

Д. В. Гузатов¹, академик С. В. Гапоненко²

¹Гродненский государственный университет имени Я. Купалы, Гродно, Республика Беларусь

²Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАНОЧАСТИЦ С ВЫСОКИМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ДЛЯ ЗАМЕДЛЕНИЯ СПОНТАННОГО ИСПУСКАНИЯ

Аннотация. Обсуждаются вопросы замедления спонтанного испускания молекул с помощью кремниевых сферических наночастиц и димеров из них. Показано, что на различных длинах волн видимого диапазона спектра величина полной скорости спонтанного перехода в молекуле, находящейся на оптимальном расстоянии по отношению к структуре из кремниевых наносфер и при оптимальных размерах структуры, может быть в 5–10 раз меньше по сравнению со скоростью перехода при отсутствии наночастиц.

Ключевые слова: замедление спонтанного испускания, диэлектрическая наночастица с большим значением показателя преломления, димер наночастиц, фотовольтаика

Для цитирования. Гузатов, Д. В. Использование наночастиц с высоким показателем преломления для замедления спонтанного испускания / Д. В. Гузатов, С. В. Гапоненко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2021. – Т. 65, № 5. – С. 546–551. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2021-65-5-546-551>

Dmitry V. Guzatov¹, Academician Sergey V. Gaponenko²

¹Yanka Kupala State University of Grodno, Grodno, Republic of Belarus

²B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

USING HIGH REFRACTIVE INDEX NANOPARTICLES FOR INHIBITION OF SPONTANEOUS EMISSION

Abstract. The article discusses the issues of inhibition of spontaneous emission of molecules by using silicon spherical nanoparticles and dimers made from them. It is shown that at different wavelengths of the visible spectral range, the value of the total spontaneous transitions rate in a molecule located at an optimal distance with respect to the structure with silicon nanospheres and at an optimal size of the structure can be up to 5–10 times lower than the transition rate in the case when the nanoparticles are absent.

Keywords: inhibition of spontaneous emission, dielectric nanoparticle with a high refractive index, dimer of nanoparticles, photovoltaics

For citation. Guzatov D. V., Gaponenko S. V. Using high refractive index nanoparticles to inhibition of spontaneous emission. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2021, vol. 65, no. 5, pp. 546–551 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2021-65-5-546-551>

Введение. Хорошо известно, что скорость спонтанных переходов в квантовых дипольных излучателях (атомах, молекулах, нанокристаллах (квантовых точках)) модифицируется в присутствии материальных тел [1]. При этом скорость перехода может как увеличиваться, так и уменьшаться. Наибольшее внимание в нанофотонике было уделено исследованиям, связанным с наноструктурами, для которых вероятности переходов в излучателях возрастают, поскольку данный эффект может быть использован на практике при разработке светоизлучающих устройств [2]. Было выяснено, что скорости спонтанных переходов значительно возрастают при помещении излучателей в так называемые горячие точки, где могут возникать большие локальные электрические поля, например, в зазоре между двумя близко расположенными металлическими частицами или вблизи острия вытянутой металлической частицы. При этом наиболее высокие значения скорости спонтанного перехода обеспечиваются в резонансных условиях возбуждения в частицах тех или иных собственных колебаний: плазмонных мод в металлических наночастицах,

мод электрического и магнитного типов в диэлектрических наночастицах с большим показателем преломления, высокодобротных поверхностных мод в частицах из метаматериалов с отрицательным показателем преломления и др.

