

モデル規範形適応手法による能動的振動制御*

石飛光章*¹, 岩井善太*¹Active Vibration Control Using a Model Reference
Adaptive Technique

Mitsuaki ISHITOBI and Zenta IWAI

This paper deals with the active vibration control problem when the system is subjected to unknown deterministic disturbances which are generated by a linear dynamical system. A model reference adaptive technique is applied for control design. This algorithm can be implemented if only the upper bound of the degree of the disturbance dynamics is known. In addition, the solvability of the Diophantine equation is guaranteed. These facts indicate that this scheme is superior to the adaptive pole placement controller incorporating the internal model principle. Experimental results show the effectiveness of the control method presented in this paper.

Key Words: Vibration Control, Adaptive Control, Computer Control, Model Reference Adaptive Technique, Deterministic Disturbance

1. 緒 言

近年, 能動的振動制御の研究が極配置理論や最適制御理論を用いて活発に行われている⁽¹⁾⁻⁽³⁾. 極配置理論による方法は, 理想的な振動形態がわかっている場合に有効な手法である⁽²⁾. この方法の一つである内部モデル原理に基づく適応極配置法は, 理論上完全な制振と閉ループ極の配置とを同時に達成できることが明らかにされ, この方法の有効性が実験によって示されている⁽⁴⁾. しかし, この方法は次の点に問題を残している. すなわち,

(1) 振動の原因となる外乱の挙動に関する, 動特性式の正確な次数がわかっている必要はない.

(2) 制御入力決定に必要な多項式方程式の求解可能性を保証するためには, 複雑な制御系構成としなければならない.

そこで本研究では, これらの問題点を解消する能動的振動制御手法の開発について考察し, モデル規範形適応制御手法の適用によって改善可能であることを明らかにする. この方法では外乱の動特性式の次数に関しては, その上限がわかっている設計が可能であり,

また, 多項式方程式の求解可能性は常に保証されることを示す. そして, この方法の制振効果を実験によって検証する.

2. 制振問題と制御理論

能動的制振装置が設置された機械システムの運動方程式が離散時間形式で

$$\bar{A}(q^{-1})y(t) = q^{-h}\bar{B}(q^{-1})u(t) + \bar{C}(q^{-1})w(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表わされているとする. ここで, q^{-1} は遅れ演算子であり, $u(t)$, $y(t)$ はそれぞれ入力, 出力を, h はむだ時間を表す. また, $\bar{A}(q^{-1})$, $\bar{B}(q^{-1})$, $\bar{C}(q^{-1})$ はそれぞれ次数 n , m , s の多項式

$$\begin{aligned} \bar{A}(q^{-1}) &= 1 + \bar{a}_1q^{-1} + \dots + \bar{a}_nq^{-n} \\ \bar{B}(q^{-1}) &= \bar{b}_0 + \bar{b}_1q^{-1} + \dots + \bar{b}_mq^{-m} \\ \bar{C}(q^{-1}) &= \bar{c}_1q^{-1} + \dots + \bar{c}_sq^{-s} \end{aligned}$$

であり, システムの可制御・可観測性が満たされている. 多項式 $\bar{A}(q^{-1})$, $q^{-h}\bar{B}(q^{-1})$ は互いに素であるとする. $w(t)$ は直接検出不可能な確定外乱で次式の線形自由系の出力として表されているとする.

$$\bar{D}(q^{-1})w(t) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに $\bar{D}(q^{-1})$ は単位円上に相異なる根をもつ次数 p の多項式

* 原稿受付 平成2年5月14日.

