

УДК 37.016:51  
ББК 4426.221+В1р

DOI 10.26170/2079-8717\_2021\_04\_02  
ГРНТИ 14.07.09

Код ВАК 13.00.02

**Дударева Наталия Владимировна,**

кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и методики обучения математике, Институт математики, физики, информатики и технологий, Уральский государственный педагогический университет; 620017, Россия, г. Екатеринбург, пр-т Космонавтов, 26; e-mail: dudareva-geom@yandex.ru

**Утюмова Екатерина Александровна,**

кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и методики обучения естествознанию, математике и информатике в период детства, Институт педагогики и психологии детства, Уральский государственный педагогический университет; 620017, Россия, г. Екатеринбург, пр-т Космонавтов, 26; e-mail: utyumovaea@mail.ru

**МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ  
ФУНКЦИОНАЛЬНО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ  
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** функциональная грамотность; математическая грамотность; компоненты математической грамотности; уровни сформированности; математика; этапы формирования; методика преподавания математики; структурно-логические модели.

**АННОТАЦИЯ.** Одной из стратегических задач образования в настоящее время является не только приобщение субъекта к культурным и научным ценностям, формирование у него знаний, умений, но и необходимость освоения межпредметных понятий и универсальных учебных действий как необходимого условия для выделения метапредметных результатов обучения. В процессе обучения математике обучающийся должен овладеть математическим языком, терминами, фактами, универсальными способами решения, которые позволят найти, понять, преобразовать, адаптировать разнообразную, в том числе и математическую, информацию в соответствии с профессиональными и жизненными задачами. Эти умения с полученной в процессе обучения системой математических знаний составляют математическую грамотность. Возможны различные варианты реализации формирования функционально-математической грамотности, в связи с этим представляется актуальным поиск подходов, методов и средств обучения, способствующих достижению данной цели. Анализ научной литературы показал, что формирование математической грамотности является предметом исследований ученых, но затрагивает чаще всего среднее звено школьного образования. Цель данного исследования – создание структурно-логической модели как основы для разработки методики обучения математике, способствующей формированию математической грамотности обучающихся на всех ступенях образования (дошкольный, младший школьный возраст, профессиональное и высшее образование). В статье в контексте принятых определений понятий «функциональная грамотность» и «функционально-математическая грамотность» создана и описана структурно-логическая модель формирования математической грамотности обучаемых на пропедевтическом, базовом, пороговом и продвинутом этапах. Выделены и описаны компоненты математической грамотности: когнитивный, деятельностный, прогностический и рефлексивный. Сформированность каждого компонента определяют уровни сформированности математической грамотности: критический, репродуктивно-алгоритмический, конструктивно-технологический, продуктивный. Статья предназначена педагогам высшей школы, преподавателям учреждений среднего профессионального образования, педагогам и учителям школ, которые проявляют интерес к поиску эффективных методов и средств формирования математической грамотности у обучающихся при изучении математики на всех ступенях образования.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Дударева, Н. В. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике / Н. В. Дударева, Е. А. Утюмова. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2021. – № 4. – С. 14-25. – DOI: 10.26170/2079-8717\_2021\_04\_02.

**Dudareva Natalia Vladimirovna,**

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Institute of Mathematics, Physics, Informatics and Technologies, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia

**Utyumova Ekaterina Alexandrovna,**

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Department of Theory and Methods of Teaching Natural Science, Mathematics and Computer Science during Childhood, Institute of Pedagogy and Psychology of Childhood, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia

**MODEL FORMATION OF FUNCTIONAL AND MATHEMATICAL LITERACY  
IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS**

**KEYWORDS:** functional literacy; mathematical literacy; components of mathematical literacy; levels of formation; maths; stages of formation; methods of teaching mathematics; structural and logical models.

**ABSTRACT.** One of the strategic tasks of education at the present time is not only the introduction of the subject to cultural and scientific values, the formation of knowledge and skills, but also the need to master intersubject concepts and universal educational actions as a necessary condition for the allocation of metasubject learning outcomes. In the process of teaching mathematics, students must master the mathematical language, terms, facts, universal solutions that will allow them to find, understand, transform, adapt various, including mathematical information in accordance with professional and life tasks. These skills, together with the system of mathematical knowledge obtained in the course of training, constitute mathematical literacy. There are various options for implementing the formation of functional and mathematical literacy, in this regard, it seems relevant to search for approaches, methods and teaching tools that contribute to achieving this goal. The analysis of scientific literature has shown that the formation of mathematical literacy is the subject of research by scientists, but it most often affects the secondary level of school education. The purpose of this study is to create a structural and logical model as a basis for developing a methodology for teaching mathematics that contributes to the formation of mathematical literacy of students at all levels of education (preschool, primary school age, vocational and higher education). In the article, in the context of the accepted definitions of the concepts of “functional literacy” and “functional-mathematical literacy”, a structural and logical model of the formation of mathematical literacy of students at the propaedeutic, basic, threshold and advanced stages is created and described. The components of mathematical literacy are identified and described: cognitive, activity, predictive and reflexive. The formation of each component is determined by the levels of formation of mathematical literacy: critical, reproductive-algorithmic, constructive-technological, productive. The article is intended for teachers of higher education, teachers of secondary vocational education institutions, teachers and school teachers who are interested in finding effective methods and means of forming mathematical literacy among students when studying mathematics at all levels of education.

**FOR CITATION:** Dudareva, N. V., Utyumova, E. A. (2021). Model Formation of Functional and Mathematical Literacy in the Process of Teaching Mathematics. In *Pedagogical Education in Russia*. No. 4, pp. 14-25. DOI: 10.26170/2079-8717\_2021\_04\_02.

