большую вычислительную сложность, чем ReLU или Leaky-ReLU.

Функция SELU является масштабированным вариантом ELU, и в [2] приводятся ряд теорем, которые обосновывают и определяют значения для коэффициентов α и λ и устанавливают их равными 1.67326 и 1.0507 соответственно. Функция SELU обладает эффектом самонормализации, т. е. все выходы после функции активации имеют среднее значение равное 0 и стандартное отклонение равное 1. Это обеспечивает сети более быструю сходимость. При использовании этой функции активации следует использовать начальную инициализацию весов, соответствующую нормальному распределению, для обеспечения самонормализующих свойств. Самонормализация позволяет избежать взрывных и исчезающих градиентов.

Основным отличием функции GELU от рассмотренных выше модификаций ReLU является то, что GELU является невыпуклой немонотонной функцией, нелинейна в положительной области и имеет кривизну во всех точках. Увеличенная кривизна и немонотонность позволяют GELU легче аппроксимировать сложные функции, и в отличие от ReLU, GELU не блокирует вход в зависимости от его знака.

В [3] для поиска наилучшей функции активации использовалась автоматическая генерация, основанная на последовательном переборе унарных и бинарных функций, которые поочередно объединяются, а результат оценивается эмпирически. Таким образом авторы исследования обнаруживают функцию Swish. Как видно из таблицы 1, Swish похожа на GELU и отличается лишь коэффициентом β , который может варьироваться. Изменяя β , можно регулировать свойства функции, чтобы максимизировать распространение информации и добиться плавных градиентов, делая обобщение лучше и быстрее. Swish не ограничена сверху, что позволяет избежать медленного обучения при почти нулевых градиентах, и ограничена снизу, что выгодно из-за сильной регуляризации, т. к. отбрасывается часть отрицательных входных данных.

Функция активации Mish, график которой имеет сходство со Swish и GELU, обладает всеми теми же свойствами, т.е. ее плавность позволяет оптимизировать градиентный поток, и она является саморегулируемой функцией. В ряде тестов, проведенных авторами этой функции активации, она показала лучшие результаты, чем другие рассмотренные ими функции.

Однозначно предсказать, как поведет себя та или иная функция активации для решения конкретной задачи компьютерного зрения, довольно сложно, и

поиск наиболее подходящей функции активации зачастую осуществляется экспериментально. Поэтому проведено исследование различных функций для решения задачи ре-идентификации человека на кадрах, полученных с камер видеонаблюдения.

Для тестирования алгоритма ре-идентификации с различными функциями активации использовался алгоритм, предложенный в [4], и рассматривались такие архитектуры НС как ResNet-50 и DenseNet-121, которые обучались в течение 60 эпох со скоростью 0,03 на наборе данных Market-1501. Результаты исследований приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты исследования влияния функции активации на точность ре-идентификации

Функция активации	ResNet-50				DenseNet-121			
	Потери	Время обучения	Точность ре-идентификации		Потери	Время обучения	Точность ре-идентификации	
ReLU	0,0057	86м 55с	R1: mAP:	0,81235 2 0,57311 5	0,0059	92м 6с	R1: mAP:	0,796318 0,566226
Leaky- ReLU	0,0057	86м 50с	R1: mAP:	0,81502 4 0,57444 1	0,0055	95м 52с	R1: mAP:	0,798458 0,566796
PReLU	0,0058	102м 49с	R1: mAP:	0,79572 4 0,55537 4	0,0059	138м 25с	R1: mAP:	0,781176 0,538241
RReLU	0,0049	90м 51с	R1: mAP:	0,80997 6 0,582398	0,0064	101м 57с	R1: mAP:	0,793646 0,566803
ELU	0,0059	85м 26с	R1: mAP:	0,79513 1 0,56174 0	0,0129	99м 54с	R1: mAP:	0,735154 0,490914
SELU	0,0083	86м 21с	R1: mAP:	0,77464 4 0,51913 4	0,0309	95м 12с	R1: mAP:	0,665677 0,407324
GELU	0,0059	88м 8с	R1: mAP:	0,815915 0,57923 5	0,0052	95м 13с	R1: mAP:	0,796912 0,569835
Swish	0,0048	104м 42с	R1: mAP:	0,81383 6 0,57681 9	0,0053	128м 57с	R1: mAP:	0,800772 0,568670
Mish	0,0056	104м 52с	R1: mAP:	0,80849 2 0,582007	0,0052	130м 13с	R1: mAP:	0,787411 0,551814

Результаты исследований показали, что среди рассмотренных функций активации положительное влияние на точность ре-идентификации оказали такие функции как RReLU, GELU, Swish и Mish.

Список литературы

1. Xu, B. Empirical Evaluation of rectified activations in convolutional network / B. Xu, N. Wang, T. Chen, M. Li [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1505.00853>. – Дата доступа: 18.10.2021
2. Klambauer, G. Self-Normalizing neural networks / G. Klambauer, T. Unterthiner, A. May, S. Hochreiter [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1706.02515v5>. – Дата доступа: 18.10.2021
3. Ramachandran, P. Swish: a Self-Gated activation function / P. Ramachandran, B. Zoph, Q.V. Le [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1710.05941v2> – Дата доступа: 18.10.2021
4. Person reID baseline pytorch [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://github.com/layumi/Person_reID_baseline_pytorch – Дата доступа: 18.10.2021.

УДК 656.135

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕГИСТРАЦИИ ЗАЯВОК ПАССАЖИРОВ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ

А. А. Левчук и И. С. Луковец

Брестский государственный технический университет, Брест

Научный руководитель: Шуть Василий Николаевич

доцент БрГТУ, кандидат технических наук

В настоящее время маршрутный транспорт получил широкое распространение среди граждан Республики Беларусь. В связи с этим, увеличилось количество машин на маршрутах; выезжая на маршрут водитель не понимает, будут ли пассажиры на пути его следования.

Нами разрабатывается клиентская и серверная составляющая системы перевозки пассажиров по запросу. В приложении для определения местоположения пользователя планируется использовать qr-код. QR-код, расположенный на каждой остановке общественного транспорта позволяет определить местоположение пассажира и название остановки. Для получения данной информации необходимо считать и расшифровать QR-код. Для обработки QR-кода удобно использовать готовые библиотеки. Для отбора таких библиотек был выполнен их анализ.

Для анализа использованы общедоступные библиотеки Mobile Vision API и Zxing.

В результате анализа была отобрана многоформатная библиотека Zxing для обработки изображений 1D/2D штрих-кодов с открытым исходным кодом [1]. Библиотека реализована на языке Java и может быть использована для различных платформ.

Обработка QR-кода с использованием Zxing в нашем приложении включает следующие действия :

1) Вызов приложения для сканирования qr- кода.

2) Получение входных данных:

а) наведение камеры на qr-код

б) вырезание qr-кода из общего изображения

3) Обработка входных данных:

Шаг 1. Чтение 5 бит системной информации.

Шаг 2. Маска для системной информации.

Шаг 3. Чтение заголовка данных.

Шаг 4. Применение маски к заголовку.

Шаг 5. Чтение данных

4) Передача результатов приложению.

Результатом действий является получение приложением данных для последующей обработки.

Выбрав остановки, данные пользователя отправляются на сервер.

Было принято решение использовать объектно-ориентированную модель для создания нереляционной базы данных. Причинами такого выбора являются требования гибкости и производительности. Указанным требованиям отвечают системы NoSQL баз данных. Помимо этого NoSQL базы данных отказоустойчивы и просты при разработке и масштабировании [4].

В качестве системы управления базой данных определена СУБД MongoDB. Она использует документную модель данных, что обеспечивает, высокую гибкость при разработке и производительность выполняемых запросов. В документной модели данных все записи представлены в виде объектов или словарей, хранящих пары ключ-значение. Схожие объекты в свою очередь объединяются в коллекции, а коллекции – в базу данных. К остальным преимуществам MongoDB относятся: доступ к данным без использования ORM (Object Relational Mappers), дружелюбный к изменениям дизайн, мощная система запросов, простота горизонтального масштабирования. MongoDB уже используется в транспортных системах таких, как Uber или Lyft.

Ниже приведён фрагмент документа для хранения информации на сервере, сгенерированной по запросу пользователя. Документ включает сведения об идентификаторе пользователя, начальной и конечной остановках в выбранном маршруте пользователя, идентификатора(-ов) подходящего маршрута и флага ожидания транспортного средства.

Фрагмент 1. Запрос пользователя на перевозку по маршруту

```
{
  "_id": {
    "$oid": "607437a1f9951287c5440a02"
  },
  "start": "Шоссейная",
  "stop": "Гоголя",
  "routeID": ["2 ВамРад - Бернады"],
  "waitAuto": false
}
```

Требуемые коллекции базы данных реализованы с использованием MongoDB Compass и встроенной оболочки JavaScript. Примерам другой реализованной коллекции является:

коллекция имеющихся пассажирских транспортных средств
коллекция существующих маршрутов

Документ коллекции имеющихся транспортных средств содержит информацию об идентификаторе транспортного средства, маршруте движения транспорта, массиве остановочных пунктов и пассажиров, требующих остановки, количестве пассажиров в транспортном средстве в данный момент и флаге активности транспортного средства.

Фрагмент 2. Документ коллекции имеющихся транспортных средств

```
{
  "_id" : "0001 ВВ-1",
  "routeID" : "2 ВамРад - Автолюбителей",
  "route" : [{
    "name" : "ВамРад",
    "needStop" : 0
  }, {
    "name" : "Новые Задворцы",
    "needStop" : 1
  }],
  "quanPassengers" : 4,
  "workAuto" : false
}
```

Зарегистрировав пользователя на маршруте, сервер отправляет номера маршрутов на которых пользователь может добраться до точки назначения, таким образом можно облегчить поиск маршрута пассажирам и показать нагрузку на маршрут водителям.

Список литературы

1. ZXing ("Zebra Crossing") библиотека сканирования штрих-кодов для Java, Android. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://github.com/zxing/zxing/> Дата доступа: 08.04.2021
2. Relational vs. NoSQL data. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/architecture/cloud-native/relational-vs-nosql-data>. – Дата доступа: 08.04.2021.
3. Руководство по MongoDB. Введение. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://proselite.net/tutorials/mongodb/introduction/>. – Дата доступа: 14.04.2021.
4. Relational vs. NoSQL data. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/architecture/cloud-native/relational-vs-nosql-data>. – Дата доступа: 08.04.2021.

УДК 623.462.22

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ БОРТОВОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

А. В. Лопухов, Р. С. Онищук, А. И. Федоров

*Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь», г. Минск
Научный руководитель: А. И. Федоров, кандидат технических наук, доцент*

Проблема синтеза регулятора для беспилотного летательного аппарата (БЛА), обеспечивающая выполнение требований к точности регулирования или попадания установившихся значений регулируемых в математической модели переменных в заданные допуски, при действии на систему внешних и внутренних возмущений, является одной из центральных задач (проблем) в теории и практике автоматического управления.

В процессе управления необходимо задать желаемые переходные процессы замкнутой системы. Такая динамика обусловлена необходимостью разработки наиболее эффективных методов синтеза регуляторов, обеспечивающих желаемые переходные процессы.

Управление любым динамическим объектом является сложно организованным и структурированным процессом, который зависит от различных факторов [1].

В общей постановке задача управления движением БЛА делится на две составляющие:

задача наведения, которая определяет траекторию движения центра масс;

задача стабилизации, определяющая положение и движение БЛА относительно центра масс.

Стабилизация БЛА в полете (задаваемая при ее старте) представляет собой процесс сохранения ориентации объекта управления в пространстве, и предотвращает ее угловые перемещения, которые не учтены методом ее наведения.

Для исключения изменения углового положения БЛА применяют систему стабилизации, которая в свою очередь состоит из автопилота и непосредственно планера и является скорректированным объектом управления. Автопилот должен как можно точнее учитывать необходимые свойства объекта управления.

Задача синтеза заключается в определении структуры и параметров контурных регуляторов, входящий в состав автопилота БЛА. Суть задачи сводится к выбору таких управляющих воздействий, при которых выходные значения БЛА будут соответствовать входным и заданным величинам или разница в значениях находилась в пределах допустимой погрешности [2].

На данный момент в теории автоматического управления используются методы внешнего воздействия на объект управления. Однако наступило время пересмотра данных подходов, и перейти к теории синергетического управления (ТСУ) [3]. При этом необходимо такое воздействие на БЛА в нелинейной динамической системе, при которой диссипативные структуры, адекватной физической (механической) сущности сможет учитывать естественные свойства объекта управления.

Синтез регулятора заключается в обеспечении требуемых (заданных) динамических свойств замкнутой системы, с одновременным синтезом такого вектора управления, который обеспечит перевод БЛА из произвольного начального состояния на некоторые инвариантные многообразия до тех пор, пока не достигнет так называемых аттракторов (желаемого конечного состояния), гарантируя при этом асимптотическую устойчивость движения [4].

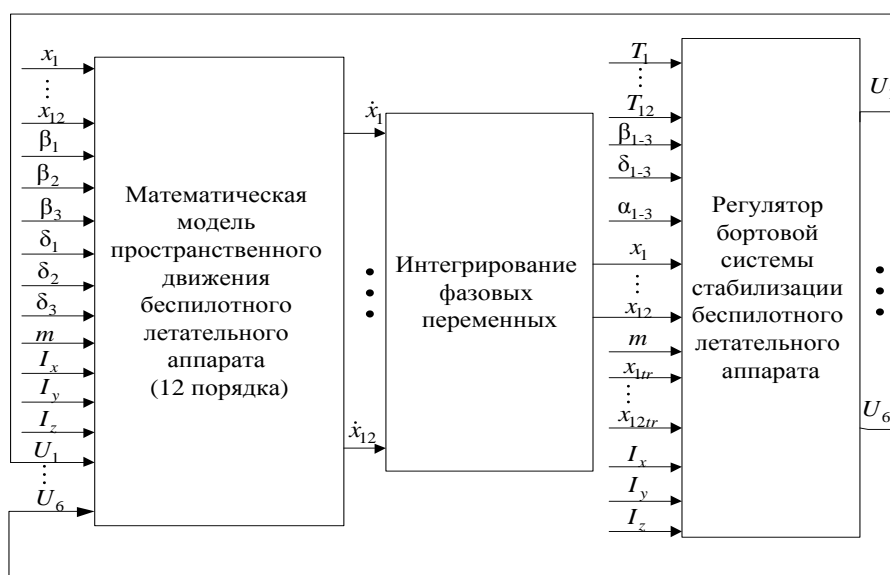


Рисунок 1 – Математическая модель пространственного движения БЛА

Переменные в дифференциальных уравнениях пространственного движения БЛА являются измеряемыми. Искомый вектор управления содержит шесть компонентов и являются выходными данными с регулятора (структурная схема которого представлена на рисунке 1).

Моделирование осуществлялось в пакете прикладных программ «Matlab», на основе полной математической модели пространственного движения БЛА.

Таблица 1 – Требуемые параметры при наведении БЛА

Параметры	Величина, размерность
Масса БЛА	$m=350$ кг
Требуемая воздушная скорость	$x_{1tr} = 900$ м/с
Требуемые векторы линейной скорости	$x_{2tr} = x_{3tr} = 0$ м/с
Требуемая минимальная дальность полета	$x_{7tr} > 900$ м
Требуемая высота полета	$x_{8tr} = 6000$ м
Требуемое боковое линейное смещение	$x_{9tr} = 0$ м/с
Требуемый угол тангажа	$x_{10tr} = 0$ рад
Требуемый угол крена	$x_{11tr} = 0$ рад
Требуемый угол рысканья	$x_{12tr} = 0$ рад
Моменты инерции относительно осей	$I_x = 48000$ кг·м ² , $I_y = 150000$ кг·м ² , $I_z = 116000$ кг·м ² .

Разработанная методика синтеза регулятора является универсальной, так как она не привязана к каким-либо особенностям компоновочной схемы летательного аппарата.

Моделирование наведения БЛА на цель, производилось при следующих ограничениях, где не учитывались:

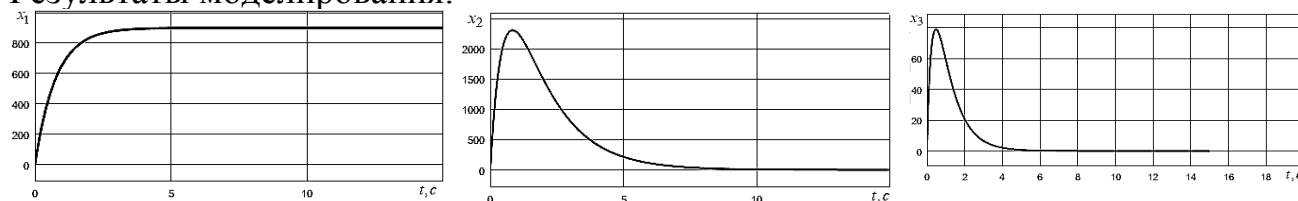
- упругие деформации конструкции элементов и планера БЛА;
- внутренние процессы считаются стационарными;
- внешняя среда считается не изменяющейся;
- вращение и кривизна поверхности Земли;
- зависимость тяги двигателя от параметров полета;
- влияние скорости полета на аэродинамические коэффициенты планера ракеты.

Параметры регулятора для обеспечения требуемых динамических свойств, представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Параметры регулятора автопилота БЛА на основе ТСУ

$T_{1,2}, c$	T_3, c	T_4, c	$T_{5,6}, c$	T_6, c	$T_{7,8}, c$	$T_{9,10}, c$	$T_{11,12}, c$
1	0,5	1	0,05	0,01	1	0,5	1

Результаты моделирования:



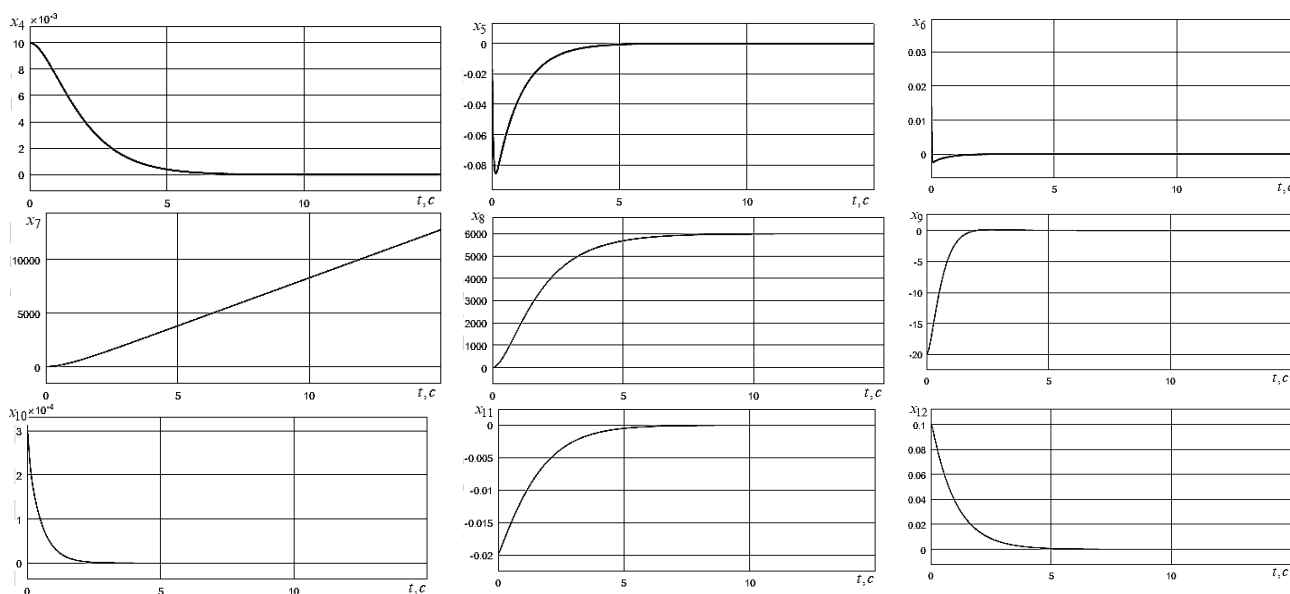


Рисунок 2 – Переходные процессы при наведении БЛА на цель

На рисунке 2 представлены переходные процессы обобщенных сил и моментов БЛА, действие которых заканчивается при достижении требуемого состояния объекта по координатам, параметры которых заданы в таблице 1. Также следует отметить, что согласно принятым допущениям отсутствует сопротивление среды, в которой находится объект.

Исходя из результатов моделирования в общей аналитической форме получены базовые кинематические законы векторного управления БЛА. То есть на данном этапе поиска законов управления осуществлена функциональная (задачно-ориентированная) декомпозиция задачи синтеза алгоритмов управления, которая теперь сводится к нахождению управляющих зависимостей от углов отклонения управляющих поверхностей на основе имеющихся базовых законов изменения обобщенных сил и моментов.

Таким образом, применение ТСУ для БЛА способно обеспечить:
 желаемую ориентацию и положение центра масс в пространстве;
 устойчивость БЛА;
 реализацию поставленных целей управления;
 адаптацию к изменению внутренних параметров и действию внешних возмущающих факторов.

Применение идей ТСУ, способен обеспечить реализацию требуемых режимов движения и учитывать естественные нелинейные свойства ее математической модели. В таком подходе используется координированное управление по всем переменным с целью перевода объекта в желаемое состояние. При этом связь между каналами управления осуществляется не косвенно, через объект управления, а непосредственно формируется в регуляторе, что в свою очередь позволяет повысить динамические свойства объекта управления.

Список литературы

1. Колесников, А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза / А. А. Колесников. – М. : Едиториал УРСС, 2005. – 229 с.
2. Красовский, А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / А. А. Красовский. – М. : Наука, 1973. – 560 с.
3. Кун, А. А. Основы построения систем управления ракетами / А. А. Кун, В. Ф. Лукьянов, С. А. Шабан. – Минск : ВА РБ, 2001. – 131 с.
4. Пупков, К. А. Высокоточные системы самонаведения. / К. А. Пупков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 512 с.

ОПЫТ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРИЛОЖЕНИЙ ИГРОВОГО ТИПА

З. А. Пилипук

Брестский государственный технический университет, Брест

Научный руководитель: Г. Л. Муравьев, к.т.н., доцент

Объект рассмотрения – особенности организации программно-информационной поддержки сетевых многопользовательских компьютерных игр, проблемы синхронизации процессов работы в сети интернет на примере компьютерных игровых систем - аналогов карточных игр (типа покер, где успех является комбинацией случая и умения игрока и т.п.) [1, 2]. Наиболее известны реализации на основе сайтов либо в виде мобильных приложений.

Цель - формирование необходимых проектных решений, макетирование проектов и анализ успешности принятых решений, выработка рекомендаций по созданию компьютерных игровых систем, которые могли бы применяться для организации игр в сети с использованием условных денежных единиц, создание библиотеки игр.

Особенности разработки:

- базирование на использовании принципов объектной, объектной обобщенной и порождающей парадигм;

- максимальное использование для организации архитектуры проекта, а также для поддержки рутинных функций стандартных компонентов (классов, библиотек и т.д.);

- применение клиент-серверного построения архитектуры игровой системы, где программные средства клиента предоставляются в открытом доступе, обеспечивают функционирование методов-обработчиков, поддержку бизнес-логики пользовательских приложений, максимально разгружая средства удаленного сервера, синхронизирующего игру;

- шифрование базы данных для предотвращения несанкционированного доступа, использование авторских алгоритмов проверки для исключения возможности нечестной игры и определения победителей;

- обеспечение использования игровой системы в локальном режиме, в том числе на базе возможностей нейронных сетей и др.

Выделен и формализован на базе диаграмм UML круг типовых задач-прецедентов, составляющих функциональность таких систем: подключение, авторизация; ведение аккаунтов (создание, хранение, проверка); инициализация игровой обстановки (создание и контроль игровых комнат, столов), присоединение к игровому столу; поддержка игрового процесса в многопользовательском режиме, реализация алгоритмов выбора победителя; управление денежным компонентом (условными денежными единицами) игровой системы; обеспечение сохранности и конфиденциальности данных, устойчивости коммуникаций и игрового процесса.

Показана эффективность и продуктивность использования принципов объектной разработки, применения типовых проектных решений, основанных на шаблонах группы Gang of Four OO Design Patterns [3].

Разработаны классы поддержки функциональности системы, базовый класс для обеспечения коммуникаций и работы с сетью по TCP/IP протоколам. Проектные решения представлены диаграммами прецедентов, классов, компонентов, а также диаграммами развертывания компонентов в сетевой структуре узлов.

Решения ориентированы на реализацию на персональных компьютерах с операционной системой Windows. Для паковки-распаковки сообщений, обмена данными использован формат JSON, база данных размещена на SQL Server, сетевое программирование проводилось на основе открытой кросс-платформенной библиотеки Asio (Boost.Asio) с использованием языков visual C++ и CLI C++ [3, 4] для поддержки интерфейсов, организация данных выполнялась с применением стандартных контейнеров STL.

Список литературы

1. Компьютерная игра [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Компьютерная_игра](https://ru.wikipedia.org/wiki/Компьютерная_игра). – Дата доступа: 11.09.2021.
2. Компьютерные игры [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/977059>. – Дата доступа: 11.09.2021.
3. Доусон, М. Изучаем C++ через программирование игр / М. Доусон. – СПб.: Питер, 2016. – 352 с.
4. Труб, И. И. Объектно-ориентированное моделирование на C++ / И. И. Труб. – СПб.: Питер, 2006. – 411 с.

