

## M変換とウェーブレット縮退を用いる高精度表面計測信号中の インパルス状雑音の除去\*

原田博之\*<sup>1</sup>, 柏木 潤\*<sup>2</sup>, 全 修 均\*<sup>1</sup>  
大 淵 慶 史\*<sup>3</sup>, 梶 一 喜\*<sup>4</sup>

### Reduction of Impulsive Noise Included in High-accuracy Surface Measurement Signal by Using M-Transform and Wavelet Shrinkage

Hiroshi HARADA\*<sup>5</sup>, Hiroshi KASHIWAGI, Su-Kyun JEON,  
Yoshifumi OHBUCHI and Kazuki KABA

\*<sup>5</sup> Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University,  
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

The authors propose here a new method for reducing both impulsive noise and white noise by use of M-transform and wavelet shrinkage. M-transform is a new signal transformation proposed by the authors, and any periodic time signal can be considered as the output of a filter whose input is an M-sequence. By using the properties of M-transform, it is shown that both impulsive noise and white noise can be eliminated by use of first M-transform and then wavelet shrinkage. This method is applied well to the signal obtained in Atomic Force Microscope (AFM) signal which sometimes contains many impulsive noise and white noise. From the results of the experiment, it is shown that the proposed method is very efficient for impulsive noise reduction.

**Key Words:** Shape Measurement, Information Processing and Signal Analysis, M-sequence, Correlation Function, Wavelet Shrinkage

#### 1. ま え が き

筆者等は M 系列信号をもとにした新たな信号の変換である M 変換を提案し, その性質および線形系の同定への応用について述べた<sup>(1)</sup>. さらに, M 変換の性質を利用して信号に含まれるインパルス状雑音および白色雑音を除去する方法を提案した<sup>(2)</sup>. この方法は, M 変換によりインパルス状雑音と白色雑音を小振幅の不規則信号に変換し, 非線形フィルタを通すことによりインパルス状雑音と白色雑音の除去を同時に行うものであった. さらに, 筆者等は M 変換を用いる雑音除去手法を高精度表面計測信号に含まれるインパルス状雑音の除去に適用した<sup>(3)</sup>. しかし文献(2)で提案した雑音除去方法には, 雑音除去に用いる非線形フィルタのパラメータにより雑音除去能力が変化するという

問題点があった. 本論文では, ウェーブレット縮退と文献(1)で筆者等が提案した M 変換を組み合わせることにより, パラメータの設定が容易でかつ効果的にインパルス状雑音と白色雑音を同時に除去する手法を提案し, 原子間力顕微鏡 (Atomic Force Microscope, AFM) に含まれるインパルス状の雑音に適用する.

信号中に含まれるインパルス状雑音および白色雑音の両方を除去する様々なフィルタが提案されている. たとえば, 白色雑音を除去するための線形低域通過フィルタとインパルス状雑音を除去するためのメディアンフィルタを組み合わせたもの<sup>(5)~(8)</sup>やファジィ論理を用いたフィルタ<sup>(9) (10)</sup>などがあげられる. 近年, 画像処理の分野においてウェーブレット変換をもとにしたフィルタリング技術が提案されており<sup>(11) (12)</sup>, 従来のフィルタでは困難であった様々な雑音の除去が可能となっている. 例えば, 文献(13)では, ウェーブレット変換を施した信号にフィルタリングを施すことにより, 信号のエッジ情報を保存したまま白色雑音を除去する手法が提案されている. また, 文献(14)ではウェーブレット変換を用いて画像中から白色雑音と

\* 原稿受付 2006年11月22日.

\*<sup>1</sup> 正員, 熊本大学大学院自然科学研究科(☎860-8555 熊本市黒髪2-39-1).

\*<sup>2</sup> 放送大学熊本学習センター[☎860-8555 熊本市黒髪2-40-1(熊本大学内)].

\*<sup>3</sup> 正員, 熊本大学ものづくりセンター.

