Análisis financiero corporativo

Alberto Antonio Agudelo Aguirre

Universidad Nacional de Colombia
1867

Otros títulos de esta colección

- ***Turismo transformador. Gestión del conocimiento y tecnologías digitales en el turismo***
  Marcelo López Trujillo, Carlos Eduardo Marulanda Echeverry y Carlos Hernán Gómez Gómez

- ***El lenguaje de las emociones en el aprendizaje. Análisis de la interactividad en un entorno educativo híbrido***
  Victoria Eugenia Valencia Maya

- ***Pensamiento ambiental en la era planetaria. Biopoder, bioética y biodiversidad***
  Ana Patricia Noguera de Echeverri, editora

- ***La gestión humana en la estrategia de manufactura. Un estudio empírico en la industria caldense***
  Jorge Andrés Vivares Vergara, William Sarache y Julia Clemencia Naranjo Valencia

- ***Tensiones entre los discursos pedagógicos y administrativos. Casos de la educación básica y media en Manizales y Santa Marta***
  Germán Albeiro Castaño Duque y Jorge Oswaldo Sánchez Buitrago, editores

Ciencias de Gestión

Análisis financiero corporativo

Análisis financiero corporativo

Alberto Antonio Agudelo Aguirre

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Bogotá, D. C., 2021

Primera edición, junio de 2021
ISBN 978-958-794-546-1 (digital)

Colección Ciencias de Gestión

Edición
Editorial Universidad Nacional de Colombia
direditorial@unal.edu.co
www.editorial.unal.edu.co

Liliana Carolina Guzmán Ríos
Coordinación editorial

María del Pilar Hernández Moreno
Corrección de estilo

Henry Ramírez Fajardo
Diseño de la colección

Olga Lucía Cardozo Herreño
Diagramación

Editado en Bogotá D. C., Colombia.

Catalogación en la publicación Universidad Nacional de Colombia

Agudelo Aguirre, Alberto Antonio, 1965-
Análisis financiero corporativo / Alberto Antonio Agudelo Aguirre. -- Primera edición. -- Bogotá : Editorial Universidad Nacional de Colombia ; Manizales : Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Administración, Departamento de Administración, 2021
1 CD-ROM (232 páginas) : ilustraciones a color, diagramas. -- (Colección Ciencias de Gestión)

Incluye referencias bibliográficas e índice temático
ISBN 978-958-794-546-1 (e-book)

1. Matemáticas financieras -- Problemas, ejercicios, etc. 2. Finanzas corporativas 3. Análisis financiero 4. Cálculo 5. Tasas de interés I. Título II. Serie

CDD-23 510.24658 / 2021

Contenido

▸ Lista de figuras

Lista de tablas

Introducción

Este documento recoge la experiencia de varios años de ejercicio de la actividad docente en cursos dictados a estudiantes de pregrado y posgrado de Administración en la Universidad Nacional de Colombia, en las áreas de matemáticas financieras, análisis financiero y finanzas corporativas para empresas con ánimo de lucro. Lo que aquí está escrito es fruto de las notas de clase compuestas por los diferentes temas abordados a lo largo de los años y de los aportes que los estudiantes muy gentilmente hacen en su proceso de formación gracias a sus valiosas inquietudes e interrogantes que contribuyen al enriquecimiento de la actividad pedagógica.

Precisamente por ser fruto de procesos de enseñanza-aprendizaje, este documento se caracteriza por ofrecer unos elementos pedagógicos que lo hacen diferente en relación con la generalidad de libros y textos sobre finanzas, lo que permite que quien lo consulta no requiera muchas fortalezas en esta área para abordar y comprender los temas aquí tratados, porque cada uno de ellos se describe de forma sistemática y detallada y se acompaña de ejemplos desarrollados, además de otros propuestos para que el lector los resuelva de forma independiente, con la posibilidad de contrastar sus resultados con las respuestas que se ofrecen al final del apéndice correspondiente.

El libro está compuesto por tres partes, así: una primera sobre los conceptos básicos y fundamentales necesarios para entender temas de mayor complejidad en finanzas, como las características y particularidades de las tasas de interés, iniciando con las definiciones sobre interés simple y compuesto, hasta llegar a tasas de interés continuas y múltiples, con explicaciones sobre las nociones más importantes y el paso a paso para su desarrollo y equivalencia entre los diferentes tipos de tasas.

La segunda parte corresponde a uno de los fundamentos que sustentan las finanzas, como el valor del dinero en el tiempo, y los conceptos básicos sobre valor presente y valor futuro; asimismo, se abordan temas de complejidad superior, como las anualidades, perpetuidades y las series gradientes, hasta llegar a la forma de cálculo de un sistema de pensiones por medio de series gradientes escalonadas, compuestas por la combinación entre series gradientes geométricas y series uniformes en cada periodo de los gradientes. Las explicaciones de cada tema en estas dos primeras partes del documento se acompañan de gráficos que ayudan a entender la equivalencia del valor del dinero en el tiempo, y diagramas que muestran el paso a paso para su desarrollo.

La tercera parte corresponde al análisis de los resultados financieros de una empresa con ánimo de lucro mediante cuentas del Estado de Situación Financiera y Estado de Resultados Integral. Aunque muchos de estos análisis aplican perfectamente a empresas que no persiguen lucro, el énfasis se orienta hacia la generación de utilidad, rentabilidad y valor. Aquí se abordan los indicadores tradicionales más importantes de análisis financiero corporativo y los de creación más reciente, que aplican en la actualidad las empresas más importantes a escala mundial. Este apartado presenta un valor agregado académico importante, como el análisis de las cuentas más representativas que forman parte del capital de trabajo de una empresa y que, en conjunto, conforman el denominado ciclo operativo y el ciclo de efectivo. El aporte relevante se encuentra en que el documento muestra detalladamente la forma de cálculo de los valores que una empresa libera en efectivo o que, por el contrario, debe buscar a través de financiación como consecuencia del manejo adecuado o no de cada una de estas cuentas.

Esto se puede convertir en una importante guía gerencial de análisis, presupuesto y gestión del capital de trabajo de una compañía. Por otro lado, reviste gran importancia la explicación y el análisis minucioso del cálculo exacto de la necesidad de capital de trabajo adicional que demandan las compañías por el crecimiento de sus operaciones, tema poco comprendido por directivos y analistas corporativos al no encontrar explicación en la demanda de mayores recursos para financiar la empresa cuando esta crece, y en gran parte de los casos, por el contrario, se espera una mayor retribución como consecuencia del crecimiento.

Al introducirnos en el inmenso campo de las finanzas, bien sea a través de las finanzas corporativas o el mercado de capitales, es necesario acudir a algunos conceptos básicos sobre matemáticas básicas aplicadas al campo financiero, las que se han denominado matemáticas financieras, que se utilizan principalmente para determinar el valor del dinero en el tiempo, por medio de las equivalencias de tasas de interés.

Conceptualmente se puede hablar de equivalencia de tasas de interés cuando dos tasas que tienen denominaciones o condiciones diferentes poseen un elemento común: ambas comparten la equivalencia a la misma tasa efectiva, que por lo general se calcula de forma anual[1].

1 La equivalencia entre tasas no se da únicamente cuando la tasa efectiva en común es anual, puede ser en otro periodo; sin embargo, en términos académicos y del ejercicio profesional es común utilizar como referente la tasa efectiva para un año.

Capítulo 1

Tasas de interés

Podría decirse que las matemáticas financieras existen en gran medida por el concepto del valor del dinero en el tiempo, que hace referencia a que una cantidad de dinero el día de hoy (presente), aunque matemáticamente sea igual a otra cantidad —dentro de un año, diez años o dentro de cualquier fecha futura—, su capacidad de adquisición de bienes y servicios no es igual. La diferencia de valor de una cifra cualquiera, por ejemplo \$ 1000, es distinta dentro de un año respecto a hoy, en razón a que varía su poder adquisitivo y que disminuye en términos generales (con algunas muy pocas y temporales excepciones), en la medida en que transcurre el tiempo.

La razón de la disminución del poder adquisitivo del dinero obedece a la inflación, que se define como el incremento generalizado y sostenido de los precios de los bienes y servicios con el paso del tiempo. Sin embargo, desde la perspectiva financiera el valor del dinero en el tiempo debe considerar elementos adicionales, principalmente el rendimiento que se debe obtener por colocar los fondos en una inversión. Este, a su vez, está compuesto por los siguientes elementos:

1. El costo de oportunidad del dinero.
2. El riesgo que se asume al hacer una inversión específica.

El costo de oportunidad del dinero puede interpretarse como el sacrificio que se hace en rendimiento por no colocar el dinero en una inversión alternativa. Por ejemplo, si un inversionista tiene su dinero en una inversión a la vista[1] que le genera rendimientos anuales del 5 %, y a la vez tiene la oportunidad de invertir este dinero en un proyecto que le ofrece el 12 % anual, y el inversionista acepta este nuevo proyecto por la posibilidad de obtener un rendimiento mayor, entonces su costo de oportunidad podría decirse que es del 5 %, porque dejaría de recibir este rendimiento, es decir, estaría sacrificando ese porcentaje de rendimiento que le da la inversión alternativa, por asumir la nueva inversión.

El otro elemento importante cuando se analiza una inversión es el riesgo que se asume que, desde el punto de vista financiero es[2] la probabilidad de la volatilidad o dispersión de los resultados, respecto al resultado esperado. A una mayor volatilidad o dispersión de los resultados posibles, mayor será el riesgo; y mientras menor sea la dispersión menor será el riesgo. Existe una relación directamente proporcional entre el rendimiento y el riesgo de una inversión, debido a que los inversores requieren una motivación adicional para asumir un riesgo mayor; por ello, las inversiones más riesgosas deben ofrecer una retribución mayor; de lo contrario, los inversionistas orientarían sus recursos exclusivamente hacia las transacciones menos riesgosas, debido a que tendrían una mayor probabilidad —o en algunos casos la seguridad— de obtener los resultados esperados.

Por tanto, el valor del dinero en el tiempo está influenciado principalmente por los elementos mencionados: el propósito de mantener el poder adquisitivo del dinero en el tiempo, el costo de oportunidad y la recompensa por el riesgo. Pero todos estos factores pueden reflejarse de manera concreta en un elemento que los recoge, que es la tasa de interés. De esta manera, el valor del dinero en el tiempo puede concretarse con la aplicación

---

1 Inversión a la vista es aquella en la que el inversionista tiene la posibilidad de retirar su capital en cualquier momento, sin necesidad de cumplir requisitos de tiempo mínimo de permanencia de su dinero en la inversión.

2 Aunque en términos generales el riesgo se asume como algo no deseado, desde la perspectiva financiera debe considerarse también que este puede ser tanto la probabilidad de un resultado negativo que se aleja de un resultado esperado, como la probabilidad de un resultado también positivo, alejado del resultado esperado. Por esa razón existen inversionistas propensos al riesgo, porque además de la probabilidad de pérdida tienen la probabilidad de unos resultados más favorables que los que obtendrían en una inversión menos riesgosa.

de la tasa de interés en el periodo correspondiente, para determinar la equivalencia de una cifra de dinero en un momento, respecto a otro diferente.

Tasas de interés y equivalencias entre tasas de interés

Tasa de interés nominal

El interés nominal es una tasa de interés dada para un periodo determinado, en la que se calculan rendimientos en periodos intermedios[3]. Normalmente se presenta de forma anual y se indican los periodos intermedios de liquidación de intereses y si se trata de una tasa anticipada o vencida.

Esta es una tasa que no refleja exactamente el interés generado por una inversión o que cuesta un crédito, debido a que como expresión de la tasa de interés requiere de una transformación para determinar a qué tasa equivale efectivamente[4].

Una tasa de interés nominal se expresa en un periodo general y además indica unos periodos intermedios de generación de intereses. Por ejemplo, cuando se menciona que el costo de un crédito tiene una tasa del 24 % anual mes vencido, el periodo de tiempo general es el año y los intereses se calculan cada mes de manera vencida. Esto significa que el costo del crédito no es efectivamente el 24 % anual, sino otra cifra diferente. Para establecer cuál es el costo real del crédito se debe calcular una tasa que se denomina tasa de interés efectiva. A continuación, se listan algunos ejemplos para las denominaciones de tasas de interés nominal:

1. 24 % anual, mes vencido
2. 18 % semestral, trimestre vencido
3. 2 % bimensual, mes vencido
4. 30 % bianual, semestre vencido

---

3 Es una tasa que no es efectiva para un periodo determinado debido a que la liquidación de intereses en periodos intermedios puede conducir al retiro de los intereses de la inversión, caso en el cual sería asimilable a una tasa de interés simple; o los intereses podrían capitalizarse, en cuyo caso se trataría de una tasa de interés compuesto.

4 Al respecto es necesario definir el concepto de equivalencia de tasas de interés: dos tasas de interés nominales, efectivas o en cualquier denominación son equivalentes cuando independientemente del periodo en que se encuentren ambas tienen la misma tasa de interés efectiva al final de un periodo, que por lo general es de un año.

En todos los casos se menciona un periodo general y enseguida se hace referencia al periodo de cálculo de los intereses. Por ejemplo, en el punto 2 hay una tasa del 18 % en un periodo semestral, pero su liquidación de intereses se realiza cada trimestre de manera vencida. También existe la posibilidad de que la liquidación de intereses se haga de forma anticipada, para cuyo caso deberá tenerse un tratamiento diferente. Este se analizará más adelante.

Cuando se estudian diferentes opciones de crédito (o de inversión), la tasa de interés y no la cuota periódica es la que representa el verdadero costo (o ingreso) del crédito (o de la inversión). Por tanto, cuando el criterio de decisión sobre un crédito es su costo[5], se debe considerar únicamente la tasa de interés[6] (cuando se trata de acceder a un crédito, naturalmente será más conveniente la alternativa que cobre la tasa de interés más baja). Sin embargo, debe tenerse cuidado de que las tasas que se comparen en las diferentes opciones por considerar estén en los mismos periodos y sean tasas efectivas. Excepcionalmente se podrían comparar diversas opciones que ofrezcan información sobre tasas de interés nominales, siempre y cuando se encuentren en el mismo periodo, tanto la tasa general, como los periodos intermedios de liquidación de intereses. En general, se aconseja acudir a la comparación de tasas efectivas durante los mismos periodos (mensual, semestral, anual, etc.).

Conversión de tasas de interés nominales a efectivas

Considerando que muchas de las ofertas que se reciben del mercado, tanto de créditos como de inversiones, presentan en términos nominales la tasa de interés que cobran o que ofrecen y también en diferentes rangos de tiempo, lo más conveniente para realizar un análisis adecuado es llevar las tasas de las diferentes opciones a unas que sean comparables, es decir, en

5 No en todos los casos el criterio para tomar un crédito es su costo, expresado a través de la tasa de interés periódica; en muchas ocasiones este se combina con el valor de la cuota periódica o se utiliza como razón fundamental el valor de la cuota que se debe pagar periódicamente, y se compara con la capacidad del deudor para atender una cuantía periódica de dinero en efectivo, de acuerdo con el nivel de ingresos que se espera recibir. Muchas empresas y personas naturales acuden a créditos con tasas de interés superiores a otras alternativas que hay en el mercado porque la cuota periódica es más baja; lo que es posible cuando el plazo para el pago del crédito es más extendido.

6 Asumiendo que las opciones por considerar tienen el mismo nivel de riesgo. Aunque no es un tema específico de este documento, es importante que el lector tenga siempre presente que en todo tipo de inversiones debe existir una relación directa entre riesgo y rendimiento; por tanto, no es posible tomar decisiones acertadas solamente con uno de estos criterios.

términos generales a tasas efectivas en los mismos periodos. Para ello se debe conocer cómo convertir tasas de interés nominales a tasas efectivas. En primer lugar, una regla general es que una tasa nominal se puede convertir en primera instancia únicamente a una tasa efectiva expresada en un periodo específico (que serían los periodos de liquidación de intereses intermedios), y en segundo lugar se hará la conversión a la tasa efectiva del periodo que le interesa al analista, así:

Caso 1. 24 % anual, mes vencido

Como se ha dicho antes, esto corresponde a una tasa anual con una liquidación de intereses mensual de manera vencida. Lo que significa que se debe calcular en primer lugar la tasa que corresponde al periodo de liquidación intermedia de intereses. Para esto se debe considerar el número de periodos de liquidación de intereses (meses) que hay dentro del periodo general en el que se expresa la tasa (año). Es decir, puesto que el año tiene doce meses, durante el periodo considerado de la tasa de interés se harán doce liquidaciones de intereses. Para el cálculo de la tasa del periodo de liquidación (mensual), simplemente se divide la tasa del periodo general entre el número de periodos de liquidación que tiene[7], así:

Tasa anual: 24 %

Número de meses que tiene el año: 12

Cálculo de tasa de interés mensual: 24 % ÷ 12 = 2 % (2 % mensual)

Esto significa que los intereses se liquidarán sobre el capital cada mes a una tasa del 2 % mensual, durante doce meses. Ahora, consideremos el caso 2.

Caso 2. 18 % semestral, trimestre vencido

El procedimiento aquí es similar, pero el periodo general es el semestre y el periodo de liquidación de intereses es el trimestre. Así entonces, la primera pregunta por responder es: ¿Cuántos trimestres (periodos de liquidación de intereses) hay dentro del periodo general (semestre)? La respuesta es dos trimestres. Por tanto,

Cálculo de la tasa de interés trimestral: 18 % ÷ 2 = 9 % (9 % trimestral)

7 En ninguna circunstancia una tasa nominal se puede dividir por un número diferente al que corresponde a los periodos de liquidación de intereses.

Es necesario tener en cuenta que la tasa de interés periódica que se obtiene en cada caso es una tasa efectiva; así, para el caso 1, la tasa del 2 % corresponde a un mes, y para el caso 2, la tasa del 9 % corresponde a un trimestre. Efectiva puede interpretarse como la tasa que realmente cobra un crédito o que realmente genera una inversión durante un periodo específico (esta tasa será tratada con detalle más adelante). En consecuencia, se puede concluir que una tasa de interés nominal expresada en un periodo se puede transformar en una tasa de interés efectiva, correspondiente al periodo de liquidación y capitalización de intereses, simplemente dividiendo la tasa de interés general entre el número de periodos que contenga el periodo de liquidación al que hace mención la tasa de interés nominal. Y que además la tasa de interés que se obtiene de esta manera es efectiva para el periodo correspondiente (para el primer caso fue efectiva para un mes y para el segundo caso fue efectiva para un trimestre).

Respecto a la *denominación de las tasas* debe observarse lo siguiente:

- Si es 9 % trimestral es una tasa efectiva del 9 % para el trimestre.
- Si es 9 % anual trimestre vencido es una tasa nominal anual con liquidación trimestral de forma vencida.
- Si dice 6 % anual es una tasa efectiva del 6 % para el año.
- Si dice 6 % anual semestre vencido es una tasa nominal anual, con liquidación semestral de forma vencida.

Es necesario recalcar que la tasa de interés nominal se puede dividir solamente por el número de periodos de liquidación de intereses y no por otra cifra.

Caso 3. 2 % bimensual, mes vencido

La tasa se puede dividir solo en dos, porque ese periodo tiene solo dos meses de liquidación de intereses.

Caso 4. 30 % bianual, semestre vencido

Se puede dividir solo entre cuatro, porque el periodo general bianual tiene cuatro semestres que son los periodos de liquidación de intereses. Si se deseara realizar una comparación de las tasas de interés de los cuatro casos mencionados para tomar una decisión, en primer lugar, todas las tasas deberían expresarse en términos de efectivas y en segundo lugar en el mismo periodo. Así, se tendrían las siguientes tasas efectivas:

Caso 1. 24 % anual, mes vencido = 24 % ÷ 12 = 2 % mensual

Caso 2. 18 % semestral, trimestre vencido = 18 % ÷ 2 = 9 % trimestral

Caso 3. 2 % bimensual, mes vencido = 2 % ÷ 2 = 1 % mensual

Caso 4. 30 % bianual, semestre vencido = 30 % ÷ 4 = 7.5 % semestral

De acuerdo con esto, las tasas de interés de los casos 1 y 3 se podrían comparar para tomar una decisión, porque ambas están expresadas en términos de tasas efectivas y además consideran el mismo periodo. Las demás tasas no son comparables porque, aunque todas son efectivas, no están expresadas en el mismo periodo. Para hacerlas comparables se deben convertir todas ellas a tasas expresadas en el mismo periodo, cualquiera que este sea (por cuestiones prácticas se compararían en periodos mensuales debido a que dos de ellas ya se encuentran expresadas en estos periodos; sin embargo, muchos analistas prefieren hacer la comparación en tasas efectivas anuales, lo que implicaría convertir las cuatro tasas dadas a tasas efectivas para el año).

Tasas nominales considerando periodos anticipados

Cuando expresan su periodo de liquidación de intereses, además de informar el periodo intermedio de las liquidaciones, las tasas nominales también lo pueden hacer a término vencido (como en los ejemplos recién analizados) o pueden hacerlo de forma anticipada. En este último caso debe hacerse otro ajuste para llegar a una tasa de interés efectiva, porque un interés anticipado nuevamente corresponde a una tasa que no es la que realmente genera una inversión o se paga por un crédito. Acudiendo a las cifras de los ejemplos iniciales tendríamos:

Caso 1: 24 % anual, mes anticipado

Caso 2: 18 % semestral, trimestre anticipado

El tratamiento inicial es igual al estudiado previamente, es decir, primero se divide el periodo general entre el número de periodos de liquidación de intereses de la tasa:

Caso 1. 24 % anual, mes anticipado

24 % ÷ 12 = 2 % mensual anticipado

Tal como se advierte se llegó a una tasa mensual, pero ya no es efectiva para el mes porque se encuentra en términos de anticipada. Para que sea efectiva se debe trabajar a partir de esa tasa que se acaba de obtener y convertirla con la siguiente fórmula (1.1):

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a} \tag{1.1}$$

Donde,

i_v = Tasa de interés vencida

i_a = Tasa de interés anticipada

Por tanto, como la tasa de interés mensual anticipada del 2 % (2 % = 2 ÷ 100 = 0.02), entonces:

$$i_v = \frac{0.02}{1 - 0.02}$$

De donde se obtiene que i_v = 2.0408 % mensual (de acuerdo con lo estudiado en la primera sección se sabe que esta tasa de interés resultante es una tasa efectiva para el periodo mensual). A continuación, se expone otro ejemplo.

Caso 2. 18 % semestral, trimestre anticipado

18 % ÷ 2 = 9 % trimestre anticipado

Aplicando la fórmula de conversión de una tasa de interés anticipada a vencida:

$$i_v = \frac{0.09}{1 - 0.09}$$

De donde se obtiene i_v = 0.0989 (la cual corresponde al 9.89 % efectivo para el trimestre).

Tasa de interés efectiva

Una tasa de interés efectiva es la que realmente se debe pagar por un crédito o la que retribuye una inversión durante un periodo determinado. Por eso no tiene periodos de liquidación o de capitalización de intereses intermedios. La tasa de interés efectiva permite comparar diferentes tipos de inversiones o de créditos, porque expresa de manera precisa el porcentaje que se va a retribuir por la inversión o el verdadero costo de un crédito. Los siguientes son ejemplos de tasas efectivas.

- 24 % anual
- 3 % trimestral
- 2.2 % efectiva mensual
- 1 % mensual
- 20 % efectivo anual

La denominación de una tasa efectiva no necesita manifestar de manera explícita la palabra "efectiva", basta con que se mencione el periodo al que corresponde. Esta denominación permite apreciar una clara diferencia respecto a la tasa nominal, porque esta última indica de modo preciso el periodo de liquidación de intereses, mientras que la efectiva, al no tener liquidación y capitalización de intereses en periodos intermedios, simplemente expresa el periodo al que corresponde.

Lo anterior implica que una tasa efectiva no se puede dividir en periodos intermedios, como se hace con una tasa nominal. También es necesario considerar que las tasas efectivas siempre corresponden a periodos vencidos; es decir que, si una tasa se expresa en un periodo específico, pero es anticipada, entonces no es una tasa efectiva, sino una tasa nominal, así:

- Caso 1. 1.5 % mensual anticipada
- Caso 2. 3 % trimestral anticipado

Estos dos ejemplos corresponden a tasas nominales, porque para el primer caso si se trata de un crédito, la verdadera tasa por pagar en el mes no es el 1.5 %, sino que corresponde a otra cifra. Igual ocurre con el segundo ejemplo: la tasa por pagar realmente en el trimestre no es el 3 %. Para conocer cuál sería el porcentaje real por pagar en cada caso se deberán convertir en tasas vencidas utilizando la fórmula aplicada anteriormente.

Caso 1. 1.5 % mensual anticipada

$$i_v = \frac{0.15}{1 - 0.15}$$

De donde se obtiene $i_v = 1.523\,\%$ mensual.

Caso 2. 3 % trimestre anticipado

$$i_v = \frac{0.03}{1 - 0.03}$$

De donde se obtiene $i_v = 3.09\,\%$ trimestral.

Así, las tasas del 1.523 % mensual y 3.09 % trimestral, sí corresponden a tasas de interés efectivas porque expresan de manera precisa el costo de un crédito para los respectivos periodos. Con base en los ejemplos anteriores y de los vistos cuando se trató el tema de tasas de interés anticipadas se puede establecer que una tasa de interés anticipada es más alta que una vencida, porque en todos los casos al convertirse a vencida, la cifra que se obtiene es mayor.

Conversión de tasas de interés efectivas

Se ha dicho que las tasas de interés efectivas no pueden dividirse como se hacía con las nominales, precisamente porque las efectivas no tienen periodos intermedios de capitalización. Entonces en esta sección se analizará cómo puede convertirse una tasa efectiva de un periodo determinado a otra expresada en un periodo superior o inferior. Para esto es necesario considerar si la tasa que se desea conocer es efectiva o nominal. Es decir, una tasa de interés efectiva se puede convertir bien sea en una tasa nominal o en otra efectiva.

Conversión de una tasa efectiva a una tasa nominal

Una tasa de interés efectiva de un periodo determinado se puede convertir en una nominal de forma muy sencilla, siempre y cuando el periodo en el que se desea expresar sea superior. Por ejemplo, una tasa de interés del 2 % mensual (es una tasa efectiva para el mes) se desea convertir en una tasa nominal anual. Para esto se consideran cuántos periodos de la tasa efectiva (meses) hay dentro del periodo de la tasa nominal (año), y esta cifra (12) se utiliza como múltiplo de la tasa efectiva: 2 % x 12 = 24 %.

Así, se obtiene una tasa nominal para el año, pero debe expresarse adecuadamente; es decir, el resultado además de la cifra del 24 %, debe aclarar que se trata de una tasa de interés nominal y también debe decir cuáles son los periodos de liquidación de intereses, además si se trata de una tasa anticipada o vencida, así: 24 % nominal anual, mes vencido; o lo que es igual: 24 % anual, mes vencido.

El periodo de liquidación es igual al periodo en que estaba expresada la tasa efectiva inicialmente. Para este ejemplo correspondería al mes y se trata de una tasa de interés vencida[8] (porque no dice que sea anticipada). Como la tasa del 2 % mensual de donde se partió para llegar a este cálculo es vencida, entonces en el resultado se debe mencionar (recuerde que toda tasa efectiva siempre será una tasa vencida). Enseguida se muestran algunos ejemplos de conversión de tasas de interés efectivas de un periodo específico a una tasa de interés nominal de un periodo superior.

Ejemplo 1.1. 1 % mensual

Se desea conocer a qué tasa nominal trimestral corresponde.

¿Cuántos meses hay dentro de un trimestre?

Respuesta: 3; entonces, la tasa efectiva mensual del 1 % debe multiplicarse por 3 para llegar a la tasa de interés nominal trimestral: 1 % x 3 = 3 %; su expresión adecuada sería: 3 % trimestral, mes vencido.

Ejemplo 1.2. 3 % trimestral

Desea conocerse su equivalente en tasa de interés nominal anual.

Nuevamente se pregunta: ¿Cuántos trimestres hay dentro de un año?

Respuesta: 4; luego la tasa efectiva trimestral del 3 %, de donde se parte que se debe multiplicar por 4 para llegar a la tasa de interés nominal anual: 3 % x 4 = 12 %; expresándola en términos nominales sería: 12 % anual, trimestre vencido.

Ejemplo 1.3. 2 % mensual

Desea convertirse en una tasa nominal semestral.

En este caso la pregunta es: ¿Cuántos meses hay en un semestre?

8 Como regla general cualquier tasa de interés, mientras no manifieste de manera expresa que se trata de interés anticipado, se asume que es una tasa de interés vencida.

Respuesta: 6; por consiguiente, la tasa efectiva mensual del 2 % debe multiplicarse por 6 para llegar a la tasa de interés nominal semestral: 2 % x 6 = 12 %. Expresada en términos nominales sería: 12 % semestral, mes vencido.

Conversión de una tasa efectiva a una tasa expresada en un periodo inferior

A diferencia del caso analizado anteriormente aquí se parte de una tasa de interés efectiva para un periodo determinado y se desea conocer una tasa de interés equivalente, pero en un periodo inferior. Por ejemplo, se parte de una tasa de interés efectiva trimestral y se desea conocer a qué tasa de interés mensual equivale (se busca la tasa de interés efectiva equivalente para un periodo inferior). Como regla general, cuando se parte de una tasa de interés efectiva correspondiente a un periodo y se desea conocer la tasa equivalente para un periodo inferior, no se puede dividir como se hace con la tasa nominal. Para esto se debe aplicar la siguiente fórmula (1.2):

$$i_p = \left(1 + i_e\right)^{1/n} - 1 \tag{1.2}$$

En la fórmula,

i_p = tasa de interés periódico. Es la tasa de interés que se desea hallar.

i_e = tasa de interés efectiva. Es la tasa de interés efectiva que se conoce.

n = número de periodos de la tasa de interés del periodo menor que se desea conocer, que hay dentro de la tasa de interés efectiva de la que se parte.

Otros casos de este tipo (en los que se conoce una tasa de interés efectiva para un periodo determinado y se desea conocer una tasa de interés equivalente para un periodo inferior) son:

- Se tiene una tasa del 12 % anual y se desea conocer la tasa efectiva equivalente mensual.
- A partir de una tasa del 8 % semestral se quiere conocer la tasa efectiva trimestral equivalente.
- Conociendo una tasa de interés del 9 % efectiva trimestral se desea llegar a su equivalente efectiva mensual.
- Se tiene una tasa de interés del 16 % anual y se desea conocer a qué tasa efectiva equivale para siete meses.
- Se parte de una tasa del 14 % efectiva para ocho meses y se desea conocer a qué tasa equivale para un trimestre.

En todos los casos, la tasa conocida es efectiva y se desea llegar a una tasa de interés, también efectiva, equivalente para un periodo inferior. La tasa del periodo inferior sería la tasa periódica en la fórmula y el valor "*n*" de la fórmula se obtiene al dividir el periodo de tiempo de la tasa efectiva entre el número de periodos (de la tasa periódica), así:

Ejemplo 1.4

Se tiene una tasa del 12 % anual y se desea conocer la tasa equivalente mensual.

i_e = 12 % anual

i_p = mensual

n = número de periodos de la tasa periódica (meses) que hay dentro de la tasa efectiva (año), así entonces: $n = 12$.

Reemplazando en la fórmula, resulta:

$$i_p = (1 + 0.12)^{1/12} - 1$$

$$i_p = 0.9489\,\%$$

La cifra 0.9489 % es una tasa periódica efectiva para un mes.

Ejemplo 1.5

A partir de una tasa del 8 % semestral se quiere conocer la tasa trimestral efectiva equivalente.

i_e = 8 % semestral

i_p Trimestral = ?

n = número de periodos de la tasa periódica (trimestre) que hay dentro de la tasa efectiva (semestre), así entonces: $n = 2$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_p = (1 + 0.08)^{1/12} - 1$$

$$i_p = 3.92\,\%$$

La cifra determinada es una tasa periódica efectiva trimestral del 3.92 %.

Ejemplo 1.6

Conociendo una tasa de interés efectiva del 9 % trimestral se desea llegar a su equivalente efectiva mensual.

i_e = 9 % trimestral

i_p = mensual

n = número de periodos de la tasa periódica (mes) que hay dentro de la tasa efectiva (trimestre), así entonces: $n = 3$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_p = (1 + 0.09)^{1/3} - 1$$

$$i_p = 2.91\ \%$$

Este valor equivale a una tasa del 2.91 % efectiva para un mes. En otras palabras, una tasa del 9 % trimestral es equivalente a una tasa del 2.91 % mensual. Es necesario precisar que la tasa periódica que se obtiene es también una tasa efectiva y genera un capital en el periodo correspondiente. De esta manera en todos los casos analizados se parte de una tasa efectiva y se llega a otra también efectiva; ambas son equivalentes, pero en diferente periodo.

Ejemplo 1.7

La tasa de interés es del 16 % anual y se desea conocer a qué tasa efectiva equivale para siete meses.

i_e = 16 % anual

i_p = 7 meses

n = número de meses de la tasa periódica (7) que hay dentro de la tasa efectiva (año), así entonces: $n = 7/12$. Debido a que el número de periodos reflejados en el exponente de la fórmula debe estar expresado en el mismo periodo en que se encuentre la tasa de interés, que para este caso es anual. Por consiguiente, el exponente debe estar en términos anuales, lo que equivaldría a expresar el exponente como una fracción de año.

Reemplazando en la fórmula se encuentra,

$$i_p = (1 + 0.16)^{7/12} - 1$$

$$i_p = 9.04\ \%\ \text{para 7 meses}$$

Una tasa del 16 % efectiva anual equivale a una tasa del 9.04 % efectiva para siete meses.

Ejemplo 1.8

Se parte de una tasa del 14 % efectivo para ocho meses y se desea conocer a qué tasa equivale para un trimestre.

i_e = 14 % efectiva para 8 meses
i_p = 3 meses
n = número de meses de la tasa periódica (3) que hay dentro de la tasa efectiva (8 meses), así entonces, $n = 3/8$.

Como en el caso anterior, el exponente que tiene que ver con el periodo debe estar expresado en los mismos periodos en los que se encuentre la tasa de interés y será entonces una fracción de tiempo (3/8).

$$i_p = (1 + 0.14)^{3/8} - 1$$

$$i_p = 5.036\ \%\ \text{trimestral}$$

Una tasa del 14 % efectiva para ocho meses, equivale a una tasa del 5.036 % para un trimestre.

Conversión de una tasa efectiva a otra tasa efectiva expresada en un periodo superior

Una tasa efectiva de un periodo determinado también puede convertirse en una tasa efectiva de un periodo superior. Para el efecto se requiere aplicar la siguiente fórmula (1.3):

$$i_e = (1 + i_p)^n - 1 \qquad (1.3)$$

En este caso, la tasa de interés efectiva de la que se parte se denomina tasa de interés periódica. En esta fórmula,

i_p = es la tasa de interés periódico: corresponde a la tasa de interés efectiva que se conoce.

i_e = tasa de interés efectiva de un periodo superior a la que se desea llegar.

n = es el número de periodos de la tasa de interés periódica, que hay dentro de la tasa de interés efectiva que se desea hallar.

Los que siguen son ejemplos de este tipo de tasas.

Ejemplo 1.9

La tasa de interés es del 1 % mensual y se desea conocer a qué tasa de interés efectiva anual corresponde.

i_p = 1 % mensual

i_e anual = ?

n = número de periodos de la tasa periódica (meses) que hay dentro de la tasa efectiva que se quiere encontrar (año), entonces: n = 12.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_e = (1 + 0.01)^{12} - 1$$

$$i_e = 12.68\ \%$$

La cifra que se halló fue 12.68 % anual, equivalente a la tasa de interés del 1 % mensual (ambas tasas son efectivas para sus correspondientes periodos).

Ejemplo 1.10

A partir de una tasa del 3 % trimestral se quiere conocer la tasa efectiva anual equivalente.

i_p = 3 % trimestral

i_e = anual

n = número de periodos de la tasa periódica (trimestre) que hay en dentro de la tasa efectiva que se quiere hallar (año), así $n = 4$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_e = (1 + 0.03)^4 - 1$$

$$i_e = 12.55\ \%$$

Este resultado indica que el 3 % trimestral (efectiva para el trimestre) equivale a una tasa del 12.55 % anual (efectiva para el año).

Ejemplo 1.11

Se conoce una tasa de interés del 1 % mensual y se quiere conocer su equivalente en efectivo trimestral.

i_p = 1 % mensual
i_e = trimestral
n = número de periodos de la tasa periódica (meses) que hay en dentro de la tasa efectiva que se desea hallar (trimestre), así $n = 3$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_e = (1 + 0.01)^3 - 1$$

$$i_e = 3.03\ \%$$

Este resultado indica que una tasa del 1 % mensual equivale a una tasa del 3.03 % trimestral.

Conversión de una tasa nominal de un periodo a otra nominal en otro periodo, con periodos de liquidación de intereses iguales

Para realizar esta conversión lo primero que se debe analizar es si el periodo intermedio de liquidación de intereses de la tasa nominal inicial es igual o no al periodo de liquidación de intereses de la tasa nominal a la que se desea llegar. Si son iguales, la conversión es muy sencilla y rápida, porque basta con dividir la tasa inicial entre el número de periodos intermedios que hay dentro de ella y luego multiplicar por el número de periodos intermedios que hay dentro de la tasa a la que se desea encontrar. Enseguida se muestran los ejemplos que ilustran esta situación.

Ejemplo 1.12

Si se tiene una tasa nominal del 24 % anual, mes vencido y se desea convertir a una tasa nominal semestral mes vencido (en ambos casos el periodo de liquidación intermedio de intereses es el mes y su liquidación se haría de forma vencida), entonces (figura 1):

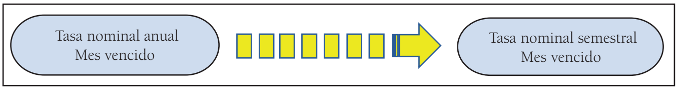


Figura 1. Representación esquemática de tasas de interés para el ejemplo 1.12

Primero se divide la tasa inicial entre el número de periodos de capitalización (12 meses del año), 24 % ÷ 12 = una tasa efectiva del 2 % mensual. Como la tasa nominal a la que se desea llegar tiene periodo de liquidación de intereses también mensual, entonces se multiplica la tasa mensual hallada por el número de periodos intermedios que hay dentro del periodo de la tasa a la que se desea llegar (seis meses dentro del semestre), esto es, 2 % x 6 = una tasa del 12 %, a la que se le debe dar la denominación correcta de acuerdo con el periodo que corresponde y a los periodos intermedios de liquidación de intereses: 12 % semestral, mes vencido.

Gráficamente el proceso de conversión se puede expresar como lo muestra la figura 2.

Esta conversión se puede realizar de manera muy sencilla porque los periodos de liquidación de intereses de la tasa que se parte (anual) y los periodos de la tasa que se desea obtener (semestral) son los mismos (mensuales). Veamos otro ejemplo.

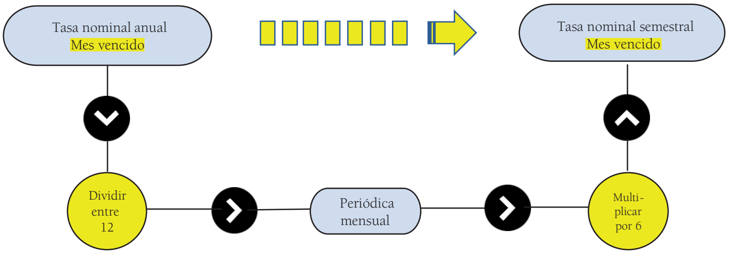


Figura 2. Procedimiento esquemático para determinar la equivalencia de tasas del ejemplo 1.12

Ejemplo 1.13

La tasa nominal es del 3 % trimestral mes vencido, y se desea conocer una tasa nominal anual con liquidación de intereses mensual de manera vencida: 3 % ÷ 3 = una tasa efectiva del 1 % mensual.

Posteriormente se multiplica por el número de periodos intermedios que hay dentro del periodo de la tasa a la que se desea llegar (doce meses del año): 1 % x 12 = una tasa del 12 % anual, mes vencido.

