



# Detection de contours visuels par un modele de champ neuronal

Mathieu Galtier, Olivier Faugeras

## ► To cite this version:

Mathieu Galtier, Olivier Faugeras. Detection de contours visuels par un modele de champ neuronal. Deuxième conférence française de Neurosciences Computationnelles, "Neurocomp08", Oct 2008, Marseille, France. <hal-00331584>

**HAL Id: hal-00331584**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00331584>**

Submitted on 17 Oct 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# DÉTECTION DE CONTOURS VISUELS PAR UN MODÈLE DE CHAMP NEURONAL

M. Galtier  
Projet Odyssée  
INRIA/ENS Paris  
2004 route des Lucioles  
Sophia-Antipolis, France  
email : Mathieu.Galtier@ens.fr

O. Faugeras  
Projet Odyssée  
INRIA/ENS Paris  
2004 route des Lucioles  
Sophia-Antipolis, France  
email : Olivier.Faugeras@sophia.inria.fr

## RÉSUMÉ

Les modèles de champs neuronaux sont des outils intéressants pour la modélisation, à l'échelle mésoscopique, des aires corticales du cerveau. Ils possèdent les caractéristiques mathématiques qui les rendent exploitables, à savoir l'existence, l'unicité et la stabilité (sous conditions) de leur solution. Ainsi nous décrivons un modèle de l'aire visuelle primaire du cortex (V1) basé sur ce formalisme. Le pattern d'interconnexion des masses neurales que nous choisissons pour modéliser V1 définit le rôle fonctionnel que nous souhaitons étudier : la détection de contours visuels. Ce choix est guidé par la volonté d'obtenir un modèle biologiquement plausible et mathématiquement bien posé.

L'intérêt de cette approche est qu'elle permet d'augmenter la cohérence des informations locales d'une image (l'orientation des contrastes locaux) grâce à l'information contenue dans l'interconnexion des masses neurales tout en enrichissant la représentation de l'image (une carte discrète position + orientation des contours). Ce modèle permet de mieux comprendre la perception visuelle biologique, en particulier la notion de "bonne continuation" et la détection des contours manquants ou trop bruités.

## MOTS CLEFS

Champs neuronaux, V1, détection de contours, équations intégrées-différentielles, "bonne continuation", points fixes

## 1 Introduction

Nous utilisons dans cet article pour modéliser V1 une classe de modèles, nommés modèles de champs neuronaux [1], dont [2, 3] ont assuré l'intérêt mathématique. Nous rappellerons les faits biologiques constatés par [4, 5] en ce qui concerne le fonctionnement de V1. Sur cette base, mais aussi en s'appuyant sur [6], nous choisirons un modèle explicite de V1 conforme au rôle fonctionnel que nous souhaitons voir réalisé par l'aire modélisée : la détection de contours. L'implémentation d'un tel modèle viendra ensuite valider cette approche.

## 2 Champs Neuronaux

Pour résumer brièvement les résultats obtenus dans [2] avec un formalisme légèrement différent, nous considérons un continuum de populations de neurones défini sur  $\Omega$ , un ouvert borné de  $\mathbb{R}^2$ . À chaque population ou masse neurale localisée en  $r \in \Omega$ , on associe à un temps  $t \in \mathbb{R}_+$  un potentiel de membrane moyen  $V(r, t) \in \mathbb{R}$ . La connectivité entre masses neurales est décrite par la fonction  $W : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ .  $W(r|r', t)$  qui donne l'influence à l'instant  $t$  de la masse neurale située en  $r'$  sur celle située en  $r$ . Au total on obtient l'équation intégrée-différentielle suivante

$$\frac{dV(r, t)}{dt} = -lV(r, t) + \int_{\Omega} W(r|r', t)S(V(r', t))dr' + I_{ext}(r, t) \quad (1)$$

où  $I_{ext}(r, t)$  est l'entrée extérieure en  $r$  (par exemple thalamique, ou provenant d'une autre aire visuelle) à l'instant  $t$ .  $S(V(r', t))$  est la fréquence de décharge de la masse neurale en  $r'$ , où  $S$  une fonction sigmoïdale (positive, monotone et bornée) de dérivée  $S'$  bornée. La constante  $l = \frac{1}{\tau} > 0$  décrit la dynamique des potentiels post synaptiques.

