



TITLE:

# Studies on Implicit Graph Enumeration Using Decision Diagrams( Abstract\_要旨 )

AUTHOR(S):

Nakahata, Yu

---

CITATION:

Nakahata, Yu. Studies on Implicit Graph Enumeration Using Decision Diagrams. 京都大学, 2021, 博士(情報学)

ISSUE DATE:

2021-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k23548>

RIGHT:

( 続紙 1 )

京都大学	博士 (情報学)	氏名	中畑 裕
論文題目	Studies on Implicit Graph Enumeration Using Decision Diagrams (決定グラフを用いた暗黙的グラフ列挙に関する研究)		
(論文内容の要旨)			
<p>グラフは最も基本的な離散構造の1つであり、実世界の様々なネットワーク構造を数学的にモデル化するために広く使われている。与えられたグラフの中に内包されている部分グラフを解析することは、グラフに関する多くの組合せ問題を深く理解するために重要である。近年、Decision Diagram (決定グラフ) と呼ばれる圧縮データ構造の技法が進展しており、従来、陽に列挙することが不可能だった膨大な個数の組合せ集合データを、圧縮して暗黙的に効率よく表現することが可能となってきている。この技法を用いて、グラフに含まれる膨大な個数の部分グラフをDecision Diagramにより暗黙的に列挙することで、グラフに関する様々な問題の厳密解を高速に求めることや、解の個数を厳密に数え上げることが可能となる。本論文は、Decision Diagramを用いた部分グラフ列挙の技法について、いくつかの暗黙的列挙アルゴリズムを提案し、それらのアルゴリズムの計算量を理論的に見積もるとともに実験的に効率を評価したものであり、全7章から構成されている。</p> <p>第1章は序論であり、技術的な背景と関連技術について概観したのちに、本論文での主たる研究成果の内容を簡潔にまとめ、その章構成について述べたものである。</p> <p>第2章では、本論文の背景的知識として、グラフ構造に関する記法を確認した後、本論文で主に扱うDecision Diagramの一種であるZDD (Zero-suppressed Binary Decision Diagram; ゼロサプレス型二分決定グラフ) に関する基本事項について述べ、さらにZDDを構築するための基本的な枠組みとして知られている「フロンティア法」について説明している。フロンティア法はグラフが内包する部分グラフを全列挙するZDDを構築する手法であり、本研究で提案するアルゴリズムのベースとなっているものである。</p> <p>第3章では、本論文で扱う最初の課題である避難所割当て問題について論じている。この問題は、複数の避難所が配置されている都市において、都市内の各領域の住民がどの避難所に避難するかという避難所割当てを行う問題であり、都市内の道路の交差点がグラフの頂点、道路がグラフの辺としてモデル化される。各避難所には収容できる最大人数 (容量) の制約があり、さらに避難所までの時間や距離の制約がある。また避難誘導の観点からは複数の避難路が交差しないことが求められる。この問題に対しては、ZDDを用いた効率の良い手法がすでに提案されているが、既存手法ではグラフの構造がグリッド (格子) グラフに限定されていた。グリッドグラフでは各領域の避難路が交差しないという制約を扱うことは比較的容易であるが、一般のグラフでは自明ではない。本論文では領域の凸性の定義を一般化することで、避難路が交差しないための妥当な領域の形状を定義し、グリッドグラフに限定しない一般のグラフに対して、凸な領域への分割パターンを効率よく列挙するアルゴリズムを提案している。提案アルゴリズムを実装し、その効率を現実世界の地図グラフを用いた実験により確かめた結果が報告されている。</p> <p>第4章では、バランスの良いグラフ分割を行う問題について論じている。避難所割当て問題や、選挙区割り問題などの応用では、各領域の人口のバランスを調整する必要がある。グラフの頂点または辺に重みが与えられている場合に、グラフを複数の連結成分に分割し、各連結成分の頂点また辺の重みの総和が一定の範囲に入るような分割を求める問題は、多くの応用があり重要な問題と言える。本論文では、各連結成分の重みの総和が指定された値以上であるようなグラフ分割を列挙するアルゴリズムを提案している。提案アルゴリズムはZDDだけでなくTDD (Ternary Decision Diagram;</p>			

三分決定グラフ)を併用することでZDDだけでは実現困難に思われる操作を実現している。アルゴリズムの理論的な計算量について論じるとともに、実験により、提案アルゴリズムが既存の最先端の手法より数十倍高速に動作することを示している。