De este modo, una tasa de interés del 3 % trimestral, mes vencido, equivale a una tasa de interés del 12 % anual, mes vencido. El que sigue es un ejemplo adicional.

Ejemplo 1.14

Se conoce una tasa del 8 % semestral, trimestre anticipado (que es una tasa nominal) y se quiere saber su tasa equivalente nominal anual, trimestre anticipado (a la tasa que se desea llegar es otra tasa nominal). Tanto la tasa original (8 % semestral), como a la que se desea llegar (nominal anual), tienen iguales periodos de capitalización de intereses (trimestre anticipado), entonces: 8 % ÷ 2 = una tasa del 4 % trimestral anticipada.

Esta tasa se multiplica por el número de periodos intermedios que hay dentro del periodo de la tasa a la que se desea llegar (cuatro trimestres dentro del año): 4 % x 4 = una tasa del 16 % anual, trimestre anticipado.

Lo que significa que una tasa del 8 % semestral, trimestre anticipado equivale a una tasa del 16 % anual, trimestre anticipado.

Conversión de una tasa nominal de un periodo a una tasa nominal en otro periodo (periodos intermedios de liquidación de intereses diferentes)

Otra situación puede ocurrir cuando se desea convertir una tasa nominal a otra nominal, pero los periodos de liquidación de intereses intermedios son diferentes; por ejemplo, cuando se tiene una tasa nominal anual, mes vencido y se desea convertir en una tasa semestral trimestre vencido. En este caso los periodos intermedios son diferentes (el primero es mensual y el segundo es trimestral) y por ello no es posible realizar los cálculos como se hacía en la sección anterior cuando se dividía entre el número de periodos intermedios de liquidación de la tasa inicial y después se multiplicaba por el número de periodos intermedios que contenía la tasa a la que se quería llegar.

Para la conversión de una tasa nominal a otra cuando los periodos de liquidación de intereses intermedios son diferentes el tratamiento es distinto, porque se debe aplicar el procedimiento utilizado para la conversión de una tasa efectiva de un periodo a otra tasa efectiva expresada en un periodo diferente. Veamos la explicación con un caso práctico.

Ejemplo 1.15

Se desea convertir una tasa del 24 % anual mes vencido, en una tasa semestral trimestre vencido, tal como se muestra en la figura 3.

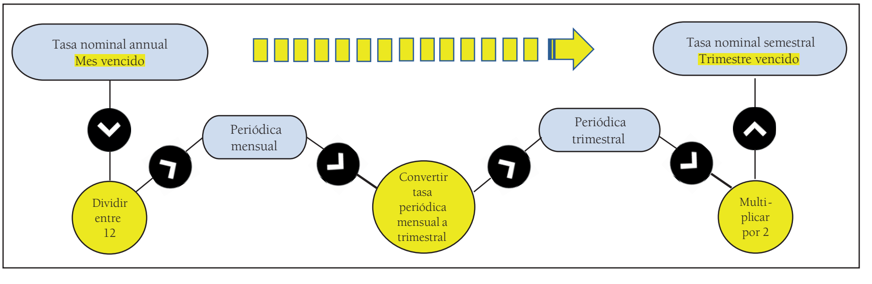


Figura 3. Procedimiento esquemático para determinar equivalencia de tasas de interés del ejemplo 1.15

Primero se divide la tasa nominal anual (24 %) entre el número de periodos intermedios de liquidación de intereses (meses) que tiene el año

(24 % ÷ 12 = 2 %), con lo que se obtiene una tasa periódica del 2 % (efectiva mensual).

Como la tasa nominal a la que se desea llegar debe tener periodos de liquidación de intereses trimestral, entonces el paso siguiente es convertir la tasa mensual efectiva hallada (2 %) en una tasa trimestral (efectiva). Como la tasa efectiva de partida corresponde a un periodo menor que el de la tasa efectiva que se requiere, entonces se utiliza la fórmula (1.3) para convertir una tasa periódica a una efectiva.

$$i_e = \left(1 + i_p\right)^n - 1 \tag{1.3}$$

i_p = 2 % mensual

i_e trimestral = ?

n = número de periodos de la tasa periódica (meses) que hay dentro de la tasa efectiva que se desea hallar (trimestre). Así entonces: $n = 3$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_e = \left(1 + 0.02\right)^3 - 1$$

$$i_e = 6.12\ \%$$

Este resultado indica que el 2 % mensual (efectivo) equivale a una tasa del 6.12 % trimestral (efectivo).

Si se tiene una tasa de interés efectiva en el periodo de liquidación de la tasa nominal a la que se desea llegar, entonces se puede multiplicar por el número de periodos intermedios (trimestres) que contiene el periodo de tiempo de la tasa nominal deseada (semestre). Así, 6.12 % x 2 = una tasa del 12.24 % semestral, trimestre vencido.

En otras palabras, una tasa del 24 % anual, mes vencido, equivale a una tasa del 12.24 % semestral, trimestre vencido.

Resumiendo, el procedimiento para convertir una tasa nominal con liquidación de intereses periódicos a una tasa de interés, también nominal, con periodos de liquidación de intereses diferente de la tasa inicial es:

- Se divide la tasa de interés nominal inicial entre el número de periodos de liquidación de intereses intermedios y se obtiene una tasa de interés periódica (si es vencida, entonces se trata de una tasa de interés efectiva para el periodo correspondiente). En el ejemplo se dividió entre 12 porque la tasa nominal está expresada en años y su liquidación de intereses es mensual (12 meses del año).
- Se convierte esta tasa de interés periódica hallada en una tasa correspondiente a los periodos de liquidación de intereses que se desean encontrar. Para esto se debe utilizar la fórmula para convertir una tasa de interés efectiva a periódica o de periódica a efectiva, dependiendo de si el periodo de la primera es mayor o menor que la segunda tasa de interés. En el ejemplo la tasa de liquidación de intereses hallada inicialmente es de un mes y se desea llegar a la tasa de liquidación de intereses trimestral; por consiguiente, se utilizó la fórmula de interés efectiva partiendo de una tasa de interés periódica.
- Se multiplica la tasa de interés periódica hallada entre el número de periodos contenidos en la tasa nominal que se quiere hallar. Como se obtuvo una tasa de liquidación de intereses para periodos trimestrales y se buscaba una tasa de interés semestral, se multiplicó por dos (dos trimestres en el semestre). El siguiente ejemplo ilustra este concepto más claramente.

Ejemplo 1.16

La tasa del 9 % es semestral, trimestre vencido (que corresponde a una tasa nominal) y se desea conocer su equivalencia en una tasa nominal anual, mes vencido (la tasa de partida tiene liquidación de intereses cada trimestre y la tasa a la que se desea liquida intereses cada mes).

Como los periodos de liquidación de intereses son diferentes (trimestre y mes), después de hacer la división de la tasa inicial por el número de periodos intermedios de liquidación de intereses, se debe utilizar el método de transformación de una tasa de interés efectiva de un periodo a una tasa de interés efectiva expresada en un periodo diferente, para obtener la tasa deseada (figura 4).

Tasa inicial: 9 % semestral, trimestre vencido
(hay dos trimestres en el semestre)

9 % ÷ 2 = 4.5 % trimestral
(esta es una tasa efectiva para el trimestre)

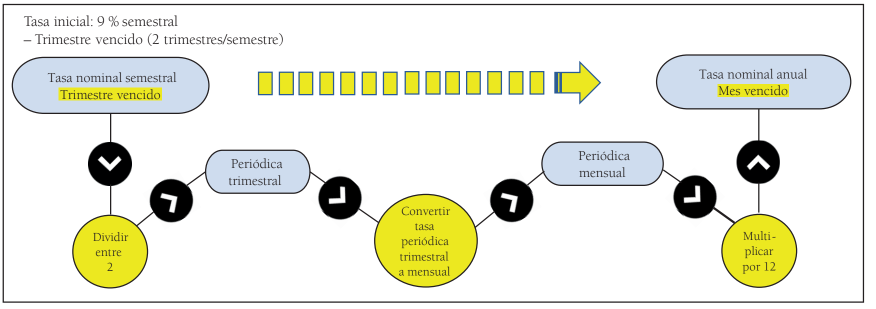


Figura 4. Procedimiento esquemático para determinar las tasas equivalentes del ejemplo 1.16

Considerando que el periodo intermedio de liquidación de intereses de la tasa inicial es semestral, mientras que el periodo intermedio de liquidación de intereses de la tasa a la que se desea llegar es mensual, se utiliza la fórmula (1.2) de conversión cuando el periodo al que se desea llegar es inferior, es decir, partiendo de una tasa efectiva obtener una tasa periódica.

$$i_p = \left(1 + i_e\right)^{1/n} - 1$$

i_e = 4.5 % trimestral

i_p = mensual

n = número de periodos de la tasa periódica (mes) que hay en dentro de la tasa efectiva (trimestre). Así, entonces: $n = 3$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_p = \left(1 + 0.045\right)^{1/3} - 1$$

$$i_p = 1.48\ \%$$

La cifra encontrada corresponde a una tasa efectiva mensual de 1.48 %. Cuando se tiene la tasa efectiva en los periodos de capitalización intermedia de la tasa nominal que se desea obtener, para llegar a ella será suficiente con multiplicar esta tasa por el número de periodos intermedios: 1.48 % x 12 = una tasa del 17.76 % anual, con periodos de liquidación de intereses mensual vencidos. Es decir, que su denominación adecuada es:

17.76 % anual, mes vencido. Lo que significa que una tasa del 9 % semestral, trimestre vencido es equivalente a una tasa del 17.76 % anual, mes vencido.

Resumiendo, para convertir una tasa nominal con liquidación de intereses periódicos a una tasa de interés, también nominal, con periodos de liquidación de intereses diferente a la anterior (periodo de liquidación de intereses inferior), se debe seguir este procedimiento:

- Se divide la tasa de interés nominal inicial entre el número de periodos de liquidación de intereses intermedios y se obtiene una tasa de interés periódica. En el ejemplo se dividió entre dos porque la tasa nominal está expresada en semestre y su liquidación de intereses es trimestral (hay dos trimestres dentro del semestre).
- La tasa de interés periódica hallada se convierte en una tasa correspondiente a los periodos de liquidación de intereses de la tasa nominal que se busca. Para esto se debe utilizar la fórmula que permite convertir una tasa de interés efectiva a una periódica, porque el periodo de la primera tasa de interés es mayor que el periodo de tiempo de la segunda. En el ejemplo la tasa de liquidación de intereses encontrada inicialmente es de un trimestre y se desea llegar a la tasa de liquidación de intereses mensual. Por eso se utilizó la fórmula de interés periódica partiendo de una tasa de interés efectiva.
- Se multiplica la tasa de interés periódica obtenida por el número de periodos contenidos en la tasa nominal que se desea conocer. Como en el ejemplo anterior se obtuvo una tasa de liquidación de intereses para periodos mensuales y se deseaba hallar una tasa de interés anual, se multiplicó por doce (porque el año tiene doce meses).

Analicemos un último ejemplo sobre este tema.

Ejemplo 1.17

Se tiene una tasa del 9 % semestral, trimestre anticipado y se desea conocer su equivalencia en una tasa nominal anual, mes vencido. Este caso es muy similar al anterior, pero tiene una particularidad y es que los periodos de liquidación de intereses intermedios, además de ser diferentes en periodos, también lo son porque uno es anticipado y el otro es vencido: tasa inicial: 9 % semestral, trimestre anticipado (hay dos trimestres en el semestre) 9 % ÷ 2 = 4.5 % trimestral anticipada (figura 5).

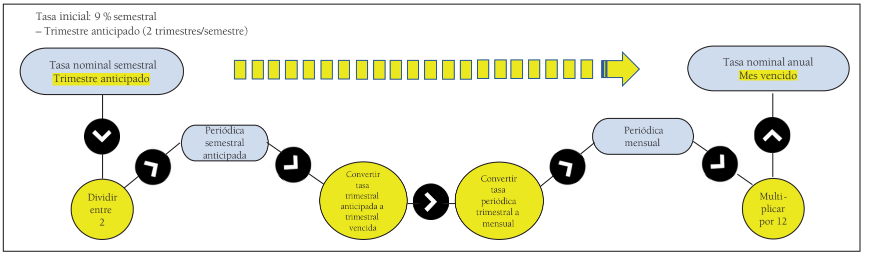


Figura 5. Procedimiento esquemático para determinar las tasas equivalentes del ejemplo 1.17

Para aplicar el procedimiento de conversión de una tasa efectiva de un periodo a una tasa efectiva de un periodo inferior (llamada tasa periódica), es necesario que la tasa trimestral anticipada se convierta en una tasa efectiva para ese periodo, porque es importante recordar que una tasa anticipada no es una tasa efectiva. Para esto se utiliza la fórmula (1.1) explicada en la sección anterior:

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

i_a = 4.5 % trimestral (anticipada)

Entonces,

$$i_v = \frac{0.45}{1 - 0.45}$$

Donde, i_v = 471 % trimestral (vencida)

Al tenerse la tasa de interés intermedia en términos de interés vencido, entonces ya se puede aplicar la fórmula correspondiente al periodo de capitalización de la tasa a la que se desea llegar:

$$i_p = \left(1 + 0.0471\right)^{1/3} - 1$$

$$i_p = 1.55\ \%$$

La cifra que se halló es una tasa periódica del 1.55 % (efectiva mensual).

Cuando se tiene la tasa efectiva en los periodos de capitalización intermedia de la tasa nominal que se quiere obtener y en términos de liquidación vencida, entonces para llegar a la tasa deseada será suficiente con multiplicar la tasa mensual por el número de periodos intermedios de la tasa anual: 1.55 % x 12 = una tasa anual del 18.6 %, con periodos de liquidación de intereses mensuales vencidos. Su expresión adecuada es: 18.6 % anual, mes vencido. Lo que significa que una tasa del 9 % semestral, trimestre anticipado equivale a una tasa del 18.6 % anual, mes vencido (ambas son tasas nominales).

En resumen, para la conversión de tasas nominales en otras tasas, también nominales, pero con liquidación de intereses en diferentes periodos, se debe observar lo siguiente:

1. El primer paso consiste en convertir la tasa nominal inicial en una tasa periódica, simplemente dividiendo el número de periodos de liquidación de intereses con relación a la tasa de interés nominal de la que se parte.
2. El último paso consistirá en multiplicar la tasa periódica que corresponde a la de liquidación de intereses por el número de periodos de la tasa nominal que se desea conocer. Pero entre el primero y el último existen pasos intermedios. Precisamente la clave para una adecuada conversión de tasas nominales está en desarrollar de forma adecuada los pasos intermedios.
3. Un paso intermedio consiste en convertir la tasa de liquidación de intereses de la tasa nominal inicial en una tasa equivalente a la del periodo de liquidación de intereses de la tasa de interés nominal a la que se desea llegar. En el ejemplo (1.3), la tasa de liquidación de intereses inicial es trimestral y la tasa de liquidación de intereses de la tasa nominal que se desea obtener es mensual. Por ello, se debía convertir la tasa trimestral en una mensual. Si ambas se encuentran en periodos de liquidación de intereses intermedios iguales (por ejemplo, en periodos mensuales o trimestrales vencidos), será necesario realizar solo los pasos 1 y 2 descritos arriba.
4. Otro paso intermedio consiste en colocar la tasa de liquidación de intereses de la tasa nominal inicial en los términos (vencida o anticipada) en que debe estar la tasa de liquidación de intereses de la tasa nominal a la que se quiere llegar. Si ambas son vencidas, no habría que tener en cuenta este paso, pero si una es vencida y la otra anticipada, sí se debe hacer esta conversión.

Interés simple e interés compuesto

En finanzas se utilizan las tasas de interés como medida del costo de un crédito o del rendimiento de una inversión. Este se utiliza como parámetro de comparación entre distintas alternativas de financiación o de inversión, para determinar la más favorable desde el punto de vista del menor costo para el primer caso o el más alto desde la perspectiva de los rendimientos esperados para el segundo[9]. Pero además de la tasa de interés se debe advertir un aspecto complementario como la capitalización o no de los intereses que produce la inversión.

Así, si se supone una inversión que genera rendimientos periódicos a una tasa de interés determinada y el capital invertido inicialmente se devuelve a su vencimiento, pueden existir dos posibilidades respecto a la utilización de los rendimientos periódicos que se generan, así:

1. El inversionista retira los rendimientos que va produciendo la inversión y los destina al consumo o a la inversión en otro proyecto diferente al que los generó.
2. El inversionista no los retira y cada vez que se liquidan se suman al capital de la inversión, para obtener al final del plazo la devolución tanto del capital como de los rendimientos producidos durante la vida de la inversión.

Estas dos posibilidades de utilización o destinación de los intereses dan lugar a la diferenciación entre interés simple e interés compuesto.

Interés simple

Es el interés que produce una inversión y se retira de ella para darle una utilización distinta. En este caso el capital será la misma cifra desde el momento de la inversión inicial hasta su liquidación al vencimiento; en cada periodo el valor de los intereses periódicos será igual, porque se calculan a partir de la multiplicación entre la tasa de interés y el capital invertido. Estos parámetros permanecen inmodificables durante la vida de la inversión, para dar como resultado un valor de intereses igual en cada periodo.

9 Sin olvidar que el rendimiento de una inversión a todo momento debe tener relación directa con el riesgo que se asume.

Ejemplo 1.18

Considerar una inversión de $ 1 000 000, a una tasa del 10 % anual, durante tres años, plazo en el que se devolverá el capital invertido. El inversionista retira los intereses cada vez que se liquidan. Gráficamente esto podría representarse como aparece en la figura 6:

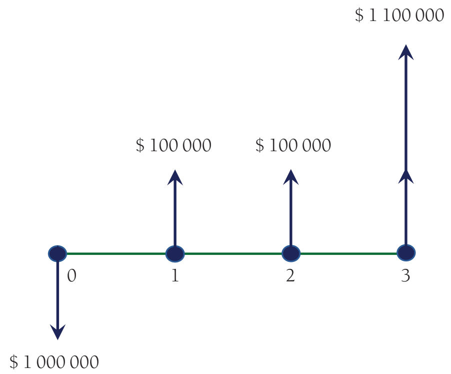


Figura 6. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 1.18

Así, la liquidación de intereses al final de cada periodo será:

Año 1: 1 000 000 x 10 % = $ 100 000
(los intereses se retiran y el capital se mantiene igual)

Año 2: 1 000 000 x 10 % = $ 100 000
(nuevamente se retiran los intereses generados)

Año 3: 1 000 000 x 10 % = $ 100 000
(en este periodo también se retira el capital, que será exactamente igual al capital invertido inicialmente)

El total de intereses recibidos es de $ 300 000.

Como en todos los periodos el valor de la inversión permanece igual, los intereses podrían calcularse de esta manera: 1 000 000 x 10 % x 3 = $ 300 000, que correspondería a la siguiente fórmula (1.4):

$$I = P \times i \times n \qquad (1.4)$$

Donde,

I = interés en unidades monetarias (en pesos [$] para nuestro caso)

P = capital

i = tasa de interés

n = plazo de la inversión

Otro ejemplo de interés simple:

Ejemplo 1.19

Si un proyecto requiere una inversión de $ 50 000 000 para iniciar, y ofrece un rendimiento del 2 % mensual durante seis meses; considerando interés simple porque el inversionista recibiría y retiraría los intereses mensuales, así entonces, podría visualizarse como aparece en la figura 7:

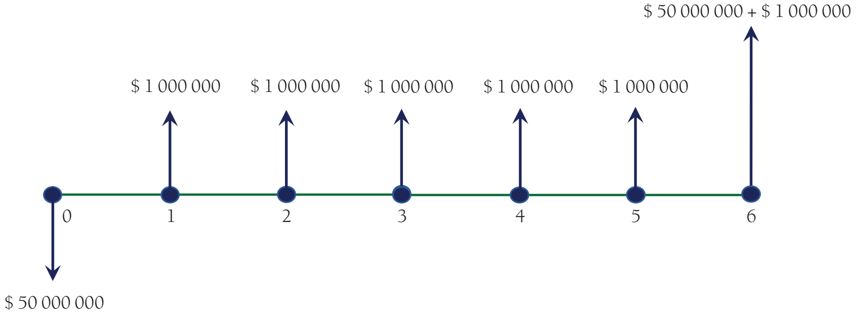


Figura 7. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 1.19

Aplicando la fórmula (1.4): $(P \text{ x } i \text{ x } n)$ sería,

$$I = 50\,000\,000 \text{ x } 2\,\% \text{ x } 6 = \$\,6\,000\,000$$

Es decir, la inversión produciría $ 6 000 000 de intereses durante los seis meses, que el inversionista retiraría al final de cada mes y al final del plazo también se retiraría el capital invertido inicialmente.

Interés compuesto

Es aquella inversión en la que los intereses, cada vez que se liquidan, se suman al capital inicial de cada periodo. Desde el primer periodo de liquidación, los intereses se suman al valor del capital, lo que deriva en que para el periodo siguiente la base de liquidación de nuevos intereses sea superior. Es decir, cuando se liquidan los intereses, el capital invertido se hace mayor, porque en cada ocasión se suman los rendimientos generados y producen una función exponencial para el cálculo de los intereses totales producto de la inversión. En este caso los intereses se liquidan periódicamente, pero no se entregan al inversionista, sino que se suman al capital de la inversión.

Para hacer un comparativo con el cálculo del interés simple, se podría tomar el primer ejemplo del caso anterior, pero con capitalización de intereses, como se muestra enseguida.

Ejemplo 1.20

Considere una inversión de $ 1 000 000, a una tasa del 10 % anual, durante tres años, plazo en el que se devolverá el capital invertido. El inversionista no retira los intereses en cada periodo, sino que se capitalizan cuando se liquidan.

La liquidación de intereses en cada periodo sería:

Año 1: 1 000 000 x 10 % = $ 100 000
(los intereses se capitalizan, es decir, aumentan el capital:
1 000 000 + 100 000. El capital para el periodo siguiente sería de $ 1 100 000).

Año 2: 1 100 000 x 10 % = $ 110 000
(los intereses se capitalizan:
1 100 000 + 110 000 = $ 1 210 000).

Año 3: 1 210 000 x 10 % = $ 121 000
(al final de este periodo se retira toda la inversión).

Total intereses:
100 000 + 110 000 + 121 000 = $ 331 000.

Valor por recibir de capital e intereses:
1 000 000 + 331 000 = $ 1 331 000.

Gráficamente podría representarse como se muestra en la figura 8.

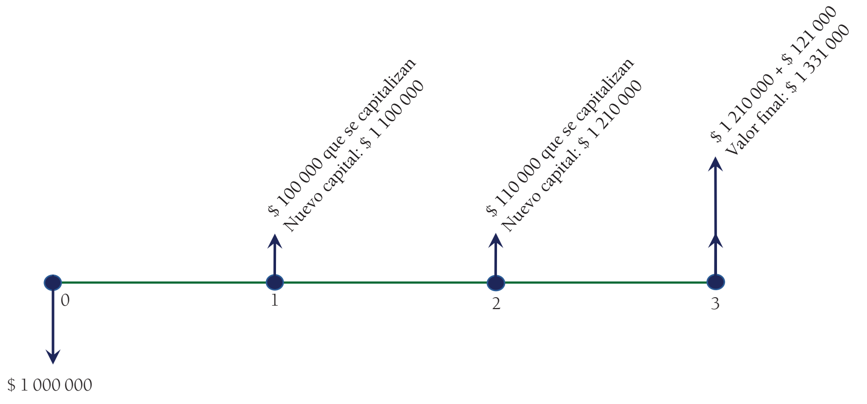


Figura 8. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 1.20

Teniendo en cuenta que en cada periodo se capitalizan los intereses y aumenta la base para la liquidación del periodo siguiente, y así sucesivamente hasta el plazo de la redención de la inversión, entonces la capitalización de intereses correspondería a una función exponencial que puede interpretarse con esta fórmula (1.5):

$$I = P \text{ x } ((1 + i)^n - 1) \tag{1.5}$$

Donde,

I = interés en unidades monetarias (en pesos [$])
P = capital
i = tasa de interés
n = plazo de la inversión
I = $1\,000\,000 \text{ x } ((1+0.10)^3 - 1) = \$\,331\,000$, que serían recibidos al final del plazo, sumado al capital invertido inicialmente, es decir, recibiría $ 1 331 000.

Veamos otro ejemplo de interés compuesto.

Ejemplo 1.21

Tomando la información del segundo ejemplo del caso de interés simple para hacer el comparativo considerando interés compuesto, se tendría:

Si un proyecto requiere una inversión de $ 50 000 000 para iniciar, y ofrece un rendimiento del 2 % mensual durante seis meses, con capitalización de los rendimientos para retirar al final del plazo, se tendría (figura 9):

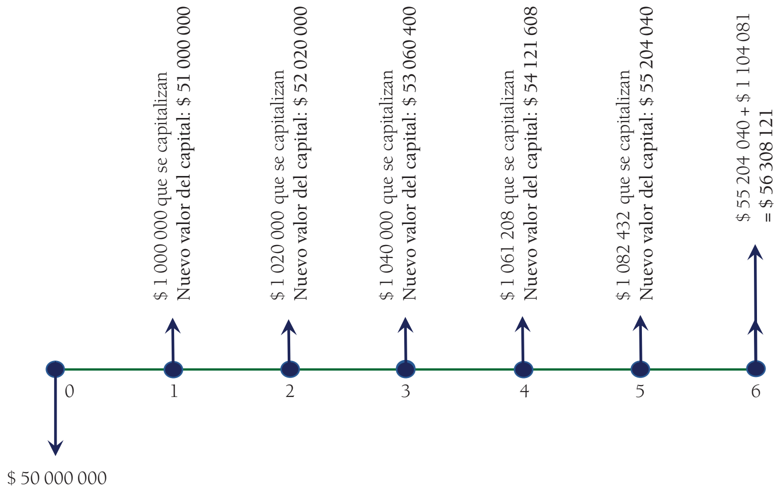


Figura 9. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 1.21

Aplicando la fórmula (1.5): $I = P \text{ x } ((1+i)^n - 1)$, sería,

$$I = 50\,000\,000 \text{ x } ((1 + 2\,\%)^6 - 1) = \$\,6\,308\,121$$

El valor total que retiraría el inversionista al final del plazo sería el capital invertido inicialmente más los intereses que se fueron capitalizando a lo largo de la vida de la inversión: $ 50 000 000 + $ 6 308 121 = $ 56 308 121.

Es decir, la inversión produciría $ 6 308 121 de intereses durante los seis meses. Esta cifra, comparada con los intereses producidos cuando se calcularon los rendimientos de la inversión acorde con condiciones de interés simple, presenta un valor adicional de $ 308 121, que corresponden a los intereses producidos por la conversión de intereses en capital en cada periodo, lo que se denomina capitalización de intereses.

Si los intereses se liquidan en cada periodo y se capitalizan entonces sucede lo que se advierte en la tabla 1.

Tabla 1. Liquidación de intereses con capitalización periódica

	Periodo (año)		
	1	2	1 + 2
Año	Capital ($) inicio del mes	Intereses ($)	Capital ($) final del mes
0			50 000 000
1	50 000 000	1 000 000	51 000 000
2	51 000 000	1 020 000	52 020 000
3	52 020 000	1 040 400	53 060 400
4	53 060 400	1 061 208	54 121 608
5	54 121 608	1 082 432	55 204 040
6	55 204 040	1 104 081	56 308 121

Año 1: 50 000 000 x 2 % = $ 1 000 000
(los intereses se capitalizan y aumentan el capital: 50 000 000 + 1 000 000 = $ 51 000 000 que sería el valor sobre el que se liquidan los intereses para el siguiente periodo).

Año 2: 51 000 000 x 2 % = $ 1 020.000
(los intereses nuevamente se capitalizan: 51 000 000 + 1 020 000 = $ 52 020 000).

Año 3: 52 020 000 x 2 % = $ 1 040 400
(los intereses se vuelvan a capitalizar y se suman al saldo del capital: 50 020 000 + 1 040 400 = $ 53 060 400).

Año 4: 53 060 400 x 2 % = $ 1 061 208
(los intereses se capitalizan: 53 060 400 + 1 061 208 = $ 54 121 608).

Año 5: 54 121 608 x 2 % = $ 1 082 432
(los intereses se capitalizan: 54 121 608 + 1 082 432 = $ 55 204 040).

Año 6: 55 204 040 x 2 % = $ 1 104 080
Por ser la fecha de vencimiento de la inversión, cuando se liquidan los intereses se suman al capital que traía y se redime la inversión (55 204 040 + 1 104 040 = $ 56 308 121).

Total intereses: \$ 1 000 000 + \$ 1 020 000 + \$ 1 040 400 + \$ 1 061 208 + \$ 1 082 432 + \$ 1 104 081 = \$ 6 308 121.

Valor por recibir de capital e intereses: \$ 50 000 000 + \$ 6 308 121 = \$ 56 308 121

Como puede verse, el valor del capital va aumentando cada mes. Luego, la base para la liquidación de intereses también lo hace. Por tanto, los intereses generados al final del periodo corresponden a una cifra superior si se comparan con la liquidación de intereses cuando el capital permaneció invariable durante toda la vida de la inversión. Enseguida se numeran algunas notas importantes que se deben tener en cuenta sobre tasas de interés.

Anteriormente se dijo que una tasa de interés nominal se expresa para un periodo de tiempo general y además debe considerar unos periodos intermedios de liquidación de intereses (por ejemplo: 24 % anual, mes vencido). Si los intereses que se liquidan periódicamente se retiran de la inversión, bien sea para el consumo o para otro propósito, entonces se podría asimilar esta tasa a un interés simple. Por el contrario, si los intereses se capitalizan en cada uno de los periodos de liquidación, esta tasa de interés se deberá convertir a su tasa equivalente de interés compuesto mediante la utilización de la fórmula correspondiente, que para el caso consistiría en convertir una tasa de interés periódica en una efectiva.

Cuando se van a calcular los intereses (en pesos), para establecer el costo de un crédito o el rendimiento de una inversión durante un periodo, el capital invertido o prestado se multiplica por la tasa efectiva de interés para el periodo respectivo. Si se utiliza una tasa nominal para el cálculo se estaría cometiendo un error, porque de este modo no se obtendría la cifra real que genera la inversión o que cuesta el crédito. En consecuencia, si se tiene una tasa nominal para determinar el costo o rendimiento del capital, lo primero que se debe hacer es convertirla a una tasa efectiva antes de hacer cualquier otro cálculo.

Otras denominaciones y conceptos de tasas de interés

Además de los conceptos sobre tasas de interés analizados hasta ahora, en economía y finanzas se utilizan otras denominaciones y nociones de gran importancia a la hora de realizar análisis; algunos de ellos son: tasas de interés continua, real y múltiple.

Tasa de interés continua

Aunque no es muy conocida y utilizada en nuestro medio, la tasa de interés continua sí es común para el cálculo de los rendimientos de inversiones bursátiles a escala internacional. Esta tasa es un tipo de interés nominal; sin embargo, presenta unas características especiales para su cálculo, que permiten utilizar una fórmula diferente, lo que motiva a que sea tratada de forma separada a la tasa de interés nominal vista anteriormente. La tasa de interés continua se utiliza para determinar el valor del dinero en el tiempo, ya que permite conocer una suma de dinero en un momento específico, respecto a una suma de dinero a la cual equivaldría en otro momento, bien sea anterior o posterior al momento inicial.

Se caracteriza porque se calcula para un periodo determinado por una fecha inicial y una final, en donde se presenta liquidación y capitalización de intereses, en periodos tan pequeños que parece que cada instante (continuamente) se capitalizaran los intereses. Es decir, para calcular esta tasa se deben considerar los elementos de tasa de interés nominal, debido a que no es una tasa efectiva para un periodo, sino que tiene liquidación de intereses en periodos intermedios. De igual forma se debe considerar el concepto de interés compuesto, porque los intereses periódicos que se van liquidando se van capitalizando periódicamente.

La diferencia entre la tasa de interés continua y la tasa nominal general se basa en los periodos de liquidación y capitalización de intereses en razón a que una tasa nominal considera unos periodos, que pueden ser semestrales, trimestrales, mensuales, etc., mientras que la continua tiene en cuenta periodos de capitalización mucho más pequeños, incluso menores a un día. Por esa razón se dice que la frecuencia de los periodos de liquidación y capitalización de intereses tiende a infinito. Debido a la velocidad de capitalización de intereses de una tasa de interés continua se debe utilizar una fórmula que refleje esa velocidad de capitalización, razón por la que se acude a una función exponencial (1.6):

$$I = P \text{ x } \left(e^{i \text{ x } t} - 1\right) \tag{1.6}$$

Donde,

I = interés en unidades monetarias (en pesos)

P = capital

e = corresponde a la función e^x que traen las calculadoras o la función "EXP" en las hojas electrónicas

i = tasa de interés

t = tiempo

Es necesario precisar que los parámetros "i" y "t" de la fórmula de interés continuo deben estar expresados en años. Así entonces, la tasa de interés (i) deberá ser la efectiva anual y si el tiempo es inferior a un año, el parámetro t deberá ingresarse a la fórmula como la fracción de año correspondiente; por ejemplo, si es un semestre: ½; si corresponde a un trimestre: ¼, etc. Veamos un ejemplo de tasa de interés con capitalización continua.

Ejemplo 1.22

Calcular el valor de los intereses que obtendría un inversionista por colocar $ 1 000 000, si le ofrecen una tasa de interés del 18 % anual con capitalización continua, durante seis meses.

Los parámetros de la fórmula deben estar expresados en años, como la tasa de interés y el tiempo. Si la tasa de interés está expresada para el periodo de un año no requiere conversión alguna, mientras que el periodo de la inversión sí la requiere, porque es por una fracción de año (seis meses); por tanto, el parámetro t sería: 6 / 12 = 0.5. Reemplazando en la fórmula (1.6) se tendría:

Aplicando la fórmula de interés con capitalización continua: $I = P \text{ x } \left(e^{i \text{ x } t} - 1\right)$, sería:

$$I = 1\,000\,000 \text{ x } \left(e^{0.18 \text{ x } 0.5} - 1\right)$$

$$I = 1\,000\,000 \text{ x } (1.09417 - 1)$$

$$I = \$\,94\,174$$

La inversión produciría $ 94 174 en seis meses. De esta forma, el inversionista al final del plazo podría retirar el capital invertido inicialmente, más los intereses generados:

Inversión inicial: $ 1 000 000

Intereses producidos: $ 91 174

Valor por retirar al final del plazo: $ 1 091 174

Veamos otro ejemplo.

Ejemplo 1.23

Si existe la posibilidad de colocar $ 10 000 000 en un plazo de nueve meses, en una inversión que ofrece el 12 % efectivo anual (a) y otra inversión (b) que ofrece el 12 % anual con capitalización continua. En ambos casos se recibe al final del plazo, tanto el capital invertido, como la inversión.

$$I = P \text{ x } ((1 + i)^n - 1)$$

$$I = 10\,000\,000 \text{ x } ((1 + 0.12)^{9/12} - 1)$$

$$I = \$\,887\,133$$

$$I = P \text{ x } \left(e^{i \text{ x } t} - 1\right)$$

$$I = 10\,000\,000 \text{ x } \left(e^{0.12 \text{ x } (9/12)} - 1\right)$$

$$I = 10\,000\,000 \text{ x } (1.09417 - 1)$$

$$I = \$\,941\,743$$

De acuerdo con los resultados obtenidos en las dos condiciones de inversión posibles es más conveniente invertir en la alternativa *(b)* porque produce una cantidad de intereses mayor a los que produce la opción *(a)*.

Respecto al resultado obtenido en cada alternativa *(a)* y *(b)*, se puede determinar que la opción *(b)* ofrece una cifra mayor de intereses al final de los nueve meses, y aunque en ambas alternativas la tasa de interés es igual (12 % anual), durante el mismo periodo que el dinero permanece en la inversión (nueve meses), se presenta una importante diferencia en cuanto a los resultados debido a que en la primera alternativa *(a)* no existe capitalización de intereses intermedia sino que la tasa de interés se define por el periodo completo. Mientras, en la alternativa *(b)*, sí hay liquidación y capitalización de intereses de manera continua, lo que hace que con frecuencia los intereses que va generando la inversión se incorporen rápidamente al capital para producir nuevos intereses hasta lograr, al final del plazo, una diferencia considerable entre las dos alternativas.

Si necesito recursos para financiar un proyecto durante doce meses, y encuentro en el mercado la posibilidad de acceder a un crédito a una tasa del 16 % anual con capitalización continua y pago de los intereses y el capital al final del plazo, determinar cuál sería el valor por pagar al final de los doce meses si me conceden el crédito por $ 60 000 000.

$$I = P \text{ x } \left(e^{i \text{ x } t} - 1\right)$$

$$I = 60\,000\,000 \text{ x } \left(e^{0.16 \text{ x } 1} - 1\right)$$

$$I = 60\,000\,000 \text{ x } (1.1735 - 1)$$

$$I = \$\,10\,410\,652$$

Total por pagar al final del plazo:

capital + intereses:
60 000 000 + 10 410 652 = $ 70 410 652

Tasa de interés real

Aunque al inicio de este capítulo se mencionó que uno de los elementos que contribuyen a la pérdida de poder adquisitivo del dinero en el tiempo es la inflación, definida como la pérdida de poder adquisitivo del dinero por el incremento generalizado y sostenido de los precios de los bienes y servicios, hasta ahora los análisis de tasas de interés realizados, no han considerado el efecto de la inflación sobre la inversión o los rendimientos.

La tasa de interés real es el verdadero rendimiento de una inversión o el verdadero costo de un crédito cuando se descuenta la pérdida de poder adquisitivo del dinero durante el periodo de análisis.

Para comprender mejor el concepto consideremos que hemos invertido $ 1 000 000 en un Certificado de Depósito a Término en un banco, durante un año; el banco ofrece pagar un rendimiento del 6 % efectivo anual, dinero que se puede retirar junto con el capital invertido al final del plazo. Es decir, se invierte $ 1 000 000 y al final de un año, se obtiene un rendimiento de $ 60 000 (al 6 % de ese millón de pesos). Sin lugar a duda el rendimiento obtenido por el dinero puesto en esa inversión sería del 6 % durante un año. Sin embargo, se debe hacer el siguiente análisis complementario: cuando se hace la inversión, el millón de pesos tiene una capacidad de compra de bienes y servicios determinada. Pero al transcurrir un año exactamente, se puede apreciar que con ese millón de pesos ya no es posible adquirir la misma cantidad de bienes y servicios sino una menor. Esta pérdida de poder de compra del dinero es causada por la inflación del país o de la zona donde se hace la inversión.

Así entonces se puede determinar fácilmente que, aunque en términos monetarios la inversión inicial produjo 6 % de dinero adicional, hasta llegar al final del año a tener un capital total de $ 1 060 000, la capacidad de compra de ese capital después de transcurrido un año no es la misma. De hecho, no es conveniente hacer el análisis considerando únicamente el dinero que se obtuvo de la inversión sino que se debe descontar la pérdida de capacidad de compra del dinero durante el tiempo para llegar a un rendimiento neto, el que en términos financieros y económicos se denomina tasa de interés real, que expresa el poder adquisitivo de la tasa de interés y se obtiene a partir de la descomposición de una tasa de interés en dos tasas: 1) la de inflación y 2) la verdadera tasa de rendimiento de la inversión. Para calcularla se utiliza la siguiente fórmula (1.7):

$$i_r = \frac{1 + i_e}{1 + \pi} - 1 \qquad (1.7)$$

Donde,

i_r = tasa de interés real

i_e = tasa de interés efectiva del periodo

π = inflación del periodo

La tasa de inflación debe corresponder exactamente al periodo en el que se aplica la tasa de interés efectiva y además debe estar expresada en el mismo periodo.

Ejemplo 1.24

Consideremos que invierto $ 1 000 000 en un certificado de depósito a término en un banco en Colombia, con un plazo de un año, y me ofrecen el 5 % efectivo anual. Durante el año que estuvo el dinero invertido en el país se presentó una inflación del 4 % (según el Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas - Dane). Determinar cuál es la tasa de interés real que se obtuvo al colocar esta inversión. Para el efecto, se utiliza esta fórmula:

$$i_r = \frac{1 + i_e}{1 + \pi} - 1$$

$$i_r = \frac{1 + 5\,\%}{1 + 4\,\%} - 1$$

$$i_r = 0.96\,\%$$

La inversión produce una tasa del 5 % efectivo anual; sin embargo, por efecto de la inflación la tasa real que se obtiene es del 0.96 % efectivo anual. En otras palabras, la inversión permitió mantener el poder adquisitivo del dinero durante el tiempo que estuvo invertida y además produjo un 0.96 % adicional.