### 2.1 Existence, Unicité des Solutions

Le cadre de l'analyse fonctionnelle permet d'obtenir des résultats théoriques intéressants (voir [2] pour les détails). On suppose que le potentiel de membrane et les courants extérieurs sont à chaque instant des fonctions de carré intégrable sur  $\Omega$  (appartenant à  $L^2(\Omega)$ ) et qu'il en est de même de la fonction de connectivité définie sur  $\Omega \times \Omega$  (appartenant à  $L^2(\Omega \times \Omega)$ ). À chaque grandeur  $X : \Omega^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  (où  $n = 1, 2$ ) on associe  $\mathbf{X} : \mathbb{R} \rightarrow L^2(\Omega^n)$ . Le modèle de potentiel des champs neuronaux peut alors s'écrire :

$$\begin{cases} \mathbf{V}'(t) &= f(t, \mathbf{V}(t)) \\ \mathbf{V}(0) &= \mathbf{V}_0 \end{cases} \quad (2)$$

où la condition initiale  $\mathbf{V}_0 \in L^2(\Omega)$  et  $f : \mathbb{R} \times L^2(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega)$  sont définies par le second membre de (1).

Il est prouvé dans [2] grâce au théorème de Picard-Lindelöf que sous les conditions :

- La fonction de connectivité  $\mathbf{W} \in C(\mathbb{R}; L^2(\Omega \times \Omega))$
- Le courant externe  $\mathbf{I}_{ext} \in C(\mathbb{R}; L^2(\Omega))$

alors, quelle que soit la condition initiale  $\mathbf{V}_0 \in L^2(\Omega)$ , il existe une unique solution  $\mathbf{V}$  définie sur  $\mathbb{R}$  et continument différentiable du problème (2).

## 2.2 Stabilité des Solutions

Une condition nécessaire à la stabilité absolue est donnée dans [2]. En effet, avec les notations suivantes

- $DS_{sup} = \sup_{x \in \mathbb{R}} S'(x)$
- $\tau = \frac{1}{I}$
- $g$  est définie sur  $L^2(\Omega)$  et  $g(x)(r, t) = \int_{\Omega} W(r|r', t)x(r')dr'$  (à  $t$  fixé  $g$  est un opérateur compact de  $L^2(\Omega)$ )

on peut montrer, en exhibant une fonctionnelle de Lyapunov, qu'une condition suffisante qui garantit la stabilité absolue d'une solution de (1) est

$$DS_{sup}\tau\|g\|_{L^2(\Omega)} < 1 \quad (3)$$

## 2.3 Discrétisation

Nous avons choisi ici un formalisme continu car il correspond bien (en tout cas dans les notations) à notre outil mathématique qu'est l'analyse fonctionnelle. Néanmoins la réalité biologique ainsi que celle de la simulation sur ordinateur veut que le modèle soit discret. En fait la flexibilité de l'analyse fonctionnelle fait que les raisonnements ci-dessus restent valables pour les réseaux discrets de neurones et le lien avec le continu est immédiat. On pourra remarquer que dans le cas discret l'hypothèse de base, à savoir le caractère  $L^2$  des différentes fonctions, est systématique.

En particulier, il est possible de traduire la condition suffisante de stabilité (3) dans un langage discret afin de pouvoir se servir concrètement de ce crible théorique pour juger de la stabilité d'un tel champ neuronal avant de simuler son évolution (voir la section 3.3).

Le modèle jouit donc des propriétés qui le rendent exploitable. La suite de ce papier a pour but d'utiliser ce cadre pour modéliser le fonctionnement de l'aire primaire du cortex visuel.