*¹ 正員, 熊本大学工学部 (☎860 熊本市黒髪2-39-1).

$$\bar{D}(q^{-1})=1+\bar{d}_1q^{-1}+\dots+\bar{d}_{\bar{p}}q^{-\bar{p}}$$

である。例えば、正弦波状外乱、周期外乱、ステップ状外乱は式(2)を満足する。

制振は出力 $y(t)$ を零に収束させることによって達成される。

ここで以下の仮定をおく。

(a) 次数 n, m , および、むだ時間 h は既知であるが、多項式 $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1})$ のパラメータは未知である。

(b) 多項式 $\bar{B}(q^{-1})$ は安定である。

(c) 次数 \bar{p} , および多項式 $\bar{D}(q^{-1})$ のパラメータは未知であるが、次数 \bar{p} の上限値 $p(\geq \bar{p})$ は既知である。

従来の適応極配置方法では、正確な次数 \bar{p} が必要であり、上限値がわかっただけでは制御系を構成できなかった。正確な次数がわかることは、例えば、正弦波状外乱の場合であれば、加わる正弦波の周波数成分の数を正確に知ることであり、一般にその数を事前に知るとは困難な場合が多いと考えられる。これに対して、次数の上限値の情報によって設計が可能になれば、実際に加わる正弦波周波数成分の数が正確にはわからなくても、実際より多い周波数成分個数を想定して制御系を構成できることになる。

制御系は次のように構成する。

システム表現式(1)に $\bar{D}(q^{-1})$ を作用させれば、式(2)より

$$\bar{A}(q^{-1})\bar{D}(q^{-1})y(t)=q^{-h}\bar{B}(q^{-1})\bar{D}(q^{-1})u(t) \quad \dots\dots\dots(3)$$

となるが、多項式 $\bar{D}(q^{-1})$ の次数 \bar{p} は未知であるため、先験情報から上の関係式の成立を知ることはできない。そこで、単位円上に相異なる根をもつ p 次の多項式

$$D(q^{-1})=1+d_1q^{-1}+\dots+d_pq^{-p}$$

に対して

$$\bar{A}(q^{-1})D(q^{-1})y(t)=q^{-h}\bar{B}(q^{-1})D(q^{-1})u(t) \quad \dots\dots\dots(4)$$

が成立しているとみて、制御系を構成する。すなわち、これは $p-\bar{p}$ 次の多項式

$$D'(q^{-1})=1+d'_1q^{-1}+\dots+d'_{p-\bar{p}}q^{-(p-\bar{p})}$$

によって

$$D(q^{-1})=\bar{D}(q^{-1})D'(q^{-1}) \quad \dots\dots\dots(5)$$

となるとしていることを意味する。

例えば、外乱が正弦波であり、2成分以下である場合には

$$D(q^{-1})=\prod_{i=1}^2(1+d_iq^{-1}+q^{-2}) \quad \dots\dots\dots(6)$$

について、式(4)が成立しているとして制御系を設計することになる。そのとき、実際に加わる正弦波外乱が1成分だけであったとすれば

$$\bar{D}(q^{-1})=1+\bar{d}q^{-1}+q^{-2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

について、式(3)が成立している。

さて、式(4)の多項式のパラメータは未知であるため、その推定機構を設計する。まず式(4)を

$$y(t)=\theta^T\phi(t-1) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\theta^T=[-a_1, \dots, -a_{n+p}, b_0, \dots, b_{m+p}]$$

$$\phi^T(t-1)=[y(t-1), \dots, y(t-n-p), u(t-h), \dots, u(t-h-m-p)]$$

$$A(q^{-1})=\bar{A}(q^{-1})D(q^{-1}) \\ = (1+\bar{a}_1q^{-1}+\dots+\bar{a}_nq^{-n}) \\ \times (1+d_1q^{-1}+\dots+d_pq^{-p}) \\ = 1+a_1q^{-1}+\dots+a_{n+p}q^{-(n+p)}$$

$$B(q^{-1})=\bar{B}(q^{-1})D(q^{-1}) \\ = (\bar{b}_0+\dots+\bar{b}_mq^{-m}) \\ \times (1+d_1q^{-1}+\dots+d_pq^{-p}) \\ = b_0+\dots+b_{m+p}q^{-(m+p)}$$

なる表現に書き直しておき、固定トレースゲインアルゴリズムのパラメータ調整則を次のように構成する。

$$F(t)=\frac{1}{\lambda(t-1)}[F(t-1) \\ - \frac{F(t-1)\phi(t-1)\phi^T(t-1)F(t-1)}{1+\phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)}] \quad \dots\dots(9)$$