A partir de este ejercicio se puede observar también que la tasa de inflación del 4 % para un país en vía de desarrollo como Colombia, puede ser una tasa relativamente baja para un año, ya que es posible que se presenten tasas de inflación que superen fácilmente esta cifra, como ha ocurrido en los últimos años. Igualmente, la tasa de interés del 5 % puede ser cercana e incluso puede ser alta a la que ofrecen muchos bancos; lo que significa que fácilmente algunas inversiones podrían dar rendimientos sobre el capital invertido que muchas veces no alcanza a cubrir la inflación del periodo de inversión; en otros términos, no es suficiente para cubrir la pérdida de poder adquisitivo del dinero y, en consecuencia, produce una tasa de interés real negativa para el inversionista. Veamos otro ejemplo.

Ejemplo 1.25

Se invierten $ 10 000 000 en un certificado de depósito de mercancías (CDM) que ofrece una tasa del 10 % efectivo anual, durante cuatro meses. Determinar cuál es la tasa de interés real que se logra con la inversión, si la inflación que se espera para los cuatro meses es del 1.8 %.

En primer lugar, se debe calcular el rendimiento de la inversión durante los cuatro meses. Para el cálculo de la tasa de interés real es posible hacerlo obteniendo la tasa de interés efectiva para cuatro meses, sin necesidad de determinar la cifra que se obtendría como rendimiento, debido a que la fórmula para el cálculo de interés real requiere la tasa de interés que produce la inversión y la inflación del mismo periodo, no el valor de los rendimientos en unidades monetarias.

Para estimar la tasa de interés efectiva para los cuatro meses se utiliza la fórmula vista previamente, con el fin de convertir una tasa efectiva en otra en un periodo inferior:

$$i_p = (1 + i_e)^{m/n} - 1$$

$$i_p = (1 + 10\,\%)^{4/12} - 1$$

$$i_p = 3.23\%$$

La tasa efectiva que produce la inversión durante los cuatro meses es del 3.23 %. Con esta cifra ya se puede conocer la tasa de interés real, porque se trata de una tasa de interés efectiva para el periodo de análisis y además se cuenta con la tasa efectiva de inflación para el mismo periodo:

$$i_r = \frac{1 + i_e}{1 + \pi} - 1$$

Reemplazando se tiene,

$$i_r = \frac{1 + 3.23\,\%}{1 + 1.8\,\%} - 1$$

$$i_r = 1.4\,\%$$

La inversión produce una tasa del 3.23 % efectiva para los cuatro meses, periodo durante el cual se presenta una inflación del 1.8 %. Entonces, la tasa de interés real que obtiene el inversionista es del 1.4 % efectiva para los cuatro meses. El siguiente es otro ejemplo que parte de una tasa nominal de rendimiento de la inversión.

Ejemplo 1.26

Un certificado de depósito a término de una compañía de financiamiento comercial, con plazo de inversión de seis meses, ofrece una tasa de interés del 6 % anual, con capitalización semestral vencida. Determinar cuál es la tasa de interés real que ofrece la inversión, considerando que la inflación durante el semestre que va a estar invertido el dinero será del 4 %.

Para el cálculo de la tasa de interés real por medio de la aplicación de la fórmula se debe tener cuidado de que la tasa de análisis (la tasa de rendimiento de la inversión), al igual que la tasa de inflación, sean efectivas y que se encuentren en el mismo periodo de la inversión. Este ejercicio exige, en primer lugar, establecer la tasa efectiva para el semestre que permanecerá invertido el dinero, ya que la tasa que informan no es efectiva:

Cálculo de la tasa de interés efectiva para el semestre:

Tasa anual: 6 %, con capitalización semestral vencida.

Número de semestres de un año: 2.

Cálculo de tasa de interés semestral: 6 % ÷ 2 = 3 % (3 % efectiva para el semestre).

Como las tasas de rendimiento y de inflación son efectivas y se encuentran en el mismo periodo, se puede aplicar la siguiente fórmula para hallar la tasa de interés real.

$$i_r = \frac{1 + i_e}{1 + \pi} - 1$$

Reemplazando en la fórmula,

$$i_r = \frac{1 + 3\,\%}{1 + 4\,\%} - 1$$

$$i_r = -0.96\,\%$$

La inversión que produce un 6 % anual, capitalizable semestralmente produce el 3 %, mientras la inflación para el mismo periodo es del 4 %, produce una tasa de interés real negativa del 0.96 % en el semestre (-0.96 %). Es decir, a pesar de que esta inversión presenta una tasa nominal que puede parecer atractiva para los inversionistas, no alcanza a cubrir ni la pérdida del poder adquisitivo del dinero.

Tasa de interés múltiple

La tasa de interés múltiple, llamada también tasa de interés compuesta, se obtiene de la concurrencia de varias tasas de forma simultánea sobre un crédito o una inversión. Naturalmente estas deben ser efectivas para el periodo y corresponder al mismo rango de tiempo.

Esto ocurre por ejemplo cuando sobre un crédito aplica una tasa de interés y a su vez el crédito se expresa en unidades diferentes a las monetarias del país donde se está analizando. Para el caso de Colombia sería cuando el crédito está expresado en una moneda diferente al peso, por ejemplo, en dólares. En este evento, para determinar la tasa efectiva que se paga por el crédito, sería necesario determinar la tasa de interés múltiple, compuesta por la tasa que se obtiene como producto de la variación de la tasa de cambio para el periodo de análisis, además de la tasa de interés pactada contractualmente.

Lo mismo ocurre cuando las unidades se expresan utilizando un indicador como unidad de referencia y además existe una tasa de interés adicional que actúa sobre el capital, lo que obliga a determinar la tasa de variación del indicador para el periodo y conjugarla con la tasa de interés establecida. Otros casos de este tipo se presentan cuando además de la definición de una tasa de interés sobre el capital, se establece otra tasa adicional de manera simultánea, como la unidad de valor real (UVR) o el índice de precios al consumidor (IPC) o tasas de referencia utilizadas en el país, como la DTF o el IBR o tasas internacionales como la tasa Libor o la Prime.

En todos los casos mencionados y en todos los demás en los que concurran simultáneamente varias tasas, bien sea de interés o de variación de índices utilizados como referencia, se debe considerar la aplicación de una tasa de interés múltiple, la que en ninguna circunstancia se obtendría de la suma de las tasas involucradas en la transacción, sino que serían el resultado de la aplicación de la fórmula (1.8) que se presenta a continuación:

$$i_m = \left(1 + i_1\right) \text{x} \left(1 + i_2\right) - 1 \tag{1.8}$$

Donde,

i_m = es la tasa de interés múltiple que se desea hallar

i_1 = es una de las tasas que actúan sobre el capital

i_2 = es una segunda tasa, que junto con la primera actúan sobre el capital de forma simultánea

Cuando las tasas que intervienen para el cálculo de una tasa de interés múltiple son una tasa de interés efectiva y la tasa de inflación del periodo correspondiente, podría interpretarse como el caso contrario de la tasa de interés real, es decir, cuando un inversionista desea obtener una tasa de interés que además de mantener el poder adquisitivo del dinero, genere un interés adicional que satisfaga sus expectativas de rendimiento, entonces podría considerar una tasa de interés múltiple que conjugue esos dos elementos.

Ejemplos adicionales de tasas de interés múltiples

Ejemplo 1.27. El Banco Comercial de Guayaquil, buscando motivar a los ahorradores para que inviertan su dinero en certificados de depósito a término, diseñó un producto de captación con plazo de un año, que ofrece devolver a su vencimiento el capital invertido más una tasa de interés compuesta por la inflación del año inmediatamente anterior y una tasa del 2 % efectivo anual. Determinar cuál sería la tasa efectiva que en realidad se está ofreciendo a los inversionistas, si se espera que la inflación del año sea del 4 %.

La fórmula (1.8) sería la de interés múltiple:

$$i_m = \left(1 + i_1\right) \text{ x } \left(1 + i_2\right) - 1$$

Las dos tasas que actúan sobre el capital de forma simultánea son efectivas para el periodo de la inversión que es un año, entonces se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$i_m = \left(1 + 2\,\%\right) \text{ x } \left(1 + 4\,\%\right) - 1$$

$$i_m = 1.0608 - 1$$

$$i_m = 6.08\,\%$$

La inversión que ofrece el Banco Comercial de Guayaquil sería equivalente al 6.08 % efectivo anual.

Ejemplo 1.28. Existe un inmueble que ofrecen para la venta, contiguo a la planta de operación de la empresa, estamos analizando la posibilidad de tomar un crédito por valor de $ 100 000 000 para la adquisición del inmueble para el funcionamiento de las oficinas. El Banco de Crédito Nacional ofrece la posibilidad de tomar un crédito en pesos a una tasa del 18 % anual con un plazo máximo de diez años, y por tratarse de un bien inmueble también brinda la posibilidad de que el crédito se pacte en UVR, con un plazo máximo de quince años para el pago y una tasa de interés del 12 % efectivo anual. Si se espera una tasa de variación del UVR promedio del 0.5 % mensual, determinar el valor de ambas tasas en términos de efectivo anual (crédito en pesos y crédito en UVR) para tomar la decisión utilizando como parámetro de decisión el costo del crédito.

La tasa de interés, que representa el costo del crédito en pesos, ya se encuentra en términos de efectiva anual. En este caso no requiere conversión alguna para su comparación; pero la tasa del crédito de UVR requiere su conversión a efectiva anual (para poder compararla con la primera), utilizando la fórmula de tasas múltiples, porque se trata de la concurrencia de dos tasas de forma simultánea sobre un mismo capital. Las tasas que intervienen sobre el mismo capital son:

Tasa del crédito: 12 % efectivo anual.

Tasa de variación de UVR estimada: 0.5 % mensual.

Para el cálculo de una tasa de interés múltiple se deben cumplir dos condiciones: que las tasas de interés que intervienen sean efectivas y que correspondan al mismo periodo; por ello, la tasa de variación del UVR debe calcularse como tasa efectiva anual antes de aplicarse la fórmula de tasa de interés múltiple. Utilizando la fórmula de conversión de tasa de interés periódica a tasa de interés efectiva, vista antes, se tiene:

$$i_e = \left(1 + i_p\right)^n - 1$$

$$i_e = \left(1 + 0.5\,\%\right)^{12} - 1$$

$$i_e = \left(1.0617\,\%\right) - 1$$

$$i_e = 6.17\,\%$$

La tasa de variación del UVR es del 6.17 % efectiva anual. Debido al hecho de que las dos tasas que actúan sobre el capital de forma simultánea son efectivas para el periodo de la inversión que es un año, entonces se puede aplicar la fórmula:

$$i_m = \left(1 + i_1\right) \text{ x } \left(1 + i_2\right) - 1$$

$$i_m = \left(1 + 12\,\%\right) \text{ x } \left(1 + 6.17\,\%\right) - 1$$

$$i_m = 1.1891 - 1$$

$$i_m = 18.91\,\%$$

Debido a que el ejercicio plantea que el único criterio para tomar la decisión del crédito es su costo, medido a partir de la tasa de interés efectiva anual, entonces la mejor alternativa sería tomar el crédito en pesos porque tendría un costo del 18 % anual; mientras el crédito con UVR, al obtener la tasa de interés múltiple arroja como resultado un costo del 18.91 % anual.

Ejemplo 1.29. Existe la posibilidad de financiar la adquisición de maquinaria para la empresa acudiendo a una línea de crédito de fomento para industriales que ofrece el BID. Por ser de fomento ofrece una tasa de interés del 0.4 % mensual anticipado, pagadero en cuotas trimestrales que incluyen intereses y abono a capital. El crédito se tomaría en dólares con un plazo de pago a elección del interesado, que va desde los dos hasta los diez años. Determinar a qué tasa efectiva anual equivale, si se espera que la tasa promedio de devaluación del peso respecto al dólar sea del 5 % anual.

En este caso intervienen dos tasas de forma simultánea, como la devaluación y la tasa de interés de crédito que cobra la entidad financiera. Como ninguna de las dos tasas se encuentra en términos de efectivas ni tampoco en el mismo periodo, es necesario colocarlas en los mismos términos antes de aplicar la fórmula para el cálculo de la tasa múltiple; para esto es necesario convertir la tasa expresada en términos de mes anticipado a efectiva anual, para que sea aplicable con la tasa de devaluación, como se muestra enseguida.

La conversión de una tasa de interés anticipada a tasa de interés vencida exige la utilización de la siguiente fórmula.

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

Entonces,

$$i_v = \frac{0.4\,\%}{1 - 0.4\,\%}$$

$$i_v = 0.4016\ \%\ \text{mensual vencido}$$

Una vez calculada la tasa vencida para un mes es posible convertirla en tasa efectiva anual utilizando la fórmula correspondiente, así:

$$i_e = \left(1 + i_p\right)^n - 1$$

$$i_e = (1 + 0.4016\,\%)^{12} - 1$$

$$i_e = 1.003\,\% - 1$$

$$i_e = 4.93\,\% \text{ efectivo anual}$$

La tasa efectiva calculada con la fórmula de interés múltiple sería,

$$i_m = (1 + i_1) \text{ x } (1 + i_2) - 1$$

$$i_m = (1 + 4.93\,\%) \text{ x } (1 + 5\,\%) - 1$$

$$i_m = 1.10177 - 1$$

$$i_m = 10.18\,\%$$

El costo del crédito para la adquisición de la maquinaria, acudiendo al crédito de fomento del BID, en dólares, sería del 10.18 % efectivo anual.

Apéndice A

Ejercicios aplicados sobre tasas de interés

1. Una persona ha logrado ahorrar $ 1 000 000 y desea invertirlos para tratar de mantener el poder adquisitivo del dinero. Una de las alternativas que considera es la que le ofrece el Banco Social de Colombia de abrir un CDT con plazo a seis meses y una tasa del 1 % mensual. Los intereses se liquidan mensualmente y los puede retirar o dejar hasta el vencimiento del CDT y, bien sea que los retire o los deje en la inversión, se liquidan como tasa de interés simple. Calcular cuánto recibiría al final de los seis meses tanto de capital como de intereses.
2. Para el punto anterior considerar otra alternativa de inversión, también a interés simple, a una tasa del 2 % el bimestre. Los intereses se podrán reclamar a partir del día siguiente al vencimiento de cada bimestre y el capital invertido inicialmente lo devolverán al final de los seis meses. Calcular esta segunda alternativa y decidir cuál de las dos opciones es la mejor desde el punto de vista financiero. Explicar a qué se debe, en caso de existir o de no existir diferencia entre los resultados de los puntos 1 y 2.
3. Una tercera alternativa consiste en colocar el dinero en un certificado de depósito de mercancías (CDM), que ofrece una tasa del 6 % semestral mes vencido, a un plazo de seis meses, liquidable al final del semestre. Calcular cuánto recibiría si decide realizar esta inversión.
4. El CDM ofrece como opción una tasa de interés del 6 % semestral trimestre vencido. En este caso tanto los intereses capitalizados, como la inversión inicial se devuelven en su totalidad al final del semestre. Explicar a qué se debe, en caso de existir, la diferencia entre los resultados de los puntos 3 y 4.
5. Si tengo una deuda de $ 3 000 000 con el Icetex y me llegó una carta en la que me ofrecen la posibilidad de que escoja entre las siguientes alternativas para saldar la deuda, determinar cuál sería la mejor opción para hacerlo y explicar por qué:

a) Plazo de 12 meses, tasa del 12 % mes vencido, pagadero mensualmente.
b) Plazo de 12 meses, tasa del 12 % efectivo anual, pagadero mensualmente.

6. Existe la posibilidad de invertir en un CDT del Banco Boliviano y en un CDM de Almacenes de Depósito del Ecuador. En los dos casos el inversionista puede escoger el plazo, de acuerdo con una de las siguientes condiciones:
   a) CDT: tasa del 16 % anual mes anticipado. Interés simple liquidable al final del plazo.
   b) CDM: tasa del 17 % anual. Liquidable al final del plazo.

   Si la empresa donde trabajo dispone de un excedente de tesorería por un plazo aproximado de seis meses, estimar los rendimientos que obtendría en las dos alternativas y seleccionar la mejor.

7. Si tengo una deuda de $ 5 000 000 con el Banco Comercial de Paraguay al 1.5 % mensual, con plazo de pago del capital de 24 meses e intereses pagaderos mensualmente, ¿debo aceptar la propuesta de una entidad que compra cartera de otras entidades financieras, que me ofrece una tasa del 40 % por los dos años, pagando cuotas mensuales únicamente de intereses y el capital al final del plazo?
8. Calcular a qué tasa de interés efectiva anual corresponde una tasa del 18 % MV.
9. Calcular a qué tasa de interés efectiva anual corresponde una tasa del 16 % TA.
10. Convertir una tasa del 18 % MA a una tasa nominal anual semestre vencido.
11. Convertir una tasa del 10 % semestral MV a una tasa nominal anual trimestre vencido.
12. Convertir una tasa del 12 % MA a una tasa efectiva semestral.
13. Una institución internacional de apoyo a la educación superior ofrece a sus beneficiarios becas en dinero para su apoyo al sostenimiento de estudiantes extranjeros, y pone a su disposición las siguientes alternativas:

a) Recibir un auxilio único de $3 000 000 para apoyo al sostenimiento durante los siguientes 24 meses.
b) Recibir un auxilio de $150 000 mensuales para el sostenimiento durante los siguientes 24 meses, pagaderos cada 30 días, a partir de los 30 días después de iniciar los estudios.

¿Cuál alternativa escogería si la tasa de interés a la que se puede colocar el dinero es el 12 % MV?

14. Considerar el mismo planteamiento del punto anterior, pero con una tasa de interés a la que se puede colocar el dinero del 16 % trimestre vencido.
15. Un padre de familia desea colocar un dinero con el propósito de que su hijo disponga de recursos para su sostenimiento durante los siguientes dos años, tiempo de duración de sus estudios de maestría. Si el padre desea que el hijo reciba $1 000 000 mensuales, ¿cuánto dinero debe colocar en una fiducia el día de hoy, si la tasa de interés que ofrece la fiducia es del 12 % TA libre de comisiones y demás gastos de administración?
16. Si el mismo señor del punto anterior desea que su esposa reciba $1 000 000 mensuales durante el resto de su vida, ¿cuánto dinero debería colocar el día de hoy en la fiducia en las mismas condiciones del punto anterior?
17. Si el padre de familia consideró la pérdida de poder adquisitivo del dinero a lo largo del tiempo y desea que el hijo reciba el primer mes $1 000 000 y a partir del segundo mes el valor que reciba se incremente en $20 000 respecto al mes anterior, ¿cuánto debería colocar en la fiducia, considerando la tasa del 12 % MV?
18. Una señora que lleva treinta años vinculada a una empresa ha logrado hacer unos ahorros durante toda su vida y desea saber si se retira de trabajar. ¿Cuánto debería invertir el día de hoy para que mensualmente siga recibiendo el valor equivalente a su sueldo, que en la actualidad es de $1 000 000 mensuales, si la tasa de interés que ofrece la inversión es del 10 % EA?
19. Un inversionista colocó $50 000 000 en una entidad financiera que le ofrece el 16 % EA y le plantea devolverle su dinero durante los siguientes cinco años con una de las siguientes opciones:

a) Cuotas semestrales iguales.
b) Cuotas mensuales iguales.
c) $ 20 000 000 al final del plazo y la diferencia en cuotas trimestrales iguales, además recibiría la cuota trimestral.

Calcular el valor del dinero que recibiría semestral, mensual o trimestralmente, según cada una de las alternativas propuestas.

20. Calcular el valor presente de una inversión que ofrece devolver $ 300 000 semestrales durante dos años, si se tiene estimado un costo de oportunidad del 18 % de capitalización continua.

Respuestas ejercicios Apéndice A

1. $F = \$\,1\,060\,000$
2. $F = \$\,1\,060\,000$

   Mejor la opción del punto 1.
3. $F = \$\,1\,060\,000$
4. $F = \$\,1\,061\,250$
5. a. $i = 1\,\%$

   b. $i = 0.949\,\%$

   La mejor es la opción b.
6. a. $i = 8.3867\,\%$

   b. $i = 8.1665\,\%$

   La mejor es la opción a
7. Sí debo aceptar la propuesta de compra de cartera, porque la tasa actual es del 42.95 %.
8. $i = 19.56\,\%$
9. $i = 17.74\,\%$
10. $i = 18.98\,\%$ anual semestre vencido.
11. $i = 20.34\,\%$ anual trimestre vencido.
12. $i = 6.22\,\%$ semestral.
13. Escogería la alternativa b, porque equivale a un valor presente de $ 3 186 512.
14. Escogería la alternativa b, porque equivale a un valor presente de $ 3 069 855.
15. $P = \$\,21\,218\,097$
16. $P = \$\,99\,010\,000$
17. $P = \$\,25\,918\,801$
18. $P = \$\,125\,407\,575$
19. a. $ 7 351 960 semestral

    b. $ 1 187 796 mensual

    c. $ 2 920 675 trimestral
20. $P = \$\,963\,077$

Capítulo 2

Valor del dinero en el tiempo

▶ Introducción

La equivalencia del dinero en el tiempo permite conocer a cuánto dinero equivale en un momento determinado una cifra de dinero en otro momento diferente mediante la utilización de la tasa de interés y otros elementos adicionales como el plazo, frecuencia de liquidación de intereses, capitalización de los rendimientos y características de la tasa de interés que se va a utilizar[10].

Una forma de representar el valor del dinero en el tiempo es empleando gráficos como el que se muestra en la figura 10, en la que aparece una línea horizontal con un rango de tiempo que va desde cero hasta dos (pueden ser años, semestres, trimestres, meses o cualquier periodo que corresponda exactamente a la inversión), una línea vertical que parte del punto cero hacia abajo y representa una inversión o salida de dinero porque tiene un signo negativo y una línea vertical que parte del periodo dos hacia arriba y representa un ingreso de dinero porque tiene signo positivo[11].

---

10 Características relacionadas con la determinación de si se trata de una tasa de interés efectiva, nominal, anticipada, vencida, entre otras denominaciones o presentaciones que se pueden dar de la tasa de interés.

11 Recordamos que las salidas de dinero se grafican con líneas verticales hacia la parte inferior de la línea horizontal que representa el tiempo, mientras los ingresos de dinero se grafican con líneas verticales hacia la parte superior.

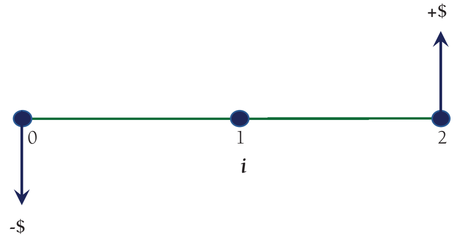


Figura 10. Equivalencia de dos sumas de dinero en el tiempo

La figura 10 representa la equivalencia de dos sumas de dinero en el tiempo, así: una suma de dinero que se invierte en el momento presente, momento cero (-$), durante dos periodos, a una tasa de interés *i*, equivale a la suma de dinero que devuelve la inversión (+$) al final del periodo dos. Por tanto, el valor del dinero en el tiempo puede considerarse de manera bidireccional, tanto en el presente como en el futuro, lo que permite que conociéndose una suma de dinero en el momento presente se pueda saber cuál sería la cantidad de dinero equivalente en un momento futuro específico y viceversa, es decir, si se conoce una cifra de dinero en un momento futuro, se puede conocer a qué cantidad de dinero equivaldría en el presente o en cualquier momento del tiempo.

Pero la equivalencia del dinero en el tiempo no solo hace referencia a la equivalencia de una cifra en el presente y en un momento futuro; también puede hacer referencia a la equivalencia entre una cantidad de dinero en el presente o en un momento futuro, respecto a una serie de sumas de dinero a lo largo del tiempo, lo que podría presentarse gráficamente, tal como se aprecia en la figura 11 en la que se muestra la equivalencia entre una cifra de dinero en el momento presente y una serie de pagos uniformes en distintos momentos en el futuro.

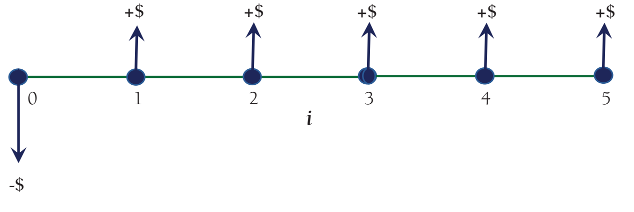


Figura 11. Equivalencia entre una cifra de dinero en el presente y una serie de pagos uniformes en el futuro

La anterior figura representa la equivalencia del dinero cuando se hace una inversión en el momento presente y como retribución se reciben unos ingresos durante varios periodos de tiempo en el futuro, con la correspondiente aplicación de la tasa de interés; lo que hace que la cifra invertida el día de hoy equivalga a los flujos de dinero que se reciben en los cinco periodos que muestra la gráfica.

La figura 12 ilustra una situación en la que el inversionista debe desembolsar cifras de dinero iguales durante cinco periodos, iniciando en el presente y recibiendo al final una cifra, teniendo en cuenta que si se aplica la tasa de interés (i) correspondiente sería equivalente a los desembolsos periódicos que realizó previamente.

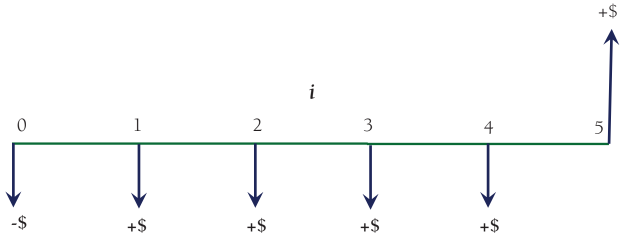


Figura 12. Caso de desembolso de cifras iguales de dinero que ha hecho el inversionista durante cinco periodos

Como en todos los casos, la equivalencia entre las sumas de dinero se obtiene por medio de la aplicación de la tasa de interés respectiva; en consecuencia, la variación de la tasa de interés para el cálculo de la equivalencia traerá como resultado que la cifra de dinero equivalente a otra cifra utilizada como referencia, también sea diferente.

Valor presente y su equivalencia en el futuro

La aplicación concreta del concepto de valor del dinero en el tiempo se puede dar a partir de la determinación de la equivalencia entre valor presente y valor futuro de determinada suma. Así, si se tiene un valor el día de hoy, y se desea conocer a qué cantidad de dinero corresponde en un momento futuro, se debe tener en cuenta que se requiere contar con otra información adicional necesaria para establecer su equivalencia como el plazo o el espacio de tiempo entre presente y futuro; tasa de interés por considerar para obtener la equivalencia entre las dos sumas de dinero y sus características en cuanto a tipo de tasa y si es del caso, periodos de liquidación de intereses.

El plazo es el tiempo que transcurre entre los dos momentos que se están analizando; puede expresarse en años, meses, días, etc. Mientras que la tasa de interés debe ser una tasa efectiva y estar expresada en los mismos periodos en que se expresa el plazo.

Si se tiene un valor presente y se desea conocer cuál es su cifra equivalente en un valor futuro, dado un plazo y una tasa de interés, se asume interés compuesto porque no hay retiro de intereses en periodos intermedios y se acude a la ayuda de una fórmula (2.1) que permite obtener la cifra deseada:

$$F = P \text{ x } (1 + i)^n \qquad (2.1)$$

Donde,

F = valor futuro que se desea hallar

P = valor presente que se conoce

i = tasa de interés periódica

n = número de periodos que existen entre el valor presente y el valor futuro[12].

Ejemplo 2.1

Si se desea colocar $ 1 000 000 de pesos hoy en una inversión que ofrece una tasa de interés del 1 % mensual, en un plazo de tres meses ¿cuál es el valor que se recibirá al final del plazo? Es decir, ¿cuál sería el valor futuro equivalente dentro de tres meses, a la suma de dinero que se invierta hoy y a la tasa de interés dada? Gráficamente se podría representar como en la figura 13:

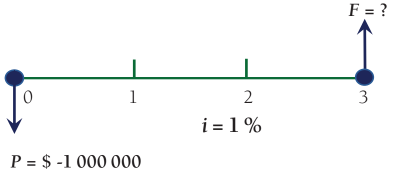


Figura 13. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.1

12 Se reitera la condición que se debe cumplir para aplicar la fórmula: la tasa de interés debe estar expresada en los mismos periodos del plazo; de no ser así, los cálculos obtenidos serían erróneos.

Para hallar el valor futuro (F) será suficiente con reemplazar cada uno de los elementos conocidos en la fórmula correspondiente, así:

Valor futuro (F): ?

Valor presente: $ 1 000 000

Plazo: 3 meses

Tasa de interés: 1 % mensual

Antes de aplicar la fórmula se debe determinar que el periodo de la tasa de interés corresponda al mismo periodo del plazo; para este ejemplo ambos están en meses, por tanto, se puede reemplazar la información que se tiene en la fórmula:

$$F = 1\,000\,000 \text{ x } (1 + 1\,\%)^3$$

Apéndice C

Solución en Excel

Realizando los cálculos se obtiene el siguiente resultado:

$$F = \$\,1\,030\,301$$

Lo que significa que $ 1 000 000 el día de hoy, a una tasa de interés del 1 % mensual, equivale a $ 1 030 301 dentro de tres meses. Veamos otro ejemplo.

Ejemplo 2.2

Si para el desarrollo de un proyecto se requiere un capital de $ 20 000 000 y existe la posibilidad de conseguir el dinero prestado, a una tasa de interés semestral del 4 % y se pacta realizar el pago total del dinero, tanto de capital como de intereses a final de un año, se debe calcular qué valor se pagará al final del plazo, es decir, cuál será el valor futuro equivalente a $ 20 000 000 hoy, a la tasa de interés dada, con un plazo de un año.

Como en el ejemplo anterior, lo primero que se determina es que los periodos de la tasa de interés estén expresados en el mismo periodo del plazo, pero no lo están. Entonces, lo primero que se hace es unificarlos, o sea, colocar en semestres el periodo del plazo. En otras palabras, se considerará que el plazo es de dos semestres y así entonces se puede utilizar la fórmula para determinar el valor futuro equivalente (figura 14).

Valor futuro (F): ?

Valor presente: $ 20 000 000

Plazo: dos semestres

Tasa de interés: 4 % semestral

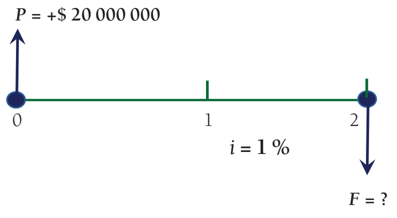


Figura 14. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.2

Se acude a la fórmula (2.1):

$$F = P \text{ x } (1 + i)^n$$

Reemplazando la información en la fórmula se tiene:

$$F = 20\,000\,000 \text{ x } (1 + 4\,\%)^2$$

Realizando los cálculos se obtiene $F = \$\,21\,632\,000$.

Lo que significa que un valor presente de $ 20 000 000 hoy, a una tasa de interés del 4 % semestral, es igual a $ 21 632 000 dentro de un año.

Nota importante sobre la tasa de interés

Además de lo considerado en el ejemplo anterior (cuando a partir de un plazo de un año, no se consideró el tiempo, sino que se convirtió en semestres para que el plazo se expresara igual que la tasa de interés), se debe recordar que cuando se requiere calcular la equivalencia entre dos sumas de dinero en un rango de tiempo específico y se tiene una tasa de interés que no es efectiva para el periodo en que está expresado el plazo, no es posible la aplicación de la tasa de interés en la fórmula correspondiente. Para la utilización de la fórmula que permite hallar un valor futuro equivalente a un valor presente lo primero que se debe hacer es convertir la tasa de interés en una tasa efectiva para el periodo al que corresponda en la fórmula.

Ejemplo 2.3

Se desea conocer cuál es el valor equivalente de una inversión de $ 100 000 el día de hoy, con un plazo de un año, a una tasa de interés de 24 % anual, mes vencido.

En este caso se trata de calcular un valor futuro dentro de un año, a una tasa de interés que, aunque está expresada en un año, no es una tasa efectiva; por tanto, lo primero que se debe hacer antes de utilizar la fórmula correspondiente es convertir la tasa nominal dada en una tasa efectiva equivalente, así:

Tasa nominal: 24 % anual, mes vencido

Tasa efectiva: ?

De acuerdo con lo visto en la primera sección, como la tasa de interés es nominal y a un año, con liquidación de intereses mensuales, lo primero que se hace es dividir el periodo general de la tasa (un año) en el número de periodos intermedios de liquidación de intereses (12 meses): 24 % ÷ 12 = 2 %.

El resultado obtenido, 2 %, corresponde a una tasa de interés efectiva para un mes. Ahora podría aplicarse la fórmula para hallar el valor futuro. Teniendo en cuenta que el plazo es de un año y que la tasa efectiva está en meses, el plazo debe estar expresado en los mismos periodos, es decir, 12 meses.

Valor futuro (F): ?

Valor presente: $ 100 000

Plazo: 12 meses

Tasa de interés: 2 % mensual

Gráficamente se representa como en la figura 15.

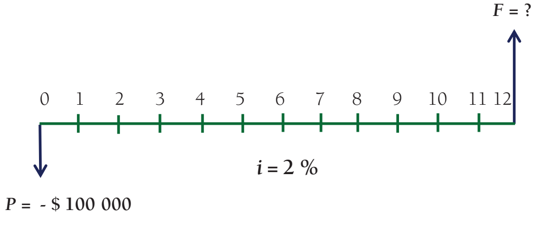


Figura 15. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.3

Fórmula por utilizar:

$$F = P \text{ x } (1 + i)^n$$

Reemplazando la información en la fórmula se tiene,

$$F = 100\,000 \text{ x } (1 + 2\,\%)^{12}$$

Al realizar los cálculos se obtiene $F = \$\,126\,824$

Esto quiere decir que \$ 100 000 en el momento presente, a una tasa de interés del 24 % anual, mes vencido equivalen a \$ 126 824 dentro de un año. A continuación, se muestra otro ejemplo, pero partiendo de una tasa de interés que no es efectiva.

Ejemplo 2.4

Se desea acudir a un crédito por valor de \$ 10 000 000, con plazo de seis meses, a una tasa de interés del 12 % anual, mes anticipado. El valor del capital y de los intereses se cancelan en su totalidad al final del plazo.

El primer paso consiste en convertir la tasa nominal dada en una tasa efectiva para utilizarla dentro de la fórmula correspondiente y hallar el valor futuro. Tasa nominal: 12 % anual, con liquidación de intereses mensual de forma anticipada. Tasa efectiva: ?

Considerando que la tasa de interés general está expresada en un periodo de un año y se liquidan los intereses mensuales de forma anticipada, lo primero que se hace es dividir el periodo general de la tasa (un año) en el número de periodos intermedios de liquidación de intereses (12 meses): 12 % ÷ 12 = 1 % mensual.

La tasa nominal dada plantea que los intereses se liquidan mensualmente, pero de forma anticipada; por consiguiente, al dividir la tasa general del año en el número de periodos de liquidación de intereses se obtiene una cifra de 1 % mensual, pero sigue siendo de forma anticipada, que tampoco es efectiva para el periodo de un mes. Por ello, es necesario transformarla a interés vencido para que sea una tasa efectiva y se emplea la fórmula (1.1) vista previamente:

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

Reemplazando el 1 % en la fórmula sería,

$$i_v = \frac{0.01}{1 - 0.01}$$

Resultando en i_v = 1.01 % mensual

Esta tasa sí es una tasa de interés efectiva para el mes, y en ese caso sí se podría aplicar a la fórmula para hallar el valor futuro, teniendo en cuenta que el plazo para determinarlo son seis meses. Entonces el exponente de la fórmula sería 6 porque la tasa de interés está expresada en meses (figura 16).

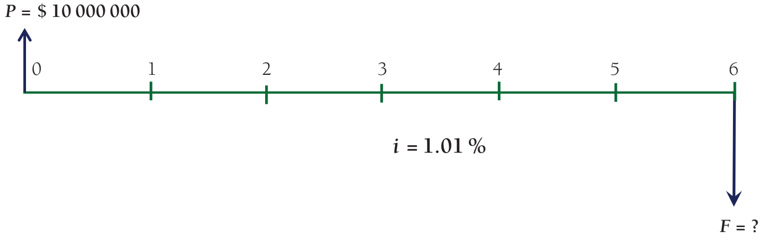


Figura 16. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.4

$$F = 10\,000\,000 \text{ x } (1 + 1.01\,\%)^6$$

Al realizar los cálculos se obtiene F = $ 10 621 573

Lo que significa que un valor hoy de $ 10 000 000, a una tasa de interés nominal del 12 % anual, mes anticipado, equivale a una cifra de $ 10 621 573 en seis meses. En otras palabras, si se toma un crédito hoy por valor de $ 10 000 000, a una tasa de interés del 12 % anual, mes anticipado, se deberá pagar dentro de seis meses la suma de $ 10 621 573.

Como ya se tiene claro que para incluir una tasa de interés dentro de una fórmula de matemáticas financieras debe estar expresada en términos de tasa efectiva, entonces es posible avanzar con los conceptos de valor de dinero en el tiempo, entre los que se encuentran las series uniformes, gradientes e infinitas.

Valor futuro y su valor equivalente en el presente

La equivalencia entre un valor futuro conocido y un valor presente se logra fácilmente con la utilización de una fórmula (2.2), que como en el ejemplo anterior, también considera el plazo, la tasa de interés y las características de la tasa de interés:

$$P = F \text{ x } (1 + i)^{-n} \tag{2.2}$$

En este caso se conoce el valor futuro y se desea conocer su valor presente equivalente a una tasa de interés determinada.

Ejemplo 2.5

Una deuda de $20 000 000, a una tasa de interés del 15 % anual, debe saldarse en un solo pago dentro de un año y se quiere conocer a cuánto equivaldría si se decide pagar hoy. Gráficamente podría representarse así:

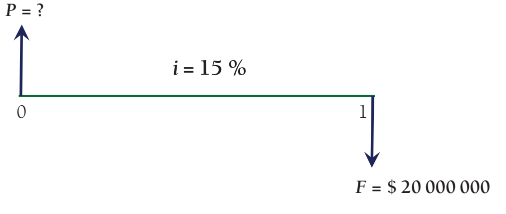


Figura 17. Esquema del flujo de dinero del ejemplo 2.5

Aplicando la fórmula se tiene,

$$P = 20\,000\,000 \text{ x } (1 + 15\ \%)^{-1}$$

$$P = \$17\,391\,304$$

Lo que significa que $20 000 000 dentro de un año, a una tasa de interés del 15 % anual, equivalen a $17 391 304 hoy.

Veamos otro ejemplo para calcular el valor presente equivalente a partir de un valor futuro, partiendo de una tasa de interés que no es efectiva para el periodo considerado.

Ejemplo 2.6

El Banco de Crédito ofrece hoy la posibilidad de invertir una cifra en una cartera colectiva y promete devolver al final de un año \$ 10 000 000. Calcular cuánto se deberá invertir si la tasa de interés que aplica el banco es del 12 % nominal mes vencido.

Como en todos los demás casos cuando se trabaja con fórmulas de matemáticas financieras, las tasas de interés deben ser efectivas y corresponder al periodo en que se realizan los pagos. De esta forma, para el ejemplo propuesto como el plazo es de un año, la tasa de interés debería estar expresada en términos de efectiva anual.