## 3 Modélisation de V1 et Détection de Contours

Nous nous limitons dans la suite à des images statiques, monoculaires et monochromes. Le modèle est donc encore loin de la réalité biologique mais reste très instructif sur les mécanismes de détection de contours dont peuvent rendre compte les modèles de champs neuronaux. Nous nous intéressons uniquement à un modèle du fonctionnement de V1 isolé du reste du cerveau (mis à part le stimulus visuel qui intervient comme entrée du modèle).

### 3.1 V1 : un réseau d'hypercolonnes

Nous renvoyons le lecteur à [4] pour une description de son architecture fonctionnelle. Nous retiendrons de l'ensemble de la littérature biologique que V1 peut être vu comme un réseau discret d'hypercolonnes. Chaque hypercolonne correspond à une zone localisée du champ visuel. Chaque masse neurale (groupe cohérent de neurones) au sein d'une hypercolonne code pour une orientation du contraste donnée. Toutes les orientations sont représentées dans un hypercolonne. V1 peut donc être vu comme une carte discrète de position + orientation du champ visuel.

Le potentiel de chaque masse neurale est dû non seulement à l'entrée en provenance des zones antérieures sur le chemin de l'information, mais aussi des corrections apportées par ses voisins ou par des masses neurales appartenant à d'autres couches. D'un certain point de vue (réducteur mais instructif) on peut dire que la combinaison des cellules ON/OFF du LGN sont une première approximation issue des capteurs physiques et que les corrections diverses mettent en cohérence ces informations pour créer un représentation fidèle de l'image initiale.

Il faut noter que la notion d'orientation de contraste en un point du champ visuel est forcément liée à celle de voisinage ce point. La taille de ce voisinage (qui varie inversement à la résolution) varie en fonction de la masse neurale considérée. Nous travaillerons dans un premier temps à résolution fixée.

La représentation de ce réseau par un modèle de champ neuronal nécessite de passer en continu. Nous considérons donc que V1 est un continuum d'hypercolonnes. Chaque hypercolonne est un ensemble continu de masses neurales, chacune représentant une orientation de contour. Autrement dit on se place sur  $\Omega \times [0, \pi[$  un sous-ensemble relativement compact de  $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ . Une masse neurale de V1 est donc identifiée par la position pour laquelle elle code  $r \in \Omega$  et son orientation préférée  $\phi \in [0, \pi[$ . L'équation (1) devient dans ce cas :

$$\frac{dV(r, \phi, t)}{dt} = -IV(r, \phi, t) + I_{ext}(r, \phi) + \int_0^\pi \int_{\Omega} W(r, \phi|r', \phi')S(V(r', \phi', t))dr'd\phi' \quad (4)$$

$I_{ext}(r, \phi)$  représente ici l'entrée de V1, autrement dit c'est une valeur indiquant l'intensité mesurée du contraste en  $r$  dans la direction  $\phi$ . C'est une fonction qui ne dépend pas du temps puisque nous nous cantonnons aux images statiques. Il est démontré dans [3] que dans ce cas il existe une solution *stationnaire* (c.à.d. indépendante du temps) unique de (4). Pour que cette solution soit observable en pratique il faut s'assurer qu'elle soit stable, or d'après [3] la condition donnée à la section 3.3 assure que cette solution  $V^f(r)$  est stable. Comme montré dans [3], on trouve cette solution stable comme étant le point fixe de l'opérateur qui, à une

fonction  $x : r, \phi \mapsto x(r, \phi)$ , associe la fonction

$$r, \phi \mapsto \frac{1}{l} \left( I_{ext}(r, \phi) + \int_0^\pi \int_\Omega W(r, \phi|r', \phi') S(V(r', \phi', t)) dr' d\phi' \right) \quad (5)$$

### 3.2 Connexions dans V1

Les connexions entre les hypercolonnes de V1 sont un élément crucial de la détection de contours. En effet ces connexions permettent de mettre en relation les mesures locales faites à l'échelle des hypercolonnes pour en tirer une information globale.

Dans la suite de cette section nous allons construire explicitement une fonction de connectivité. Nous ne prétendons pas coller parfaitement à la biologie, même si elle inspire la plupart des réflexions. Nous choisissons la fonction de connectivité pour qu'elle permette de réaliser au mieux la tâche de détection de contour (à la manière de [6]).