Помимо увеличения вероятностей спонтанных переходов, для некоторых приложений порой важно создать условия, в которых вероятности переходов подавляются. Замедление распада возбужденного состояния полезно для фотохимии и фотовольтаики, так как увеличение продолжительности пребывания квантовой системы в возбужденном состоянии увеличивает вероятность ее участия в иных по отношению к возвращению в основное состояние процессах. Этого можно достичь при помещении атома (молекулы) в фотонный кристалл, у которого формируются разрешенные и запрещенные зоны частот (энергий) [3; 4]. Если частота фотона попадает в запрещенную область, то спонтанный распад может значительно замедлиться. Кроме того, подавления спонтанного испускания можно достичь при использовании волноводов, составляющих РТ-симметричную (parity-time-symmetric) систему [5]. Еще одним вариантом может быть создание некоторых оптимальных условий для наноструктур, когда при помещении источников вблизи структур скорости спонтанных переходов значительно уменьшаются. В частности, может существенно уменьшаться радиационная скорость спонтанного перехода молекулы, расположенной вблизи металлической наночастицы и имеющей тангенциальную к поверхности наночастицы ориентацию дипольного момента перехода [6; 7]. Однако в этой ситуации при приближении к поверхности металла полная скорость перехода будет возрастать за счет возрастания нерадиационной составляющей, связанной с джоулевыми потерями в металле.

Задача замедления спонтанного испускания может быть эффективно решена с помощью применения наноантенн, изготовленных из диэлектрических материалов с большим показателем преломления, например, из кремния [8]. Следует отметить, что кремний имеет некоторую мнимую часть диэлектрической проницаемости, которая, однако, становится пренебрежимо малой в области достаточно больших длин волн [9]. В [7], где мнимая часть кремния не учитывалась, теоретически было показано, что при расположении молекулы с тангенциальной ориентацией дипольного момента перехода вблизи Si наночастицы сферической и дисковой формы скорость спонтанного распада может заметно уменьшаться в оптическом диапазоне частот. Экспериментально замедление спонтанного испускания обнаружено в [10] при исследовании флуоресценции молекул вблизи матрицы упорядоченно расположенных кремниевых дисков на подложке.

Цель настоящей работы – продолжить начатые в [7] теоретические исследования замедления спонтанного испускания молекул (квантовых дипольных источников), расположенных вблизи сферических Si наночастиц, и изучить модификацию полной скорости спонтанного перехода при учете мнимой части диэлектрической проницаемости кремния. Будут исследованы случаи положения молекулы вблизи одной Si наночастицы и в центре зазора димера из близко расположенных Si наночастиц.

Материалы и методы исследования. Полную скорость спонтанного перехода γ_{tot} в молекуле, расположенной в воздухе вблизи произвольного материального тела, можно найти с помощью отношения мощности, отдаваемой молекулой на поддержание электромагнитного поля, к аналогичной мощности в отсутствие материального тела [11]:

$$\frac{\gamma_{\text{tot}}}{\gamma_0} = 1 + \frac{3 \operatorname{Im}(\mathbf{d}_0^* \mathbf{E}_{\text{ind}}(\mathbf{r}_0, \omega))}{2k_0^3 |\mathbf{d}_0|^2}, \quad (1)$$

где γ_0 – скорость спонтанного перехода в молекуле в случае, когда материальное тело отсутствует; \mathbf{d}_0 – дипольный момент исследуемого перехода (звездочка над дипольным моментом означает комплексное сопряжение); $\mathbf{E}_{\text{ind}}(\mathbf{r}_0, \omega)$ – напряженность индуцированного (вторичного) электрического поля, вычисляемая в точке положения молекулы \mathbf{r}_0 и на частоте испускания ω ; k_0 – волновое число в вакууме.

Для удобства расчетов (1) должно быть записано с учетом формы рассматриваемого материального тела. Явное выражение для полной скорости перехода в молекуле, расположенной вблизи сферической частицы, приведено в [12]. Выражение для случая молекулы, расположенной

в зазоре димера из сферических частиц, может быть получено из общих выражений в [13], где исследовалось спонтанное испускание оптически активной молекулы вблизи димера из киральных сфер. В явном виде указанные выражения мы здесь не выписываем из-за их громоздкости. Заметим, что данные выражения учитывают эффекты запаздывания (теория Ми) и потому они могут быть использованы для расчета частиц с большим показателем преломления.