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+\frac{F(t-1)\phi(t-1)}{1+\phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)} \\ \times [y(t)-\phi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)] \quad \dots\dots\dots(10) \\ \lambda(t-1)=1$$

$$-\frac{\phi^T(t-1)F^2(t-1)\phi(t-1)}{\text{tr } F(0)\{1+\phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)\}} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで $F(0)=F^T(0)>0$ であり、 $\text{tr } F(0)$ は $F(0)$ のトレースを表し

$$\hat{\theta}^T(t)=[-\hat{a}_1(t), \dots, -\hat{a}_{n+p}(t), \hat{b}_0(t), \dots, \hat{b}_{m+p}(t)]$$

は θ の推定ベクトルである。

次に、多項式

$$\hat{A}(t, q^{-1})=1+\hat{a}_1(t)q^{-1}+\dots+\hat{a}_{n+p}(t)q^{-(n+p)}$$

$$\hat{B}(t, q^{-1})=\hat{b}_0(t)+\dots+\hat{b}_{m+p}(t)q^{-(m+p)}$$

を定義する。

制御入力を求めるため、 $n+p+h-1$ 次以下の安定多項式 $A^*(q^{-1})$ を選び、Diophantine 方程式

$$\hat{A}(t, q^{-1})\hat{P}(t, q^{-1})+q^{-h}\hat{R}(t, q^{-1})=A^*(q^{-1}) \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\hat{P}(t, q^{-1})=1+\hat{p}_1(t)q^{-1}+\dots+\hat{p}_{h-1}(t)q^{-(h-1)}$$

$$\hat{R}(t, q^{-1})=\hat{r}_0(t)+\dots+\hat{r}_{n+p-1}(t)q^{-(n+p-1)}$$

より $\hat{P}(t, q^{-1}), \hat{R}(t, q^{-1})$ を求める。そして、制御入力
は

$$\hat{P}(t, q^{-1})\hat{B}(t, q^{-1})u(t) = -\hat{R}(t, q^{-1})y(t) \dots\dots\dots (13)$$

と与える。

このとき、目的の制振が達成されることを示す次の定理が成り立つ。

[定理] 制御系を式(9)-(13)で構成するとき、入出力信号は有界で

$$y(t) \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty) \dots\dots\dots (14)$$

が成立する。

(証明) 多項式 $\hat{A}(t, q^{-1})$ と q^{-h} とは常に互いに素であるから、Diophantine 方程式(12)は求解可能である。また、多項式 $D(q^{-1})$ は単位円上に相異なる根をもつから、システム表現式(4)は広義の意味で逆安定である⁽⁵⁾。したがって、この場合は、文献(5)の定理 6・4・1 項で規範入力を零としたときにあたり、入出力信号は有界で、式(14)が成立する。

3. 実 験

実験によって前節の手法の有効性を検証した。実験を行った装置を図1に示す。出力はマスの平衡状態からの変位 $y(\tau)$ であり、入力はサーボアンプに加える駆動電圧 $u(\tau)$ である。未知外乱 $w(\tau)$ はばねを介してシステムに印加される。

図1の振動系は

$$m\ddot{y}(\tau) + c\dot{y}(\tau) + (k_1 + k_2 + k_3)y(\tau) = k_2x(\tau) + k_3w(\tau) \dots\dots\dots (15)$$