Blasdel [7] suggère l'existence de deux types de connexions : les connexions locales et les connexions latérales à longue portée. Dans le modèle (4) ceci correspond à écrire :

$$W(r, \phi|r', \phi') = W_{loc}(r, \phi|r', \phi') + W_{lat}(r, \phi|r', \phi') \quad (6)$$

Cette décomposition ainsi que les expressions de  $W_{loc}$  et  $W_{lat}$  s'appuient sur [8].

**Les connexions locales**, qui connectent les masses neurales d'une même hypercolonne. On les modélise comme suit :

$$W_{loc}(r, \phi|r', \phi') = \delta(r - r') w_{loc}(\phi - \phi') \quad (7)$$

où  $w_{loc}$  est une fonction de type gaussienne avec un offset négatif.

**Les connexions latérales**, à longue portée, qui connectent des masses neurales qui sont dites compatibles.

La notion de compatibilité des deux masses signifie que les deux points orientés pour lesquels ils codent peuvent appartenir localement à la même courbe. Comme suggéré dans [9], localement, deux points orientés sont compatibles s'ils sont cocirculaires (i.e. il existe un cercle auquel ils sont tangents).

Ces connexions facilitent les alignements de points dans le champs visuel. Elles semblent donc responsables (au moins partiellement) du phénomène de "bonne continuation". La "bonne continuation" est un des principes de l'école de psychologie nommée Gestalt [10], qui veut que l'Homme ait une tendance spontanée à grouper les éléments visuels qui suggèrent une ligne continue. Voir par exemple figure 1.

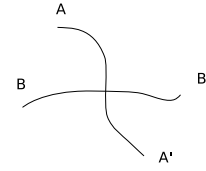


FIG. 1. Dans ce schéma on associe naturellement A à A' et B à B'. La notion de "bonne continuation" décrit cette action spontanée.

Du point de vue expérimental, [5] ont mis en évidence le fait que si la majorité des connexions latérales se fait entre neurones co-alignés (i.e. codant pour 2 points orientés sur la même droite), il en existe d'autres types. Nous pensons comme [6] que ces neurones compatibles mais non co-alignés permettraient de détecter des lignes courbes via la cocircularité.

Nous représentons les connexions latérales comme suit :

$$W_{lat}(r, \phi|r', \phi') = f(|r - r'|) \Delta_{lat}((\phi - \theta) + (\phi' - \theta)) p(\theta - \phi) \quad (8)$$

où  $\theta = \arg(r - r') \bmod [\pi]$ .

Il y a 3 idées indépendantes qui mènent à définir ainsi  $W_{lat}$  :

1. La "Bonne continuation" est locale. Ainsi plus les masses neurales sont proches, plus elles interagissent, d'où le facteur  $f(|r - r'|)$ .  $f$  est donc choisie positive et décroissante sur  $\mathbb{R}^{+*}$ .

2. La notion de compatibilité de 2 points se traduit par leur cocircularité, qui est vérifiée, au sens strict, si :

$$(\phi - \theta) + (\phi' - \theta) = 0 \bmod [\pi] \quad (9)$$

$\Delta_{lat}$  est donc une fonction de type pseudo dirac concentrée en 0.

3. Le simple critère de cocircularité donne la même importance aux points co-alignés et aux points parallèles, ce qui va à l'encontre des mesures expérimentales. En quelque sorte il faut introduire un facteur d'"inertie" qui pénalise les courbes sinueuses au profit des lignes droites (cas où  $\phi' = \theta$ ).  $p$  est donc de type gaussienne centrée avec un offset négatif.

### 3.3 Existence, Unicité et Stabilité des Solutions

Le choix de la fonction de connectivité et la nature de l'entrée implique immédiatement que les conditions d'existence et d'unicité sont vérifiées.