La tasa de interés del 12 % nominal mes vencido se debe dividir entre 12 para obtener la tasa periódica mensual: 12 % ÷ 12 = 1 % mensual. Luego se debe emplear la fórmula que permite obtener una tasa de interés efectiva a partir de una tasa periódica (fórmula 1.3).

$$i_e = \left(1 + i_p\right)^n - 1$$

Donde,

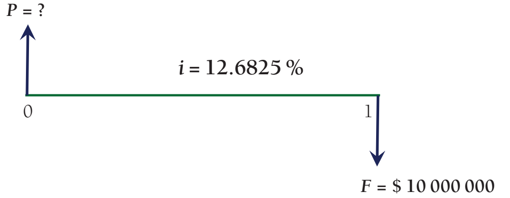
$i_p = 1\ \%$ mensual

i_e anual = ?

$$i_e = \left(1 + 1\,\%\right)^{12} - 1$$

$$i_e = 12.6825\,\% \text{ anual}$$

De esta forma ya es posible aplicar la tasa de interés en la fórmula para hallar el valor presente equivalente al valor futuro dado (figura 18).



Apéndice C

Solución en Excel

Figura 18. Esquema del flujo de dinero del ejemplo 2.6

$$P = 10\,000\,000 \text{ x } (1 + 12.6825\,\%)^{-1}$$

$$P = \$\,8\,874\,492$$

Por tanto, \$ 10 000 000 dentro de un año, a una tasa de interés del 12 % nominal mes vencido, equivalen a un valor presente de \$ 8 874 492.

Serie de pagos uniformes

Una serie de pagos uniformes es lo mismo que un conjunto de pagos iguales (bien sea que se reciban los pagos cuando se realiza una inversión o se deban efectuar los pagos cuando se actúa como deudor de un crédito) durante un rango de tiempo delimitado por una fecha inicial y una final; la frecuencia de los pagos tiene que ver con periodos de fracciones de tiempo iguales durante el plazo.

Por ejemplo, si se trata de una inversión con un plazo a cinco años, y se recibe como retribución una serie de pagos uniformes de \$ 1 000 000 anuales, los ingresos se podrían graficar como en la figura 19.

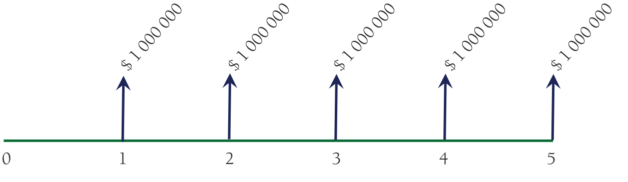


Figura 19. Esquema del flujo de efectivo de inversión con plazo a cinco años con serie de pagos uniformes

De otro modo, si se trata de un crédito del que somos beneficiarios y debemos hacer los pagos en cuotas iguales de forma periódica, los desembolsos se podrían graficar como en la figura 20.

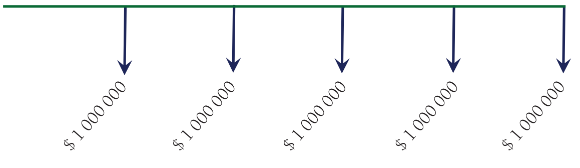


Figura 20. Esquema del flujo de efectivo de crédito con pagos en cuotas iguales de forma periódica

Respecto a una serie de pagos se deben contemplar dos condiciones para que pueda ser considerada uniforme, como se enumera a continuación.

1. Que los valores de los pagos sean iguales en cada uno de los periodos.
2. Que los intervalos de tiempo en que se deben realizar los pagos (los periodos) también sean iguales.

Entonces, la siguiente no puede ser considerada una serie uniforme como se ilustra en la figura 21.

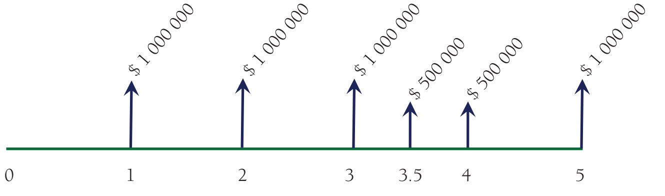


Figura 21. Esquema del flujo de efectivo que no corresponde a una serie uniforme

En primer lugar, porque los pagos no son iguales en todos los periodos y, en segundo lugar, porque los periodos tampoco lo son. Aunque el gráfico muestra el no cumplimiento de las dos condiciones, con una sola de ellas que no se cumpla es suficiente para que la serie no pueda ser considerada como uniforme.

A una serie de pagos uniforme también le aplica el concepto de valor del dinero en el tiempo. En consecuencia, es posible obtener una cifra en el valor presente que sea equivalente a una serie de pagos uniforme en el futuro y así mismo obtener un valor futuro que sea equivalente a una serie de pagos uniforme. Para este propósito se utilizan fórmulas que permiten obtener su equivalencia.

Valor presente de una serie de pagos uniforme

Si se tiene una serie de pagos uniforme y se quiere conocer una cifra única equivalente en el presente es posible hacerlo de la siguiente forma:

En la figura 22 se muestra la forma general de la serie de pagos uniforme.

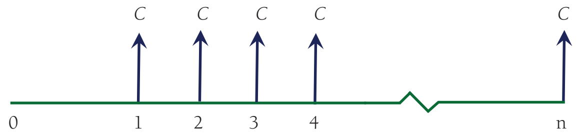


Figura 22. Serie de pagos uniformes

C representa el valor del pago en cada uno de los periodos y n el número de periodos en los que se realiza en pago dentro de la serie uniforme.

Para el cálculo del valor presente de los pagos de la serie uniforme es necesario acudir al concepto de Valor Presente para cada uno de los pagos futuros. Este convierte un valor futuro en una cifra en el momento actual mediante una tasa de interés, como se ilustra en la figura 23.

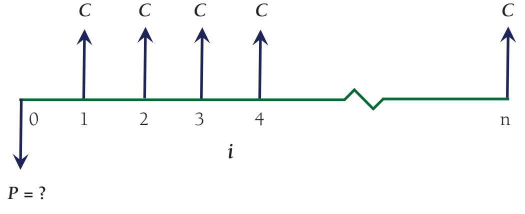


Figura 23. Esquema del flujo de efectivo de pagos uniformes para hallar su valor presente

Así, P es el valor presente equivalente a esa serie de pagos que se obtendría de la suma de cada uno de los valores presentes correspondientes a cada pago en el futuro y la *i* es la tasa de interés que al aplicarse convierte a la serie de pagos uniformes en un valor presente:

$$P = \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

Sin embargo, las matemáticas permiten resumir esta larga suma de los diferentes pagos futuros convertidos a valor presente, en una sola fórmula para obtener de una vez una cifra equivalente mediante la siguiente expresión (2.3):

$$P = C \text{ x } \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \text{ x } i} \qquad (2.3)$$

La aplicación de esta fórmula para el cálculo del valor presente de una serie de pagos uniformes implica la utilización de la tasa de interés en términos de efectiva para el periodo estipulado, que corresponde a cada periodo de pago; por consiguiente, si los pagos son mensuales, la tasa de interés deberá estar expresada en términos de efectiva mensual y además se debe precisar que los pagos deberán considerarse vencidos. Así entonces, en el periodo cero no habría pago, sino que los pagos iniciarían a partir del periodo uno y se prolongarían hasta el periodo n.

El siguiente es un ejemplo de la aplicación de la fórmula para el cálculo del valor presente de una serie de pagos uniformes.

Ejemplo 2.7

Si el propietario de una vivienda la tiene alquilada y el inquilino le ofrece pagarle un año anticipado de arrendamiento, con la condición de que le calcule un valor presente aplicándole una tasa de interés del 1 % mensual, determinar cuánto debería recibir el dueño de la vivienda si el valor del arrendamiento mensual es de $ 500 000.

Valor de arrendamiento: C = $ 500 000

Periodicidad de pago: mensual

Tasa de interés: 1 % mensual

Plazo: 12 meses

Lo que gráficamente se puede expresar como en la figura 24.

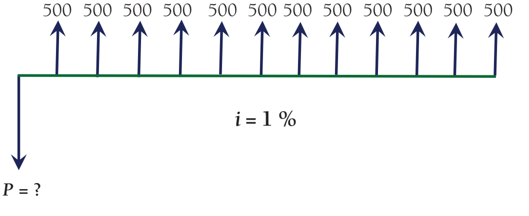


Figura 24. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.7

Reemplazando en la fórmula (2.3) se tiene,

Apéndice C
Solución en Excel

$$P = 500\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1\,\%)^{12} - 1}{(1 + 1\,\%)^{12} \text{ x } 1\,\%}$$

Lo que arroja un resultado de $P = \$5\,627\,539$

Es decir, el pago del arrendamiento mensual de \$ 500 000 durante un año, a una tasa del 1 % mensual, equivaldría a una cifra única en el momento actual de \$ 5 627 539.

Ejemplo 2.8

Me ofrecen un televisor de 42 pulgadas para pagar en cuotas trimestrales de \$ 200 000 durante tres años y me informan que si deseo pagarlo de contado debo aplicar una tasa de descuento[13] del 1.5 % mensual. ¿Cuál sería el valor que debo pagar hoy si quiero hacerlo de contado?

Antes de iniciar el cálculo para determinar cuál sería el valor por pagar el día de hoy, equivalente al valor presente de los pagos de la serie uniforme, es necesario hacer un primer ajuste, debido a que los pagos son trimestrales, pero la tasa de interés está expresada en términos de efectiva mensual (figura 25), lo que no permite la utilización de la fórmula vista, porque el periodo de la tasa de interés debe coincidir con el periodo en el que se realizan los pagos. Para esto es necesario convertir la tasa de interés mensual en una tasa de interés efectiva trimestral mediante la siguiente expresión:

$$i_e = \left(1 + i_p\right)^n - 1$$

$$i_p = 2\,\%\ \text{mensual}$$

$$i_e\ \ \text{trimestral} = ?$$

$$i_e = \left(1 + 1.5\,\%\right)^3 - 1$$

$$i_e = 4.5678\,\%\ \text{trimestral}$$

13 La tasa de descuento es la tasa de interés que se aplica a un valor futuro para obtener una cifra equivalente a un valor presente. De hecho, es común que cuando se busca una equivalencia entre un valor futuro o una serie uniforme de pagos en el futuro y un valor presente se haga referencia a la tasa de descuento como la tasa que se debe aplicar para obtener el valor presente.

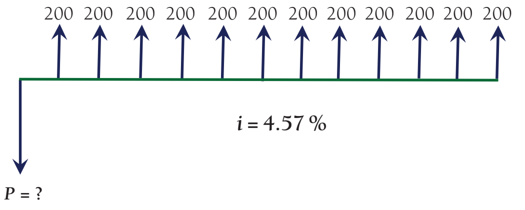


Figura 25. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.8

Reemplazando en la fórmula,

$$P = 200000 \text{ x } \frac{(1 + 4.57\,\%)^{12} - 1}{(1 + 4.57\,\%)^{12} \text{ x } 4.57\,\%}$$

Lo anterior arroja un resultado de P = \$ 1 816 663. Es decir, el valor del televisor de 42 pulgadas para pagar en 12 cuotas trimestrales de \$ 200 000, a una tasa del 4.5678 % trimestral es equivalente a un solo pago de \$ 1 816 653 en el momento actual.

Ejemplo 2.9

Si un almacén que vende electrodomésticos ofrece una nevera en promoción por valor de \$ 2 100 000, pagaderos en tres cuotas mensuales, sin intereses; pero en otro almacén ofrecen la misma nevera por valor de \$ 2 000 000 de estricto contado y a la vez puedo acudir a un crédito bancario con posibilidad de pagar durante tres meses a una tasa de interés del 1.2 % mes anticipado, determinar con el valor presente los pagos a crédito de la nevera. ¿En cuál almacén conviene comprarla? ¿En el que ofrece plazo de tres meses sin intereses o en el que exige pago de contado, pero acudiendo al crédito bancario?

Como en el ejercicio anterior, aquí nuevamente nos encontramos ante un caso en el que la tasa de interés no se encuentra en términos de efectiva para el mismo periodo en que se realizan los pagos. Debido a que, aunque los pagos y la tasa de interés sí se encuentran en periodos mensuales, la tasa no es efectiva porque se trata de una tasa anticipada. Por esto, primero se debe colocar la tasa de interés en términos de efectiva mensual, lo que se puede hacer utilizando la siguiente fórmula de conversión de tasas de interés anticipadas a vencidas.

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

$$i_a = 1.2\,\%\text{ mensual }(\text{anticipada})$$

Entonces,

$$i_v = \frac{0.012}{1 - 0.012}$$

$$i_v = 1.2145\,\%\text{ mensual }(\text{vencida})$$

Una vez calculada esta tasa se obtiene la información necesaria para el cálculo del valor presente.

Valor de la cuota: C = \$ 700 000

Periodicidad de pago: mensual

Tasa de interés: 1.2145 % mensual

Plazo: 3 meses

Lo que gráficamente se puede expresar como en la figura 26.

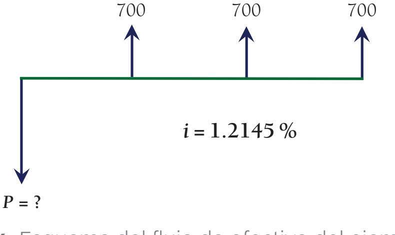


Figura 26. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.9

Reemplazando en la fórmula se tiene,

$$P = 700\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1.21\%)^3 - 1}{(1 + 1.21\,\%)^3 \text{ x } 1.21\,\%}$$

El valor presente de esta serie uniforme de pagos de \$ 700 000 mensuales, a una tasa de interés (o también llamada de descuento[14]) del 1.2145 % mensual es de \$ 2 050 005. Lo que significa que sería más económico comprar la nevera de contado haciendo el crédito en el banco, porque costaría \$ 2 000 000, mientras que el valor presente de la serie uniforme de pagos de \$ 700 000 mensual, sería de \$ 2 050 005.

Otro ejemplo, pero ahora con pagos anticipados.

Ejemplo 2.10

En el almacén Súper Ofertas tienen un mueble de sala que cuesta \$ 2 000 000 y por aniversario del almacén permiten pagarlo en cinco cuotas mensuales de \$ 400 000 cada una, comenzando con el pago de la primera cuota desde el momento en que se retira el mueble (figura 27). También ofrecen la posibilidad de pagarlo de contado, aplicándole una tasa de descuento del 1 % mensual. Calcular el valor del mueble si el cliente decide pagarlo de contado.

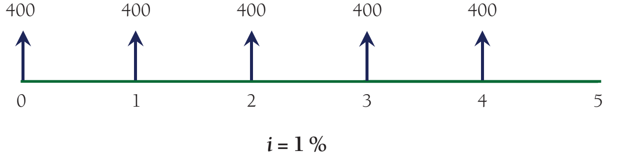


Figura 27. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.10

Una de las condiciones para aplicar la fórmula del valor presente de una serie de pagos uniformes es que los pagos sean vencidos. Pero en este caso los pagos son anticipados, lo que obliga a realizar un ajuste antes de la utilización de la fórmula.

Como el primer pago se debe realizar en el momento cero, entonces esta cifra ya se encuentra en valor presente, lo que permite retirarla del cálculo y después de que se haya obtenido el valor presente de la serie uniforme se adiciona nuevamente. Si este valor se retira, la serie uniforme quedaría convertida en una serie de cuatro periodos con pagos vencidos (como en el periodo cinco no hay pago se retiraría del cálculo), quedando como muestra la figura 28.

14 Se denomina tasa de descuento cuando se utiliza una tasa de interés para buscar una equivalencia en valor presente de una o varias sumas de dinero en el futuro, como el caso que se estudia de la serie uniforme de pagos (en el futuro).

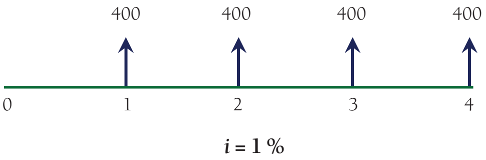


Figura 28. Esquema del flujo de efectivo ajustado a cuatro periodos vencidos

Ahora sí es posible aplicar la fórmula para obtener el valor presente de pagos uniformes porque se trata de una serie de cuatro pagos vencidos.

$$P = 400\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1\,\%)^4 - 1}{(1 + 1\,\%)^4 \text{ x } 1\%}$$

El resultado de la aplicación de la fórmula sería $P = \$\,1\,560\,786$

A esta cifra se le adiciona el valor de la primera cuota que se paga en el momento en que se retire el mueble (momento cero). Luego, el valor total sería:

$$P = 1\,560\,786 + 400\,000$$
$$P = \$\,1\,960\,786$$

Lo que significa que cinco cuotas mensuales iguales de $ 400 000, iniciando los pagos desde el momento presente y considerando una tasa de descuento del 1 % mensual, equivalen a un solo pago de contado por $ 1 960 786.

Un ejemplo más, pero ahora considerando periodo de gracia.

Ejemplo 2.11

Actualmente con la amplia oferta de productos que se encuentran en el mercado, algunos comerciantes se han visto en la necesidad de brindar facilidades de pago para motivar a los clientes a consumir y usar sus mercancías. Una de estas estrategias de venta consiste en ofrecer la posibilidad de que sus productos los paguen de forma diferida en varias cuotas e incluso proponen unos periodos iniciales sin hacer pagos. Es decir, el primer pago no lo realizan a partir del periodo uno, o de contado, sino varios periodos después.

Atendiendo a este tipo de estrategias comerciales asumimos que el caso del mueble del punto anterior lo presentan con la posibilidad de pagarlo en cinco cuotas iguales de $ 400 000 cada una, pero el primer pago lo hace el cliente a partir del tercer mes. Es decir, el cliente no necesita pagar al momento de retirar el artículo ni durante los dos primeros meses. Lo que se podría representar gráficamente como se muestra en la figura 29.

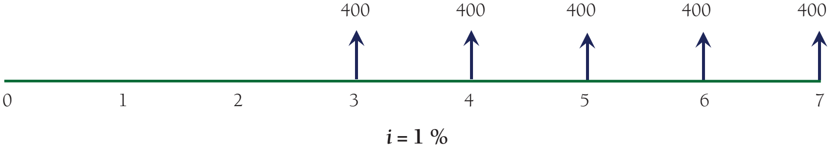


Figura 29. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.11

De acuerdo con la definición inicial, esta no sería una serie de pagos uniforme, debido a que no se cumple una de las dos condiciones, es decir, que en todos los periodos las cuotas sean iguales, en razón a que en los periodos uno y dos la cuota es cero, mientras en los demás es de $ 400 000. Sin embargo, puede manejarse como una serie de pagos uniforme si se aísla la parte del flujo de pagos; o sea, si se considera que es un flujo de pagos uniforme se iniciará realmente a partir del mes dos, que se convertiría en el valor presente de esa serie de pagos. Como puede verse, a partir de ahí sí existe una serie de pagos uniforme porque los periodos son iguales (un mes) y los pagos también lo son ($ 400 000 cada pago). Pero si esto se hace en la realidad, el periodo dos no es el momento presente, lo que obligaría a que el valor que resulta como valor presente de ese flujo de pagos, ubicado en el periodo dos se deba trasladar a hoy con la fórmula que permite hallar la equivalencia entre una cifra en el futuro y un valor presente.

La primera parte queda como se advierte en la figura 30:

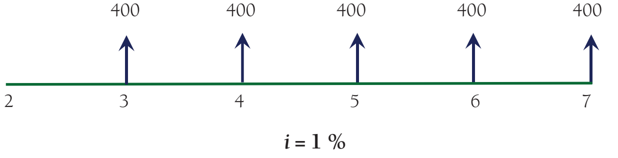


Figura 30. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.11, ajustado a serie uniforme

Sería equivalente a una serie uniforme de cinco periodos, que arranca en el periodo dos porque una condición para la aplicación de la fórmula es que los pagos deben ser vencidos. En suma, si se inicia desde el segundo periodo, transcurre un mes para realizar el primer pago vencido (en el periodo tres).

$$P = 400\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1\,\%)^5 - 1}{(1 + 1\,\%)^5 \text{ x } 1\,\%}$$

El resultado de la aplicación de la fórmula es $P = \$1\,941\,372$

Pero este resultado lo ubicaríamos al inicio del periodo dos, lo que se convierte en un valor futuro de acuerdo con lo que buscamos con el ejercicio, porque lo que nos interesa conocer es el valor presente. Por consiguiente, aplicamos la fórmula para buscar la equivalencia de un valor futuro a un valor presente, considerando dos periodos y la misma tasa de interés del 1 % (figura 31):

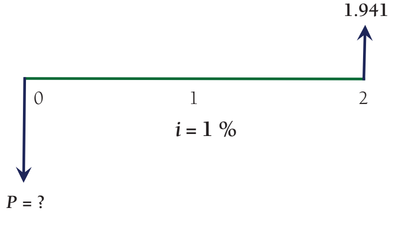


Figura 31. Esquema del valor presente a partir del valor futuro equivalente a la serie uniforme del ejemplo 2.11

La fórmula por utilizar es la siguiente:

$$P = F \text{ x } (1 + i)^{-n}$$

Reemplazando se tiene,

$$P = 1\,941\,372 \text{ x } (1 + 1\,\%)^{-2}$$

El resultado de la aplicación de la fórmula es $P = \$1\,903\,119$

Esto se interpreta diciendo que si el mueble por comprar se puede pagar en cinco cuotas iguales de \$ 400 000 cada una, con periodo de gracia de dos meses, es decir, para comenzar a pagar a partir del tercer mes, esto equivaldría a pagar de contado \$ 1 903 119.

Valor futuro de una serie de pagos uniforme

El concepto de equivalencias entre valores a lo largo del tiempo aplica para calcular el valor presente de una serie de pagos uniforme, como se vio en la parte inmediatamente anterior y también para convertir una serie de pagos uniforme en un valor único en una fecha futura. Esta equivalencia de pagos uniformes durante un periodo respecto a un valor futuro, considerando una tasa de interés, podría verse gráficamente de la siguiente manera:

Cuando la serie de pagos uniforme son unos ingresos a los que se les debe buscar su equivalencia a un solo valor futuro, la forma gráfica se observa en la figura 32:

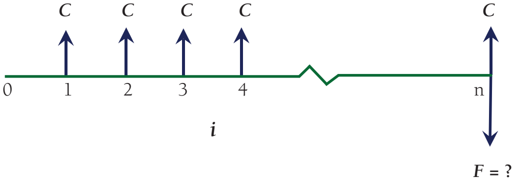


Figura 32. Esquema del flujo de efectivo del valor futuro de una serie de pagos uniformes

Cuando la serie uniforme de pagos son egresos a los que se les desea encontrar un valor futuro equivalente podría representarse como en la figura 33:

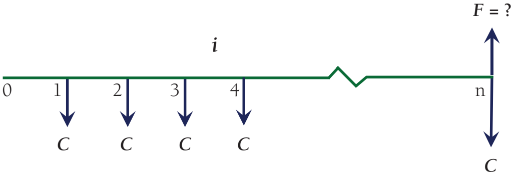


Figura 33. Esquema de un flujo de egresos uniforme para hallar su valor futuro

Como se aprecia en ambos gráficos, los pagos son vencidos en cada periodo, por eso en el periodo cero (en el presente) no hay pago.

Para calcular el valor futuro de la serie de pagos uniforme sería suficiente con utilizar la siguiente fórmula (2.4), considerando los mismos parámetros y condiciones mencionados para el caso del valor presente equivalente, así: pagos uniformes en toda la serie, que estos pagos sean vencidos, periodos de igual magnitud para cada uno de los pagos, utilización de una tasa de interés efectiva y que la tasa de interés se encuentre expresada en el mismo periodo en que se realizan los pagos.

$$F = C \text{ x } \frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (2.4)$$

Los elementos que componen esta fórmula son:

F : valor futuro

C : valor de cada uno de los pagos de la serie uniforme (vencidos)

i : tasa de interés periódica

n : número de periodos que conforman la serie uniforme

Enseguida se aprecian algunos de los ejemplos de equivalencia entre una serie de pagos uniforme y una sola cifra en el futuro.

Ejemplo 2.12

Algunas entidades financieras ofrecen a sus ahorradores diversas alternativas para fomentar el ahorro periódico con un producto llamado cédulas de capitalización, en las que el ahorrador se compromete a depositar una cifra fija cada mes y al final del plazo retira el ahorro con un pequeño rendimiento, además de la posibilidad de participar en sorteos mensuales de electrodomésticos o de dinero. El banco El Ahorrador plantea a los clientes que depositen $ 100 000 mensuales durante seis meses y al final del plazo les devuelve el dinero ahorrado más unos rendimientos. Para este periodo la tasa de rendimiento que ofrece es del 0.2 % mensual. Determinar cuál sería el valor para retirar al final de los seis meses.

F : ?

C : $ 100 000

i : 0.2 % mensual

n : 6 meses

Recordemos que lo primero que se debe hacer antes de iniciar las operaciones es determinar que la tasa de interés corresponda a los mismos periodos en que se realizan los pagos y que la tasa de interés sea efectiva para el periodo correspondiente. Si es así (como en este caso), es posible utilizar la fórmula para determinar el valor futuro. Gráficamente la serie de pagos uniforme se representa como en la figura 34:

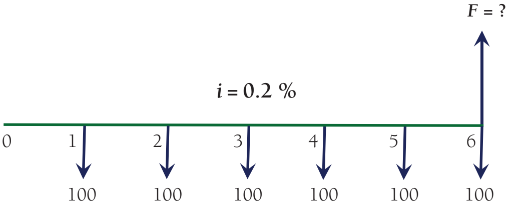


Figura 34. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.12

Aplicando la fórmula,

$$F = 100\,000 \text{ x } \frac{(1 + 0.2\%)^6 - 1}{0.2\%}$$

$$F = \$\,603\,008$$

Lo que significa que una serie de pagos uniforme de $ 100 000 mensuales durante seis meses, a una tasa del 0.2 % mensual, equivale a un valor único futuro al final del plazo de $ 603 008. Este valor sería el que recibiría el cliente al final del sexto mes.

Ahora veamos un ejemplo con pagos anticipados:

Ejemplo 2.13

Consideremos el mismo ejemplo del punto anterior, en el que un ahorrador decide depositar $ 100 000 mensuales durante seis meses, a una tasa de interés del 0.2 % mensual y tanto el ahorro como los rendimientos se le devuelven al cliente en un solo pago al finalizar el sexto mes. Pero en esta ocasión se le pide al ahorrador que el primer depósito lo realice al abrir su cuenta, es decir, en el momento presente. La figura 35 ilustra esta situación.

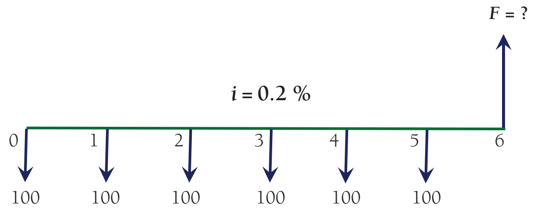


Figura 35. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.13

Teniendo en cuenta que una de las condiciones para que sea considerada como una serie de pagos uniforme y se pueda aplicar la fórmula de valor futuro es que los pagos sean vencidos, es necesario hacer un ajuste, que consiste en considerar que la serie de pagos uniforme no inicia en el periodo cero, sino en el periodo menos uno (-1) y termina en el periodo cinco. De esta forma se estaría convirtiendo nuevamente en una serie de pagos uniforme con pagos vencidos, aunque el momento en que nos interesa conocer el valor futuro no es en el periodo cinco, sino en el seis, entonces el valor futuro que se halle se llamará F_1 y posteriormente será necesario un cálculo adicional para hallar el valor futuro en la fecha que nos interesa (final del periodo 6) y lo llamaremos F_2. Veamos a continuación la primera parte del cálculo.

Iniciando desde el periodo menos uno (-1), sería (figura 36):

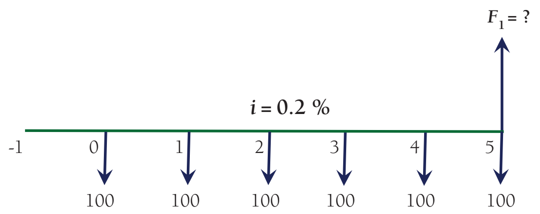


Figura 36. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.13, con inicio un periodo antes

Así, es posible aplicar la fórmula (2.4) para obtener un valor futuro a partir de una serie de pagos uniforme.

$$F = C \text{ x } \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Reemplazando en la fórmula se tiene,

$$F = 100\,000 \text{ x } \frac{(1 + 0.2\,\%)^6 - 1}{0.2\,\%}$$

En donde $F_1 = \$603\,008$

Pero todavía no llegamos a la fecha en que se recibirá la totalidad del dinero, porque el resultado de F_1 se ubica al final del periodo cinco. Por lo que se hace necesario buscar un valor futuro equivalente, un mes después de F_1, que sería F_2 (figura 37).

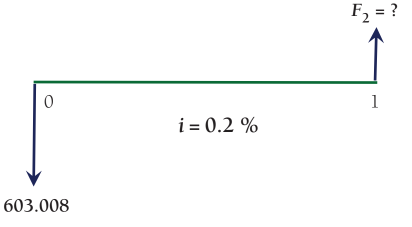


Figura 37. Esquema del valor futuro del flujo de efectivo de la serie uniforme de la figura 36

Para esto se utiliza la fórmula de conversión de un valor presente en un valor futuro. Se deberá considerar como valor presente la cifra hallada en F_1.

$$F = P \text{ x } (1 + i)^n$$

Reemplazando,

$$F_2 = 603\,008 \text{ x } (1 + 0.2\,\%)^1$$

Lo que resulta en $F_2 = \$604\,214$

Este valor sí se ubica al final del periodo seis. Por eso se puede decir que una serie de seis pagos de $ 100 000, durante seis meses, a una tasa del 0.2 % mensual e iniciando con el primer pago en el momento presente, sería equivalente a un pago único al final del sexto mes por $ 604 214.

Como es natural, cuando se compara este resultado con el del punto anterior, que plantea circunstancias similares, se advierte que el segundo resultado arrojó un valor futuro mayor que el primero, lo que se explica porque en el segundo caso el dinero se comienza a ahorrar desde el periodo cero. De este modo, estará más tiempo generando rendimiento en el banco, en comparación con el ahorro que se inicia en el periodo uno.

Veamos un ejemplo con cálculo de valor futuro en fecha posterior a la terminación de la serie uniforme.

Ejemplo 2.14

Si en el almacén Muebles para el Hogar ofrecen a los clientes un sistema de financiación que consiste en pagar los muebles durante nueve meses con cuotas iguales vencidas de $ 200 000, ¿cuál sería el valor equivalente para pagar si a cambio de las cuotas fijas mensuales se puede pagar un solo valor al final de un año, considerando una tasa de interés del 2 % mensual?

En este ejercicio se plantea la posibilidad de pagar los muebles durante nueve meses o de hacer un solo pago exactamente al año, razón por la cual entre los periodos de la serie uniforme (nueve meses) y la fecha en que se debe obtener su valor equivalente existen varios meses, lo que se podría representar gráficamente como en la figura 38:

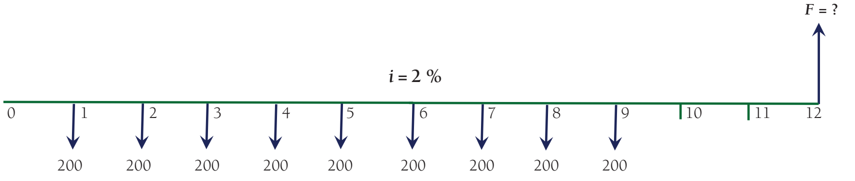


Figura 38. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.14

Lo que muestra la gráfica no puede considerarse una serie de pagos uniforme, porque en algunos periodos el valor del pago es cero, mientras en los demás es doscientos; es decir, que no se cumple una de las condiciones de las series uniformes o sea que todos los pagos sean iguales. Sin embargo, haciendo un ajuste se podría desarrollar como serie uniforme.

Existe una serie de pagos uniforme en el rango contemplado entre los periodos cero y nueve, cuando se podría obtener un valor futuro equivalente (F_1), y posteriormente trasladar esa cifra hasta el periodo doce a partir del cual se obtendría el valor futuro final (F_2):

El sistema de financiación se podría dividir en dos partes: 1) la serie de pagos uniforme hasta el periodo nueve y 2) hallar un valor futuro a partir de un valor presente (el valor presente en el periodo nueve sería el valor futuro hallado con la serie de pagos uniforme) (figura 39).

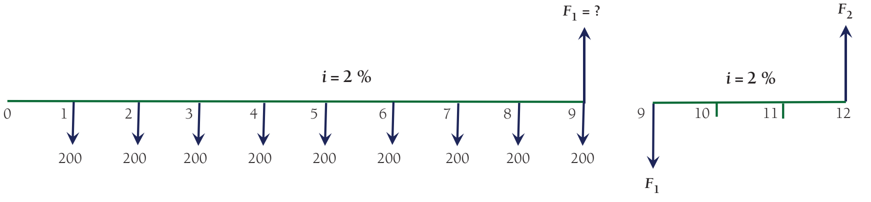


Figura 39. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.14, dividido en dos flujos complementarios

Desarrollo de la primera parte: serie de pagos uniforme,

$$F = C \text{ x } \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Reemplazando en la fórmula,

$$F = 200\,000 \text{ x } \frac{(1+2\,\%)^9 - 1}{2\,\%}$$

Lo que arroja un resultado de $F_1 = \$1\,950\,926$

Cifra que se utiliza para el desarrollo de la segunda parte,

$$F = P \text{ x } (1+i)^n$$

Reemplazando,

$$F_2 = 1\,950\,926 \text{ x } (1+2\,\%)^3$$

Para llegar a un valor futuro final de \$2 070 338.

Es decir, nueve pagos mensuales iguales de \$200 000 equivalen a un solo pago al final del mes doce de \$2 070 338, considerando una tasa de interés del 2 % mensual.

Equivalencia de un valor presente a una serie de pagos uniforme

Posiblemente una de las equivalencias más comunes en nuestro medio, cuando se trata de créditos bancarios o créditos para la compra de bienes, es la que parte de un valor actual de un crédito o de un bien y se desea financiar en el tiempo acudiendo a cuotas iguales, que incluyen tanto pago de intereses como abono a capital.

Cuando la financiación es un número de periodos de igual magnitud entre ellos, es decir, meses, trimestres, semestres, años, etc., y a la vez el valor de la cuota es igual en cada uno de esos periodos, entonces se trata de la equivalencia entre un valor presente y una serie de pagos uniforme. Financieramente a cada uno de esos pagos periódicos se le conoce como anualidad.

La equivalencia entre un valor presente y una serie de pagos uniforme se muestra gráficamente en la figura 40.

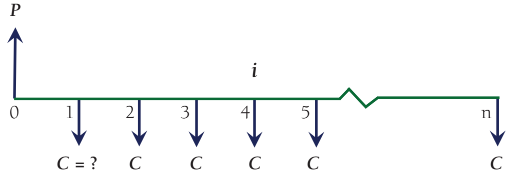


Figura 40. Esquema del valor presente de una serie de pagos uniformes

Esta gráfica representa recibir una cifra el día de hoy (valor actual: *P*) y se desea conocer su equivalencia a una serie de pagos uniformes (*C*), durante (n) periodos, a una tasa de interés (*i*). Esto también podría analizarse desde la perspectiva de quien está brindando la financiación, es decir, se realiza un desembolso de dinero hoy (*P*), y se desea conocer su equivalencia a una serie de ingresos uniformes (*C*), durante n periodos a una tasa de interés (*i*) (figura 41).

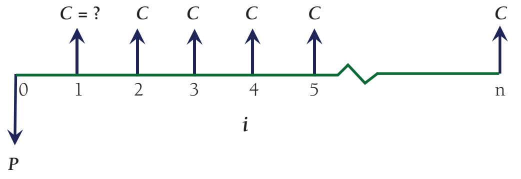


Figura 41. Esquema del valor presente para hallar el valor de los pagos periódicos

La fórmula para conocer el valor de la cuota periódica (anualidad) equivalente a un valor presente es (2.5):

$$C = P \text{ x } \frac{(1+i)^n \text{ x } i}{(1+i)^n - 1} \tag{2.5}$$

Enseguida se muestran algunos ejemplos de equivalencia de un valor presente a una serie de pagos uniforme.

Ejemplo 2.15

El Banco Nacional de Colombia me concede un crédito para la compra de vehículo por $ 20 000 000, que debo pagar en cuotas iguales en un plazo de 36 meses, a una tasa de interés del 1.25 % mensual. ¿Cuál sería el valor de la cuota mensual? (figura 42):

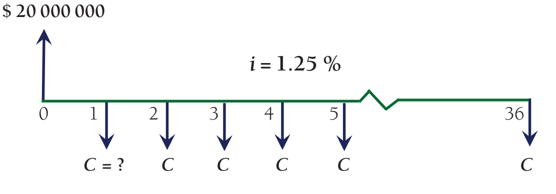


Figura 42. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.15

Reemplazando en la fórmula resulta,

Apéndice C
Solución en Excel

$$C = 20\,000\,000 \text{ x } \frac{(1+1.25\,\%)^{36} \text{ x } 1.25\,\%}{(1+1.25\,\%)^{36} - 1}$$

Lo que da un resultado de $ 693 307. Es decir, un valor presente de $ 20 000 000, a una tasa de interés del 1.25 % mensual corresponde a una serie de 36 pagos iguales de \$ 693 307. En el siguiente ejemplo se propone una tasa de interés que no es efectiva.

Ejemplo 2.16

Partiendo de la información del ejemplo anterior, consideremos que en otra entidad financiera ofrecen crédito para vehículo a una tasa del 1.2 % mensual anticipada, para cancelar en cuotas mensuales iguales a un plazo de 36 meses. Determinar cuál de las dos opciones es más conveniente.

Inicialmente, debido a que la tasa de interés no es efectiva para el periodo en el que se deben hacer los pagos (mensuales), antes de utilizar la fórmula para hallar el valor de la cuota fija (anualidad), se debe convertir la tasa de interés en una tasa efectiva mensual de la siguiente manera:

La tasa es anticipada para el mismo periodo en que se deben hacer los pagos; en consecuencia, será suficiente con pasarla a tasa de interés vencida, utilizando la fórmula adecuada:

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

$$i_a = 1.2\,\% \text{ mensual anticipada}$$

Entonces,

$$i_v = \frac{0.012}{1 - 0.012}$$

$$i_v = 1.2145\,\% \text{ mensual } \left(\text{vencida}\right)$$

Con esta tasa de interés en términos de efectiva para el mes ya es posible utilizar la fórmula para hallar el valor de la cuota fija mensual.

$$C = 20\,000\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1.2145\,\%)^{36} \text{x } 1.2145\,\%}{(1 + 1.2145\,\%)^{36} - 1}$$

Lo anterior permite llegar a este resultado: cuota fija mensual de \$ 689.142, durante 36 meses. Una cifra inferior a la que se obtuvo en el ejemplo anterior, debido a que la tasa de interés es menor y los demás parámetros son exactamente los mismos.

Veamos otro ejemplo.

Ejemplo 2.17

Consideremos la oferta de un computador portátil, con un costo actual de $2 400 000, sobre el cual ofrecen financiación bancaria a un plazo de dos años, con pagos fijos iguales, a una tasa de interés del 3.6 % trimestral. ¿Cuál sería la cuota mensual por pagar durante los dos años?

En este caso el plazo está expresado en años, la tasa de interés en trimestres y las cuotas se deben pagar de forma mensual. Por tanto, lo primero que se debe hacer es alinear los diferentes elementos en los mismos periodos; la frecuencia de los pagos debe ser el principal criterio para poner los demás parámetros en los mismos periodos. Como el plazo es de dos años, simplemente se asume que es de 24 meses para comenzar a unificar información. Luego, se deberá buscar una tasa efectiva mensual equivalente a la trimestral tal como está expresada la tasa de interés, utilizando para ello la fórmula de tasa de interés periódica, partiendo de una tasa efectiva:

$$i_p = \left(1+i_e\right)^{1/n} - 1$$

i_e = 3.6 % trimestral

i_p = mensual

n = número de periodos de las tasas periódicas (mes) que hay dentro de la tasa efectiva (trimestre), entonces: $n = 3$.

Reemplazando en la fórmula,

$$i_p = \left(1 + 3.6\,\%\right)^{1/3} - 1$$

$$i_p = 1.1859\,\%$$

La cifra que se halló es una tasa efectiva mensual de 1.1859 %. Con esto ya se tienen todos los parámetros en el mismo periodo.