**Введение. Актуальность исследования.** Высочайшие темпы развития современного общества предъявляют все новые, более высокие требования к человеку и его развитию. В связи с этим одним из стратегических направлений образования выделяется задача не только приобщить субъекта к культурным и научным ценностям, сформировать у него знания, умения, но и научить обучающегося использовать их при реализации своих жизненных планов, а также в своей будущей профессиональной деятельности.

Согласно Федеральным государственным образовательным стандартам всех ступеней образования (от дошкольного до средне-профессионального и высшего) отличительной чертой современного обучения становится персонализация, обучающийся становится субъектом образовательного процесса; необходимость освоения межпредметных понятий и универсальных учебных действий как необходимого условия для выделения метапредметных результатов; понимание образования как непрерывного процесса, который осуществляется на протяжении всей жизни человека [23-26].

С учетом данных требований, запросов государства, общества и в соответствии с положениями Концепции развития математического образования в Российской Федерации [10] цель обучения математике в основной школе определяется как развитие личности ребенка средствами математики, его социализация, создание целостного образа окружающего мира при познании реального пространства, в процессе взаимодействия с другими субъектами при освое-

нии математического содержания, иллюстрация связи предметной области «Математика» с другими предметами, с личностным опытом обучающегося. Важнейшим ориентиром в современных условиях развития математического образования в школе является формирование математической культуры обучающихся, понимания математики как части культуры и истории, как универсального языка науки, как средства познания окружающего мира.

Если профессиональная деятельность человека не связана с математикой, то большинство математических фактов, которые он изучал в школе и в вузе, остаются невостребованными, ненужными, поэтому быстро забываются. В реальной взрослой жизни необходимо владеть математическим языком, терминами, фактами, универсальными способами решения, которые позволят найти, понять, преобразовать, адаптировать разнообразную, в том числе и математическую, информацию в соответствии с профессиональными и жизненными задачами. Эти умения с полученной в процессе обучения системой математических знаний составляют математическую грамотность, которая является частью математической культуры.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Различные аспекты математической культуры изучали П. А. Батчаева [2], Л. В. Воронина [4], Н. О. Гордеева, Е. Н. Манаева, И. М. Примак [5], Г. В. Ившина, К. К. Исмагилова [8], В. А. Насыпаная [14], Е. Ю. Панцева [16], Н. С. Чернякова [28]. Математическую культуру исследователи трактуют как часть общей или про-

фессиональной культуры, как качество личности, владеющей системой математических знаний, умений и навыков.

Понятие «функциональная грамотность» возникло в 1978 году в отчетах Генеральной конференции ЮНЕСКО. Теоретический анализ концепции функциональной грамотности был проведен в работах Н. Ф. Виноградовой [27], А. А. Леонтьева [11], Л. М. Перминовой [17]. Содержание и структура математической грамотности как составляющей функциональной грамотности, различные аспекты формирования математической грамотности у обучаемых разных возрастных групп выделены в исследованиях Е. Е. Алексеевой [1], И. И. Валеева [3], Н. М. Евтыховой [6], Т. А. Ивановой [7], Е. Ю. Лукичевой [12], А. К. Мамановой, Е. А. Менебаевой [13], А. Д. Нахман [15], О. К. Подлипского [18], Л. О. Рословой [19], О. А. Рызде [20], И. Н. Семенович [21], Г. А. Симоновской [22], в исследованиях международной организации PISA [9].

Функциональная грамотность трактуется как способность человека использовать постоянно приобретаемые в течение всей жизни знания, умения и навыки для решения широкого диапазона жизненных задач в окружающей обстановке, различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений [11].

Математическая грамотность – второй по значимости компонент функциональной грамотности, после читательской грамотности. В рамках международного исследования PISA-2021 [9], которое направлено на исследование уровня математической грамотности учащихся в различных странах мира, под математической грамотностью понимается способность человека в разнообразных практических ситуациях интерпретировать, формулировать математические знания и применять их для решения задач, умение мыслить математически. В математическую грамотность входят факты, понятия, инструменты, необходимые для описания, объяснения и прогнозирования явлений и событий профессиональной и окружающей жизни. Математические знания, умения и навыки позволяют субъекту принимать решения, аргументировать свои суждения и умозаключения, понять роль математики в мире.

И. И. Валеев [3], считает, что «функциональная математическая грамотность» выражается в осознании роли математики в исследовании окружающего мира, а также в способностях, которые свойственны мыслящему человеку: высказывать аргументированно мнения, суждения и использовать математику для удовлетворения возникающих потребностей.

Л. О. Рослова [19], определяя содержа-

ние математического образования в контексте формирования функциональной математической грамотности, отмечает, что математическая грамотность не сводится к предметному содержанию. Предметных знаний, даже если они ориентированы на практическое применение, еще недостаточно для формирования умения их использовать в разнообразных жизненных контекстах. Нужно научиться работать с информацией, в том числе математической, уметь читать математические тексты, факты, понимать смысл прочитанного, владеть речевыми навыками и социальной осведомленностью. Таким образом, математическая грамотность должна включать в себя не только предметную компоненту, но и метапредметные умения, связанные с читательской, информационной, коммуникативной и социальной компетенциями.

Формирование у обучаемых математической грамотности должно способствовать осознанию связи изучаемых математических фактов с жизнью, с другими дисциплинами и пониманию преемственности между содержанием математики на разных ступенях образования.