とモデル化できる。ここで $x(\tau)$ はサーボモータによって生じる強制変位を表す。また、サーボシステムの動特性は近似的に

$$\dot{x}(\tau) = \alpha u(\tau) \dots\dots\dots (16)$$

で与えられる。式中の記号およびその概略値は次のようになっている。

- m : 質量, 2.05 kg
- c : ダンパの減衰係数, 10.0 Ns/m

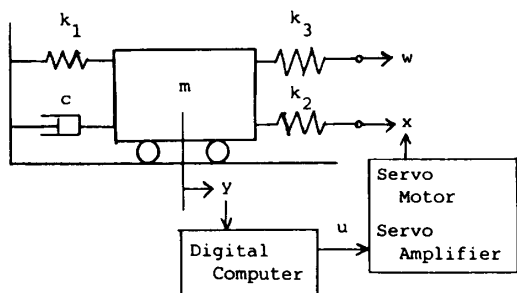


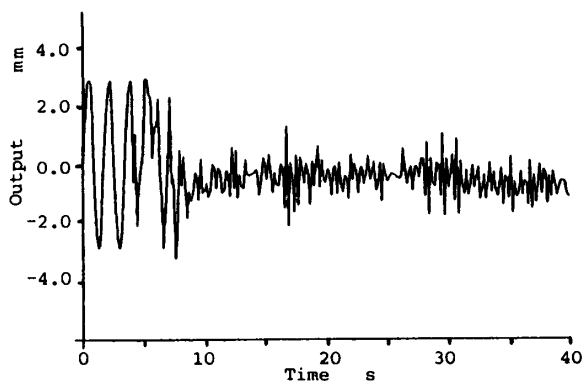
図1 振動実験装置

- k_1 : 第一ばねのばね定数, 1 000 N/m
- k_2 : 第二ばねのばね定数, 2 195 N/m
- k_3 : 第三ばねのばね定数, 1 829 N/m
- α : サーボアンプゲイン, 0.0335 m/Vs

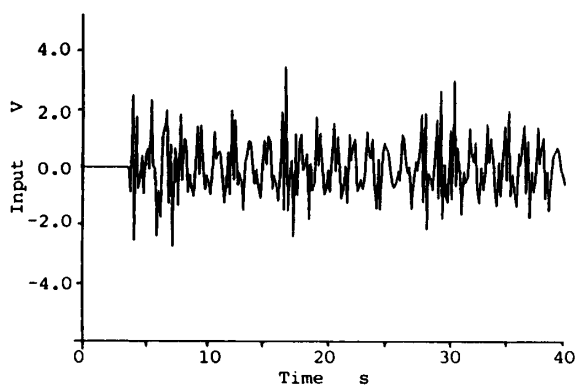
このシステムの入力を零次ホールダに通したときの離散化システム式(1)の多項式 $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1}), \bar{C}(q^{-1})$ の次数はそれぞれ、3, 2, 3 となり、むだ時間 h は 1 となる。実験では 2 成分以下の正弦波外乱が加わるものとして制御系を構成し、実際には 1 成分の正弦波外乱を印加した。したがって、実際には式(7)の $\bar{D}(q^{-1})$ について式(3)が成立しているが、次数の情報として事前にわかっているのは $p=4$ であることから、式(6)のときの式(4)を用いて制御系を構成した。そこで、パラメータ推定ベクトル θ の次数は 14 となる。サンプリングタイムを 160 ms とし、安定多項式を $A^*(q^{-1})=1-0.95q^{-1}$ と与え、 $F(t)$ の初期値を $F(0)=0.1I$ とした。外乱の角速度はおよそ 4.4 rad/s である。制御は実験開始後 4 秒から始めている。実験結果を図2に示す。参考までに、同じ条件のもとで行った数値シミュレーションの結果を図3に示す。この結果から、シミュレーションではほぼ完全な制振が達成され、実験でも振幅は制御前の 1/4 程度に抑えられていることがわかる。実験でシミュレーションほどの制振結果が得られていないのは、非線形摩擦などのモデル化誤差の影響が残っているためと考えられる。

次に、推定パラメータ個数を減らし、構成の簡略化をはかったときの実験結果を説明する。外乱周波数に関するパラメータ以外のパラメータ、すなわち、質量、減衰係数、ばね定数は事前の測定によって概略値を知ることができる。そこで、その情報を用いれば、推定パラメータ個数を 14 から 2 に減らすことができる。この場合のパラメータ推定機構の構成を付録に述べる。実験結果は図4である。このときには、 $A^*(q^{-1})=1-0.97q^{-1}$ としている。他の条件は前と同じである。制御前に比較し、振幅は約 1/3 に抑制されている。全パラメータを推定する方法に比較し、幾分制御効果の劣化がみられるのは、実験要素の測定値が誤差を含んでいることによるとと思われる。