\*<sup>4</sup> (財)くまもとテクノ産業財団(☎861-2202 熊本県上益城郡益城町大字田原2081-10).

E-mail: hiroshi@mech.kumamoto-u.ac.jp

インパルス状雑音を除去する手法が提案されている。しかし、これらの方法はフィルタの構造が複雑になる、インパルス状雑音を検出するために特別な演算子が必要となるなどの問題点がある。特に、多くのアルゴリズムでは雑音除去特性はフィルタリングに用いる様々なパラメータの値に依存している。

本論文では、Donohoによって文献(15)で提案されたウェーブレット縮退と文献(1)で筆者等が提案したM変換を組み合わせるにより、パラメータの設定が容易でかつ効果的にインパルス状雑音と白色雑音を同時に除去する手法を提案する。本論文の構成は以下のとおりである。まず、第2章においてM変換とウェーブレット縮退を用いてインパルス状雑音と白色雑音を除去する新たな手法を提案する。提案する雑音除去方法が高精度表面計測信号中に含まれるインパルス状雑音の除去に有効であることを第3章において数値実験により確認する。さらに第4章において、提案する方法を原子間力顕微鏡により測定した高精度表面計測信号に適用し、信号中に含まれるインパルス状雑音の除去に有効であることを示す。最後に第5章にまとめを示す。

## 2. M変換とウェーブレット縮退を用いるインパルス状雑音除去手法

筆者等が文献(1)で提案したM変換は以下のようなものである。ガロア体 $GF(2)$ 上で定義された $n$ 次原始多項式 $f(x)$ より発生したM系列信号を $\{a_i\}$  ( $a_i = 0$  または  $1$ ) をもとに、2値系列 $\{m_i\}$ を(1)式のように定義する。

$$m_i = \begin{cases} 1 & (\text{if } a_i = 0) \\ -1 & (\text{if } a_i = 1) \end{cases} \quad (0 \leq i \leq N-1) \quad (1)$$

この2値系列 $\{m_i\}$ を用いて $N \times N$ の行列 $M_i$ を(2)式のように構成する。ここで、 $N = 2^n - 1$ は $n$ 次M系列の周期である。

$$M_i = \begin{bmatrix} m_i & m_{i-1} & \dots & m_{i-N+1} \\ m_{i+1} & m_i & \dots & m_{i-N+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{i+N-1} & m_{i+N-2} & \dots & m_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

つぎに、時間信号 $x(t)$ を一定のサンプリング間隔 $\Delta t$ おきにサンプルした時系列信号を $x(i\Delta t)$ とし、これを $x(i)$ と略記して時間信号 $X_i$ を(3)式のように定義する。

$$X_i = (x(i), x(i+1), \dots, x(i+N-1))^T \quad (3)$$

時系列信号 $\{x_i\}$ のM変換 $A$ は(4)式により一意に決定される<sup>(1)</sup>。

$$A = M_i^{-1} X_i \quad (4)$$

この時間信号 $X_i$ が、(5)式で表されるような $j$ の位置に大きさ $p_j$ の単一インパルスを有するインパルス状雑音 $P_j$ である場合、 $P_j$ は(5)式のように表される。

$$P_j = (0, 0, \dots, p_j, 0, \dots, 0)^T \quad (5)$$

また、そのM変換 $A_p$ の要素 $\alpha_i$ は、(6)式のように表される<sup>(2)</sup>。

$$\alpha_i = \frac{1}{N+1} (m_{i+j} - 1) p_j \quad (6)$$

(6)式より、インパルス状雑音にM変換をほどこすことにより、これを小振幅のM系列信号に変換できることがわかる。したがって、観測信号中に含まれるインパルス状雑音の数が多い場合、そのM変換は小振幅のM系列信号の和となり、ガウス性不規則信号になると考えられる。一方、M変換は時系列信号とM系列信号との相互相関関数を求めることと等価<sup>(1)</sup>であるため、M系列信号と無相関である白色雑音 $\sigma(i)$ のM変換はやはり小振幅の不規則信号となる。したがって、インパルス状雑音および白色雑音を含む観測信号 $X$ のM変換 $A$ 中に含まれる小振幅の雑音を除去することにより、ガウス性不規則信号のみならず、インパルス状雑音の除去も可能となる。