УДК 556.16.06

ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

С. В. Сидак

*Брестский государственный технический университет, г. Брест
Научный руководитель: А.А. Волчек, доктор географических наук, профессор*

Согласно проекту Водной стратегии Республики Беларусь до 2030 г. на сегодняшний день имеется недостаточный объем научных исследований для проведения достоверной оценки дальнейшего влияния изменения климата на водные ресурсы Беларуси. Влияние изменения климата и антропогенных воздействий на гидрологические процессы выражается в нестационарности гидрологических рядов данных. Следствием этого является тот факт, что получение прогнозных оценок гидрологических характеристик проводится в условиях большой неопределенности. Особенно затруднительным является расчет экстремальных характеристик стока, представляющих наибольшие риски для экономики страны и для безопасности населения.

За последние два десятилетия парадигма гидрологического прогнозирования изменилась с детерминированной на вероятностную [1]. В ряде исследований по получению прогнозных оценок речного стока в нестационарных условиях исходят из методологического положения, состоящего в том, что только на основе вероятностных подходов возможно дать прогнозное распределение стока с большой заблаговременностью, учитывающее основные источники неопределенности.

Характер нарушения стационарности рядов инструментальных наблюдений за максимальным и минимальным стоком крупных рек Беларуси позволяет сделать вывод о том, что все ряды максимального и большинство рядов минимального стока можно рассматривать состоящими из двух последовательных стационарных участков. Согласно существующим методическим рекомендациям, в случае неоднородности исходных данных гидрологических наблюдений, когда рассматриваемый ряд состоит из неоднородных элементов гидрологического режима, эмпирические и аналитические кривые распределения устанавливаются отдельно для каждой однородной совокупности [2]. Итоговая схема моделирования предполагает построение расчетной кривой обеспеченности в виде суммы двух законов распределения с заданными весовыми коэффициентами, пропорциональными длинам выборок. В практике гидрологического моделирования такая модель имеет название «смесь распределений». В этом случае для плотности распределения $f(Q)$ и кривой обеспеченности $P(Q)$ справедливы следующие формулы:

$$f(Q) = \alpha_1 f_1(Q) + \alpha_2 f_2(Q), \quad (1)$$

$$P(Q) = 1 - \int_0^Q [\alpha_1 f_1(Q) + \alpha_2 f_2(Q)] dQ, \quad (2)$$

где $\alpha_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$, $\alpha_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$ – весовые коэффициенты, n_1, n_2 – число членов в каждой из двух однородных совокупностей. Согласно [2] весовые коэффициенты можно задать и другими способами, но необходимо выполнение условия:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (3)$$

Реализация вероятностного прогноза с использованием модели (1) требует последовательного решения ряда задач:

- 1) анализ «характера» нестационарности гидрологического ряда (поиск точек разладки во временных рядах);
- 2) идентификация наиболее подходящей вероятностной модели распределения речного стока для условно однородного участка [3];
- 3) учет имеющейся нестационарности в прогнозной модели.

Недостаток модели «смеси распределений» заключается в том, что данная модель больше подходит для оценки уже произошедших изменений гидрологического режима на момент прогноза, но не для получения прогнозных оценок в будущем. Причиной этого служит тот факт, что в данной модели учитываются только предыдущие состояния гидрологической системы, т.е. состояния, в которых она пребывала до момента прогноза. Но данная модель не учитывает состояние, в которое система перейдет в прогнозном периоде.

Второй недостаток состоит в назначении весовых коэффициентов модели. Назначение коэффициентов пропорционально длинам выборок однородных периодов предполагает, что вероятность пребывания гидрологической системы в прогнозном периоде в условиях формирования стока, схожих первому стационарному периоду, составляет α_1 , второму стационарному периоду – α_2 . Однако, учитывая наблюдаемое потепление климата и большую вероятность продолжения наметившейся тенденции в его изменении, вероятность того, что гидрологическая система будет находиться в условиях, схожих со вторым стационарным периодом, должна превосходить вероятность возврата к прошлому (пер-

вому) стационарному состоянию системы. В связи с этим весьма актуальной является проблема обоснованного выбора весовых коэффициентов в модели (1), которые отражали бы количественно вероятность развития гидрологической системы и условий формирования стока в прогнозном периоде по каждому условно стационарному периоду до момента прогноза. В данном исследовании оценить эту вероятность предлагается с использованием фрактального анализа гидрологических рядов [4].

Метод фрактального анализа является инструментом, позволяющим вычислять параметры, отражающие неявные, скрытые свойства гидрологических процессов и получившим в последнее время широкое развитие в самых разнообразных областях науки. Суть метода фрактального анализа состоит в том, что состояние системы, в котором она находится в настоящий момент, формируется на основе предыдущих состояний системы или процесса. В результате временной ряд на определенном промежутке является фрактальным (самоподобным). Отличительным свойством при реализации фрактального анализа (в отличие, например, от марковских цепей) является то, что в процессе анализа принимаются во внимание не только состояния системы, в которых она пребывала непосредственно до начала прогноза, но и состояние, происходившие давно относительно настоящего момента. Основной целью процесса фрактального анализа рядов расходов речного стока является установление наличия и численная оценка таких фундаментальных характеристик гидрологических рядов, как долговременная память, трендоустойчивость (персистентность) и антиперсистентность.

В теории фрактального анализа известны несколько способов исследования временных рядов и оценки их фрактальных размерностей. В гидрологических исследованиях наиболее часто используется метод, основанный на исследованиях английского гидролога Хёрста, который в начале XX в. занимался изучением уровня воды в р. Нил и доказал, что большинство естественных явлений следуют случайности на каждом последовательном шаге (представляют собой комбинацию тренд+шум). Этот метод анализа, основанный на вычислении показателя Хёрста (H), в научной литературе носит название R/S анализа [5]. Специфика метода ориентирована на анализ нелинейных колебаний, колебаний с непостоянными амплитудой и частотой. В отличие от спектрального и корреляционного анализов, метод R/S анализа не требует, чтобы рассматриваемая выборка и её подвыборки изменялись по гармоническому закону. Величина H характеризует отношение устойчивости текущей тенденции ряда (детерминированная составляющая) к уровню шума (случайная составляющая). Основным достоинством критерия Хёрста является его устойчивость к априорному распределению временного ряда и возможность достаточно просто выявить периодические и даже непериодические циклы.

Результирующее значение H колеблется от 0 до 1 и является главным показателем трендоустойчивости ряда, а также определяет цвет шума. При определенных значениях H можно просто и надежно прогнозировать течение изучаемого процесса на основе предыдущих состояний процесса. Если показатель H равен 0.5, то сигнал представляет собой случайный процесс (белый шум). Для процессов с более высоким значением H ($H > 0.5$) присуща персистентность. Это означает, что предыдущие значения ряда непосредственно повлияют на буду-

щие значения, таким образом, наступление экстремального события будет предпосылкой более высокой вероятности того, что за ним последуют другое экстремальное событие. Чем ближе значение показателя H к 1, тем больше эта вероятность. Показатель $H > 0.6$ определяет область черного шума и указывает на наличие эффекта «долговременной памяти». Более низкий показатель H ($H < 0.5$) имеет отрицательную долгосрочную зависимость и соответствует области розового шума. Таким процессам характерна антиперсистентность, т.е. значения на текущем этапе противоположно влияют на будущее поведение ряда. В этом случае появление экстремального события будет фактом того, что за ним последует другое экстремальное, но противоположное событие (например, за наводнением последует засуха). Такой ряд практически нельзя предсказать.

Для оценки области применимости прогнозной модели (1) необходимо определить максимальный временной интервал прогнозирования t_{max} . При вероятностном прогнозировании речного стока предлагается максимальному временному интервалу прогнозирования t_{max} поставить в соответствие максимальную глубину долговременной памяти l_{max} временного ряда. Глубина долговременной памяти l содержательно означает количество значений временного ряда, после которого теряется память о начальной точке. В итоге модель прогнозирования стока на период t_{max} будет иметь следующий вид:

$$f(Q) = (1 - H)f_1(Q) + Hf_2(Q). \quad (4)$$

Таким образом, предложена методика получения прогнозных оценок стока рек Беларуси в нестационарных условиях, основанная на построении прогнозной модели в виде «смеси распределений» с назначением весовых коэффициентов, учитывающих фрактальную размерность гидрологических характеристик. На основании проведенных ранее исследований, в качестве теоретической кривой распределения условно стационарного участка для описания минимального стока рек Беларуси представляется возможным использовать распределение Гумбеля, для максимального стока – распределение Вейбулла, дающие наилучшую аппроксимацию исходных данных.

Список литературы

1. Кучмент, Л. С. Развитие методов гидрологических прогнозов и смена их парадигмы / Л. С. Кучмент // Избранные труды Института водных проблем РАН: 1967-2017: В 2-х т. – М.: КУРС, 2017. – Т. 2. – С. 5–24.
2. Расчетные гидрологические характеристики. Порядок определения. Технический кодекс установившейся практики ТКП 45-3.04-168-2009(02250). – Минск : РУП «Стройтехнорм», 2010. – 55 с.
3. Волчек, А. А. Учет распределения максимальных значений речного стока при реставрации историко-культурных ценностей / А. А. Волчек, С. В. Сидак // Реставрация историко-культурных объектов как сохранение культурного наследия Республики Беларусь : сб. статей науч.-техн. семинара, Брест, 30 сентября 2020 г. / Брест. гос. техн. ун-т; редкол. : под ред. Э. А. Тур [и др.]. - Брест : БрГТУ, 2020. – С. 35–39.
4. Волчек, А. А. К вопросу исследования гидрометеорологических рядов методами фрактального анализа / А. А. Волчек, С. В. Сидак // Современные проблемы гидрометеорологии и мониторинга окружающей среды на пространстве СНГ : тезисы докладов международной научно-практической конференции - Санкт-Петербург : РГГМУ, 2020. – С. 321–323.
5. Hurst, H.E. Long-term storage capacity of reservoirs // Trans. Am. Soc. Civ. Eng. – 1951. – №116. – P.770–808.

ОЦЕНКА СКОРОСТИ МИГРАЦИИ РАДИОНУКЛИДОВ Cs-137 В ПОЧВЕННЫХ ГОРИЗОНТАХ

П. С. Соболева

Брестский государственный технический университет, Брест
Научный руководитель: Т. Л. Кушнер, к.ф.-м.н., доцент

В Республике Беларусь имеется несколько регионов, загрязненных долгоживущим радионуклидом Cs-137 после аварии на Чернобыльской АЭС. С течением времени происходит естественная миграция радиоизотопов из верхних слоев почвы в более глубокие. Причиной такого перемещения является диффузия и перенос с дождевой и талой водой. Концентрация радионуклидов в почве на различной глубине зависит от множества факторов и представляет большой интерес для исследования, поскольку влияет на перенос Cs-137 из почвы в растения [1]. Наиболее эффективным методом исследования распределения радионуклида в почве является определение удельной активности проб грунта, взятых с различной глубины.

Целью данной работы является оценка скорости миграции радионуклидов в почвенных горизонтах на основе ранее полученных экспериментальных данных удельной активности образцов почвы по Cs-137, и имеющихся профилей распределения радионуклида по глубине [2].

Для оценки скорости миграции Cs-137 применялась модель «черного ящика» [3], блок-схема которой приведена на рисунке 1. В данной модели каждый слой почвы представляется как вещество, обладающее определенной активностью за счет содержащегося в нем радионуклида. Изменение активности со временем в каждом слое определяется следующими факторами:

- поступление радионуклида из предыдущего слоя;
- перемещение радиоизотопа в последующий слой;
- естественный радиоактивный распад.

Расчеты производились процедуры «fitting» с использованием программных продуктов «Excel» и «Mathematica».

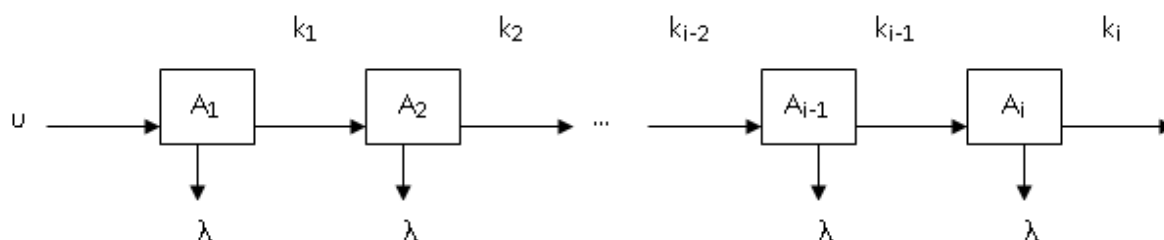


Рисунок 1 – Блок-схема модели «черный ящик»

Изменение активности с течением времени в каждом из горизонтов описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dA_1}{dt} = v - (k_1 + \lambda) \cdot A_1, \quad (1)$$

где A_1 – активность радионуклида в первом горизонте; k_1 – коэффициент переноса радионуклида из первого слоя во второй; λ – постоянная радиоактивного распада; v – скорость осаждения радионуклида на поверхность почвы.

Из выражения (1) следует, что

$$\frac{dA_1}{dt} + (k_1 + \lambda) \cdot A_1 = \nu \quad (2)$$

Для последующих горизонтов с активностью A_i коэффициентом переноса k_i имеем:

$$\frac{dA_i}{dt} = k_{i-1} \cdot A_{i-1} - (k_i + \lambda) \cdot A_i \quad (3)$$

$$\frac{dA_i}{dt} + (k_i + \lambda) \cdot A_i = k_{i-1} \cdot A_{i-1} \quad (4)$$

Данная модель отличается сравнительной простотой. В качестве i -го горизонта можно рассматривать однородный по своему составу слой почвы, но существенно отличающийся от соседнего. Примером могут служить почвы лесов.

Решением рассматриваемых дифференциальных уравнений являются следующие равенства:

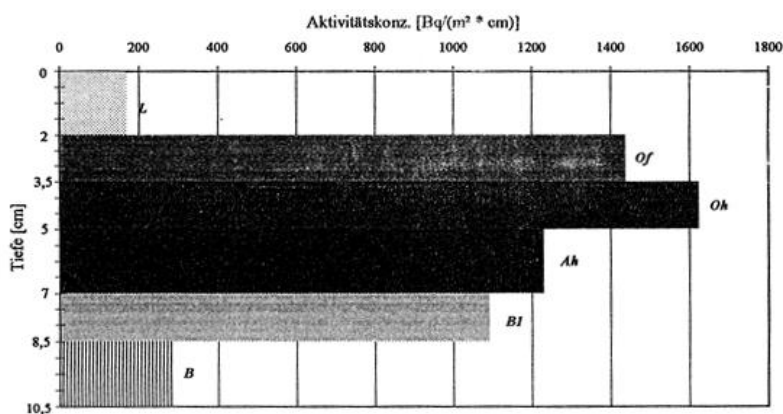
$$A_1(t) = A_1(0) \cdot e^{-(k_1 + \lambda)t} + \frac{\nu}{k_1 + \lambda} \cdot (1 - e^{-(k_1 + \lambda)t}) \quad (5)$$

$$A_i(t) = A_i(0) \cdot e^{-(k_i + \lambda)t} + \frac{k_{i-1} \cdot A_{i-1}}{k_i + \lambda} \cdot (1 - e^{-(k_i + \lambda)t}) \quad (6)$$

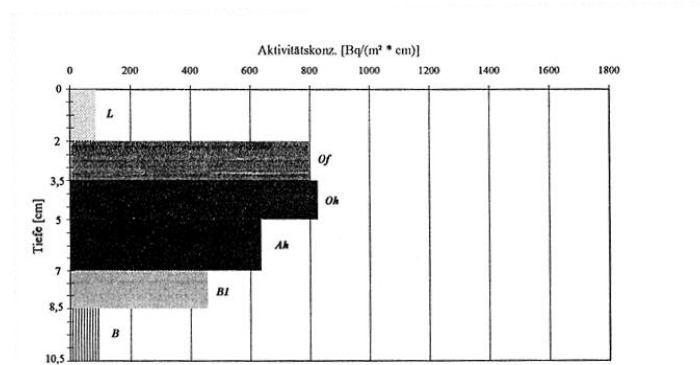
У рассмотренной модели есть определенные недостатки. Во-первых, перенос радионуклидов рассматривается только в глубь почвы, хотя существует и обратный процесс. Например, цезий, растворенный в воде, перемещается вместе с ней по капиллярам. Во-вторых, скорость осаждения радионуклида на поверхность почвы должна быть строго определена (что не всегда возможно). В нашей модели считалось, что Cs-137 выпал на поверхность почвы одномоментно. В-третьих, для получения корректных с математической точки зрения решений коэффициенты переноса в последних двух горизонтах должны быть одинаковыми. В лесных почвах такими могут быть только В-горизонты, начиная с глубины более 10 см.

Далее на рисунке 2 приведены профили распределения Cs-137 в лесных почвах, которые получены в октябре 1994 года и описывают объемную активность радионуклида в почвенных горизонтах, выраженную во внесистемных единицах Бк/(м²·см) [2].

Данные, полученные при оценке скорости миграции сведены в таблицу.



Профиль 1



Профиль 2

Рисунок 2 – распределение Cs-137 в почвенных горизонтах

Таблица – скорости миграции Cs-137 в почвенных горизонтах (см/год)

		L	Of	Oh	Ah	B ₁	B
Профиль 1	Толщина слоя, см	2	1,5	1,5	2	1,5	2
	Скорость миграции	2,61	0,91	0,42	0,36	0,23	0,19
Профиль 2	Толщина слоя, см	2	1,5	1,5	2	1,5	2
	Скорость миграции	4,82	0,78	0,45	0,37	0,18	0,08

В результате проведенных расчетов установлено, что скорость миграции радионуклидов является наибольшей в верхних слоях почвы, затем в почвенных горизонтах, содержащих преимущественно минеральные компоненты скорость существенно уменьшается.

Для прогнозирования кинетики изменения радиационного состояния территорий, загрязненных в результате аварии на ЧАЭС, важно установить характер и механизмы миграции радионуклидов в различных типах почв.

Поскольку поведение радионуклидов существенным образом зависит от форм их выпадения и физико-химических характеристик почвы, возникает потребность исследовать механизмы миграции и, по возможности, прогнозировать временной характер этих процессов. Такой параметр как тип почвы (например, чернозем, дерново-подзолистая, глеевая и т. п.) может быть учтен лишь в так называемых экспертных системах (см. рисунок 3) [4].

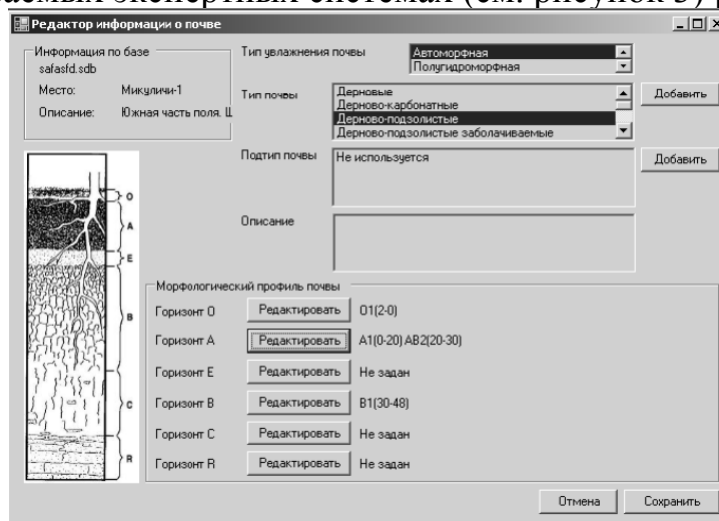


Рисунок 3 – пример экспертной системы для почв

Список литературы

1. Кундас, С. П. Математическая модель миграции радионуклидов в почве / С. П. Кундас, Н. Н. Гринчик, И. А. Гишкелюк // Вестник Полоцкого государственного университета. Фундаментальные науки. – 2005. – № 3. – С. 56–60.
2. Bürmann, W. Migration of cesium radionuclides in the soil of spruce forest / W.°Bürmann [et al.] // The Fourt Int. Conf. on the Chemistry and migration Behaviour of the Actinides and Fission Product in the Geosphere, USA, December 12–17 1993, Charleston. – P. 122–129.
3. Кушнер, Т. Л. Изучение моделей миграции радионуклидов в курсе «Сельскохозяйственная радиология» / Т. Л. Кушнер // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 5 (29) : Физика, математика, химия. – С. 61–67.
4. Кундас, С. П. Архитектура гибридных экспертных систем для прогнозирования миграции радионуклидов в почве / С. П. Кундас, В. И. Коваленко, И.°А. Гишкелюк // Инженерный вестник. – 2006. – № 1 (21). – С. 206–209.

УДК 539.2:621.3.049.77

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАНОПРОВОЛОКИ GaAs В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ COMSOL MULTIPHYSICS

А.С. Чугунов, А.В. Матиевская

Брестский государственный технический университет, Брест

Научный руководитель: С.В. Чугунов

Мультифизический интерфейс уравнения Шредингера-Пуассона моделирует системы с квантово-ограниченными носителями заряда, такими как квантовые ямы, провода и точки. В данной работе мы исследуем эталонную модель нанопроволоки GaAs, реализованную в модуле Semiconductor Module программного продукта COMSOL Multiphysics.

Мультифизический интерфейс уравнения Шредингера-Пуассона, доступный в COMSOL Multiphysics, создает двунаправленную связь между интерфейсом электростатики и уравнением Шредингера для моделирования носителей заряда в квантово-ограниченных системах. Электрический потенциал от электростатики вносит вклад в член потенциальной энергии в уравнении Шредингера. Статистически взвешенная сумма плотностей вероятностей из собственных состояний уравнения Шредингера вносит вклад в плотность пространственного заряда в электростатике.

Система Шредингера-Пуассона является особенной в том, что стационарное исследование необходимо для электростатики, а исследование собственных значений необходимо для уравнения Шредингера. Для решения двусторонней связанной системы уравнение Шредингера и уравнение Пуассона решаются итеративно до тех пор, пока не будет получено самосогласованное решение. Итерационная процедура состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Чтобы обеспечить хорошее начальное условие для итераций, мы решаем уравнение Пуассона

$$-\nabla(\varepsilon\nabla V) = \rho, \quad (1)$$

для электрического потенциала V , в котором ε – диэлектрическая проницаемость, ρ – плотность объемного заряда.

На этом этапе инициализации ρ дается наилучшая начальная оценка, основанная на физических аргументах; например, используя приближение Томаса-Ферми.

Шаг 2. Электрический потенциал V из предыдущего шага вносит вклад в член потенциальной энергии V_e в уравнении Шредингера

$$V_e = q \circ V, \quad (2)$$

где $-q$ заряд частицы-носителя, который определяется выражением

$$q = z_q e, \quad (3)$$

где $-z_q$ номер заряда, $-e$ -элементарный заряд.

Шаг 3. С обновленным термином потенциальной энергии V_e , данным уравнением 2 уравнение Шредингера решается с получением набора собственных энергий E_i , и соответствующего набора нормированных волновых функций, Ψ_i .

Шаг 4. Профиль плотности частиц n_{sum} рассчитывается с использованием статистически взвешенной суммы плотностей вероятностей:

$$n_{sum} = \sum_i N_i |\Psi_i|^2, \quad (4)$$

где вес N_i , дается интегрированием распределения Ферми-Дирака для состояний континуума вне плоскости (таким образом, в зависимости от пространственного измерения модели).

$$N_i = g_i \frac{m_d}{\pi \hbar^2} k_B T F_0 \left(\frac{E_f - E_i}{k_B T} \right), \quad (5)$$

где $-g_i$ коэффициент вырождения ямы, E_f – уровень Ферми, k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, m_d – эффективная масса плотности состояния, F_0 – интеграл Ферми-Дирака.

Для простоты взвешенная сумма в формуле 4 показывает только один индекс i , для суммирования. Конечно, в суммировании может быть более одного индекса. Например, в обсуждаемой здесь модели нанопроволоки суммирование ведется как по азимутальному квантовому числу, так и по уровням собственной энергии (для каждого азимутального квантового числа).

Шаг 5. Учитывая профиль плотности частиц n_{sum} , мы переоцениваем плотность пространственного заряда ρ , а затем повторно решаем уравнение Пуассона, чтобы получить новый профиль электрического потенциала, V . Простая формула для новой плотности пространственного заряда:

$$\rho = q n_{sum}, \quad (6)$$

почти всегда приводит к расхождению итераций. Намного лучшую оценку дает:

$$\rho = q n_{sum} \exp \left(e^{-\alpha \frac{-q(V - V_{old})}{k_B T}} \right), \quad (7)$$

где $-V_{old}$ электрический потенциал из предыдущей итерации, а α – дополнительный параметр настройки. Уравнение 7 используется решаемой последовательностью для вычисления плотности ρ пространственного заряда.

Формула основана на том, что плотность частиц n_{sum} является результатом V_{old} и изменится после повторного решения уравнения Пуассона для получения нового. Другими словами, уравнение 6 можно более подробно записать как

$$\rho_{new} = q n_{sum,old} \quad (8)$$

поскольку n_{sum} является результатом V_{old} , и ρ используется для повторного решения уравнения Пуассона, чтобы получить новое V .

Чтобы достичь самосогласованного решения, лучшая формула была бы

$$\rho_{new} = q n_{sum,new} \quad (9)$$

На данный момент нам неизвестно, так как оно исходит из решения уравне-

ния Шредингера на следующей итерации. Однако мы можем сформулировать прогноз для него, используя статистику Больцмана, которая обеспечивает простую экспоненциальную связь между потенциальной энергией $V_e = q \circ V$, и плотностью частиц, n_{sum} .

$$n_{sum,new} = n_{sum,old} \exp\left(\frac{-q(V-V_{old})}{k_B T}\right) \quad (10)$$

Это приводит к формуле 7 для случая $\alpha=0$. Это хорошо работает при высоких температурах, где статистика Больцмана является хорошим приближением. При более низких температурах установка положительного числа α помогает ускорить сходимость.