Математика изучает определенные объекты и понятия, которые при помощи математических рассуждений анализируются, исследуются и трансформируются различными способами. Используя правильные рассуждения и предположения, обучаемые получают результаты, делают выводы, которые вызывают доверие. Математические рассуждения позволяют осуществлять взаимодействия между всеми процессами цикла по решению задачи: формулированием, применением, интерпретацией и оценением. Поэтому, исходя из исследований PISA-2021, математические рассуждения являются одним из основных понятий математической грамотности. Развитие у обучаемого способности рассуждать четко, логично, аргументированно и убедительно является ведущей задачей обучения математике и в условиях реализации Концепции развития математического образования. Обучаемый также должен овладеть логическими действиями и методами доказательств, дедуктивными методами. В процессе обучения математике необходимо усвоить этапы математического моделирования для формирования опыта применения изучаемых математических фактов при решении проблем реальной жизни или других дисциплин.

В зависимости от основных типов проблем, которые появляются у человека при взаимодействии с повседневными явлениями окружающей жизни, оценка математической грамотности у учащихся в исследованиях PISA-2021 происходит по четырем

содержательным областям (категориям):

- количество;
- неопределенность и данные;
- изменение и зависимости;
- пространство и форма.

*Количество.* Свойства объектов, закономерности в повседневной жизни выражаются в количественных характеристиках, поэтому при рассмотрении и анализе явлений и разнообразных объектов окружающего и профессионального мира понятие количества является самым распространенным и востребованным. Для исследования количественных свойств предметов в мире необходимо понимание сущности измерений, счета, величин, единиц измерения, числовых трендов и закономерностей. Существенную часть математической грамотности в области «Количество» составляют знания о числе, умения вычислять, оценивать разумность полученного результата.

*Неопределенность и данные.* В науке, технологии и повседневной жизни неопределенность возникает в результате опросов, научных прогнозов, прогнозов погоды, возникновении природных явлений, экономических ситуаций. Для исследования неопределенности необходимо сформировать умение распознать неопределенность, оценить шансы возникновения того или иного события, понять смысл и количественное выражения возможных вариаций. Ключевыми понятиями в области неопределенности и анализа данных являются представление, интерпретация данных, оценка выводов.

*Изменение и зависимости.* Временные и постоянные зависимости между объектами и обстоятельствами всегда возникают в естественном и воображаемом мире. Для описания и предсказания изменений возникающих зависимостей между объектами и явлениями необходимо уметь распознавать фундаментальные типы изменений и моделировать их с помощью соответствующи-

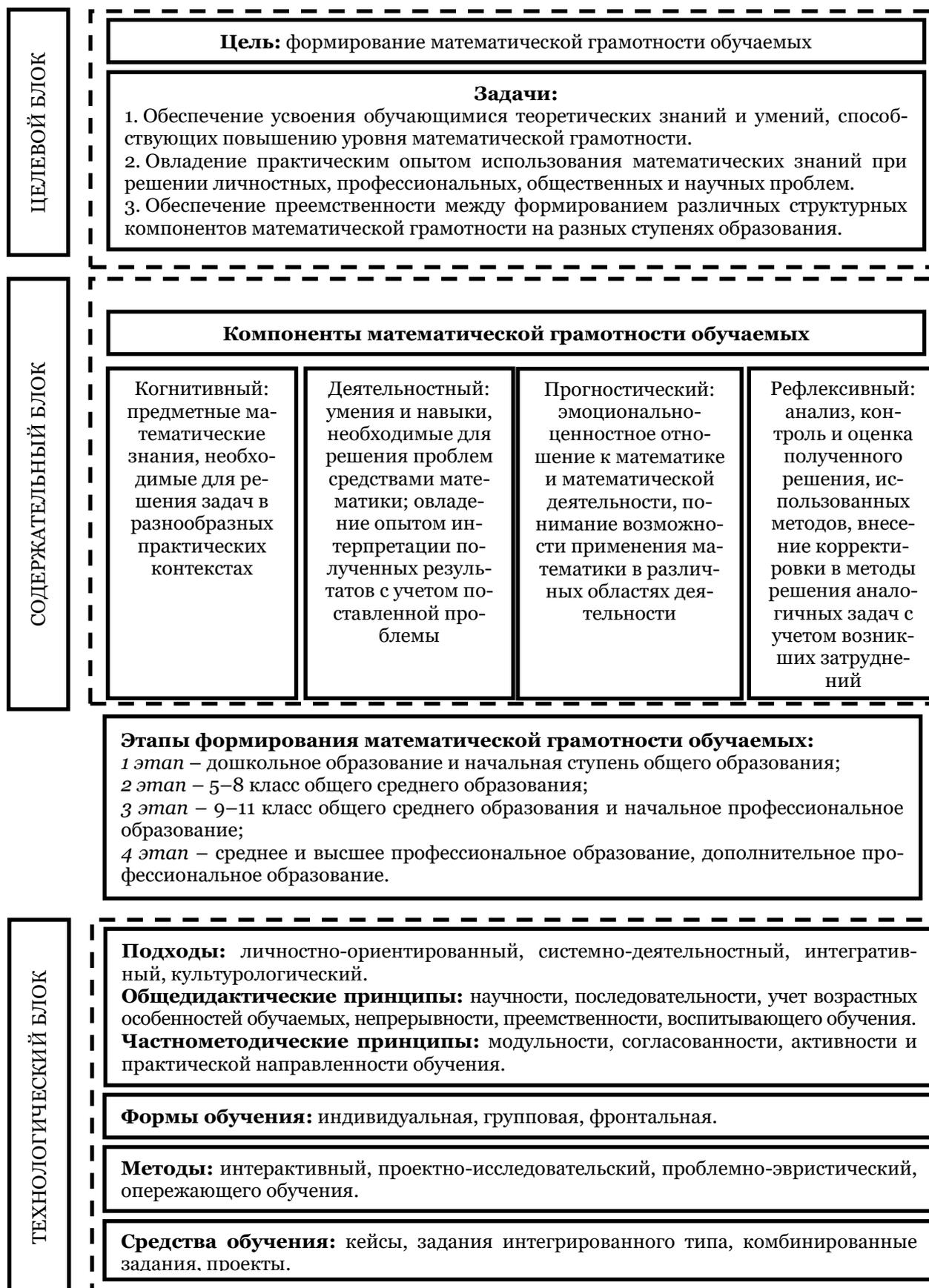
щих функций, уравнений, неравенств, осуществлять интерпретацию и перевод различных форм представления информации (символьной, табличной и графической).