M変換 $A$ 中に含まれる小振幅の雑音を除去する手法として、文献(2)、(3)では非線形フィルタを用いた。しかし、非線形フィルタの場合、そのパラメータの選定を誤ると良好な雑音除去が困難であった。そこで、本論文では小振幅雑音の除去にDonohoにより提案されたウェーブレット縮退を用いるDe-noising手法<sup>(15)</sup>を適用する。まず、雑音を含む信号のM変換 $A$ を正規直交ウェーブレット変換することにより、レベル $j_L$ のウェーブレット係数 $w_a^{(j)}(k)$  ( $j = 1, \dots, j_L; k = 0, \dots, L_j - 1$ )を計算する。直交変換による信号の変換を行った場合、信号の統計的な性質に変化はないため、白色雑音のウェーブレット係数は変換後も白色雑音となる。したがって、得られたウェーブレット係数 $w_a^{(j)}(k)$ に対してあるしきい値 $\lambda$ を定め、しきい値以下の成分を除去することにより、白色雑音成分を除去することが可能となる。

このしきい値 $\lambda$ の決定方法としては、雑音の標準偏差 $\sigma$ が既知であるとき、

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log L} \quad (7)$$

とする方法が提案されている<sup>(15)</sup>。また、観測信号に含まれる雑音成分の標準偏差の値  $\sigma$  が未知である場合には、(8) 式のような標準偏差の推定値  $\hat{\sigma}$  を用いる<sup>(15)</sup>。

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}\{|W_x^{(1)}(0)|, \dots, |W_x^{(1)}(L_1 - 1)|\}}{0.6745} \quad (8)$$

(8) 式において、 $\text{median}(\cdot)$  は中間値をとる操作を表す。得られたウェーブレット係数  $w_x^{(j)}(k)$  に (7) 式で得られたしきい値  $\lambda$  を用いて (9) 式のような Soft-thresholding 手法<sup>(15)</sup> を適用し、小振幅の雑音成分を除去する。

$$w_x^{(j)}(k) = \begin{cases} (|w_x^{(j)}(k)| - \lambda) & (\text{if } |w_x^{(j)}(k)| > \lambda) \\ 0 & (\text{if } |w_x^{(j)}(k)| \leq \lambda) \\ -(|w_x^{(j)}(k)| - \lambda) & (\text{if } |w_x^{(j)}(k)| < -\lambda) \end{cases} \quad (9)$$

最後に、雑音除去後の M 変換を逆 M 変換し、もとの時間信号に変換することにより、雑音が除去された信号が得られる。

提案する雑音除去手法の利点はパラメータの設定がきわめて容易な点である。ウェーブレット縮退のみを用いてインパルス状雑音を除去する方法も提案されている<sup>(16)</sup>。しかし、この手法では雑音除去のためのしきい値をあらかじめ求めておかなければならず、またその決め方も経験的なものである。これに対して、提案する手法では設定するパラメータはウェーブレット展開の次数  $j_L$  のみであり、しきい値  $\lambda$  は (7) 式により自動的に決定される。