C : ? mensual

i : 1.1859 % mensual

n : 24 meses

Reemplazando en la fórmula se tiene,

$$C = 2\,400\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1.1859\,\%)^{24} \text{ x } 1.1859\,\%}{(1 + 1.1859\,\%)^{24} - 1}$$

El resultado es de $ 2 400 000 hoy, a una tasa de interés del 3.6 % trimestral, equivalente a 24 cuotas iguales mensuales de $ 115 493.

Ahora un ejemplo con un sistema de financiación de cuotas periódicas iguales y con periodo de gracia.

Ejemplo 2.18

Una concesionaria lanza una promoción para octubre y ofrece entregar los vehículos sin cuota inicial, para empezar a pagar en cuotas iguales durante 60 meses y pagar la primera cuota a partir del sexto mes. Consideremos que el precio del vehículo de nuestro interés es de $ 40 000 000 y deseamos acogernos a esa promoción, porque la tasa de interés que aplican es relativamente baja: el 1 % mensual. ¿Cuál sería el valor de la cuota mensual?

La gráfica de la financiación ayuda a entender más fácilmente el problema, y podría presentarse como en la figura 43:

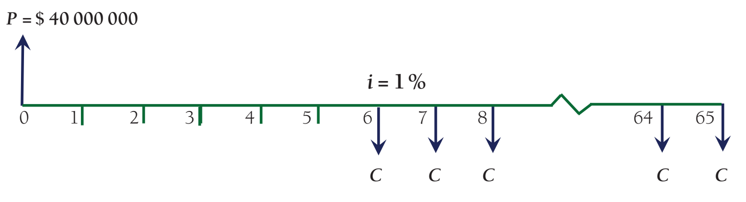


Figura 43. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.18

En el anterior gráfico se puede ver cómo este sistema de financiación no cumple con las condiciones para que pueda ser considerado una serie uniforme, porque en todos los periodos los pagos no son iguales. Aunque hay sesenta pagos iguales, cinco de ellos son diferentes (los pagos de cada uno de los meses del periodo de gracia son cero). Por eso es necesario hacer un ajuste, que consiste en descomponer la serie en dos partes, una que contiene la serie de pagos uniforme de sesenta periodos y la otra de cinco, correspondiente al rango de tiempo desde cuando se recibe el vehículo (momento presente) y el momento cuando comienza el pago de las cuotas.

Es preciso hacer una aclaración: si son 60 cuotas y el periodo de gracia va desde el momento presente hasta que empieza a pagar las cuotas en el mes seis, aparentemente deberían ser 66 periodos y no 65 como muestra la gráfica. Sin embargo, también se debe advertir que si el primer pago se realiza exactamente a los seis meses después de recibir el vehículo; entonces se estaría realizando el pago de las cuotas de forma anticipada, pero una de las condiciones para ser considerada una serie uniforme es que los pagos sean vencidos.

Así, al convertir la serie de pagos en vencida, no estaría iniciando en el mes seis sino en el cinco (este sería el momento presente de la serie uniforme). La serie de pagos uniforme se observa en la figura 44:

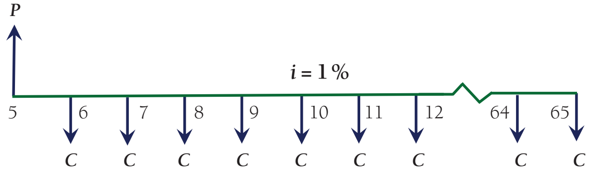


Figura 44. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.18, sin considerar el periodo de gracia

La otra parte de la financiación correspondería al rango de tiempo entre el momento presente y el periodo cinco. Esto lleva a la búsqueda de una equivalencia entre un valor presente y un valor futuro (ubicado en el periodo cinco) (figura 45):

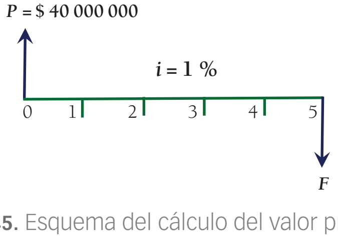


Figura 45. Esquema del cálculo del valor presente, después de agotar el periodo de gracia

Para hallar el valor futuro en el periodo cinco se puede acudir a la fórmula vista previamente.

$$F_5 = P \text{ x } (1 + i)^n$$

$$F_5 = 40\,000\,000 \text{ x } (1 + 1\,\%)^5$$

$$F_5 = \$\,42\,040\,402$$

Este valor futuro hallado, ubicado en el periodo cinco se convierte en el valor presente de la serie uniforme que inicia los pagos a partir del periodo seis, en razón al periodo de gracia que concede el crédito[15]. La gráfica de la serie uniforme, ajustándola con el nuevo valor presente y a partir del periodo cero, quedará representada como en la figura 46:

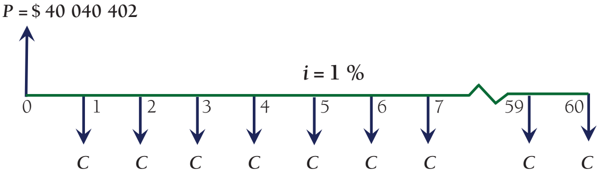


Figura 46. Esquema del flujo de efectivo de la serie uniforme ajustada

Entonces, ya puede aplicarse la fórmula de equivalencia entre un valor presente y una serie uniforme de pagos (dada a continuación) y empleando los parámetros de entrada dados subsiguientemente.

$$C = P \text{ x } \frac{(1 + i)^n \text{ x } i}{(1 + i)^n - 1}$$

P : \$ 42 040 402

i : 1 % mensual

n : 60 meses

15 El periodo de gracia puede ser de dos formas: 1) no se pagan intereses ni se hacen abonos a capital, como el planteado en el ejemplo y 2) también puede haber un periodo de gracia en el que no se hace abono a capital, pero sí se pagan intereses. En el primer caso, aunque no se paguen intereses, estos sí se están causando mensualmente, es decir, se están acumulando al capital, de tal forma que cuando se comiencen a pagar las cuotas el capital ya no será el valor que era en el periodo cero (0), sino que será una suma mayor por los intereses causados y no pagados durante el periodo de gracia.

Reemplazando en la fórmula resulta,

$$C = 42\,040\,402 \text{ x } \frac{(1+1\,\%)^{60} \text{ x } 1\,\%}{(1+1\,\%)^{60}-1}$$

Lo que da como resultado una cuota mensual de $ 935.166. En otras palabras, un valor presente de $ 40 000 000 es equivalente a una serie uniforme de pagos mensuales de $ 935 166 durante 60 meses, iniciando el pago a partir del sexto mes.

El desarrollo de este ejercicio permite concluir que, en algunas ocasiones, aunque un sistema de financiación no corresponde exactamente a una serie uniforme de pagos, es posible descomponerlo en varias partes, de tal forma que se pueda separar la serie que cumpla con los requisitos para ser considerada uniforme y además otros elementos que pueden ser trasladados en el tiempo por medio de las diferentes fórmulas financieras para obtener los valores equivalentes.

Equivalencia de un valor futuro a una serie uniforme de pagos

Así como es posible convertir un valor presente en una serie uniforme de pagos, también lo es encontrar la equivalencia de un valor en una fecha futura (valor futuro), a una serie uniforme de pagos. Primero se debe convertir el valor futuro en un valor presente y posteriormente aplicar la fórmula que permite convertir un valor actual en una serie uniforme de pagos, como se vio en la sección inmediatamente anterior. Esto se ilustra en el ejemplo a continuación (figura 47).

Una persona adquirió un crédito hoy con la Cooperativa de Ahorro y Crédito, con el compromiso de pagar en un solo contado, dentro de dos años exactamente, la suma de $ 4 000 000. Pero también le ofrecieron la posibilidad de que, a cambio de un solo pago dentro de dos años, pague la deuda en cuotas iguales mensuales, a la tasa que cobra la cooperativa para este tipo de créditos que es del 1.5 % mensual. Calcular el valor que se debe pagar cada mes.

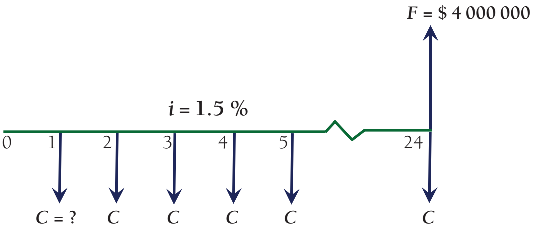


Figura 47. Esquema de una serie uniforme equivalente a un valor futuro conocido

Primero se halla la equivalencia entre un valor futuro y un valor presente, para conocer a cuánto equivaldría hoy ese valor que se pagará dentro de dos años:

$$P = F \text{ x } (1 + i)^{-n}$$

Reemplazando en la fórmula se tiene,

$$P = 4\,000\,000 \text{ x } (1 + 1.5\,\%)^{-24}$$

Resultando en $P = \$2\,798\,176$

El valor de $4 000 000 dentro de 24 meses, a una tasa de interés del 1.5 %, es igual a un valor actual de $2 798 176. Con este valor es posible utilizar la fórmula vista previamente para hallar la serie uniforme equivalente durante los 24 meses.

P : $2 798 176

i : 1.5 % mensual

n : 24 meses

Gráficamente se puede expresar como lo muestra la figura 48.

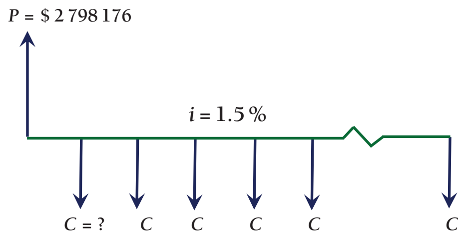


Figura 48. Cálculo de la anualidad a partir de un valor presente

Entonces, se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$C = P \text{ x } \frac{(1+i)^n \text{ x } i}{(1+i)^n - 1}$$

Reemplazando se tiene,

$$C = 2\,798\,176 \text{ x } \frac{(1+1.5\,\%)^{24} \text{ x } 1.5\,\%}{(1+1.5\,\%)^{24} - 1}$$

Resultando en $C = \$\,139\,696$

Es decir, un valor de \$ 4 000 000 dentro de 24 meses, a una tasa del 1.5 % mensual, equivale a una cuota fija de \$ 139 696, durante 24 meses.

▸ Serie perpetua, infinita o perpetuidad

Una serie perpetua de pagos (llamada también a perpetuidad o serie infinita) es aquella en donde se debe realizar un pago igual durante un número de periodos infinito. El punto de partida para esto es un valor presente y una tasa de interés, para calcular el monto de las cuotas periódicas iguales. Este tipo de series se asimila al comportamiento de una pensión de por vida o una renta vitalicia; sin embargo, se diferencian en que las pensiones por lo general realizan ajustes anuales para recuperar la pérdida de poder adquisitivo del dinero a causa de la inflación.

Las condiciones para que sea una serie perpetua son similares a las de una serie uniforme de pagos: deben ser pagos iguales durante toda la serie (meses, trimestres, años, etc.), la tasa de interés debe ser efectiva y estar expresada en los mismos periodos en que se hacen los pagos; por tanto, si los pagos son semestrales, la tasa de interés deberá estar definida en términos de efectiva trimestral. La figura 49 ejemplifica una forma de representar una serie perpetua de ingresos.

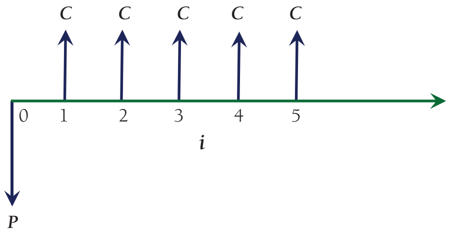


Figura 49. Esquema de una serie perpetua

En la figura anterior hay un valor presente, que podría ser una inversión o el valor presente de una serie de pagos anteriores; se considera una tasa de interés y el valor de un ingreso fijo periódico, para un número infinito de periodos. Por otro lado, una serie perpetua de pagos o egresos podría representarse como en la figura 50.

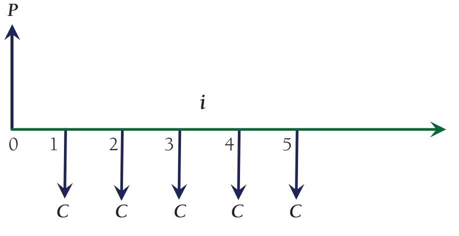


Figura 50. Esquema de una serie perpetua de pagos o egresos

Esta gráfica de una serie infinita de pagos puede representar la contraparte de la gráfica anterior sobre una serie infinita de ingresos. Es decir, mientras en el primer caso se hace un aporte o una inversión que se refleja en el valor presente, para posteriormente recibir unos ingresos periódicos, en esta segunda gráfica se podría representar la recepción del valor presente y la obligación de realizar los pagos de forma perpetua.

Cálculo del pago periódico en una perpetuidad

Cuando se tiene un valor presente y una tasa de interés, y se desea conocer el valor del pago periódico a perpetuidad, es posible hacerlo acudiendo a la siguiente fórmula (2.6):

$$C = P \text{ x } i \tag{2.6}$$

Donde,

C = valor del pago periódico

P = valor presente

i = tasa de interés

Ejemplo 2.19

Una persona que no aportó a un fondo de pensiones durante un tiempo suficiente para que le permitiera contar con una pensión el resto de su vida, cuando cumplió sesenta años decidió retirar lo que tenía ahorrado en el fondo y recibió $ 120 000 000. Para no gastarse el dinero y poder disponer de unos ingresos que se asimilaran a una pensión decidió invertirlos en una cartera colectiva que le ofrece un rendimiento del 1 % mensual, libre de comisiones y gastos de administración (figura 51). Calcular cuánto recibirá mensualmente esta persona.

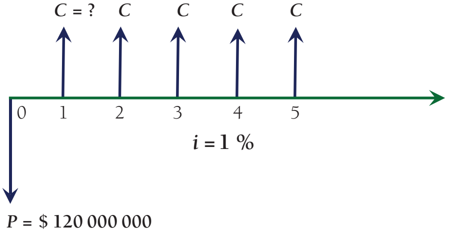


Figura 51. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.19

Aplicando la fórmula se tendría:

$$C = 120\,000\,000 \text{ x } 1\ \%$$

$$C = \$\,1\,200\,000$$

Si la persona mantiene su dinero en el fondo de inversión colectiva, cada mes recibirá $ 1 200 000 a perpetuidad[16].

16 Aunque la persona recibe esta cantidad de dinero cada mes ($1 200 000). Mientras mantenga la inversión es necesario tener en cuenta que el dinero pierde poder adquisitivo a causa de la inflación. Entonces, cada mes en términos reales estaría recibiendo menos. Es decir, no es suficiente protección para mantener un ingreso hacia el futuro realizar una inversión que genera una renta perpetua, porque a medida que transcurre el tiempo la capacidad de compra con el dinero que se genera es cada vez menor.

Cálculo del valor presente de una perpetuidad

También es posible obtener un valor presente de una serie de pagos uniformes de manera perpetua, y para ello sería suficiente con utilizar la siguiente fórmula (2.7):

$$P = \frac{C}{i} \tag{2.7}$$

Ejemplo 2.20

Calcular cuánto deberá tener ahorrada una persona para que cuando cumpla 50 años comience a recibir $ 2 000 000 mensuales a perpetuidad, sabiendo que la entidad financiera reconoce intereses del 0.8 % mensual.

C = $ 2 000 000 mensuales

i = 0.8 % mensual

P = ?

Reemplazando en la fórmula se obtiene,

$$P = \frac{2\,000\,000}{0.8\,\%}$$

Lo que da $P = \$250\,000\,000$

Si la persona desea recibir $ 2 000 000 mensuales a perpetuidad, a una tasa del 0.8 % mensual, debe tener ahorrados $ 250 000 000.

Series gradientes

Una serie gradiente es una forma de amortización periódica de un valor presente o un valor futuro, cuyas cuotas tienen la característica de aumentar o disminuir de un periodo a otro en una cantidad o porcentaje exactamente igual. Es decir, no se trata de cuotas iguales, sino que el valor de cada cuota se calcula a partir de un valor inicial (la primera) y después, para cada periodo se le adiciona una cifra o un porcentaje exactamente igual (tomando siempre como base el periodo inmediatamente anterior para aplicar el incremento), hasta llegar al final de la amortización. Este sistema de amortización también exige que los periodos sean de igual magnitud (meses, bimestres, semestres, etc.), que haya continuidad en los pagos y que la tasa de interés aplicada sea efectiva y esté en el mismo periodo en que se realizan los pagos.

Para el caso de las series de amortización gradientes, las cuotas periódicas no son iguales, pero sí lo debe ser el incremento (o la disminución, según el caso), entre un periodo y otro. Las series gradientes pueden ser crecientes, cuando se parte de una primera cuota de amortización y cada periodo se le adiciona un valor o porcentaje y decrecientes, que también parten de un valor inicial, pero para cada periodo siguiente se disminuye en un valor o en un porcentaje fijo. Gráficamente las series gradientes podrían representarse como se muestra en la siguiente subsección.

Serie gradiente creciente

En una serie gradiente creciente se parte de un valor presente (P) que se amortiza en un número de periodos *n* (para este ejemplo cinco periodos) (figura 52).

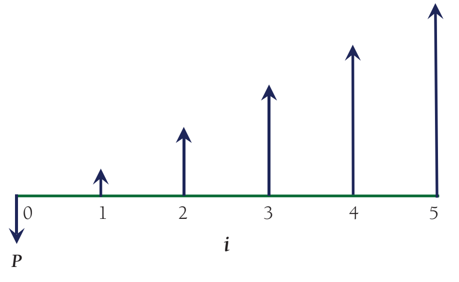


Figura 52. Esquema de una serie gradiente creciente

El valor de la primera cuota de amortización es C, al que se le adiciona a partir del segundo periodo el valor G (gradiente), que se sigue incrementando en un valor igual (G) hasta su vencimiento, como se muestra en la figura 53.

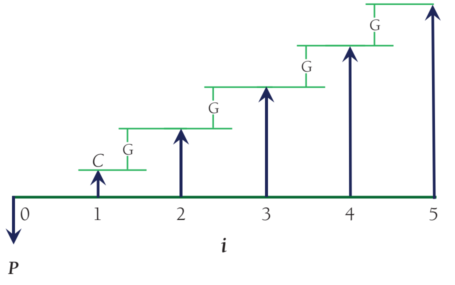


Figura 53. Esquema del gradiente en cada periodo de la serie gradiente

Serie gradiente decreciente

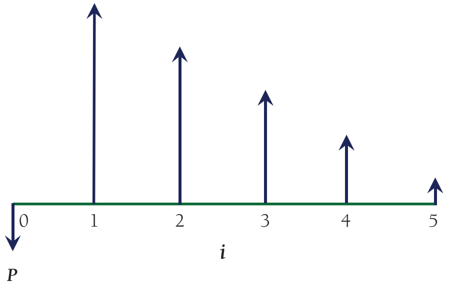


Figura 54. Esquema de una serie gradiente decreciente

En una serie gradiente decreciente se parte de un valor presente (*P*) que se amortiza en un número de periodos *n*. El valor de la primera cuota de amortización es *C*, al que se le disminuye el valor G (gradiente) a partir del segundo periodo, que se sigue disminuyendo en una cifra igual (G) hasta su vencimiento, como se muestra en la figura 55.

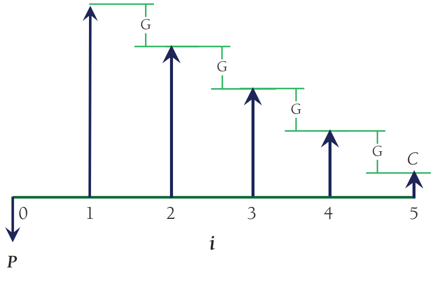


Figura 55. Esquema del gradiente de una serie de ingresos

Series gradientes aritméticas y geométricas

Las series gradientes también pueden clasificarse en aritméticas, cuando el valor que se adiciona es una cifra igual para cada periodo, como se mostró en los gráficos anteriores y geométricas, cuando la cifra que se adiciona se obtiene del cálculo de un porcentaje de incremento o de disminución igual para cada periodo, que se aplica al valor de la cuota inmediatamente anterior para calcular la del periodo siguiente.

Para su desarrollo, una serie gradiente creciente se puede descomponer en una serie uniforme que va desde el periodo uno hasta el periodo *n*, cuya cuota fija es *C*, y una serie gradiente aritmética formada únicamente por el valor del incremento periódico que va desde el periodo dos hasta *n*; con un valor G que inicia en el periodo dos y se va incrementando en esta misma cifra (G), hasta llegar al vencimiento así (figuras 56 y 57):

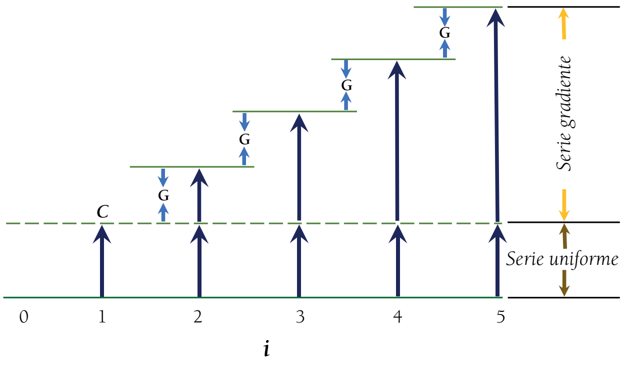


Figura 56. Esquema de los componentes de una serie gradiente

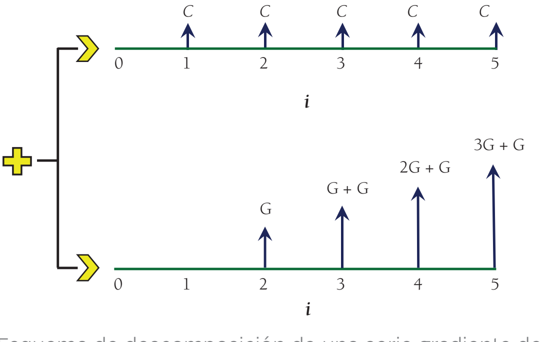


Figura 57. Esquema de descomposición de una serie gradiente decreciente

Valor presente de una serie gradiente aritmética creciente

El valor presente de una serie gradiente aritmética creciente de pagos es igual a la suma del valor presente de las dos series en que se descompone: la serie uniforme de pagos y la elaborada con el gradiente. Al descomponer la serie de pagos como se describió gráficamente, se puede resolver la primera parte como una serie uniforme de pagos, según lo visto anteriormente. Es decir, se aplica la fórmula para hallar el valor presente equivalente a partir de una serie uniforme de pagos, mientras que para resolver la segunda parte se utiliza la siguiente fórmula (2.8)[17]:

$$P = \frac{G}{i}\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \text{ x } i} - \frac{n}{(1+i)^n}\right) \qquad (2.8)$$

Los parámetros de esta fórmula son:

P = valor presente

G = gradiente (valor del incremento periódico)

n = número de periodos de la serie de pagos

i = tasa de interés

Ejemplos de serie gradiente aritmética creciente

Ejemplo 2.21

En este momento tengo una posibilidad de inversión financiera con plazo de cinco meses, me ofrecen una tasa de interés del 1 % mensual y un sistema de pagos así: al finalizar el primer mes recibo la primera cuota por valor de $ 100 000 y a partir de ahí, cada cuota se incrementa en $ 50 000 mensuales hasta el vencimiento. Se desea conocer a qué valor presente equivale este sistema de amortización para saber cuánto debo invertir hoy.

El ejemplo anterior puede ser representado gráficamente como aparece en la figura 58.

17 Es posible resolver la serie gradiente creciente de manera directa, sin descomponerla en dos (una serie uniforme y otra gradiente), cuando los pagos inician en el periodo uno con el valor cero, es decir, cuando el gradiente es igual al valor del primer pago, que ocurre en el periodo dos. Porque en este caso se asume que en el periodo uno el pago fue cero y después de allí inicia el incremento con el gradiente.

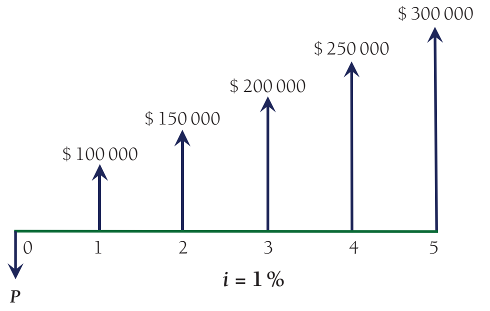


Figura 58. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.21

Lo primero que se debe considerar para obtener el valor presente es descomponer la serie en dos: una primera parte corresponde a una serie uniforme de pagos a partir del periodo uno, cuya cuota fija es $ 100 000. La segunda parte sería la serie gradiente, con un valor G de $ 50 000, que iniciaría a partir del periodo dos. La serie uniforme estaría representada como se muestra en la figura 59.

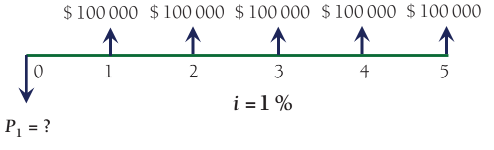


Figura 59. Esquema de la serie uniforme extraída de la figura 58

La sería gradiente se simbolizaría como en la figura 60.

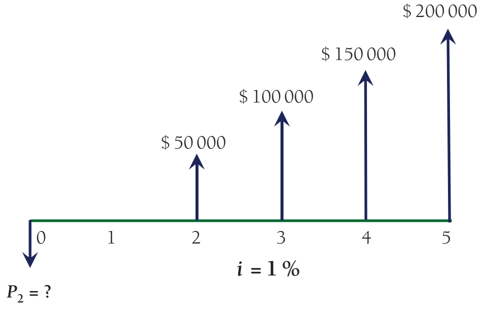


Figura 60. Esquema de la serie gradiente extraída del ejemplo 2.21

De este modo se resuelven las dos series de forma independiente y una vez se obtengan los resultados se suman para obtener el valor presente total.

Resolución de la serie uniforme de pagos

$$P_1 = C \text{ x } \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \text{ x } i}$$

Reemplazando en la fórmula,

$$P_1 = 100\,000 \text{ x } \frac{(1+1\,\%)^5 - 1}{(1+1\,\%)^5 \text{ x } 1\,\%}$$

Se obtiene el valor presente de la serie uniforme $P_1 = \$\,485\,343$

Resolución de la serie gradiente

$$P_2 = \frac{G}{i}\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \text{ x } i} - \frac{n}{(1+i)^n}\right)$$

Reemplazando se tiene,

$$P_2 = \frac{50\,000}{1\,\%}\left(\frac{(1+1\,\%)^5 - 1}{(1+1\,\%)^5 \text{ x } 1\%} - \frac{5}{(1+1\,\%)^5}\right)$$

Se obtiene el valor presente de la serie gradiente $P_2 = \$\,480\,514$

El valor presente de la serie de pagos planteada inicialmente es la suma del valor presente de las dos series desarrolladas:

$P = P_1 + P_2$

$P = \$\,485\,343 + \$\,480\,514$

$P = \$\,965\,857$

Hoy se deben invertir \$ 965 857, para que la entidad financiera retribuya durante cinco meses, con pagos que inician en \$ 100 000 al final del primer mes y se incrementan \$ 50 000 mensuales, hasta llegar al final del quinto mes con una retribución de \$ 300 000.

Ejemplo 2.22

Una planta de producción requiere el suministro de ACPM para el funcionamiento de la caldera. Se está elaborando el presupuesto para el siguiente año y se estima que el costo del combustible puede incrementarse mes a mes como ha ocurrido en los últimos años. Se estima un promedio de consumo igual para cada mes del año y el costo del ACPM requerido para enero es de $ 1 000 000, además se espera que a partir de febrero el precio comience a incrementar cada mes de manera constante en $ 50 000. Si se considera una tasa de interés del 1.2 % mensual, ¿cuál sería el valor por pagar al proveedor si el primer día de enero se pagara el combustible para todo el año?

La figura 61 describe la situación.

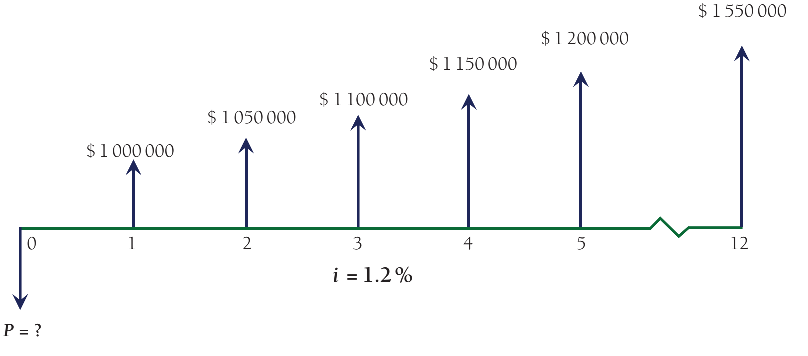


Figura 61. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.22

En la figura 62 se aprecia la serie uniforme de pagos a partir del mes 1.

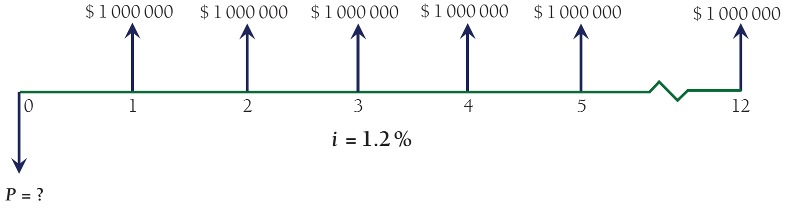


Figura 62. Serie uniforme de pagos a partir del primer mes

$$P_1 = 1\,000\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1.2\,\%)^{12} - 1}{(1 + 1.2\,\%)^{12} \text{ x } 1.2\,\%}$$

$$P_1 = \$\,11\,114\,145$$

En la figura 63 se observa la serie gradiente de $ 50 000, a partir del mes 2.

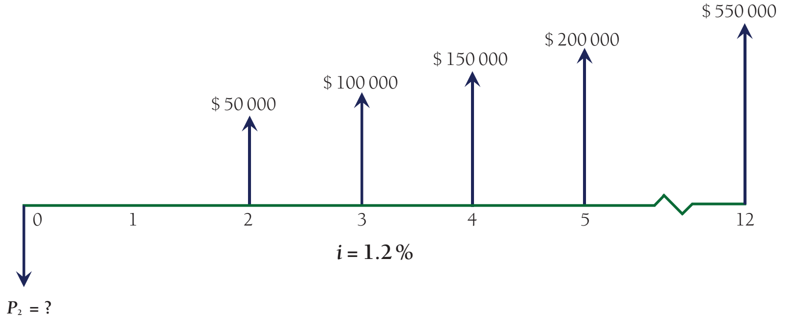


Figura 63. Esquema del flujo efectivo del ejemplo 2.22

$$P_2 = \frac{50\,000}{1.2\,\%}\left(\frac{(1 + 1.2\,\%)^{12} - 1}{(1 + 1.2\,\%)^{12} \text{ x } 1.2\,\%} - \frac{12}{(1 + 1.2\,\%)^{12}}\right)$$

$$P_2 = \$\,2\,977\,424$$

El valor presente total,

$P = P_1 + P_2$

$P = \$\,11\,114\,145 + \$\,2\,977\,424$

$P = \$\,14\,091\,569$

El ACPM requerido para todo el año tiene un costo de $ 14 091 569, si se paga todo el combustible al comienzo del año.

Valor futuro de una serie gradiente aritmética creciente

También es posible obtener un valor futuro equivalente a una serie de pagos gradiente aritmética creciente, lo que se puede hacer tomando el valor presente con los procedimientos y fórmulas estudiadas y obtener su valor futuro equivalente o utilizando una fórmula (2.9) que permite hallarlo de forma directa, así:

$$F = \frac{G}{i}\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right) \tag{2.9}$$

Ejemplo 2.23

Me ofrecen una inversión en la que debo colocar dinero durante seis meses, iniciando con \$ 10 000 al final del primer mes y después de este primer pago, cada mes debo incrementar el valor en \$ 10 000 más hasta el último mes. Al final de los seis meses me devuelven el capital invertido y los rendimientos en una sola cifra. La tasa de interés es del 1 % mensual.

Gráficamente la inversión se describe tal como se muestra en la figura 64.

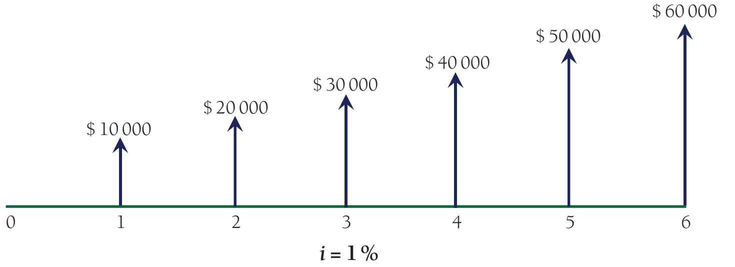


Figura 64. Esquema del flujo efectivo del ejemplo 2.23

Una de las condiciones para el cálculo del valor presente o futuro de una serie gradiente aritmética creciente para no descomponerla en dos (una serie uniforme y la serie gradiente) es que el pago en el periodo uno sea cero y que el valor del pago dos sea igual al gradiente (incremento periódico). Según este gráfico la segunda condición se cumple, el valor del primer pago es igual al incremento periódico del pago (\$ 10 000). Sin embargo, el primer pago no es cero, por eso se debe hacer un ajuste que permita desarrollar la serie de una vez como gradiente. El ajuste consiste en asumir que el plazo de la serie no son seis meses, sino siete, y que el primer pago ocurre en el periodo uno (el pago aquí sería cero, como realmente ocurre), pero la serie iniciaría un periodo antes (en el periodo menos uno). Haciendo esto la serie se grafica como en la figura 65:

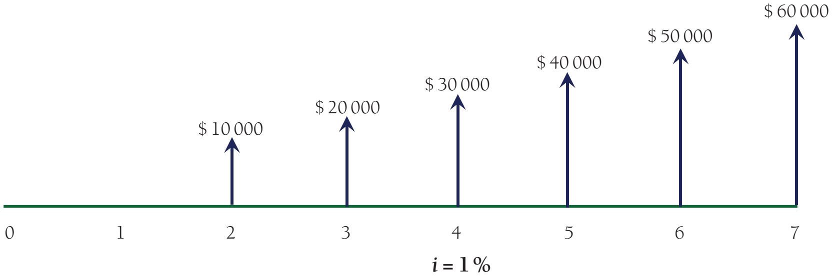


Figura 65. Esquema del gradiente extraído del flujo de efectivo del ejemplo 2.23

Así, puede aplicarse la fórmula de la serie gradiente aritmética creciente para hallar su valor futuro equivalente, mediante la siguiente expresión:

$$F = \frac{10\,000}{1\,\%}\left(\frac{(1+1\,\%)^{7}-1}{1\,\%}-7\right)$$

Resolviendo la fórmula se obtiene un valor futuro equivalente a $213 535, que se recibirían al final del sexto mes.

Valor presente de una serie gradiente aritmética decreciente

A continuación se muestra una serie de pagos gradiente aritmética decreciente (figura 66).

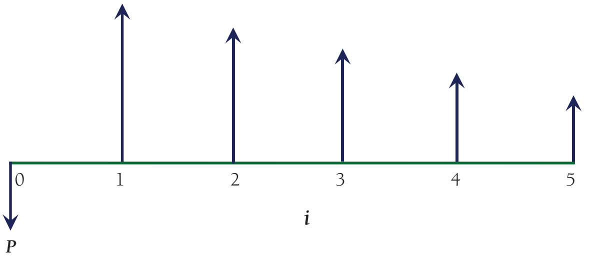


Figura 66. Esquema del valor presente de una serie gradiente decreciente

Se parte de un pago inicial al final del periodo uno, que es el valor más alto de toda la serie de pagos y a partir de este se comienza a disminuir en un valor igual en cada uno de los siguientes periodos hasta su vencimiento. No existe una fórmula general para resolver este tipo de sistemas de amortización, sino que esta serie es igual a la diferencia entre una serie uniforme de pagos y una serie de pagos gradiente creciente. Para esto debemos imaginar que existe una serie uniforme de pagos cuyo valor periódico es igual al valor de la primera cuota de la serie gradiente aritmética decreciente (el valor del periodo 1). Si a esa serie de pagos uniforme se le resta la serie de pagos gradiente aritmética decreciente se obtiene como resultado una serie uniforme de pagos creciente. Veamos cómo es esa diferencia en la figura 67.

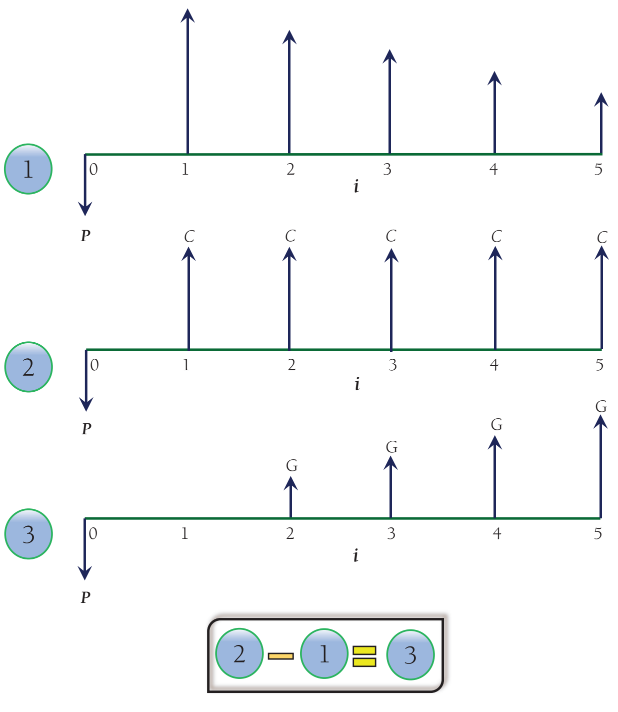


Figura 67. Descomposición y cálculo de una serie gradiente decreciente

La serie gradiente decreciente (gráfico 1) se convierte en dos: una serie uniforme de pagos (gráfico 2), cuya cuota fija es el valor de la primera cuota de la serie gradiente decreciente y además surge una nueva serie gradiente con tendencia creciente (gráfico 3), como resultado de la diferencia entre la serie uniforme de pagos (2) y la serie gradiente decreciente inicial (1). De esta forma se puede resolver cada una de las series de forma independiente y al final al valor presente de la serie uniforme se le resta el valor presente de la serie gradiente creciente, para encontrar el valor presente de la serie gradiente decreciente.

Ejemplo 2.24

Calcular cuál es el valor presente de una serie de pagos con plazo de seis meses, a una tasa de interés del 1 % mensual, si al final del primer periodo el pago es de $ 100 000 y a partir del segundo mes comienza a disminuir $ 10 000 hasta su vencimiento.

Para entender mejor el planteamiento acudimos a la representación gráfica de la figura 68.

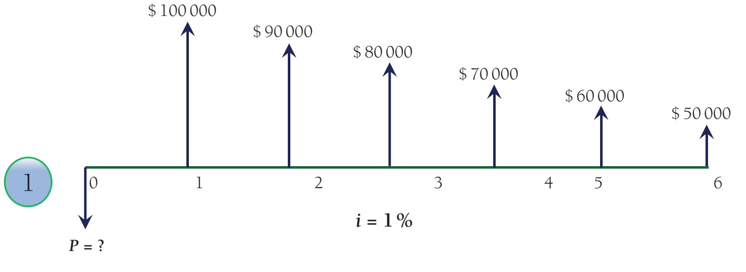


Figura 68. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.24

Elaboramos una serie uniforme de pagos con el mismo plazo y tasa de interés de la serie gradiente decreciente, cuya cuota fija mensual (anualidad) es el valor de la primera cuota de la serie gradiente decreciente (figura 69).

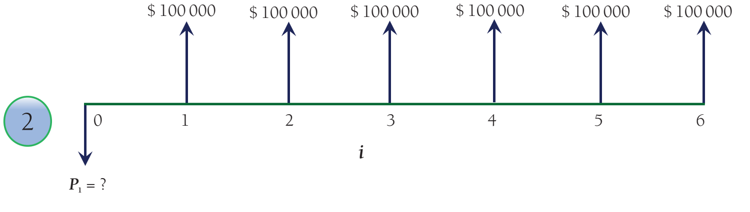


Figura 69. Esquema de la serie uniforme para el cálculo de la serie uniforme decreciente

A la serie de pagos uniforme se le resta en cada periodo el valor de la serie de pagos decreciente, como se evidencia en la figura 70.

