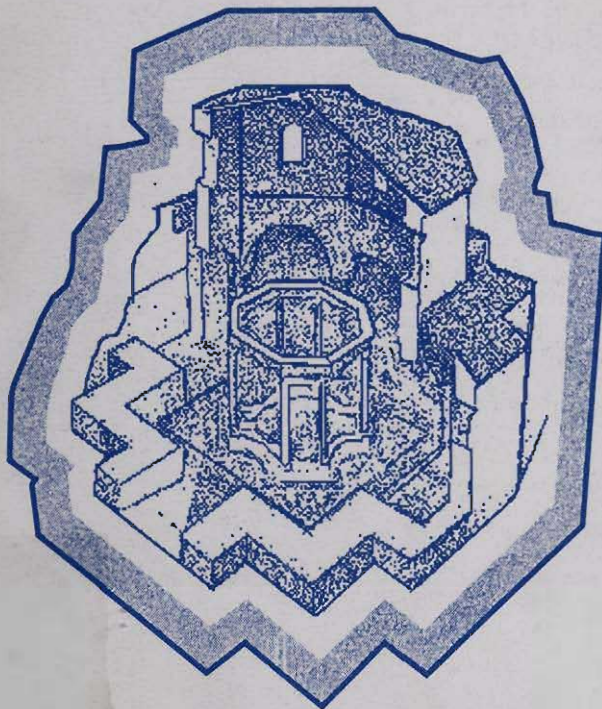


Diseño estructural

Unidad 4

Francisco Robles F. V.
Rafael García Gama



AM
A658
6.23
4

217561
C.B. 2893196

Diseño estructural

Unidad 4

Francisco Robles F. V.
Rafael García Gama



2893196

UAM-AZCAPOTZALCO

RECTORA

Mtra. Mónica de la Garza Malo

SECRETARIO

Lic. Guillermo Ejea Mendoza

COORDINADOR DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA

Lic. Enrique López Aguilar

JEFA DE LA SECCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DISTRIBUCIÓN EDITORIALES

Lic. Silvia Aboytes Perete

080
TA 658

R 6.23

V. 11

ISBN: 970-654-572-7

© UAM-Azcapotzalco

Francisco Robles F. V.

Rafael García Cama.

Corrección:

Marisela Juárez Capistrán

Ilustración de Portada y Gráficos:

Consuelo Quiroz Reyes

Diseño de Portada:

Modesto Serrano Ramírez

Universidad Autónoma Metropolitana

Unidad Azcapotzalco

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas

Deleg. Azcapotzalco, C.P. 02200

México, D.F.

Sección de producción

y distribución editoriales

tel 5318-9222/9333. Fax 5318-9222

2a edición, 2000

Impreso en México

DISEÑO ESTRUCTURAL

UNIDAD 4

ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS: EJEMPLOS DE ANÁLISIS DE ACCIO- NES, LÍNEAS DE INFLUENCIA

F. Robles F.-V. *

R. García Gama **

PROPÓSITO

Ilustrar el análisis del equilibrio de estructuras sujetas a distintos tipos de acciones.

OBJETIVOS

1. Dada una estructura, cuantificar las cargas gravitacionales que actúan sobre sus distintos componentes ("bajada de cargas").
2. Analizar el equilibrio de muros sometidos a fuerzas horizontales debidas al viento, al empuje del suelo o a empujes hidrostáticos.
3. Determinar las líneas de influencia de reacciones, fuerzas cortantes y momentos de vigas isostáticas.
4. Analizar los efectos de cargas móviles sobre vigas isostáticas por medio de líneas de influencia.

* Profesor Titular del Departamento de Materiales

** Ayudante del Departamento de Materiales

5. Determinar el momento máximo absoluto que puede producir un tren de cargas móviles sobre una viga libremente apoyada.

UNIDAD 4

ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS: EJEMPLOS DE ANÁLISIS DE ACCIONES, LÍNEAS DE INFLUENCIA

4. ANÁLISIS DE ACCIONES

La determinación de las acciones o cargas y de sus efectos sobre las estructuras es uno de los principales aspectos del proceso de diseño. En las siguientes secciones se presentan algunos ejemplos sencillos de análisis de cargas y del equilibrio de estructuras bajo la acción de estas cargas. En primer lugar se considera la forma de cuantificar la magnitud de las cargas gravitacionales que actúan sobre los diversos componentes de una estructura. Después se presentan algunos ejemplos que ilustran la cuantificación de las fuerzas horizontales debidas al empuje de suelos o del viento, y a empujes hidrostáticos, así como el análisis del equilibrio de estructuras sujetas a estas fuerzas como son los muros de distintos tipos. No se considerarán aquí las fuerzas horizontales debidas a sismo, cuyas características se reseñaron brevemente en la Unidad 3. Por último se presentan algunas nociones introductorias sobre el uso de líneas de influencia para analizar el efecto de cargas móviles sobre las vigas.

4.1 ANÁLISIS DE CARGAS GRAVITACIONALES ("BAJADA DE CARGAS")

En muchas estructuras las cargas gravitacionales (las debidas a la gravedad) o cargas verticales, como también se llaman, son las acciones predominantes. La carga gravitacional son de dos tipos: la carga muerta, que es una acción permanente, y la carga viva, que es una acción variable.

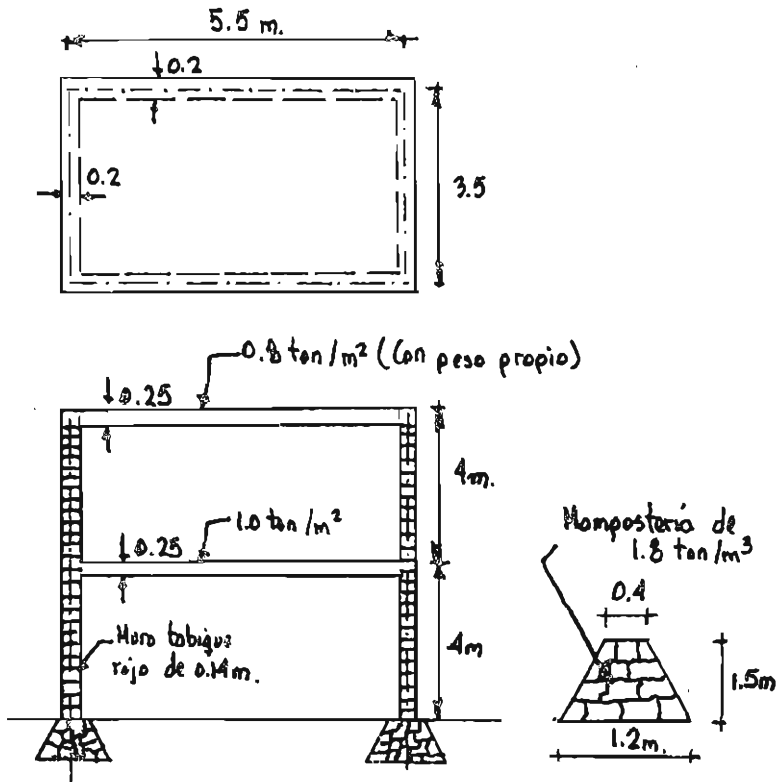
Los análisis de cargas gravitacionales pueden hacerse: a) por áreas tributarias de los elementos estructurales considerados, b) determinando reacciones de los elementos estructurales, suponiendo que son isostáticos, y c) recurriendo a un análisis que considere los efectos de la continuidad. En este caso nos limitaremos a los dos primeros métodos, cuya aplicación requiere conocimientos de estática únicamente. Debe tenerse en cuenta que, en algunos casos, sobre todo en el de estructuras hiperestáticas, estos métodos conducen a resultados demasiado toscos.

Los ejemplos que se acompañan ilustran algunos aspectos esenciales del análisis de cargas gravitacionales. En cada uno de ellos se dan como datos la geometría general de la estructura y las especificaciones de pesos volumétricos de materiales y cargas vivas que deben considerarse. Generalmente esta información la obtienen las proyectistas de los manuales y reglamentos. Debe advertirse que para mayor sencillez se han hecho simplificaciones que restan precisión a los resultados.

En el ejemplo 4.1 se ilustra cómo pueden determinarse las cargas gravitacionales que actúan sobre los elementos de un edificio de un piso con muros de carga. Se consideran dos elementos: el muro B y el cimiento sobre el que se apoya este muro. La carga que debe soportar el muro está integrada por la carga transmitida por la losa y por su propio peso. Para determinar la proporción de una losa perimetralmente apoyada que gravita sobre los apoyos se divide la losa en áreas tributarias trazando las bisectrices de los ángulos, de manera que se formen triángulos y trapecios. La carga de la losa sobre el muro en realidad no es uniforme. Sin embargo, es usual suponer que se distribuye en el muro de manera que en la base puede considerarse lineal. El cimiento transmite al suelo la carga del muro más su peso propio, que el suelo debe ser capaz de resistir. En otras palabras, la reacción del suelo debe ser capaz de equilibrar el peso transmitido por el cimiento.

Ejercicio 4.1.- Determinar las cargas por metro lineal que deben soportar el muro y el cimiento correspondiente al eje 1 en el tramo A-B de la estructura del ejemplo 4.1.

Ejercicio 4.2.- Encontrar la carga por metro lineal bajo los cimientos de los muros del edificio del croquis de la pág. 6.



En el ejemplo 4.2 se ilustra cómo pueden estimarse las cargas que deben resistir las columnas de un edificio de losas y columnas y las cargas que éstas transmiten a la cimentación. En este caso se han definido unas áreas tributarias de columnas trazando líneas paralelas a los ejes por los puntos medios de las líneas que unen a columnas. Todo lo que queda dentro del área definida en esta forma se supone que gravita sobre ella. En muchos casos este procedimiento introduce cierto error. ¿Por qué?

Ejercicio 4.3.- Determina las cargas que deben soportar los distintos tramos de columna y la que actúa sobre el cimiento, para la columna B2 del ejemplo 4.2

En el ejemplo 4.3 se muestra cómo pueden determinarse las cargas que actúan sobre las vigas de acero que soportan una losa de concreto así como las reacciones de las vigas sobre los muros. En el caso de la viga 1 se utilizó el procedimiento para determinar áreas tributarias de muros ilustrado en el ejemplo 4.1. Cuando la losa es muy alargada, de una manera conservadora y sin mucho error, pueden usarse las áreas indicadas para la viga 4.

Ejercicio 4.4.- Determinar las cargas que actúan sobre el muro 6 del ejemplo 4.3.

Ejercicio 4.5.- Determinar los diagramas de momento y fuerza cortante de las vigas b, c, 4 y 5 del ejemplo 4.3.

Sucede a veces que los sistemas de cargas que actúan sobre una viga son complejos, lo que conduce a cálculos prolijos cuando se desea determinar los diagramas de fuerza cortante y momento. Con un poco de criterio, en algunos casos estos sistemas de carga pueden simplificarse, procurando que las simplificaciones no impliquen errores importantes. En la fig. 4.1 se muestran algunas simplificaciones posibles, junto con otras que no son recomendables.

Cuando la única carga que soporta una viga es una carga uniforme, como en el detalle (a) de la fig. 4.1, el sustituirla por una carga concentrada de igual magnitud es excesivamente conservador en lo que a momento se refiere. Lo mismo sucede en el caso de la carga triangular de la viga del detalle (b). Por el contrario, no es conservador sustituir la carga triangular por una uniforme de igual magnitud. Sin embargo no es raro recurrir a esta simplificación porque la diferencia entre los momentos correspondientes a los dos tipos de carga no es muy grande. En el detalle (c) una carga trapecial se ha convertido en una uniforme. El error que se comete al hacer esto es aún menor que en el caso de la carga triangular, aun - - cuando es el único tipo de carga que soporta la viga. Cuando las cargas que se desea simplificar convirtiéndolas en concentradas o uniformes, representan sólo una fracción de la carga total de la viga el error cometido en las fuerzas cortantes y momentos máximos suele ser poco significativo. La carga concentrada que sustituye a la carga triangular de la viga del detalle (d) se supone localizada en el centro de gravedad de dicha carga.

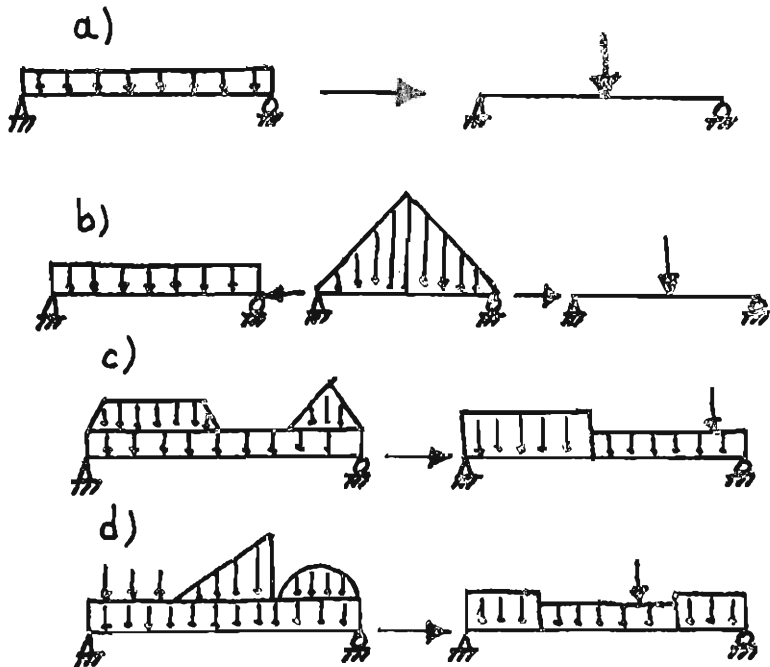


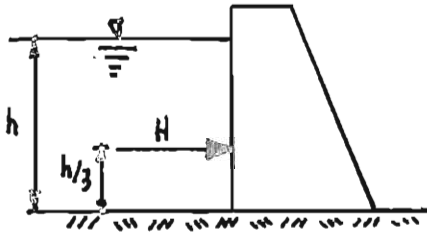
FIG. 4.1 SIMPLIFICACIÓN DE CARGAS

Ejercicio 4.6. - Determinar los diagramas de momento y fuerza cortante de la viga A. Conviene intentar alguna simplificación en el diagrama de cargas. El sistema de piso es de concreto armado.