*Пространство и форма.* Для исследования окружающего мира, разнообразных явлений необходимы оценка их расположения и ориентации, изучение свойства объектов при помощи геометрических знаний и пространственных представлений. В данном процессе геометрия служит основным инструментом, привлекая пространственное воображение, измерения и алгебру. Существенную часть математической грамотности в области «Пространство и формы» составляют формулы измерения геометрических величин, понимание схем, чертежей, рисунков, создание и чтение карт, трансформация форм, интерпретация трехмерных изображений, построение фигур.

#### **Изложение основного материала.**

Как показал анализ психолого-педагогических и методических работ, несмотря на разнообразные исследования формирования у обучающихся математической грамотности и значимость проблемы, вопросы ее формирования в процессе обучения математике на всех ступенях обучения (дошкольный, младший школьный возраст, профессиональное и высшее образование) не являлись предметом научно-педагогических исследований.

В связи с вышесказанным становится актуальным создание структурно-логической модели как основы для разработки методики обучения математике, способствующей формированию математической грамотности обучающихся на всех ступенях образования. Структурно-логическая модель содержит четыре взаимосвязанных и взаимообусловленных блока: целевой, содержательный, операциональный и контрольно-результативный (см. рис.).



**Рис. Структурно-логическая модель формирования математической грамотности обучающихся**



**Рис. Структурно-логическая модель формирования математической грамотности обучающихся (окончание)**

Рассмотрим основное содержание блоков, представленных в структурно-логической модели формирования математической грамотности обучаемых.

**Целевой блок** включает в себя цель и задачи формирования математической грамотности обучающихся на разных ступенях образования.

**Содержательный блок** состоит из когнитивного, деятельностного, прогностического и рефлексивного компонентов, а также содержит этапы формирования математической грамотности.

Когнитивный компонент представляет собой комплекс предметных математических знаний, которые необходимо применять в реальной жизни для описания и решения разнообразных практических и профессиональных проблем. Содержание данного компонента определяется Государственным стандартом для каждой ступени обучения. Для формирования математической грамотности обучающиеся должны:

1) знать и правильно употреблять мате-

матические понятия;

2) овладеть математическим языком как для общения с людьми, так и для познания и описания окружающего мира, конструирования и интерпретации простейших математических моделей;

3) усвоить математические теоремы, методы, способы и алгоритмы решения математических задач;

4) знать структуру доказательства (шаги доказательства и аргументы), которые можно рассмотреть при работе с теоремами или задачами на доказательство.

Деятельностный компонент включает умения и навыки, необходимые для решения жизненных и профессиональных проблем при помощи математических фактов, понятий, теорем, методов. Обучающиеся должны уметь:

1) понимать условие задачи, определять ограничения при описании ситуации и при нахождении решения, интерпретировать полученное решение в рамках предложенной ситуации;

2) выбирать, интерпретировать и отбирать примеры, показывающие связь теоретических фактов и понятий с другими предметами и решением жизненных ситуаций и проблем;

3) осознанно применять теорию при решении практических задач;

4) работать с математической информацией, понятиями, утверждениями, умозаключениями, применяя разные способы представления результата: символичный, образно-графический, словесный и кинестетический;

5) интерпретировать и преобразовывать информацию о реальных процессах и явлениях, представленную в таблицах, диаграммах, графиках, схемах;

6) строить и применять математические модели при решении задач;

7) по текстовому и символическому описанию изображать геометрические фигуры;

8) обосновывать выводы или опровергать их.

Прогностический компонент определяется эмоционально-ценностным отношением обучающихся к математике и математической деятельности, пониманием возможности применения математики в различных предметных и профессиональных областях, для решения жизненных проблем. Прогностический компонент содержит представления обучающихся о:

1) прикладных аспектах математики;

2) влиянии математических понятий, фактов, методов и способов решения на социальное развитие общества;

3) гносеологическом характере процесса познания в математике;

4) основных этапах развития математической науки как части мировой культуры;

5) культуре математического мышления и математической деятельности.

Рефлексивный компонент математической грамотности включает умение осуществлять анализ, контроль и оценку полученного решения, использованных математических методов, а также умение вносить коррективы в методы решения аналогичных задач в новых возникших ситуациях. Для развития этого компонента математической грамотности у обучающихся необходимо формировать умения:

1) оценивать результаты вычислений при решении практических задач;

2) выполнять оценку правдоподобности результата, полученного при решении различных видов уравнений, неравенств и их систем в процессе решения задач;

3) выполнять прикидку результата данных или конструируемых числовых выражений;

4) выполнять сравнение числовых дан-

ных в реальных ситуациях;

5) выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях числового ответа задачи;

6) устанавливать зависимость между величинами, представленными в задаче, планировать ход решения задачи;

7) выбирать и объяснять выбор действий при решении задач;

8) оценивать вероятность реальных событий и явлений;

9) оценивать размеры реальных объектов окружающего мира;

10) видеть задачи, имеющие несколько способов решения, недостающие или лишние данные, многозначные задачи;

11) осуществлять саморегуляцию, коррекцию и рефлексию деятельности.

Обучение математике, способствующее формированию математической грамотности, целесообразно разделить на четыре взаимосвязанных этапа. Каждый этап обусловлен соответствующим уровнем образования. Формирование математической грамотности осуществляется циклически – внутри каждого этапа сначала изучаются те знания, которые составляют когнитивный компонент. На каждом следующем этапе расширяется множество объектов, на котором вводится понятие, увеличивается уровень строгости при изучении математических понятий.