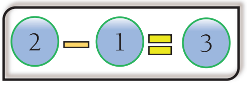


Figura 70. Fórmula para la extracción de una serie gradiente creciente, a partir de una serie gradiente decreciente

Por tanto,

Tabla 2. Descomposición de la serie gradiente decreciente del ejemplo 2.24

Periodo	Valor serie uniforme	Operación	Valor serie decreciente		Resultado
1	100 000	- (Resta)	100 000	=	0.00
2	100 000	- (Resta)	90 000	=	10 000
3	100 000	- (Resta)	80 000	=	20 000
4	100 000	- (Resta)	70 000	=	30 000
5	100 000	- (Resta)	60 000	=	40 000
6	100 000	- (Resta)	50 000	=	50 000

Con los valores obtenidos en la columna de resultado se construye una nueva serie de pagos, tal como se refleja en la figura 71.

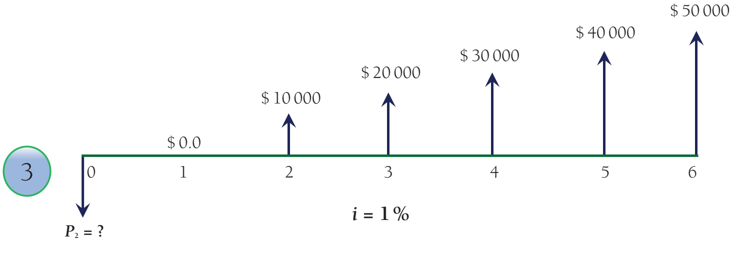


Figura 71. Esquema de una serie gradiente creciente extraída de una serie gradiente decreciente

Esta nueva serie de pagos es gradiente creciente. Así, el valor presente de la serie gradiente decreciente se obtiene del resultado de la diferencia entre el valor presente de la serie uniforme de pagos (P_1) y el valor presente de la serie gradiente creciente (P_2).

El cálculo del valor presente de la serie uniforme se realiza mediante la siguiente expresión:

$$P_1 = 100\,000 \text{ x } \frac{(1 + 1\%)^6 - 1}{(1 + 1\%)^6 \text{ x } 1\%}$$

El resultado es: $P_1 = \$579\,548$

El cálculo del valor presente de la serie gradiente creciente se realiza con la siguiente ecuación:

$$P_2 = \frac{10\,000}{1\,\%} \left(\frac{(1 + 1\,\%)^6 - 1}{(1 + 1\,\%)^6 \text{ x } 1\,\%} - \frac{6}{(1 + 1\,\%)^6} \right)$$

Resultando en $P_2 = \$143\,205$

Ahora sí es posible calcular el valor presente (P) de la serie gradiente decreciente inicial:

$P = P_1 - P_2$

$P = \$579\,548 - \$143\,205$

$P = \$436\,343$

Una serie de pagos gradiente decreciente, con plazo de seis meses y una tasa de interés del 1 % mensual, iniciando con un pago en el primer periodo de \$ 100 000 y disminuyendo \$ 10 000 mensuales hasta su vencimiento equivale a un valor único presente de \$ 436 343.

Serie gradiente exponencial

Una serie gradiente exponencial es aquella cuyos pagos periódicos comienzan con un valor en la primera cuota y empiezan a variar a partir del periodo dos. La variación del pago ocurre en cada periodo, en el mismo sentido y en un porcentaje exactamente igual. Es una serie similar a la gradiente aritmética, su diferencia radica en que la serie aritmética después del primer pago se incrementa en una cifra igual cada periodo y a partir del periodo dos para calcular el valor de cada pago utiliza como base el valor del periodo anterior; mientras que en la serie gradiente exponencial el valor se incrementa también a partir del segundo periodo, pero en un porcentaje fijo. En la figura 72 se describe una serie gradiente exponencial:

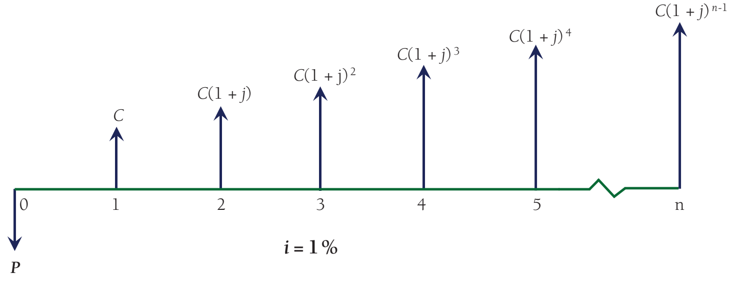


Figura 72. Esquema de una serie gradiente exponencial

P es el valor presente equivalente a la serie de pagos; C es el valor del pago en el primer periodo; i es la tasa de interés efectiva expresada en el mismo periodo en el que se realizan los pagos; n es el número de pagos y j es el porcentaje de incremento que se aplica al valor del pago en cada periodo. Para hallar el valor presente de una serie gradiente creciente exponencial se pueden utilizar las siguientes fórmulas:

Si j es diferente de i, para $i \neq j$ (2.10):

$$P = C \text{ x } \left(\frac{(1+i)^n - (1+j)^n}{(1+i)^n \text{ x } (i-j)} \right) \tag{2.10}$$

Si j es igual a i, la fórmula corresponde a (2.11):

$$P = \frac{C \text{ x } n}{1+i} \tag{2.11}$$

Ejemplo 2.25

En la compañía Amoblando S. A. se está realizando la proyección de ingresos para el año siguiente y se estima que el flujo neto de efectivo del mes de enero será de \$ 1 000 000 000 y crecerá mensualmente un 2 %. Calcular el valor presente del flujo de caja neto de la compañía para todo el año, considerando una tasa de descuento mensual del 1 %.

Los parámetros del planteamiento de este ejercicio son:

P = ?

n = 12

C = 1000

i = 1 % mensual

j = 2 % mensual

Como $i \neq j$, entonces se debe utilizar esta expresión:

$$P = C \text{ x} \left(\frac{(1+i)^n - (1+j)^n}{(1+i)^n \text{ x } (i-j)} \right)$$

Reemplazando,

$$P = 1000 \text{ x} \left(\frac{(1+1\,\%)^{12} - (1+2\,\%)^{12}}{(1+1\,\%)^{12} \text{ x } (1\,\% - 2\,\%)} \right)$$

Dando $P = \$\,12\,550$

De esta forma, una serie de doce pagos mensuales, cuyo primer pago es de \$ 1 000 000 000, con un incremento mensual del 2 % respecto al anterior para cada uno de los siguientes pagos, a una tasa de descuento del 1 % mensual, equivale a un valor presente de \$ 12 550 000 000. A continuación, se plantea otro ejemplo de serie gradiente exponencial creciente.

Ejemplo 2.26

En la empresa Amoblando S.A. después de obtener el resultado anterior, consideraron la posibilidad de analizar otro escenario posible, como que el crecimiento mensual del flujo de efectivo neto no fuera del 2 % sino del 1 % mensual, manteniéndose los demás parámetros iguales. Calcular el valor presente neto acorde con este nuevo escenario.

Los parámetros del planteamiento de este ejercicio son:

$P = ?$

$n = 12$

$C = 1000$

$i = 1\,\%$ mensual

$j = 1\,\%$ mensual

Como $i = j$: entonces la fórmula de utilidad corresponde a:

$$P = \frac{C \text{ x } n}{1 + i}$$

Reemplazando en la fórmula,

$$P = \frac{1000 \text{ x } 12}{1 + 1\,\%}$$

Lo que resulta en un valor presente de \$ 11 881 000 000.

También es posible hallar el valor futuro de una serie gradiente exponencial utilizando estas fórmulas:

Cuando $i \neq j$, se aplica (2.12):

$$F = C \text{ x} \left(\frac{(1 + i)^n - (1 + j)^n}{(i - j)} \right) \tag{2.12}$$

En los casos en que $i = j$ se utiliza (2.13):

$$F = C \text{ x } n \text{ x } (1 + i)^{n-1} \tag{2.13}$$

Consideremos ahora los mismos ejemplos anteriores, pero a cambio de buscar el valor presente, ahora averiguaremos el valor futuro de la serie gradiente de pagos.

Ejemplo 2.27

Cálculo del valor futuro de una serie de pagos gradiente uniforme creciente cuando la tasa de interés es diferente al porcentaje de incremento. Los parámetros del ejemplo son:

F = ?
n = 12
C = 1000
i = 1 % mensual
j = 2 % mensual

Reemplazando en la fórmula,

$$F = 1000 \text{ x } \left(\frac{(1 + 1\,\%)^{12} - (1 + 2\,\%)^{12}}{(1\,\% - 2\,\%)} \right)$$

El resultado es un valor futuro igual a $ 14 142 000 000.

Cálculo de un valor futuro equivalente a una serie de pagos gradiente uniforme creciente, cuando la tasa de interés es igual al porcentaje de incremento de los pagos periódicos. Los parámetros son:

F = ?
n = 12
C = 1000
i = 1 % mensual
j = 1 % mensual

Reemplazando en la fórmula,

$$F = 1000 \text{ x } 12 \text{ x } (1 + 1\,\%)^{11}$$

Se obtiene un valor futuro de $ 13 388 000 000, equivalente a la serie gradiente exponencial.

Series gradientes escalonadas

Algunas situaciones comerciales, financieras y empresariales en general requieren la aplicación de un sistema de amortización especial que parte de la utilización de series gradientes, en las que se presentan incrementos periódicos, bien sea aritméticos o geométricos, y a su vez en cada uno de los periodos en que se realizan los incrementos se presentan series de pagos uniformes.

Un caso típico de esta clase de amortización es el de las pensiones[18]: desde el momento en que una persona comienza a devengar su pensión, recibe un valor fijo por el primer año (hasta que se da un incremento de su pago que trata de mantener el poder adquisitivo de su dinero, perdido por el efecto de la inflación). Después se presentan incrementos anuales, pero durante cada año los pagos son iguales. Este tipo de amortización requiere un tratamiento diferente respecto a las series gradientes vistas hasta ahora, caracterizadas por un incremento en cada periodo.

Las series gradientes escalonadas también pueden ser aritméticas, como las representadas gráficamente en la figura 73.

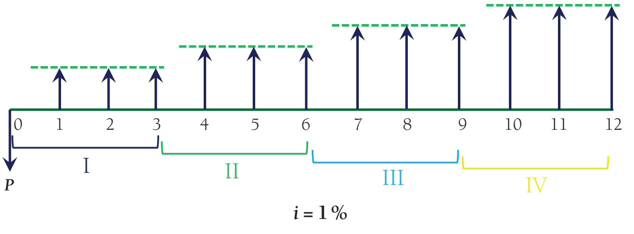


Figura 73. Esquema general de una serie gradiente escalonada

La figura anterior muestra una serie gradiente de cuatro periodos (identificados con los números romanos del I al IV. Pero a la vez, en cada uno de esos periodos existen otros tres subperiodos, que presentan una serie de tres pagos iguales (serie uniforme), como los siguientes (figura 74).

Recordemos que *C* es el valor del primer pago y G es el valor del incremento periódico.

- En el periodo I es igual a *C* (los pagos en los periodos 1, 2 y 3 son iguales a *C*).
- Para el periodo II es igual a *C*+G (los pagos en los periodos 4, 5 y 6 son iguales a *C*+G).
- Para el periodo III es igual a *C*+2G (los pagos en cada uno de los periodos 7, 8 y 9 son *C*+2G).

18 Aunque las pensiones no son un sistema de amortización con un plazo de vencimiento específico, se acude a este ejemplo para visualizar más fácilmente cómo funciona una serie gradiente escalonada.

- Para el periodo IV es igual a C+3G (los pagos en los periodos 10, 11 y 12 son iguales a C+3G).

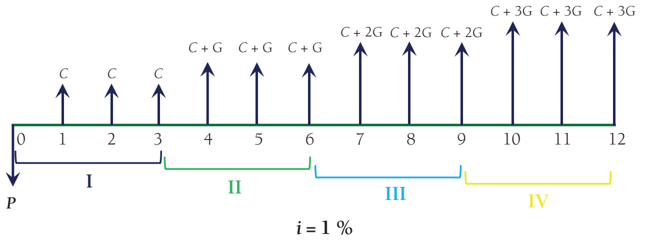


Figura 74. Esquema general de una serie gradiente escalonada aritmética

Para este tipo de series gradientes escalonadas también existe una fórmula que permite conocer cuál sería su equivalencia en valor actual, dada una tasa de interés. En el caso de las pensiones es necesario considerar que el incremento no se realiza en términos de un valor absoluto periódico sino en un porcentaje, que podría describirse como una serie gradiente exponencial escalonada tal como se aprecia en la figura 75.

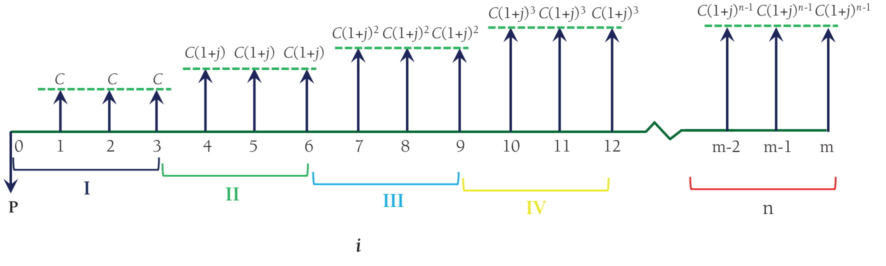


Figura 75. Esquema general de una serie gradiente escalonada exponencial

Se asume que el plazo hasta el vencimiento para el cálculo de un sistema de amortización correspondiente a una pensión tiene un límite, que por lo general se relaciona con la esperanza de vida del pensionado y unos años más, considerando los derechos de sus herederos. Para determinar el valor presente de una serie gradiente escalonada exponencial se utilizan las siguientes fórmulas:

Cuando $i_a \neq j$ se debe utilizar la expresión (2.14),

$$P = F_c \text{ x} \left(\frac{(1+i_a)^n - (1+j)^n}{(1+i_a)^n \text{ x } (i_a - j)} \right) \tag{2.14}$$

Cuando $i_a = j$ se utiliza (2.15),

$$P = \frac{F_c \text{ x } n}{1+i_a} \tag{2.15}$$

Estas fórmulas también aplican para una serie gradiente exponencial (no escalonada). La única diferencia es que para la serie escalonada el primer pago es el valor futuro de la serie uniforme que hay dentro del primer periodo mayor (F_c). Los parámetros que componen estas fórmulas son:

F_c = valor futuro de la primera serie de pagos uniforme (antes del primer incremento).

n = número de periodos de la serie (de los periodos mayores).

i_a = tasa de interés efectiva aplicable a los periodos mayores.

j = porcentaje de incremento de los periodos mayores.

Para comprender los parámetros utilizados en la fórmula se llamarán periodos mayores a los que contienen una serie uniforme de pagos en su interior. En el gráfico que presentó la forma general de la serie gradiente escalonada correspondía a los periodos identificados con números romanos.

La expresión F_c es el valor futuro de la primera serie uniforme de pagos, lo que significa que antes de aplicar la fórmula general para el cálculo del valor presente de la serie gradiente escalonada, se debe obtener este valor futuro. También es necesario considerar que la tasa de interés aplicable (a la serie uniforme) debe equivaler a la tasa efectiva para cuando se hacen los pagos uniformes. Así, en el caso de que el periodo mayor corresponda a periodos de un año (y se tiene la tasa de interés efectiva anual para este cálculo), y los periodos de la serie uniforme sean meses, a partir de esa tasa de interés anual se debe obtener la tasa efectiva del mes, para usar en la fórmula que permite obtener F_c.

El siguiente es un ejemplo de una serie gradiente exponencial escalonada.

Ejemplo 2.28

Están ofreciendo una vivienda para la venta, que tiene un crédito hipotecario y el comprador debe asumir la deuda. El saldo del crédito tiene un plazo de tres años y en el sistema de amortización el valor del pago se incrementa cada año en 5 %; pero durante el transcurso del año se pagan cuotas mensuales iguales. La primera cuota es de $ 1 000 000, la tasa de interés es del 12.6825 % anual (figura 76). Calcular cuál sería el valor por pagar si el comprador decide pagar el crédito hoy.

Los parámetros del problema son:

P = ?

n = 3

i_a = 12.6825 % anual

j = 5 %

F_c = ?

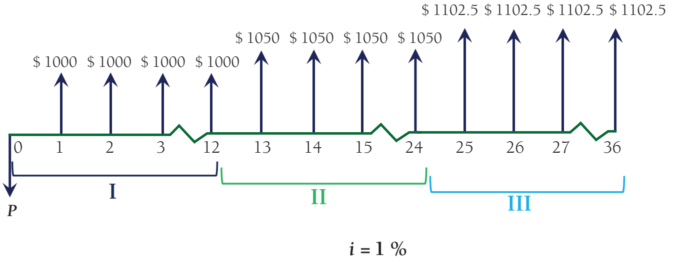


Figura 76. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.28

Como la fórmula exige el parámetro F_c, lo que se debe hacer primero es calcular este valor a partir de la siguiente información (figura 77):

F = ?

C = 1 000 000

n = 12

i_a = 12.6825 % anual

$$i = (1 + i_a)^{1/n} - 1$$

$$i = (1 + 12.6825)^{1/12} - 1$$

i = 1 %

i = 1 % mensual

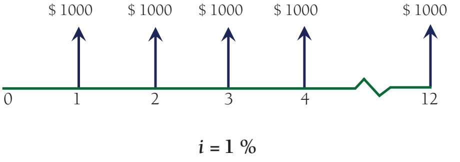


Figura 77. Esquema del flujo de efectivo

Con estos parámetros es posible utilizar la fórmula de un valor futuro equivalente a una serie uniforme de pagos, como se registra a continuación.

$$F = C \text{ x } \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

Reemplazando en la fórmula,

$$F = 1\,000\,000 \text{ x } \left(\frac{(1+1\,\%)^{12} - 1}{1\,\%} \right)$$

Desarrollando la fórmula se obtiene un valor futuro (F_c) de \$ 12 682 403. Con lo que se complementan los parámetros para obtener el valor presente equivalente a una serie gradiente escalonada creciente de pagos de la siguiente manera:

Considerando que $i_a \neq j$, se utiliza la fórmula,

$$P = F_c \text{ x } \left(\frac{(1+i_a)^n - (1+j)^n}{(1+i_a)^n \text{ x } (i_a - j)} \right)$$

Reemplazando,

$$P = 12\,682\,403 \text{ x } \left(\frac{(1+12.68\,\%)^3 - (1+5\,\%)^3}{(1+12.68\,\%)^3 \text{ x } (12.68\,\% - 5\,\%)} \right)$$

Resultando en un valor presente de $P = \$\,31\,512\,246$

Por consiguiente, si el comprador de la vivienda desea cancelar el crédito hipotecario hoy deberá pagar $ 31 512 246, cifra equivalente al sistema de financiación del crédito con amortización en el sistema de gradiente creciente geométrico escalonado. También es posible obtener un valor futuro equivalente a un sistema de amortización de serie gradiente exponencial escalonada creciente. Para esto se utiliza la siguiente expresión:

Cuando $i_a \neq j$,

$$F = F_c \text{ x } \left(\frac{(1+j)^n - (1+i_a)^n}{(j - i_a)} \right) \tag{2.16}$$

Cuando $i_a = j$ se utiliza,

$$F = F_c \text{ x } n \text{ x } (1 + i_a)^{n-1} \tag{2.17}$$

A continuación, se plantea un ejemplo de valor futuro equivalente a una serie gradiente exponencial escalonada.

Ejemplo 2.29

Calcular el valor futuro si quien adquiere la vivienda del ejemplo anterior pacta con el acreedor del crédito pagar la deuda en un solo contado al final del plazo. Entonces será necesario calcular un valor futuro equivalente a la serie gradiente escalonada. Partiendo de los parámetros del ejemplo anterior se tiene:

P = ?

n = 3

i_a = 12.6825 % anual

j = 5 %

F_c = ?

Para este caso también se debe calcular el valor futuro de la primera serie de pagos uniforme (pagos mensuales) que hay dentro del periodo mayor (periodo anual). Como ya está calculado en el ejemplo anterior, entonces F_c = $ 12 682 403. Así se puede aplicar la fórmula (2.16) de valor futuro de la serie gradiente escalonada, cuando $i_a \neq j$:

$$F = F_c \text{ x } \left(\frac{(1+j)^n - (1+i_a)^n}{(j - i_a)} \right)$$

Reemplazando los parámetros en la fórmula,

$$F = 12\,682\,403 \text{ x } \left(\frac{(1+5\,\%)^3 - (1+12.68\,\%)^3}{(5\,\% - 12.68\,\%)} \right)$$

Lo que permite obtener un valor futuro equivalente de $F = \$\,45\,091\,026$

Uno de los temas en los que se podría aprovechar este sistema de amortización son las pensiones. Veamos un ejemplo.

Ejemplo 2.30

El fondo de pensiones Su Pensión S. A. hace la proyección de las pensiones por vejez a sus afiliados para determinar cuánto dinero deben tener ahorrado si se desean pensionar recibiendo determinada cifra mensual. Para esto utiliza la información propia del afiliado, considerando además la esperanza de vida de la población del país y el número de años promedio que se deberá pagar la pensión después de fallecida la persona. El señor Juan Pérez desea saber cuánto dinero deberá tener ahorrado cuando cumpla 60 años de vida para recibir una pensión de \$ 2 000 000 mensuales durante el primer año y que este valor se incremente con el porcentaje de variación anual del salario mínimo. El fondo de pensiones estima que el incremento promedio del salario mínimo anual es del 6 %, que el dinero ahorrado por cada afiliado lo puede poner a generar rendimientos del 8 % anual y que el tiempo esperado que deba pagar la pensión del señor Pérez es de 18 años. Determinar el valor que deberá tener ahorrado el señor Juan Pérez cuando cumpla 60 años para que el fondo pueda responder por su pensión.

Los parámetros de entrada corresponden a:

P = ?

n = 18

i_a = 8 % anual

j = 6 %

F_c = ?

La fórmula exige el parámetro F_c. Entonces, primero se debe calcular este valor a partir de la siguiente información (figura 78):

P = ?

C = 2 000 000

n = 12

i_a = 8 % anual

$$i = (i_a + 1)^{1/n} - 1$$

$$i = (1 + 8\,\%)^{1/12} - 1$$

$$i = 0.6434\,\%$$

$$i = 0.6434\,\% \text{ mensual}$$

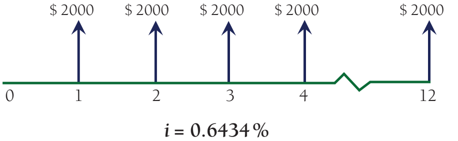


Figura 78. Esquema del flujo de efectivo de la serie uniforme del primer año

Con estos parámetros es posible utilizar la siguiente fórmula de un valor futuro equivalente a una serie uniforme de pagos.

$$F = C \text{ x } \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

Al aplicar la fórmula:

$$F = 2\,000\,000 \text{ x } \left(\frac{(1 + 0.6434\,\%)^{12} - 1}{0.64345} \right)$$

Se obtiene un valor futuro (F_c) de \$ 24 867 769.

La figura 79 muestra la serie de pagos de la pensión.

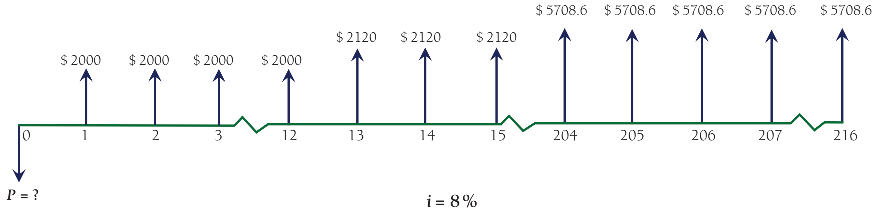


Figura 79. Esquema del flujo de efectivo del ejemplo 2.30

Como $i_a \neq j$, se utiliza la siguiente fórmula:

$$P = F_c \text{ x } \left(\frac{(1 + i_a)^n - (1 + j)^n}{(1 + i_a)^n \text{ x } (i_a - j)} \right)$$

Reemplazando,

$$P = 24\,867\,769 \text{ x } \left(\frac{(1 + 8\,\%)^3 - (1 + 6\,\%)^3}{(1 + 8\,\%)^3 \text{ x } (8\,\% - 6\,\%)} \right)$$

Dando $P = \$\,355\,241\,546$

De este modo, el señor Juan Pérez deberá tener ahorrados $ 355 241 546 cuando cumpla sesenta años, si desea recibir a partir ahí una pensión mensual de $ 2 000 000, con incrementos anuales del 6 %.

Apéndice B

Ejercicios sobre el valor del dinero en el tiempo

1. Se tiene $ 1 000 000 hoy y se desea conocer a cuánto equivaldría ese dinero dentro de cuatro años a una tasa de interés del 1.5 % anual.
2. Si la tasa promedio de inflación de los próximos cinco años se estima en 3 % anual, determinar cuál sería la cifra equivalente de $ 1 000 000 hoy, para mantener su poder adquisitivo.
3. Para el año siguiente un trabajador planea su retiro de la empresa a la que se encuentra vinculado (dentro de 12 meses), y espera recibir su liquidación de cesantías por $ 20 000 000. Si se estima una inflación del 3.3 %, desde ahora hasta cuando reciba su dinero, determinar cuál sería el valor equivalente en la actualidad de su liquidación considerando como tasa de descuento el monto de la inflación.
4. Si el trabajador calcula que se puede demorar un año para conseguir un nuevo empleo, y desea distribuir su liquidación para sostener sus gastos mensuales durante el tiempo que estará buscando empleo, calcular el valor mensual que se podría gastar de su liquidación para que le alcance el dinero hasta que comience en un nuevo trabajo. Considerar una tasa del 12 % anual mes vencido, como costo del dinero.
5. Si para cambiar mi vehículo por uno nuevo debo pagar $ 35 000 000 de diferencia y me financian este valor con plazo de pago de 60 meses, calcular cuál sería el monto de la cuota periódica si la tasa de interés a la que me financian la diferencia es del 1.1 % mensual.
6. María está negociando una casa que quiere comprar. El inmueble tiene una deuda con el Banco Internacional, un plazo pendiente de pago de 54 meses y una cuota periódica mensual de $ 900 000. Calcular el valor que debe pagar si decide cancelar la totalidad de la deuda el día de la compra de la casa, si la tasa de interés que cobra el banco es el 1.3 % mensual.

7. María también tiene un crédito aprobado con el Banco Nacional, con el que podría cubrir el valor de la deuda de la casa. La tasa de interés que debe pagar es del 0.8 % mensual, con plazo a 48 meses. Calcular cuál será la cuota mensual si toma este crédito.
8. También tiene la posibilidad de acudir a una línea de crédito con el mismo banco con plazo a 48 meses y haciendo abonos anuales extra de $ 2 000 000 a la tasa del 0.8 % mensual. Determinar el valor de la cuota fija periódica que debería pagar.
9. Averiguar el valor del crédito del numeral 7, considerando el mismo plazo de pago, la misma tasa de interés, pero los primeros meses son periodo de gracia y el valor por pagar iniciaría al finalizar el mes 6.
10. Si a cambio de un solo pago de la deuda del punto 6 en el momento presente, se pagara una sola cuota al final del plazo, a una tasa de interés del 16.8 % anual, mes vencido, determinar lo que se debe pagar.
11. Si una señora se pensiona y recibe cesantías por $ 320 000 000 y a cambio de gastarlas desea un pago mensual por el resto de su vida y que después de su fallecimiento su hijo siga recibiendo la misma cifra periódica por tiempo indefinido, averiguar el valor que cobra mensualmente, si la tasa de interés que paga la entidad financiera que le ofrece esta posibilidad de inversión es del 0.7 % mensual.
12. Si un joven estudiante que está próximo a graduarse de la carrera de administración recibe el pago de una fiducia a su nombre, que heredó de su padre, por $ 1 500 000 mensuales, para garantizar que con los rendimientos del capital tuviera recursos mientras cursaba su carrera, desea retirar el capital de la fiducia para invertirlo en un proyecto de emprendimiento tecnológico, determinar el valor que percibiría si la tasa de interés en este encargo fiduciario es del 6 % efectivo anual.
13. Existe un nuevo producto financiero similar a las cédulas de capitalización, con el fin de incentivar el ahorro entre el público. Consiste en un ahorro mensual durante doce meses; arranca con una primera cuota de $ 500 000 un mes después de firmado el contrato y la novedad del producto está en que cada mes se incrementa el monto del ahorro en $ 50 000. Al final del plazo el ahorrador retira su dinero y se ha ganado unos rendimientos fi-

nancieros equivalentes al 0.4 % mensual. Determinar a qué cifra equivale este ahorro hoy utilizando la correspondiente fórmula de series gradientes.

14. Con la misma información del ejercicio anterior y la fórmula de valor futuro de una serie gradiente, averiguar el monto que se obtendrá al finalizar los 12 meses.
15. Si el producto financiero del numeral 13, a cambio de tener un incremento mensual, tuviera una disminución de $ 50 000 de la cuota periódica, determinar cuál sería su valor presente equivalente si el valor de la primera cuota es de $ 1 000 000, considerando que los demás elementos del producto son iguales.
16. Cuál sería el valor presente de un producto financiero de ahorro programado, con un plazo de 24 meses y una tasa de interés del 0.5 % mensual, si el primer ahorro se realiza un mes después de firmado el contrato de apertura de cuenta, el valor inicial es de $ 1 000 000 y cada mes hay un incremento del 4 % del valor del ahorro anterior.
17. Determinar el valor presente del producto de ahorro programado del punto anterior si la tasa de interés que ofrece es el 1 % mensual y el valor del incremento periódico es del 1 % mensual.
18. Partiendo de la información del numeral 16, establecer el valor que se recibirá al final del plazo.
19. Si el producto financiero del numeral 16, a cambio de incrementar la cuota mensualmente en el 4 %, presenta una disminución mensual en el mismo porcentaje, averiguar el valor presente del ahorro.
20. Un fondo de pensiones desea conocer cuál sería el valor ahorrado que debería tener uno de sus afiliados antes de empezar a recibir su pensión, si el afiliado espera recibir $ 2 000 000 mensuales, que se incrementen cada año con la cifra promedio de incremento del salario mínimo, que se estima en el 5 % anual. La tasa de interés que reconoce el fondo es el 6 % anual y se espera que la pensión se reconozca por veinte años.

Respuestas Apéndice B

1. $F = \$1\,061\,364$
2. $F = \$1\,159\,274$
3. $P = \$19\,361\,084$
4. $C = \$1\,771\,241$
5. $C = \$799\,946$
6. $P = \$34\,764\,910$
7. $C = \$875\,075$
8. $C = \$715\,605$
9. $C = \$1\,025\,729$
10. $F = \$61\,010\,028$
11. $C = \$2\,240\,000$
12. $P = \$308\,163\,209$
13. $P = \$9\,034\,833$
14. $F = \$9\,478\,174$
15. $P = \$8\,505\,773$
16. $P = \$36\,403\,621$
17. $P = \$23\,762\,376$
18. $F = \$41\,032\,697$
19. $P = \$14\,820\,861$
20. $P = \$425\,731\,747$

Capítulo 3

Análisis financiero

▸ Introducción

Los resultados de la operación de una empresa se presentan de forma regular en un documento que recoge las actividades y logros más importantes que se alcanzaron durante un periodo determinado. Por lo general este escrito se denomina informe de gestión e incluye aspectos relacionados con responsabilidad social empresarial, cuidado del medio ambiente y de la comunidad, actividades desarrolladas en beneficio de los trabajadores vinculados a la empresa, relación de la empresa con sus clientes, proveedores, acreedores financieros y de manera muy especial los resultados financieros que les interesan en primer lugar a los propietarios y a quienes de una u otra forma puedan tener interés en ella. El informe se elabora basado en diferentes capítulos que tratan de mostrar que a cada uno de sus *stakeholders* le fueron atendidas sus necesidades de la mejor manera. Uno de esos capítulos del informe de gestión es, para muchos, el más importante porque refleja los resultados financieros de la empresa, que a su vez recogen el producto de toda su actividad operativa con cifras que se resumen de manera sistemática en los estados financieros consolidados.

La legislación de cada país establece los estados financieros mínimos obligatorios y la normatividad según la cual las empresas los deben elaborar y presentar, tanto a sus partes interesadas, como a las autoridades gubernamentales y regulatorias correspondientes. Un importante número de países en el mundo, entre ellos Colombia, al manto de una globalización financiera que exige buscar la estandarización en la presentación de información, tratando de lograr una más fácil interpretación y comparación, se ha acogido a la elaboración y presentación de estados financieros acordes con los principios y parámetros de las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF). Teniendo en cuenta estas normas existen cuatro estados financieros obligatorios que se deben presentar periódicamente: estado de situación financiera, estado de resultados integral, estado de cambios en el patrimonio y estado de flujos de efectivo, acompañados de unas explicaciones muy claras sobre las cifras que se resumen en ellos, mediante información complementaria denominada Notas a los Estados Financieros.

Cada uno de estos documentos registra una información diferente sobre los resultados de la empresa en el periodo de análisis.

Estado de situación financiera

Es un documento compuesto por tres grandes grupos de cuentas (activo, pasivo y patrimonio), que presenta en cifras, de manera muy resumida lo que posee la empresa y la forma como se financia. Las cuentas agrupadas en el activo muestran la información sobre los bienes tangibles e intangibles de la empresa, bien sea para su operación o inversión fuera de ella. En otra agrupación general se presenta la forma como se financian estas posesiones de la empresa, reflejadas en el activo. Esto puede ser a partir de dos fuentes: financiación con terceros y financiación proveniente de los dueños de la empresa o accionistas (según sea el caso). En el primer caso se presentan en la agrupación denominada pasivos y en el segundo recibe el nombre de patrimonio. La suma de la financiación contemplada en el pasivo y en el patrimonio debe ser igual a la suma total de activos, para que se dé cumplimiento a lo que contablemente se conoce como la ecuación fundamental: Activos = Pasivos + Patrimonio. Gráficamente la ecuación se representa como aparece en la figura 80:

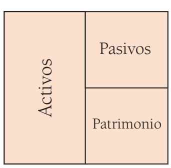


Figura 80. Modelo de estado de situación financiera

El estado de situación financiera se caracteriza por presentar información de la empresa agrupada en los componentes mencionados, con corte a una fecha determinada. La legislación tributaria obliga a que esta información corresponda al año fiscal, que resume la información de las operaciones del periodo comprendido entre el 01 de enero y el 31 de diciembre del correspondiente año. La información se presenta con corte al último día del periodo, es decir, al 31 de diciembre. Por tener corte a una fecha específica es un estado financiero estático, que no muestra el comportamiento del periodo completo, sino que se asimila a una fotografía tomada a último momento del periodo. Una adecuada gestión empresarial sugiere la elaboración y presentación de estados financieros, no con la frecuencia exigida por los entes regulatorios del gobierno, sino con una mayor frecuencia, de tal forma que permita conocer en rangos de tiempo más pequeños los resultados que se van obteniendo, para determinar si se están cumpliendo los propósitos trazados. Esta mayor frecuencia puede ser semestral, trimestral o incluso mensual. Así, se reforzarán las actividades que produzcan buenos resultados o se reorientarán los procesos que no estén contribuyendo a lograr los objetivos y metas trazados previamente, mediante procesos presupuestales.

▶ Estado de resultados integral

Junto con el estado de situación financiera, se ofrece la información más importante y de más fácil análisis sobre el comportamiento y resultados de la empresa. Este documento se puede analizar separado en dos partes: los resultados de la operación de la empresa y los resultados de la financiación y de otras actividades que no son propias del negocio principal al que esta se dedica. Su presentación se hace conjuntamente y con la misma periodicidad que los demás estados financieros, tanto para dar cumplimiento a las normas tributarias y regulatorias, como para el análisis de sus administradores y partes interesadas.

El estado de resultados integral expone la información de la empresa, no a una fecha específica como el estado de situación financiera, sino dentro de un rango de fechas. De este modo, si corresponde a un año fiscal, su información incluiría lo ocurrido entre el 01 de enero y el 31 de diciembre del año correspondiente. Este documento resume todos los resultados operativos y no operativos, entre ellos los ingresos por ventas o servicios prestados, sus costos y gastos, utilidad producida por la actividad principal de la empresa, llamada utilidad operativa; gastos financieros e impuestos, hasta llegar a determinar la utilidad neta obtenida en el periodo. Gráficamente el estado de resultados integral se representa tal como lo muestra la figura 81.

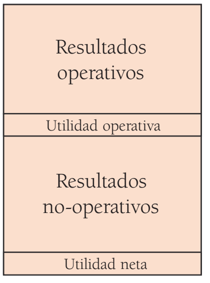


Figura 81. Modelo de estado de resultados integral

El análisis financiero se realiza en los cuatro estados financieros mencionados, pero con especial énfasis en el estado de situación financiera y el estado de resultados integral; para este propósito se vale de una serie de indicadores de distinta índole, que analizan diferentes aspectos de la empresa y de lo que se conoce como análisis horizontal y vertical.

Una herramienta sencilla pero poderosa de análisis de estados financieros es el análisis horizontal y análisis vertical, porque permite conocer el comportamiento de cada cuenta de forma individual.

Análisis vertical

Consiste en obtener relaciones entre los valores de cada una de las cuentas que componen el estado de resultados integral o el estado de situación financiera, con el valor de una cuenta que se toma como referente general. Cuando el análisis se enfoca en el estado de resultados, la cuenta que es tomada como referencia en la mayoría de los casos suele ser el valor total de los ingresos del periodo. Mientras que, si se analiza el estado de situación financiera, se acostumbra a tomar como referencia el valor del total de activos para el análisis de las cuentas del activo o el total de pasivos más patrimonio para cada una de las cuentas que componen el lado derecho del estado de situación financiera, es decir, el pasivo y el patrimonio. La importancia de este análisis radica en la determinación del porcentaje que representa cada una de las cuentas examinadas, respecto al valor total, con lo que se obtiene una idea general de la importancia relativa de cada una de ellas.

El valor de las relaciones calculadas toma aún más importancia cuando se compara con uno de los siguientes elementos:

1. Con los resultados esperados del periodo, que por lo general tienen que ver con proyecciones elaboradas y con objetivos claramente definidos con anticipación.
2. Con resultados de periodos anteriores de la empresa, lo que permite conocer la tendencia del comportamiento de cada una de las cuentas.
3. Cuando se compara con resultados de empresas pertenecientes al mismo sector económico o a la misma industria en general.

En el primer caso, los resultados esperados, obtenidos gracias a proyecciones elaboradas previamente, son una fuente de comparación importante de los resultados del periodo, debido a que son un reflejo cuantitativo de los propósitos, metas y objetivos en el corto, mediano y largo plazos de la empresa. Cuando la organización traduce elementos de su planeación estratégica en cifras, entre ellos la visión, mediante la elaboración de presupuestos que permitan apuntar de manera concreta hacia el logro de los propósitos estratégicos, resulta de gran importancia realizar el proceso de comparación con los resultados obtenidos en cada periodo, para determinar si se está avanzando adecuadamente, o no, hacia el cumplimiento de esos objetivos.

En el segundo caso, se podrá conocer si los resultados obtenidos en el periodo de análisis son superiores, iguales o inferiores a los de periodos anteriores. Igualmente posibilita conocer si existe una tendencia definida o no de los resultados. Aunque son más importantes los resultados proyectados y los que se esperaban obtener en el periodo de análisis, en comparación con los pasados, es necesario reconocer la importancia de saber cuál es la tendencia de los resultados, para determinar si existe una condición de mejora, desmejora o mantenimiento de las condiciones existentes.

Los resultados de cada periodo también encuentran un muy buen referente de comparación en los resultados de compañías que se dedican a la misma actividad económica. Esta comparación da a conocer de qué forma se comporta la empresa respecto a otras que se enfrentan a los mismos mercados, a las mismas variables económicas y a los mismos riesgos de la industria en general, de tal forma que da una idea sobre el nivel de eficiencia de los recursos y la gestión empresarial.