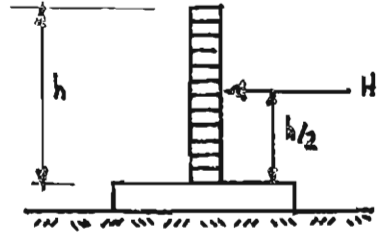
4.2. EQUILIBRIO DE MUROS SOMETIDOS A FUERZAS HORIZONTALES

Los muros pueden estar sometidos a fuerzas horizontales debidas al viento, al empuje del suelo o a empujes hidrostáticos. En la fig. 4.2-a se muestra un muro bajo la acción de un empuje hidrostático. Los muros de contención, que debe soportar el empuje de suelos, son semejantes. En la fig. 4.2-b se ilustra una barda que debe soportar la acción del viento.

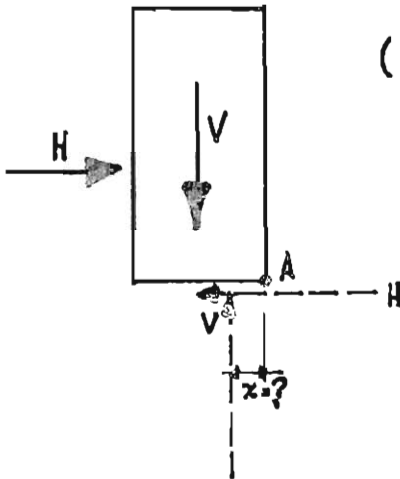
El problema general del equilibrio de muros bajo fuerzas horizontales se muestra esquemáticamente en la figura 4.2-c que representa el diagrama de cuerpo libre de un muro típico. En el diagrama pueden apreciarse las fuerzas que intervienen en el problema. La fuerza H es la resultante de los empujes horizontales que tienden a voltear el muro. Estos empujes, como se indicó antes, pueden deberse a presión hidrostática, a la acción del viento, o a la presión horizontal de un suelo contenido por el muro. La fuerza V es la resultante de todas las fuerzas verticales o gravitacionales que actúan sobre el muro y se oponen a la tendencia al volteo. Para que el muro esté en equilibrio debe existir una reacción en la base del muro que equilibre a las fuerzas H y V . Esta reacción es la resultante de dos acciones: una fuerza horizontal debida



(a)



(b)



(c) Diagrama de cuerpo libre de un muro

$$\sum M_A = 0$$

FIG. 4.2 Muros sujetos a fuerzas horizontales.

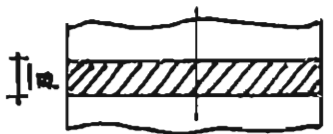
alrozamiento o fricción entre la base del muro y el suelo, y una fuerza vertical, debida a la presión ejercida por el suelo sobre la base del muro. La fuerza horizontal debe ser igual en magnitud a la resultante de los empujes horizontales. Su localización es conocida puesto que debe actuar en la superficie de contacto entre el suelo y el muro. La fuerza vertical

es la resultante de las presiones del suelo, que suele suponerse varían linealmente. Su magnitud debe ser igual a la resultante de las fuerzas verticales. Su localización puede determinarse considerando el equilibrio general del muro. Para ello puede tomarse momentos con respecto a un punto cualquiera, por ejemplo, un punto A situado en la arista respecto a la cual tiende a voltear el muro. De esta manera puede determinarse la distancia desde A hasta la línea de acción de la resultante de las presiones del suelo. Para el análisis del equilibrio del muro suele tomarse un tramo unitario de muro, por ejemplo, un metro.

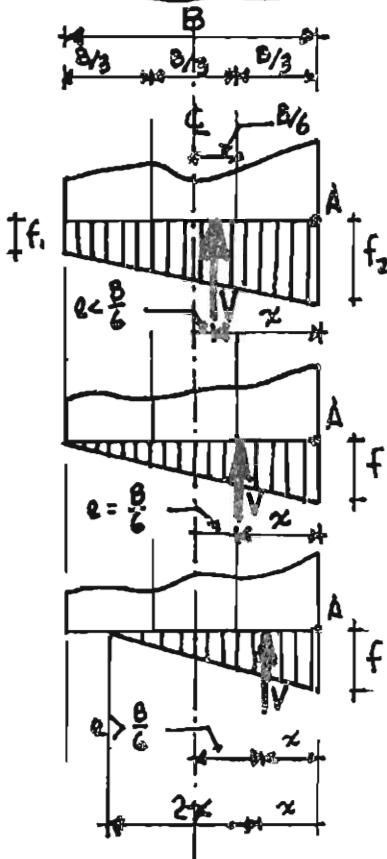
La distribución de presiones se determina de distinta forma según la posición de la resultante, como puede apreciarse en la fig. 4.3. Si la resultante queda dentro del tercio medio de la base puede aplicarse la fórmula general de flexión. Pero, si queda fuera, esta fórmula no es aplicable puesto que sólo es válida para materiales que pueden resistir tanto tensión como compresión; entre el suelo y el muro evidentemente no puede desarrollarse tensión. El valor de la presión máxima puede determinarse considerando una distribución triangular de presiones como la mostrada en el caso (c) de la fig. 4.3. Si la resultante queda en el límite del tercio medio, puede aplicarse la fórmula general de flexión, considerando que en un extremo existe una presión nula, es decir, no existe compresión ni tensión. Es claro que si la resultante queda fuera de la base, lo que sucede cuando resulta un valor negativo de χ , si se ha considerado el centro de momentos como en la fig.

4.2, el muro es inestable.

En el ejemplo 4.4 se ilustra el análisis de un mu
ro típico.



Planta



Caso (a)
 $e < \frac{B}{6}$

$$f = \frac{V}{A} + \frac{M}{I}$$

$$A = B \times 1$$

$$I = \frac{1}{12} \times 1 \times B^3$$

$$y = \frac{B}{2}$$

$$M = V \times e$$

Caso (b)
 $e = \frac{B}{6}$

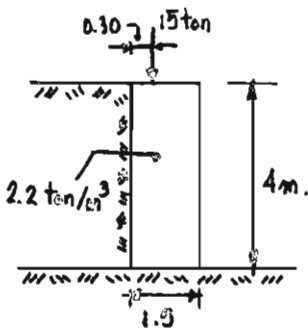
Caso (c)
 $e > \frac{B}{6}$

$$V = \frac{1}{2} \times 3x = f \times 1$$

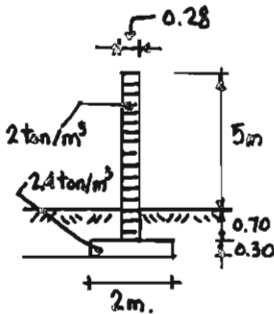
$$f = \frac{2}{3} \frac{V}{x}$$

Si x es negativo, el muro es inestable.

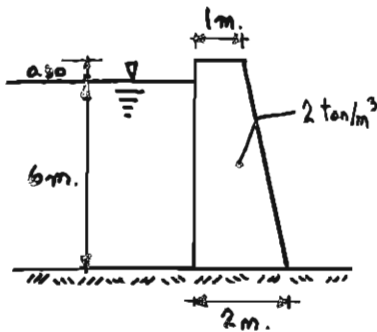
FIG. (4.3) PRESION BAJO MUROS.



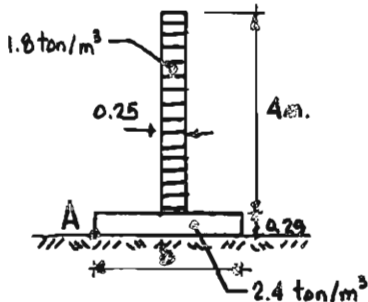
Ejercicio 4.7.- Determinar las presiones ejercidas por el muro de la figura sobre el suelo. Para calcular el empuje supóngase que el suelo es un líquido con un peso volumétrico de 500 kg/m³.



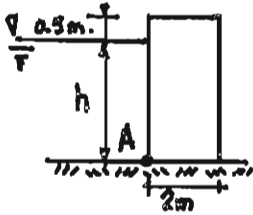
Ejercicio 4.8.- Determinar las presiones que la zapata ejerce sobre el suelo, si la presión del viento sobre el muro es 100 kg/m². Despreciar el peso propio de la tierra.



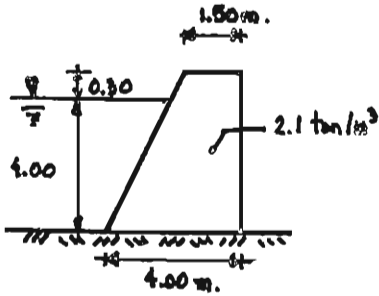
Ejercicio 4.9.- Encontrar la distribución de presiones en la base del muro de la figura.



Ejercicio 4.10.- Encontrar el ancho b requerido para que la presión en A sea nula. Suponer una velocidad del viento igual a 80 km/hr. Considerar presión del viento en la altura del muro únicamente.



Ejercicio 4.11.- Encontrar la altura h para que la presión en A sea nula.



Ejercicio 4.12.- Determinar las presiones en la base del muro de la figura. (¡Ojo! Determinar correctamente el valor de la resultante de la presión hidrostática y su línea de acción.)

4.3 LÍNEAS DE INFLUENCIA

4.3.1 Definición de línea de influencia

Una línea de influencia muestra, para determinada sección de una viga, la forma en que varía la fuerza cortante, el momento u otro efecto debido a la acción de una carga unitaria que se traslada a lo largo de la viga. Más formalmente, una línea de influencia puede definirse como una curva cuyas ordenadas dan el valor de un efecto o función (reacción, fuerza cortante, momento) en una sección dada de una viga cuando una carga unitaria está colocada en la posición de estas ordenadas.

4.3.2 Determinación analítica de líneas de influencia de vigas isostáticas

En la fig. 4.4 se muestran la línea de influencia de la reacción de un apoyo de una viga libremente apoyada así como las del momento y fuerza cortante en una sección de dicha viga. Estas líneas de influencia pueden determinarse de la siguiente manera.

Considérese primero el trazo de la línea de influencia de la reacción R_A . Si se suponen positivas las reacciones dirigidas hacia arriba, se toma el punto A como origen

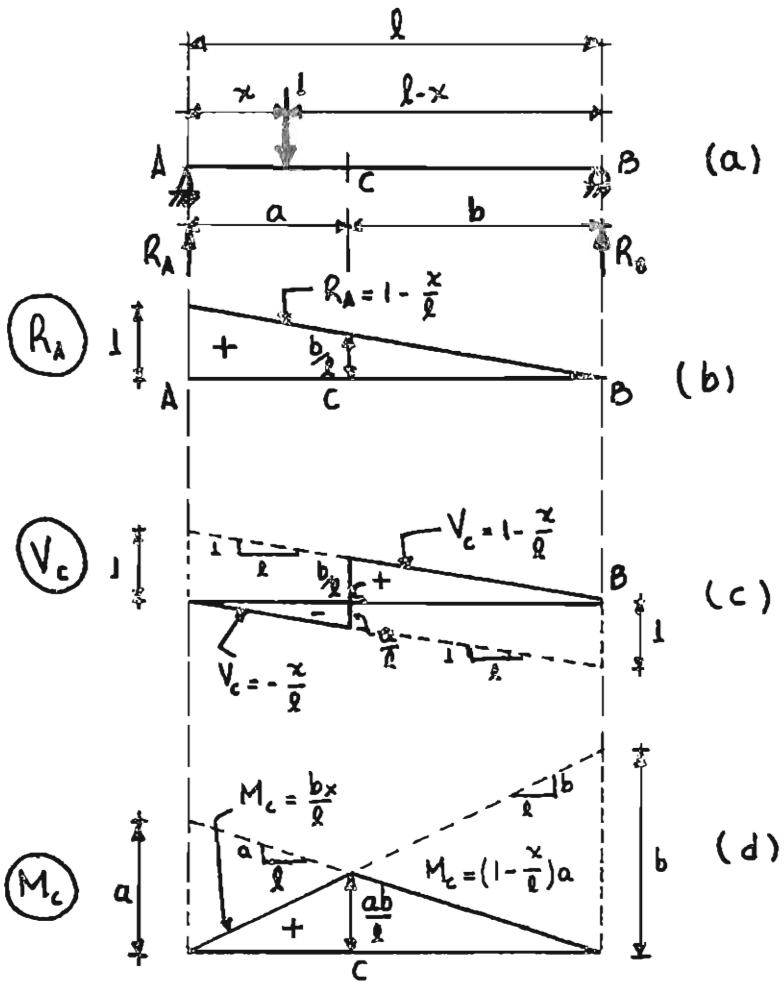


FIG. (4.4) LÍNEAS DE INFLUENCIA DE UNA VIGA LIBREMENTE APOYADA

de abscisas y se coloca una carga unitaria a una distancia de A, la reacción R_A puede exponerse como una función de :

$$R_A = \left(\frac{l-x}{l} \right) (1) = 1 - \frac{x}{l}$$

La línea de influencia de la fuerza cortante en una sección C situada a una distancia a del apoyo se puede obtener a partir de la definición de dicha acción. Cuando la carga unitaria está a la izquierda de la sección C, es decir, cuando $x < a$ la fuerza cortante producida en C por la carga unitaria estará dada por

$$V_C = R_A - 1 = \left(\frac{l-x}{l} \right) (1) - 1 = 1 - \frac{x}{l} - 1 = -\frac{x}{l}$$

Cuando la carga unitaria está a la derecha de la sección C, la fuerza cortante producida en C por la carga unitaria será

$$V_C = R_A = 1 - \frac{x}{l}$$

Obsérvese que las dos rectas dadas por estas ecuaciones tienen la misma pendiente y, por lo tanto, son paralelas. Se presenta un cambio brusco cuando la carga pasa de la izquierda a la derecha de la sección C.