ШАГ 6. После получения нового профиля электрического потенциала V , путем повторного решения уравнения Пуассона сравните его с электрическим потенциалом из предыдущей итерации V_{old} . Если два профиля совпадают в пределах желаемого допуска, то достигается самосогласованность; в противном случае переходим к шагу 2, чтобы продолжить итерацию.

Следуя описанию в статье [1], радиус нанопроволоки установлен равным 50 нм. Эффективная масса электрона установлена равной 0,067 массы свободного электрона (как указано в результате измерения температуры Ферми в статье), а диэлектрическая проницаемость принята равной 12,9. Уровень энергии Ферми в модели установлен на 0 В, а электрический потенциал на стенке на -0,7 В, чтобы соответствовать граничному условию пиннинга уровня Ферми, описанному исследователями [1]. Мы моделируем случай однородных ионизированных примесей $2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ при температуре 10 К.

В процессе моделирования мы сначала решаем приближенное решение Томаса-Ферми, а затем используем его в качестве начального условия для полностью связанного уравнения Шредингера-Пуассона.

Решатель сходится за восемь итераций благодаря хорошему начальному условию, обеспечиваемому приближением Томаса-Ферми, и хорошей прямой оценке плотности пространственного заряда, заданной уравнением 7. График электронной плотности, потенциальной энергии и парциальных орбитальных моментов хорошо согласуется с данными, опубликованной в статье [1].

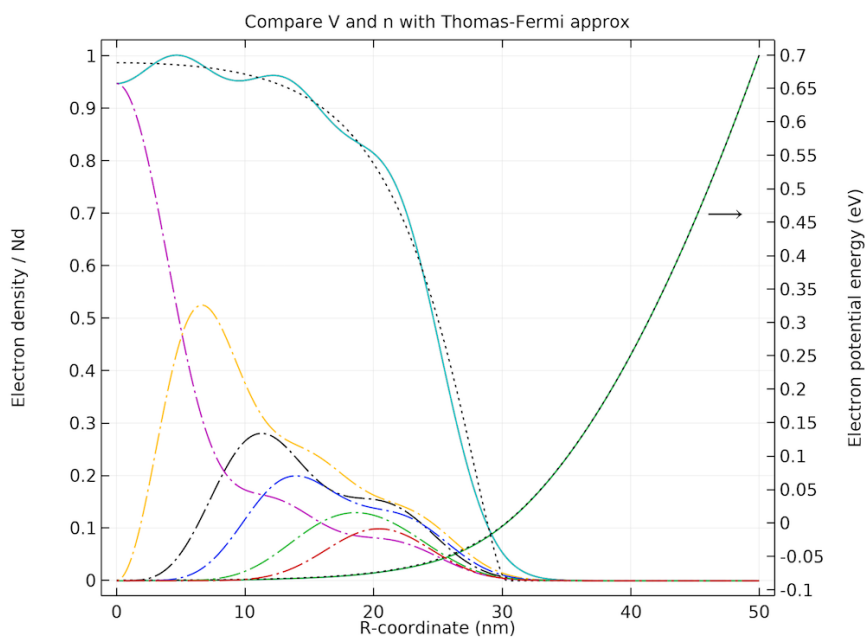


Рисунок 1 – Электронная плотность, потенциальная энергия и парциальные орбитальные моменты.

На графике ниже показаны пространственные колебания типа Фриделя, присутствующие как в профилях электронной плотности, так и в профилях потенциальной энергии.

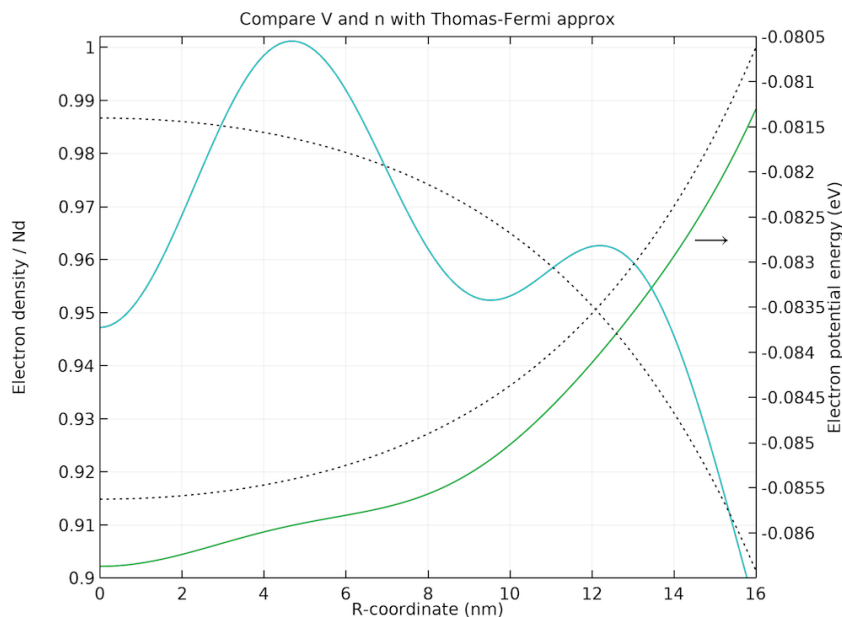


Рисунок 2 – Увеличенный график пространственных колебаний типа Фриделя в профилях электронной плотности и потенциальной энергии.

В этом исследовании мы продемонстрировали, что интерфейс уравнения Шредингера-Пуассона и тип исследования Шредингера-Пуассона упрощают настройку и решение системы Шредингера-Пуассона с использованием самосогласованных результатов Шредингера-Пуассона для модели нанопроволоки GaAs.

Список литературы

1. Luscombe, J.H. Electron confinement in quantum nanostructures: Self-consistent Poisson-Schrödinger theory / J.H. Luscombe, A.M. Bouchard, and M. Luban // Phys. Rev. B. – 1992. – vol. 46, No. 16. – P. 10262.

УДК 681.3

О ПОСТРОЕНИИ КАРКАСОВ ПРОГРАММ С УЧЕТОМ ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ТРЕБОВАНИЙ

В. В. Шпак

Брестский государственный технический университет, Брест

Научный руководитель: Г. Л. Муравьёв, к. т. н., доцент

При проектировании и разработке программ, приложений исходят из имеющихся требований, предъявляемых к характеристикам продукта. Это функциональные требования, задающие закон функционирования - набор функций, реализуемых программой и определяющих связь входных данных с выходными, требования к характеристикам исполнения, для оконных программ - требования к организации и дизайну интерфейсов (ГИП) и др. [1].

В настоящее время отмечены оформившиеся тенденции проектирования приложений в широких сферах применения, таких как экономика, социальные учреждения и т. п. [1, 2]: стремление к повышению продуктивности разработки с соблюдением необходимой степени корректности проектных решений даже в ущерб показателям эффективности выполнения программ, которая при необходимости достигается последующим рефакторингом.

Указанное предполагает использование таких элементов технологий активной разработки [3]:

- как раннее вовлечение в процессы проектирования заказчиков, использование их экспертных знаний, в том числе для анализа задач, функций, тестирования решений;

- опережающее моделирование продукта, создание действующих макетов разной степени функциональной полноты, в том числе с учетом элементов технологии структурной разработки [4], применяющей нисходящее проектирование и использующей для получения макетов подпрограммы, с разной степенью детализации отображающих исполняемые функции (от подпрограмм-заглушек до готовых функций).

Здесь макет как модель программы представляет собой исполняемый шаблон – функциональный каркас приложения (ФКП), построенный на базе выбранного типового системного автокаркаса приложения (КП) и специализированный с учетом требований к продукту, языку программирования, платформе, библиотекам.

Также следует отметить:

- рост составляющей рутинных операций в разработке программ, в том числе в части работы с оконными интерфейсами (окнами, иерархиями окон, элементами управления, обработчиками и т.п.);

- значительную степень автоматизации средств разработки, систем программирования, обеспечивающих использование каркасного программирования, когда разработчик получает автоматически сгенерированный текст программы – каркас приложения, реализующей системные функции, рутинные операции; поддержку визуального проектирования и реализации интерфейсов.

Все это создает предпосылки для автоматизации и быстрого построения действующих макетов программ.

В работе предметная область – этап объектно-ориентированного анализа жизненного цикла разработки программ в части автоматизации использования объектных моделей. Цель работы – макетирование приложений на базе результатов анализа предметной области, построение ФКП, анализ успешности принятых решений, выработка рекомендаций по созданию макетов.

Используемый теоретический аппарат: структурный подход, процедурная и объектная парадигмы для описания каркасов, порождающая парадигма для их генерации.

Представленные результаты получены средствами Microsoft Visual Studio. Соответственно объект рассмотрения - типовые каркасы (WinAPI, MFC, Windows Forms) в части их использования для автоматической донастройки и специализации до уровня ФКП с учетом функциональных требований.

Требования могут быть специфицированы с разной степенью детальности - от неформализованного, текстового описания, до описаний в терминах объект-

ной парадигмы с представлением ожидаемых действий (на базе классов, объектов и привязанных к ним атрибутов, свойств, методов и т.д.).

Указанное позволяет генерировать и добавлять к КП: меню, кнопочное меню; окна, иерархии окон, элементы управления в составе интерактивных окон; прототипы и методы-обработчики оконных сообщений; прототипы и методы-обработчики для бизнес-логики приложения; шаблоны классов и иерархий пользовательских классов.

Сформулированы проблемы и способы формализации описаний потоков событий функций программ. Результаты могут использоваться разработчиками ПО для быстрого моделирования проектов, предоставления макетов заказчику; в учебном процессе для повышения эффективности обучения проектированию приложений, анализу предметных областей.

Список литературы

1. Орлов, С. А. Программная инженерия / С. А. Орлов. — СПб.: Питер, 2016. — 640 с.
2. Эванс, Э. Предметно-ориентированное проектирование: структуризация сложных программных систем / Э. Эванс. - М.: ООО “И.Д. Вильямс”, 2016. - 448 с.
3. Активное программирование [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Экстремальное программирование](https://ru.wikipedia.org/wiki/Экстремальное_программирование). – Дата доступа: 10.10.2021.
4. Хьюз, Дж. Структурный подход к программированию / Дж. Хьюз, Дж. Мичтом. М.: Мир, 1980. - 278 с.

**ЭЛЕКТРОННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНЫХ
И ПРИКЛАДНЫХ РАЗРАБОТКАХ**

МОДЕЛИРОВАНИЕ «ПОЛЯРНОЙ РОЗЫ» В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

Е. Н. Защук, А. И. Жук

Брестский государственный технический университет, Брест

В преподавании математических дисциплин на факультетах нематематического профиля, особенно по направлениям инженерных специальностей, крайне важным аспектом является визуализация объектов, с которыми происходит работа на занятиях.

В университете перед студентами первого курса возникают новые способы задания кривых, такие как в полярных координатах и параметрически. Эффективным средством в этом является использование компьютерных математических пакетов при чтении лекций [1, 2]. Рассмотрим применение программных модулей для визуализации на примере СКА *Mathematica*, которая позволяет превратить весь материал лекции в динамическую презентацию.

В данной работе приведем некоторые примеры визуализации кривых в полярных координатах, используя программные модули, которые находятся в свободном доступе на официальном сайте Wolfram Demonstration Projekt. Использование СКА *Mathematica* позволило авторам работы доработать и усовершенствовать программные модули с учетом требований программы вуза.

Например, рассмотрим линию $r = a \sin\left(\frac{k\varphi}{n}\right)$. Если $n = 1$, то графиком являются плоские кривые, чертеж которых схож с рисунком цветка. Поэтому графики таких кривых называют «полярные розы». Вся линия размещена внутри окружности с радиусом a и при $k > 1$ состоит из идентичных по форме и размеру лепестков. Численность лепестков характеризуется величиной k . При целом k численность лепестков будет k , когда k нечётное и $2k$, – когда чётное.

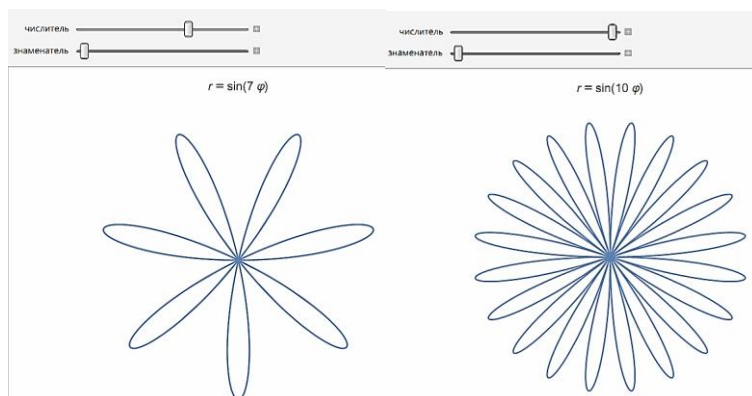


Рисунок 1 – Скриншот программного модуля построения «полярной розы» при $n \neq 1$

На рисунке 1 приведены графики $r = \sin(7\varphi)$ и $r = \sin(10\varphi)$. При этом изменяя положение ползунка, мы получаем изображение нужной линии.

Если $n \neq 1$, где k и n взаимно простые, количество лепестков розы будет k , когда оба числа нечётные и $2k$, если хотя бы одно – чётно.

Аналогично на рисунке 2 приведены скриншоты программного модуля построения кривых при $k = 3, n = 2$ и $k = 9, n = 8$.

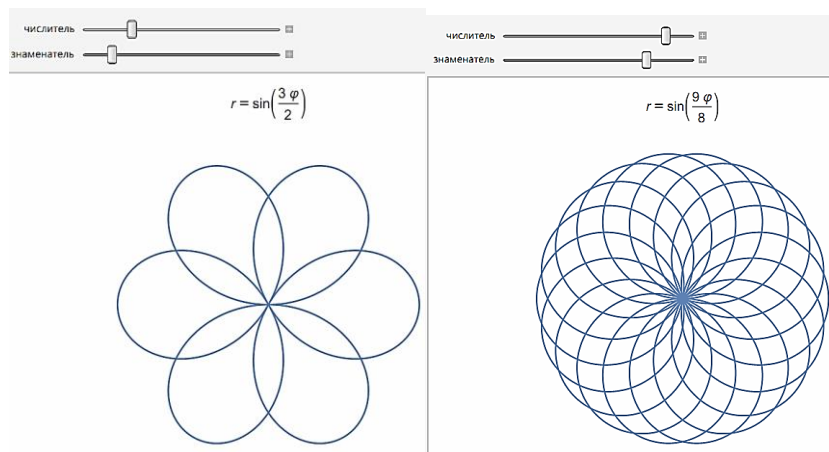


Рисунок 2 – Скриншот программного модуля построения «полярной розы» при $n \neq 1$

При этом следует отметить преимущество такого подхода к изучению кривых в полярных координатах, при котором во время лекции легко осуществить визуализацию различных возможных вариантов изменения параметров k и n . Что позволяет провести некоторые выводы о свойствах кривых, заданных в полярных координатах.

Приведенный подход к изучению темы «Кривые заданы в полярной системе координат» также актуален для сферических и цилиндрических координат.

Список литературы

1. Защук, Е. Н. Использование математического пакета в лекции «Ряды Фурье» / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов IX респ. науч.-практ. конф., Брест, 22 окт. 2020 г. / Брест, гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. А. Козинского. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 66–67.
2. Чичурин, А. В. Применение системы Mathematica при решении дифференциальных уравнений и в задачах математического моделирования : курс лекций для студентов специальности 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)» : в 3 ч / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина. – Брест : Белорус. гос. ун-т, 2016. – Ч. 1. – 62 с.

УДК 004(942+42)

РАЗРАБОТКА ПРОЕКТА ПО СБОРУ ИНФОРМАЦИИ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ АКТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ

*А.Г. Каменец, А.Ю. Котыш, В.А. Кофанов, Т.Г. Хомицкая
Брестский государственный технический университет, г. Брест*

Целью разработки проекта сбора информации об участии студентов в научно-исследовательской работе (НИРС) является создание автоматизированного процесса накопления и обработки данных, который обеспечивает возможность удобного заполнения, просмотра и редактирования сведений научно-исследовательской активности студентов. Данный проект позволит исключить возможность возникновения таких проблем, как ошибки в личных данных, недостаточность сведений о проводимых мероприятиях, трудности в составлении отчетной документации и т.п.

Для достижения поставленной цели воспользуемся возможностями установленной в нашем университете корпоративной системы Google Workspace for Education Fundamentals.

В структуре автоматизированного процесса мы выделяем три основных элемента (приложения): Google Формы, Google Таблицы и Google Сайты, с интегрированной в них средой разработки Google Apps Script.

Для сбора данных об участии студентов в научно-исследовательской деятельности используется такой инструмент, как Google Формы. Ранее с помощью этого инструмента была разработана Форма, содержащая вопросы, касающиеся непосредственно данных о научно-исследовательской работе, а также дополнительные вопросы, предназначенные для упрощения организации и обработки этих данных.

Накопление и хранение данных, полученных после заполнения Формы, осуществляются в Таблице, созданной в приложении Google Таблицы. Стандартный способ связывания этих двух инструментов позволяет передать в таблицу лишь ту информацию, которая была внесена пользователем при заполнении формы. Однако для обеспечения дополнительных возможностей, включающих редактирование и обработку данных, необходимо иметь идентификатор ответа, а также ссылку для повторного доступа к Форме с ответами. Поэтому был разработан для Формы связный скрипт, который заменил стандартный способ передачи данных (ответов) в Таблицу и позволил дополнительно передавать идентификационную информацию.

Последним ключевым элементом автоматизированного процесса является Сайт (Google Сайты), посвященный НИРС, перейти на который можно по ссылке, расположенной на официальном сайте БрГТУ. Следует отметить, что доступ к данному сайту разрешен только пользователям, авторизованным в корпоративной системе университета. Это позволяет в случае необходимости, получить уже имеющуюся в системе информацию о студентах и сотрудниках. Разработанный сайт содержит ряд вкладок, одна из которых включает личный кабинет пользователя. В личном кабинете пользователь может как добавить новые сведения о своей научной активности, так и просмотреть, и отредактировать занесенные ранее.

Взаимосвязь вышеперечисленных элементов можно представить в виде нижеприведенной схемы:

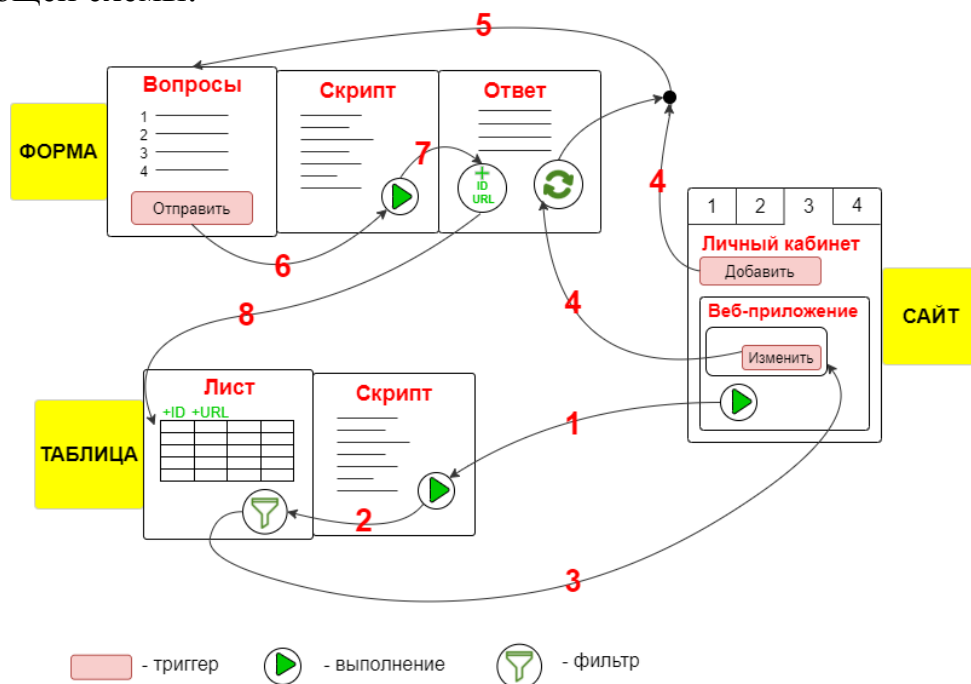


Рисунок 1 – Пошаговая схема проекта

Все действия по добавлению, просмотру и редактированию информации о НИРС активируются на Сайте. Рассмотрим пошагово эти действия:

1. При переходе на Сайте на страницу личного кабинета запускается скрипт, связанный с Таблицей.

2. Происходит фильтрация содержимого Таблицы по текущему пользователю сайта.

3. Отображение результатов фильтрации на странице Сайта.

4. В зависимости от полученных на предыдущем шаге результатов, возможны следующие варианты дальнейших действий: пользователь либо редактирует старую запись (кнопка “Изменить”), либо создает новую запись (кнопка “Добавить”).

5. Открывается Форма для заполнения.

6. После отправки ответа на Форму срабатывает связанный скрипт.

7. В ходе выполнения скрипта формируется пакет, состоящий из ответов Формы, идентификатора ответа и ссылки для повторного редактирования ответов Формы.

8. Данные пакета заносится в Таблицу в виде новой записи, если идентификатор ответа отсутствует в Таблице. В случае же, если идентификатор ответа присутствует в Таблице, данные перезаписываются.

После обновления страницы Сайта вышеописанные шаги повторяются.

Представленный алгоритм позволяет разграничить доступ к информации нескольким пользователям, а также обеспечивают возможность редактирования данных.

Следующий этап работы над проектом предполагает разработку алгоритмов анализа информации о научно-исследовательской работе студентов и подготовку отчета в соответствии с требованиями.

УДК 004.4

РАЗРАБОТКА МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ СОСТАВЛЕНИЯ WISHLISTОВ СРЕДСТВАМИ FLUTTER

А.Н. Карпеченко

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Д.В. Грищук, канд.ф.-м. наук, доцент

Wish-лист (от англ. Wish List – список желаний) – термин, который означает список, в котором прописаны все желания человека, начиная от мелочей и необходимых вещей и заканчивая такими глобальными мечтами как шикарный дом, богатство, счастье и т.п. Данный список может быть оформлен как угодно: на листе бумаги, на стене комнаты, на магнитной или пробковой доске.

Нами было разработано многопользовательское android-приложение WishList для создания списков с желаемыми подарками (рис.1).

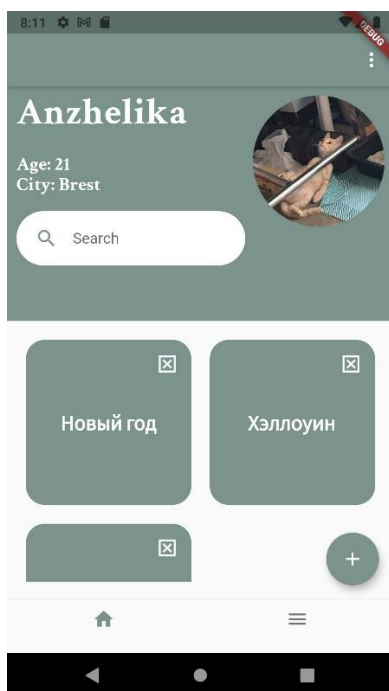


Рисунок 1 – Android-приложение WishList

Данное приложение разрабатывалось средствами Flutter. Flutter – комплект средств разработки и фреймворк с открытым исходным кодом для создания мобильных приложений под Android и iOS, а также веб-приложений с использованием языка программирования Dart, разработанный и развиваемый корпорацией Google.

Основные преимущества Flutter:

- **Высокая скорость.** Приложения на Flutter компилируются в машинный код, использующий графику и механизм визуализации, встроенный в C/C++, поэтому приложения получаются очень быстрыми и высокопроизводительными. Они способны стабильно выдавать 60 кадров в секунду на большинстве устройств и до 120 кадров в секунду на устройствах, поддерживающих Flutter [1].

- **Повторное и совместное использование кода.** Flutter позволяет создавать приложения с минимальными усилиями по ручному написанию кода. Предусмотрено повторное использование фрагментов кода. Концепция библиотеки виджетов снижает рабочую нагрузку, поскольку дает возможность совместного использования кода – причем одновременно для двух основных мобильных платформ – iOS и Android [2].

- **Персонализированный интерфейс.** Фреймворк Flutter предоставляет обширные возможности для кастомизации интерфейса, причем с минимальными затратами труда и времени. Набор библиотек и инструментов позволяет сделать процесс разработки максимально гибким, при этом обеспечивает уникальность дизайна и высокую производительность созданного приложения [2].

Основные функции разработанного нами приложения WishList:

- Желаемые подарки отображаются на личной странице пользователя.
- Подарки распределены по определённым категориям.
- Владелец аккаунта может добавлять, редактировать или удалять желаемые подарки.

- Любая пользователь может зарезервировать подарок, но владелец аккаунта не владеет доступом к этой информации.
- Другие пользователи могут предлагать свои варианты подарков, но от кого поступило предложение, владелец аккаунта не видит.
- Поиск аккаунтов производится по уникальным id.

WishList минимизирует возможность получить ненужный подарок. Это приложение помогает не только человеку, который получает подарки, но и тому, кто будет его дарить, ведь не нужно больше беспокоиться, что подарок может не понравиться получателю.