本論文では雑音除去の対象となる信号が 2 次元の画像信号であるため、文献 (3) の方法と同様に以下のような雑音除去を行う。まず、雑音除去の対象となる  $N_1 \times N_2$  の 2 次元信号を  $x(i, j)$  ( $0 \leq i \leq N_1 - 1, 0 \leq j \leq N_2 - 1$ ) とする。この 2 次元信号  $x(i, j)$  の各列を取り出し、式 (10) のように 1 次元信号  $X_j$  ( $0 \leq j \leq N_1 - 1$ ) を構成する。

$$X_j = (x(0, j), x(1, j), \dots, x(N_2 - 1, j))^T \quad (10)$$

この場合、 $n$  次 M 系列信号を用いて M 変換を行うため、画像の大きさは  $N_2 = 2^n - 1$  を満足する必要がある。この 1 次元信号  $X_j$  の M 変換  $A_j$  ( $0 \leq j \leq N_1 - 1$ ) は式 (11) より求められる。

$$\begin{aligned} A_j &= (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N_2-1})^T \\ &= M_i^{-1} X_j \end{aligned} \quad (11)$$

得られた M 変換  $A_j$  にウェーブレット縮退を適用し、小振幅雑音を除去した後、逆 M 変換することにより、雑音が除去された信号が得られる。

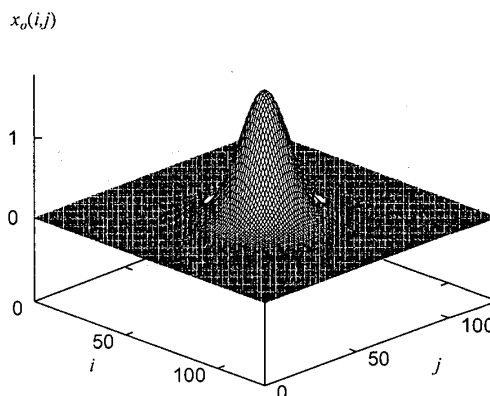


Fig. 1 2-dimensional Gaussian signal  $x_o(i, j)$

### 3. シミュレーション結果

提案した方法によりインパルス状雑音と白色雑音の除去が可能であることを確認するため、以下のようにシミュレーションを行った。まず、図 1 に示す 2 次元信号  $x_o(i, j)$  ( $0 \leq i \leq 126, 0 \leq j \leq 126$ ) を考える。これは、式 (12) で表されるような 2 次元ガウス信号である。

$$x_o(i, j) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(i-\mu)^2 + (j-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (12)$$

$$A = 40.0, \quad \mu = 63.0, \quad \sigma = 10.0$$

この 2 次元ガウス信号  $x_o(i, j)$  に 10 個のインパルス雑音および区間  $[-0.1, 0.1]$  で一様に分布する白色雑音を付加した 2 次元信号  $\{x(i, j)\}$  を図 2 に示す。図 2 に示す雑音を含む 2 次元信号に対して、文献 (3) で提案したインパルス雑音除去手法を適用した結果が図 3 である。ここで、信号  $x(i, j_p)$  の長さが  $N = 127$  であるため、M 変換には特性多項式  $f(x)$  が次式で表されるような次数  $n = 7$  の M 系列信号を用いている。

$$f(x) = x^7 + x^3 + 1 \quad (13)$$

また、非線形フィルタとしては長さ  $L = 5$  の  $\varepsilon$ -分離フィルタを用いている。図 2 と図 3 を比較すると、文献 (3) の手法ではインパルス状雑音の除去が不十分であることがわかる。

一方、図 4 は図 2 の信号に対して、本論文で提案する方法により雑音除去を行った結果である。この場合、ウェーブレット係数を求める最大レベルは  $j_L = 4$  で

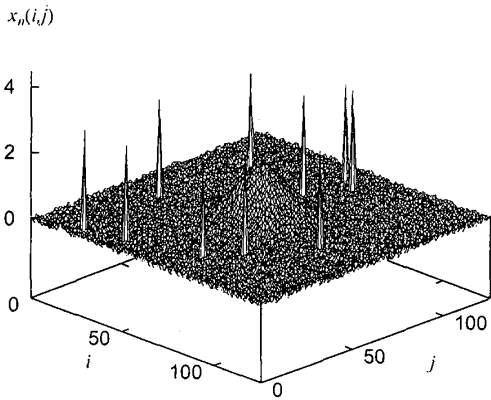


Fig. 2 2-dimensional Gaussian signal  $x_n(i, j)$  which include impulsive and white noise