La línea de influencia del momento flexionante en la misma sección C puede establecerse a partir de la definición de momento. Así cuando la carga unitaria está a la izquierda de

la sección C se puede escribir

$$\begin{aligned}M_c &= R_A(a) - (1)(a-x) \\ &= \left(1 - \frac{x}{l}\right)a - (a-x) \\ &= x \left(\frac{l-a}{l}\right)\end{aligned}$$

$$M_c = \frac{bx}{l}$$

Cuando la carga unitaria está a la derecha de la sección C resulta

$$M_c = R_A(a) = \left(1 - \frac{x}{l}\right)a$$

Ambas ecuaciones representan líneas rectas. En la fig. 4.4-d se muestra un procedimiento gráfico para construir la línea de influencia del momento flexionante de vigas libremente apoyadas.

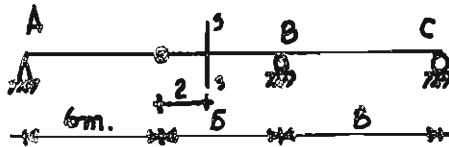
Las unidades de las líneas de influencia de reacciones o fuerzas cortantes son kg/kg, ton/ton, etc; las de momento son kg-m/kg, ton-m/ton, etc.

De las consideraciones sobre líneas de influencia de vigas libremente apoyadas que acaban de hacerse se deduce que éstas son siempre funciones lineales que se representan por rectas. Esto es cierto para cualquier estructura isostática

ca, lo que significa que si se conocen dos puntos de un tramo de línea de influencia puede trazarse la recta correspondiente. Así, considerando distintas posiciones de la carga unitaria convenientemente escogidas puede fácilmente construirse la línea de influencia de cualquier estructura isostática. Este procedimiento se aplica en el ejemplo 4.5.

Ejercicio 4.13.- Determinar las siguientes líneas de influencia para la viga del croquis:

- a) Reacción en A y B
- b) Fuerza cortante y momento en la sección s-s



4.3.3 Líneas de influencia cualitativas para vigas

Es posible determinar la configuración aproximada de líneas de influencia utilizando el principio de Müller-Breslaw. Según este principio la línea de influencia para una función tal como la reacción, la fuerza cortante o el momento en una sección de una viga queda representada a determinada escala por la forma de la estructura deformada que resulta de hacer actuar la función a través de un desplazamiento pequeño en la sección en cuestión. El trazo de líneas de influencia

cualitativas es un procedimiento sencillo de verificar si la configuración de líneas de influencia obtenidas por los métodos analíticos descritos en la sección 4.3.2 es la correcta. Se presentan a continuación algunos ejemplos típicos.

En la fig. 4.5 se muestran las líneas de influencia de las reacciones de una viga isostática con un voladizo, que se obtuvieron suponiendo desplazamientos pequeños en la dirección de las reacciones.

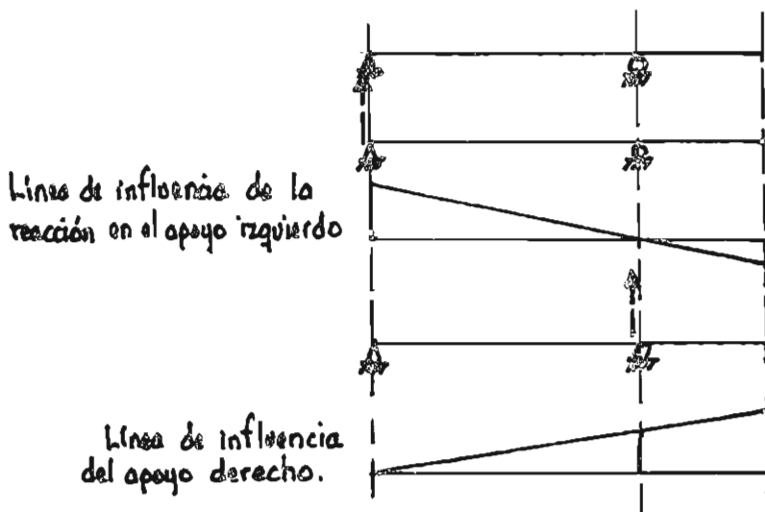


FIG. (4.5) LÍNEAS DE INFLUENCIA CUALITATIVAS DE LAS REACCIONES DE UNA VIGA ISOSTÁTICA CON UN VOLADIZO

La obtención de la línea de influencia del momento flexionante se ilustra en la fig. 4.6. El procedimiento consiste en cortar la viga en la sección en estudio s-s y aplicar momentos a la izquierda y a la derecha del corte en la forma indicada. La forma que adopta la viga es la línea de influencia cualitativa del momento en la sección s-s.

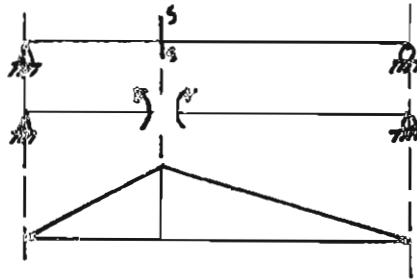


FIG. 4.6 LÍNEA DE INFLUENCIA CUALITATIVA DEL MOMENTO FLEXIONANTE EN UNA SECCIÓN S-S DE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA.

Para trazar una línea cualitativa para fuerza cortante se supone la viga cortada en la sección en estudio y se aplican fuerzas verticales a cada lado de la sección de manera que produzcan fuerza cortante positiva en cada uno de los segmentos en que quedó dividida la viga, como se indica en la fig. 4.7. (Se considera aquí que la fuerza cortante es positiva cuando la resultante de las fuerzas cortantes a la izquierda de una sección es hacia arriba.) La configuración que resulta es la línea de influencia requerida.

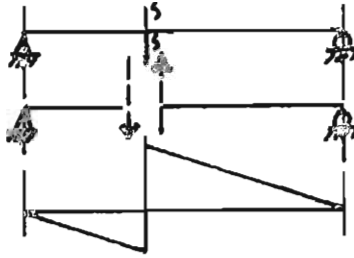


FIG. (4.7) LÍNEA DE INFLUENCIA CUALITATIVA DE LA FUERZA CORTANTE EN UNA SECCIÓN S-S DE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA

En la fig. 4.8 se presentan líneas de influencia típicas para una viga isostática con doble voladizo.

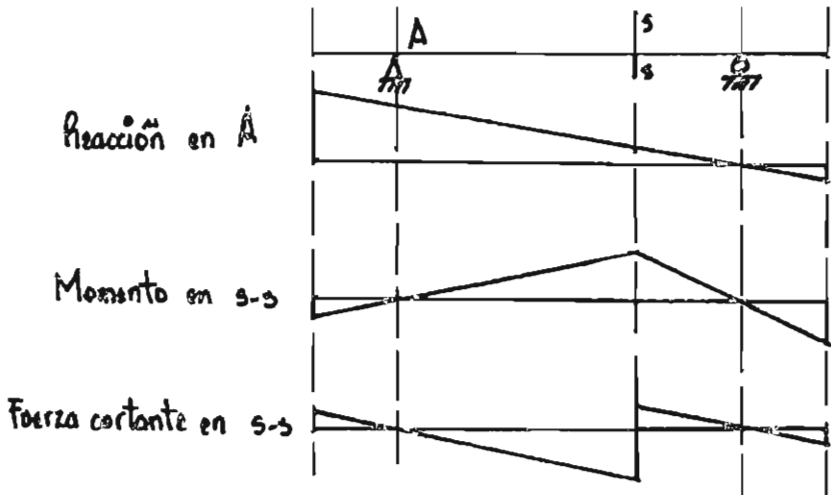
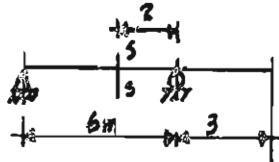


FIG (4.8) LÍNEAS DE INFLUENCIA CUALITATIVAS DE UNA VIGA ISOSTÁTICA CON DOBLE VOLADIZO

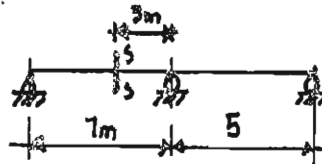
Además de ser útiles como un medio de verificación, las líneas de influencia cualitativas sirven para simplificar el trazo de líneas de influencia analíticas. Una vez trazada una línea de influencia cualitativa basta determinar analíticamente los valores de una o dos ordenadas de manera que puedan calcularse los valores de otras ordenadas por medio de relaciones geométricas sencillas.

Ejercicio 4.14. Trazar líneas de influencia cualitativas para los siguientes casos.

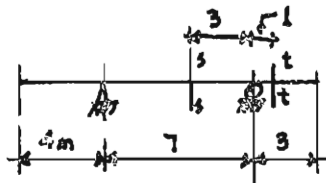
- a) Fuerza cortante y momento en la sección s-s.



- b) Reacciones en todos los apoyos, fuerza cortante y momento en la sección s-s.



- c) Reacción en el apoyo izquierdo y fuerza cortante y momento en las secciones s-s y t-t.



4.3.4 Aplicaciones de las líneas de influencia de vigas

La aplicación más importante de las líneas de influencia es la determinación de los efectos más desfavorables que puede producir una carga móvil al pasar por una estructura. Son una herramienta de gran utilidad en el diseño de puentes, travesías de carril y estructuras semejantes. Además las líneas de influencia facilitan el análisis de cargas fijas. Se considerará primero este uso de las líneas de influencia y después su aplicación al estudio de los efectos de cargas móviles.

4.3.4.1 Análisis de vigas por medio de líneas de influencia

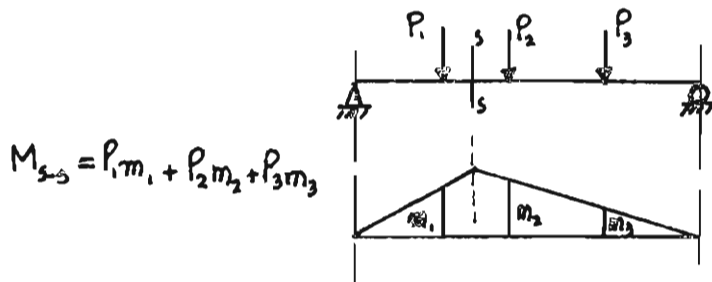
Efectos de cargas concentradas

Para determinar el efecto de una carga concentrada sobre una sección dada basta multiplicar la ordenada de la línea de influencia correspondiente a la sección donde se supone colocada la carga por la magnitud de ésta.

Considérese, por ejemplo, la línea de influencia del momento en una sección s-s de una viga simplemente apoyada como la mostrada en la fig. 4.9. Supóngase un tren de cargas formado por tres cargas, P_1 , P_2 y P_3 , colocado en la forma indicada en la figura. Si las ordenadas de las líneas de influen

cia correspondientes a esta posición del tren de cargas son -
 respectivamente m_1 , m_2 y m_3 el momento que producen en la sec
ción s-s será:

$$M = P_1 m_1 + P_2 m_2 + P_3 m_3$$



$$M_{s-s} = P_1 m_1 + P_2 m_2 + P_3 m_3$$

FIG. (4.9) DETERMINACIÓN DEL MOMENTO QUE
 UN CONJUNTO DE CARGAS PRODUCE
 EN UNA SECCIÓN DE UNA VIGA
 SIMPLEMENTE APOYADA

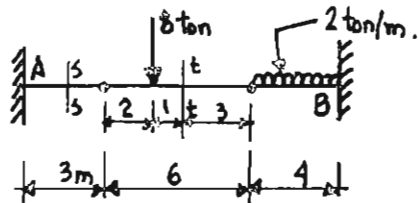
Efectos de cargas uniformemente distribuidas

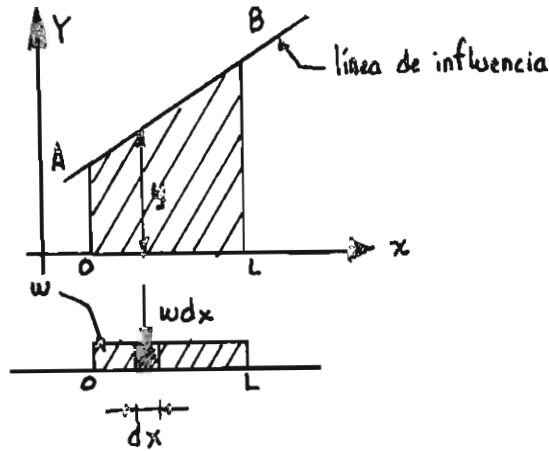
Las líneas de influencia también pueden utilizar-
 se para analizar los efectos de cargas uniformemente distribu-
 das. Para obtener el efecto producido por una carga distribu-
 da se multiplica el valor de la carga (en unidades de peso por
 metro lineal) por el área del diagrama de influencia correspon-
 diente al tramo de viga cargado. Véase la justificación de esto
 en la fig. 4.10.

En el ejemplo 4.6 se ilustra la determinación de los efectos que dos cargas concentradas y una carga uniforme producen en una viga isostática con un voladizo.

Ejercicio 4.15. - Utilizando líneas de influencia determinar los siguientes valores para la viga del croquis.

- Reacción en el apoyo B.
- Fuerza cortante y momento en la sección s-s.
- Fuerza cortante y momento en la sección t-t.
- Momento en el apoyo A





OL es la longitud en que está repartida la carga uniforme.
 AB es una línea de influencia cualquiera.