Análisis horizontal

Una forma adicional de estudiar un estado financiero es el análisis horizontal, es decir, comparar los resultados obtenidos en un periodo específico y los resultados alcanzados en periodos anteriores. Este se puede realizar tanto en términos absolutos como porcentuales, para conocer las variaciones que se presentaron en cada una de ellas, a diferencia del análisis vertical que realiza el comparativo con cifras del mismo año que se está analizando.

Sin embargo, el análisis horizontal también se hace en términos relativos a partir de los datos obtenidos del análisis vertical, lo que significa que es posible efectuar un análisis de cada cuenta en ambos sentidos: vertical y horizontal, que conduzcan a un análisis mucho más completo.

Para entender mejor el análisis de estados financieros se toma información resumida de Cementos Argos S. A., que opera en Norte, Centro y Sur América, y presenta los resultados financieros de forma periódica como parte del informe de gestión que cubre logros en diferentes aspectos de la compañía. Aunque los beneficios anuales más recientes dispuestos al público son de 2018, en la tabla 3 se registra información adicional de años anteriores.

Tabla 3. Estado de resultados integral Cementos Argos año 2018 y anteriores[19]

Detalle	Año[a, b]			
	2015	2016	2017	2018
Ingresos operacionales ($)	7 912 003	8 517 382	8 532 913	8 417 604
Costo de ventas ($)	6 097 927	6 595 353	6 970 156	6 852 288
Utilidad bruta	**1 814 076**	**1 922 029**	**1 562 757**	**1 565 316**
Gastos operacionales ($)				
Administración	598 662	699 310	683 835	625 529
Ventas	264 387	263 373	254 229	260 317
Otros ingresos y gastos operativos	(11 842)	23 015	69 556	145 641
Utilidad operacional	**939 185**	**982 361**	**694 249**	**825 111**
Otros ingresos (gastos) no operativos ($)				
Gastos financieros	274 963	340 828	406 094	414 638

19 Infomación tomada de www.argos.com.co

Detalle	Año[a, b]			
Otros ingresos	33 107	30 157	8285	16 193
Otros gastos	787	1824	4901	12 203
Utilidad antes de impuesto de renta ($)	**696 542**	**669 866**	**291 539**	**414 463**
Provisión impuesto renta	126 905	107 354	213 125	123 029
Utilidad neta ($)	**569 637**	**562 512**	**78 414**	**291 434**

[a] Cifras en millones de pesos; [b] Periodo enero 01-diciembre 31.

El análisis vertical se realizará acopiando la cifra de ingresos operacionales como referente, para determinar el comportamiento de los demás rubros que componen el estado de resultados integral durante 2018. Así, se calcula la relación de cada uno de los rubros con el ingreso operacional como se muestra a continuación.

Para el caso del costo de ventas,

Costo de ventas $6 852 288

Ingresos operacionales $8 417 604

$$\text{Valor relativo del costo de ventas} = \frac{6\,852\,288}{8\,417\,604} = 0.8140 \text{ x } 100 = 81.4\,\%$$

El resultado de esta relación indica que el costo de ventas representa el 81.4 % de los ingresos de la compañía, la porción más significativa respecto al resto de costos y gastos, lo que obliga a poner especial interés en este rubro y a hacer un seguimiento detallado de su comportamiento mes a mes, para mantenerlo en un porcentaje que permita a la empresa ser competitiva en el mercado y contribuir favorablemente a la generación de valor.

El mismo procedimiento se aplica a cada una de las cifras que componen el estado de resultados integral, para llegar a convertir cada cifra en un porcentaje respecto a los ingresos operacionales, como lo muestra la tabla 4 que toma los ingresos de la empresa en 2018 como referente para relacionarlos con cada una de las cuentas. En esta tabla la primera columna se expresa en millones de pesos, mientras la segunda columna para el mismo año presenta las cifras en porcentajes respecto a los ingresos durante el mismo periodo.

Tabla 4. Análisis vertical Estado de resultados integral Cementos Argos año 2018

Estado de resultados integral Cementos Argos Entre el 01 de enero y el 31 de diciembre Cifras en millones de pesos y porcentaje	2018 ($)	2018 (%)
Ingresos operacionales	8 417 604	100.00
Costo de ventas	6 852 288	81.40
Utilidad bruta	**1 565 316**	18.60
Gastos operacionales		
Administración	625 529	7.43
Ventas	260 317	3.09
Otros ingresos y gastos operativos	145 641	1.73
Utilidad operacional	**825 111**	9.80
Otros ingresos (gastos) no operativos		
Gastos financieros	414 638	4.93
Otros ingresos	16 193	0.19
Otros gastos	12 203	0.14
Utilidad antes de impuesto de renta	**414 463**	4.92
Provisión impuesto renta	123 029	1.46
Utilidad neta	**291 434**	3.46

La obtención de las cifras en términos relativos aporta valor cuando se analiza un solo año y también cuando se comparan los valores relativos de años consecutivos. Así, a partir del estado de resultados de la empresa Cementos Argos de la tabla 5, expresados en millones de pesos se obtiene un análisis mucho más profundo.

Tabla 5. Estado de resultados integral Cementos Argos comparativo 2015 a 2018

Detalle	Año[a, b]			
	2015	2016	2017	2018
Ingresos operacionales ($)	7 912 003	8 517 382	8 532 913	8 417 604
Costo de ventas ($)	6 097 927	6 595 353	6 970 156	6 852 288
Utilidad bruta	**1 814 076**	**1 922 029**	**1 562 757**	**1 565 316**
Gastos operacionales ($)				
Administración	598 662	699 310	683 835	625 529
Ventas	264 387	263 373	254 229	260 317
Otros ingresos y gastos operativos	(11 842)	23 015	69 556	145 641
Utilidad operacional	**939 185**	**982 361**	**694 249**	**825 111**
Otros ingresos (gastos) no operativos ($)				
Gastos financieros	274 963	340 828	406 094	414 638
Otros ingresos	33 107	30 157	8.285	16 193
Otros gastos	787	1824	4901	12 203
Utilidad antes de impuesto de renta ($)	696 542	669 866	291 539	414 463
Provisión impuesto renta ($)	126 905	107 354	213 125	123 029
Utilidad neta ($)	**569 637**	**562 512**	**78 414**	**291 434**

[a] Cifras en millones de pesos; [b] Periodo enero 01-diciembre 31.

Cada una de las cifras dispuestas en la columna de porcentaje del estado de resultados integral de la tabla 4 presenta la información de su peso relativo respecto a un valor total, lo que se convierte en importante información para los directivos y analistas de la compañía. Sin embargo, un mayor aprovechamiento de esta información se logra cuando no se analiza solo el resultado del año de interés, sino cuando se compara con los resultados de años anteriores como lo muestra la tabla 6, que corresponde al mismo estado de resultados integral de la tabla anterior (tabla 5), pero con las cifras expresadas en términos porcentuales, tomando como referente los ingresos operativos de cada uno de los años considerados.

Tabla 6. Estado de resultados integral Cementos Argos
(en % respecto a ingresos anuales)

Detalle	Año[a, b]			
	2015	2016	2017	2018
Ingresos operacionales (%)	100.00	100.00	100.00	100.00
Costo de ventas	77.07	77.43	81.69	81.40
Utilidad bruta (%)	**22.93**	**22.57**	**18.31**	**18.60**
Gastos operacionales (%)				
Administración	7.57	8,21	8.01	7.43
Ventas	3.34	3.09	2.98	3.09
Otros ingresos y gastos operativos	-0.15	0.27	0.82	1.73
Utilidad operacional (%)	**11.87**	**11.53**	**8.14**	**9.80**
Otros ingresos (gastos) no operativos (%)				
Gastos financieros (%)	3.48	4.00	4.76	4.93
Otros ingresos	0.42	0.35	0.10	0.19
Otros gastos	0.01	0.02	0.06	0.14
Utilidad antes de impuesto de renta	8.80	7.86	3.42	4.92
Provisión impuesto renta	1.60	1.26	2.50	1.46
Utilidad neta	**7.20**	**6.60**	**0.92**	**3.46**

[a] Cifras en porcentajes respecto a ingresos anuales; [b] Periodo enero 01-diciembre 31.

El análisis de los resultados del análisis vertical del año de interés cuando se compara cada cifra con los de los años anteriores, es decir, cuando se realiza un análisis horizontal permite una información mucho más valiosa aún, como determinar cuál es el comportamiento de la cuenta de análisis a lo largo de los años (figura 82).

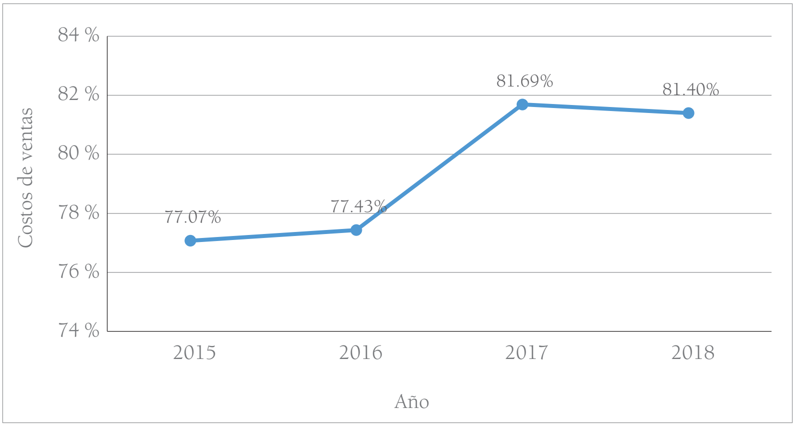


Figura 82. Comportamiento histórico del costo de ventas en el periodo 2015-2018
Fuente: Cementos Argos S. A.

Con la combinación del análisis vertical y el horizontal se extrae información realmente valiosa para el análisis de los resultados de la compañía. Así en el caso de la cuenta del costo de ventas analizado en la cementera, tanto las cifras en porcentaje como el gráfico muestran su comportamiento, que en el último año puede ser favorable si se trata de una disminución porcentual del 0.29 % cifra que, aunque pueda parecer minúscula, cuando se compara con el valor de los ingresos operativos resulta bastante alta en términos absolutos.

Ingresos operativos	=	$ 8 417 604
Disminución del costo de ventas 2018	=	0.29 %
Cálculo de la disminución del costo de ventas en pesos	=	8 147 604 x 0.29 % = $ 23 628 051 600

La disminución del costo de ventas en 2018, respecto a 2017 representó un ahorro en costos operativos de más de $ 23 000 000 000, si se tiene en cuenta que las cifras del estado de resultados integral están expresadas en millones de pesos. Pero el análisis de esta cuenta no termina ahí, porque si se compara el resultado con años anteriores, como 2016 y 2015, se encuentra un incremento porcentual de los costos de cerca de 4 puntos porcentuales, lo que significa un incremento desproporcionado en cuanto a lo que la cifra representa en pesos. Pero si se quiere conocer más sobre la causa de ese incremento porcentual tan elevado de los costos de ventas respecto a dos años antes, el análisis vertical o el horizontal no podrá suministrar la respuesta, pero sí generar importantes interrogantes sobre una de las cuentas analizadas. Precisamente este es el propósito de este tipo de análisis, encontrar aspectos que llamen la atención y acopiar elementos sobre la ruta para encontrar más información que ayude a determinar las razones que expliquen los resultados y, además, que permitan conocer en qué áreas de la empresa se deben tomar acciones para alcanzar los resultados esperados.

Análisis por medio de indicadores

A pesar de ser muy sencilla en su cálculo, esta herramienta de análisis puede arrojar resultados muy interesantes desde el punto de vista gerencial, ya que permite relacionar cuentas que ofrecen como resultado una cifra puntual que se interpreta en relación con algunos de los propósitos financieros empresariales, entre ellos, liquidez, rendimiento de la inversión, eficiencia y endeudamiento. La utilización de cada indicador de análisis financiero debe llevar a los siguientes cuestionamientos, para tener claridad sobre cómo medirlos e interpretarlos.

¿Cómo se calcula?
¿Qué se pretende medir?
¿Cuál es la unidad de medida?
¿Qué podría indicar un valor alto o bajo?
¿Cómo podría mejorarse esa medida?

Una vez se responda cada pregunta, podrá utilizarse.

Existen cuatro grandes categorías de indicadores, que miden aspectos específicos y de gran interés para la dirección de la compañía y las partes interesadas. Ellos son: indicadores de liquidez, de endeudamiento, de rendimiento y de actividad.

Indicadores de liquidez

Estos dan a conocer al analista los recursos de los que dispone la empresa para afrontar sus obligaciones en el corto plazo. Para el efecto, tiene en cuenta las cuentas del activo corriente y del pasivo corriente, a fin de establecer si sus activos, que son convertibles en dinero en efectivo en corto tiempo, serían suficientes para cubrir sus obligaciones en el corto plazo. Los más utilizados son:

- Razón corriente
- Prueba ácida
- Capital de trabajo neto

Razón corriente

Se calcula como una relación entre el activo y el pasivo corrientes (3.1):

$$\text{Razón corriente} = \frac{\textit{Activo corriente}}{\textit{Pasivo corriente}} \tag{3.1}$$

El resultado de esta relación es una cifra en valor absoluto, que indica el número de veces que el activo corriente alcanza a cubrir el pasivo corriente, en caso de que la empresa dejara de operar en el momento en que se analiza y que con los activos corrientes tuviera que responder por las obligaciones contraídas en el corto plazo. El valor que arroja el cálculo de este indicador puede oscilar alrededor de o ser igual a uno. En general el analista financiero estará interesado en conocer si el valor es igual a uno, menor que uno o superior a uno. En caso de que sea inferior a este valor significa que los activos corrientes no alcanzan para cubrir las deudas en el corto plazo. Si es igual a uno se interpreta como que el valor de los activos corrientes de la empresa alcanza para cubrir exactamente el valor de los pasivos de corto plazo.

Mientras que, si es superior a uno, quiere decir que el valor de los activos corrientes alcanzaría a cubrir los pasivos en el corto plazo e incluso sobraría dinero. Aunque dependiendo de la actividad principal de la organización, de su estructura financiera y demás aspectos de las empresas pertenecientes a cada sector de la economía tienen sus particularidades, que las podría hacer diferir del nivel de liquidez y disponibilidad de cobertura sobre el pasivo corriente, en términos generales muchos analistas creen que una razón corriente de uno (1) es la más adecuada, porque permite la tranquilidad de que los activos corrientes de la empresa alcanzarían para atender las obligaciones en el corto plazo.

Un resultado inferior a uno puede ser no favorable, debido a que podría ponerla en dificultades cuando se venzan las obligaciones de corto plazo. Entre tanto, un indicador con un valor superior a uno puede interpretarse como la disponibilidad de recursos en el activo corriente para responder tranquilamente por las obligaciones registradas en el pasivo corriente.

Sin embargo, esta última situación podría dar lugar a interpretaciones respecto a excedentes de liquidez en la empresa sin que se le saque el adecuado provecho, es decir, podría pensarse en el manejo ineficiente de recursos disponibles sin que se generara retribución económica por ellos.

Este razonamiento se justifica en el sentido de que el aporte que hacen los activos corrientes a la generación de rendimiento y de valor en la empresa es mínimo o en algunos casos ninguno; porque el propósito fundamental de los activos corrientes es atender de forma inmediata la operación cotidiana de la empresa, relacionada con el pago a proveedores, nómina y atención de costos y gastos. Por tanto, puede decirse que una cifra adecuada del indicador razón corriente es lo más cercana a uno, reiterando que se debe acudir a las particularidades de la industria a la que pertenece la compañía para determinar una cifra más precisa que pueda apreciarse como adecuada o satisfactoria.

Pero el análisis de este indicador no debe terminar con el cálculo de una cifra y la determinación de su cercanía o no del valor uno, su análisis se debe complementar con un comparativo de vencimiento de obligaciones y expectativa de generación de ingresos en efectivo, para establecer si hay coincidencia entre las fechas y valores de los ingresos esperados y las fechas y valores de las diferentes obligaciones en el corto plazo. Este análisis dará una visión más cercana a la realidad sobre las necesidades o excedentes de liquidez de la empresa en el corto plazo, y a su vez deberá ser el punto de partida para tomar decisiones que lleven a la coincidencia entre fechas y valores de ingresos y obligaciones.

Ejemplo 3.1

El siguiente es un ejemplo de cálculo del indicador de liquidez:

La compañía presenta las siguientes cuentas y cifras de activos corrientes:

Disponible (caja y bancos)	$ 9 500 000
Inversiones a corto plazo	$ 18 700 000
Inventarios	$ 36 300 000
Total activos corrientes	$ 64 500 000

Mientras que el pasivo de corto plazo registra las siguientes obligaciones:

Obligaciones laborales de corto plazo	$ 20 600 000
Cuentas por pagar a proveedores	$ 13 800 000
Obligaciones bancarias a corto plazo	$ 28 000 000
Total pasivos corrientes	$ 62 400 000

La aplicación de la fórmula del índice de liquidez sería:

$$\text{Razón corriente} = \frac{64\,500\,000}{62\,400\,000} = 1.034$$

Lo que indica que la empresa tiene activos corrientes para pagar 1.034 veces las obligaciones en el corto plazo. En otras palabras, la empresa dispone de $ 1.034 de activo corriente para responder por cada peso que la empresa debe pagar en el corto plazo. Es una cifra muy cercana a uno, lo que daría lugar a interpretar dos cosas favorables respecto a la liquidez: 1) tiene la tranquilidad de que en el corto plazo posee los recursos para atender sus obligaciones también de corto plazo y 2) no tiene recursos de liquidez ociosos; por tanto, hace un uso eficiente de los activos que posee en el corto plazo y que mantiene como una especie de garantía de pago de sus obligaciones en este periodo.

A continuación, se plantea otro ejemplo de índice de liquidez.

Ejemplo 3.2

Suponga que la información contable de la misma empresa, un año atrás es la siguiente:

Activos corrientes	
Disponible (caja y bancos)	$ 12 000 000
Inversiones a corto plazo	$ 6 400 000
Inventarios	$ 18 200 000
Total activos corrientes	$ 36 600 000
Obligaciones de corto plazo	
Obligaciones laborales a corto plazo	$ 18 800 000
Impuestos por pagar a corto plazo	$ 16 800 000
Obligaciones bancarias a corto plazo	$ 7 500 000
Total pasivos corrientes	$ 43 100 000

La aplicación de la fórmula del índice de liquidez dará como resultado,

$$\text{Razón corriente} = \frac{36\,600\,000}{43\,100\,000} = 0.84$$

Este indicador dice que hay 0.84 pesos en activos corrientes, para responder por cada peso que se debe en el corto plazo. En otras palabras, los recursos disponibles no son suficientes en el activo corriente para cancelar las obligaciones registradas en el pasivo corriente de la empresa. Es evidente que la gerencia preferirá tener un indicador de liquidez como en el ejemplo 3.1, cercano y ligeramente superior a uno, sobre este último resultado, que indica un déficit de activos con mayor liquidez, respecto a sus obligaciones en el corto plazo. Sin embargo, es importante resaltar que no necesariamente el primer caso es una situación ideal ni que el segundo sea un mal indicador de liquidez; todo dependerá específicamente de las fechas en que se reciban los ingresos, en contraste con las fechas en que se debe responder por las obligaciones. De este modo, el solo resultado del indicador deberá facilitar un análisis más detallado y con un mayor nivel de profundidad sobre el presupuesto de ingresos y erogaciones en efectivo en el corto plazo.

El indicador de liquidez, además de ser de interés para la gerencia, lo es para los acreedores financieros y para los proveedores, que esperan que la empresa cumpla con sus obligaciones en el corto plazo. Por tal razón, un indicador de liquidez alto será motivo de tranquilidad y confianza para ellos. Mientras mayor sea este indicador, mayor será esa tranquilidad y confianza. De hecho, un indicador con resultado superior a dos o tres es muy bueno para atender las operaciones de la empresa, y entre más alto sea, mayor será la cantidad de recursos disponibles que no están siendo aprovechados adecuadamente para la generación de rentabilidad, es decir, se corre el riesgo o efectivamente se está incurriendo en la tenencia de recursos ociosos que no contribuyen a la generación de valor.

A pesar de la importancia de este indicador y de su cálculo e interpretación casi obligada por quienes elaboran y analizan estados financieros, es necesario tener cuidado con su interpretación, porque de entrada se está partiendo del supuesto de que la empresa dejaría de operar al momento del análisis y lo que menos desea cualquier analista financiero o directivo de compañía es que eso ocurra. Por el contrario, se desea analizar la organización en plena operación y en el contexto en el que normalmente se desenvuelve. Por otro lado, también debe mirarse qué tan cercano o no al precio de mercado se encuentra el valor de las cuentas incluidas en el cálculo de los activos corrientes, en caso de tener que liquidarla.

El valor del disponible, tanto en efectivo, en bancos, como en inversiones, que aparece en el estado de situación financiera, por lo general es muy cercano y en la mayoría de las veces exactamente igual a su valor de mercado, lo que no sucede con el valor de los inventarios, por lo que este índice, antes de ser una cifra exacta a precios de mercado de los activos con que se podrían cancelar las obligaciones en el corto plazo, es más un referente general que compara los activos que más podrían convertirse en dinero en efectivo, con el propósito de pagar las obligaciones del corto plazo. Para subsanar la posible diferencia que pueda existir en la valoración de los inventarios para el cálculo del índice de liquidez, existe otro indicador que corrige esta situación, mediante la exclusión del valor de esta cuenta, como la denominada prueba ácida.

Prueba ácida

Este indicador es muy similar al de liquidez, porque está compuesto por los mismos elementos, excepto porque se excluyen los inventarios, y es de gran importancia para las compañías que manejan grandes volúmenes de inventarios. Por ello es posible que los resultados de este indicador resulten inferiores a uno, lo que no significa, necesariamente, que la empresa se encuentra en situación desfavorable de liquidez. También es fundamental para depurar un poco la información, cuando en los inventarios existen productos de baja circulación, cercano a su nivel de obsolescencia o deterioro, que difícilmente se podrían convertir en la cantidad de dinero en efectivo en que se encuentran valorados según el sistema contable. Su fórmula de cálculo es la siguiente (3.2):

$$\text{Prueba ácida} = \frac{\text{Activo corriente} - \text{inventarios}}{\text{Pasivo corriente}} \tag{3.2}$$

Ejemplo 3.3

Si se aplicara la prueba ácida con los datos del ejemplo 3.1, su cálculo sería:

$$\text{Prueba ácida} = \frac{64\,500\,000 - 36\,300\,000}{62\,400\,000} = 0.45$$

Lo que se interpretaría diciendo que la empresa tiene como respaldo en su activo corriente, excluyendo los inventarios, 0.45 pesos, por cada peso que tiene que pagar en el corto plazo. Si los inventarios no fueran liquidables fácilmente para atender sus obligaciones en el corto plazo, sería un indicador de liquidez muy desfavorable, que obligaría a la gerencia a tomar acciones inmediatas para su solución.

En este indicador no es posible determinar una cifra estándar como la más adecuada aplicable a la generalidad de empresas, porque depende de sus propias características, más específicamente si maneja inventarios, de sus volúmenes y especificidades. Entonces, el análisis lo deberá orientar la comparación entre las empresas del sector a la que pertenece y los datos históricos que permitan analizar su evolución en los diferentes periodos analizados.

Capital de trabajo neto

Este indicador, como complemento de la razón corriente, se expresa en términos monetarios y se acompaña del signo del resultado, que muestra el exceso o déficit de los activos corrientes, respecto a las obligaciones que tiene a corto plazo. Así, la gerencia podrá determinar la cuantía de los recursos excedentes o requeridos, según sea el caso, para cumplir con los compromisos adquiridos. Su fórmula de cálculo está determinada por la siguiente expresión (3.3):

$$\text{Capital de trabajo neto} = \text{activo corriente} - \text{pasivo corriente} \quad (3.3)$$

Ejemplo 3.4

Si se asume la información financiera del ejemplo 3.1, se tendrá lo siguiente:

Capital de trabajo neto $64 500 000 – $62 400 000

Capital de trabajo neto + $2 100 000

Esto significa la existencia de un capital de trabajo neto de $2 100 000 o un excedente de recursos para atender sus obligaciones inmediatas, que como se mencionó anteriormente, se debe complementar con un análisis de fechas y montos de ingresos esperados, respecto a las fechas y valores de las obligaciones.

Ejemplo 3.5

Retomando la información del ejemplo 3.2 para calcular el capital de trabajo neto, se tiene:

Activos corrientes	\$ 36 600 000
Pasivos corrientes	\$ 43 100 000
Capital de trabajo neto	\$ 36 600 000 – \$ 43 100 000
Capital de trabajo neto	- \$ 6 500 000

Lo que indica claramente la existencia de un déficit de recursos del activo corriente para sufragar las obligaciones de corto plazo, por valor de \$ 6 500 000. Esta situación genera una alerta y obliga a una revisión exhaustiva de cada uno de los rubros con que se construyó el indicador, hasta llegar a un análisis de fechas esperadas en que se obtendrán los ingresos, para establecer la capacidad de responder por las obligaciones en las distintas fechas de sus vencimientos. Una vez realizado este análisis se dispondrá de la información necesaria para tomar las decisiones concretas como la revisión del periodo de cobro a clientes, los volúmenes de manejo de inventarios, el plazo de pago a proveedores, la necesidad de refinanciación de la deuda, para pasarla de corto a largo plazo o la necesidad de adquisición de un nuevo endeudamiento.

También se debe tener en cuenta que el hecho de no alcanzar una cifra deseada de un indicador en determinado periodo, no significa un resultado totalmente negativo; es necesario analizar si existía un objetivo definido para ese indicador, porque muchas veces la empresa viene en un proceso de recuperación y se planea alcanzar la cifra deseada después de varios periodos; en consecuencia, si al realizar el análisis de liquidez, no se ha logrado el objetivo del periodo, pero la tendencia de varios de ellos muestra un camino que va hacia el cumplimiento de ese propósito, el resultado puede ser satisfactorio. Por el contrario, si se viene de una tendencia favorable o de unos resultados del indicador que satisfacen lo esperado, pero en el periodo de análisis se muestra un resultado contrario a esos antecedentes, sería motivo de alarma que amerita poner atención a esos resultados.

Si se observa el caso de los ejemplos 3.2 y 3.5 que presentaron, respectivamente, una razón corriente de 0.84 y un capital de trabajo neto de -\$ 6 500 000: en una primera información, antes de realizar un análisis profundo, dice que la empresa no tiene respaldo económico en el corto plazo para atender sus obligaciones. Sin embargo, cuando se acude a la información del comportamiento histórico del indicador, así como al objetivo previsto para este periodo se advierten los valores de la tabla 7.

Tabla 7. Razón corriente y capital de trabajo neto

	Año				
Indicador	-3	-2	-1	Actual	Objetivo
Razón corriente	0.58	0.65	0.72	0.84	0.80
Capital de trabajo neto ($)	-11 320 000	-9 750 000	-8 400 000	-6 500 000	-7 000 000

Esta información muestra una clara tendencia favorable de los indicadores de liquidez (años -3, -2 y -1), hacia el logro de unos resultados que permitan en unos periodos más, estabilizar este índice y generar tranquilidad a la gerencia, los proveedores y los acreedores. Por otro lado, si se compara el resultado del año actual con el objetivo previsto, se encuentra otro resultado favorable, porque se alcanzó uno mejor al esperado. Por todo esto, al analizar el indicador en el último periodo de manera individual, inicialmente se encuentra un resultado desfavorable desde el punto de vista de liquidez; sin embargo, si se mira su tendencia y el objetivo planteado para el año de análisis, se cambia esa percepción de resultado no favorable, porque aunque todavía no se registra un resultado satisfactorio, sí está claro que la empresa va encaminada hacia ese propósito, acercando cada vez más la razón corriente a uno y el capital de trabajo neto a cero.

El análisis de liquidez, además de los índices utilizados para su medición, debe hacer un ejercicio de presupuesto de ingresos, respecto a las obligaciones que se deben atender en periodos cortos, por lo general mensuales, para conocer las necesidades o excedentes de liquidez en el corto plazo y de allí a mediano y largo plazos. Esto, a su vez, permitirá tomar acciones anticipadas para no incurrir en costos financieros excesivos e innecesarios o para no incumplir las obligaciones con sus *stakeholders*.

Adicionalmente, el índice de liquidez también reviste importancia desde el punto de vista comercial y de capacidad empresarial, cuando se trata de compañías que participan en procesos de licitación pública para contratar con entidades del gobierno, porque es común encontrar como requisito que busca conocer la capacidad de la empresa oferente, un índice de liquidez determinado en una cifra específica. Las que participan en este tipo de procesos, además de su preocupación por el manejo de la liquidez adecuada por cuestiones de eficiencia operacional, también deben presentar unos índices de liquidez acordes con lo acostumbrado por las entidades que buscan oferentes por medio de licitaciones o invitaciones públicas.

Así entonces, una razón corriente de dos o de tres, que podría ser interpretada como un exceso de liquidez y en consecuencia que no está contribuyendo eficientemente a la generación de rentabilidad, por otro lado, desde la perspectiva de la necesidad de tener índices que les permitan su participación en este tipo de contrataciones, podría responder a esta necesidad.

Pero el análisis de liquidez no se puede limitar solo al cálculo de los valores que arrojan uno o varios indicadores, para determinar si los resultados son satisfactorios o no. Esto depende de una serie de elementos de diversos tipos que pueden llevar a que los resultados de una compañía, medidos por indicadores de liquidez sean satisfactorios para una, pero no lo sean para otra, incluso para las que se dedican a la misma actividad económica. Asimismo, lo que muestra el indicador es el resultado de una serie de actividades empresariales, en la que participa muchas personas y diferentes áreas para el logro de unos puntos específicos.

Por tanto, la cifra que arroja el indicador es solo una señal que muestra un resultado global, que deberá dar lugar a que el analista se forme una idea general y busque las explicaciones a que haya lugar, primero en los elementos que constituyen el indicador y más adelante en las actividades que desarrolla la empresa para lograr lo esperado. Esa búsqueda de información adicional se debe dar principalmente porque cuando se aplican los indicadores de liquidez vistos, se está realizando un análisis estático, que se aleja totalmente de la realidad sobre la dinámica con la que se gestionan las empresas en el mundo actual. En suma, el análisis debe llegar a otro tipo de índices que permiten cierto nivel de dinamismo en sus mediciones, como los elementos que producen que los rubros que componen el activo corriente y el pasivo a corto plazo den ciertos resultados.

Indicadores de endeudamiento

Otro factor importante del análisis financiero gerencial se relaciona con su nivel de endeudamiento y con el costo y servicio a la deuda. Para este propósito se cuenta con una serie de indicadores que ayuda a entender y a interpretar rápidamente una posible situación financiera de la empresa y a conocer cómo está distribuida su estructura financiera y, en consecuencia, acercarse al nivel de riesgo que enfrentan tanto los acreedores como sus dueños.

Los indicadores más reconocidos y utilizados por los analistas a nivel corporativo son:

- Nivel de endeudamiento
- Endeudamiento a corto plazo
- Endeudamiento respecto a generación de efectivo

En términos generales, cualquier compañía tiene dos opciones para financiar sus inversiones en activos, como el endeudamiento con acreedores financieros y financiación de sus propietarios. Aunque en el corto plazo las empresas se pueden financiar con proveedores, y otras cuentas por pagar a distintos actores como empleados, con impuestos que recaudan y se encuentran pendientes por pagar a las entidades correspondientes, entre otras, el interés de los indicadores de endeudamiento se centra en el endeudamiento que se realiza con propósitos de financiación de activos utilizados para la generación de la rentabilidad en la empresa.

Nivel de endeudamiento

Conocido también como el indicador que muestra la estructura financiera de la empresa, pretende dar a conocer en qué proporción participan los acreedores, respecto a los dueños, en la financiación de los activos. Esta participación puede variar de manera sustancial de una compañía a otra, y en muchos casos la estructura tiene que ver con la actividad a la que se dedique. Así, podrían encontrarse diferentes estructuras como se muestra en la figura 83.

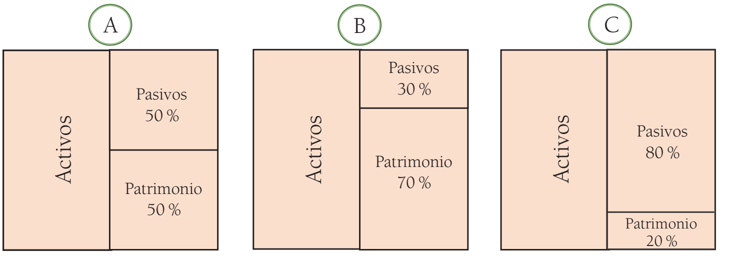


Figura 83. Diferentes estructuras financieras de la compañía

La figura 83 presenta diferentes estructuras financieras en las que la participación de los acreedores en la financiación de sus activos difiere sustancialmente. La figura 83 (A) presenta una estructura financiera equilibrada, con participación de los acreedores para financiar la mitad de los activos, mientras la otra mitad la financian los dueños. La figura 83 (B) presenta un nivel de endeudamiento mucho menor, con alta participación de sus dueños en la financiación de la compañía y la figura 83 (C), por el contrario, muestra un alto nivel de endeudamiento y en consecuencia baja participación porcentual de los propietarios en la financiación de la empresa. El nivel de endeudamiento como indicador se calcula mediante la siguiente relación (3.4):

$$\text{Nivel de endeudamiento} = \frac{\text{Pasivo total}}{\text{Activo total}} \tag{3.4}$$

Ejemplo 3.6

Se supone el siguiente estado de situación financiera (figura 84) de una compañía:

Con la información presentada en el estado de situación financiera de La Serena (como se muestra en el siguiente cuadro) se puede calcular su estructura financiera, a través del índice de endeudamiento.

$$\text{Nivel de endeudamiento} = \frac{227\,200\,000}{432\,250\,000} = 0.5256$$

Compañía La Serena
Estado de situación financiera a 31 de diciembre de 2020
(en pesos)

Activos		**Pasivos**	
Disponible	10 000 000	Cuentas por pagar laborales	5 000 000
Inversiones temporales	25 000 000	Impuestos por pagar	14 600 000
Cuentas por cobrar	37 500 000	Cuentas por pagar proveedores	22 780 000
Inventarios	17 750 000	Obligaciones financieras	42 320 000
Total activo corriente	90 250 000	**Total pasivo a corto plazo**	84 700 000
Maquinaria	82 000 000	Obligaciones financieras	122 000 000
Edificios	225 000 000	Otras cuentas por pagar	20 500 000
Licencias de software	15 000 000	**Total pasivo largo plazo**	142 500 000
Otros activos	20 000 000	**Total pasivo**	227 200 000
Total activo fijo	342 250 000		
		Patrimonio	
Total activos	**432 250 000**	Aporte social	180 000 000
		Utilidades por distribuir	25.050.000
		Total patrimonio	**205 050 000**
		Total pasivo + Patrimonio	**432 250 000**

Figura 84. Estado de situación financiera de La Serena

El nivel de endeudamiento se expresa en términos porcentuales, por tanto, el valor obtenido se multiplica por 100 y se presenta de esta forma:

$$0.5256 \times 100 = 52.56\,\%$$

Lo que implica que el 52.56 % de los activos se financia con deuda, mientras que la cantidad restante (100 % – 52.56 %), el 47.44 % con capital de los dueños. Esta es una estructura financiera similar a la de la figura 83 (A), cercana a un porcentaje de participación relativamente equilibrado entre las dos fuentes generales de financiación de los activos.

Cuando se analiza la estructura financiera de una empresa, un mayor nivel de endeudamiento se interpreta como un mayor nivel de riesgo financiero, debido a que con los acreedores se pactan contratos en los que se especifica que en determinadas fechas se deben cancelar unos valores periódicos denominados servicio a la deuda, que contemplan tanto el pago de intereses sobre el saldo de la deuda como el abono a capital correspondiente. El riesgo del endeudamiento se manifiesta precisamente porque aparte de los resultados de la empresa, los valores del servicio a la deuda se tienen que pagar. Mientras que la financiación con recursos de capital de aporte de los dueños no tiene ese riesgo, debido a que los rendimientos de su inversión se generan únicamente cuando la empresa produce utilidad y disponibilidad de recursos para el pago de sus utilidades o dividendos.

Por otro lado, mientras mayor sea el endeudamiento, mayor será el valor del servicio a la deuda en cada periodo, lo que obliga a la empresa a generar una cantidad importante de recursos con destino al pago de las obligaciones con los acreedores, situación que no favorece en condiciones cambiantes del mercado y en algunas ocasiones las compañías deben enfrentar situaciones desfavorables, que hacen difícil cubrir los costos y gastos operativos.

Esto no quiere decir que la empresa no se deba endeudar, para evitar el riesgo de no contar con recursos para el pago de intereses. Porque el costo de financiación de los dueños es superior al de los acreedores. Como principio fundamental en finanzas, debe existir una relación directa entre rendimiento y riesgo, porque así, quienes invierten como accionistas al asumir un mayor riesgo que los que invierten como acreedores esperan una mayor retribución por su inversión, lo que lleva a determinar un costo de financiación para los propietarios, que parte del costo de los acreedores, más una prima adicional por los diferentes tipos de riesgo que afronta, entre ellos, la posibilidad de no recibir retribución por su inversión en algunos periodos, cuando las condiciones de mercado, económicas o de operación de la compañía no resulten favorables.

Existen varias razones para que los directivos de la empresa consideren el endeudamiento con terceros como una buena fórmula para generar valor, entre ellas se encuentran:

- El costo de financiación con acreedores es menor que el costo de financiación con los dueños de la empresa, porque los primeros asumen menor riesgo con su inversión.
- El valor de los intereses que se pagan a los acreedores son, tributariamente, costos deducibles de impuestos y, por tanto, al descontar de los impuestos la parte correspondiente al pago de intereses, este valor se convierte en una especie de subsidio tributario para disminuir el costo de financiación con terceros.
- El apalancamiento financiero contribuye de manera conveniente a la generación de utilidad neta. Cuando se registra un incremento en las ventas y en los ingresos de la empresa, mientras mayor sea el endeudamiento, mayor será el incremento porcentual que se logra en la utilidad neta.

Así, el endeudamiento con terceros conlleva aspectos no favorables y favorables. Los primeros atañen al riesgo en que incurre la empresa por un elevado endeudamiento que la podría poner en una posición que le dificultaría cumplir con sus obligaciones periódicas; así mismo, este mayor nivel de endeudamiento conduciría a que en la medida en que se incrementan las deudas, su costo sea cada vez más alto, porque es mayor el riesgo que corren los acreedores cuando sea más alto el nivel de endeudamiento. Mientras que los aspectos favorables se resumen en los tres aspectos mencionados: menor costo de financiación en comparación con el costo de los dueños de la empresa, posibilidad de descontar un porcentaje de impuestos por pago de intereses y el apalancamiento financiero, los que en conjunto contribuyen de manera concreta y real a la generación de valor.

Endeudamiento a corto plazo

Además de conocer la estructura financiera de la empresa y entenderla, de acuerdo con sus características y sector económico al que pertenece, un segundo indicador, complementario al mencionado, es el endeudamiento a corto plazo, que hace referencia fundamentalmente a las deudas con acreedores financieros, bien sea con entidades bancarias o por medio de la emisión de bonos y papeles comerciales. El plazo del endeudamiento debe guardar relación de causalidad con el tipo de activos que esté financiando.

El endeudamiento a largo plazo debe financiar activos fijos, mientras que a corto plazo debe financiar inversiones inmediatas, entre ellas, parte del capital de trabajo de la compañía. La fórmula para el cálculo de este indicador es (3.5):

$$\text{Endeudamiento a corto plazo} = \frac{\text{Pasivo a corto plazo}}{\text{Pasivo total}} \qquad (3.5)$$

El resultado de su cálculo es un valor absoluto que al multiplicarse por 100 puede expresarse en términos porcentuales.