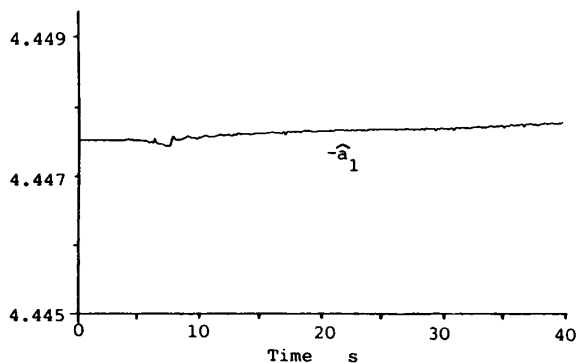
図5および図6は制御系構成上の正弦波成分を実際に加わる正弦波成分と一致させたときの実験結果である。図5は全パラメータを推定する方法、図6は外乱周波数のパラメータのみ推定する方法による結果を示す。図5では $A^*(q^{-1})=1-0.95q^{-1}, F(0)=0.1I$ 、図6では $A^*(q^{-1})=1-0.95q^{-1}, F(0)=0.01I$ である。図5は図2より、また図6は図4よりよい制振結果を示している。これから、事前に正確な動特性次数がわ



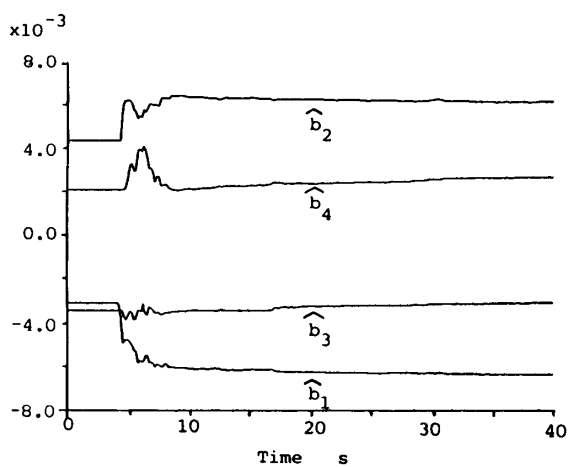
(a) 出力



(b) 入力



(c) 同定パラメータ \hat{a}_1



(d) 同定パラメータ $\hat{b}_1 \sim \hat{b}_4$

図 2 実験結果

かっているならば、上限値を使うより、正確な次数に基づいて制御系を構成することが望ましいといえる。

4. 結 言

本研究はモデル規範形適応手法による振動制御方法を検討し、実験により有効性を実証した。結果は次のように要約される。

(1) 本研究で述べた方法は内部モデル原理に基づく適応極配置法と異なり、外乱の動特性式の正確な次

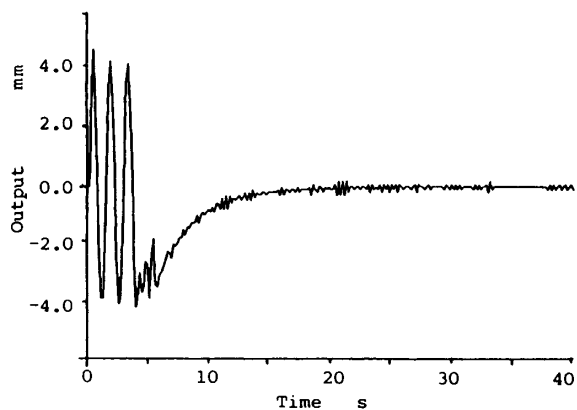


図 3 数値シミュレーション結果

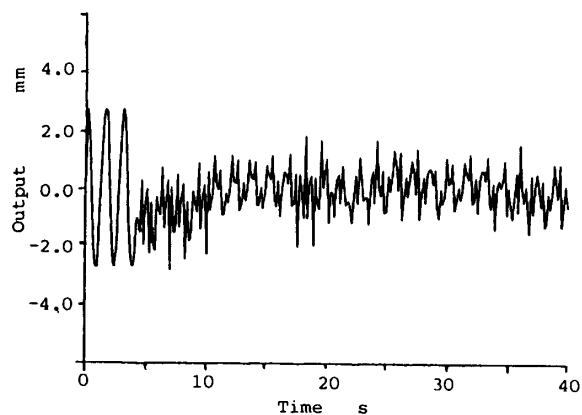


図 4 同定パラメータ数の削減をはかった場合の実験結果

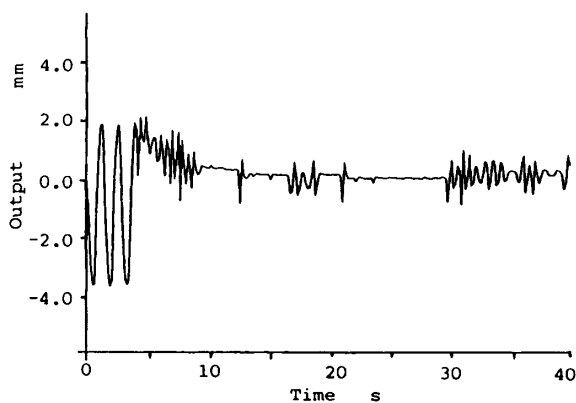


図 5 正確なモデル次数の場合の実験結果

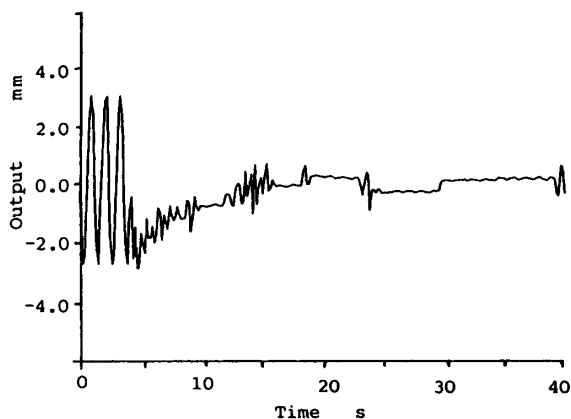


図 6 正確なモデル次数で同定パラメータ数の削減をはかった場合の実験結果

数が不明であっても、その上限値さえわかっている設計が可能であり、振動抑制が達成できる。

(2) 制御入力決定に必要な多項式方程式の求解可能性が常に保証されている。

(3) 実験により、振動振幅を 1/4~1/3 に抑制する結果を得た。

本研究の設計方法の問題点は、多項式 $\bar{B}(q^{-1})$ の安定性を仮定していることである。本研究の実験システムでもサンプリングタイムを短くすると、この仮定が満足されなくなる。そこで、このような問題に対処することが今後の課題である。

最後に、実験に協力いただいた本学学生、染矢洋君(現在、新日鉄情報通信システム)に感謝の意を表する。

付 録