La carga uniforme puede ser considerada formada por una serie de cargas concentradas muy pequeños de magnitud $w dx$. El efecto total de estas cargas será la suma $\sum (w dx) y$. Puede entonces establecerse

$$\begin{aligned} \sum (w dx) y &= \int_0^L w y dx = w \int_0^L y dx \\ &= (\text{intensidad carga}) \times (\text{area diagrama de influencia}). \end{aligned}$$

FIG. 4.10 FORMA DE CONSIDERAR LOS EFECTOS DE CARGAS UNIFORMES UTILIZANDO LÍNEAS DE INFLUENCIA

4.3.4.2 Aplicación de las líneas de influencia al análisis de los efectos más desfavorables que pueden producir las cargas móviles

a) Momentos flexionantes y fuerzas cortantes máximas que una carga concentrada puede producir en una viga simplemente apoyada

Haciendo referencia a las figuras 4.4a y 4.4d se aprecia que para una posición cualquiera de una carga concentrada P el momento que ésta produce en la sección C está dado por

$$(M_c)_P = P\left(1 - \frac{x}{l}\right)a$$

El valor máximo de las ordenadas de la línea de influencia se presenta cuando $x = a$. Entonces, en términos generales, se puede escribir

$$\left[(M_c)_P\right]_{\max} = P\left(1 - \frac{x}{l}\right)x,$$

función parabólica que da los valores máximos que la carga puede producir en las diversas secciones de la viga (fig. 4.11-a).

El valor máximo de esta función corresponde a un valor de

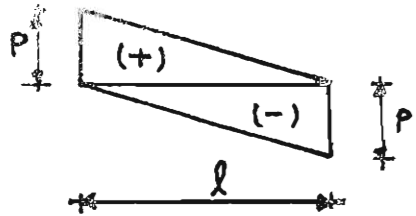
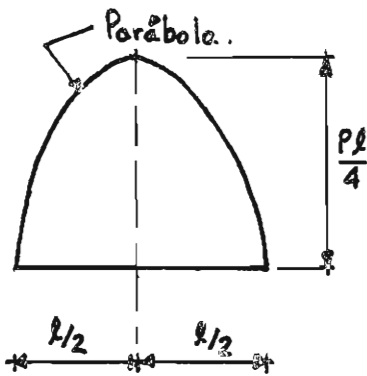
$x = l/2$ y es igual a

$$\left[(M_c)_P\right]_{\max} = P\left(1 - \frac{l}{2l}\right)\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Pl}{4} \quad 2893196$$

De la fig 4.4 se deduce que para una posición cualquiera de una carga concentrada P, la fuerza cortante que ésta produce en la sección C estará dada por las expresiones

$$(V_c)_p = -\frac{Px}{l} \quad \text{y} \quad (V_c)_p = P\left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

según que la carga se encuentre a la izquierda o a la derecha. Los valores máximos se presentan cuando la carga está inmediatamente a la izquierda o a la derecha de la sección C, o sea, cuando $x = a$. Los mayores valores máximos se obtienen en los apoyos, es decir cuando $x = 0$ ó $x = l$. Así en el apoyo izquierdo $[(V_c)_p]_{\max} = P$ y en el derecho, $[(V_c)_p]_{\max} = -P$. La variación de las fuerzas cortantes máximas a lo largo de la viga se aprecia en la fig. 4.11b. Obsérvese que la variación es lineal y - que en cualquier sección existe un valor máximo positivo y otro negativo.



a) Variación de los momentos máximos.

b) Variación de las fuerzas cortantes máximas.

FIG. (4.11) VARIACIÓN DE LOS MOMENTOS Y CORTANTES MÁXIMOS QUE UNA CARGA CONCENTRADA P PRODUCE EN UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA.

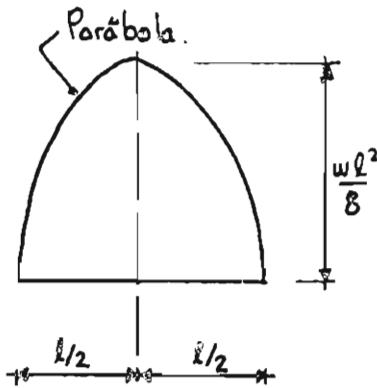
b) Momentos y fuerzas cortantes máximas que una carga uniformemente distribuida de longitud indefinida puede producir en una viga simplemente apoyada

Examinando la fig. 4.4d se aprecia que el momento máximo se obtiene cuando la carga distribuida ocupa todo el claro. El momento máximo que una carga uniformemente distribuida w produce en la sección C puede determinarse por medio de la expresión

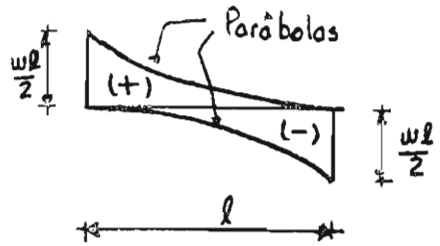
$$(M_w)_a = \frac{1}{2} w M_c l = \frac{w}{2} \left(1 - \frac{a}{l}\right) a l$$

En términos generales, haciendo $a = x$, se obtiene

$$(M_w)_x = \frac{w}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right) x l = \frac{w}{2} x (l - x)$$



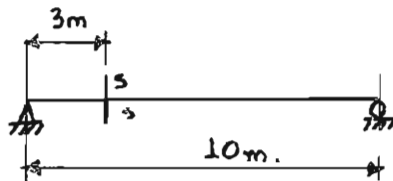
a) Variación de los momentos máximos



b) Variación de las fuerzas cortantes máximas

FIG. (4.12) VARIACIÓN DE LOS MOMENTOS Y CORTANTES MÁXIMOS QUE UNA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA w DE LONGITUD INDEFINIDA PRODUCE EN UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA.

Ejercicio 4.16. - Determinar el momento y las fuerzas cortantes máximas que una carga concentrada $P=10$ ton y una carga uniformemente distribuida de longitud indefinida 3 ton/m pueden producir en la sección s-s de la viga simplemente apoyada del croquis.



Esta función es parabólica, con un valor máximo correspondiente a $x = l/2$

$$[(M_w)_x]_{max} = \frac{w}{2} \frac{l}{2} \left(l - \frac{l}{2} \right) = \frac{1}{8} w l^2$$

De la fig. 4.4c se deduce que la fuerza cortante máxima negativa en la sección C debida a una carga uniformemente distribuida, w , se presenta cuando está cargado el tramo AC. Por lo tanto

$$(V_w)_a = \frac{1}{2} \left(-\frac{a}{l} \right) a w = -\frac{w}{2l} a^2$$

En términos generales, para una sección cualquiera, haciendo

$a = x$ resulta

$$(V_w)_x = -\frac{w x^2}{2l}$$

que es una función parabólica. El valor máximo en valor absoluto de la función se obtiene cuando $x = l$

$$[(V_w)_x]_{max} = -\frac{w l}{2}$$

De manera semejante puede determinarse la forma en que varían las fuerzas cortantes positivas máximas a lo largo de la viga. Ambas leyes de variación de las fuerzas cortantes máximas se ilustran en la fig. 4.12.

- c) Momentos y fuerzas cortantes máximas que una carga uniformemente distribuida de longitud definida inferior a la de la viga puede producir en una viga simplemente apoyada

Considérese una carga uniformemente distribuida de longitud $c < l$. El momento flexionante máximo ocurrirá cuando la carga se coloque de tal manera que el área bajo la línea de influencia correspondiente a la longitud c sea máxima. Supóngase que esto sucede cuando la carga se encuentra en la posición FG, como se muestra en la fig. 4.13, que representa la línea de influencia del momento flexionante en una sección a una distancia x del apoyo izquierdo. (ver la sección 4.3.2 y la fig. 4.4d.) En la fig. 4.13 se ha denominado a al tramo FX que se encuentra a la izquierda de la sección X, donde se presenta la ordenada máxima EX, y b , al tramo XG, a la derecha de dicha sección, de manera que $c = a + b$.

Por semejanza de triángulos se deduce que la ordenada máxima EX es igual a:

$$\frac{x(l-x)}{l}$$

De manera semejante se deduce que el valor de CF es igual a:

$$\frac{(x-a)(l-x)}{l}$$

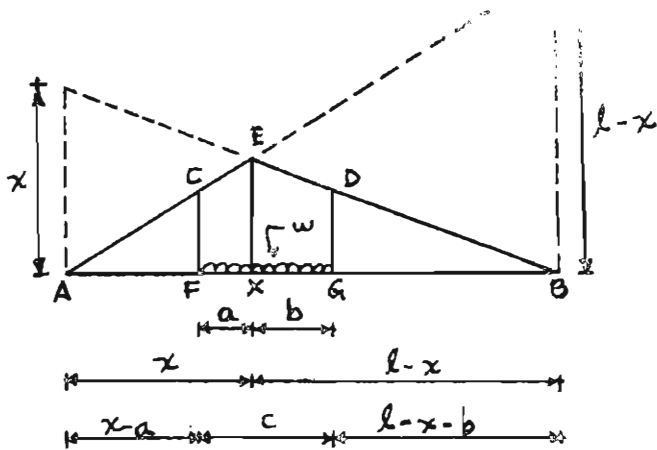


FIG. 4.13 DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN QUE DEBE TENER UNA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN UNA LONGITUD C PARA PRODUCIR EL MÁXIMO MOMENTO EN UNA SECCIÓN X DE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA.

El área de CFXE será:

$$\begin{aligned}
 A_{CFXE} &= \frac{1}{2} (CF + EX) a \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{(x-a)(l-x)}{l} + \frac{x(l-x)}{l} \right] a \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{l-x}{l} \right) (x-a+x) a \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{l-x}{l} \right) (2x-a) a \\
 A_{CFXE} &= \frac{a}{2l} (2x-a)(l-x)
 \end{aligned}$$

Análogamente:

$$DG = \frac{x(l-x-b)}{l}$$

y el área de DGXE será

$$\begin{aligned} A_{DGXE} &= \frac{1}{2} (GD + EX) b \\ &= \frac{b}{2} \left[\frac{x(l-x-b)}{l} + \frac{x(l-x)}{l} \right] \\ &= \frac{b}{2l} (xl - x^2 - bx + xl - x^2) \\ &= \frac{b}{2l} (2xl - 2x^2 - bx) \end{aligned}$$

$$A_{DGXE} = \frac{bx}{2l} (2l - 2x - b)$$

El área bajo la línea de influencia será entonces:

$$A = \frac{a}{2l} (2x-a)(l-x) + \frac{bx}{2l} (2l-2x-b)$$

Haciendo $b = c - a$ queda A en función de una sola variable, a :

$$\begin{aligned} A &= \frac{a}{2l} (2x-a)(l-x) + \frac{(c-a)x}{2l} (2l-2x-c+a) \\ &= \frac{1}{2l} \left[(2xl - 2x^2)c - a^2(l-x) - (c-a)^2 x \right] \end{aligned}$$

Por lo tanto el momento producido en la sección

X será:

$$M_x = \frac{w}{2l} \left[(2xl - 2x^2)c - a^2(l-x) - (c-a)^2 x \right]$$

Arreglando términos este momento puede escribirse:

$$M_x = \frac{cw x}{l} \left[(l-x) - \frac{a^2}{2lx} (l-x) - \frac{(c-a)^2}{2c} \right] \quad \text{--- (a)}$$

El valor máximo de M_x se obtendrá cuando el área

A sea máxima. Para que A sea máxima se debe cumplir que

$$\frac{dA}{da} = 0 = -2a(l-x) + 2(c-a)x = 0$$

De donde

$$\frac{x}{l-x} = \frac{a}{c-a}$$

$$\text{ó } \frac{x}{l} = \frac{a}{c} \quad \text{--- (b)}$$

Se aprecia, por consiguiente, que de acuerdo con la expresión (b), el momento máximo en una sección cualquiera se presenta cuando dicha sección divide el tramo cargado y el claro en la misma relación; es decir, se cumple la siguiente igualdad:

$$\frac{\text{tramo izquierdo}}{\text{claro total}} = \frac{\text{tramo cargado a la izquierda}}{\text{tramo cargado total}}$$

(Demuéstrese que también debe cumplirse que CF=GD)

El valor del momento flexionante máximo debido a una carga w uniforme distribuida en un tramo de longitud c se obtiene sustituyendo $a = cx/l$, de la ecuación (b), en la ecuación (a):

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{cw x}{l} \left[(l-x) - \frac{cx}{2l^2} (l-x) - \frac{c}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \right] \\ &= \frac{cw x}{l} \left(l-x \right) \left(1 - \frac{c}{2l} \right) \end{aligned}$$

La fuerza cortante negativa máxima se presentará cuando la longitud c ocupe la porción del claro inmediatamente a la izquierda de X . El área bajo la línea de influencia será según la fig. 4.14.

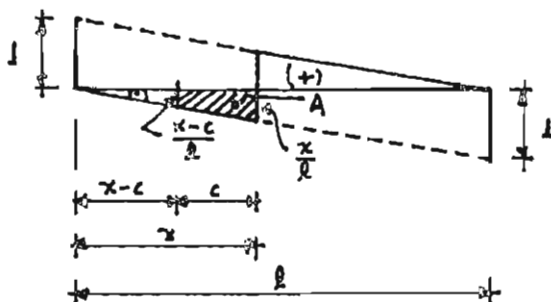


FIG. (4.14) CÁLCULO DEL ÁREA BAJO LA LÍNEA DE INFLUENCIA

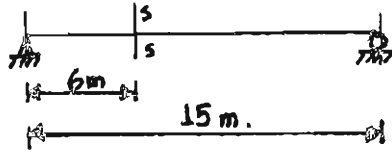
El valor máximo de la fuerza cortante negativa será entonces

$$V_{\max(-)} = \frac{wc}{2l} (2x-c)$$

De manera semejante demuéstrese que la fuerza cortante positiva máxima está dada por

$$V_{\max(+)} = \frac{wc}{2l} (2l-2x-c)$$

Ejercicio: 4.17. - Determinar el momento y las fuerzas cortantes máximas que una carga móvil $w=3$ ton/m con una longitud de 4 m puede producir en la sección s-s de la viga del croquis.