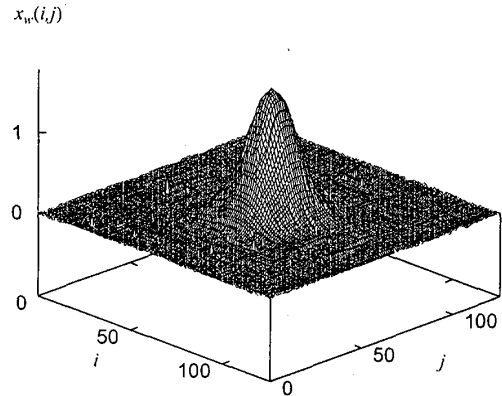


Fig. 4 2-dimensional Gaussian signal  $x_f(i, j)$  estimated by the proposed method

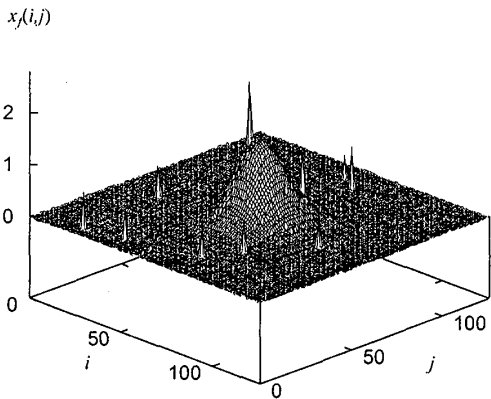


Fig. 3 2-dimensional Gaussian signal  $x_f(i, j)$  estimated by using M-transform and  $\epsilon$ -filter

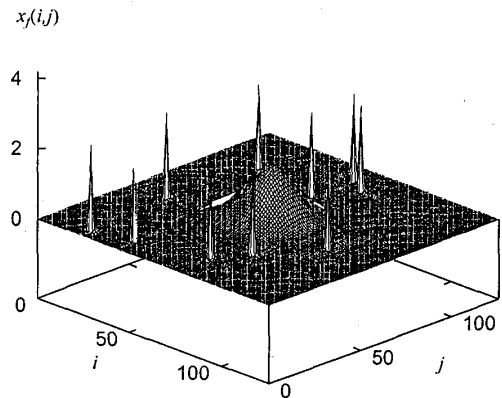


Fig. 5 2-dimensional Gaussian signal  $x_f(i, j)$  estimated by wavelet shrinkage

Table 1 Daubechies' sequence

Length $L$	Daubechies' sequence $h(n)$
8	0.1629, 0.5055, 0.4461, -0.0198, -0.1323, 0.0218, 0.0233, -0.0075

ある。直交ウェーブレット変換には表 1 に示すような長さ  $L = 8$  のドベシイ系列を用いている。図 3 と図 4 を比較すると、本論文で提案する方法ではインパルス状雑音がよく除去されていることは明らかである。

また、図 5 は M 変換を行わず、ウェーブレット縮退のみを施した結果である。ここで、使用したドベシイ系列およびウェーブレット係数を求める最大レベルは図 4 と同じものである。図より、信号中の白色雑音は除去されているのに対し、インパルス状雑音は除去されていないことが明らかである。これは、ウェーブ

レット縮退による雑音除去手法では除去の対象となる雑音がガウス性白色雑音であるという前提にもとづいているためである。これに対し、提案する方法ではインパルス状雑音が M 変換することにより白色雑音に変換されるため、ウェーブレット縮退により両者とも除去されている。

つぎに、提案する手法の有効性を式 (14) により定義した平均 2 乗誤差 (MSE) を用いて定量的に評価した。

$$MSE = \sum_{i=0}^{N_1-1} \sum_{j=0}^{N_2-1} (x_f(i, j) - x_o(i, j))^2 \quad (14)$$