Результаты и их обсуждение. На рис. 1 показаны спектральные зависимости относительной полной скорости $\gamma_{\text{tot}} / \gamma_0$ спонтанного перехода в молекуле, расположенной как вблизи одной кремниевой частицы диаметром $2a$ на расстоянии Δr от ее поверхности, так и в центре зазора шириной Δh в димере из одинаковых Si наночастиц диаметром $2a$. Ширина зазора соответствует минимальному расстоянию между поверхностями частиц. На данном рисунке (а также далее на других рисунках) представлены случаи дипольного момента перехода в молекуле, ориентированного тангенциально к поверхностям наночастиц, поскольку в этих условиях можно ожидать уменьшения исследуемой скорости спонтанного перехода по сравнению со скоростью γ_0 [7]. Расстояния от молекул до поверхностей наночастиц выбраны таким образом, чтобы возникли условия невысоких относительных значений γ_{tot} . Данные по зависимости диэлектрической проницаемости кремния от длины волны взяты из [9].

Как следует из рис. 1, относительная скорость $\gamma_{\text{tot}} / \gamma_0$ может принимать значения меньше 1 в областях длин волн, где отсутствуют резонансные пики, соответствующие возбуждению тех или иных электрических и магнитных мод димера [14]. Как видно, в случае молекулы вблизи Si наносфер диаметром 50 нм (рис. 1, *a*) величина $\gamma_{\text{tot}} / \gamma_0$ может уменьшаться до величины $\sim 0,4$ – $0,5$ для случая молекулы вблизи димера из наносфер и до величины $\sim 0,6$ – $0,7$ для случая молекулы, расположенной вблизи одной наночастицы, в широкой области видимого диапазона спектра.

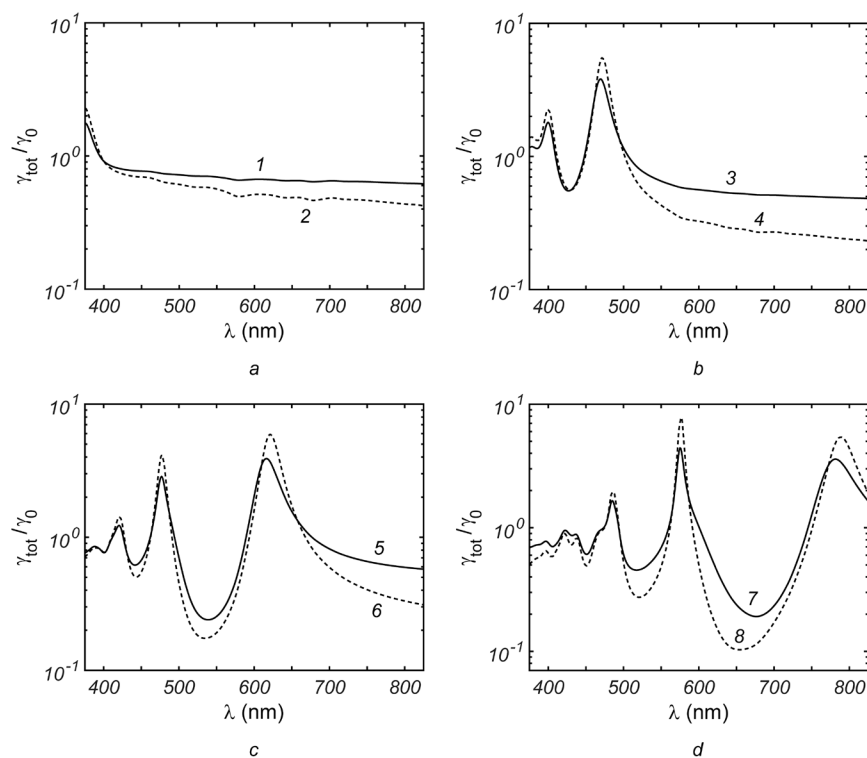


Рис. 1. Относительная скорость $\gamma_{\text{tot}} / \gamma_0$, рассчитанная для молекулы, расположенной вблизи одной Si наносферы (сплошная линия) и в центре зазора в димере из одинаковых Si наносфер (штриховая линия), как функция длины волны испускания λ ; *a* – $2a = 50$ нм, $\Delta r = 10$ нм (1) и $\Delta h / 2 = 10$ нм (2); *b* – $2a = 100$ нм, $\Delta r = 15$ нм (3) и $\Delta h / 2 = 15$ нм (4); *c* – $2a = 150$ нм, $\Delta r = 25$ нм (5) и $\Delta h / 2 = 25$ нм (6); *d* – $2a = 200$ нм, $\Delta r = 35$ нм (7) и $\Delta h / 2 = 35$ нм (8)