Список литературы

1. Medium [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://medium.com/nuances-of-programming/5>. – Дата доступа 17.10.2021.
2. Internet-technologies [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.internet-technologies.ru/articles/10-preim-flutter-dlya-razrab-mobilnyh-prilozheniy.html>. – Дата доступа 17.10.2021.

УДК 159.9.072 + 303.723

ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПСИХОЭМОЦИОНАЛЬНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ

Д. А. Карпук, А. А. Маркина

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Научный руководитель: С. Ф. Лебедь, к. ф. - м. н, доцент

Современный мир вступил в новую фазу информационной эпохи, связанную с тотальной цифровизацией социальной, интеллектуальной, физической и даже духовной сферы жизни человека. Внедрение цифровых технологий ведет к возникновению такого направления в развитии науки, как междисциплинарность. Появляются такие междисциплинарные научные области, как управление рисками, устойчивое развитие, урбанизация и т. д. Эти научные направления предполагают синтез не только естественно-научных исследований, но и их интеграцию с социальными, гуманитарными и общественными науками.

Измерение качества является одной из центральных проблем для всех сфер общественной практики, в частности проектирования и совершенствования средств и условий профессиональной деятельности человека. Мерами качества и его показателями выступают измеренные свойства объекта – характеристики функционирования, обусловленные влиянием внешних и внутренних факторов. При ориентации на результативность функционирования сложных объектов используются системотехнические показатели, позволяющие в одной системе мер оценивать и программнотехнические элементы и человеческую деятельность. Интегральной мерой качества в этой системе является эффективность, определяемая совокупностью общих (надежность, устойчивость, готовность, оптимальность и др.) и частных показателей. Для эргатических (особенно для автоматизированных) систем эффективность определяется не столько потенци-

альными качествами программных и технических средств, сколько их соответствием возможностям человека. Потенциальная эффективность (надёжность и др.) технической составляющей системы не может быть достигнута, если деятельность характеризуется высокой изменчивостью вероятностно временных характеристик. Ориентация на обеспечение в первую очередь эффективности деятельности человека за счет достижения соответствия характеристик технических средств возможностям и особенностям человека предполагает, что обеспечение эргономичности является условием достижения эффективности эксплуатации человекомашинных систем.

Основу эргономической оценки составляет база данных о параметрах и факторах эффективного функционирования человека, уточнение и расширение которой обеспечивается эргономическими исследованиями. База данных включает не только сведения о закономерностях психических процессов, определяющих характеристики деятельности, но и данные о других особенностях и ограничениях человека, проявляющихся в деятельности.

Интегральной эргономической характеристикой систем профессиональной деятельности является эргономичность, отражающая степень соответствия системы возможностям и ограничениям человека разных уровней, функций и условий. Следует отметить, что для эргономической оценки используются те же частные показатели, что и при системотехнической оценке. Тождественность частных показателей функционирования сложных систем предполагает связи системотехнических и эргономических характеристик. Все многообразие характеристик человека, определяющих эффективность функционирования систем, объединено понятием «человеческий фактор». В контексте деятельностного подхода «человеческий фактор» объединяет данные о характеристиках деятельности при влиянии разнообразных внешних и внутренних факторов. К последним относят потенциальные и актуальные характеристики мотивации и опыта, особенности личностной регуляции деятельности, а также характеристики физиологических систем, определяющих психические процессы, и деятельности.

Целью работы является классификация эмоционального состояния человека на основе результатов, полученных в результате тестирования индивида. Эмоции играют важную роль в человеческой жизни. Анализ эмоционального состояния человека даёт возможность отслеживать изменение поведения людей, их отношение к происходящим событиям [1]. Эмоции влияют на когнитивные процессы и принятие решений. Поэтому потребность в определении эмоциональных реакций приобретает все большее значение. Изучение различных форм запечатления и проявления эмоциональной направленности людей требует и адекватной этой задаче классификации эмоций.

Попытки классифицировать эмоциональные состояния, переживания и чувства предпринимались неоднократно (Д. Юмом, Р. Декартом, В. Вундтом, А. Бэнном, Н. Гротом, Т. Рибо, К. Ушинским, М. Аствацатуровым, К. Плучиком и другими). Однако, ни одна из предложенных классификаций не получила широкого признания и не сохранилась в качестве эффективного инструмента дальнейших поисков и уточнений. Это объясняется тем, что все эти классификации были построены на неверной теоретической основе или вовсе без нее. В работе предпринимается попытка классификации с использованием корреляционного анализа.

Для измерения психофизиологического состояния человека, его стрессоустойчивости, активности и коммуникативных навыков выбран тест Люшера. Идея автора основана на том, что восприятие цвета не является субъективным, а универсально, в то время как цветовые предпочтения наоборот субъективны и способны диагностировать текущее состояние человека [2].

Этот тест очень легок и быстр в прохождении и одновременно считается «глубинным», созданным для специалистов, психиатров, психологов и врачей. Каждый цвет несет в себе определенный энергетический заряд, который вызывает у человека как физиологический, так и психологический эффект.

Он является проективной методикой и основан на том, что выбор цвета зачастую отражает направленность человека на определенного рода деятельность, на удовлетворение потребностей, отражает его функциональное состояние.

Тест Люшера может быть использован:

- 1) при определении наличия и причин психологического стресса;
- 2) для получения быстрого и глубокого анализа личности;
- 3) при исследовании уровня комфортности субъекта в определенных условиях;
- 4) при выявлении эмоциональных установок субъекта по отношению к предстоящей работе;
- 5) при диагностике ситуации в семье;
- 6) для выявления лиц, склонных к депрессивным состояниям и аффективным реакциям.

Сама процедура тестирования очень проста: испытуемый раскладывает карточки с цветами по убыванию степени его личной, субъективной приязни к ним. При прохождении теста следует отвлечься от любых ассоциаций и общепринятых вкусов, только ваше личное отношение.

Каждый цвет обозначает конкретную потребность:

- серый (0) – в ограждении, создании границы;
- синий (1) – в удовлетворенности, спокойствии, устойчивой положительной привязанности;
- зеленый (2) – в самоутверждении, желание нравиться;
- красный (3) – в активных действиях, добиваться успеха;
- желтый (4) – в перспективе, надеждах на лучшее, мечтах;
- фиолетовый (5) – в самоидентификации;
- коричневый (6) – в свободе от напряжения, уюте;
- черный (7) – в отказе из своенравного протеста, восстание против собственной судьбы.

Если основные цвета располагаются на первых пяти позициях, то считается, что потребности человека, соответствующие этим цветам, в какой-то мере удовлетворяются, если же они на последних трех позициях, то имеется напряжение из-за их неудовлетворенности.

Из комбинаторики известно: количество всевозможных расположений цветов равно числу перестановок восьмиэлементного множества: $P_8 = 8! = 40320$. Каждое перестановка описана с точки зрения психологии.

Задача состоит в определении основных классов и в определении принадлежности произвольной перестановки конкретному классу.

Тест Люшера использовался для выявления взаимосвязи эмоционального состояния личности и выбора программного продукта у пользователей юношеского возраста [3]. В результате исследования, в данном конкретном случае, можно определить как минимум три класса эмоционального состояния личности: «программный продукт удобен» (множество перестановок A), «программный продукт неудобен» (множество перестановок B) и «программный продукт приемлем» (множество перестановок C).

Используя частотный анализ необходимо определить «эталонные» перестановки для указанных трех состояний. Обозначим их через $P_8(A)$, $P_8(B)$, $P_8(C)$. Для дальнейших исследований вводится функция, характеризующая близость произвольной перестановки X к каждому из определенных классов: $d(X;M)$, где M –эталонная перестановка. Путем сравнения значений функций определяем принадлежность перестановки X к одному из классов A , B или C .

Следует отметить, что характеристики деятельности для эргономической оценки являются результатами исследований различных направлений и областей психологии. Но именно в инженерной психологии и эргономике характеристики и закономерности психических процессов и деятельности интегрированы в системные представления, подкрепленные концептуальными разработками. Комплексные эргономические исследования, а также разработка системных представлений и методов в инженерной психологии — это не только практическая реализация психологических исследований в целом, но и область постановки новых задач исследования. Появление новых технических возможностей требует исследования закономерностей, факторов и характеристик деятельности человека в новых условиях. Перспективными направлениями инженерной психологии являются, например, исследования интерфейса, виртуальной реальности, рефлексивного управления и других проявлений человеческой активности.

Список литературы

1. Вилюнас В. К. Основные проблемы психологической теории эмоций. – М.: Педагогика, 1988 г.
2. Когнитивная психология / под ред. В. Н. Дружинина, Д. В. Ушакова. М.: ПЕР СЭ, 2002. – 480 с.
3. Маркина, А. А. Особенности выбора программного продукта в юношеском возрасте / А. А. Маркина// Психология: шаг в науку: сб. материалов VI Республиканской науч.-практ. конф. студентов и магистрантов – Брест, 15 октября 2019 г.– Брест : БрГУ, 2019. – С. 52–55.
4. Маркина, А.А. Роль психоэмоционального состояния в работе человека-оператора / А. А. Маркина // Роль социально-гуманитарных дисциплин в формировании мировоззрения и профессиональной культуры будущего специалиста [Электронный ресурс] : электрон. сб. материалов межвуз. студен. науч.-практ. конф., / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина – Брест, 19 нояб. 2020 г. – С. 58–61.

РАЗРАБОТКА МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ «ПУТЕВОДИТЕЛЬ ПО БРЕСТУ»

Е. А. Коляда

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г. Брест Научный руководитель: Д.В. Грицук, канд.ф.-м. наук, доцент

Большинство онлайн карт, как, к примеру карты Google или Yandex, не содержат достаточное количество информации о каких-либо окружающих объектах или достопримечательностях. Причем, эти объекты на карте могли бы нести не только информационный характер, но и заменить, к примеру, экскурсовода для туристов. Данный фактор является ключевым в создании приложения «Путеводитель по Бресту». Так же не менее важный аспект – возможность самостоятельно построить свой маршрут по городу или выбрать готовый из имеющихся.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Провести анализ уже существующих приложений-путеводителей.
2. Осуществить выбор инструментальных средств и технологий для реализации проекта.
3. Спроектировать удобный дизайн, который будет нести в себе основной функционал программ такого типа;
4. Создать полную базу данных всех достопримечательностей города Бреста.
5. Разработать Android-приложение с картой города Бреста и путеводителем.
6. Провести тестирование и отладку приложения.

Для проектирования и разработки приложения была выбрана среда программирования Android Studio, для реализации внутренней архитектуры был выбран язык программирования Java.

На данном этапе создается стартовый графический интерфейс, в котором можно будет удобно переключаться между кнопкой построения маршрута, навигатора и поиска какого-либо места или объекта, отображения наиболее популярных и стандартных маршрутов, а также возможности построения и добавления своих маршрутов.

В дальнейшем планируется взять географическую и математическую основу карты города Бреста. Далее используя адресные базы, в которых есть адреса зданий и их географические координаты, нанести на карту сетку дорог и остановки, а также здания. Чтобы по карте можно было ориентироваться, объектам будут присвоены названия, и выполнена разбивка по группам (по типам). После определим для каких объектов будет составляться краткое описание и эти объекты будут связываться с базой данных.

Планируется путеводитель для туристов с информацией о достопримечательностях г. Бреста дополнить полезными советами, каталогом заведений Бреста с адресами, телефонами и возможностью посмотреть на карте. Данный путеводитель будет иметь удобный рубрикатор с возможностью поиска по названию заведения, рубрики, адресу и ключевым словам.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ MOODLE ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СЛУШАТЕЛЕЙ-ИНОСТРАНЦЕВ ПОДГОТОВИТЕЛЬНОГО ОТДЕЛЕНИЯ

Е.А. Крагель

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Экспорт образовательных услуг остается одним из приоритетных направлений государственной политики Республики Беларусь. В современных условиях пандемии COVID-19 количество иностранных граждан, обучающихся в УВО РБ, снизилось (тенденция всего мирового пространства).

Мировая пандемия позволила выявить особенность, которой должно обладать современное образование (в том числе и обучение иностранных граждан) – это гибкость. Гибкость, позволяющая не только обучающемуся выбирать форму и содержание своего образования, но и гибкость, направленная на осуществление реорганизации (преобразование) системы образования (например, переход от очной формы обучения к дистанционной).

В рамках диссертационного исследования нами выявлено, что наиболее эффективной формой организации обучения слушателей-иностранцев на подготовительном отделении является смешанная (интеграция очной и дистанционной форм обучения), которая позволяет при необходимости быстро перейти к дистанционному обучению, как централизованно (очередная волна пандемии), так и индивидуально (карантин, изоляция, болезнь).

При организации смешанного обучения мы используем систему инструментальной среды «Moodle» (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment), представляющей собой бесплатное веб-приложение с возможностью создавать сайты для онлайн-обучения. Платформу можно интегрировать с большим количеством программного обеспечения, включая инструменты для общения, совместной работы, управления документами и другие приложения для повышения производительности. Так, например, эффективному обучению иностранных слушателей на подготовительном отделении способствует использование интерактивного контента, создаваемого с помощью конструктора H5P.

В современных условиях пандемии актуальными являются встраиваемые в Moodle плагины: Congrea, One-to-one.

Плагин Congrea позволяет создавать современный виртуальный класс, предназначенный для облегчения взаимодействия в реальном времени между преподавателем и обучающимися. Разработанный и созданный для образовательных учреждений, он имеет возможность совместного использования (совместной работы) для вашего экрана, аудио, веб-камеры, доски, документов, носителей с функцией записи.

Плагин One-to-one позволяет создавать доску с видеоконференцией для индивидуального взаимодействия между учителем и учеником.

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ ЭРГНОМИКИ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А. А. Маркина, Д. А. Костюк

Брестский государственный технический университет, Брест

Для измерения эффективности работы пользователя можно выделить два принципиально различных подхода. В первом подходе активно используются экспертные оценки и самосообщаемые параметры (то есть сведения, полученные от респондентов). Этот подход не поддается значительной автоматизации и затратен по времени из-за опросов, хронометража и видеопротоколирования, больше подвержен влиянию человеческого фактора при обработке результатов. Также для ряда параметров, таких как физическая нагрузка, могут быть получены лишь оценки по косвенным признакам и самосообщаемым параметрам. Альтернативный подход предполагает экспресс-оценку состояния пользователя с помощью приборов, позволяющих регистрировать параметры, связанные с физической и когнитивной нагрузкой. Он также имеет ряд ограничений. Биометрические измерения предоставляют большой объем данных, поддающихся автоматической обработке, однако они позволяют оценивать эмоциональное состояние и когнитивные процессы лишь по косвенным признакам, что даёт в ряде случаев лишь приблизительную картину.

В ряде работ нами рассматривается объединение обоих подходов в рамках комплексного usability-тестирования [1], нацеленного на получение картины процессов, имеющих место в ходе человеко-машинного взаимодействия, максимально полной и максимально абстрагированной от влияния человеческого фактора в процессе его оценки. В рамках такого объединённого исследования выполняется совмещение самосообщаемых параметров, оцениваемых по классическим методикам, с анализом данных, получаемых от биометрических устройств бытового сегмента (фитнес-трекеров, энцефалографов, айтрекеров). При этом требуется принятие ряда организационно-методических мер, направленных на обеспечение адекватности исследования – как специфичных для тестирования на основе самосообщаемых параметров или приборной оценки, так и направленных на их эффективное совмещение в рамках серии экспериментов.

Наиболее доступными (а потому и наиболее распространенными) для задач оценки эргономики программных продуктов являются внутригрупповые эксперименты, предполагающие использование небольшой группы испытуемых. Проведение исследования облегчается тем, что в данном случае отсутствует необходимость деления пользователей на группы, введения контрольной группы и использования дисперсионного анализа, как это потребовалось бы в случае с межгрупповым тестированием. Также к достоинствам подхода можно отнести экономию времени, отсутствие сложных статистических расчетов, относительную легкость в интерпретации результатов, а к недостаткам – теоретическую возможность влияния индивидуальных особенностей испытуемого на результат эксперимента [2]. Также в ряде случаев первичный эксперимент может быть проведен как внутригрупповой с последующим дополнением при более высокой выборке до межгруппового с помощью дополнительных межгрупповых связей, таких как гендерные и возрастные различия.

Для проведения тестирования целесообразно предусмотреть следующие этапы:

— Составление сценария использования, включающего типовые задания для использования программного продукта с нарастающей сложностью, что позволяет отследить тенденцию обучаемости. Задания составляются исходя из опыта респондентов.

— Набор участников одной возрастной группы, имеющих сходный опыт работы с продуктами-аналогами. Оговаривается время проведения каждой стадии эксперимента.

— Инструктаж (приветствие, описание мероприятия, целей исследования, метрик и тестов, подписание соглашения на предоставление и обработку персональных данных).

— Вводное интервью (заполнение анкеты участника, проверка уровня владения продуктами-аналогами).

— Заполнение опросников, позволяющих провести предварительную психометрическую оценку респондентов. В этом качестве в различных экспериментах нами опробовались опросники «Актуальное состояние» и «Доминирующее состояние», опросник реактивной и личностной тревожности Спилберга-Ханина, а также проективная методика "восьмицветовой тест Люшера".

— Демонстрационный показ работы с продуктом.

— Оценка ожиданий от работы с продуктом. Респондентами заполняется стандартный международный опросник System Usability Scale (SUS), обсуждаются основные вопросы использования, особенности функционала.

— Настройка системы. Выполняется подключение и калибровка имеющегося биометрического оборудования, а также настройка видеопотоколирования и захвата видео с экрана.

— Работа с продуктом. Происходит выполнение тестовых заданий с ведением протокола менеджером, где фиксируются реакции пользователя.

— Сбор итоговых впечатлений. Заполняется стандартный международный опросник и Post-Study System Usability Questionnaire (PSSUQ), проводится ретроспектива.

Важно, что в ходе эксперимента менеджеры, регистрируя время и реакцию пользователей, не вмешиваются в ход выполнения заданий. В наших экспериментах менеджеры подбирались из круга респондентов, были с ними знакомы, что должно положительно сказываться на уровне стресса. В любом случае ответы на вопросы «Как это сделать?» должны быть расплывчаты («А как вы сами думаете?», «А что бы вы сделали в реальной жизни?»), т. к. это мотивирует респондента разбираться с системой и не смещает фокус. Также респонденты знают о видеонаблюдении, но внимание в ходе теста на этом не акцентируется.

Для уменьшения «эффекта последовательности», вызванного индивидуальными особенностями испытуемых, может быть проведен статистический межгрупповой анализ результатов серии тестов с разделением на две экспериментальные группы по виду теста без введения контрольной группы. Также предварительное обучение респондентов позволяет снизить эффект новизны программного обеспечения, а невозможность исключения фоновых естественных эффектов в ходе эксперимента целесообразно учитывать при обработке данных с помощью удаления невалидных результатов.

Список метрик, которые имеет смысл учитывать при проведении исследования, включает показатели результативности (время выполнения задания, ошибки, процент выполненных заданий), нагрузку (частоту сердечных сокращений, концентрацию внимания, фиксации взгляда) и впечатления респондентов (уровень ожиданий и уровень удовлетворения пользователя).

Время и успешность выполнения задания относятся к числу основных показателей и используются только в сравнении. Успешность выполнения выражается в бинарном коде (выполнил/не выполнил).

Проблемы, с которыми столкнулись пользователи, регистрируются как менеджерам эксперимента, так и с помощью видеозахвата экрана. После тестирования проводится ретроспектива: с пользователем обсуждаются задания, вызвавшие проблемы, проигрывается запись, анализируется реакция и поведение в ходе теста. Это позволяет классифицировать проблемы, выявить более значимые для пользователя, рассчитать частотность проблем (сколько пользователей с ними столкнулись).

Уровень ожидания отражает отношение пользователя к продукту и предоставляемую им комфортность работы, а уровень удовлетворения – оценку удобства использования системы после прохождения теста. Эти метрики можно получить с помощью опросников SUS и PSSUQ. Кроме этого, пользователям можно предложить выбрать из списка эпитеты, которые могут описать их впечатления от программного продукта в соответствии с методикой Microsoft Desirability Toolkit [1].

Нагрузка может оцениваться в соответствии с опробованной ранее экспресс-методикой [3], по которой регистрируются быстрота выполнения заданий, физическая и умственная нагрузка, направление взгляда пользователя [4, 5]. Для оценки концентрации внимания могут использоваться метрики доступных энцефалографов потребительского сегмента (например, метрика «Attention» энцефалографа Neurosky Mindwave) либо оценка на основе соотношения альфа- и бета-ритмов [6]. Физическую нагрузку целесообразно оценивать по частоте сердечных сокращений, измеряемой фитнес-трекером, а наиболее доступными средствами регистрации направления взгляда на по нашему опыту являются потребительские айтрекеры фирмы Tobii [7].

Совместное применение средств определения уровня когнитивной нагрузки на основе относительной эффективности условия и оценки её количественного нейрофизиологического выражения с помощью стандартных измерительных инструментов помогает более качественно выполнить сравнительную оценку эффективности интерфейса, задействовав системный многофакторный анализ, продуктивно выявлять критические участки и ограничивающие факторы человеко-машинного взаимодействия с последующим формированием предложений по их преодолению.

Список литературы

1. Костюк, Д. А. Подход к комплексному межгрупповому usability-тестированию для платформы GNU/Linux / Д.А. Костюк, А. А. Маркина // Свободное программное обеспечение в высшей школе: сб-к материалов Тринадцатой конференции. М.: "МАКС Пресс", 2018. – С. 39–44.
2. Tullis T., Albert W. Measuring the User Experience Collection, Analyzing and Presenting Usability Metrics – Morgan Kaufmann, 2013 – 320 p.

3. Маркина, А. А. Система параллельного тестирования эффективности человекомашинного взаимодействия // Тринадцатая конференция разработчиков свободных программ: Тезисы докладов / Калуга, 01-02 октября 2016. – С. 32–37.
4. Применение айтрекеров для юзабилити-исследований ПО в GNU/Linux / А. Дубицкий [и др.] // Четырнадцатая конференция разработчиков свободных программ: тезисы докладов – Калуга, 22–24 сентября 2017 г. – М. : Базальт СПО, 2017. – С. 36–41.
5. Костюк Д. А. Подход к биометрической оценке эргономики графического интерфейса пользователя / Д. А. Костюк, О. О. Латий, А. А. Маркина // Вестник БрГТУ. – № 5 (101): : физика, математика, информатика. – Брест: Издательство БрГТУ, 2016 г. – С. 46–49.
6. Костюк, Д. А. Использование электроэнцефалографии для оценки эмоциональных состояний / Д. А. Костюк [и др.] // Новые горизонты – 2020: сборник материалов VII Белорусско-Китайского молодежного инновационного форума, 17 ноября 2020 года / Белорусский национальный технический университет. – Минск : БНТУ, 2020. – Т. 1. – С. 37-39.
7. Костюк, Д. А. Применение устройств окулографической биометрии потребительского сегмента в исследованиях эргономики человеко-машинных интерфейсов / Д. А. Костюк, А. А. Маркина // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия: Физика, математика, информатика. – 2020. – № 5. – С. 78–81.

УДК 004.9

ТЕХНИКА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ

А. Ю. Савицкая

*Брестский государственный технический университет, Брест
Научный руководитель И. И. Гладкий*

Одним из приоритетных направлений в области повышения качества обучения техническим дисциплинам является разработка и внедрение инновационных образовательных технологий, основанных на применении современных аппаратно-программных средств компьютерной техники. Практика применения компьютерных обучающих систем совместно с традиционными средствами обучения демонстрирует существенное улучшение качества знаний и навыков слушателей. При этом на первый план выходит задача принципиально нового построения содержания учебного материала, деятельности преподавателя и учебной работы студента в компьютерной среде.

В контексте данной задачи наиболее перспективным направлением можно считать использование техники динамической визуализации (ДВ) и элементов виртуальной реальности. Они позволяют студенту самостоятельно исследовать процессы, протекающие в изучаемом объекте, понять основные закономерности, получить всестороннее представление об излагаемом материале. Часто компьютерная программа ДВ позволяет наглядно представить материал, словесное описание которого объемно и достаточно сложно для восприятия, а показ на натурном образце невозможен или затруднен (например, физические, информационные процессы и др.). Важным положительным свойством техники ДВ является возможность визуализации функционирования таких объектов и систем, в которых работа различных взаимоувязанных в систему компонентов полностью или частично совмещена во времени. Большим достоинством ДВ также является возможность имитации и моделирования протекания различных

явлений и процессов в реальном, ускоренном или замедленном масштабах времени; это позволяет акцентировать внимание обучаемого на принципиальных моментах функционирования системы. Кроме этого, ДВ с интерактивными возможностями предлагают обучаемому не «прочтение» с помощью компьютера целого курса или его фрагментов, а более высокий уровень представления в учебном процессе самого осваиваемого объекта.

Таким образом, по мнению автора, электронные средства ДВ являются одним из важнейших компонентов современных электронных учебно-методических материалов, а процесс их проектирования и разработки – как правило, один из самых сложных в практике создания электронно-обучающих систем. При этом важным является вопрос выбора инструментальных средств разработки программ ДВ. В настоящее время рынок подобного рода инструментальных систем предлагает средства 2D/3D графики, с наличием / отсутствием встроенного языка управления объектами, наличием / отсутствием встроенных библиотек типовых объектов и др. Примерами таких систем являются:

– 3D Studio MAX – один из самых известных пакетов 3D-анимации производства фирмы Kinetix. Программа обеспечивает весь процесс создания трехмерного фильма: моделирование объектов и формирование сцены, анимацию и визуализацию, работу с видео.