推定パラメータ個数の減少をはかったときのパラメータ推定機構の構成

式(4)は具体的には

$$\bar{D}(q^{-1})=1+\bar{d}q^{-1}+q^{-2} \dots\dots\dots(17)$$

$$D'(q^{-1})=1+d'q^{-1}+q^{-2} \dots\dots\dots(18)$$

として

$$(1+a_1q^{-1}+\dots+a_7q^{-7})y(t) = q^{-1}(b_0+b_1q^{-1}+\dots+b_6q^{-6})u(t) \dots\dots\dots(19)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \bar{a}_1 + \bar{d} + d' \\ a_2 &= \bar{a}_2 + 2 + \bar{a}_1(\bar{d} + d') + \bar{d}d' \\ a_3 &= 2\bar{a}_1 + \bar{a}_3 + (\bar{a}_2 + 1)(\bar{d} + d') + \bar{a}_2\bar{d}d' \\ a_4 &= 2\bar{a}_2 + 1 + (\bar{a}_1 + \bar{a}_3)(\bar{d} + d') + \bar{a}_2\bar{d}d' \\ a_5 &= 2\bar{a}_3 + \bar{a}_1 + \bar{a}_2(\bar{d} + d') + \bar{a}_3\bar{d}d' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_6 &= \bar{a}_2 + \bar{a}_3(\bar{d} + d') \\ a_7 &= \bar{a}_3 \\ b_0 &= \bar{b}_0 \\ b_1 &= \bar{b}_1 + \bar{b}_0(\bar{d} + d') \\ b_2 &= 2\bar{b}_0 + \bar{b}_2 + \bar{b}_1(\bar{d} + d') + \bar{b}_0\bar{d}d' \\ b_3 &= 2\bar{b}_1 + (\bar{b}_0 + \bar{b}_2)(\bar{d} + d') + \bar{b}_1\bar{d}d' \\ b_4 &= 2\bar{b}_2 + \bar{b}_0 + \bar{b}_1(\bar{d} + d') + \bar{b}_2\bar{d}d' \\ b_5 &= \bar{b}_1 + \bar{b}_2(\bar{d} + d') \\ b_6 &= \bar{b}_2 \end{aligned}$$