- d) Momentos y fuerzas cortantes máximas que un tren de cargas concentradas puede producir en una viga simplemente apoyada

Del apartado a) del inciso 4.3.4.2 se deduce que para obtener el efecto máximo que una carga concentrada única puede producir en una sección dada basta colocar la carga donde la ordenada de la línea de influencia sea máxima. En el caso de trenes por varias cargas la forma de colocar un tren de cargas para obtener el efecto más desfavorable en determinada sección no siempre es evidente. En algunos casos pueden obtenerse resultados razonables por medio de tanteos. En la ref. D-1 se proponen procedimientos más formales para resolver el problema. - Otra referencia útil es la obra de Timoshenko y Young, "Theory of Structures", 2a. ed., McGraw-Hill, 1965.

A continuación se presentan algunas consideraciones que pueden ser útiles.

Considérense primero, para mayor sencillez, un tren de cargas formado por dos cargas P_1 y P_2 distantes entre sí una distancia a , colocadas sobre una viga simplemente apoyada como se muestra en la fig. 4.15, en la que también se mues-

tra la línea de influencia del momento en una sección X.

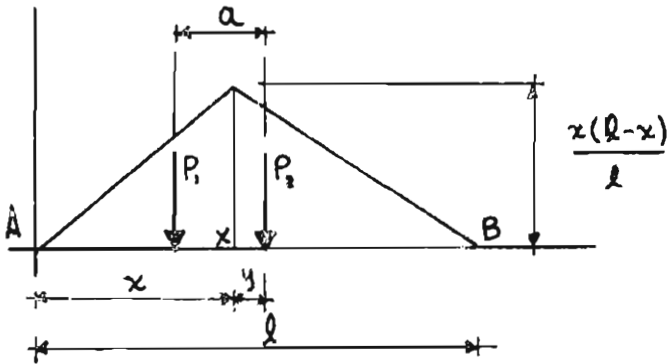


FIG. 4.15) TREN DE DOS CARGAS CONCENTRADAS SOBRE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA

Cuando la carga concentrada P_2 está colocada en X el momento M_2 producido por el tren de cargas en dicha sección será:

$$M_2 = P_2 \times (l-x) \frac{1}{l} + P_1 (x-a) (l-x) \frac{1}{l}$$

Cuando la carga P_2 se encuentra a una distancia y a la derecha de X, el momento M_y producido por el tren de cargas en esta sección estará dado por

$$\begin{aligned} M_y &= P_2 \times (l-x-y) \frac{1}{l} + P_1 (x-a+y) (l-x) \frac{1}{l} \\ &= P_2 \times (l-x) \frac{1}{l} - P_2 y \times \frac{1}{l} + P_1 (x-a) (l-x) \frac{1}{l} \\ &\quad + P_1 y (l-x) \frac{1}{l} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M_y = M_2 - \frac{y}{l} [P_2 x - P_1 (l-x)]$$

Pero M_y puede también expresarse como sigue:

$$\begin{aligned} M_y &= P_2 x (l-x-a) \frac{1}{l} + P_2 x (a-y) \frac{1}{l} + P_1 x (l-x) \frac{1}{l} - \\ &\quad - P_1 (l-x)(a-y) \frac{1}{l} \\ &= M_1 + \frac{a-y}{l} [P_2 x - P_1 (l-x)] \end{aligned}$$

Donde M_1 es el momento producido por el tren de cargas, cuando P_1 se encuentra en la sección X.

El término entre paréntesis cuadrados es igual en las dos expresiones para M_y . Si es positivo, es decir, si $P_2 x > P_1 (l-x)$, entonces $M_2 > M_y > M_1$. Si es negativo, es decir, cuando $P_2 x < P_1 (l-x)$, se tendrá:

$$M_1 > M_y > M_2$$

Por consiguiente el momento máximo será M_1 o M_2 , lo que significa que el valor máximo se presenta siempre cuando una de las cargas concentradas se encuentra en la sección en estudio.

El paso siguiente es determinar qué carga en un tren de varias cargas debe colocarse en una sección X para ob-

tener el valor máximo del momento. Considérese un tren con un número indefinido de cargas cuya resultante R se encuentra a una distancia y del apoyo de la izquierda. Sea R_1 la resultante de las cargas a la izquierda de X y a la distancia entre ambas resultantes como se muestra en la fig. 4.16.

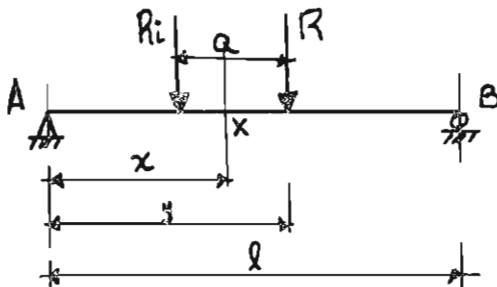


FIG. (4.16) DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DE LA CARGA QUE PRODUCE EL EFECTO MÁXIMO EN UNA SECCIÓN DADA

El momento en la sección X será:

$$M_x = \frac{R(2-y)x}{l} - R_i (x-y+a)$$

Derivando con respecto a la variable y:

$$\frac{dM_x}{dy} = -\frac{R}{l} x + R_i$$

Para el valor máximo de M_x , el valor de dM_x/dy debe pasar de un valor negativo a otro positivo

Si dM_x/dy es positivo,

$$\frac{R}{l} < \frac{R_i}{x} \quad \text{ó} \quad \frac{x}{l} < \frac{R_i}{R}$$

Si dM_x/dy es negativo,

$$\frac{R}{l} > \frac{R_i}{x} \quad \text{ó} \quad \frac{x}{l} > \frac{R_i}{R}$$

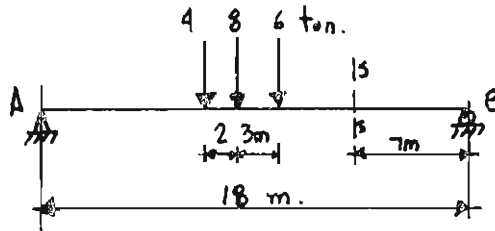
Se deduce de esto que la carga crítica es la que ocasiona un cambio de signo en la expresión:

$$\frac{R_i}{R} - \frac{x}{l}$$

Para obtener las fuerzas cortantes que un tren de cargas puede producir en una sección dada de una viga suele ocurrirse a un proceso de tanteos. Generalmente la fuerza cortante negativa máxima se presenta cuando la carga concentrada del extremo derecho del tren de cargas se encuentra en la sección en estudio y el resto del tren a la izquierda de la sección. La fuerza cortante positiva máxima ocurre cuando la carga del extremo izquierdo del tren en la sección en estudio y el -

resto del tren a la derecha de la sección. Sin embargo hay situaciones en que esta regla no produce el efecto más desfavorable.

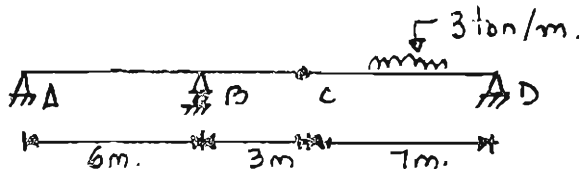
Ejercicio 4.18. - Encontrar las fuerzas cortantes que el tren de cargas del cross produce en la sección s-s. Considerar los dos sentidos en que puede moverse el tren de cargas.



- e) Momentos reacciones y fuerzas cortantes máximas que una carga concentrada pueden producir en una viga isostática.

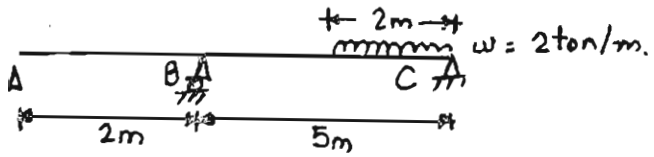
Ejercicio 4.19. - Utilizando líneas de influencia encontrar los valores máximos de las siguientes acciones:

- Mom en B
- F. Cortante a la mitad del claro CD
- Momento a la mitad del claro CD



Ejercicio 4.20.- Utilizando líneas de influencia, determinar los valores máximos de las siguientes acciones:

- Momento en el apoyo B (positivo y negativo)
- reacción en B.

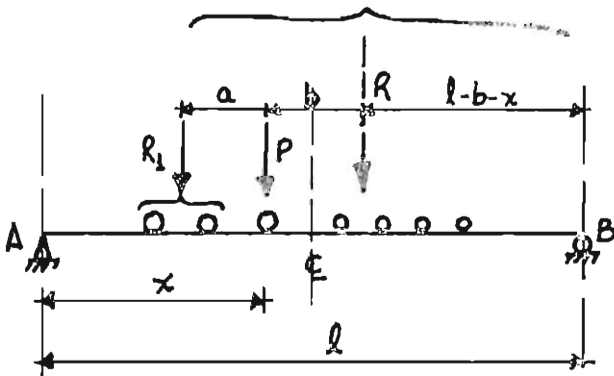


2893196

4.4 MOMENTO MÁXIMO ABSOLUTO QUE PUEDE PRODUCIR UN TREN DE CARGAS MÓVILES

En la sección anterior se vio cómo determinar el momento máximo que puede presentarse en una sección dada de una viga. Otro problema de interés, en particular en el proyecto de puentes, es el de encontrar el mayor de todos los momentos que un tren de cargas móviles puede producir en una viga libremente apoyada y determinar la sección donde se presenta este momento. El momento máximo absoluto ocurre siempre bajo una de las cargas concentradas del tren de cargas. (En los puentes las cargas concentradas corresponden a las ruedas de los ejes de los camiones idealizados que especifican los reglamentos como representativos de la carga viva.) Para determinar la carga bajo la cual se presenta el momento máximo absoluto es necesario recurrir a tanteos. Sin embargo, para una carga dada, es posible determinar una posición tal de dicha carga que resulte el momento máximo bajo ella. Esto se hace para varios ejes; el mayor de los momentos obtenidos será el momento máximo absoluto que puede producir el tren de cargas móviles.

Considérese, por ejemplo, el tren de cargas sobre



Condición que da el momento máximo absoluto
bajo la rueda P:

$$\boxed{l-b-x=x}$$

FIG. (4.17) MOMENTO MÁXIMO ABSOLUTO BAJO
UN TREN DE CARGAS MÓVILES

una viga libremente apoyada que se representa en la fig. 4.17. Se trata de determinar la posición de la carga P que produce un momento máximo bajo dicha carga. Sean R la resultante de todas las cargas sobre la viga y R_i la resultante de todas las cargas a la izquierda de P. El momento flexionante bajo P será

$$M = \frac{R(l-b-x)}{l} \cdot x - R_i a$$

$$M = R x - R \frac{l}{l} x - R \frac{x^2}{l} - R_i a$$

La condición que debe cumplirse para que resulte

un valor máximo puede determinarse haciendo $dM/dx = 0$

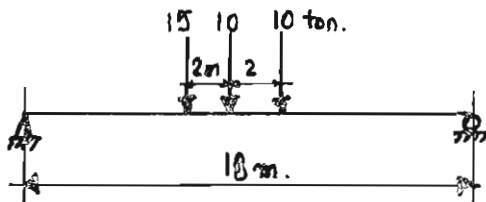
$$\frac{dM}{dx} = R - R \frac{b}{l} - 2 \times \frac{R}{l} = 0$$

$$l - b - 2x = 0$$

$$l - b - x = x$$

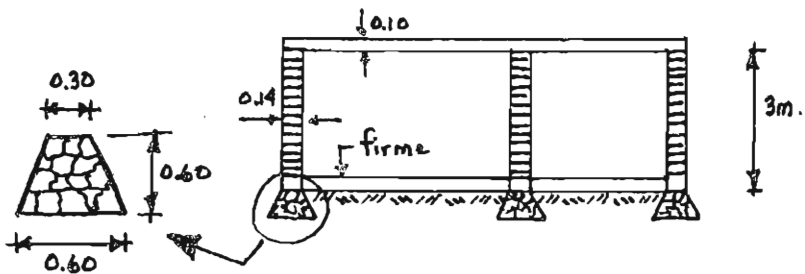
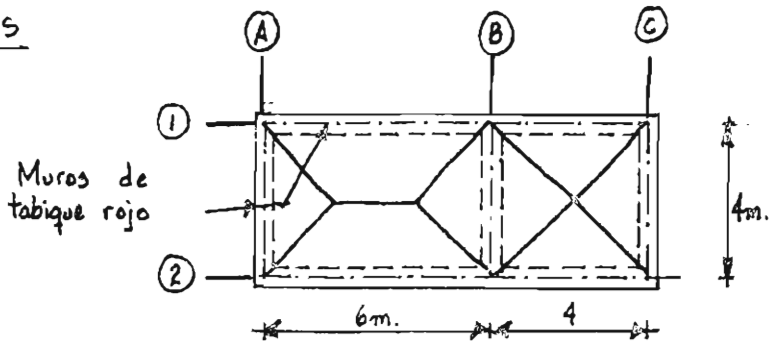
Esto indica que para obtener el máximo momento bajo una carga concentrada dada la distancia desde un apoyo a dicha carga debe ser igual a la distancia desde el otro apoyo hasta la resultante de todas las cargas del tren de cargas. De otra manera, puede afirmarse que se presenta un momento máximo bajo una carga concentrada cuando esta carga y la resultante de todas las cargas equidistan del centro del claro. Para una carga única este criterio indica que la carga debe colocarse al centro del claro. Por regla general el momento máximo absoluto ocurrirá bajo la reuda que se encuentre más cerca de la resultante de todas las cargas del tren. En el ejemplo 4.10 - se muestra un cálculo típico.