式 (14) において  $x_o(i, j), x_f(i, j)$  はそれぞれ、もとの

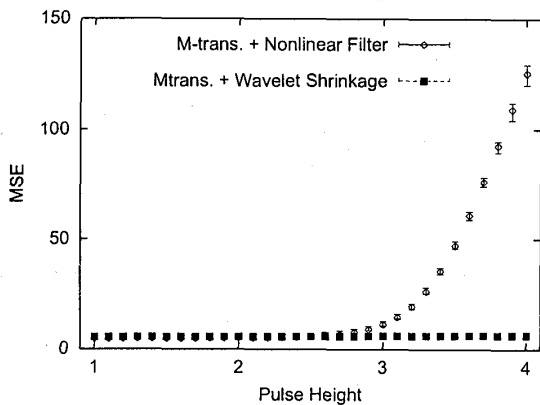


Fig. 6 Relation between MSE and pulse height

2次元信号および雑音を除去したあとの信号である。もとの信号として図1に示す2次元ガウス信号を用い、信号に混入するインパルス状雑音の高さを変え、文献(3)で提案したM変換と非線形フィルタを用いる方法と本論文で提案するM変換とウェーブレット縮退を用いる方法を適用し、雑音を除去した後のMSE値を比較した結果が図6である。図より、インパルス雑音の高さが低い場合は両者のMSE値に顕著な差は見られないが、混入するインパルス提案の高さが高くなるにつれ、ウェーブレット縮退を用いる方が非線形フィルタを用いた場合よりもMSEの値が小さく、雑音低減に有効であることがわかる。

#### 4. AFM 信号中の雑音除去

本論文で提案した雑音除去方法を超精密表面形状計測機器のひとつである原子間力顕微鏡 (Atomic Force Microscope, AFM) の信号に含まれるインパルス状雑音の除去に適用した。AFMは原子間力を用いて物体の表面形状を計測するが、走査速度を上げるとインパルス状の雑音が混入し、正確な測定が困難になる。また、物体表面上に存在する微小粒子も計測信号中にインパルス状の雑音を生じさせる。このようなインパルス状雑音は通常のガウシアンローパスフィルタやメディアンフィルタでは十分に除去することができないことが知られている<sup>(4)</sup>。

本研究では、前章で提案したM変換を用いる雑音除去手法を原子間力顕微鏡信号中の雑音除去に用いる。本研究で使用した原子間力顕微鏡はセイコー電子工業

SPI3700であり、測定範囲は最大で $150\ \mu\text{m} \times 150\ \mu\text{m}$ 、最小で $1\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$ である。変位検出分解能は測定範囲が $1\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$ の場合に最小であり、面内が $0.2\ \text{nm}$ 、垂直方向が $10^{-2}\ \text{nm}$ である。AFM チッ