– TrueSpace – пакет фирмы Caligari предназначен для трехмерной анимации и отличается легкостью в использовании, гибкостью в управлении формами, поддержкой сплайнов и булевых операций над объектами.

– Ray Dream Studio - программа обеспечивает набор профессиональных инструментов для 3D-дизайна и анимации.

– Macromedia Flash – одна из передовых технологий для создания различных элементов динамической визуализации. Главная особенность Macromedia Flash в том, что он поддерживает исполнение кода, написанного на ActionScript. Отличается высокой производительностью приложений ДВ, которые требуют большого объема вычислений (к примеру, параметрические эффекты, визуализация динамических сцен и др.) [1, 2].

Именно в силу своих функциональных особенностей и производительности пакет Macromedia Flash был выбран в качестве базового для создания электронных ДВ-средств обучения.

Технический опыт в области разработки средств ДВ позволил сформулировать следующие ключевые этапы, позволяющие осуществить системный подход к проектированию и разработке средств обучения данного типа:

1) детальный анализ объекта анимации – предполагает всестороннее исследование натуральных образцов (моделей) и их характеристик (методов, алгоритмов, чертежей, схем функционирования объекта), технической документации, фотографий, видеоматериалов и других информационных источников;

2) выделение принципиальных (ключевых) событий функционирования объекта – имеет своей целью обобщить информацию об объекте и определить перечень сцен, которые, с научно-методической точки зрения, в наибольшей степени отражают специфику работы исследуемого объекта;

3) определение структуры динамических сцен в программе ДВ и построение графа переходов;

4) предварительная разработка сценариев динамических иллюстраций. Реализация данного этапа предполагает: детализацию сцен до уровня отдельных компонентов; проектирование интерфейса взаимодействия с пользователем; определение расположения основных и периферийных объектов в окне сцены; решение вопросов изображения крупным планом принципиальных компонентов сцен и схематизации иных визуальных объектов, наличие которых в сцене необходимо для понимания студентом принципа функционирования системы в целом;

5) проектирование и разработка отдельных базовых элементов динамических сцен (конкретных объектов, систем, подсистем и др.) – осуществляется, как правило, с использованием программных систем векторной графики. При этом положительным свойством анимационных инструментов является возможность импортирования готовых компонентов. Важным аспектом разработки на данном этапе является ведение и использование библиотек базовых элементов, что во многих ситуациях позволяет унифицировать и существенно снизить трудоемкость программирования сцен;

6) программирование видеоматериалов сцен, включающее в себя разработку опорных (ключевых) кадров и анимационных переходов между ними;

7) программирование обработчиков элементов управления сценами с использованием встроенного языка анимационного редактора – дает возможность активизировать учебную и исследовательскую инициативу студента, поскольку последний имеет возможность *самостоятельно* управлять изучаемыми процессами (объектами);

8) обязательная разработка подсистемы методических указаний, включающих детальные описания характеристик и принципов работы исследуемого объекта, элементов управления ДМ и правил их использования для демонстрации возможных режимов работы объекта. Отсутствие в ДМ-программе информации подобного типа в ряде случаев превращает разработку в «головоломку», снижая практически до нуля её обучающий эффект;

9) согласование сцен и интегрирование в единую систему;

10) обязательное тестирование полученного варианта системы с привлечением в качестве экспертов лиц соответствующей квалификации;

11) опубликование, защита и электронное тиражирование программы ДМ.

Разработанные автором принципы построения средств ДМ были практически реализованы в интерактивных обучающих программных системах: «Маршрутизация потоков в базовой сети обмена данными» и «Принципы межсетевое взаимодействие по протоколу без установления соединения Internet Protocol (IP)». Данные системы представляют собой программные комплексы для исследования принципов межсетевое взаимодействие и адаптивной маршрутизации в объединенных гетерогенных IP-сетях; позволяют на базе современных средств информационных технологий обеспечить всестороннее изучение наиболее сложных динамически протекающих многоуровневых процессов передачи и маршрутизации в вычислительных сетях TCP/IP [3] с активным участием обучаемого. Очевидно, что специфика данного материала (при его представлении в традиционной форме) создает объективные затруднения в его комплексном понимании.

Таким образом, современные информационные технологии предлагают сегодня широкие возможности для создания высокоэффективных компьютерных средств, позволяющих внедрять в образовательный процесс активные методики обучения. Однако, важно понимать, что наилучший эффект может быть достигнут только при использовании компьютерных разработок в совокупности с традиционными, проверенными временем и практикой, методами обучения.

Список литературы

1. Пакнелл, Ш. Macromedia Flash 8 для профессионалов / Шон Пакнелл, Брайан Хогг, Крейг Суонн. – М.: [Вильямс](#), 2006. – 672 с.
2. Блейк, Б. Мультимедиа-дизайн во Flash 8 / Б. Блейк, Д. Салин. – М.: НТ Пресс, 2008. – 592 с.
3. Олифер, В. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: учебник для вузов В. Олифер, Н. Олифер. – 5-е изд. – СПб.: Питер, 2016. – 992 с.

УДК 330.332

ПРОГРАММНЫЙ МОДУЛЬ ПО РАСЧЕТУ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

М. С. Савицкая, А. С. Макаревич

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Научный руководитель: С. И. Парфомук, к. т. н, доцент

Сегодня острой проблемой является эффективное вложение капитала с целью его приумножения, или инвестирование. Инвестиционная деятельность – вложение инвестиций и осуществление практических действий в целях получения прибыли и (или) достижения иного полезного эффекта [1].

Инвестирование представляет собой один из наиболее важных аспектов деятельности любого динамично развивающегося коммерческого предприятия. Для всех предприятий актуальность реализации инвестиционных проектов связана с необходимостью создания дополнительной материальной базы, расширения производства, обновления основных фондов [2].

В качестве критериев оценки при вынесении решения о разумности реализации используют следующие показатели эффективности:

- чистая приведенная стоимость (*NPV*);
- внутренняя ставка рентабельности (*IRR*);
- дисконтированный срок окупаемости (*DPP*);
- индекс прибыльности (*PI*).

Рассмотрим каждый из показателей подробнее.

1. Чистый дисконтированный доход (*NPV*) или чистая приведенная стоимость – это совокупность предстоящих ожидаемых финансовых потоков, которые генерирует проект, приведенных к актуальному отрезку времени. Дает инвестору представление о том, что он получит от вложений в инвестиции. При расчете учитывается, сколько уйдет на первоначальные затраты, а также в процессе производства. Экономический смысл – сообщить инвестору, каковы будут риск и совокупная прибыль.

Формула расчета выглядит так (формула 1):

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} - CF_0, \quad (1)$$

где n , t – число периодов, CF – денежный поток, который генерируется объектом инвестиций, CF_0 – денежный поток на этапе инвестиционной фазы, r – ставка дисконтирования.

Исходя из результата расчета можно сделать следующие заключения по проекту:

- $NPV > 0 \Rightarrow$ проект прибыльный, целесообразен к реализации;

- $NPV = 0 \Rightarrow$ нулевая окупаемость (уровень безубыточности), проект теряет целесообразность;

- $NPV < 0 \Rightarrow$ проект убыточный, не целесообразен к реализации [1].

2. Внутренняя норма прибыли (IRR) – это определенный уровень ставки дисконтирования, при которой чистый приведенный доход равен нулю [1].

Формула расчета внутренней нормы прибыли (формула 2):

$$0 = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+IRR)^t} - CF_0, \quad (2)$$

где CF – денежный поток, который генерируется объектом инвестиций, IRR – внутренняя норма прибыльности, CF_0 – денежный поток на этапе инвестиционной фазы.

Если принимать $WACC$ за ставку дисконтирования, заключение по проекту будет таким:

- $IRR > WACC$ – вложенный в инвестиционный проект капитал будет создавать доходность выше, чем стоимость вложенного капитала. Такой проект подлежит реализации;

- $IRR = WACC$ – проект не принесет ни убытков, ни дохода в будущем периоде и такой проект следует отложить либо пересмотреть параметры;

- $IRR < WACC$ – реализация проекта не целесообразна.

3. Дисконтированный срок окупаемости (DPP) – период, в продолжение которого проект находится на стадии самоокупаемости [2].

Формула расчета срока окупаемости (формула 3):

$$DPP = \min n, \text{ при котором } \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} > CF_0, \quad (3)$$

где CF_0 – денежный поток на этапе инвестиционной фазы, CF – денежный поток, который генерируется объектом инвестиций, r – ставка дисконтирования, t – период.

Преимущество этого коэффициента – возможность учитывать в расчете временную стоимость денег за счет инфляционных процессов, что серьезно повышает достоверность оценки времени окупаемости вложенного капитала.

К недостаткам критерия относится прогнозный характер определения будущих денежных потоков и неточная оценка ставки дисконтирования. Ставка подлежит изменению на всех стадиях проекта вследствие воздействия различных экономических, политических, производственных факторов.

4. Индекс прибыльности инвестиций (PI) применяют для оценки инвестиций и эффективности инвестиционных вложений, проводя оценку относительной доходности различных вложений средств. Индекс прибыльности вычисляется как отношение сумм дисконтированного дохода к инвестированному капи-

талу, обозначает, сколько прибыли принес нам каждый рубль, который мы вложили [2].

Формула расчета индекса рентабельности (формула 4):

$$PI = \frac{PV}{CF_0} = \frac{NPV + CF_0}{CF_0}, \quad (4)$$

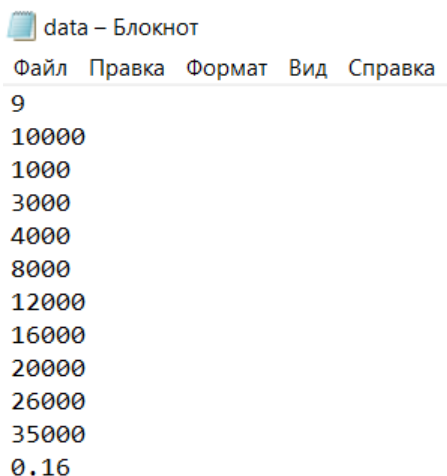
где PV – стоимость дисконтированных входящих инвестиционных потоков, CF_0 – денежный поток на этапе инвестиционной фазы.

Трактовка результатов выглядит следующим образом:

- $PI = 1 \Rightarrow$ прибыль с проекта равна финансовым потокам, для запуска бизнес-процессов требуется серьезная доработка проекта.
- $PI > 1 \Rightarrow$ проект перспективен;
- $PI < 1 \Rightarrow$ проект не перспективен [1].

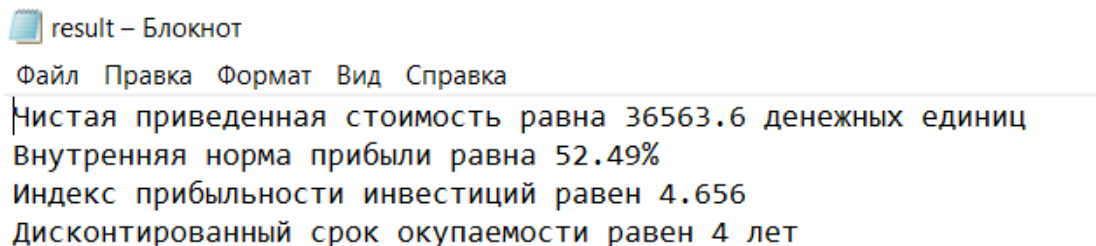
Для автоматизации расчета показателей эффективности инвестиционных проектов мы разработали компьютерную программу на языке C++. Она включает в себя 4 вспомогательные функции, каждая из которых соответствует одному из показателей, описанных выше.

Разработанное приложение считывает необходимые данные из файла (рис. 1), выполняет расчет всех показателей эффективности с требуемой точностью и записывает результаты в файл последовательного доступа для последующего использования (рис. 2). На основе полученных результатов можно оценить эффективность и целесообразность вложений инвестиций в конкретный проект.



```
data - Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
9
10000
1000
3000
4000
8000
12000
16000
20000
26000
35000
0.16
```

Рисунок 1 – Файл с исходными данными



```
result - Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
Чистая приведенная стоимость равна 36563.6 денежных единиц
Внутренняя норма прибыли равна 52.49%
Индекс прибыльности инвестиций равен 4.656
Дисконтированный срок окупаемости равен 4 лет
```

Рисунок 2 – Файл с результатами

Мы протестировали работу программы с разным набором данных и выявили следующие закономерности: чистая дисконтированная стоимость и индекс прибыльности инвестиций обратно пропорциональны ставке дисконтирования и денежному потоку на этапе инвестиционной фазы соответственно. То есть, с ростом ставки дисконтирования снижается величина чистой дисконтированной стоимости, и наоборот (рис. 3). А в результате увеличения денежного потока на этапе инвестиционной фазы индекс прибыльности инвестиций уменьшается (рис. 4).

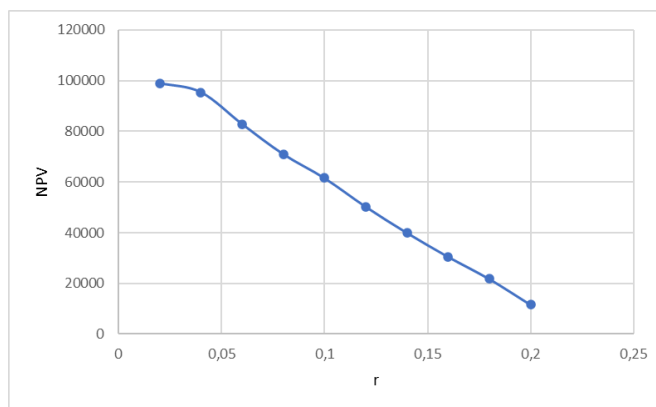


Рисунок 3 – Зависимость чистой дисконтированной стоимости от ставки дисконтирования

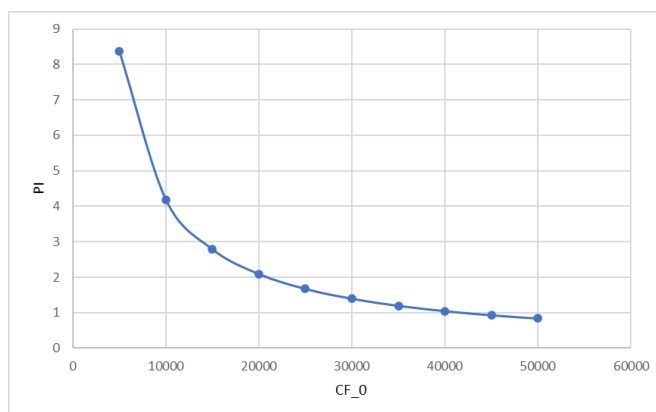


Рисунок 4 – Зависимость индекса прибыльности инвестиций от денежного потока на этапе инвестиционной фазы

Решение задачи может быть получено в одном из трех режимов: автоматический, когда от программы требуется просто найти решение задачи; обучающий, когда поставленная задача решается по шагам с отображением результатов выполнения каждого шага и выводом пояснений; контролирующий, применяемый для контроля теоретических знаний и навыков студентов. В настоящий момент приложение проходит внедрения в учебный процесс по дисциплине «Основы объектно-ориентированного программирования» для специальностей «Экономика электронного бизнеса» и «Электронный маркетинг» и дисциплине «Инвестиционная деятельность» для специальности «Электронный маркетинг».

Список литературы

1. Макаркин, Н. П. Эффективность реальных инвестиций: учебное пособие / Н. П. Макаркин. – Москва: Инфра-М, 2017. – 431 с.
2. Басовский, Л.Е. Экономическая оценка инвестиций: учебное пособие / Л. Е. Басовский, Е. Н. Басовская. – Москва: Инфра-М, 2017. – 240 с.

РЕАЛИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ 3D-ГОЛОВОЛОМКИ В МЕЖПЛАТФОРМЕННОЙ СРЕДЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ UNITY

В. В. Синковец

*Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г. Брест
Научный руководитель: Д.В. Грищук, канд. ф.-м. наук, доцент*

Головоломка (англ. **Puzzle**) – название жанра компьютерных игр, целью которых является решение логических задач, требующих от игрока задействования логики, стратегии и интуиции.

В межплатформенной среде программирования Unity нами спроектирована и реализована логическая 3D-головоломка. Unity – это ведущая в мире платформа разработки 3D-контента в реальном времени, предлагающая инструменты, необходимые для создания, поддержки и монетизации любых игр и приложений для самых разных платформ в отрасли [1]. Возможности и преимущества игрового движка Unity:

- **Компонентно ориентированное программирование.** Модульная система компонентов Unity, с помощью которой есть возможность конструировать игровых объектов, где последние представляют собой комбинируемые пакеты функциональных элементов. В отличие от механизмов наследования, объекты в Unity создаются посредством объединения функциональных блоков, а не помещения в узлы дерева наследования. Такой подход облегчает создание прототипов, что актуально при разработке игр.

- **Asset store.** Unity имеет встроенный магазин с большим выбором готовых ассетов, сделанных другими пользователями. Типы ассетов варьируются от текстур, анимаций и моделей до примеров законченных проектов, обучающих материалов и расширений редактора. Многие ассеты предоставляются бесплатно, тогда как другие доступны по умеренным ценам; магазин интегрирован в редактор Unity, так что все эти ассеты можно загружать непосредственно в свой проект.

- **Гибкий и удобный интерфейс.** Полностью настраиваемый интерфейс вплоть до возможности написания скриптов для пользовательских окон.

- **Кросс платформенность.** Средства Unity позволяют собирать приложения, работающие на более чем 25 различных платформах, включающих персональные компьютеры, игровые консоли, мобильные устройства, интернет-приложения и другие.

В разработанной нами логической 3D-головоломке реализованы основные игровые механики:

- Несколько игровых уровней.
- Перемещение игровых объектов.
- Управление персонажем.
- Подбор особых игровых предметов.
- Частичная рандомизация некоторых уровней.
-

Список литературы

1. Unity [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://unity.com/ru>. – Дата доступа: 11.10.2021.

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
ИССЛЕДОВАНИЙ В МАТЕМАТИКЕ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

**О КОМПОНЕНТАХ ГОМОТОПИЧЕСКОЙ СВЯЗНОСТИ
ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПО ДУГЛИСУ-НИРЕНБЕРГУ
СИСТЕМ В $\mathbf{R}^n (n \geq 3)$**

*А. И. Басик, Е. В. Грицук, Т. А. Яцук,
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест*

Рассмотрим множество систем двух дифференциальных уравнений с частными производными в пространстве $\mathbf{R}^n (n \geq 3)$ вида

$$\begin{cases} a_0 u + \sum_{j=1}^n b_j \frac{\partial v}{\partial x_j} = 0, \\ \sum_{k=1}^n c_k \frac{\partial u}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} \frac{\partial^2 v}{\partial x_k \partial x_j} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $a_0, b_j, c_k, d_{kj} \in \mathbf{R} (j, k = 1, \dots, n)$ – постоянные числа, $u, v: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ – искомые функции. Будем предполагать, что (1) является эллиптической по Дуглису-Ниренбергу системой [1]. Это означает, что характеристическая матрица (главная часть) системы (1) имеет вид

$$L(\xi) = \begin{bmatrix} a_0 & \sum_{j=1}^n b_j \xi_j \\ \sum_{k=1}^n c_k \xi_k & \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} \xi_k \xi_j \end{bmatrix},$$

т. к. существует набор чисел $s_1 = -1, s_2 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2$, для которого выполняются неравенства

$$\deg l_{kj}(\xi) \leq s_k + t_j,$$

и для любого ненулевого вектора $\xi \in \mathbf{R}^n$ выполняется неравенство

$$\det L(\xi) \neq 0. \quad (2)$$

Напомним, что две эллиптические системы вида (1) называются гомотопными, если существует непрерывная деформация коэффициентов одной системы в другую в рассматриваемом классе систем, не нарушающая условия эллиптичности (2).

Проблема гомотопической классификации множеств эллиптических систем была сформулирована в совместном докладе И. М. Гельфанда, И. Г. Петровского и Г. Е. Шилова на III Всесоюзном Математическом Съезде [2] и состоит в определении числа компонент гомотопической связности, указании представителей этих компонент и установлении гомотопических инвариантов. Большинство известных результатов по этой теме получены для однородных эллиптических систем. Однако гомотопическая классификация проводилась и для некоторых классов эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем. Отметим здесь некоторые результаты. В. И. Шевченко провел гомотопическую классификацию множества эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем двух уравнений с двумя переменными, а также классификацию систем двух уравне-

ний в \mathbf{R}^n с минимальным порядком дифференцирования, не меньшим 2 [3]. Гомотопическая классификация эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем $p > 2$ уравнений проведена в совместной работе В. И. Шевченко и его ученика Ле Хыу Зиена [4].

В настоящей работе проводится гомотопическая классификация систем вида (1) с положительным характеристическим определителем $\det L(\xi) > 0$. Множество всех таких систем обозначим через \mathfrak{S} ; \mathfrak{S}_+ – подмножество \mathfrak{S} эллиптических систем вида (1) для которых выполняется неравенство $a_0 > 0$; \mathfrak{S}_- – подмножество \mathfrak{S} эллиптических систем вида (1) для которых выполняется неравенство $a_0 < 0$.

Теорема. *Множество \mathfrak{S} эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем (1) с положительным характеристическим определителем имеет две компоненты гомотопической связности \mathfrak{S}_+ и \mathfrak{S}_- . Произвольная система из \mathfrak{S}_+ гомотопна системе*

$$\begin{cases} u = 0, \\ \Delta v = 0, \end{cases}$$

а из \mathfrak{S}_- – системе

$$\begin{cases} -u = 0, \\ -\Delta v = 0, \end{cases}$$

где Δ – оператор Лапласа в \mathbf{R}^n .

Список литературы

1. Волевич, Л. Р. Разрешимость краевых задач для общих эллиптических систем. / Л. Р. Волевич. // Матем. сб. – 1965. – Т. 68(110), № 3. – С. 373–416.
2. Гельфанд, И. М. Теория систем дифференциальных уравнений с частными производными / И. М. Гельфанд, И. Г. Петровский, Г. Е. Шилов // Труды III Всесоюзного математического съезда. – М.: Изд-во АН СССР. – 1958. – Т. 3. – С. 65–72.
3. Шевченко, В. И. О гомотопической классификации систем, эллиптических по Дуглису-Ниренбергу / В. И. Шевченко // Докл. Акад. наук СССР. – 1975. – Т. 225, № 6. – С. 1275–1277.
4. Ле Хыу Зиен. Гомотопическая классификация систем на плоскости, эллиптических по Дуглису-Ниренбергу / Ле Хыу Зиен, В. И. Шевченко // Докл. Акад. наук СССР. – 1979. – Т. 244, № 4. – С. 824–827.

УДК 519.6+517.983

ПРАВИЛО ОСТАНОВА В ПРОЦЕССЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ ЯВНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Будик А.А.,

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, Брест

Научный руководитель: Матысик О.В.,

кандидат физико-математических наук, доцент

В гильбертовом пространстве H решается уравнение I рода $Ax = y$ с положительным ограниченным самосопряжённым оператором A , для которого нуль

не является собственным значением, но $0 \in Sp A$ (поэтому рассматриваемая задача некорректна). Используется явный итерационный метод

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^2 x_n + A^{-1} \left[E - (E - \alpha A)^2 \right] y, \quad x_0 = 0. \quad (1)$$

Предполагая существование единственного точного решения x уравнения $Ax = y$ при точной правой части y , ищем его приближение $x_{n,\delta}$ при приближённой правой части y_δ , $\|y - y_\delta\| \leq \delta$. В этом случае метод примет вид

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)^2 x_{n,\delta} + A^{-1} \left[E - (E - \alpha A)^2 \right] y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (2)$$

Здесь $0 < \alpha \leq \frac{5}{4\|A\|}$. В случае, когда неизвестна истокорпредставимость точного решения, т.е. что $x = A^s z$, $s > 0$, метод (2) можно сделать эффективным, если воспользоваться правилом останова по невязке [1-3]: зададим уровень останова $\varepsilon > 0$ и момент m останова итерационного метода определим условиями

$$\|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, \quad (n < m), \quad \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = b\delta, \quad b > 1. \quad (3)$$

Покажем возможность применения правила (3) к методу (2). Справедливы

Лемма 1. Пусть $A = A^* \geq 0$, $\|A\| \leq M$. Тогда для $\forall w \in H$ выполняется $(E - Ag_n(A))w \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$.

Лемма 2. Пусть $A = A^* \geq 0$, $\|A\| \leq M$. Тогда $\forall v \in \overline{R(A)}$ имеет место соотношение $n^s \|A^s (E - Ag_n(A))v\| \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$, $0 \leq s < \infty$.

Лемма 3. Пусть $A = A^* \geq 0$, $\|A\| \leq M$. Если для некоторого $n_k < \bar{n} = \text{const}$ и $v_0 \in \overline{R(A)}$ при $k \rightarrow \infty$ имеем $\omega_k = A(E - Ag_{n_k}(A))v_0 \rightarrow 0$, то $v_k = (E - Ag_{n_k}(A))v_0 \rightarrow 0$.