Затем у обучаемых формируются умения применять полученные знания в различных практических ситуациях, обговаривается ориентировочная основа действий, необходимая для использования математических понятий, фактов и теорем при решении проблем окружающей жизни и смежных дисциплин. Расширяются области приложения математических знаний при переходе к каждому следующему этапу. Так, на первом этапе формирования математической грамотности основными областями применения математических понятий являются измерение различных величин реальных объектов окружающей жизни (длин, площадей, объемов, масс), изучаемые знания в рамках содержательно-методической линии «Числа» целесообразно использовать при моделировании ситуаций простейших покупок.

На втором этапе основной областью применения геометрических понятий и тем является измерение на местности недоступных объектов, основываясь на свойствах подобных фигур. Для решения жизненных проблем, а также в смежных областях – в химии – возможно осуществить применение понятий и формул, изучаемых в рамках содержательно-методической линии «Проценты». В предметных результатах при усвоении содержательно-методической линии «Уравнения и неравенства» на данном этапе

необходимо выделить умения выбирать уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели рассматриваемой реальной ситуации или прикладной задачи из профессиональной области, например, задачи о вкладах и кредитах в банковской сфере; умения осуществлять выбор графика реальной зависимости, модели или процесса по его характеристикам.

На третьем этапе происходит усложнение задач, которые применялись для описания и решения жизненных и профессиональных проблем и при изучении смежных дисциплин. Например, иллюстрация применения производной при нахождении экстремальных значений при расчете кредитов и вкладов в банковской сфере, при рассмотрении равномерных процессов, равнопеременных, непрерывных, но с постоянно меняющейся скоростью в физике и химии. Также на данном этапе используются знания, изучаемые в содержательно-методической линии «Производная» и при построении графиком функций, описывающих реальные ситуации окружающей жизни. Понятия и формулы, изучаемые в содержательно-методической линии «Определенный интеграл», используются для нахождения площади фигуры.

На четвертом этапе формирования математической грамотности происходит применение усвоенных знаний и умений на предыдущих этапах в конкретной выбранной профессиональной области.

На каждом этапе нужно формировать у обучающихся положительную мотивацию к изучению математики и применению полученных знаний и умений, ценностное отношение к математической деятельности через придание личностного смысла математическим заданиям. Математические упражнения, проблемы, возникающие в ходе решения математических задач, должны быть связаны со сферой интересов и потребностей обучающихся, необходимо иллюстрировать ценность математических знаний и умений в учебной и внеучебной деятельности.

Технологический блок структурно-логической модели процесса формирования математической грамотности включает методологические подходы, общедидактические и частнометодические принципы обучения, формы, методы и средства. В основе процесса обучения, способствующего формированию математической грамотности, положены теоретико-методологические принципы личностно-ориентированного, системно-деятельностного, интегративного и культурологического подходов. В результате анализа и обобщения дидактических принципов (научности, последовательности, учета возрастных особенностей обучающихся, не-

прерывности, преемственности, воспитывающего обучения) построения содержания образования, а также с учетом специфики процесса формирования математической грамотности у обучаемых были выделены частнометодические принципы, которые обуславливают конструирование содержания обучения математике и организацию данного процесса:

1. Принцип модульности предполагает выделение основных модулей и алгоритмов, которые необходимо изучить внутри каждого этапа формирования математической грамотности.

2. Принцип согласованности заключается в согласовании уровней строгости изучения математических понятий и фактов с этапами формирования математической грамотности, в установлении внутрипредметных и межпредметных знаний пройденной теории.

3. Принцип активности и практической направленности обучения предполагает целенаправленное включение заданий, которые связывают математические объекты и изучаемые понятия с решением проблем окружающей жизни и сферой деятельности обучающихся, открытие математических фактов в активной деятельности.

В качестве основных средств обучения в процессе формирования математической грамотности у обучающихся были выбраны средства, направленные на интеграцию, систематизацию и применение полученных математических знаний и умений в частично-поисковой и творческой математической деятельности, на приобретение опыта разрешения проблемных ситуаций средствами математики: кейсы, задания интегрированного типа, комбинированные задания и проекты.

Критерии и показатели для определения уровня сформированности каждого компонента математической грамотности представлены в контрольно-результативном блоке структурно-логической модели. Контроль и оценка сформированности каждого компонента служат не только для определения уровня достижения требуемых результатов, но и для формирования рефлексивного компонента математической грамотности при оценивании своей деятельности обучаемым и деятельности своих товарищей. Контрольно-оценочный блок также используется для планирования обратной связи между объектами образовательного процесса.

Показателями когнитивного критерия являются объем усвоенных знаний и их осмысленность. Коэффициент этого показателя ( $K_i$ ) равен отношению количества усвоенных элементов знаний, математических алгоритмов к имеющимся в содержании

учебного материала на каждом этапе формирования математической грамотности, то есть к количеству элементов знаний и математических алгоритмов в эталоне. Осмысленность приобретенных знаний характеризуется умением учащихся применять знания и изученные алгоритмы для решения задач и упражнений. Коэффициент этого показателя ( $K_2$ ) равен отношению правильно решенных задач и упражнений ко всем предъявленным в контрольной диагностике.

Показателем сформированности деятельностного компонента являются степень самостоятельности применения математического инструментария для решения повседневных и профессиональных проблем, задач из других дисциплин ( $D_1$  – отношение самостоятельно решенных заданий к числу всех заданий) и глубина сформированности умения интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы ( $D_2$  – отношение правильно записанных ответов к числу всех ответов).