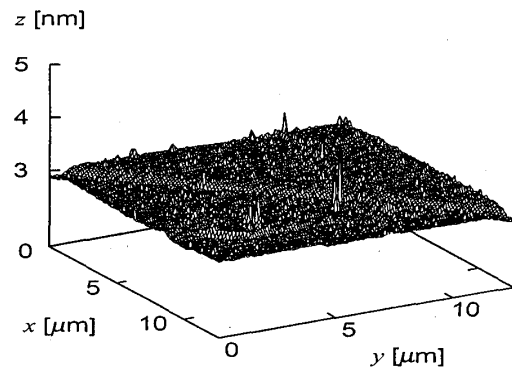


Fig. 7 AFM signal including impulsive noise

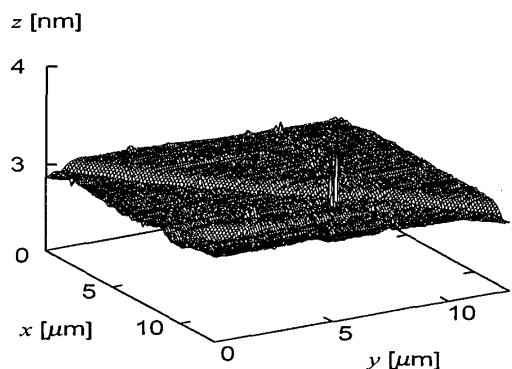


Fig. 8 AFM signal reconstructed by using M-transform and nonlinear filter

プは底辺が $4\ \mu\text{m}$ の四角錐形状の窒化珪素であり、先端半径は十分に小さく、また摩耗により分解能の低下が生じれば直ちに交換する消耗品であるため、分解能の値への影響はない。

図8に文献(3)で提案した方法により雑音を除去したAFM信号を示す。これらの図は文献(3)に示したものと同一であり、半導体デバイス用に鏡面研磨したシリコン表面を走査速度は $1\ \text{Hz}$ 、 $25.57\ \mu\text{m} \times 25.57\ \mu\text{m}$ の範囲で測定した信号から取り出した $127 \times 127$ 画素を表示したものである。図7より、もとの画像信号にはインパルス状の雑音が多く含まれており、試料の正確な表面性状は測定できていないことは明らかである。一方、図8より、文献(3)で提案する方法ではインパルス状雑音が低減されているが、完全には除去できていないことがわかる。

図7の画像信号に対して、本論文で提案する方法により雑音除去を行った後のAFM信号を図9に示す。

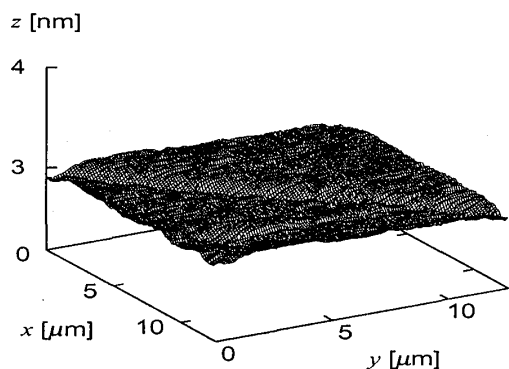


Fig. 9 AFM signal reconstructed by the proposed method

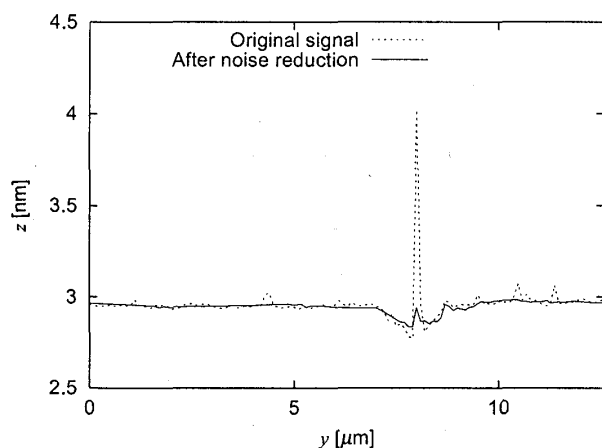


Fig. 10 AFM signal before and after noise reduction

この場合、ウェーブレット係数を求める最大レベルおよび直交ウェーブレット変換に使用するドベシイ系列は前章のシミュレーションと同じものを使用している。図9と図7を比較すると、文献(3)の方法では除去不可能であった被測定表面上の異物に起因すると思われる画像中の大きなインパルス状雑音が除去されており、試料表面の溝状の部分が明確になっていることがわかる。図10にインパルス状雑音を含むAFM信号の一行  $x_n(i_p, j)$  および提案する方法により雑音を除去したあとの同じ部分の信号  $x_w(i_p, j)$  を示す。図より、もとの信号には試料表面中の溝の部分に異物によるものと思われるインパルス状雑音が存在していることがわかる。これに対して雑音を除去したあとの信号では、溝形状を残しながらインパルス状雑音が除去されており、本論文で提案する雑音除去方法の有効性が明らかである。