Ejercicio 4.21.- Encontrar el momento máximo producido en la viga del croquis por el tren de cargas dado.



EJEMPLO (4.1) ANÁLISIS DE CARGAS VERTICALES EN UN EDIFICIO DE UN PISO CON MUROS DE TABIQUE

DATOS



Peso volumétrico	concreto	2.4 ton/m ³
" "	mampostería	2.3
" "	tabique	1.9
Carga viva		0.1 ton/m ²

Determinar : a) Carga por metro lineal en la base del muro B

b) Carga por metro lineal transmitida al suelo por el cimiento del muro B.

EJEMPLO (4.1) (Continuación)

CARGA POR METRO LINEAL EN LA BASE DEL MURO B

Carga debida a la losa

Area tributaria

$$A = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 \text{ m}^2$$

Peso losa (por m^2)

$$\text{Carga muerta} = 2.4 \times 2.4 = 0.24 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{Carga viva} = 0.10$$

$$w_{\text{losa}} = \underline{\underline{0.34 \text{ ton/m}^2}}$$

Carga total de la losa

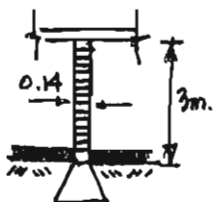
$$W_L = A \times w_{\text{losa}} = 8.0 \times 0.34 \text{ ton/m}^2 = 2.72 \text{ ton}$$

Carga losa por metro lineal de muro

$$w_L = \frac{2.72}{4} = \underline{\underline{0.68 \text{ ton/m}}}$$

EJEMPLO (4.1) (Continuación)

Carga por metro lineal debida al peso propio del muro



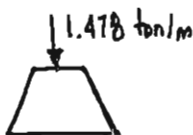
$$W_m = 3\text{ m} \times 0.14\text{ m} \times 1.9\text{ ton/m}^3$$

$$W_m = 0.798\text{ ton/m}$$

Carga total en la base del muro, por metro lineal

$$W_q + W_m = 0.68 + 0.798 = 1.478\text{ ton/m}$$

CARGA TRANSMITIDA POR EL CIMIENTO AL SUELO



Peso del cimiento

$$W_c = \frac{1}{2} (0.30 + 0.60) (0.60) (2.3)$$

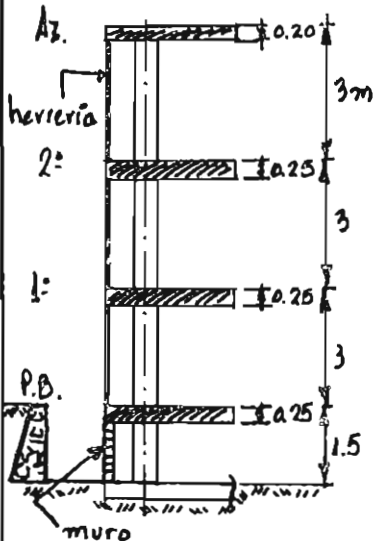
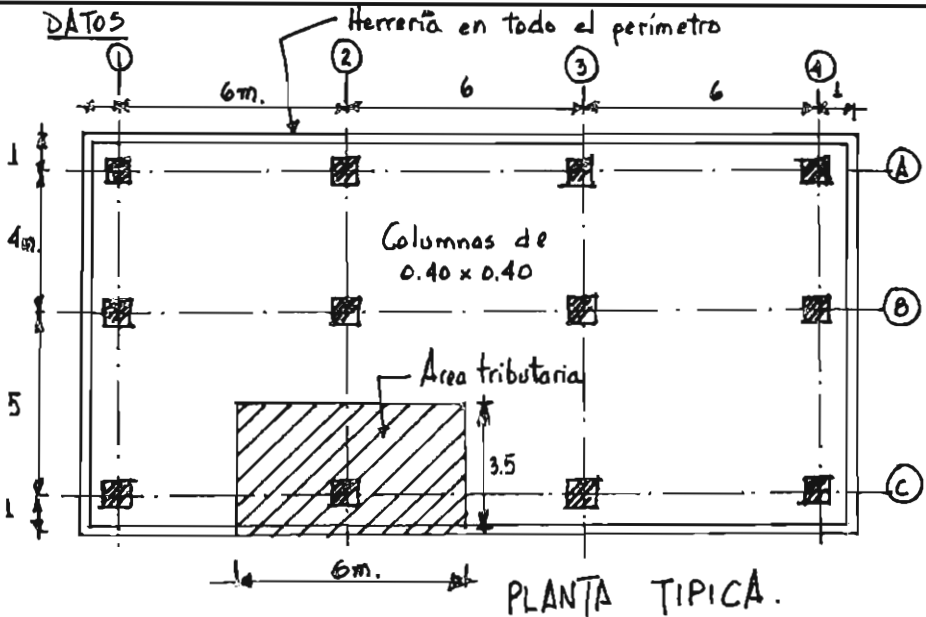
$$W_c = 0.621\text{ ton/m}$$

Carga total por metro lineal on la base
de la cimentación

$$W_{q+m+c} = 1.478 + 0.621 = \underline{\underline{2.099\text{ ton/m}}}$$

EJEMPLO 1.2 ANÁLISIS DE CARGAS SOBRE COLUMNAS EN UN EDIFICIO DE LOSAS Y COLUMNAS

DATOS



Peso volumétrico concreto: 2.4 ton/m^3

Pierrestimiento azotea: 0.15 ton/m^2

Herrería: 0.05 ton/m^2

(La base de cancelería de aluminio)

Carga viva azotea: 0.10 ton/m^2

Carga viva otros pisos: 0.40 ton/m^2

Determinar: Cargas columnas C-2

Nota: El muro que se desplanta en el sótano no descarga sobre la columna.

EJEMPLO 4.2 (Continuación)

Tramo 2° - Azotea

$$\text{Área tributaria} = 6 \times 3.5 = 21 \text{ m}^2$$

Losa

$$\text{Peso propio losa} : 0.20 \times 2.4 = 0.48 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{Arrestamiento azotea} = 0.15$$

$$\text{Carga viva} = 0.10$$

$$\underline{\underline{0.73 \text{ ton/m}^2}}$$

$$W_L = 0.73 \times 21 = 15.33 \text{ ton}$$

Columna

$$W_C = 2.8 \times 2.40 \times 0.40^2 = 1.08 \text{ ton.}$$

Herrería

$$W_H = 0.05 \times 2.80 \times 6 = 0.84 \text{ ton}$$

Total

$$W_{2^\circ-4^\circ} = W_L + W_C + W_H = 15.33 + 1.08 + 0.841 = \underline{\underline{17.25 \text{ ton}}}$$

Tramo 1° - 2°

Losa

$$\text{Peso propio losa} : 0.25 \times 2.4 = 0.60 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{Carga viva} = 0.40$$

$$\underline{\underline{1.00 \text{ ton/m}^2}}$$

$$W_L = 1 \times 21 = \underline{\underline{21 \text{ ton}}}$$

Herrero

$$W_H = 0.05 \times 2.75 \times 6 = \underline{\underline{0.93 \text{ ton}}}$$

EJEMPLO 4.2 (Continuación)

Columna

$$W_c = 2.75 \times 2.40 \times 0.40^2 = \underline{1.06 \text{ ton}}$$

Total acumulado

$$\begin{aligned} W_{P-2P} &= W_{P-1P} + W_L + W_H + W_c \\ &= 17.25 + 21.00 + 0.83 + 1.06 = \underline{40.14 \text{ ton}} \end{aligned}$$

Tramo PB-1°

Losa : $W_L = 21 \text{ ton}$ (Como en el tramo anterior)

Herreria : $W_H = 0.83 \text{ ton}$ id.

Columna : $W_c = 1.06 \text{ ton}$ id.

Total acumulado

$$\begin{aligned} W_{PB-1P} &= W_{P-2P} + W_L + W_H + W_c \\ &= 40.14 + 21.00 + 0.83 + 1.06 = \underline{63.03 \text{ ton.}} \end{aligned}$$

CARGA SOBRE EL CIMIENTO

Losa : $W_L = 21 \text{ ton}$

Columna :

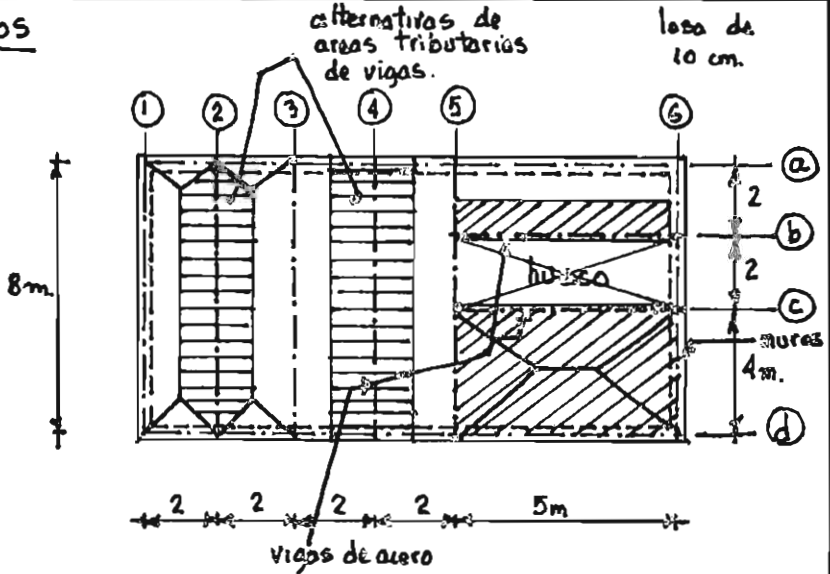
$$W_c = 1.25 \times 2.40 \times 0.40^2 = \underline{0.48 \text{ ton}}$$

Total acumulado

$$\begin{aligned} W_{cum} &= W_{PB-1P} + W_L + W_H + W_c \\ &= 63.03 + 21.00 + 0.48 = 84.51 \text{ ton.} \end{aligned}$$

EJEMPLO (4.3) ANÁLISIS DE LAS CARGAS DE UN SISTEMA DE PISO FORMADO POR VIGAS DE ACERO Y LOSAS DE CONCRETO

DATOS



Peso volumétrico concreto 2.4 ton/m^3

Carga viva: 0.5 ton/m^2

Carga viva entre ejes 5 y 6 y 6 y d: 1.2 ton/m^2

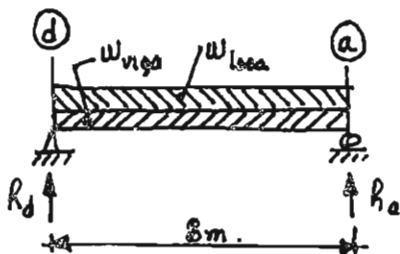
Peso propio vigas acero: 0.06 ton/m

Determinar:

Reacciones sobre muros de las vigas 1 y 5.

EJEMPLO (4.3) (Continuación)

REACCIONES SOBRE EL MURO DE LA VIGA 4



Losa

$$\begin{aligned} \text{Peso propio: } & 2.4 \times 0.10 & = 0.24 \text{ ton/m}^2 \\ \text{Carga viva} & & = 0.50 \\ \text{Carga losa /m}^2 & & = \underline{0.74 \text{ ton/m}^2} \end{aligned}$$

$$W_{losa} = 0.74 \times 2 \times 8 = 11.84 \text{ ton.}$$

Viga

$$W_{viga} = 0.06 \times 8 = 0.48 \text{ ton.}$$

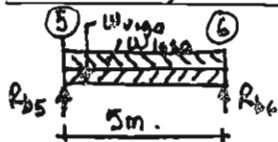
$$W_{total} = W_{losa} + W_{viga} = 11.84 + 0.48$$

$$W_{total} = 12.32 \text{ ton}$$

$$R_a = R_d = \frac{W_{total}}{2} = \frac{12.32}{2} = \underline{\underline{6.16 \text{ ton}}}$$

REACCIONES SOBRE EL MURO DE LA VIGA 5

Reacción viga b sobre viga 5



$$W_{losa} = 0.74 \times 1 \times 5 = 3.70 \text{ ton}$$

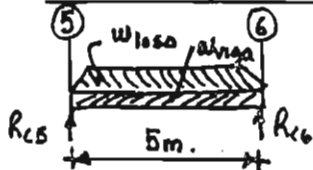
$$W_{viga} = 0.06 \times 5 = 0.30 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned} W_{total} &= W_{losa} + W_{viga} \\ &= 3.70 + 0.30 = 4 \text{ ton.} \end{aligned}$$

EJEMPLO (4.3) (Continuación)

$$R_{b5} = \frac{W_{total}}{2} = \frac{4}{2} = \underline{2 \text{ ton}}$$

Reacción viga c sobre viga 5



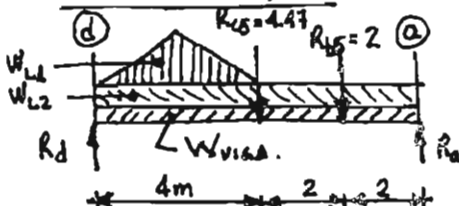
Losa
 Piso propio $= 0.24 \text{ ton/m}^2$
 Carga viga $= 1.20$
 Carga losa $= 1.44 \text{ ton/m}^2$
 $W_{loso} = \left[\frac{1}{2}(5+1) \right] 1.44 = 8.64 \text{ ton}$

Viga $W_{viga} = 0.3 \text{ ton}$

$$W_{total} = W_{loso} + W_{viga} = 8.64 + 0.30 = \underline{8.94 \text{ ton}}$$

$$R_{c5} = \frac{W_{total}}{2} = \frac{8.94}{2} = \underline{4.47 \text{ ton}}$$

Reacciones viga 5



$$W_{L1} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 1.44 = 5.76$$

$$W_{L2} = 8 \times 1 = 0.74 = 5.92$$

$$W_{viga} = 0.48$$

W_{L1}	4.32	1.44
W_{L2}	2.96	2.96
W_{viga}	0.24	0.24
R_{c5}	2.24	2.24
R_{b5}	0.50	1.50
	10.26	8.38

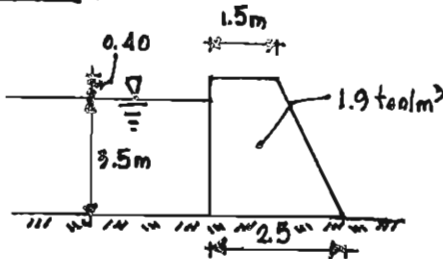
$$R_d = \underline{10.26 \text{ ton.}}$$

$$R_a = \underline{8.38 \text{ ton}}$$

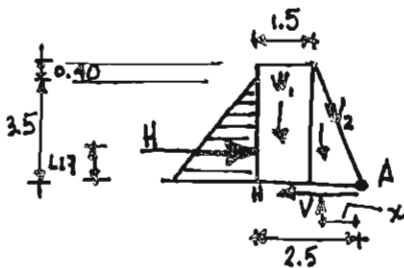
Nota: La carga triangular se considero como una carga concentrada.