Fig. 1. Relative rate $\gamma_{\text{tot}} / \gamma_0$ for a molecule placed near a single Si nanosphere (solid line) and in the gap of a dimer of equal Si nanospheres (dashed line) versus emission wavelength λ ; *a* – $2a = 50$ nm, $\Delta r = 10$ nm (1) and $\Delta h / 2 = 10$ nm (2); *b* – $2a = 100$ nm, $\Delta r = 15$ nm (3) and $\Delta h / 2 = 15$ nm (4); *c* – $2a = 150$ nm, $\Delta r = 25$ nm (5) and $\Delta h / 2 = 25$ nm (6); *d* – $2a = 200$ nm, $\Delta r = 35$ nm (7) and $\Delta h / 2 = 35$ nm (8)

При увеличении диаметра наночастиц до 100 нм относительная скорость может уже уменьшаться до величин $\sim 0,3-0,4$ для случая молекулы в зазоре димера из наносфер (рис. 1, *b*). При дальнейшем увеличении размера наночастиц уменьшение относительных полных скоростей может быть сильнее: до значений $\sim 0,1-0,3$, но в ограниченных диапазонах длин волн испускания, находящихся, в частности, между резонансными пиками мод (рис. 1, *c* и *d*).

Как можно увидеть из рис. 1, при возрастании диаметра Si наносфер, число пиков, соответствующих возбуждаемым модам, возрастает и они смещаются в область больших длин волн. Это приводит к тому, что область длин волн между пиками тоже испытывает длинноволновое смещение. Поэтому можно утверждать, что условия замедления полной скорости спонтанного перехода в молекуле, расположенной в зазоре димера из наносфер или вблизи одной Si наносферы, могут быть созданы в достаточно широкой части видимого спектра. Отметим также, что поскольку расстояния между наносферами димера, при которых возникает замедление полной скорости перехода, достаточно велики, то спектральные положения областей минимумов γ_{tot} / γ_0 в случае димера по сравнению с положением соответствующих областей в случае одной наносферы меняются не очень значительно (рис. 1). Это позволяет примерно определять области минимизации полной скорости для димера, пользуясь результатами для одной наносферы.

Отметим, что из рис. 1 можно сделать вывод, что при помещении молекулы в центр зазора димера из Si наносфер можно создать условия, когда уменьшение полной скорости перехода γ_{tot} становится больше, чем уменьшение полной скорости в случае молекулы, расположенной вблизи только одной Si наносферы такого же диаметра и на расстоянии $\Delta h / 2$ от поверхности наночастицы (ср. сплошные и штриховые линии на рис. 1). Это утверждение требует более детального рассмотрения.

На рис. 2 показана относительная скорость γ_{tot} / γ_0 для молекулы, расположенной вблизи одной кремниевой сферической частицы (рис. 2, *a*) и в центре зазора между двумя одинаковыми Si наносферами (рис. 2, *b*), как функции Δr и $\Delta h / 2$, соответственно, при заданных длине волны испускания λ и диаметре наносфер $2a$. Длины волн расположены в видимом диапазоне спектра и выбраны таким образом, чтобы величина γ_{tot} / γ_0 принимала значения меньше 1.