Показателем сформированности прогностического компонента математической грамотности служит степень развития мотивации к специальной математической подготовке для успешного осуществления профессиональной деятельности. Обучающимся предлагалось выполнить следующие действия в ходе реализации математических проектов: охарактеризовать этапы открытия выбранного математического понятия, проиллюстрировать прикладной аспект изучаемой темы, объяснить влияние изученных фактов для развития науки и общества, составить рецензию на ответ товарища, оценив культуру его математической деятельности. Коэффициент этого показателя ( $\Pi$ ) равен отношению степени активности и успешности выполненных действий к числу всех действий в проекте.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеева, Е. Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности / Е. Е. Алексеева // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 4 (83). – С. 214-218. – DOI: 10.24411/1991-5497-2020-00735.
2. Батчаева, П. А.-Ю. Устные упражнения как одно из средств формирования математической культуры учащихся V–IX классов : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Батчаева Павлина Абу-Юсуфовна. – Астрахань, 2010. – 23 с.
3. Валеев, И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И. И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353-360. – DOI: 10.25683/VOLBI.2020.53.417.
4. Воронина, Л. В. Формирование математической культуры у младших школьников / Л. В. Воронина // Актуальные проблемы математики и методики ее преподавания : материалы Международной научно-практической конференции, Саранск, 28–29 марта 2018 года. – Саранск : Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева, 2018. – С. 12-18.
5. Гордеева, Н. О. К вопросу о понятиях «культура» и «математическая культура» / Н. О. Гордеева, Е. Н. Манаева, И. М. Примак // NovaInfo.Ru. – 2016. – Т. 4, № 47. – С. 244-249.
6. Евтыхова, Н. М. К вопросу о функциональной математической грамотности будущего учителя начальных классов / Н. М. Евтыхова, – Текст : электронный // Концепт. – 2015. – Т. 9. – С. 81-85. – URL: <http://e-koncept.ru/2015/95033.htm>.
7. Иванова, Т. А. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности / Т. А. Иванова, О. В. Симонова // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2009. – № 1-1. – С. 125-129.

Показателем сформированности рефлексивного компонента является степень сформированности умения осуществлять целеполагание, планирование и прогнозирование математической деятельности, применять математические знания и алгоритмы в нестандартных ситуациях, выполнять самостоятельный поиск математических решений на основе преобразования освоенных знаний, находить оригинальные математические способы решения в нестандартных ситуациях. Коэффициент этого показателя ( $P$ ) равен отношению количества правильно и полно осуществленных переносов известных алгоритмов в новые нестандартные условия к количеству всех заданий.

Степень сформированности математической грамотности отражает интегрированный показатель ( $MГ$ ), учитывающий степень сформированности каждого компонента. Для определения этого показателя используется формула:  $MГ = \frac{K_1 + K_2 + D_1 + D_2 + \Pi + P}{6} \cdot 100\%$ .

На основании значения показателя  $MГ$  выделены уровни сформированности математической грамотности: критический ( $MГ < 20$ ), репродуктивно-алгоритмический ( $20 \leq MГ < 50$ ), конструктивно-технологический ( $50 \leq MГ < 80$ ), продуктивный ( $MГ \geq 80$ ).

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Созданная структурно-логическая модель позволит разработать методику обучения математике на каждом уровне образования, применение которой обеспечит поэтапное формирование математической грамотности и позволит выстраивать индивидуальные образовательные маршруты при целевом формировании у обучающихся функциональной математической грамотности на каждом этапе.

8. Ившина, Г. В. Развитие математической культуры средствами информационных и коммуникационных технологий в обучении студентов гуманитарного профиля / Г. В. Ившина, К. К. Исмагилова. – Казань : ООО «Центр инновационных технологий», 2010. – 164 с.
9. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021. – URL: <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный.
10. Концепция развития математического образования в Российской Федерации : утв. распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р. – URL: <http://base.garant.ru/70552506>. – Текст : электронный.
11. Леонтьев, А. А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / А. А. Леонтьев ; сост., предисл., комм. Д. А. Леонтьева. – М. : Смысл, 2016. – 528 с.
12. Лукичева, Е. Ю. Математическая грамотность: обзор понятия и методики формирования / Е. Ю. Лукичева // Непрерывное образование. – 2020. – № 3 (33). – С. 46-53.
13. Маманова, А. К. Методические особенности формирования математической грамотности школьников средствами преподавания математики и физики / А. К. Маманова, Е. А. Менебаева // Актуальные вопросы педагогики : сборник статей IV Международной научно-практической конференции, Пенза, 20 декабря 2020 года. – Пенза : Наука и Просвещение (ИП Гуляев Г. Ю.), 2020. – С. 55-57.
14. Насыпаная, В. А. Математическая культура учащихся: основные характеристики, функции и компоненты / В. А. Насыпаная. – Текст : электронный // Аспекты и тенденции педагогической науки : материалы II Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, июль 2017 г.). – СПб. : Своё издательство, 2017. – С. 42-45. – URL: <https://moluch.ru/conf/ped/archive/216/12743/> (дата обращения: 03.07.2021).
15. Нахман, А. Д. Индикаторы математической грамотности обучающихся / А. Д. Нахман // Вопросы педагогики. – 2021. – № 4-1. – С. 234-239.
16. Панцева, Е. Ю. Математическая культура – аспект профессиональной культуры / Е. Ю. Панцева // Концепт. – 2014. – Т. 20. – С. 1496-1500.
17. Перминова, Л. М. Формирование функциональной грамотности учащихся: культурологический подход : учебно-методическое пособие / Л. М. Перминова ; Департамент образования города Москвы, Московский ин-т открытого образования. – М. : [б. и.], 2009. – 131 с.
18. Подлипский, О. К. Функциональная грамотность как направление развития математического образования в школе / О. К. Подлипский // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 6 (85). – С. 104-106. – DOI: 10.24412/1991-5500-2020-685-104-106.
19. Рослова, Л. О. Содержание математического образования в контексте формирования функциональной математической грамотности / Л. О. Рослова, М. А. Бачурина // Образовательное пространство в информационную эпоху – 2019 : материалы Международной научно-практической конференции, Москва, 04–06 июня 2019 года / под редакцией С. В. Ивановой. – М. : Институт стратегии развития образования Российской академии образования, 2019. – С. 1054-1068.
20. Рыдзе, О. А. Преемственность в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и основной школы / О. А. Рыдзе, К. А. Краснянская // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1, № 4 (61). – С. 146-158.
21. Семенова, И. Н. К вопросу о входном контроле для определения уровней подготовки обучающихся пятых классов к формированию функциональной математической грамотности / И. Н. Семенова, С. А. Чигвинцева // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2020. – № 4 (48). – С. 93-99.
22. Симоновская, Г. А. Математическая грамотность школьника как компонент функциональной грамотности / Г. А. Симоновская // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2020. – № 4 (20). – С. 40-45. – DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-40-45.
23. Федеральный государственный образовательный стандарт дошкольного образования. – URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный.
24. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. – URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный.
25. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный.
26. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. – URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный.
27. Функциональная грамотность младшего школьника : книга для учителя / Н. Ф. Виноградова, Е. Э. Кочурова, М. И. Кузнецова [и др.]. – М. : Российский учебник ; Вентана-Граф, 2018. – 288 с. – (Успешный педагог XXI века).
28. Чернякова, Н. С. Формирование математической культуры младших школьников в рамках компетентностной модели образования / Н. С. Чернякова // Вестник ГОУ ДПО ТО «ИПК и ППРО ТО». Тульское образовательное пространство. – 2016. – № 1. – С. 107-111.