Nous dérivons la formule (3) pour trouver une condition de stabilité suffisante dans notre cas précis. Comme indiqué dans l'appendice de [2] on a :

$$\|g\|_{L^2} < \|W\|_{L^2} \quad (10)$$

Ainsi la stabilité des solutions du modèle de V1 est acquise si :

$$DS_{\text{sup}}^2 \tau^2 \pi |\Omega| \left( \|w_{loc}\|_{L^2}^2 + 2\|f\|_{L^2}^2 \|p\|_{L^2}^2 \|\Delta_{lat}\|_{L^2}^2 \right) < 1 \quad (11)$$

On peut donc choisir les paramètres de la fonction de connectivité pour assurer la stabilité.

### 3.4 Pyramide de résolution

Jusqu'à présent nous avons considéré un modèle à résolution fixée alors qu'il est remarquable que la perception visuelle possède un caractère multiéchelle. Nous reconnaitrions une forme donnée qu'elle soit grosse ou raisonnablement petite. Ceci plaide en faveur d'un modèle multirésolution. D'un point de vue biologique cette considération semble plausible puisque la taille des champs récepteurs varie beaucoup parmi les neurones de l'aire visuelle. En ce qui concerne le modèle, ceci revient à identifier une masse neurale non pas uniquement par sa position  $r$  et son orientation préférée  $\phi$  mais aussi par sa résolution ou son échelle  $e$ .

Sans perte de généralité on peut se représenter le nouveau système comme un empilement de champs neuronaux comme décrit précédemment. Chacune de ces couches correspond à une résolution donnée. L'interconnexion au sein d'une couche reste totale mais toutes les connexions venant de l'extérieur d'une couche vers celle-ci sont considérées comme faisant partie de l'entrée  $I_{ext}(\cdot, \cdot, e)$ .

On remarquera que, si l'on considère que chaque couche possède le même nombre de masses neurales, les couches à plus faible résolution, autrement dit à grand champ récepteur, sont moins denses en information que les autres. On attribue donc moins de masses neurales à ces couches. D'où l'appellation *pyramide de résolution*.

Ces couches interagissent entre elles. D'un point de vue fonctionnel et d'économie de "temps de calcul" ces connexions seraient principalement top/down. C'est à dire que les couches à faible résolution se stabiliseraient plus vite que celle à haute résolution. Elles aideraient ensuite ces dernières à se stabiliser en leur fournissant une entrée adéquate. En effet la "vue" grossière des couches basse résolution donne une bonne première approximation de ce que devraient voir les couches haute résolution.

D'un point de vue mathématique nous choisissons une fonction de connectivité de la sorte :

$$W(r, \phi, e | r', \phi', e') = \delta(e - e') \left( W_{loc}(r, \phi | r', \phi') + W_{lat}(r, \phi | r', \phi') \right) + (1 - H(e - e')) W_{res}(|r - r'|, e, e') \quad (12)$$

où  $H$  est une fonction heaviside et  $W_{res}(\cdot, e, e')$  est une gaussienne dont  $e$  et  $e'$  règlent l'écart type.

L'avantage de cette hypothèse est qu'elle permet de ne pas faire exploser les temps de calcul. Il suffit de simuler le comportement des couches les unes après les autres en partant de la plus basse résolution, les connexions entre couches se faisant par le terme  $I_{ext}$ .

## 4 Réalisation informatique

On abandonne dans cette partie le formalisme continu pour considérer le problème discret.

### 4.1 Principe et étapes

Nous souhaitons trouver l'état stable du champ neuronal décrit précédemment lorsqu'on lui présente une image donnée. Une fois à notre disposition sous forme d'un tableau à 4 dimensions (position dans le plan, orientation et résolution) l'état stable peut être interprété et l'on peut montrer la tâche de détection de contour effectuée dans V1. L'ensemble de l'opération se déroule en trois étapes :

#### 4.1.1 Calcul de l'entrée du système

Pour chaque masse neurale il faut trouver une valeur correspondant à l'intensité du contraste dans la direction et la résolution préférées. Ceci est une information locale bruitée qui servira de première approximation. Nous utilisons un estimateur de contour local inspiré de celui de Marr-Hildreth (voir [11]), plus précisément on convolue l'image avec les dérivées directionnelles d'une gaussienne. On remarquera en particulier que dans le cas du croisement de 2 lignes, l'estimateur ci-dessus donne un résultat insuffisant.