EJEMPLO 4.4 DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN LA BASE DE UN MURO SUJETO A PRESIÓN HIDROSTÁTICA

DATOS



Encontrar la distribución de presiones bajo el muro.



$$W_1 = 1.5 \times 3.5 \times 1.9 = 11.1$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 3.5 \times 1.9 = 3.7$$

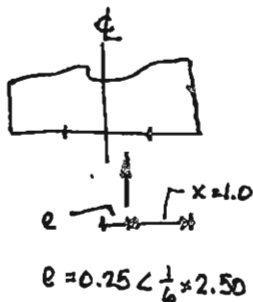
$$V = 14.8 \text{ ton.}$$

$$H = \frac{1}{2} \times 3.5^2 = 6.1 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad \curvearrowright$$

$$1.17 \times 6.1 - 11.1 \times 1.75 - 3.7 \times \frac{2}{3} \times 1 + 14.8x = 0$$

$$\Rightarrow x = 1.0 \text{ m.}$$



La resultante queda dentro del nucleo central
(Caso (a), según fig. 4.3)

EJEMPLO (4.4) (Continuación)

$$f = \frac{V}{A} \pm \frac{M}{I} y$$

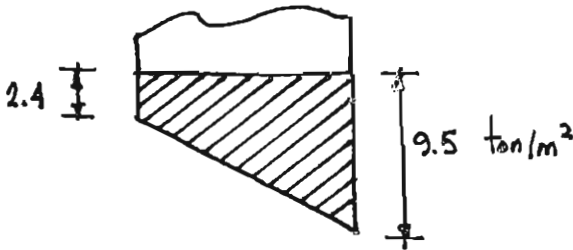
$$A = 2.5 \times 1 = 2.5 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{1}{2} \times 1 \times 2.5^3 = 1.30 \text{ m}^4$$

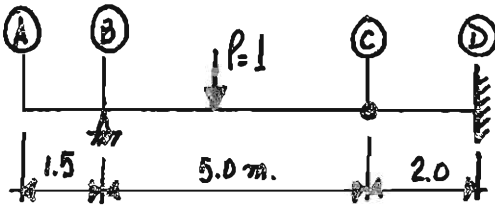
$$y = 1.25$$

$$M = V \times e = 14.8 \times 0.25 = 3.7 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$f = \frac{14.8}{2.5} \pm \frac{3.7 \times 1.25}{1.30} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_1 = 9.5 \text{ ton/m}^2 \\ f_2 = 2.4 \text{ ton/m}^2 \end{array} \right.$$



EJEMPLO (4.5) LÍNEAS DE INFLUENCIA DE UNA VIGA ISOSTÁTICA CON UNA ARTICULACIÓN



DATOS

LÍNEA DE INFLUENCIA DE LA REACCIÓN EN B

Ordenada en A

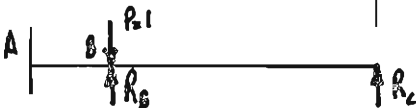


$$\sum M_C = 0$$

$$5R_B = 6.5 \times 1$$

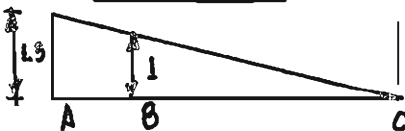
$$R_B = 1.3$$

Ordenada en B



$$R_B = 1$$

Ordenada en C



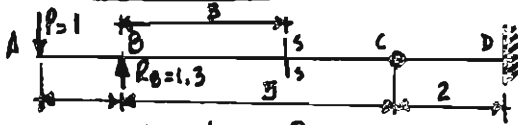
$$R_C = 0$$

Línea de influencia de R_B

EJEMPLO (4.5) (Continuación)

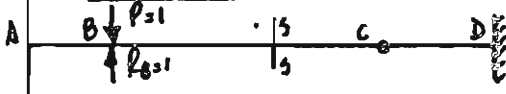
LÍNEA DE INFLUENCIA DE LA FUERZA CORTANTE EN UNA SECCIÓN A 3 m. A LA DERECHA DE B.

Ordenada en A



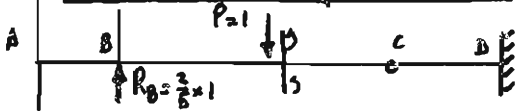
$$V_{s-s} = -1 + 1.3 = \underline{0.3 t_{30}}$$

Ordenada en B



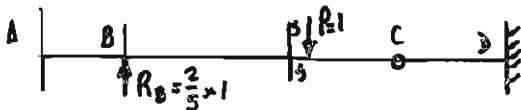
$$V_{s-s} = 0$$

Ordenada a la izquierda de s-s



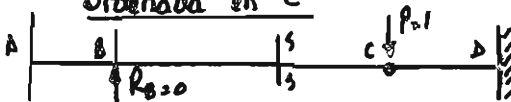
$$V_{s-s} = \frac{2}{5} \times 1 - 1 = -\frac{3}{5} = \underline{-0.6}$$

Ordenada a la derecha de s-s

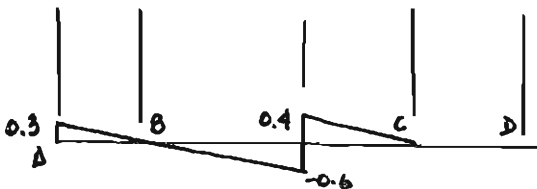


$$V_{s-s} = \frac{2}{5} \times 1 = \underline{0.4}$$

Ordenada en C



$$V_{s-s} = 0$$

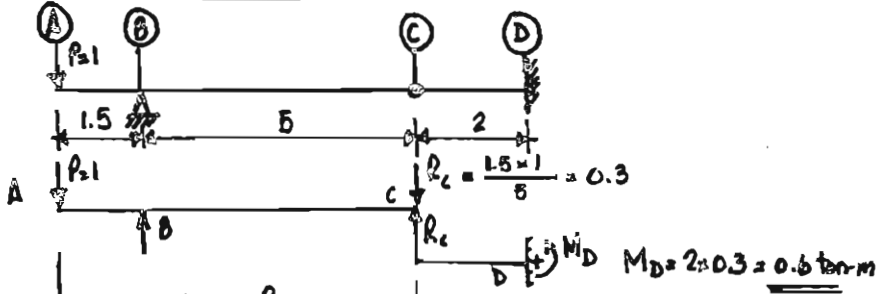


Línea de influencia de V_{s-s}

EJEMPLO (4.5) (Continuación)

LÍNEA DE INFLUENCIA DEL MOMENTO EN D.

Ordenada en A



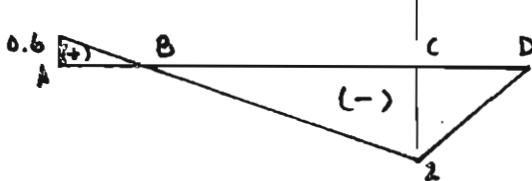
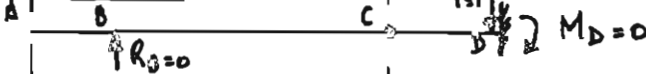
Ordenada en B



Ordenada en C



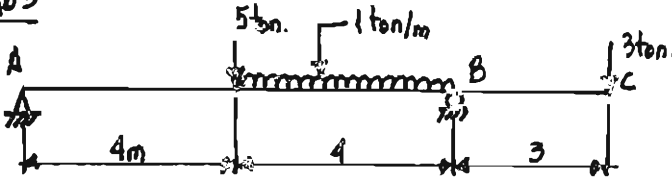
Ordenada en D



Línea de influencia de M_D

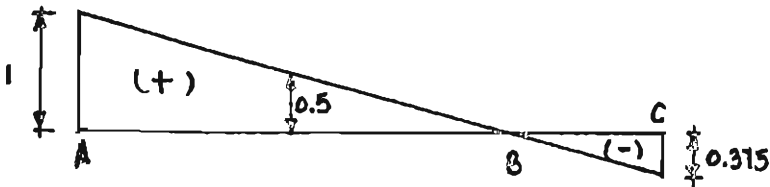
EJEMPLO 4.6) DETERMINACIÓN POR MEDIO DE LINEAS DE INFLUENCIA DE EFECTOS POR CARGAS CONCENTRADAS Y UNIFORME EN UNA VIGA ISOSTÁTICA CON UN VOLADIZO

DATOS



REACCIÓN EN A.

Línea de influencia de la reacción en A



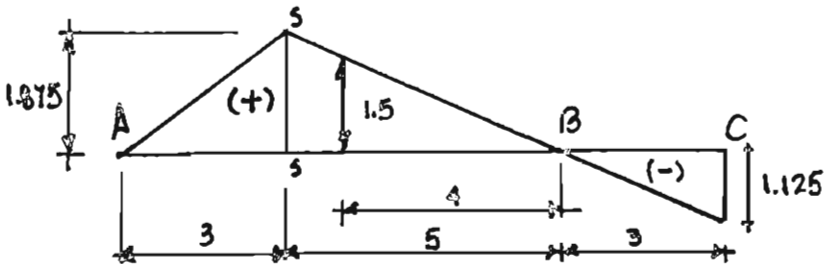
$$R_A = 5 \times 0.5 - 3 \times 0.375 + \frac{1}{2} \times 4 \times 0.5 \times 1$$

$$= \underline{\underline{2.375 \text{ ton}}}$$

EJEMPLO 4.6 (Continuación)

MOMENTO EN UNA SECCIÓN S-S
A 3m. DEL APOYO A.

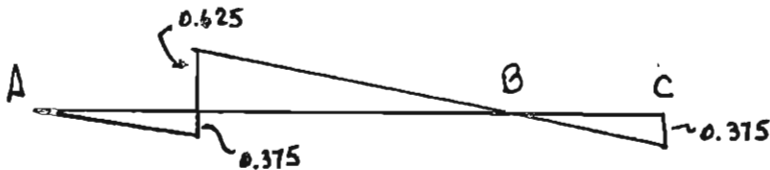
Línea de influencia del momento a 3m del apoyo A



$$\begin{aligned}
 M_{s-s} &= 5 \times 1.5 - 3 \times 1.125 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1.5 \times 1 \\
 &= \underline{\underline{7.125 \text{ ton}\cdot\text{m}}}
 \end{aligned}$$

FUERZA CORTANTE EN UNA SECCIÓN S-S
A 3m DEL APOYO A

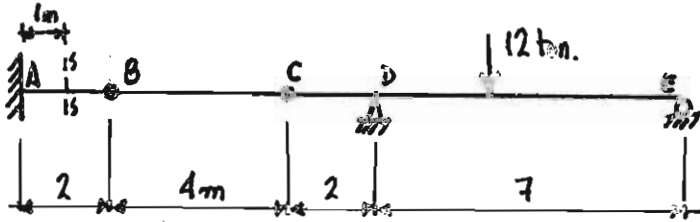
Línea de influencia de la fuerza cortante a 3m. del apoyo A



$$\begin{aligned}
 V_{s-s} &= 5 \times 0.5 - 3 \times 0.375 + \frac{1}{2} \times 4 \times 0.5 \times 1 \\
 &= 2.375 \text{ ton.}
 \end{aligned}$$

EJEMPLO (1.7) VALORES MÁXIMOS DE ACCIONES DEBIDOS A UNA CARGA CONCENTRADA

DATOS

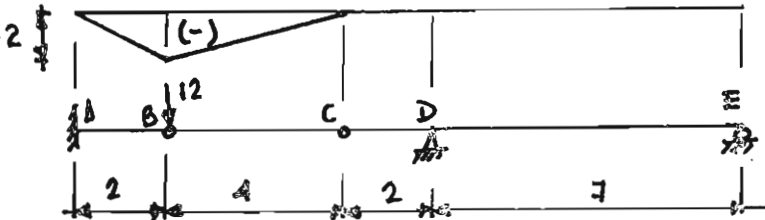


Utilizando líneas de influencia, encontrar los valores máximos de las siguientes acciones debidas a la carga móvil indicada.