## REFERENCES

1. Alekseeva, E. E. (2020). Metodicheskie osobennosti formirovaniya matematicheskoi gramotnosti uchaschchikhsya kak sostavlyayushchei funktsional'noi gramotnosti [Methodological Features of the Formation of Mathematical Literacy of Students as a Component of Functional Literacy]. In *Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya*. No. 4 (83), pp. 214-218. DOI: 10.24411/1991-5497-2020-00735.
2. Batchaeva, P. A.-Yu. (2010). *Ustnye uprazhneniya kak odno iz sredstv formirovaniya matematicheskoi kul'tury uchaschchikhsya V–IX klassov* [Oral Exercises as One of the Means of Forming the Mathematical Culture of Students in Grades V–IX]. Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Astrakhan. 23 p.
3. Valeev, I. I. (2020). Funktsional'naya matematicheskaya gramotnost' kak osnova formirovaniya i razvitiya matematicheskoi kompetentsii [Functional Mathematical Literacy as the Basis for the Formation and Develop-

ment of Mathematical Competence]. In *Biznes. Obrazovanie. Pravo*. No. 4 (53), pp. 353-360. DOI: 10.25683/VOLBI.2020.53.417.

4. Voronina, L. V. (2018). Formirovanie matematicheskoi kul'tury u mladshikh shkol'nikov [Formation of Mathematical Culture among Elementary School Students]. In *Aktual'nye problemy matematiki i metodiki ee prepodavaniya: materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Saransk, 28–29 marta 2018 goda*. Saransk, Mordovskii gosudarstvennyi pedagogicheskii institut imeni M.E. Evsev'eva, pp. 12-18.

5. Gordeeva, N. O., Manaeva, E. N., Primak, I. M. (2016). K voprosu o ponyatiyakh «kul'tura» i «matematicheskaya kul'tura» [On the Question of the Concepts of “Culture” and “Mathematical Culture”]. In *NovayaInfo.Ru*. Vol. 4. No. 47, pp. 244-249.

6. Evtykhova, N. M. (2015). K voprosu o funktsional'noi matematicheskoi gramotnosti budushchego uchitel'ya nachal'nykh klassov [On the Question of Functional Mathematical Literacy of the Future Teacher of Early Classes]. In *Kontsept*. Vol. 9, pp. 81-85. URL: <http://e-koncept.ru/2015/95033.htm>.

7. Ivanova, T. A., Simonova, O. V. (2009). Struktura matematicheskoi gramotnosti shkol'nikov v kontekste formirovaniya ikh funktsional'noi gramotnosti [The Structure of Mathematical Literacy of Schoolchildren in the Context of the Formation of Their Functional Literacy]. In *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta*. No. 1-1, pp. 125-129.

8. Ivshina, G. V., Ismagilova, K. K. (2010). *Razvitie matematicheskoi kul'tury sredstvami informatsionnykh i kommunikatsionnykh tekhnologii v obuchenii studentov gumanitarnogo profilya* [Development of Mathematical Culture by Means of Information and Communication Technologies in Teaching Humanitarian Students]. Kazan, OOO «Tsentr innovatsionnykh tekhnologii». 164 p.

9. *Kontseptsiya napravleniya «matematicheskaya gramotnost'» issledovaniya PISA-2021* [The Concept of the Direction “Mathematical Literacy” of the PISA-2021 Research]. URL: <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978> (mode of access: 13.07.2021).

10. *Kontseptsiya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiiskoi Federatsii* [The Concept of the Development of Mathematics Education in the Russian Federation]. URL: <http://base.garant.ru/7052506>.

11. Leont'ev, A. A. (2016). *Pedagogika zdravogo smysla. Izbrannye raboty po filosofii obrazovaniya i pedagogicheskoi psikhologii* [Common Sense Pedagogy. Selected Works on Philosophy of Education and Educational Psychology]. Moscow, Smysl. 528 p.