Как следует из рис. 2, можно создать условия, при которых на той или иной длине волны из видимого диапазона реализуется минимум полной скорости спонтанного перехода в молекуле, расположенной вблизи одной Si сферы или в зазоре димера из Si сфер. При этом для получения наименьших значений скорости важным является задание оптимального расстояния от молекулы до структуры с наночастицами. С одной стороны, оптимизация Δr и Δh обусловлена уменьшением вклада нерадикационной части скорости спонтанного перехода. С другой стороны, изме-

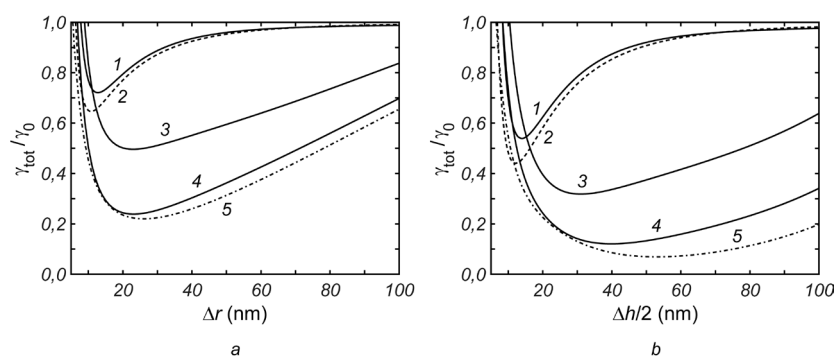


Рис. 2. Относительная скорость γ_{tot} / γ_0 , рассчитанная для молекулы вблизи одной Si наносферы и в центре зазора в димере из одинаковых Si наносфер; *a* – зависимость от положения молекулы вблизи одиночной наночастицы Δr ; *b* – зависимость от полуширины зазора $\Delta h / 2$ в димере из наночастиц; $2a = 50$ нм, $\lambda = 450$ нм (1); $2a = 50$ нм, $\lambda = 700$ нм (2); $2a = 100$ нм, $\lambda = 430$ нм (3); $2a = 150$ нм, $\lambda = 540$ нм (4); $2a = 200$ нм, $\lambda = 650$ нм (5)

Fig. 2. Relative rate γ_{tot} / γ_0 for a molecule near a single Si nanosphere and in the gap of a dimer of equal Si nanospheres; *a* – dependence on the position of a molecule near a single nanoparticle Δr ; *b* – dependence on the half-width of a gap $\Delta h / 2$ in the dimer of nanoparticles; $2a = 50$ nm, $\lambda = 450$ nm (1); $2a = 50$ nm, $\lambda = 700$ nm (2); $2a = 100$ nm, $\lambda = 430$ nm (3); $2a = 150$ nm, $\lambda = 540$ nm (4); $2a = 200$ nm, $\lambda = 650$ nm (5)

нение положения молекулы вблизи наночастицы позволяет уменьшать или увеличивать локальную плотность фотонных состояний [15], и в результате можно найти такие условия, при которых плотность состояний сильно уменьшается (минимизируется), т. е. существенно уменьшается вероятность спонтанного испускания молекулы.

Из рис. 2 также следует, что минимальные значения полной скорости в случае димера из наносфер превосходят соответствующие значения скорости в случае одной наносферы. Заметим, что последнее, по-видимому, обусловлено вкладом интерференционных эффектов, позволяющих как понизить, так и повысить величину локальной плотности фотонных состояний в случае молекулы вблизи димера по сравнению со случаем молекулы вблизи одной наносферы (рис. 1). На основе данного эффекта могут быть предложены способы эффективного подавления спонтанного испускания с помощью кластеров из кремниевых наночастиц. Полученные результаты представляются особенно важными в связи с разработкой солнечных элементов на основе биомолекул (хлорофилла) [7].