となる。ここで未知パラメータを

$$\theta_1 = \bar{d} + d', \theta_2 = \bar{d}d'$$

とにおいて、上式を整理すると

$$\bar{y}(t) = \theta_1 z_1(t) + \theta_2 z_2(t) \dots\dots\dots(20)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= y(t) + \bar{a}_1 y(t-1) + (\bar{a}_2 + 2)y(t-2) \\ &+ (2\bar{a}_1 + \bar{a}_3)y(t-3) + (2\bar{a}_2 + 1)y(t-4) \\ &+ (2\bar{a}_3 + \bar{a}_1)y(t-5) + \bar{a}_2 y(t-6) \\ &+ \bar{a}_3 y(t-7) - \bar{b}_0 u(t-1) - \bar{b}_1 u(t-2) \\ &- (2\bar{b}_0 + \bar{b}_2)u(t-3) - 2\bar{b}_1 u(t-4) \\ &- (2\bar{b}_2 + \bar{b}_0)u(t-5) - \bar{b}_1 u(t-6) - \bar{b}_2 u(t-7) \\ z_1(t) &= -y(t-1) - \bar{a}_1 y(t-2) - (\bar{a}_2 + 1)y(t-3) \\ &- (\bar{a}_1 + \bar{a}_3)y(t-4) - \bar{a}_2 y(t-5) - \bar{a}_3 y(t-6) \\ &+ \bar{b}_0 u(t-2) + \bar{b}_1 u(t-3) + (\bar{b}_0 + \bar{b}_2)u(t-4) \\ &+ \bar{b}_1 u(t-5) + \bar{b}_2 u(t-6) \\ z_2(t) &= -y(t-2) - \bar{a}_1 y(t-3) - \bar{a}_2 y(t-4) \\ &- \bar{a}_3 y(t-5) + \bar{b}_0 u(t-3) + \bar{b}_1 u(t-4) \\ &+ \bar{b}_2 u(t-5) \end{aligned}$$

と表される。そこで、式(9)-(11)において

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^T(t) &= [\bar{\theta}_1(t), \bar{\theta}_2(t)] \\ \bar{\phi}^T(t-1) &= [z_1(t), z_2(t)] \end{aligned}$$

とし、式(10)の $y(t) - \bar{\phi}^T(t-1)\bar{\theta}(t-1)$ を $\bar{y}(t) - z_1(t)\bar{\theta}_1(t-1) - z_2(t)\bar{\theta}_2(t-1)$ で置き換えれば、2パラメータを推定する機構が構成される。こうして推定する $\bar{\theta}_1(t), \bar{\theta}_2(t)$ より $\bar{a}_i(t)(i=1, \dots, 7), \bar{b}_i(t)(i=0, \dots, 6)$ を求め、2章と同様に式(12)を解いて、制御入力を決めればよい。

文 献

- (1) 背戸・鈴木, 機誌, 89-811(1986), 635.
- (2) 吉田, 機習教 (第652回), (1987), 37.
- (3) 背戸, 計測と制御, 28-8(1989), 719.
- (4) 石飛・日野・岩井・若宮, 機論, 56-530, C (1990), 2558.
- (5) Goodwin, G. C. and Sin, K. S., *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, (1984), 207 Prentice-Hall.