Имеют место

Теорема 1. Пусть $A = A^* \geq 0$, $\|A\| \leq M$ и пусть момент останова $m = m(\delta)$ в методе (2) выбирается по правилу (3). Тогда $x_{m,\delta} \rightarrow x$ при $\delta \rightarrow 0$.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1 и пусть $x = A^s z$, $s > 0$, то-

гда справедливы оценки

$$m(\delta) \leq 1 + \frac{s+1}{2\alpha\varepsilon} \left[\frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{1}{s+1}},$$

$$\|x_{m(\delta),\delta} - x\| \leq [(b+1)\delta]^{\frac{s}{s+1}} \|z\|^{\frac{1}{s+1}} + 2\alpha \left\{ 1 + \frac{s+1}{2\alpha\varepsilon} \left[\frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{1}{s+1}} \right\} \delta. \quad (4)$$

$$O\left(\delta^{\frac{s}{s+1}}\right),$$

Замечание. Порядок оценки (4) есть $O\left(\delta^{\frac{s}{s+1}}\right)$ и он оптимален в классе задач с истокопредставимыми решениями [1].

Используемое в формулировке теоремы 2 предположение, что порядок истокопредставимости точного решения равен $s > 0$, не требуется на практике, так как при останове по невязке автоматически делается число итераций, нужное для получения оптимального по порядку приближённого решения. Но даже если истокопредставимость точного решения отсутствует, останов по невязке (3) как показывает теорема 1, обеспечивает сходимость метода, т.е. его регуляризующие свойства.

Список цитированных источников

1. Вайникко, Г. М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г. М. Вайникко, А. Ю. Веретенников. – М.: Наука, 1986. – 178 с.
2. Матысик, О. В. Итерационная регуляризация некорректных задач / О.В. Матысик. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 188 с.
3. Matysik, O. V. Simple-iteration method with alternating step size for solving operator equations in Hilbert space / O. V. Matysik, M. M. Van Hulle // J. Comp. & Appl. Math. (Elsevier). – 2016. – no. 300. – P. 290–299.

УДК 004.4

ВЗАИМОСВЯЗЬ ИНВАРИАНТОВ ЧАСТИЧНО-РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

Д.В. Гришук

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г. Брест

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

Ряд подгрупп

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq G_2 \subseteq \dots \subseteq G_m = G \quad (1)$$

называется субнормальным, если для любого i подгруппа G_i нормальна в G_{i+1} . Фактор-группы G_i/G_{i-1} называются факторами этого ряда. Если в (1) нет совпадающих подгрупп, то число m называется длиной ряда. Производная длина группы G определяется как длина самого короткого субнормального ряда (1) с абелевыми факторами и обозначается через $d(G)$.

Группа G называется π -разрешимой, если она обладает субнормальным рядом (1), факторы которого являются либо π -группами, либо π' -группами. Наименьшее число π -факторов среди всех таких субнормальных рядов (1) группы G называется π -длиной π -разрешимой группы и обозначается через $l_\pi(G)$.

Каждая π -разрешимая группа обладает субнормальным рядом (1), факторы которого являются либо π' -группами, либо абелевыми π -группами. Наимень-

шее число абелевых π -факторов, среди всех таких субнормальных рядов (1) группы G называется производной π -длиной π -разрешимой группы и обозначается через $l_\pi^a(G)$. Данное понятие в 2003 году предложил В.С. Монахов [3]. Ясно, что в случае, когда группа G разрешима, то значение производной π -длины $\pi = \pi(G)$, значение $l_\pi^a(G)$ совпадает со значением нильпотентной длины группы G .

Справедливо следующее утверждение

Теорема. Пусть G – π -разрешимая группа. Тогда
$$2(l_\pi(G) - d(G_\pi)) \leq l_\pi^a(G) \leq l_\pi(G) \cdot d(G_\pi).$$

Список литературы

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск: Вышэйшая школа, 2006. – 207 с.
2. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert // Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967.
3. Монахов, В. С. Конечные группы с полунормальной холловой под-группой / В.С. Монахов // Математические заметки. – 2006. – Т. 80, № 4. – С. 573–581.

УДК 378.147:51

РАЗРЯД ЕМКОСТИ ЧЕРЕЗ СОПРОТИВЛЕНИЕ

И. А. Дордюк, Н. Н. Сендер

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест,

Рассмотрим процесс, происходящий в цепи из емкости C и сопротивления R (рисунок 1). Потенциал точки A обозначим φ (противоположная пластина пусть заземлена). Вначале пусть $\varphi = \varphi_0$. Соответствующее количество электричества на пластине A , $q_A = C_{\varphi_0}$.

Можно ли говорить о токе, идущем через емкость? В конденсаторе две пластины разделены изолятором, так что в действительности электрон не может пройти через емкость, т. е. попасть из A и B . Однако если на пластину A попадает положительный заряд, то пластина B заряжается отрицательно, так что с пластины B по проводу уходит положительный заряд. Два амперметра A_1 и A_2 , один из которых измеряет силу тока в проводе, присоединенном к пластине A , другой – в проводе, присоединенном к пластине B , дают одинаковые показания. Что именно, положительные заряды или электроны, проходят в различных частях электрической цепи, нас не интересует, так же как не интересует, пройдут ли через A_2 те же самые электроны, которые ранее прошли через A_1 , или другие. Поэтому везде в дальнейшем будем говорить просто о токе, идущем через конденсатор, имея при этом в виду ток, проходящий по проводам, присоединенным к пластинам конденсатора. В электрической цепи о токе, идущем через конденсатор, можно говорить так же, как о токе через сопротивление или индуктивность; отличие заключается в другом виде связи между током и разно-

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t Idt \quad \text{и} \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{C} I.$$

стью потенциалов, что выражено формулами замыкания рубильника P (рисунок 1) по сопротивлению R пойдет ток $I = \frac{1}{R} \varphi_R$.

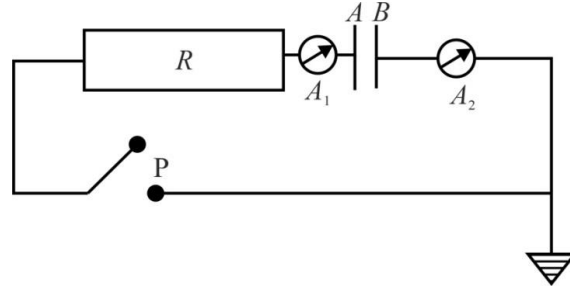


Рисунок 1

По формуле $\varphi_C + \varphi_R + \varphi_L + \varphi_\varepsilon = 0$, $\varphi + \varphi_R = 0$, откуда $\varphi_R = -\varphi$, поэтому

$$I = -\frac{1}{R} \varphi. \quad (1)$$

Так как положительным мы называем ток, текущий слева направо, то при $\varphi > 0$, как видно из формулы (1), ток отрицателен, течет справа налево, конден-

сатор разряжается. Вспоминая, что $I = \frac{dq}{dt}$ (ток через конденсатор), а $q = C_\varphi$ находим

$$I = C \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), находим

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{RC} \varphi. \quad (3)$$

Если при $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$, то

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-t/(RC)}. \quad (4)$$

Отсюда $I(t) = -\frac{\varphi_0}{R} e^{-t/(RC)}$. Из формулы (3) видно, что величина RC имеет размерность времени. Проверим это:

$$[R] = \text{Ом} = \text{вольт} / \text{ампер} = \text{вольт} \cdot \text{секунда} / \text{кулон}; \quad [C] = \text{кулон} / \text{вольт}.$$

$$\text{Отсюда} \quad [RC] = \text{вольт} \cdot \text{секунда} / \text{кулон} \cdot \text{кулон} / \text{вольт} = \text{секунда}.$$

За время $t = RC$ заряд конденсатора q , а также сила тока I уменьшаются в e раз. Процесс разряда конденсатора легко проследить на опыте. Пусть $C = 20 \text{ мкФ} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ и сопротивления $R = 20 \text{ МОм} = 20 \times 10^6 \text{ Ом}$. Для схемы с такими R и C получим $RC = 400 \text{ с}$, очень удобное для наблюдения время. Величина RC называется *постоянной времени* контура, состоящего из емкости и сопротивления. Рассмотрим задачу зарядки емкости через сопротивление. Схема показана на рисунке 2. Если рубильник P замкнут, то согласно $\varphi_C + \varphi_R + \varphi_L + \varphi_\varepsilon = 0$, $\varphi_\varepsilon + \varphi_R + \varphi = 0$, где φ – потенциал незаземленной пласти-

ны конденсатора. Так как $\varphi_\varepsilon = -\varepsilon_0$, $\varphi_R = RI$, то $-\varepsilon_0 + RI + \varphi_0 = 0$. Ток равен $I = \frac{dq}{dt} = C \frac{d\varphi}{dt}$, поэтому $-\varepsilon_0 + RC \frac{d\varphi}{dt} + \varphi = 0$,

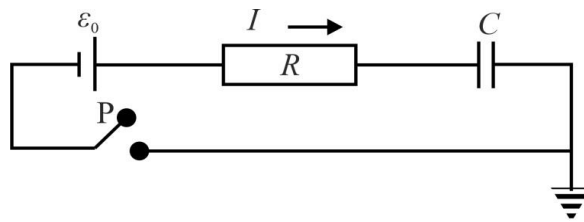


Рисунок 2

или

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{RC}(\varphi - \varepsilon_0). \quad (5)$$

Для того чтобы найти, как меняется φ с течением времени, удобно ввести новую переменную z по формуле $z = \varphi - \varepsilon_0$; тогда $dz = d\varphi$. Уравнение (5) пере-

писется в виде $\frac{dz}{dt} = -\frac{z}{RC}$.

Его решение есть

$$z = z_0 e^{-t/(RC)}, \quad (6)$$

где z_0 – значение z в начальный момент времени.

Найдем решение для случая, когда в начальный момент времени конденсатор не заряжен, при $t=0$ $\varphi=0$. Тогда $z_0 = -\varepsilon_0$. Из (6) получаем $z = -\varepsilon_0 e^{-t/(RC)}$, $\varphi = z + \varepsilon_0 = -\varepsilon_0 e^{-t/(RC)} + \varepsilon_0 = \varepsilon_0(1 - e^{-t/(RC)})$. (7)

График зависимости φ от t изображен на рисунке 3. Кривая соответствует формуле (7), пунктирная горизонтальная прямая представляет собой то значение $\varphi = \varepsilon_0$, к которому с течением времени приближается решение.

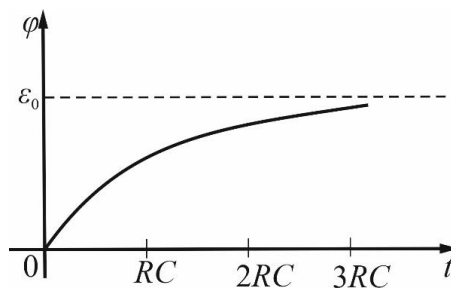


Рисунок 3

Величина z имеет геометрический смысл расстояния по вертикали от кривой до пунктирной линии. Это расстояние с течением времени убывает по показательному закону. За время, равное RC , заряд конденсатора достигает 63% своего конечного значения, за время $2RC$ – 86% и за время $3RC$ – 95% конечного значения. Из формул (4) и (7) видно, что разрядка и зарядка конденсатора происходят тем быстрее, чем меньше сопротивление R .

РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ЭКСПЕРТНЫМ ОЦЕНИВАНИЕМ

Д.Р. Зайчук

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Научные руководители: Л.В. Лизун, Т.Г. Хомицкая

Введение. Экспертное оценивание (expert judgement) — процесс получения оценки проблемы на основе мнения специалистов в исследуемой области (экспертов) с целью последующего принятия решения или выбора. Существует много методов ранжирования альтернатив, основываясь на мнениях экспертов, полученных в виде оценки предпочтений. Некоторые из них учитывают компетентность экспертов в той или иной области (например, метод взвешивания), некоторые позволяют выбрать наилучший, опуская порядок предпочтения остальных целей (принцип Кондорсе) [1]. Однако, этапы экспертного оценивания одинаковы для всех методов:

1. Постановка цели исследования.
2. Выбор формы исследования, определение бюджета проекта.
3. Подготовка информационных материалов, бланков анкет, модератора процедуры.
4. Подбор экспертов.
5. Проведение экспертизы.
6. Анализ результатов (обработка экспертных оценок).
7. Подготовка отчета с результатами экспертного оценивания.

С учетом трудоемкости обработки экспертных оценок при большом количестве альтернатив и экспертов, разработка программного обеспечения, облегчающего процесс сбора и анализа информации, имеет смысл.

Постановка задачи. Необходимо разработать и протестировать приложение, осуществляющее расчеты, основанные на методах экспертных оценок. Необходимый функционал: выбор метода решения, ручной ввод данных, решение задачи, основываясь на выбранном методе, вывод решения на экран, вывод решения в файл. Реализуемые методы экспертных оценок: метод парных сравнений, метод последовательных сравнений, метод взвешивания, метод предпочтения, принцип Кондорсе, метод Кемени-Снелла.

Описание алгоритмов и структуры программы. Приложение будет состоять из трех модулей: модуль ввода, модуль вычисления и модуль вывода. Модуль ввода должен обеспечивать выбор метода, предоставлять возможность ввода исходных данных. Модуль вычисления должен обрабатывать данные и выдавать результат в подходящем для отрисовки и вывода в файл формате данных. Модуль вывода данных отвечает за отрисовку результата вычислений на мониторе пользователя и сохранение результата в файл.

Так как в модуле вычислений отличается только алгоритм обработки входных данных, в рамках данной статьи рассмотрим только один метод – принцип Кондорсе.

Рассмотрим принцип Кондорсе, базируясь на результатах частного ранжирования альтернатив a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 .

1. Эксперты осуществляют ранжирование альтернатив:

$$\mathcal{E}_1 = (a_1, a_3, a_2, a_5, a_4);$$

$$\mathcal{E}_2 = (a_1, a_2, a_4, a_3, a_5);$$

$$\mathcal{E}_3 = (a_1, a_2, a_5, a_3, a_4);$$

$$\mathcal{E}_4 = (a_2, a_3, a_1, a_5, a_4);$$

$$\mathcal{E}_5 = (a_2, a_4, a_3, a_1, a_5).$$

2. Находятся оценки m_{ik} , характеризующие предпочтение альтернатив в парных сравнениях

n					
ik	1	2	3	4	5
a_1					
a_2					
a_3					
a_4					
a_5					

В частности, три эксперта $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$ указали что альтернатива a_1 является более предпочтительной чем альтернатива a_2 , поэтому $m_{12} = 3$.

3. Выполняются проверки согласно принципу Кондорсе: наилучшей является альтернатива a_i , если $m_{ik} \geq m_{ki}$ для всех $k \neq i$. В нашем случае при $i=1$ имеем:

$$m_{12} \geq m_{21} (3 \geq 2); m_{13} \geq m_{31} (3 \geq 2); m_{14} \geq m_{41} (4 \geq 1); m_{15} \geq m_{51} (5 \geq 0),$$

т.е. альтернатива a_1 удовлетворяет правилу Кондорсе.

4. Выбирается альтернатива Кондорсе. В данном случае это a_1 .

Разработка алгоритмов. В качестве разработки алгоритмов в «черновом» варианте будем использовать язык программирования C++, который далее будет переписан на JavaScript. Из подключаемых библиотек нам понадобятся string и iostream. Так как далее методы будут выноситься в отдельные модули, будем превентивно выносить алгоритмы в отдельные функции. Для простоты разработки опустим ввод данных из консоли.

В качестве примера приведен фрагмент кода (рис. 1) на языке программирования C++, осуществляющий обработку данных с использованием принципа Кондорсе.

Процесс реализации приложения. Наше программное обеспечение будем разрабатывать на фреймворке Nuxt.JS (<https://nuxtjs.org/>) для языка JavaScript. В качестве основного языка для разработки алгоритмов обработки данных будем использовать C++. Редактором кода будет выступать Visual Studio Code с расширениями для JS, HTML, CSS, Nuxt.JS и Git. Для оптимизации процесса разработки и предотвращения утери наработок нам понадобится репозиторий на GitHub.

```

void kondorse() {
    int inputArray[5][5] = {
        { 1, 3, 2, 5, 4},
        { 1, 2, 4, 3, 5},
        { 1, 2, 4, 5, 3},
        { 3, 1, 2, 5, 4},
        { 4, 1, 3, 2, 5}
    };
    int modMatrix[5][5];
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        for (int j = 0; j < 5; j++) {
            modMatrix[i][j] = 0;
        }
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        for (int j = 0; j < 5; j++) {
            for (int k = j+1; k < 5; k++) {
                if (inputArray[i][j] < inputArray[i][k])
                    modMatrix[j][k]++;
                else
                    modMatrix[k][j]++;
            }
        }
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        int sum = 0;
        for (int j = 0; j < 5; j++) {
            sum += modMatrix[i][j];
        }
        modMatrix[i][i] = sum;
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        for (int j = 0; j < 5; j++) {
            cout << modMatrix[i][j] << "\t";
        }
        cout << endl;
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        int res = 0;
        for (int j = 0; j < 5; j++) {
            if (modMatrix[i][j] > modMatrix[j][i])
                res++;
        }
        if (res == 4)
            cout << "best is: " << i + 1;
    }
    cout << endl;
}

```

Рисунок 1

Немного о принципах разработки с использованием Nuxt.JS.

Один из основных – atomic design, суть которого заключается в разбивании интерфейсов на фундаментальные блоки и комбинировании их, постепенно наращивая сложность. Следует понимать, что разделение элементов на типы носит относительный характер. Атомы и молекулы нам предоставляет ant-design, организмы, шаблоны и страницы будем создавать мы.

Таким образом, определена структура интерфейса приложения (рис. 2).

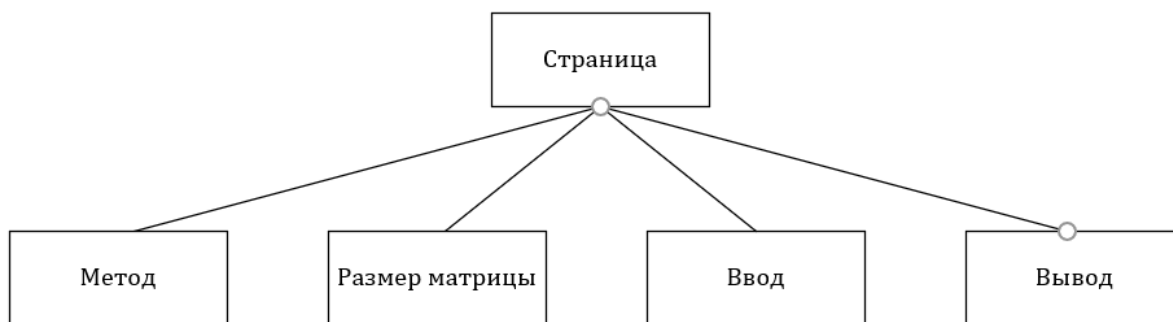


Рисунок 2

Второй принцип – разделить логику и отрисовку. Чтобы это реализовать, вся логика выносится во `vueх`, а в компонентах осуществляется только ввод-вывод данных. Алгоритмы обработки входных данных также выносятся в отдельный файл. Схема потока данных представлена на рис. 3.

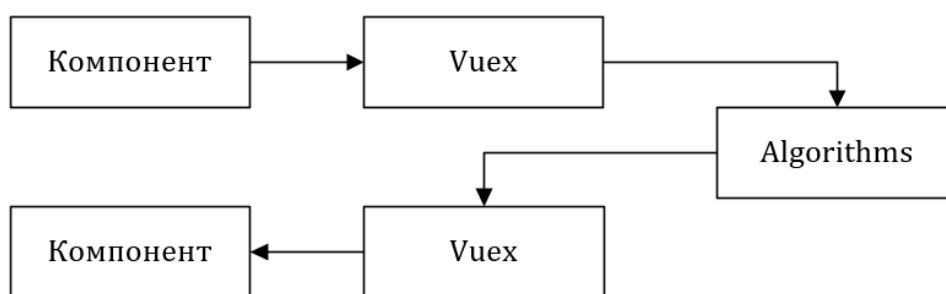


Рисунок 3

Практическое применение. Приложение способно решать задачи, связанные с экспертными оценками, используя шесть методов. При этом результат выводится на экран, а также может быть записан в файл. Формат вывода максимально приближен к формату оформления лабораторной работы, что может быть крайне полезно при проверке работ.

Список используемых источников.

1. Колбин, В. В. Математические методы коллективного принятия решений : учебное пособие / В. В. Колбин. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 256 с.

УДК 378.147:51

КОЛЕБАНИЯ В ЦЕПИ ЕМКОСТИ С ИСКРОВОМ ПРОМЕЖУТКОМ

А. В. Зарецкий, Н. Н. Сендер

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест,

Типичная схема использования конденсатора показана на рисунке 1. В цепь включен источник напряжения с ЭДС \mathcal{E} и сопротивлением R (роль R может играть внутреннее сопротивление источника напряжения). Ниже находится искровой промежуток; при разности потенциалов меньше определенного значения φ_1 искровой промежуток является изолятором. При $\varphi = \varphi_1$ проскакивает искра, между проводами воздух накаляется до высокой температуры и становится хорошим проводником. Суммарное сопротивление подводящих проводов и

накаленного воздуха обозначим через r . Величина r мала и остается малой до тех пор, пока идет ток, поддерживающий высокую температуру воздуха. При определенном малом значении тока I_2 воздух остывает и искровой промежуток снова становится изолятором. Этому значению тока соответствует разность потенциалов $\varphi_2 = I_2 r$. При этом $\varphi_1 > \varphi_2$: нужно большее напряжение для того, чтобы зажечь искру, чем для того, чтобы поддерживать ее горение.

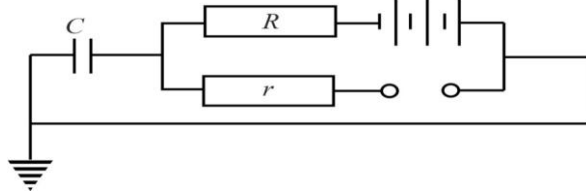


Рисунок 1

На рисунке 2 показана зависимость φ от t для такой схемы. На участке OA происходит зарядка емкости, ток не идет через искровой промежуток. В этом случае справедлива формула $z = z_0 e^{-t/(RC)}$:

$$\varphi = \varepsilon(1 - e^{-t/(RC)}). \quad (1)$$

В точке A в момент времени $t = t_A$ разность потенциалов достигает значения φ_1 , искровой промежуток начинает проводить ток, идет разрядка конденсатора. Так как при этом $R \gg r$, то током, идущим от источника напряжения, можно пренебречь по сравнению с током, идущим через искровой промежуток. Поэтому для φ получаем уравнение

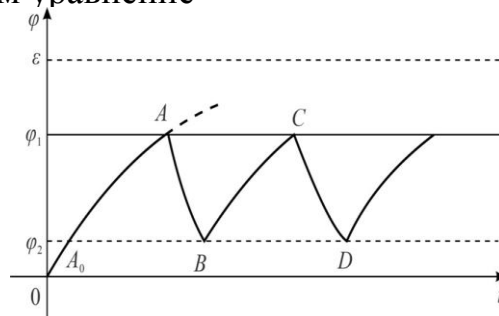


Рисунок 2

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\varphi}{rC},$$

причем при $t = t_A$ $\varphi = \varphi_1$. Отсюда находим

$$\varphi = \varphi_1 e^{-(t-t_A)/(rC)}. \quad (2)$$

В момент времени $t = t_B$ (в точке B) $\varphi = \varphi_2$, при этом искровой промежуток опять становится изолятором, снова начинается зарядка (участок BC).

Определим время $t_B - t_A$, в течение которого происходила разрядка емкости. Для этого воспользуемся тем, что при $t = t_B$, $\varphi = \varphi_2$. Полагая в (2) $\varphi = \varphi_2$, $t = t_B$, получим

$$\varphi_2 = \varphi_1 e^{-(t_B-t_A)/(rC)},$$

откуда

$$t_B - t_A = rC \ln \frac{\varphi_1}{\varphi_2}.$$

На участке BC (зарядка) справедлива зависимость (1), сдвинутая по времени на величину τ (на рисунке 2 величина τ изображается отрезком A_0B). Поэтому $\varphi = \varepsilon(1 - e^{-(t-\tau)/(RC)})$.

Полагая здесь $t = t_B$, получим $\varphi_2 = \varepsilon(1 - e^{-(t_B-\tau)/RC})$.

Аналогично, полагая $t = t_C$, находим $\varphi_1 = \varepsilon(1 - e^{-(t_C-\tau)/RC})$.

Из последних двух формул

$$\frac{\varepsilon - \varphi_2}{\varepsilon - \varphi_1} = e^{(t_C - t_B)/(RC)}, \quad t_C - t_B = RC \ln \frac{\varepsilon - \varphi_2}{\varepsilon - \varphi_1}.$$

или

Полный период процесса (зарядка – разрядка) есть

$$T = t_C - t_A = (t_C - t_B) + (t_B - t_A) = RC \ln \frac{\varepsilon - \varphi_2}{\varepsilon - \varphi_1} + rC \ln \frac{\varphi_1}{\varphi_2}.$$

Обычно сопротивление в цепи источника напряжения R во много раз больше сопротивления искрового промежутка, поэтому время зарядки гораздо больше времени разряда. Зато ток разрядки оказывается во много раз больше, чем ток зарядки, больше, чем тот максимальный ток, который можно было бы получить от источника напряжения (при наличии внутреннего сопротивления

R_1 источник напряжения не дает ток больше, чем $\frac{\varepsilon}{R_1}$). Схема (рисунок 1) преобразует длительный малый ток, вызываемый источником напряжения, в сильный ток, который, однако, течет не все время, а в течение кратких промежутков времени (как принято говорить, «короткие импульсы тока»).