Заключение. В работе исследованы особенности замедления спонтанного испускания квантовых дипольных излучателей (атомов, молекул, нанокристаллов) с помощью кремниевых сферических частиц и димеров из них. Показано, что на частоте спонтанного испускания, лежащей в видимом диапазоне спектра, полная скорость спонтанного перехода в молекуле вблизи структуры из кремниевых наночастиц может значительно (до ~5–10 раз) понижаться по сравнению со скоростью спонтанного перехода молекулы в случае, когда наночастицы отсутствуют. Данный эффект может иметь место на длинах волн, где не происходит возбуждения мод в наночастицах, и он может быть усилен, если задать оптимальные расстояния от молекул до поверхности наночастиц. Показано, что снижение полной скорости перехода в молекуле, расположенной в центре зазора димера из одинаковых Si наносфер, может быть больше, чем в случае молекулы, расположенной вблизи только одной наносферы того же диаметра и на том же расстоянии до поверхности наночастицы.

Полученные результаты могут быть использованы как при планировании экспериментальных исследований в области флуоресценции квантовых дипольных источников вблизи диэлектрических наночастиц с большим показателем преломления, так и для разработки солнечных элементов.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф19МС-004).

Acknowledgement. The work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (project no. Ф19МС-004).

Список использованных источников

1. Purcell, E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies / E. M. Purcell // *Phys. Rev.* – 1946. – Vol. 69. – P. 681.
2. Gaponenko, S. V. *Applied Nanophotonics* / S. V. Gaponenko, H. V. Demir. – Cambridge, 2018. – 434 p. <https://doi.org/10.1017/9781316535868>
3. Быков, В. П. Спонтанное излучение в среде с полосным спектром / В. П. Быков // *Квант. электрон.* – 1974. – Т. 1, № 7. – С. 1557–1577.
4. Yablonovitch, E. Photonic band-gap structures / E. Yablonovitch // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1993. – Vol. 10, N 2. – P. 283–295. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.10.000283>
5. Hadad, Y. Possibility for inhibited spontaneous emission in electromagnetically open parity-time-symmetric guiding structures / Y. Hadad, N. Engheta // *Proc. Nat. Acad. Sci.* – 2020. – Vol. 117, N 11. – P. 5576–5581. <https://doi.org/10.1073/pnas.1914279117>
6. Fluorescence quenching of dye molecules near gold nanoparticles: radiative and nonradiative effects / E. Dulkeith [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 89, N 20. – P. 203002-1–203002-4. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.89.203002>
7. Possible nanoantenna control of chlorophyll dynamics for bioinspired photovoltaics / S. V. Gaponenko [et al.] // *Sci. Reports.* – 2019. – Vol. 9. – P. 7138-1–7138-14. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-43545-4>
8. Оптические наноантенны / А. Е. Краснок [и др.] // *Успехи физ. наук.* – 2013. – Т. 183, вып. 6. – С. 561–589. <https://doi.org/10.3367/ufnr.0183.201306a.0561>
9. *Handbook of Optical Constants of Solids I* / ed. E. D. Palik. – New York, 1985. – 805 p.
10. Bidault, S. Dielectric nanoantennas to manipulate solid state light emission / S. Bidault, M. Mivelle, N. Bonod // *J. Appl. Phys.* – 2019. – Vol. 126, N 9. – P. 094104-1–094104-16. <https://doi.org/10.1063/1.5108641>
11. Novotny, L. *Principles of Nano-Optics* / L. Novotny, B. Hecht. – Cambridge, 2012. – 565 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511794193>

12. Klimov, V. V. Electric and magnetic dipole transitions of an atom in the presence of spherical dielectric interface / V. V. Klimov, V. S. Letokhov // *Laser Phys.* – 2005. – Vol. 15, N 1. – P. 61–73.
13. Гузатов, Д. В. Спонтанное излучение киральной молекулы вблизи кластера из двух киральных сферических частиц / Д. В. Гузатов, В. В. Климов // *Квант. электрон.* – 2015. – Т. 45, № 3. – С. 250–257.
14. Spectroscopy and biosensing with optically resonant dielectric nanostructures / A. Krasnok [et al.] // *Adv. Optical Mater.* – 2018. – Vol. 6, N 5. – P. 1701094-1–1701094-22. <https://doi.org/10.1002/adom.201701094>
15. Gaponenko, S. V. *Introduction to Nanophotonics* / S. V. Gaponenko. – Cambridge, 2010. – 465 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511750502>