#### 4.1.2 Trouver l'état stable de (4)

Nous cherchons à calculer le point fixe de l'opérateur décrit dans l'équation (5). D'après [3] une méthode efficace pour trouver ce point fixe est d'itérer l'opérateur (5) à partir d'un état initial quelconque. La condition de convergence vers le point fixe est la contractance de l'opérateur qui s'avère (d'après [3]) être la même que la condition de stabilité (3). Comme dit précédemment, nous pouvons considérer que nous travaillons à résolution fixée puisque la contribution des différentes couches de résolution est uniquement feedforward et peut donc passer dans le terme  $I_{ext}$ . Ainsi tout revient à trouver un moyen de calculer efficacement en chaque point la valeur de

$$\int_0^\pi \int_\Omega W(r, \phi | r', \phi') S(V(r', \phi', t)) dr' d\phi' \quad (13)$$

où la mesure est discrète et correspond aux points du maillage. Il est utile de se représenter une couche de V1 comme une matrice en 3 dimensions dont la hauteur serait l'axe des orientations possibles et les deux autres axes seraient la position sur le champ visuel. Pour chaque masse

neurale d'une couche d'iso-orientation donnée, le pattern d'interconnection avec ses voisins est géométriquement le même. Mais il diffère pour 2 couches différentes, plus précisément entre 2 couches d'angle  $\phi$  et  $\phi'$  le pattern d'interconnection de la 2ème couche est le résultat de la rotation du pattern de l'autre d'un angle  $\phi - \phi'$  autour de l'axe des orientations. Ainsi chaque couche correspond à une couche du résultat du produit de convolution entre la sigmoïde de la matrice 3D représentant V1 et un masque de connection en 3D conforme à la description précédente et orienté dans le même sens que la couche. Voir figure (2)

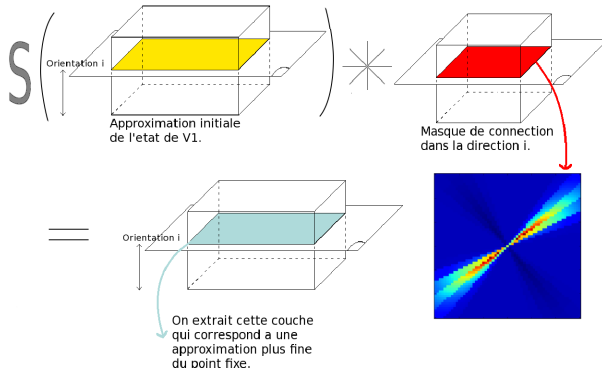


FIG. 2. On représente ici la façon dont on trouve le point fixe. Pour la couche  $i = \frac{\pi}{4}$ , on convolue la totalité du champ neuronal avec un masque spécialement orienté dans la direction  $i$  (et conforme à la section 3), et dont la couche centrale est représenté à droite. Une fois la convolution faite on extrait la ième couche. Il faut donc répéter ce processus autant de fois qu'il y a de couches pour obtenir une itération de l'opérateur (5).

En bref une série de convolutions bien choisies permet de calculer efficacement l'expression (13).

### 4.1.3 Interpréter et visualiser le point fixe

L'information contenue dans le point fixe du système dynamique est très riche puisque c'est une fonction de l'espace  $r$  et de la variable d'orientation  $\phi$ . Il faut donc s'attacher à la visualisation de cette fonction qui reflète la détection de contours faite dans V1. Pour l'instant, notre méthode est très simple puisque nous fixons un seuil et traçons une petite barre à la position et dans la direction préférée de chaque masse neurale dont le potentiel est supérieur à ce seuil (voir la figure 4). Il y a dans ce processus une perte d'information significative, qui n'a pas lieu dans le cerveau. Faute de temps, nous n'avons pas encore poussé cette étape très loin. C'est pourquoi nous ne présentons pas de résultats sur images naturelles bien que les premières tentatives soient prometteuses.