Действие схемы подобно системе, в которой маленькая струйка воды постепенно наполняет сосуд (рисунок 3). Сосуд закреплен так, что когда накопится достаточное количество воды, то он опрокидывается, вода выливается, после чего сосуд снова принимает вертикальное положение, и процесс начинается сначала. На рисунке сосуд закреплен на горизонтальной оси OO' ниже середины. Внизу к сосуду прикреплен груз, так что центр тяжести пустого сосуда лежит ниже оси. Однако когда сосуд заполняется водой, то центр тяжести полного сосуда оказывается выше оси и сосуд опрокидывается.

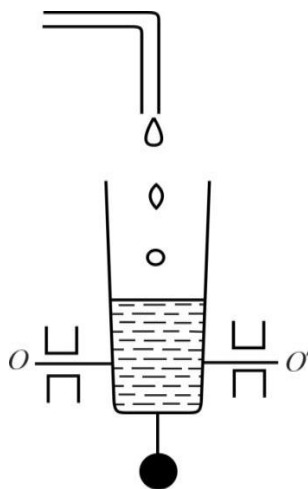


Рисунок 3

Рассмотрим схемы (рисунки 4 и 5). В таких схемах, состоящих из емкостей, сопротивлений и ЭДС, по истечении некоторого промежутка времени потенциалы практически выравниваются. Действительно, в схеме рисунок 4 устанавливается $\varphi = 0$, в схеме рисунок 5 $\varphi = \varepsilon_0$ (формулы $\varphi(t) = \varphi_0 e^{-t/(RC)}$ и $\varphi = z + \varepsilon_0 = -\varepsilon_0 e^{-t/(RC)} + \varepsilon_0 = \varepsilon_0(1 - e^{-t/(RC)})$). Совершенно другую картину наблюдаем в случае схемы с искровым промежутком. Здесь происходят незатухающие колебания величины φ . Эти колебания связаны с особыми свойствами искрового промежутка, в частности, с тем фактом, что до достижения определенного потенциала (так называемого потенциала пробоя φ_1) ток через искровой промежуток совсем не идет.

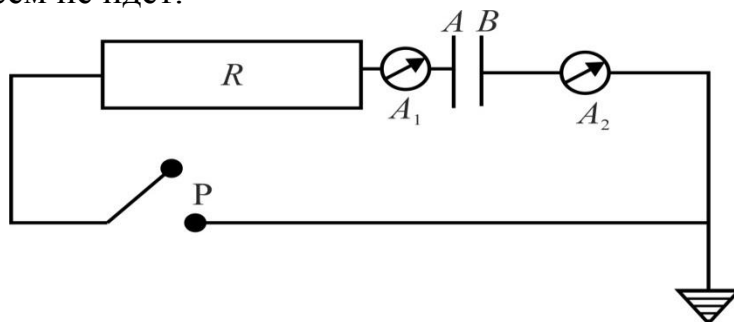


Рисунок 4

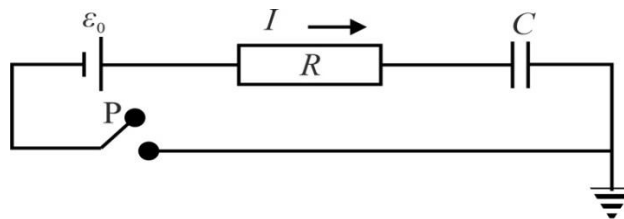


Рисунок 5

О свойствах разряда через воздух в искровом промежутке написаны большие книги; мы привели только минимум сведений, необходимых для понимания действия схемы рисунок 1. Сведения, которые мы дали, недостаточны для ответа на простой вопрос: что произойдет, если соединить искровой промежуток с источником напряжения без конденсатора?

Действительно, если ток не идет, то на искровом промежутке будет напряжение ε_0 . Так как $\varepsilon_0 > \varphi_1$, то должен произойти пробой. Но если бы произошел пробой, то сопротивление искрового промежутка стало бы малым, равным r . Тогда на искровом промежутке возникла бы разность потенциалов, равная

$\varepsilon_0 \cdot \frac{r}{r + R'}$, и ток $I = \frac{\varepsilon_0}{r + R}$. Если R велико, то ток I мал – меньше I_2 , разность потенциалов на искровом промежутке мала – меньше φ_2 . Но в таком случае воздух не нагревается и сопротивление искрового промежутка не станет малой величиной r , а значит, разность потенциалов будет велика, равна ε . Мы получили противоречие.

На самом деле в этих условиях получается электрический разряд другого типа, так называемый тлеющий разряд (малый ток без нагрева воздуха), а не искра с накаливаемым воздухом.

ОЦЕНКИ НОРМЫ ФУНКЦИЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА

В. А. Захарчук¹, И. С. Котелев²¹Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск²Брестский государственный технический университет, г. Брест
Научный руководитель: В. Т. Дацьк

Через $C = C(-\infty; +\infty)$ обозначим пространство всех ограниченных равномерно непрерывных на числовой прямой функций $f(x)$ с нормой

$$\|f\|_C = \sup_{x \in (-\infty; +\infty)} |f(x)|.$$

Для функций указанного класса построим интегральные аналоги нормальных средних Зигмунда

$$Z_\sigma^{(g)}(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\sigma \left(1 - \left(\frac{u}{\sigma}\right)^g\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt \quad (1)$$

Лемма. Если $f(x) \in C$ и $\tilde{F}(x) \in C$, то справедливо тождество.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma^{2\rho+1}} \frac{d^{2\rho+2}}{dx^{2\rho+2}} Z_\sigma^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x) &= \\ &= (-1)^{\rho+1} (Z_\sigma^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_\sigma^{(2\rho+2)}(Z_\sigma^{(2\rho+1)}(f; x))), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tilde{F}(x)$ – интеграл Фурье функции $f(x)$:

$$\tilde{F}(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{u} \int_0^\sigma f(t) \cos u(t-x) dt \quad (3)$$

Доказательство. Преобразуем правую часть равенства (2)

$$\begin{aligned} Z_\sigma^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_\sigma^{(2\rho+2)}(Z_\sigma^{(2\rho+1)}(f; x)) &= \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\sigma \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_0^\sigma \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) \left(1 - \frac{u^{2\rho+1}}{\sigma^{2\rho+1}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\sigma \left(\frac{u^{2\rho+1}}{\sigma^{2\rho+1}} - \frac{u^{4\rho+2}}{\sigma^{4\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно (3) и результатам работ [1, 2] будем иметь:

$$\begin{aligned} Z_\sigma^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\sigma \frac{du}{u} \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\sigma \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(t) \cos u(t-x) dt \end{aligned} \quad (5)$$

Из условия леммы следует, что $Z_\sigma^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x)$ является целой функцией экспоненциального типа σ из класса B_σ . Тогда

$$\begin{aligned}
& \frac{d^{2\rho+1}}{dx^{2\rho+1}} Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x) = \\
& = \frac{d^{2\rho+2}}{dx^{2\rho+2}} \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(\frac{1}{u} - \frac{u^{2\rho+1}}{\sigma^{2\rho+2}} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt = \\
& = \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(u^{2\rho+1} - \frac{u^{4\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos(u(t-x) + \pi(\rho+1)) dt = \\
& = \frac{(-1)^{\rho+1}}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(u^{2\rho+1} - \frac{u^{4\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt
\end{aligned} \tag{6}$$

Из равенств (4) и (6) и результатов [3] следует справедливость леммы.

Теорема. Если выполняются условия леммы, то

$$\left\| f(x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(f; x) \right\|_C \leq G_{2\rho+1} \left(\omega_{2\rho+2} \left(f; \frac{1}{\sigma} \right)_C + \sigma \omega_{2\rho+1} \left(\tilde{F}; \frac{1}{\sigma} \right)_C \right). \tag{7}$$

Доказательство. Имеем

$$\begin{aligned}
\left\| f(x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(f; x) \right\|_C & \leq \left\| f(x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) \right\|_C + \left\| Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f - Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f); x) \right\|_C + \\
& + \left\| Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f); x) \right\|_C = u_1 + u_2 + u_3.
\end{aligned} \tag{8}$$

Оценим каждое слагаемое (8):

$$u_1 \leq c_{2\rho+1} \omega_{2\rho+2} \left(f; \frac{1}{\sigma} \right)_C, \tag{9}$$

$$u_2 \leq \beta_{2\rho+1} \omega_{2\rho+2} \left(f; \frac{1}{\sigma} \right)_C, \tag{10}$$

$$u_3 = \left\| Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f); x) \right\|_C \leq C_{2\rho+1} \sigma \omega_{2\rho+2} \left(\tilde{F}; \frac{1}{\sigma} \right)_C. \tag{11}$$

Из оценок (9)–(11), на основании [4], следует справедливость заключения теоремы.

Список литературы

1. Дацык, В. Т. Некоторые оценки приближения функций класса $S(-\infty; +\infty)$ нормальными средними Зигмунда / В. Т. Дацык // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 25–26 апр. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест : БрГУ, 2019. – С. 49–51.
2. Семенчук, Н. П. Об одном классе нелинейных дифференциальных уравнений со старшей производной дробного порядка / Н. П. Семенчук, В. Т. Дацык // Вестник БрГТУ. – Серия: Физика, математика, химия. – 2002. – № 5. – С. 36–44.
3. Дацык, В. Т. Об одном классе методов суммирования / В. Т. Дацык, Т. В. Копайцева // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест : БрГУ, 2020. С. 72–74.
4. Дацык, В. Т. Обобщенные средние сопряженного интеграла Фурье функций с существенно ограничено дробной производной / В. Т. Дацык // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2012. – № 2. – С. 35–42.

РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ И ФОРМУЛА К. Э. ЦИОЛКОВСКОГО

В. В. Киричук, Н. Н. Сендер

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест,

При движении в безвоздушном пространстве единственный способ управления полетом (изменения скорости и направления) заключается в отбрасывании части массы самого летящего тела, т. е. в применении реактивного принципа движения.

Русский ученый К. Э. Циолковский первый полностью осознал значение реактивного принципа и исследовал основные закономерности реактивного движения. От него, через его учеников и последователей, советских ученых и конструкторов, идет та научная традиция, воплощением которой явились советские искусственные спутники Земли, искусственные планеты и космические корабли с космонавтами на борту.

Выведем основное уравнение прямолинейного движения ракеты. Топливо ракеты – пусть будет порох или смесь горючего (спирта, бензина) и окислителя (кислорода, азотной кислоты) – обладает определенным запасом Q химической энергии на единицу массы (Q порядка 1000 ккал/кг для бездымного пороха и 2500 ккал/кг для бензина с кислородом). При сгорании эта химическая энергия превращается в тепловую энергию продуктов горения. Затем продукты горения вытекают через сопло; при этом тепловая энергия их превращается в кинетическую энергию движения.

Когда реактивный двигатель закреплен на испытательном стенде, продукты горения вытекают с определенной скоростью u_0 . При этом кинетическая энергия их на единицу массы составляет определенную долю химической энергии топлива:

$$\frac{u_0^2}{2} = aQ, \quad (1)$$

где a – безразмерное число – коэффициент полезного действия процессов горения и истечения газов. В дальнейшем будем считать скорость истечения u_0 известной, заданной величиной. Она составляет около 2 км/с для пороха и около 3 км/с для жидкого топлива. Легко убедиться, что этим величинам соответствуют значения $a \approx 0,5$ (КПД порядка 50 %).

До горения топливо покоилось. Пусть сгорела и вытекла из сопла масса dm топлива. При этом она приобрела импульс dI . Очевидно, что импульс силы $u_0 dm$, с которой ракета действует на эту массу, равен импульсу, приобретенному массой dm :

$$dI = Fdt = u_0 dm.$$

По закону равенства действия и противодействия импульс силы, с которой масса dm продуктов горения действует на ракету, равен той же величине с обратным знаком. Пусть, например, скорость истечения u_0 направлена в сторону убывания x . Тогда u_0 отрицательно, $u_0 = -|u_0|$. Для импульса силы, действующей на ракету, имеем:

$$dI_p = F_p dt = -u_0 dm = |u_0| dm. \quad (2)$$

Получим

$$I' = \frac{dI}{dm} = |u_0| \quad (3)$$

есть импульс силы, приходящейся на единицу массы, так называемый единичный импульс. Эта величина равна скорости истечения газов из покоящейся ракеты.

Проверим размерность в формуле (3). Сила F имеет размерность $\text{г} \cdot \text{см} / \text{с}^2$ импульс силы I – это произведение силы на время, поэтому его размерность

$\frac{dI}{dm}$ $\text{г} \cdot \text{см} / \text{с}$. Размерность $\frac{dI}{dm}$ есть $\text{г} \cdot \text{см} / (\text{с} \cdot \text{г}) = \text{см} / \text{с}$ – это размерность скорости.

Для пороховых газов $u_0 = 2 \cdot 10^5 = 2$ км/с, для жидкого топлива $u_0 = 3$ км/с.

Сила, действующая на ракету, по формуле (2) есть

$$F_p = |u_0| \frac{dm}{dt}.$$

Она пропорциональна количеству газов, вытекающему в единицу времени.

Обратимся теперь к выводу формулы для скорости движения ракеты. Если ракета сама движется с какой-то скоростью u , то скорость истечения газов отлична от u_0 и равна $u + u_0 = u - |u_0|$ (напомним, что в покоящейся ракете скорость истечения газов равнялась $-|u_0|$). Очевидно, что такие величины, как *разность* скоростей пороха до горения и вытекших пороховых газов и *сила*, с которой на ракету действуют пороховые газы, не зависят от того, движется или покоится ракета.

Обозначим начальную массу ракеты вместе с порохом M_0 . Массу вытекших пороховых газов обозначим m . Величина m есть функция времени, $m = m(t)$. Обозначение m находится в соответствии с тем, что малую вытекшую массу мы обозначали dm , количество пороховых газов, вытекающее в единицу

времени, $\frac{dm}{dt}$. Масса ракеты с порохом в момент t равна

$$M = M(t) = M_0 - m(t). \quad (4)$$

Уравнение движения (второй закон Ньютона):

$$M \frac{du}{dt} = F = |u_0| \frac{dm}{dt}.$$

Это уравнение можно записать так: $M du = |u_0| dm$, или, пользуясь (4)

$$(M_0 - m) \frac{du}{dm} = |u_0|. \quad (5)$$

Возможность сократить dt физически означает, что (при отсутствии других сил, действующих на ракету) скорость ракеты зависит только от количества вытекших пороховых газов (при фиксированной величине u_0). К моменту, когда из сопла вытекло данное количество пороховых газов m , ракета приобретает определенную скорость u , независимо от того, за какое время произошло выте-

кание данного количества пороховых газов.

Нетрудно решить уравнение (5). В начальный момент, при $m=0$, $u=0$. Поэтому получаем

$$u = |u_0| \int_0^m \frac{dm}{M_0 - m} = -|u_0| \ln(M_0 - m) \Big|_0^m =$$

$$= |u_0| [-\ln(M_0 - m) + \ln M_0] = |u_0| \ln \frac{M_0}{M_0 - m} = |u_0| \ln \frac{M_0}{M}.$$

Итак

$$u = |u_0| \ln \frac{M_0}{M}. \quad (6)$$

Эта формула впервые была получена К. Э. Циолковским и носит его имя.

Нас интересует конечная скорость u_k к моменту окончания горения всего топлива, то надо в формулу (6) подставить вместо M величину M_k – конечную массу ракеты после сгорания всего топлива: $M_k = M_0 - m_n$, где m_n – полная масса всего топлива. Получим

$$u_k = |u_0| \ln \frac{M_0}{M_k}. \quad (7)$$

При помощи этой формулы легко решается и обратная задача: какой нужно взять начальную массу ракеты для того, чтобы данной конечной массе M_k придать определенную скорость u_k :

$$\ln \frac{M_0}{M_k} = \frac{u_k}{|u_0|},$$

откуда

$$M_0 = M_k e^{u_k / |u_0|}. \quad (8)$$

Для того чтобы тело вращалось вокруг Земли в виде спутника, нужно, чтобы его центробежная сила уравновешивала силу притяжения Земли. Соответствующая скорость u_1 называется первой космической скоростью. Для ее определения получаем

$$M_k \frac{u_1^2}{R} = M_k g, \quad (9)$$

где R – радиус орбиты. Он приблизительно равен радиусу Земли r_0 , поэтому в правой части (9) в качестве силы притяжения взята сила тяжести на поверхности Земли. Из формулы (9) находим

$$u_1 = \sqrt{gR} \approx \sqrt{gr_0} \approx 8 \text{ км/с.}$$

Для спутника, летящего на расстоянии r от центра Земли, значительно отличающемся от r_0 , надо учесть, что с изменением высоты меняется величина ускорения силы тяжести, равная g на поверхности Земли. Действительно, по закону тяготения Ньютона тело, отстоящее на расстоянии r от центра Земли,

притягивается к Земле с силой $F = \chi \frac{mM}{r^2}$, где m – масса тела, M – масса Земли. С другой стороны, по второму закону Ньютона $F = ma$, где a – ускорение силы тяжести на расстоянии r от центра Земли. Сравнивая два выражения для

F , находим $a = \frac{\chi M}{r^2}$. Если $r = r_0$, то $a = g$, поэтому $g = \frac{\chi M}{r_0^2}$, откуда $\chi = \frac{gr_0^2}{M}$.

Окончательно получаем $a = g \frac{r_0^2}{r^2}$. В этом случае равенство центростремительной силы и силы тяжести дает

$$M_{\kappa} \frac{u^2}{r} = M_{\kappa} g \frac{r_0^2}{r^2},$$

$$u = \sqrt{\frac{gr_0^2}{r}}.$$

откуда скорость спутника на орбите

Чем больше расстояние r , тем меньше скорость u , необходимая для того, чтобы спутник вращался на соответствующей орбите. Однако это вовсе не означает, что легче запустить спутник на орбиту с весьма большим r , чем на орбиту с r , близким к r_0 : ведь для вывода спутника на орбиту с большим r надо затратить большую энергию на преодоление силы тяжести на пути от земной поверхности до орбиты.

УДК 378.147:51

КОЛЕБАНИЯ ПОДВЕШЕННОГО СТЕРЖНЯ

О. А. Котович, Н. Н. Сендер

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест,

Рассмотрим стержень, подвешенный в точке A (рисунок 1). Пусть центр тяжести находится ниже точки подвеса, причем расстояние между точкой подвеса и центром тяжести равно l . Такой стержень представляет собой маятник. Определим период его колебаний.

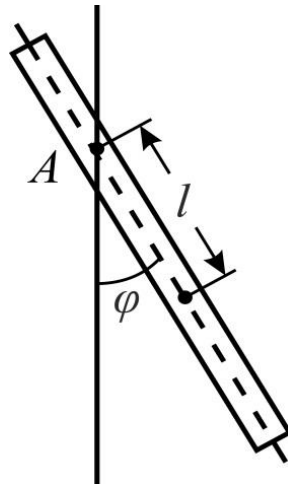


Рисунок 1

Если маятник отклонен от положения равновесия на малый угол φ , то его потенциальная энергия равна $u = -mgl \cos \varphi$.

Разложим $\cos \varphi$ в ряд и ввиду малости φ ограничимся первыми двумя членами:

$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2}$. Поэтому

$$u = -mgl \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \right) = -mgl + mgl \frac{\varphi^2}{2}.$$

Таким образом, увеличение потенциальной энергии при отклонении маятника на угол φ от положения равновесия ($\varphi = 0$) есть $\Delta u = mgl \frac{\varphi^2}{2}$.

Кинетическая энергия вращения стержня вокруг оси равна $E = I \frac{\omega^2}{2} = I \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2$. Используя формулу $I = ml^2 + I_0$, получаем

$$E = \frac{1}{2} (ml^2 + I_0) \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2,$$

где I_0 – момент инерции маятника относительно центра тяжести.

Предположим, что стержень совершает гармонические колебания, т. е.

$\varphi = a \cos \omega t$. По закону сохранения энергии $\Delta u_{\max} = E_{\max}$. Так как

$$\frac{d\varphi}{dt} = -a\omega \sin \omega t,$$

то

$$E_{\max} = \frac{1}{2} (ml^2 + I_0) a^2 \omega^2, \quad \Delta u_{\max} = mgl \frac{a^2}{2},$$

откуда

$$mgl \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} (ml^2 + I_0) a^2 \omega^2,$$

что дает

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2 + I_0}}.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Тогда период колебаний равен

В частности, если вся масса стержня сосредоточена в его центре тяжести, то $I_0 = 0$. В этом случае мы получаем обычные формулы для частоты и периода колебаний так называемого математического маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Из полученных формул следует, что чем больше I_0 , тем меньше частота колебаний, соответственно тем больше период.

В случае, если $I_0 \neq 0$, имеется определенное положение точки подвеса, при котором частота колебаний максимальна. Так как положение точки подвеса характеризуется величиной l , то для отыскания интересующего нас положения

решим уравнение $\frac{d\omega}{dl} = 0$. Это дает

$$mg(ml^2 + I_0) - mgl \cdot 2ml = 0,$$

откуда получаем $l_{\max} = \sqrt{\frac{I_0}{m}}$. Для стержня длины L с равномерно распре-

ленной массой $I_0 = \frac{mL^2}{12}$, поэтому $l_{\max} = \frac{L}{\sqrt{12}} \approx 0,3L$.

УДК 517.9

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Е. В. Кузьмина

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест
Научный руководитель: А. Б. Антонец, доктор физ.-мат. наук, профессор*

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$u'' + \gamma^2 u^3 + 3\gamma u u' = 0, \quad (1)$$

$$u(-1) = u'(-1) = -\frac{1}{\gamma}. \quad (2)$$

Уравнение (1) является при $n=2$ уравнением обобщенной иерархии Риккати [1], записанной в виде

$$D_R^n u = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

где оператор D_R имеет вид

$$D_R = \frac{d}{dx} + \gamma u, \quad \gamma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$u(x) = \frac{1}{\gamma x}$$

Очевидно, что функция $\frac{1}{\gamma x}$ является решением задачи Коши для уравнения (1) с условиями (2). Нас интересует уравнение (1) с точки зрения теории

обобщенных функций. Функция $\frac{1}{\gamma x}$ не задает обобщенную функцию, но ей соответствует однопараметрическое семейство обобщенных функций вида

$$U = \frac{1}{\gamma} \left(P \left(\frac{1}{x} \right) + M \delta \right),$$

где M – произвольная постоянная, δ – дельта-функция Дирака, $P \left(\frac{1}{x} \right)$ – обобщенная функция, заданная выражением

$$\left\langle P\left(\frac{1}{x}\right), \varphi \right\rangle = \int \frac{1}{x} \varphi(x) dx,$$

в котором интеграл понимается в смысле главного значения по Коши [2]. Однако распределение U нельзя подставить в уравнение (1), так как не определено произведение обобщенных функций. Необходимо уточнить, что можно считать обобщенным решением уравнения (1).

Обобщенным решением задачи Коши (1) – (2) будем называть обобщенную функцию U , если существует семейство $u_\varepsilon(x)$ гладких решений уравнения (1), сходящихся при $\varepsilon \rightarrow 0$ к функции U в смысле сходимости в пространстве

$$D'(\square), \text{ и при этом } u_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}, \quad u'_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}.$$

$$u_\varepsilon(x) = \frac{1}{\gamma(x \pm i\varepsilon)}$$

Теорема. Существуют два семейства $u_\varepsilon(x)$ гладких решений уравнения (1), которые при $\varepsilon \rightarrow 0$ сходятся в пространстве распределений, и при

$$u_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}, \quad u'_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}.$$

Их пределы

$$\frac{1}{\gamma} \left[P\left(\frac{1}{x}\right) \mp i\pi\delta \right]$$

являются обобщенными решениями задачи Коши (1) – (2).

Список литературы

1. Грицук, Е. В. Исследование обобщенной иерархии уравнения Риккати на свойство Пенлеве / Е. В. Грицук, Е. В. Кузьмина // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. – Брест, 2017. – № 2 : Физика. Математика. Інфарматыка. – С. 64–72.
2. Владимиров, В. С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979.

УДК 519.6

MODIFICATION OF THE LEVERIER METHOD - FADDEEV'S METHOD FOR FINDING THE EIGENVALUES OF THE MATRIX

Матысик К.О.,

Минский государственный лингвистический университет, Минск

Научный руководитель: Матысик О. В.,

кандидат физико-математических наук, доцент

This modification of the Leverier method allows not only calculating the coefficients of the eigenpolynomial of the matrix, but also makes it possible to effectively find the inverse of the given matrix, and can also be used to obtain the eigenvectors of the original matrix.

Proposed instead of a sequence of matrices A, A^2, \dots, A^n find another matrix sequence A_1, A_2, \dots, A_n , constructed as follows:

$$A_1 = A, \operatorname{tr} A_1 = q_1, B_1 = A_1 - q_1 E, A_2 = AB_1, \frac{\operatorname{tr} A_2}{2} = q_2, B_2 = A_2 - q_2 E, \dots,$$

$$A_n = AB_{n-1}, \frac{\text{tr}A_n}{n} = q_n, B_n = A_n - q_n E. \quad (1)$$

Moreover, the following statements are true:

- 1) $q_i = p_i, i = \overline{1, n}$ – i.e. these are the coefficients $P_A(\lambda)$,
- 2) $B_n = 0$,

$$A^{-1} = \frac{B_{n-1}}{q_n}.$$

- 3) if A – nondegenerate, then

To find the eigenvectors of the matrix A , intermediate results of computations are used when constructing the eigenpolynomial of the matrix A .

Consider the matrix $Q(\lambda) = \lambda^{n-1}E + \lambda^{n-2}B_1 + \dots + \lambda B_{n-2} + B_{n-1}$. Let us prove that if all the eigenvalues $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ of the original matrix A are different, then the matrices $Q(\lambda_i) (i = \overline{1, n})$ – nonzero and any nonzero matrix column $Q(\lambda_i)$ can be taken as an eigenvector of the matrix A corresponding to the eigenvalue λ_i .