第5章では、ZDDで列挙できる部分グラフの種類を拡大する方法について論じている。2章で説明した既存のフロンティア法では、各頂点の次数と頂点同士の連結性によって特徴づけできる部分グラフ(例えば、パス、サイクル、全域木、クリーク、マッチングなど)を効率的に列挙できることが知られていた。本論文では、グラフの「禁止マイナー制約」による特徴づけに注目し、そのような特徴づけを持つ部分グラフを列挙する方法を提案している。マイナーとは、グラフを縮退させて得られる部分グラフのことを指し、禁止マイナー制約とはそのような部分グラフを含まないという制約条件である。禁止マイナー制約で特徴づけ可能なグラフとしては、平面的グラフ、外平面的グラフ、直並列グラフ、カクタスグラフなどが挙げられる。本論文ではマイナーの特殊ケースである「トポロジカルマイナー」を列挙するアルゴリズムを新たに提案し、これを用いて一部の禁止マイナー制約で特徴づけられる部分グラフを全列挙することが可能になることを示した。本手法を用いてグラフに含まれる平面的な部分グラフを全列挙するアルゴリズムを実装し、実験により、提案アルゴリズムが愚直なバックトラック法より最大で約10万倍高速に、与えられたグラフのすべての平面的部分グラフを見つけられることを報告している。

第6章では、本論文で扱う最後の課題として、ZDDをさらに拡張したZSDD (Zero-suppressed Sentential Decision Diagram; ゼロサプレス型項分岐決定グラフ)について論じている。ZSDDはZDDを一般化したデータ構造であり、同じ集合族を表すときにZDDより十分小さく表現できる可能性がある。しかし部分グラフ集合を表すZSDDを効率よく構築するアルゴリズムは、これまではマッチングとパスに対して個別に設計されたアルゴリズムしか知られておらず、統一的な枠組みは整備されていなかった。本論文では、ZSDD構築のための新たな枠組みを提案している。本手法により、マッチング、パス、サイクル、全域木など様々な部分グラフを統一的に扱うことが可能であることを示し、構築されたZSDDのサイズが入力グラフの「枝幅」と呼ばれる指標によって上限を抑えられることを示している。さらに、アルゴリズムを実装し、実験を行うことにより、同じ部分グラフ集合に対して提案法がZDDよりも高速に、より小さなZSDDを構築できることを示している。

第7章は結論であり、本論文における研究成果を総括した上で、未解決問題および今後の研究の方向性について述べている。

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、本論文は、Decision Diagram (決定グラフ) を用いたグラフ列挙の技法において、互いに関連する4つの課題を設定し、それらの課題に対して暗黙的な全列挙アルゴリズムを新規に提案し、提案アルゴリズムに関する理論的解析と実験的な評価を行った研究をまとめたものである。主要な成果は以下の通りである。

(1) 避難所割当て問題における一般グラフに適用可能な全列挙手法の提案

この問題に対しては、ZDD (ゼロサプレス型二分決定グラフ) を用いて暗黙的列挙を行う既存手法が知られているが、既存手法ではグラフの構造がグリッド (格子) グラフに限定されていた。本論文では領域の凸性の定義を一般化することで、妥当な領域の形状を定義し、一般のグラフに対して凸な領域への分割パターンを効率よく列挙するアルゴリズムを提案した。さらに提案アルゴリズムの効率を現実世界の地図グラフを用いた実験により確認した。

(2) バランスのよいグラフ分割の問題に対する全列挙アルゴリズムの提案

各連結成分の重みの総和が指定された値以上であるようなグラフ分割を全列挙するアルゴリズムを提案した。提案アルゴリズムは、ZDDだけでなくTDD (三分決定グラフ) を併用することで、ZDDだけでは実現困難と思われる操作を実現している。実験により、提案アルゴリズムが既存の最先端の手法より数十倍高速に動作することを示した。

(3) 禁止マイナー制約で特徴づけられる部分グラフを全列挙する手法の提案

グラフに含まれる「トポロジカルマイナー」を暗黙的に全列挙するアルゴリズムを新たに提案し、これを用いて既存手法では扱えなかった「禁止マイナー制約」で特徴づけられる部分グラフを全列挙することを可能にした。本手法を用いて、グラフに含まれる平面的な部分グラフを全列挙するアルゴリズムを実装し、実験により、愚直なバックトラック法より最大で約10万倍高速に、平面的な部分グラフを全列挙できることを示した。

(4) ZDDを拡張したZSDDを用いて部分グラフを全列挙する統一的枠組みの提案

ZSDD (ゼロサプレス型項分岐決定グラフ) を暗黙的グラフ列挙に使用するアルゴリズムに関しては、統一的な枠組みはこれまで整備されていなかった。本論文では、マッチング、パス、サイクル、全域木など様々な種類の部分グラフを統一的に扱えるアルゴリズムの枠組みを提案し、構築されたZSDDのサイズが入力グラフの「枝幅」と呼ばれる指標で抑えられることを理論的に示した。提案アルゴリズムを実装し、ZDDを用いる方法よりも高速に、より小さなZSDDを構築できることを実験的に示した。

以上、本論文は、グラフアルゴリズムの分野において、部分グラフの暗黙的列挙の技法に関するいくつかの課題を設定し、それぞれについて新規のアルゴリズムを提案し、理論的および実験的にその有効性を評価したものであって、学術上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士 (情報学) の学位論文として価値あるものと認める。

また、令和3年7月21日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。