Nous pensons que le point fixe de notre système est bien plus riche et exploitable que l'image elle-même. L'application d'algorithme classique sur ce point fixe serait donc plus efficace. En particulier nous pensons qu'un

détecteur de Canny serait plus performant sur le point fixe de V1 que sur l'image initiale.

## 4.2 GPU

Les étapes de calculs que nous avons précisées dans la section précédente sont très gourmandes en temps de calcul. Pour des images de  $1000 \times 1000$  pixels le processus dépasse l'heure de calcul. Nous avons donc porté une partie de notre code sur GPU (Graphical Processing Units) afin d'aller plus vite. Le principe de ces GPU est une grande parallélisation des tâches. Dans notre cas les opérations coûteuses sont des convolutions, ce qui revient à des FFT normales et inverses. Nous avons donc porté le calcul de ces FFT sur GPU et gagné un facteur 10 environ sur les temps de calculs.

Cette limitation en temps de calculs nous assure que, bien que notre démarche consiste à revisiter sous un autre formalisme des algorithmes classiques, sa réalisation informatique à cette échelle est nouvelle.

## 4.3 Résultats

### 4.3.1 Robustesse

L'idée directrice dans laquelle notre démarche s'inscrit est d'extraire des informations d'images naturelles. Un des premiers tests quant à la validité de notre algorithme consiste à vérifier sa robustesse à différents bruits. Pour évaluer cette robustesse notre méthode consiste à présenter à l'algorithme la même image ayant subi différents bruitages (bruit uniforme centré, dégradé simulant un effet de lumière, biais constant correspondant à un changement de luminosité) et à comparer les intensités relatives des images bruitées à celles des points fixe bruités. On observe que dans chaque cas le bruit a été largement atténué dans le processus (un facteur 10 environ). Plus précisément, l'étape du détecteur de Marr-Hildreth ne filtre pas de bruit au contraire. En revanche la phase d'évolution du système le diminue drastiquement. Ceci est tout à fait satisfaisant puisque c'est dans cette phase que notre pré-supposé de bonne continuation vient lisser les erreurs localisées.

Notre algorithme est donc très robuste au bruit et permet d'analyser les images indépendamment des conditions d'éclairage.

### 4.3.2 "Bonne continuation"

Comme mentionné précédemment on peut considérer que les connections latérales viennent corriger une première approximation contenue dans le terme  $I_{ext}$ . Ces corrections ont été choisies pour traduire la bonne continuation des contours des images naturelles. Elles permettent de corriger les erreurs de mesures et de débruiter en quelque sorte le signal, mais elles ont aussi un rôle très important puisqu'elles permettent de séparer les contours qui se croisent. En effet un détecteur de contour simple (e.g. Marr-Hildreth) échoue à détecter un croisement, mais dès que l'on rajoute des connections latérales on peut détecter

le croisement et séparer les deux lignes (elles sont distinctes lorsqu'on le représente dans un espace position + orientation). Ainsi lorsque l'on applique notre algorithme de point fixe à la figure 1 et que l'on observe l'hypercolonne située à l'intersection des 2 courbes on obtient la figure 3. Ceci suggère que la représentation neuronale de l'image

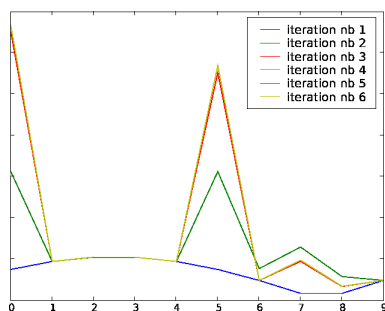


FIG. 3. Évolution des valeurs des masses neurales de l'hypercolonne à l'intersection des deux courbes de la figure 1 en fonction de la valeur de l'angle pour laquelle elles codent. L'indice  $k$  en abscisse indique l'orientation par la relation :  $\phi = k \frac{\pi}{10}$ . On voit que le système évolue vers un profil à deux pics pour les angles 0 et  $\frac{\pi}{2}$  radians.

intègre naturellement le croisement des deux courbes. Il est désormais simple d'extraire de l'état stable deux parties indépendantes qui correspondent aux 2 lignes.