References

1. Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Phys. Rev.*, 1946, vol. 69, pp. 681.
2. Gaponenko S. V., Demir H. V. *Applied Nanophotonics*. Cambridge, 2018. 434 p. <https://doi.org/10.1017/9781316535868>
3. Bykov V. P. Spontaneous emission from a medium with a band spectrum. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 1975, vol. 4, no. 7, pp. 861–871. <https://doi.org/10.1070/qe1975v004n07abeh009654>
4. Yablonovitch E. Photonic band-gap structures. *Journal of the Optical Society of America B*, 1993, vol. 10, no. 2, pp. 283–295. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.10.000283>
5. Hadad Y., Engheta N. Possibility for inhibited spontaneous emission in electromagnetically open parity-time-symmetric guiding structures. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2020, vol. 117, no. 11, pp. 5576–5581. <https://doi.org/10.1073/pnas.1914279117>
6. Dulkeith E., Morteani A. C., Niedereichholz T., Klar T. A., Feldmann J., Levi S. A., van Veggel F. C. J. M., Reinhoudt D. N., Möller M., Gittins D. I. Fluorescence quenching of dye molecules near gold nanoparticles: radiative and nonradiative effects. *Physical Review Letters*, 2002, vol. 89, no. 20, pp. 203002-1–203002-4. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.89.203002>
7. Gaponenko S. V., Adam P.-M., Guzatov D. V., Muravitskaya A. O. Possible nanoantenna control of chlorophyll dynamics for bioinspired photovoltaics. *Scientific Reports*, 2019, vol. 9, pp. 7138-1–7138-14. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-43545-4>
8. Krasnok A. E., Denisyuk A. I., Belov P. A., Simovski C. R., Kivshar Yu. S., Maksymov I. S., Miroshnichenko A. E. Optical nanoantennas. *Physics-Uspeski*, 2013, vol. 56, no. 6, pp. 539–564. <https://doi.org/10.3367/ufne.0183.201306a.0561>
9. Palik E. D., ed. *Handbook of Optical Constants of Solids I*. New York, 1985. 805 p.
10. Bidault S., Mivelle M., Bonod N. Dielectric nanoantennas to manipulate solid state light emission. *Journal of Applied Physics*, 2019, vol. 126, no. 9, pp. 094104-1–094104-16. <https://doi.org/10.1063/1.5108641>
11. Novotny L., Hecht B. *Principles of Nano-Optics*. Cambridge, 2012. 565 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511794193>
12. Klimov V. V., Letokhov V. S. Electric and magnetic dipole transitions of an atom in the presence of spherical dielectric interface. *Laser Physics*, 2005, vol. 15, no. 1, pp. 61–73.
13. Guzatov D. V., Klimov V. V. Spontaneous emission of a chiral molecule near a cluster of two chiral spherical particles. *Quantum Electronics*, 2015, vol. 45, no. 3, pp. 250–257. <https://doi.org/10.1070/qe2015v045n03abeh015386>
14. Krasnok A., Caldarola M., Bonod N., Alu A. Spectroscopy and biosensing with optically resonant dielectric nanostructures. *Advanced Optical Materials*, 2018, vol. 6, no. 5, pp. 1701094-1–1701094-22. <https://doi.org/10.1002/adom.201701094>
15. Gaponenko S. V. *Introduction to Nanophotonics*. Cambridge, 2010. 465 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511750502>

Информация об авторах

Гузатов Дмитрий Викторович – д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы (ул. Ожешко, 22, 230023, Гродно, Республика Беларусь). E-mail: guzatov@mail.ru.

Гапоненко Сергей Васильевич – академик, д-р физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник. Институт физики им. Б. И. Степанова (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.basnet.by.

Information about the author

Guzatov Dmitry V. – D. Sc. (Physics and Mathematics), Assistant professor, Professor of the Department. Yanka Kupala Grodno State University (22, Ozheshko Str., 230023, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: guzatov@mail.ru.

Gaponenko Sergey V. – Academician, D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief researcher. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by.