12. Lukicheva, E. Yu. (2020). Matematicheskaya gramotnost': obzor ponyatiya i metodiki formirovaniya [Mathematical Literacy: an Overview of the Concept and Methods of Formation]. In *Nepreryvnoe obrazovanie*. No. 3 (33), pp. 46-53.

13. Mamanova, A. K., Menebaeva, E. A. (2020). Metodicheskie osobennosti formirovaniya matematicheskoi gramotnosti shkol'nikov sredstvami prepodavaniya matematiki i fiziki [Methodological Features of the Formation of Mathematical Literacy of School Students by Means of Teaching Mathematics and Physics]. In *Aktual'nye voprosy pedagogiki: sbornik statei IV Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Penza, 20 dekabrya 2020 goda*. Penza, Nauka i Prosveshchenie (IP Gulyaev G. Yu.), pp. 55-57.

14. Nasypanaya, V. A. (2017). Matematicheskaya kul'tura uchashchikhsya: osnovnye kharakteristiki, funktsii i komponenty [Mathematical Culture of Students: Main Characteristics, Functions and Components]. In *Aspekty i tendentsii pedagogicheskoi nauki: materialy II Mezhdunar. nauch. konf. (g. Sankt-Peterburg, iyul' 2017 g.)*. Saint Petersburg, Svoe izdatel'stvo, pp. 42-45. URL: <https://moluch.ru/conf/ped/archive/216/12743/> (mode of access: 03.07.2021).

15. Nakhman, A. D. (2021). Indikatory matematicheskoi gramotnosti obuchayushchikhsya [Indicators of Mathematical Literacy of Students]. In *Voprosy pedagogiki*. No. 4-1, pp. 234-239.

16. Pantseva, E. Yu. (2014). Matematicheskaya kul'tura – aspekt professional'noi kul'tury [Mathematical Culture – an Aspect of Professional Culture]. In *Kontsept*. Vol. 20, pp. 1496-1500.

17. Perminova, L. M. (2009). *Formirovanie funktsional'noi gramotnosti uchashchikhsya: kul'turologicheskii podkhod* [Formation of Functional Literacy of Students: a Culture-Based Approach]. Moscow. 131 p.

18. Podlipsky, O. K. (2020). Funktsional'naya gramotnost' kak napravlenie razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v shkole [Functional Literacy as a Direction for the Development of Mathematics Education at School]. In *Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya*. No. 6 (85), pp. 104-106. DOI: 10.24412/1991-5500-2020-685-104-106.

19. Roslova, L. O., Bachurina, M. A. (2019). Soderzhanie matematicheskogo obrazovaniya v kontekste formirovaniya funktsional'noi matematicheskoi gramotnosti [The Content of Mathematical Education in the Context of the Formation of Functional Mathematical Literacy]. In Ivanova, S. V. (Ed.). *Obrazovatel'noe prostranstvo v informatsionnuyu epokhu – 2019: materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Moskva, 04–06 iyunya 2019 goda*. Moscow, Institut strategii razvitiya obrazovaniya Rossiiskoi akademii obrazovaniya, pp. 1054-1068.

20. Ryzde, O. A., Krasnyanskaya, K. A. (2019). Preemstvennost' v formirovanii matematicheskoi funktsional'noi gramotnosti uchashchikhsya nachal'noi i osnovnoi shkoly [Continuity in the Formation of Mathematical Functional Literacy of Primary and Secondary School Students]. In *Otechestvennaya i zarubezhnaya pedagogika*. Vol. 1. No. 4 (61), pp. 146-158.

21. Semenova, I. N., Chigvintseva, S. A. (2020). K voprosu o vkhodnom kontrole dlya opredeleniya urovnei podgotovki obuchayushchikhsya pyatykh klassov k formirovaniyu funktsional'noi matematicheskoi gramotnosti [On the Issue of Entrance Control to Determine the Training Levels of Fifth Grade Students for the Formation of Functional Mathematical Literacy]. In *Vestnik Shadrinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*. No. 4 (48), pp. 93-99.

22. Simonovskaya, G. A. (2020). Matematicheskaya gramotnost' shkol'nika kak komponent funktsional'noi gramotnosti [Mathematical Literacy of a School Student as a Component of Functional Literacy]. In *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*. No. 4 (20), pp. 40-45. DOI: 10.24888/2500-1957-2020-4-40-45.

23. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart doskol'nogo obrazovaniya* [Federal State Educational Standard of Preschool Education]. URL: <https://fgos.ru> (mode of access: 13.07.2021).
24. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart nachal'nogo obshchego obrazovaniya* [Federal State Educational Standard for Primary General Education]. URL: <https://fgos.ru> (mode of access: 13.07.2021).
25. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart osnovnogo obshchego obrazovaniya* [Federal State Educational Standard for Basic General Education]. URL: <https://fgos.ru> (mode of access: 13.07.2021).
26. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart srednego obshchego obrazovaniya* [Federal State Educational Standard of Secondary General Education]. URL: <https://fgos.ru> (mode of access: 13.07.2021).
27. Vinogradova, N. F., Kochurova, E. E., Kuznetsova, M. I. et al. (2018). *Funktsional'naya gramotnost' mladshogo shkol'nika* [Functional Literacy of Junior Schoolchildren]. Moscow, Rossiiskii uchebnyk, Ventana-Graf. 288 p.
28. Chernyakova, N. S. (2016). Formirovanie matematicheskoi kul'tury mladshikh shkol'nikov v ramkakh kompetentnostnoi modeli obrazovaniya [Formation of Mathematical Culture of Elementary School Students within the Framework of the Competence Model of Education]. In *Vestnik GOU DPO TO «IPK i PPRO TO». Tul'skoe obrazovatel'noe prostranstvo*. No. 1, pp. 107-111.