## 5. あとがき

本研究では、M変換とウェーブレット縮退を用いて信号に含まれるインパルス状雑音および白色雑音を除去する新たな方法を提案した。数値シミュレーションにより、M変換と非線形フィルタよりも雑音除去に有効であることが確認された。さらに、提案する方法を原子間力顕微鏡信号に含まれるインパルス状の雑音の除去に適用し、きわめて良好な結果が得られることを示した。本論文で提案したインパルス状雑音除去方法はパラメータの設定が容易であり、高精度表面計測等における種々の雑音除去に有効であると考えられる。

## References

- (1) Kashiwagi H. et al., *M-transform and its Application to System Identification*, "Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers", Vol.E-1, No.1, (2002), pp.289-294.
- (2) Harada H. et al., *Impulsive Noise Reduction by Use of M-Transform*, "Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers", Vol.39, No.7, (2003), pp.688-690.
- (3) Harada H. et al., *Reduction of Impulsive Noise Included in High-Accuracy Surface Measurement Signal by Using M-Transform*, "Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers ser. C", Vol.71, No.702, (2005), pp.513-518.
- (4) Yanagi K. and Naruse F., *Attempt of data correction in optical surface topography measurement machine (in Japanese)*, "Journal of Japan Society for Precision Engineering", Vol.67, No.1, (2001), pp.106-108.
- (5) P.Heinonen and Y.Neuvo, *FIR-median hybrid filters*, "IEEE Trans. on Acoustic Signal and Signal Processing", Vol.35, No.6, (1987), pp.832-833.
- (6) P.Heinonen and Y.Neuvo, *FIR-median hybrid filters with predictive FIR substructure*, IEEE Trans. on Acoustic Signal and Signal Processing, Vol.36, No.6, (1987), pp.892-899.
- (7) J.Astola et al., *Linear median hybrid filters*, "IEEE Trans. on CAS", Vol.36, No.11, (1989), pp.1430-1438.
- (8) P.H.Bauer et al., *An IIR median hybrid filter*, "IEEE Trans. on Signal Processing", Vol.40, No.5, (1992), pp.1068-1078.
- (9) J.H.Wang et al., *Histogram-based fuzzy filter for image restoration*, "IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics", Vol.32, No.2, (2002), pp.230-238.
- (10) Y.S.Chio and R.Krishnapuram, *A robust approach to image enhancement based on fuzzy logic*, "IEEE Trans. on Image Processing", Vol.6, No.6, (1996), pp.808-825.
- (11) M.Lazar and L.Bruton, *Combining the Discrete Wavelet Transform and Mixed Domain Filtering*, "IEEE Trans. on Image Processing", Vol.5, No.7, (1997), pp.1124-1136.

- (12) M.E.Zervakis et al, *Multiresolution Image Reconstruction in the Wavelet Domain*, "IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing", Vol.42, (1995), pp.578-591.
- (13) Y.Xu et al, *Wavelet Transform Domain Filters: A Spatially Selective Noise Filtration Technique*, "IEEE Trans. Image Processing", Vol.3, No.6, (1994), pp.747-758.
- (14) M.E.Zervakis et al, *A Wavelet-domain Algorithm for Denoising in the Presence of Noise Outliners*, "Proc. International Conference on Image Processing", Vol.1, (1997), pp.632-635.
- (15) D.L.Donoho, *De-noising by Soft-thresholding*, "IEEE Trans. Information Theory", Vol.41, No.3, (1995), pp.613-627.
- (16) Z.Zhang et al., *RI-Spline Wavelet and Its Application for Unsteady Signal Analysis - 2nd Report, Complex Multi-Resolution Analysis with RI-Spline Wavelet -*, "Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers", Vol.39, No.7, (2003), pp.615-623.
-