### 4.3.3 Détection de Contours Manquants

L'enrichissement en information réalisé lors du processus a aussi pour effet de faire apparaître des contours manquants. Outre les images naturelles où des contours manquants ou trop bruités sont "retrouvés", il est possible d'expliquer en partie les illusions de contours de la Gestalt (voir figure 4).

## 5 Conclusion

Nos travaux s'inscrivent dans la continuité de ceux de J. Petitot [12] et de S. Grossberg [13] et vont dans le sens du développement d'une théorie mathématique de la perception visuelle biologique et artificielle, ici basée sur le formalisme des champs neuronaux. L'adaptation à d'autres attributs visuels et l'intégration des interactions avec d'autres aires corticales sont les prochaines étapes de notre travail.

## Références

[1] W.J. Freeman. Mass action in the nervous system. *Academic Press, New York*, 1975.

[2] O. Faugeras, F. Grimberty, and J.-J. Slotine. Absolute stability and complete synchronization in a class of neural fields models. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 2008. To appear.

[3] O. Faugeras, R. Veltz, and F. Grimberty. Persistent neural states : stationary localized activity patterns in nonlinear

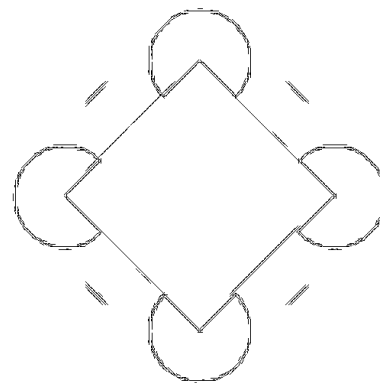


FIG. 4. Cette figure résulte de l'application de notre algorithme au carré de Kanizsa. On montre toutes les masses neurales dont le potentiel est supérieur à un certain seuil. Une masse neurale excitée est représentée par une petite barre orientée dans la direction préférée de la masse neurale en question. On observe que le point fixe du modèle de V1 est une image où les bords du carré sont bien présents illustrant ainsi la détection de bords manquants.

continuous n-population, q-dimensional neural networks. *Neural Computation*, 2008. To appear.

[4] D.H. Hubel and T.N. Wiesel. Functional architecture of macaque monkey. *Proceedings of the Royal Society, London [B]*, pages 1–59, 1977.

[5] W.H. Bosking, Y. Zhang, B. Schofield, and D. Fitzpatrick. Orientation selectivity and the arrangement of horizontal connections in tree shrew striate cortex. *The Journal of Neuroscience*, 17(6) :2112–2127, 1997.

[6] O. Ben-Shahar, P.S. Huggins, T. Izo, and S.W. Zucker. Cortical connections and early visual function : intra-and inter-columnar processing. *Journal of Physiology-Paris*, 97(2-3) :191–208, 2003.

[7] G.G. Blasdel. Orientation selectivity, preference, and continuity in monkey striate cortex. *Journal of Neuroscience*, 12(8) :3139–3161, 1992.

[8] P.C. Bressloff, J.D. Cowan, M. Golubitsky, P.J. Thomas, and M.C. Wiener. What Geometric Visual Hallucinations Tell Us about the Visual Cortex. *Neural Computation*, 14(3) :473–491, 2002.

[9] P. Parent and S.W. Zucker. Trace inference, curvature consistency, and curve detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(8) :823–839, 1989.

[10] M. Wertheimer. Laws of organization in perceptual forms. In W. Ellis, editor, *A source book of gestalt psychology*, chapter 71–88. London : Routledge and Kegan Paul, 1955.

[11] D. Marr and E. Hildreth. Theory of edge detection. *Proceedings of the Royal Society London, B*, 207 :187–217, 1980.

[12] J. Petitot. The neurogeometry of pinwheels as a sub-Riemannian contact structure. *Journal of Physiology-Paris*, 97(2-3) :265–309, 2003.

[13] G.A. Carpenter and S. Grossberg. *Neural Networks for Vision and Image Processing*. MIT Press, 1992.