Indeed

$$\begin{aligned} (\lambda_i E - A)Q(\lambda_i) &= (\lambda_i E - A)(\lambda_i^{n-1}E + \lambda_i^{n-2}B_1 + \dots + \\ &+ \lambda_i B_{n-2} + B_{n-1}) = \lambda_i^n E + \lambda_i^{n-1}(B_1 - A) + \dots + \\ &+ \lambda_i(B_{n-1} - AB_{n-2}) - AB_{n-1} = (\lambda_i^n - p_1 \lambda_i^{n-1} - \dots - p_n)E = 0, \end{aligned}$$

since it follows from (1) that $B_k - AB_{k-1} = -p_k E (k = \overline{1, n})$, λ_i – there is root of a proper polynomial. From here $(\lambda_i E - A)Q(\lambda_i) = 0$, means, $(\lambda_i E - A)\bar{x} = \bar{0}$ or $A\bar{x} = \lambda_i \bar{x}$, where \bar{x} – native matrix column $Q(\lambda_i)$.

When finding the eigenvectors of the matrix A in this way, it is not necessary to construct the entire matrix $Q(\lambda_i)$, but enough for everyone $\lambda_i (i = \overline{1, n})$ confine oneself to calculating only one of its columns.

In the case of multiple eigenvalues, the problem of finding the eigenvectors becomes more complicated: along with the matrix $Q(\lambda)$ we will have to involve the matrices obtained by differentiating it with respect to λ .

УДК 517.95

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ФАКТОРИЗАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

М. Г. Ногац

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест
Научный руководитель: А. И. Басик, кандидат физ.-мат. наук, доцент*

Одной из основных задач изучаемых студентами в курсах «Уравнения математической физики» и «Уравнения с частными производными», является задача Коши для уравнения второго порядка гиперболического типа на плоскости. Традиционно, при построении решения задачи Коши, как на лекционных,

так и на практических занятиях используется метод характеристик, известный также как метод Даламбера или метод бегущих волн. В известном учебнике А. Н. Тихонова и А. А. Самарского [1, с. 52] говорится, что «..., изложенный метод доказывает как единственность, так и существование решения поставленной задачи», что подтверждает универсальность метода характеристик. В настоящей статье мы приведем пример использования метода факторизации (разложения на множители) дифференциального оператора при построении решения задачи Коши. Этот метод с успехом применяется в теории обыкновенных дифференциальных уравнений [2, с. 56] и состоит в последовательном интегрировании задач Коши для линейных уравнений первого порядка. В книге [3, с. 16] методом факторизации получена формула общего решения однородного уравнения малых поперечных колебаний струны. Покажем на примере решения номера 12.10 из задачника [4], что этот метод применим и при построении решения задачи Коши для гиперболического уравнения на плоскости.

Задача. Найти функцию $u=u(x;y)$, удовлетворяющую в \mathbf{R}^2 уравнению

$$u_{xx} - u_{yy} - 2u_x - 2u_y = 4 \quad (1)$$

и начальным условиям

$$u|_{x=0} = -y, \quad u_x|_{x=0} = y - 1 \quad (-\infty < y < +\infty). \quad (2)$$

Решение. Разложение на множители левой части уравнения (1) имеет вид

$$u_{xx} - u_{yy} - 2u_x - 2u_y = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} - 2 \right) u.$$

Обозначим

$$z(x; y) = u_x - u_y - 2u.$$

Тогда функция $z(x; y)$ удовлетворяет уравнению

$$z_x + z_y = 4 \quad (3)$$

и начальному условию

$$z|_{x=0} = u_x|_{x=0} - u_y|_{x=0} - 2u|_{x=0} = y - 1 - (-1) - 2(-y) = 3y. \quad (4)$$

Построим решение задачи Коши (3), (4), методом описанным в [2, с. 275]. Для этого параметризуем начальные условия (4): $x=0$, $y=\tau$, $z=3\tau$, $\tau \in \mathbf{R}$. Характеристическая система для уравнения (3)

$$\dot{x}(t) = 1, \quad \dot{y}(t) = 1, \quad \dot{z}(t) = 4,$$

при начальных условиях

$$x|_{t=0} = 0, \quad y|_{t=0} = \tau, \quad z|_{t=0} = 3\tau,$$

имеет решение

$$x = t, \quad y = t + \tau, \quad z = 4t + 3\tau. \quad (5)$$

Исключая из формул (5) параметры t и τ , найдем решение (3), (4):

$$z(x; y) = x + 3y.$$

Возвращаясь к замене, для отыскания функции $u(x; y)$ получим задачу Коши

$$u_x - u_y = 2u + x + 3y, \quad u|_{x=0} = -y. \quad (6)$$

Рассуждая также как и при решении (3), (4), составим характеристическую систему для уравнения в (6)

$$\dot{x}(t) = 1, \quad \dot{y}(t) = -1, \quad \dot{u}(t) = 2u + x + 3y$$

при начальных условиях

$$x(0) = 0, \quad y(0) = \tau, \quad u(0) = -\tau \quad (\tau \in \mathbf{R}).$$

Параметрическое решение последней системы имеет вид

$$x = t, \quad y = -t + \tau, \quad u = \frac{\tau - 1}{2} e^{2t} + t + \frac{1 - 3\tau}{2}.$$

Отсюда найдем явное решение исходной задачи Коши

$$u(x; y) = \frac{x + y - 1}{2} e^{2x} + \frac{1 - x - 3y}{2}.$$

Ответ:
$$u(x; y) = \frac{x + y - 1}{2} e^{2x} + \frac{1 - x - 3y}{2}.$$

Список литературы

1. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 736 с.
2. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления / В. К. Романко. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000. – 344 с.
3. Берс, Л. Уравнения с частными производными / Л. Берс, Ф. Джон, М. Шехтер. – М. : Мир, 1966. – 352 с.
4. Сборник задач по уравнениям математической физики / В. С. Владимиро [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 520 с.

УДК 004.056.55

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМА ШИФРОВАНИЯ

М.А. Протько

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск.

Научный руководитель: О.Ф. Борисенко, канд. физ.-мат. наук, доцент

Введение. Что составляет любой базовый криптографический алгоритм? По сути, это два соответствия: базовый/шифрованный текст. Связь между первым и вторым происходит по некой функции F с приблизительно следующими свойствами:

$F(B) = A$ – легко рассчитываемая функция.

$B = F^{-1}(A)$ – не вычисляемая функцией доступными средствами.

То есть задача построения алгоритма шифрования будет соответствовать следующей формулировке:

Пусть K – пространство ключей, e и d – ключи шифрования и расшифрования соответственно. E_e – односторонняя функция шифрования для произвольного ключа $e \in K$, такая, что $E_e(t) = c$, $c \in C$, C – пространство шифротекстов, $t \in T$, T – пространство сообщений. D_d – функция расшифрования, такая, что $D_d(c) = t$. Каждая пара (E, D) имеет свойство: зная E_e невозможно найти $E_e(t) = c$.

Учитывая необходимость в вычислительной сложности таковых функций, простой перебор всех возможных значений и применение принципа индукции могут не дать доказательства их верности. Для более качественной оценки по-

лученных алгоритмов необходимо четко обозначить условия, из которых они вытекают, а также те параметры, которым они обязаны удовлетворять.

Условия, удовлетворяемые шифром

1) $T = D(E(T))$ – где T – пространство сообщений. D и E – функции расшифрования и шифрования соответственно.

Иначе: применив функции D или E , мы получим однозначный связанный текст без потери информации в обоих случаях. Мы можем выполнять эту операцию сколь угодно долго.

2) $H(E) \geq H(T)$ – где $H(E)$ и $H(T)$ – неопределенности зашифрованного и изначального сообщения.

Иными словами, вероятность предсказания следующего символа перехваченного сообщения (нахождения закономерности) значительно уменьшается при шифровании.

3) Удовлетворяет принципу Керкгоффа

То есть, даже зная процедуру (функцию F), невозможно получить изначальный текст. Необходим ключ, чтобы это стало возможным.

Допущения:

– У злоумышленника нет никаких априорных сведений о зашифрованном сообщении (все исходные варианты равновероятны).

– Отсутствуют специальные символы

Пример работы алгоритма:

Воспользуемся RSA алгоритмом.

Для построения RSA алгоритма нам будет необходимо:

1) Выбрать два случайных простых числа p и q

2) Найти модуль: $n = pq$

3) Найти функцию Эйлера $\varphi(n) = (p-1)(q-1)$

4) Найти простое число e , $1 < e < \varphi(n)$, где e – взаимно простое по отношению к $\varphi(n)$

5) Найти d из уравнения $de \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$

В итоге, получим пары (e, n) – открытый ключ, (d, n) – закрытый ключ.

Допустим, у нас есть ряд чисел, которые необходимо зашифровать

$T: 2 \ 1 \ 4 \ 3 \ 8 \ 5 \ 6 \ n = 10 \quad e = 3 \quad d = 3$

$$E(m) = m^e$$

$$c = E(m) \pmod{n}$$

$$D(c) = c^d$$

$$m = D(c) \pmod{n}$$

1)

2)

3)

4)

Воспользовавшись формулами 1-4 получим:

$E(m):$ 8 1 64 27 512 125 216

$c:$ 8 1 4 7 2 5 6

$D(c)$ 512 1 64 343 8 125 216

$m:$ 2 1 4 3 8 5 6

Оценка полученного алгоритма

Для качественной оценки алгоритма нам будут необходимы формулы 5-7:

$$H(T) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (5)$$

где $H(T)$ – мера неопределенности сообщения/шифра. T – множество возможных отправленных сообщений, p_i – вероятность отправки соответствующего сообщения T_i , n – количество битов шифротекста. Физический смысл найденной величины: количество битов информации, которое необходимо в среднем передать, чтобы полностью устранить неопределенность.

После перехвата полученного сообщения получим следующее значение неопределенности (в литературе называемое условным):

$$H(T|T') = -\sum_{i=1}^n p_i(T|T') \log_2 p_i(T|T') \quad (6)$$

Где $p(T_i|T')$ – вероятность того, что исходное сообщение есть T_i при условии, что результат шифрования T' .

Отсюда найдем значимую характеристику нашего шифра:

$$I = H(T) - H(T|T') \quad (7)$$

Где I – информация об исходном тексте, которую злоумышленник может извлечь из перехваченного шифротекста. Необходимо обеспечить, чтобы $H(T) \rightarrow H(T|T')$ ($I \rightarrow 0$).

Т.е., чем меньше I , тем меньше вероятность однозначного дешифрования без знания ключа.

Качественная оценка полученного алгоритма

Для начала предположим, что один бит сообщения T – одна цифра. Передается по порядку следования. Никаких манипуляций, связанных с непоследовательной передачей сообщения, не было. Также не передается «шум» – какие-либо последовательности, не имеющие логического смысла.

Предположим, что злоумышленнику известно, что передаются цифры от 1 до 9.

Посчитаем $H(T)$ из вышеописанных условий:

$$p_i = 0,11111 \quad (1 \text{ к } 9, \text{ где событие – выбор конкретной цифры.})$$

Поскольку мы рассматриваем априорный случай, предыдущие сообщения никак не влияют на последующие:

$$H(T) = -\sum_{i=1}^7 0,11111 \log_2 0,11111 = -2,4654 \quad (8)$$

Если никаких апостериорных сведений не было получено:

$$H(T) = H(T|T'), \quad I=0 \text{ – самый лучший исход, возможный только теоретически.}$$

Если предположить, что цифры не повторяются:

$$H(T|T') = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \log_2 \left(\frac{1}{n-i+1} \right) = -3,0518 \quad (9)$$

$$I = -2,4654 - (-3,0518) = 0,5864 \quad (10)$$

Вывод

Из вышеизложенного следует, что для построения шифра с высокими показателями криптографической стойкости необходимо учитывать вычислительную сложность алгоритма шифрования, условия передачи информации и изна-

чальные показатели незашифрованного сообщения, поскольку из знания последних будет возможно найти уязвимость, которая существенно влияет на защиту информации.

Список использованных источников:

1. Липницкий, В. А. Современная прикладная алгебра. Математические основы защиты информации от помех и несанкционированного доступа: учеб.-метод. Пособие / В. А. Липницкий. – Минск: БГУИР, 2006.-87 с.

УДК 378.147:51

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ СТЕРЖНЯ ПРИ ЕГО ВРАЩЕНИИ

Н. Н. Сендер, Д. В. Честный

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест

Рассмотрим так называемый момент инерции. Это понятие появляется при рассмотрении вращательного движения стержня. Пусть стержень вращается вокруг оси, перпендикулярной к плоскости чертежа и проходящей через начало координат. При таком вращении каждая точка стержня описывает окружность, радиус которой равен абсциссе данной точки x в начальном (горизонтальном) положении стержня (рисунок 1). Обозначим ω угловую скорость вращения, выраженную в рад/с. Это значит, что за время dt ось x поворачивается на угол $d\varphi = \omega dt$. Длина дуги, которую проходит произвольно выбранная точка с абсциссой x , равна

$$dl = x d\varphi = x \omega dt;$$

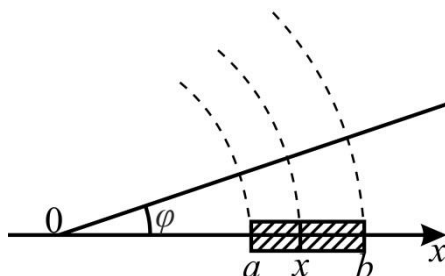


Рисунок 1

следовательно, линейная скорость движения каждой точки окружности равна

$$v(x) = \frac{dl}{dt} = \omega x.$$

Найдем кинетическую энергию вращательного движения всего стержня. Элемент массы dm , находящийся на расстоянии x от начала координат (в отрезке dx от x до $x + dx$), имеет кинетическую энергию

$$\frac{v^2}{2} dm = \frac{\omega^2 x^2}{2} dm = \frac{\omega^2 x^2}{2} \rho(x) dx.$$

Следовательно, кинетическая энергия всего стержня равна

$$E = \frac{\omega^2}{2} \int_a^b x^2 \rho(x) dx.$$

Интеграл в последней формуле носит название момента инерции стержня относительно оси, проходящей через начало, и обозначается I :

$$I = \int_a^b x^2 \rho(x) dx.$$

Таким образом,

$$E = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия вращения выражается через момент инерции и угловую скорость совершенно так же, как кинетическая энергия поступательного движения выражается через массу и линейную скорость:

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Обратимся к вычислению I . Для стержня, центр тяжести которого находится в начале координат, момент инерции принимает значение I_0 :

$$I_0 = \int_a^{b_0} x^2 \rho_0(x) dx. \quad (1)$$

Заметим, что величина I_0 положительная, так как положительна подынтегральная функция в (1).

Определим момент инерции стержня для случая, когда его центр тяжести находится на расстоянии l справа от начала координат, так что $x_{c_1} = l$. В этом случае:

$$a = a_0 + l, \quad b = b_0 + l, \quad \rho(x) = \rho_0(x - l),$$

$$I = \int_a^b x^2 \rho(x) dx.$$

Положим $z = x - l$, тогда $x = z + l$, $dx = dz$. При изменении x от a до b величина z изменяется от a_0 до b_0 . Поэтому

$$I = \int_{a_0}^{b_0} (z + l)^2 \rho_0(z) dz = l^2 \int_{a_0}^{b_0} z \rho_0(z) dz + 2l \int_{a_0}^{b_0} z \rho_0(z) dz + \int_{a_0}^{b_0} z^2 \rho_0(z) dz. \quad (2)$$

$$\int_{a_0}^{b_0} \rho_0(z) dz = m$$

Заметим, что $\int_{a_0}^{b_0} z \rho_0(z) dz = 0$, а второй интеграл справа в (2) равен нулю по

$$\int_{a_0}^{b_0} x \rho_0(x) dx = 0,$$

формуле $\int_{a_0}^{b_0} x \rho_0(x) dx = 0$, наконец, третий интеграл есть I_0 согласно (1).

Таким образом, формула (2) принимает вид

$$I = ml^2 + I_0. \quad (3)$$

Величина ml^2 есть, очевидно, момент инерции точечной массы, находящейся на расстоянии l от оси вращения (от начала координат). Таким образом, момент инерции стержня относительно вращения вокруг произвольной оси,

перпендикулярной к стержню, равен сумме момента инерции стержня относительно вращения вокруг центра тяжести и момента инерции массы, равной массе стержня, находящейся на расстоянии от оси, равном расстоянию центра тяжести стержня от оси.

Наглядно можно представить себе стержень, закрепленный в центре тяжести на шарнире. Тогда вращение оси может не сопровождаться вращением самого стержня, возможно движение, последовательные стадии которого показаны на рисунке 2.

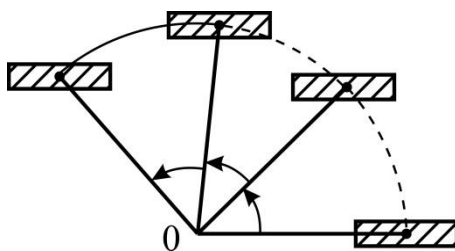


Рисунок 2

Кинетическая энергия такого движения равна $E' = (1/2)mv_{C_1}^2$, где v_{C_1} – скорость центра тяжести стержня. Но $v_{C_1} = \omega l$, так что $E' = \frac{\omega^2}{2} ml^2$.

Движение, которое мы рассматривали раньше (рисунок 1), отличается от рисунка 2 тем, что там сам стержень также вращается с угловой скоростью ω вокруг своего центра тяжести. Поэтому кинетическая энергия вращения рисунок 1 оказывается равной сумме энергии вращения по типу рисунок 2 и энергии

вращения вокруг центра тяжести, равной $I_0 \frac{\omega^2}{2}$.

Из вывода формулы видно, что такое простое сложение энергий при сложении двух движений получается только тогда, когда рассматривается движение центра тяжести; только в этом случае получается равенство нулю интеграла

$$\int_{a_0}^{b_0} x \rho_0(x) dx = 0.$$

УДК 517.95

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ ГРИНА ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Т. А. Яцук

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест
 Научный руководитель: А. И. Басик, канд. физ.-мат. наук, доцент

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ – неограниченная область, границей которой является гладкая поверхность $\partial\Omega$. Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Лапласа

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \quad (x \in \Omega), \\ u|_{\partial\Omega} = \varphi(x). \end{cases} \quad (1)$$

Отметим, что в случае неограниченной области Ω решение задачи (1) ищется в классе дважды непрерывно дифференцируемых функций, имеющих на бесконечности порядок $O(|x|^{-1})$, где $|x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ [1, с. 352]. Одним из методов построения решения задачи Дирихле является метод функций Грина.

Определение 1. [2, с. 82-83] *Функцией Грина задачи Дирихле называется*

функция $G(x; y) = E(x; y) + g(x; y)$, где $E(x; y) = -\frac{1}{4\pi|x-y|}$ – фундаментальное решение оператора Лапласа, а функция g удовлетворяет условиям

1. $\forall y \in \Omega \quad (g(\cdot; y) \in C^2(\overline{\Omega}) \wedge \Delta_x g = 0)$;
2. $\forall y \in \Omega \quad (g|_{\partial\Omega} = -E(x; y), x \in \partial\Omega)$;
3. $g(x; y) \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$.

В курсах «Уравнения математической физики» и «Уравнения с частными производными» доказывается [2, с. 82-83], что если существует функция Грина $G(x; y)$ задачи Дирихле (1) и эта задача имеет решение $u \in C^2(\overline{\Omega})$, то в каждой точке $y \in \Omega$ выполняется равенство

$$u(y) = \int_{\partial\Omega} \varphi(x) \frac{\partial G(x; y)}{\partial_x \nu} dS(x), \quad (2)$$

где ν – единичное поле внешних нормалей на поверхности $\partial\Omega$. На практике по известной функции Грина вычисляют функцию $u(y)$ по формуле (2) и выясняют, задает ли она решение задачи (1).

В настоящей статье рассмотрим полупространство

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid x_3 > 0\}.$$

Известно [1, с. 362], что в этом случае функция Грина имеет вид

$$G(x; y) = -\frac{1}{4\pi|x-y|} + \frac{1}{4\pi|x-z|}, \quad (3)$$

где $z = (y_1, y_2, -y_3)$ – точка симметричная точке y относительно плоскости $x_3 = 0$, при этом формула (2) примет вид

$$u(y) = \frac{y_3}{2\pi} \iint_{\mathbf{R}^2} \frac{\varphi(x_1; x_2) dx_1 dx_2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + y_3^2})^3}. \quad (4)$$

Теорема 2. Пусть $\varphi: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ непрерывная ограниченная функция, тогда функция $u(y)$, заданная формулой (4), удовлетворяет в полупространстве $y_3 > 0$ уравнению Лапласа и $u|_{y_3=0} = \varphi$.

Доказательство. Непосредственные вычисления показывают, что

$$\frac{y_3}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{dx_1 dx_2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + y_3^2})^3} = 1$$

Из неравенства

$$\begin{aligned} |u(y_1; y_2; y_3)| &= \left| \frac{y_3}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{\varphi(x_1; x_2) dx_1 dx_2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + y_3^2})^3} \right| = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left| \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{\varphi(y_3 z_1 + y_1; y_3 z_2 + y_2)}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} dz_1 dz_2 \right| \leq \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{|\varphi(y_3 z_1 + y_1; y_3 z_2 + y_2)|}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} dz_1 dz_2 \leq \\ &\leq \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{M}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} dz_1 dz_2 = M, \end{aligned}$$

следует, что интеграл (4) сходится равномерно на каждом компактном множестве, лежащем в Ω , и, следовательно, представляет собой непрерывную ограниченную функцию в области Ω .

Докажем, что $\lim_{y_3 \rightarrow 0} u(y_1; y_2; y_3) = \varphi(y_1; y_2)$. Имеем

$$|u(y_1; y_2; y_3) - \varphi(y_1; y_2)| \leq \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{|\varphi(y_3 z_1 + y_1; y_3 z_2 + y_2) - \varphi(y_1; y_2)|}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} dz_1 dz_2$$

При каждом $y_3 > 0$ подынтегральная функция непрерывна по совокупности переменных z_1, z_2 на плоскости,

$$\lim_{y_3 \rightarrow +0} \left(\frac{|\varphi(y_3 z_1 + y_1; y_3 z_2 + y_2) - \varphi(y_1; y_2)|}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} \right) = 0$$

и справедлива оценка

$$\frac{|\varphi(y_3 z_1 + y_1; y_3 z_2 + y_2) - \varphi(y_1; y_2)|}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} \leq \frac{2M}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3}.$$

Согласно теореме Лебега о мажорантной сходимости [3, с. 70],

$$\lim_{y_3 \rightarrow +0} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{|\varphi(y_3 z_1 + y_1; y_3 z_2 + y_2) - \varphi(y_1; y_2)|}{(\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 1})^3} dz_1 dz_2 = 0$$

т. е. $u|_{y_3=0} = \varphi$.

Дифференцированием под знаком интеграла, нетрудно убедиться в том, что $u(y)$ удовлетворяет уравнению Лапласа в области Ω . Теорема доказана.

Из доказательства теоремы 2 следует, что функция (4) удовлетворяет уравнению Лапласа и в случае, если $\varphi: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ является ограниченной и кусочно-непрерывной, причем, граничное условие выполняется во всех точках непрерывности функции φ . Проиллюстрируем сказанное на примере функции

$$\varphi(x_1; x_2) = \begin{cases} -1, & \text{если } x_1 < 0, \\ 1, & \text{если } x_1 > 0. \end{cases}$$

Проведя вычисления по формуле (4), получим, что

$$u(x) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{x_1}{x_3}.$$

Непосредственная проверка показывает, что $\Delta u \equiv 0$ в полупространстве $x_3 > 0$ и

$$\lim_{x_3 \rightarrow +0} u(x) = \frac{1}{2\pi} \lim_{x_3 \rightarrow +0} \operatorname{arctg} \frac{x_1}{x_3} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_1 > 0, \\ 0, & \text{если } x_1 = 0, \\ -1, & \text{если } x_1 < 0. \end{cases}$$

Отметим, что построенная функция $u(x)$ не является бесконечно малой при $|x| \rightarrow +\infty$ и, следовательно, найденное решение не является классическим.

Список литературы

1. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики : учеб. пособие / В. И. Корзюк. – Минск : БГУ, 2011. – 459 с.
2. Олейник, О. А. Лекции об уравнениях с частными производными / О. А. Олейник. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 206 с.
3. Антоневиц, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения / А. Б. Антоневиц, Я. В. Радыно. 2-е изд., перераб. и доп. – Минск : БГУ, 2006. – 430 с.

Научное издание

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

**Сборник материалов
XII Республиканской научной конференции
молодых учёных и студентов**

18–19 ноября 2021 года

Ответственный за выпуск: Махнист Л.П.
Редактор: Митлошук М.А.
Компьютерная верстка: Митлошук М.А.
Корректор: Дударук С. А.

ISBN 978-985-493-536-2



Издательство БрГТУ.

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных
изданий № 1/235 от 24.03.2014 г., № 3/1569 от
16.10.2017 г.

Подписано в печать 16.11.2021 г. Формат 60x84 ¹/₁₆.

Бумага «Performer». Гарнитура «Times New Roman».

Усл. печ. л. 7,32. Уч. изд. л. 7,88. Заказ № 1259.

Тираж 40 экз.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический
университет».

224017, г. Брест, ул. Московская, 267.