- Momento en A
- Fuerza cortante en S-S
- Momento en D
- Reacción en D

MOMENTO EN A

Línea de influencia del momento en A

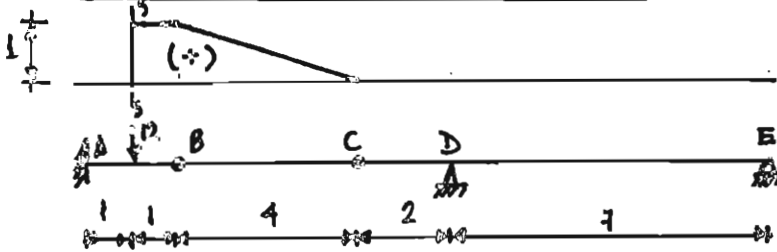


$$M_A = 12 \times (-2) = \underline{\underline{-24 \text{ ton}\cdot\text{m}}}$$

EJEMPLO (4.7) (continuación)

FUERZA CONSTANTE EN LA SECCIÓN S-S

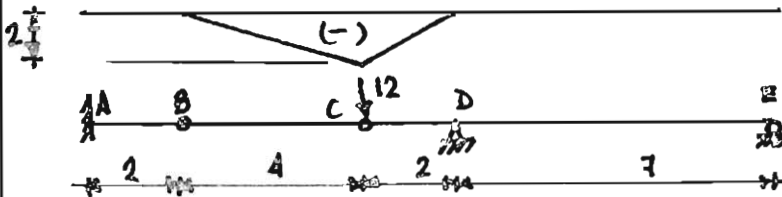
Línea de influencia de la fuerza constante en s-s



$$V_{S-S} = 12 \times 1 = \underline{\underline{12 \text{ ton}}}$$

MOMENTO EN D

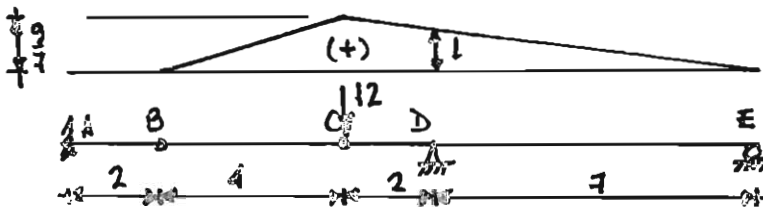
Línea de influencia del momento en D



$$M_D = 12(-2) = \underline{\underline{-24 \text{ ton}\cdot\text{m}}}$$

REACCIÓN EN EL APOYO D

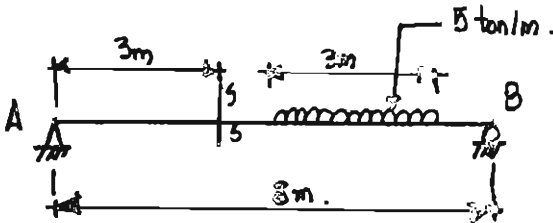
Línea de influencia de la reacción en el apoyo D



$$R_D = 12 \times \frac{9}{7} = \underline{\underline{15.4 \text{ ton}}}$$

EJEMPLO (4.8) VALORES MÁXIMOS DE ACCIONES DEBIDOS A UNA CARGA UNIFORME DE LONGITUD DEFINIDA

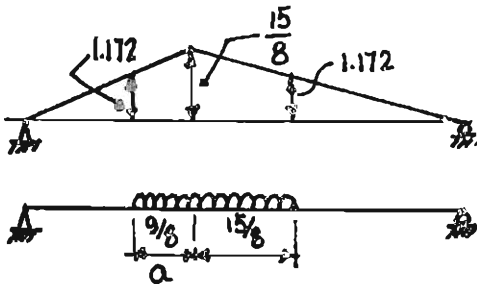
DATOS



Utilizando líneas de influencia encontrar los valores máximos del momento y de la fuerza cortante en la sección s-s. a 3m. del apoyo A.

MOMENTO EN LA SECCIÓN S-S

Línea de influencia del momento en la sección s-s



$$a = \frac{3(3)}{8} = \frac{9}{8} \quad \left. \vphantom{a} \right\} \text{(Sección 4.3.4.2 c)}$$

$$A_{\text{carga}} = \frac{1}{2} \left(1.172 + \frac{15}{8} \right) \frac{9}{8} + \frac{1}{2} \left(1.172 + \frac{15}{8} \right) \frac{15}{8}$$

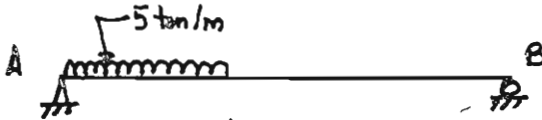
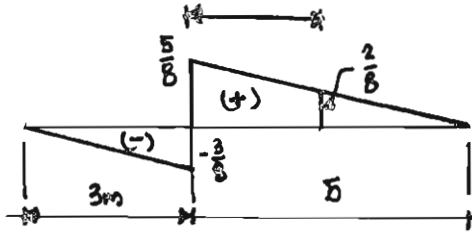
$$= 1.71 + 2.86 = 4.57$$

$$M_{\text{max}} = + 5 \times 4.57 = \underline{\underline{22.85 \text{ ton}\cdot\text{m}}}$$

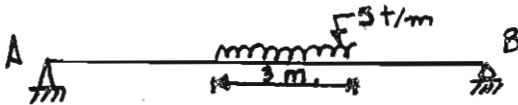
EJEMPLO 4.8 (Continuación)

FUERZA CORTANTE EN S-S

Línea de influencia de la fuerza cortante en s-s



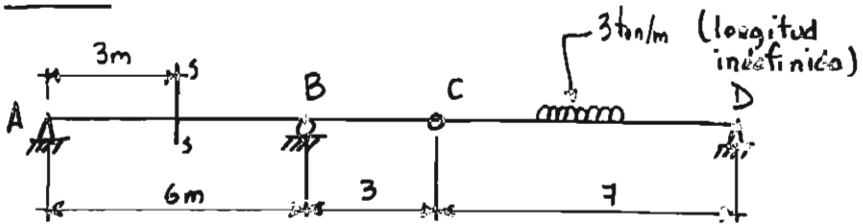
$$V_{ss \text{ neg.}}: V_{ss} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{8} \times 3\right) \times 5 = -2.81 \text{ ton}$$



$$V_{ss \text{ pos.}}: V_{ss} = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{8} + \frac{2}{8}\right) 3 \times 5 = 6.56 \text{ ton}$$

EJEMPLO (49) VALORES MÁXIMOS DE ACCIONES DEBIDOS A UNA CARGA UNIFORME DE LONGITUD INDEFINIDA

DATOS

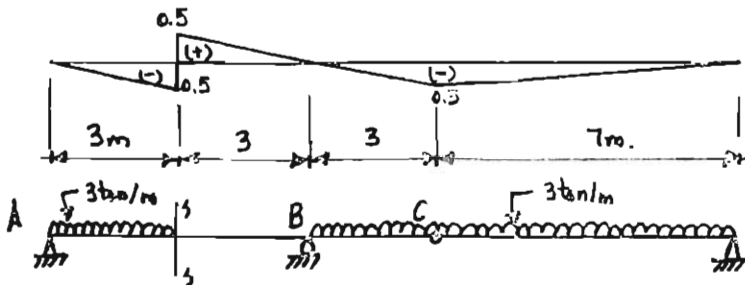


Utilizando líneas de influencia encontrar los valores máximos de las siguientes acciones debidos a la carga móvil indicada.

- Fuerza cortante en la sección s-s
- Momento en la sección s-s (pos. y neg.)
- Reacción en el apoyo A (pos. y neg.)
- Momento en B

FUERZA CORTANTE EN LA SECCIÓN S-S

Línea de influencia de la fuerza cortante en la sección s-s

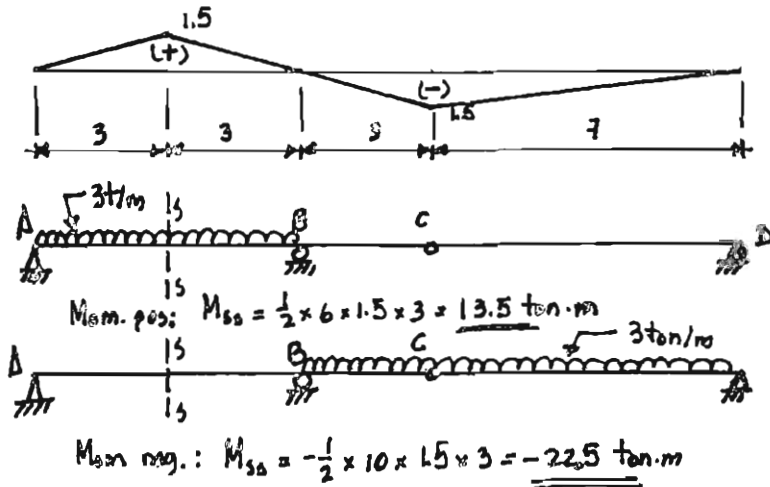


$$V_{s-s} = - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 0.5 + \frac{1}{2} \times 10 \times 0.5 \right) 3 = - 9.75 \text{ ton}$$

EJEMPLO (49) (Continuación)

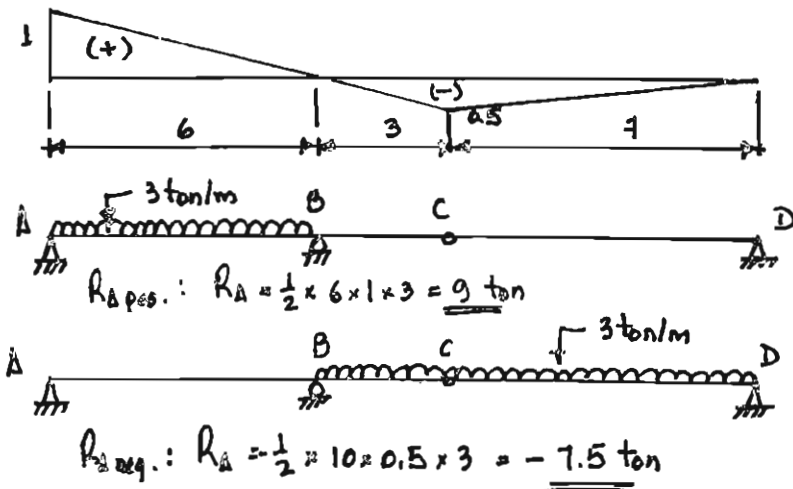
MOMENTO EN LA SECCIÓN 5-5

Línea de influencia del momento en la sección 5-5



REACCIÓN EN EL APOYO A

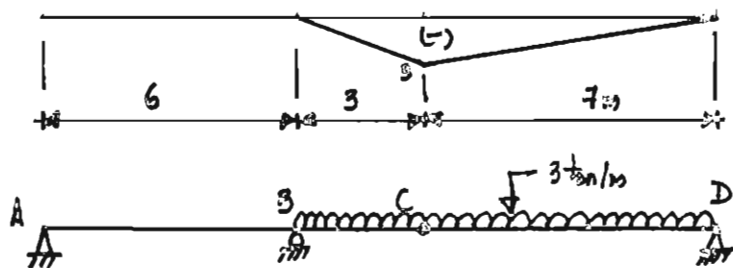
Línea de influencia de la reacción en el apoyo A



EJEMPLO (4.9) (Continuación)

MOMENTO EN B

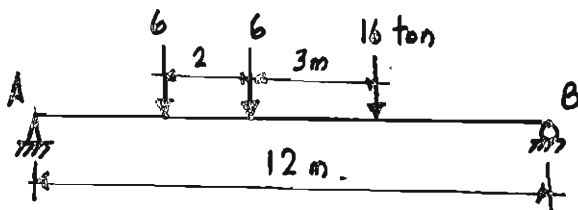
Línea de influencia del momento en B



$$M_B = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3 \times 3 = -45 \text{ ton.m}$$

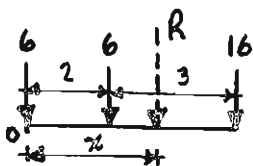
EJEMPLO (4.10) MOMENTO MÁXIMO ABSOLUTO DE UN TREN DE CARGAS

DATOS



Encontrar el momento máximo absoluto del tren de cargas indicado.

RESULTANTE



$$R = 28 \text{ ton}$$

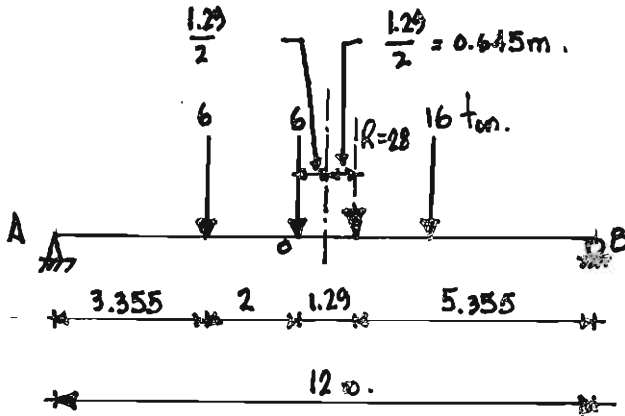
$$x = \frac{6 \times 2 + 16 \times 5}{28} = 3.29 \text{ m.}$$

Distancia entre la carga de 6 ton y la resultante:

$$3.29 - 2 = \underline{\underline{1.29 \text{ m.}}}$$

EJEMPLO (4.10) (Continuación)

MOMENTO MÁXIMO ABSOLUTO



$$M = \frac{28 \times 5.355}{12} \times 5.355 - 6 \times 2$$
$$= \underline{\underline{54.9 \text{ ton}\cdot\text{m}}}$$

Diseño estructural

Unidad 4

Se terminó de imprimir en el mes de abril del año 2000 en los talleres de la Sección de Impresión y Reproducción de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

La edición estuvo a cargo de la Sección de Producción y Distribución Editoriales de la Sección de Impresión y Reproducción de la Universidad Autónoma Metropolitana, más sobrantes para reposición.

**UAM
TA658
R6.23
v.4**

**2893196
Robles F. V., Francisco
Diseño estructural / Fran**

UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
METROPOLITANA
Crea futuro al tiempo 

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Materiales

Coordinación de Extensión Universitaria
Sección de Producción y Distribución Editoriales

0092101 05744



21.50 - \$ 21.50