Ejemplo 3.7

Cálculo del endeudamiento a corto plazo. Si se toma la información del estado de situación financiera de La Serena, del ejemplo 3.6, se tendrá la siguiente información:

Pasivo a corto plazo	$ 84 700 000
Pasivo total	$ 227 200 000

$$\text{Endeudamiento a corto plazo} = \frac{84\,700\,000}{227\,200\,000} = 0.3728 \text{ x } 100 = 37.28\,\%$$

Lo que significa que el 37.28 % de las deudas que posee la empresa son a corto plazo, con vencimiento inferior a un año, mientras que el valor restante (100 % – 37.28 %), el 62.72 % vence en un plazo superior a un año. Un número más alto del indicador muestra más alto endeudamiento a corto plazo, respecto al endeudamiento total. Es mejor que el endeudamiento se estipule a largo plazo porque le daría más tiempo de cumplir con sus obligaciones. Si su resultado es un alto porcentaje a corto plazo querría decir que la empresa en un periodo inferior a un año debe responder por el pago de unas obligaciones de alto valor, lo que la llevaría a enfrentar dificultades de liquidez.

Un análisis juicioso de los resultados arrojados por los indicadores de endeudamiento a corto y largo plazos obliga a que sean analizados juntamente con los indicadores de liquidez. Así, el valor de 37.28 % de endeudamiento a corto plazo podría ser una cifra favorable o no, dependiendo del resultado de la razón corriente. Si la razón corriente es inferior a uno, después de la revisión exhaustiva de los rubros que contribuyeron a ese resultado, una forma de mejorar la razón corriente podría ser disminuir el endeudamiento en el corto plazo y aumentar el de largo plazo. Una forma de hacerlo podría ser refinanciando la deuda a corto plazo o adquiriendo nuevo endeudamiento con plazo superior a un año para cancelar deudas con vencimiento inferior a este plazo. Al utilizar la estrategia de refinanciación de la deuda se debe tener cuidado con el costo de los intereses, debido a que en términos generales las entidades financieras podrían interpretarla como dificultad para afrontar los compromisos según las condiciones asumidas inicialmente. Por ello es frecuente que las políticas de refinanciación de las entidades financieras vayan acompañadas por un incremento en el costo de la deuda.

Respecto a estrategias de refinanciación de la deuda y otras comúnmente utilizadas para mejorar los resultados empresariales, es necesario advertir que los resultados favorables de los indicadores se deben lograr como producto de sus actividades, de forma natural y sin hacer movimientos entre cuentas para llegar a los valores que se desea. Esto forma parte de los principios de la gobernancia corporativa que deben regir en todo momento el comportamiento de los directivos de las compañías en la actualidad; sin embargo, es lógico que el crecimiento del volumen de actividad de la empresa, sin planearse una adecuada atención al capital de trabajo, podría dar lugar a que el endeudamiento a corto plazo se incremente y en consecuencia la razón corriente disminuya o dé menor que uno. Por este motivo es normal y necesario refinanciar o reemplazar parte de la deuda de corto a largo plazo, para atender esas necesidades de operación fluida y sin contratiempos.

Endeudamiento respecto a la generación de efectivo

Es un indicador que relaciona cuentas del estado de situación financiera, como el valor de la deuda, tanto a corto como a largo plazo y el pago de dividendos, con rubros del estado de resultados integral, como los valores que contribuyen a calcular el EBITDA[20]. La correspondiente fórmula de cálculo es como sigue (3.6):

20 EBITDA: Earnings Before Interest and Taxes plus Depreciation and Amortization. Lo que sería igual que la utilidad operativa más los valores de la depreciación y amortización del periodo correspondiente.

$$\text{Endeudamiento respecto a generación de efectivo} = \frac{\text{Pasivo total}}{\text{EBITDA} + \text{dividendos pagados}} \quad (3.6)$$

El EBITDA, por sí mismo no es un indicador específicamente de la generación de efectivo en la empresa, para esto existe el flujo de caja libre en una de sus diferentes versiones; sin embargo, el EBITDA sí permite un acercamiento a lo que podría ser la generación de flujo de efectivo como producto de los resultados operativos de la compañía, lo que sumado a los dividendos pagados durante el periodo, darían una aproximación a esa capacidad de la empresa de generar recursos para atender sus obligaciones no operativas.

Ejemplo 3.8

Cálculo del indicador de endeudamiento respecto a la generación de efectivo.

Si se asume que La Serena presentó su estado de situación financiera (véase el ejemplo 3.6), y en su estado de resultados integral mostró una utilidad operativa (EBIT) de $ 65 000 000, un valor de depreciación más amortización (DA) de $ 15 000 000 (EBIT + DA = $ 65 000 000 + $ 15 000 000 = $ 80 000 000), según su flujo de efectivo, en el mismo periodo de la generación del EBITDA, realizó pago de dividendos por $ 20 000 000, el cálculo del indicador será:

$$\text{Endeudamiento respecto a generación de efectivo} = \frac{227\,200\,000}{80\,000\,000 + 20\,000\,000}$$

$$\text{Endeudamiento respecto a generación de efectivo} = 2.272$$

El resultado es un número absoluto que indica a cuántas veces equivale el endeudamiento total de la empresa, respecto a su capacidad de generación de efectivo en el periodo correspondiente. Desde otra perspectiva, es el número de años que tardaría la compañía para pagar su endeudamiento con los recursos que se producen en un periodo, sin pagar dividendos. Un número más alto del indicador significa que con el efectivo que produce la empresa por su operación en cada periodo, tardaría mucho más tiempo en cancelar su deuda, en comparación con otra empresa con un indicador más bajo o de otro modo comparando el resultado de la empresa en un periodo específico, con el resultado obtenido en un periodo anterior.

Como en la mayoría de los indicadores, al analizar la cifra de un solo periodo, no es mucha la información que arroja para el analista, pero sí lo hace cuando se contrasta con resultados de periodos anteriores, para conocer la evolución de los resultados y también cuando se compara el resultado con el objetivo propuesto para el periodo de análisis, a fin de determinar si se cumplió o no el propósito previsto.

Indicadores de liquidez y endeudamiento

Existen tres importantes indicadores que con frecuencia usan en la actualidad las compañías y muy especialmente sus acreedores financieros, para determinar su capacidad de respuesta a los compromisos financieros. Estos indicadores combinan las dos categorías analizadas hasta ahora, como la liquidez y el nivel de endeudamiento. A continuación, se destacan algunos de los más relevantes.

Indicador de cobertura de intereses

Este indicador relaciona la utilidad operativa con los intereses o gastos financieros que tuvo la empresa en el periodo correspondiente. Para su cálculo se emplea la siguiente expresión (3.7):

$$\text{Cobertura de intereses} = \frac{\text{Utilidad operativa}}{\text{Gasto intereses}} \tag{3.7}$$

Ejemplo 3.9

Cálculo del indicador de cobertura de intereses. Se supone que La Serena presentó su estado de resultados integral correspondiente al periodo de análisis como se muestra en el cuadro de la figura 85.

Con esta información se calcula el indicador de cobertura de intereses de la siguiente manera:

$$\text{Cobertura de intereses} = \frac{65\,000\,000}{17\,592\,306} = 3.69$$

Compañía La Serena Estado de Resultados Integral Del 01 de enero al 31 de diciembre de 2020 (en pesos)	
Ventas	1 340 000 000
Costo de mercancía vendida	1 070 000 000
Utilidad bruta	270 000 000
Gastos de administración	120 000 000
Gastos de ventas	85 000 000
Utilidad operativa (EBIT)	65 000 000
Otros ingresos	0
Gastos financieros (intereses)	17 592 306
Utilidad antes de intereses e impuestos	47 407 694
Impuestos	15 644 539
Utilidad neta	31 763 155

Figura 85. Estado de resultados integral La Serena

El resultado indica que la utilidad operativa de la empresa en el periodo de análisis alcanzó para cubrir 3.69 veces el valor de los intereses que debe pagar. Mientras más alto sea el resultado de este indicador será más favorable para la empresa. Si es igual a 1 significa que la utilidad operativa que produjo la empresa alcanzó únicamente para pagar los intereses, es decir, para atender el costo de financiación de los acreedores únicamente y no para cubrir el costo de financiación de los dueños de la compañía. En otras palabras, la empresa está destruyendo valor, porque los recursos producto de la actividad principal a la que se dedica, no son suficientes para cubrir el costo de capital. Si el resultado del indicador es menor a 1, la situación es mucho más crítica porque no se estaría cubriendo ni siquiera el costo de financiación de los acreedores. Esto obliga a tomar medidas inmediatas para evitar que llegue a cesación de pagos, porque podría estar a un paso de su liquidación definitiva.

Es necesario entonces aclarar un aspecto fundamental del análisis financiero del estado de resultados, porque con este indicador se están combinando dos rubros, y aunque ambos pertenecen al estado de resultados integral, uno de ellos es el resultado de la actividad principal, por eso se denomina utilidad operativa. El otro rubro, el de gasto de intereses o gastos financieros pertenece a los gastos no operativos de la compañía y tiene que ver concretamente con la forma como esta se financia.

Por tanto, en muchos casos (no en todos) es posible que el resultado de este indicador sea desfavorable, pero no indica que la empresa esté obteniendo malos resultados de su actividad principal. Esto más bien revela que los resultados se vuelven desfavorables por un alto nivel de endeudamiento o por estar asumiendo unos costos financieros por intereses demasiado altos o la combinación de ambos. Un resultado desfavorable llevaría a un análisis más detallado sobre la estructura financiera de la empresa y de las tasas de interés que se están asumiendo por la financiación con terceros.

Si el producto del indicador de cobertura de intereses es desfavorable, pero la empresa no tiene alto nivel de endeudamiento, y el costo de los intereses es igual al costo general que cobra el mercado financiero por el nivel de riesgo que se asume, entonces urge revisar el resultado de la utilidad operativa, para saber si está acorde con lo que compañías pertenecientes al sector deberían producir, porque se podría estar afrontando un problema de mayor magnitud y complejidad en caso de que la empresa no produzca los niveles de utilidad operativa que debería. Esto obligaría a examinar con detenimiento cada uno de los rubros que llevaron a determinar el valor de la utilidad operativa, entre ellos las ventas y cada uno de los costos y gastos operativos.

El indicador de cobertura de intereses en el ejemplo 3.9 arrojó como resultado una cifra de 3.69, lo que para muchos analistas podría ser una cifra favorable, porque la utilidad operativa además de alcanzar para cubrir el valor de los intereses de los acreedores financieros, permite un excedente de 2.69 veces el valor de los intereses para cubrir las demás obligaciones, entre ellas el costo de financiación de los dueños de la empresa, que esperan que les paguen utilidades como retribución por la inversión realizada. Sin embargo, es necesario recordar que lo que se les paga a los acreedores financieros no son solo intereses, sino algo que previamente se denominó servicio a la deuda, que además de los intereses incluye el abono a capital en cada periodo de pago. Por ello es necesario hacer un análisis adicional para determinar qué tan favorable es esa utilidad operativa producida por la compañía, frente a sus obligaciones con los acreedores financieros, asumiendo el valor de sus compromisos reales del periodo a través del servicio a la deuda, lo que se puede hacer con el siguiente indicador.

Indicador cobertura de servicio a la deuda

Este indicador muestra el verdadero desembolso de dinero que debe hacer la compañía para cumplir con sus obligaciones financieras, es decir, se acerca más al flujo de efectivo, que al sistema de contabilización con el que se calcula la mayoría de los indicadores tradicionales. Se obtiene de la siguiente manera (3.8):

$$\text{Cobertura de servicio a la deuda} = \frac{\text{Utilidad operativa}}{\text{Valor pago de créditos}} \qquad (3.8)$$

Alternativamente utilizando la terminología contable adecuada quedaría (3.9):

$$\text{Cobertura de servicio a la deuda} = \frac{\text{Utilidad operativa}}{\text{Interesas + Amortización a capital}} \qquad (3.9)$$

Para su cálculo se requiere tomar el valor de las cuotas pagadas por la compañía correspondiente a las diferentes obligaciones financieras, razón por la cual es muy conveniente acudir a las tablas de amortización de los créditos.

Si La Serena tiene un solo crédito con una entidad financiera, por valor de $ 164 320 000, plazo a tres años (como se muestra en la tabla 8), con pago de cuotas iguales trimestrales, que incluyen intereses sobre saldo y abono a capital, sobre un crédito adquirido el 30 de diciembre de 2019, con tasa de interés del 3 % trimestral vencido, se debería acudir a la tabla de amortización para conocer qué valor de servicio a la deuda equivale al periodo de análisis.

Tabla 8. Amortización de crédito financiero La Serena

nº. Cuota	Fecha	Valor cuota	Interés	**Abono a capital**	Saldo
0	30/12/2019	-	-	-	164 320 000
1	30/03/2020	16 507 930	4 929 600	11 578 330	152 741 670
2	30/06/2020	16 507 930	4 582 250	11 925 680	140 815 990
3	30/09/2020	16 507 930	4 224 480	12 283 450	128 532 540
4	30/12/2020	16 507 930	3 855 976	12.651.954	115 880 586
5	30/03/2021	16 507 930	3 476 418	13 031 512	102 849 074
6	30/06/2021	16 507 930	3 085 472	13 422 458	89 426 617
7	30/09/2021	16 507 930	2 682 798	13 825 131	75 601 485
8	30/12/2021	16 507 930	2 268 045	14 239 885	61 361 600
9	30/03/2022	16 507 930	1 840 848	14 667 082	46 694 518

nº. Cuota	Fecha	Valor cuota	Interés	**Abono** a **capital**	Saldo
10	30/06/2022	16 507 930	1 400 836	15 107 094	31 587 424
11	30/09/2022	16 507 930	947 623	15 560 307	16 027 116
12	30/12/2022	16 507 930	480 813	16 027 116	0.00

La tabla anterior muestra el valor que se debe pagar tanto por concepto de intereses, como de abono a capital, cifras sumadas en el valor de la cuota periódica por cancelar durante los tres años de la vida del crédito. Pero como se están analizando los resultados de 2020, solo interesa la información de los pagos de las cuotas 1 a 4, que se encuentran dentro de este año, como se muestra en la tabla 9.

Tabla 9. Amortización de crédito (2020) La Serena (extraída de la tabla 8)

nº. Cuota	Fecha	Valor cuota ($)	Interés ($)	**Abono** a **capital** ($)	Saldo ($)
1	30/03/2020	16 507 930	4 929 600	11 578 330	152 741 670
2	30/06/2020	16 507 930	4 582 250	11 925 680	140 815 990
3	30/09/2020	16 507 930	4 224 480	12 283 450	128 532 540
4	30/12/2020	16 507 930	3 855 976	12 651 954	115 880 586

Para llegar a un total de pago por servicio a la deuda de $ 66 031 720 (es decir, la suma de las cuatro cuotas trimestrales que incluyen intereses y amortización a capital). Con esta información es posible calcular el indicador.

Ejemplo 3.10

Cálculo del indicador de cobertura de servicio a la deuda:

Utilidad operativa $ 65 000 000

Servicio a la deuda $ 66 031 720

$$\text{Cobertura de servicio a la deuda} = \frac{65\,000\,000}{66\,031\,720} = 0.98$$

Este resultado muestra una situación más cercana a la realidad de lo que sería la generación de recursos de la empresa como producto de su actividad principal, respecto a las obligaciones con acreedores financieros, que contemplan tanto el pago de intereses como abonos a capital. Aunque contablemente el resultado fue satisfactorio, porque el valor que se contabilizó como gasto fue únicamente la cifra correspondiente a los intereses $ 17 592 306 (véase el ejemplo 3.9), el verdadero valor del desembolso por pago a los acreedores financieros realizado durante el año fue de $ 66 031 720. Esto permitió llegar a un indicador de cobertura de servicio a la deuda de 0.98, lo que indica que los recursos generados por la operación de la empresa no alcanzaron ni para cubrir las obligaciones financieras con terceros y mucho menos para la retribución a los dueños de la compañía.

Razón cobertura de efectivo

Este indicador es muy similar al de cobertura de intereses, pero hace un ajuste muy importante, para ayudar a determinar con un mayor nivel de acercamiento, la disponibilidad de recursos después de haber cubierto con la utilidad operativa el pago de intereses, pero adicionando a la utilidad operativa el valor de la depreciación y la amortización causada en el periodo, porque las cifras registradas en el sistema contable, como gastos por estos dos rubros, no representan salida de dinero. Su fórmula de cálculo es la siguiente (3.10):

$$\text{Razón cobertura de efectivo} = \frac{\text{Utilidad operativa} + \text{Depreciación} + \text{Amortización}}{\text{Gastos financieros}} \tag{3.10}$$

Ejemplo 3.11

Si La Serena presentó la siguiente información de gastos por depreciación y amortización durante 2020:

Depreciación	20 450 000
Amortización	5 000 000

El cálculo de la razón de cobertura de efectivo es:

$$\text{Razón cobertura de efectivo} = \frac{65\,000\,000 + 20\,450\,000 + 5\,000\,000}{17\,592.306} = 5.14$$

El resultado de este indicador muestra que la compañía con la utilidad operativa generada en el periodo de análisis pudo cubrir 5.14 veces los intereses por obligaciones financieras. Su interpretación es muy similar al indicador de cobertura de intereses, porque muestra cuántas veces se podría cubrir el gasto financiero de la compañía, con el producto de los recursos generados con la utilidad operativa, pero en este caso en particular sin tener en cuenta los gastos de la depreciación y la amortización del periodo, porque estos gastos realmente no representan salida real de efectivo, sino la contabilización periódica de un desgaste por el uso de los activos fijos o el agotamiento de los bienes intangibles.

Un valor alto del indicador representa un resultado favorable para la compañía por factores que se pueden combinar entre eficiencia en la obtención de utilidad operativa, adecuado nivel de endeudamiento y costo razonable de los intereses. A su vez, se puede tomar como un indicador complementario a los indicadores de liquidez, porque muestra los excedentes de recursos después de saldar todas sus obligaciones operativas y los gastos por deudas financieras. Aunque este indicador es más cercano a la realidad que el de cobertura de intereses, carece de precisión como indicador de liquidez, porque no tiene en cuenta el valor completo del servicio a la deuda y no incorpora en su cálculo el valor de amortización a capital que normalmente se paga junto con los intereses periódicos. Por esta razón se debe tener cuidado con su interpretación y complementarlo con información sobre los desembolsos efectuados realmente en el periodo para atender el servicio a la deuda.

Una cifra cercana, o menor a uno, sería una alarma suficiente para obligar a su atención inmediata, porque podría significar una situación bastante desfavorable para la compañía, al ponerla en una posible situación de no pago de sus obligaciones. Sin embargo, aunque la situación de no pago es bastante crítica, lo más importante del análisis de un indicador con este tipo de resultados es llegar a la situación real que está produciendo unos resultados contrarios a los deseados, lo que se logra con el análisis detallado y juicioso de cada uno de los rubros que contribuyeron a lograr lo obtenido en el periodo.

Indicadores de rendimiento y rentabilidad

Otra importante categoría de medición de resultados es el rendimiento o rentabilidad que, en términos generales, utiliza dos referentes: 1) la inversión en los activos de la empresa y 2) los ingresos por ventas. Pero antes de abordar el análisis de indicadores de rendimiento, es necesario precisar el concepto de rentabilidad, utilidad, y generación de valor.

La utilidad de una compañía ha sido un tema de gran interés para directivos de empresas desde hace muchas décadas. Al analizar los estados financieros, para algunos ejecutivos la cifra que despierta mayor interés es la utilidad generada por la empresa, que se define como la diferencia entre todos los ingresos y todos los costos y gastos en un periodo determinado. Mientras más alta sea la utilidad, mejor será el resultado. Después de conocer la cifra de utilidad, se procede a desagregar los ingresos y los egresos correspondientes a la actividad principal de la empresa, para calcular la utilidad operativa separada de los demás ingresos y gastos que tuvo en un periodo determinado. Estas cifras, tanto de la utilidad final, denominada utilidad neta, como de la utilidad por la realización de su actividad principal, llamada utilidad operativa, se reflejan en el estado de resultados integral, que muestra de manera muy resumida el comportamiento de los ingresos, los costos y gastos, operativos y no operativos durante un tiempo específico.

Pero la cifra de la utilidad neta, a pesar de su importancia y del interés de sus directivos por conocerla y aumentarla en cada periodo, como cifra general, no es mucho lo que dice, más allá de establecer si fue alta, baja, mayor o menor a un referente que se pueda tener de periodos anteriores o de un objetivo propuesto en los presupuestos de la compañía. Es necesario contrastarla con un referente que realmente brinde información estratégica y permita determinar si fue satisfactoria o no para el periodo de análisis. Por esto se recurre al concepto de rentabilidad mínima esperada que, como su nombre lo indica, es una cifra mínima que la compañía debería generar, para saber si cumplió o no con su objetivo financiero básico, que no es otra cosa que generar valor ahora y en el futuro. Esta cifra se establece de manera concreta por el costo de financiación de las diferentes fuentes de capital, como financiación con terceros o con aporte de capital de los dueños de la empresa. Cada una de ellas tiene un costo: el de financiación con acreedores financieros se calcula como el promedio ponderado de los diferentes préstamos que debe la compañía. Esta es la fórmula (3.11):

$$\text{Costo de financiación con terceros } (K_D) = A \text{ x } R_A + B \text{ x } R_B + C \text{ x } R_C \quad (3.11)$$

Donde,

R_i = costo de intereses del crédito i.

A = porcentaje de participación de cada crédito respecto al total de la deuda financiera.

El costo de financiación con terceros se obtiene como resultado del promedio ponderado, en el que se considera cada uno de los créditos, respecto al total y sus correspondientes tasas de interés.

Ejemplo 3.12

Cálculo del costo de financiación con acreedores financieros. Supóngase que se tienen los siguientes créditos con entidades financieras, y la tasa de financiación se expresa en términos de efectivo anual, con base en la siguiente información tabulada (tabla 10).

Tabla 10. Tasas de financiación bancaria

Entidad acreedora (banco)	Interés (%)	Valor (millones de pesos)	Participación (%)
B. Central	14	50	14.29
B. Nacional	16	120	34.29
B. Internacional	12	180	51.42

La participación porcentual de cada una de las deudas se calcula dividiendo el valor de cada una de ellas entre el valor total de los créditos y posteriormente multiplicando por 100 para expresarlo en términos porcentuales. Para el crédito con el Banco Central el cálculo sería:

$$\%\ \text{participación deuda Banco Central} = \frac{50\,000\,000}{350\,000\,000} = 0.1429 \times 100 = 14.29\,\%$$

Lo que significa que del total de endeudamiento financiero, el 14.29 % lo tiene con el Banco Central. El mismo procedimiento de cálculo aplicaría para los valores de las deudas con las otras dos entidades financieras. Así, con la información de tasas de interés pactado con cada una de las entidades financieras y los porcentajes de participación correspondientes, se puede calcular el costo total del endeudamiento, utilizando la fórmula (3.11):

$$K_D = 14.29\,\% \text{ x } 14\,\% + 34.29\,\% \text{ x } 16\,\% + 51.42\,\% \text{ x } 12\,\%$$

$$K_D = 13.66\,\%$$

Es decir, el costo de financiación con acreedores es del 13.66 % efectivo anual.

Ahora, para el cálculo de financiación de la empresa con capital propio, se emplea la fórmula (3.12) del Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) como se muestra a continuación.

$$\text{Costo de capital esperado} = R_f + \leq \left(R_M - R_f\right) + R_p \qquad (3.12)$$

Donde,

R_f = tasa que pagan los bonos libres de riesgo del gobierno

β = beta de la empresa respecto al mercado

R_M = tasa de rendimiento promedio del mercado

R_p = riesgo país

El cálculo del costo de financiación del capital que aportan los socios por el nivel de complejidad de los conceptos que involucran el desarrollo de la fórmula mencionada, se aleja del propósito de este documento, por tanto, se asumirá un costo de capital de los dueños del 17 % para el desarrollo de este ejercicio, que supera el costo de financiación con acreedores financieros. Esta diferencia de costo de financiación superior para el capital de los dueños de la empresa, respecto al costo de financiación con acreedores, supone una prima por el riesgo que asumen al poner su capital como accionistas y no como acreedores.

Una vez determinado el costo de financiación de cada una de las fuentes de la empresa es posible aplicar la fórmula para conocer el costo total de financiación, con base en sus diferentes fuentes. Para este propósito se aplica la fórmula del Costo de Capital Promedio Ponderado (CCPP), conocida también como WACC por sus siglas en inglés (3.13).

$$\text{Costo de WACC} = R_D \text{ x } A_D + R_p \text{ x } A_p \qquad (3.13)$$

Donde,

R_D = costo de financiación con acreedores financieros

A_D = porcentaje de participación de las deudas financieras

R_p = costo de financiación de aportes de los socios

A_p = porcentaje de participación de los aportes de los socios

Si se asume que la empresa que se está analizando tiene una estructura financiera similar a la del ejemplo 3.6, se tendrá una participación de la deuda en su financiación del 52.56 %. Por consiguiente, la financiación de los dueños es del 47.44 % (100 % – 52.56 %). Reemplazando en la ecuación (3.13) los valores del costo de la deuda y el costo de financiación con capital de los dueños de la compañía, se tiene:

Ejemplo 3.13

Cálculo del WACC:

R_D = 13.66 %

A_D = 52.56 %

R_p = 17 %

A_p = 47.44 %

$$\text{WACC} = 13.66\,\% \text{ x } 52.56\,\% + 17\,\% \text{ x } 47.44\,\%$$

$$\text{WACC} = 15.24\,\%$$

Lo que significa que el costo total de financiación de la empresa es del 15.24 %. Esta cifra se convierte entonces en un referente muy importante, puesto que es el valor mínimo, respecto a la inversión, que se debe obtener como utilidad en el periodo de análisis. Pero con respecto a la ecuación (3.13), con la que se calculó el WACC, es preciso aclarar: tributariamente el pago de intereses financieros beneficia la disminución de pago de impuesto de renta, porque es un gasto que el gobierno permite que sea deducible de impuestos. Así entonces, la compañía se beneficiaría de este pago de impuestos y podría disminuir el costo de financiación de los recursos invertidos en ella en la parte correspondiente a financiación con terceros, lo que daría lugar a un ajuste a la ecuación para el cálculo del WACC (3.14):

$$\text{WACC} = R_D \text{ x } A_D\,(1 - t) + R_p \text{ x } A_p \qquad (3.14)$$

Donde,

t = tasa de impuesto a la renta aplicable a la compañía

Enseguida se ilustra el cálculo de la rentabilidad mínima esperada WACC para el ejemplo anterior.

Ejemplo 3.14

Cálculo del WACC, teniendo en cuenta el beneficio tributario por pago de intereses.

Si la tasa de impuesto sobre la renta que aplica a la compañía es del 33 %, y se mantienen los datos de costo de financiación de cada una de las fuentes y la participación porcentual respecto al total del ejemplo 3.13, entonces,

$$\text{WACC} = 13.66\,\% \text{ x } 52.56\,\% \,(1 - 33\,\%) + 17\,\% \text{ x } 47.44\,\%$$

$$\text{WACC} = 12.88\,\%$$

Una vez calculado el rendimiento que satisface el costo de financiación de la compañía es posible involucrar al análisis financiero el concepto de generación de valor, es decir, el valor que supera el rendimiento mínimo esperado, determinado por el costo de financiación (para el ejemplo sería el 12.88 %), porque la compañía estaría retribuyendo una cifra mucho más alta de la que se espera que retribuyan sus activos: mientras más alta sea esta cifra, mayor será la generación de valor que se estaría produciendo. De igual manera, si esta cifra no se logra en el periodo, se estaría destruyendo valor, en razón a que no alcanzaría a cubrir ni el costo de financiación de los recursos dispuestos para su operación.

En consecuencia, a partir de ahora, el análisis de la utilidad en un periodo determinado toma un nuevo elemento que permite establecer si es una cifra adecuada o no. Es decir, ya no será suficiente con que la compañía genere utilidad, sino que antes de establecer si esa utilidad es satisfactoria o no, se debe contrastar con la cifra de referencia denominada rentabilidad mínima esperada que se obtiene, como el costo del WACC, de los recursos invertidos en la empresa. Lo que permitirá conocer si se presentó destrucción o generación de valor, que es lo que realmente interesa desde el punto de vista estratégico.

Una vez realizada la conceptualización de utilidad, rentabilidad mínima esperada y generación de valor en la compañía, es posible abordar el tema de análisis de rentabilidad, para lo cual se toman en cuenta varios indicadores como los más utilizados y los que suministran mejor información respecto a si el resultado de una compañía es satisfactorio o no. Para este propósito se tienen en cuenta los siguientes indicadores:

- Rentabilidad del activo
- Rentabilidad del patrimonio
- Margen neto y margen bruto
- EBITDA
- Margen EBITDA

Rentabilidad del activo

Con este indicador se busca conocer el aprovechamiento de los recursos con que contó la compañía para producir la utilidad en el periodo de análisis. Su fórmula de cálculo es (3.15):

$$\text{Rentabilidad del activo} = \frac{\text{Utilidad operativa}}{\text{Activo total}} \tag{3.15}$$

Para muchos analistas este es uno de los indicadores más importantes, porque muestra el rendimiento alcanzado con los recursos invertidos y ayuda a determinar si hubo o no generación de valor, es decir, si se cumplió o no la razón de ser de una compañía en la actualidad, como la generación de valor.

Ejemplo 3.15

Cálculo de la rentabilidad del activo de La Serena en 2020.

Partiendo de la información de La Serena, presentada en su estado de situación financiera (ejemplo 3.6) y estado de resultados integral (ejemplo 3.9), se observa:

Activo total	$ 432 250 000
Utilidad operativa	$ 65 000 000

Para el cálculo de este indicador se toma solo la utilidad operativa, porque se desean separar los efectos que puedan tener sobre la utilidad final, producidos por la forma como está financiada la empresa, y porque lo que interesa realmente es conocer cuál fue el resultado de la actividad principal a la que se dedica. Por esta razón, también se hace necesario revisar los rubros que forman parte del total de activos, para saber si existen valores relacionados con inversiones fuera de la compañía o actividades que no son propias de su actividad principal. Para este propósito es conveniente examinar la composición de sus activos.

Ejemplo 3.16

Se supone una compañía con la información de activos al 31 de diciembre de 2019, como se muestra en el siguiente cuadro (al inicio del periodo en que se obtuvo la utilidad operativa) (figura 86):

Compañía La Serena
Activos del Estado de Situación Financiera
a 31 de diciembre de 2020
(en pesos)

Activos	
Disponible	8 000 000
Inversiones temporales	25 000 000
Cuentas por cobrar	42 500 000
Inventarios	20 750 000
Total activo corriente	96 250 000
Maquinaria	82 000 000
Edificios	225 000 000
Licencias de *software*	15 000 000
Otros activos	20 000 000
Total activo fijo	342 000 000
Total activos	438 250 000

Figura 86. Activos de La Serena

Del valor de los activos totales se deben retirar los que no están dispuestos para atender la actividad operativa; entre ellos, las inversiones financieras o en otras compañías y el rubro de otros activos. Si las inversiones financieras tienen como único propósito la generación de rendimiento, bien sea que se encuentren dentro de los activos corrientes o a largo plazo, se deben retirar del valor total de los activos; al igual que el valor correspondiente a la cuenta otros activos, cuando estos no están dispuestos para la actividad principal de la compañía. Por el contrario, si en periodos cortos existen excedentes de tesorería y estos se colocan en inversiones financieras para no desaprovechar la oportunidad de obtener rendimientos, se deben mantener, porque se supone que son activos que forman parte del dinero disponible para atender las necesidades de capital de trabajo operativo.

Si de la información de activos de La Serena se supone que las inversiones temporales no constituyen dinero disponible, sino que el propósito es generar rendimientos por fuera de la actividad principal y que el valor de otros activos no está dispuesto para la operación de la empresa, se debe depurar la información:

Activos totales	$ 432 250 000
Inversiones temporales	$ 25 000 000
Otros activos	$ 20 000 000
Total activos operativos	$ 387 250 000

Por tanto, el cálculo del indicador sobre rentabilidad del activo sería:

$$\text{Rentabilidad del activo} = \frac{65\,000\,000}{387\,250\,000} = 16.79\,\%$$

La cifra que arroja el indicador por sí sola no dice mucho, simplemente que el rendimiento del activo en el periodo de análisis fue del 16.79 %. Posiblemente al compararla con años anteriores dará una idea general del comportamiento de su tendencia para conocer si está mejorando o desmejorando el resultado. En términos generales entre más alto sea el indicador, será más favorable para la empresa. Sin embargo, esta cifra toma gran importancia cuando se contrasta con el rendimiento mínimo esperado, porque es igual al costo de capital promedio ponderado con el que se financian sus activos. Las cifras por contrastar son:

WACC	12.88 %
Rentabilidad del activo	16.79 %

Esto significa que mientras el rendimiento mínimo esperado de la inversión era 12.88 % sobre el valor total de los activos operacionales, el rendimiento obtenido fue del 16.79 %, lo que se traduce en que la utilidad de la compañía además de cubrir el rendimiento mínimo esperado de la inversión generó un valor adicional, y se convierte en un excedente para los dueños.

Aunque la versión del indicador de rentabilidad del activo más acertada para el análisis es la que se acaba de estudiar, existen otras versiones, algunas con mayores ajustes de rubros contables que buscan presentar los resultados desde otra perspectiva.

Rentabilidad del activo (3.16), considerando los activos totales, en este caso no se realizan ajustes para retirar los valores de los activos no operativos de la compañía.

$$\text{Rentabilidad del activo} = \frac{\text{Utilidad operativa}}{\text{Activo total}} \tag{3.16}$$

$$\text{Rentabilidad del activo} = \frac{65\,000\,000}{432\,250\,000} = 15.04\,\%$$

Si se utiliza la fórmula (3.16) para el cálculo de la rentabilidad del activo, se estaría calculando la rentabilidad que produjo la compañía como producto de su actividad principal, respecto al total de activos, incluyendo tanto los operativos como los no operativos.

Otra versión del indicador es estimar la rentabilidad del activo ajustando la utilidad operativa, descontando el valor del impuesto de renta acorde con la tasa correspondiente, de la siguiente forma (3.17):

$$\text{Rentabilidad del activo} = \frac{\text{Utilidad operativa x } (1 - t)}{\text{Activo total}} \tag{3.17}$$

$$\text{Rentabilidad del activo} = \frac{65\,000\,000 \text{ x } \left(1 - 33\,\%\right)}{432\,250\,000} = 10.08\,\%$$

La fórmula (3.17) utiliza la totalidad de activos (operativos y no operativos), para relacionarlos con el valor de la utilidad operativa, después de impuestos. El resultado en este caso sería desfavorable porque la rentabilidad del activo arroja una cifra inferior al WACC, pero es necesario tener en cuenta que el impuesto aplicado en esta última forma de cálculo asume un impuesto de renta sobre la totalidad de la utilidad operativa, lo que en la práctica no es tan preciso, porque faltaría contemplar el beneficio tributario de la compañía por la tenencia de deuda financiera.

En general, independientemente de la fórmula que se utilice para su cálculo, es importante tener en cuenta que el valor de los activos empleados para la aplicación en la fórmula correspondiente, fue la cifra que tenía la empresa antes de iniciar el periodo al que corresponde la utilidad operativa, porque el propósito del indicador es conocer el resultado del periodo, en relación con los activos que produjeron la utilidad y esos activos son los que tenía la compañía al comienzo del periodo, no al final.

Rentabilidad del patrimonio

Otro indicador de rentabilidad de la compañía relaciona la utilidad producida, con el patrimonio que se tenía al inicio del periodo correspondiente. Pero en esta ocasión la utilidad es la neta, porque ya se han descontado todos los costos y gastos operativos, los gastos de financiación con terceros y demás gastos no operativos e impuestos. Es decir, después de atender a todas las partes interesadas en los resultados de la compañía, excepto a los dueños de la empresa que esperan una retribución acorde con el riesgo asumido como inversionistas. La fórmula para su cálculo es (3.18):

$$\text{Rentabilidad del patrimonio} = \frac{\text{Utilidad neta}}{\text{Patrimonio}} \tag{3.18}$$

Ejemplo 3.17

Si la Compañía La Serena tenía al inicio de 2020 un patrimonio como se muestra en el cuadro de la figura 87, calcular la rentabilidad del patrimonio, teniendo en cuenta la utilidad neta obtenida ese año y determinar si es favorable o no el resultado obtenido.

Compañía La Serena Patrimonio en el Estado de Situación Financiera a 31 de diciembre de 2019 (Al inicio del periodo de análisis: año 2020)		
Patrimonio		
Aporte social		$ 180 000 000
Utilidades por distribuir		$ 5 050 000
	Total patrimonio	$ 185 050 000

Figura 87. Patrimonio de La Serena

$$\text{Rentabilidad del patrimonio} = \frac{31\,763\,155}{185\,050\,000} = 17.16\,\%$$

La compañía produjo un rendimiento del 17.16 %, respecto a su patrimonio, es decir, produjo un rendimiento sobre la inversión de los dueños del 17.16 %. Como en la mayoría de los indicadores, la cifra por sí sola no tiene mucho valor de análisis. Lo único que se puede mencionar al respecto es que entre mayor sea esta cifra, será mejor para los inversionistas que participan en calidad de dueños. Sin embargo, se tiene una cifra de referente que le da un altísimo valor a este cálculo, como el rendimiento que esperan los dueños por la retribución de su inversión, dato que se puede ver en el Ejemplo 3.13, y corresponde al 17 %. De acuerdo con esta información, los dueños reciben una compensación por su inversión y obtienen un excedente adicional, que constituye para ellos generación de valor. Si el resultado de este indicador hubiese sido inferior a 17 % se interpretaría como una destrucción de valor, porque no se estaría cubriendo el rendimiento mínimo que esperan los dueños por su inversión, definido previamente en el 17 % (la destrucción de valor sería equivalente al porcentaje esperado: 17 %, menos el rendimiento obtenido, en otras palabras, sería el porcentaje de rendimiento que falta para llegar al 17 %).

De este modo, la generación de valor depende de que la rentabilidad del activo sea superior al rendimiento mínimo esperado. Ese excedente en porcentaje y en valor tiene que ver con la generación de valor para los dueños. Por otro lado, los dueños de la empresa asumen mayor riesgo que los acreedores financieros, porque su retribución depende de que la compañía obtenga buenos resultados. En consecuencia, independientemente de que los resultados sean favorables o no, se debería cumplir la siguiente expresión matemática:

$$\boxed{\text{Rentabilidad activo} > \text{WACC} > \text{Costo de financiación de los acreedores}}$$

Si alguna de las desigualdades de la ecuación no se cumple como está planteada, se debería hacer un análisis profundo de las condiciones de la compañía, porque posiblemente no se esté cumpliendo con el objetivo financiero básico de una empresa con ánimo de lucro.

Si la rentabilidad del activo es $<$ WACC significa que se está destruyendo valor, porque no se están alcanzando a generar recursos suficientes para pagar a los proveedores de recursos con que se financia la compañía.

Si el WACC es $<$ que el *costo de financiación de los acreedores*, no se estaría pagando a los dueños el valor mínimo esperado por su inversión, debido a que su rendimiento tiene que ser superior al de los acreedores financieros por el mayor riesgo que asumen, lo que los desmotivaría a mantener su inversión en la compañía pues no se les está compensando adecuadamente el riesgo que asumen con la inversión.

Si el *indicador de cobertura de servicio a la deuda* es < 1, la empresa se encuentra en alto riesgo de entrar en cesación de pagos, porque los recursos que produce no alcanzan ni para cubrir sus obligaciones con acreedores financieros y en consecuencia también está destruyendo valor, porque no alcanzarían los recursos para retribuir a los propietarios.

Además del indicador que relaciona los rendimientos con el valor de la inversión, existen otros que relacionan la utilidad obtenida en la compañía con el volumen de ingresos. Se trata del margen neto, margen operativo, EBITDA y margen EBITDA, de gran interés para los analistas porque les permite conocer qué tan eficientes son para convertir los ingresos en utilidades, bien sea operativas o netas. Esto se logra cuando se mantienen unos precios, costos y gastos eficientes y competitivos en el mercado y con respecto a sus competidores en general.

Margen neto

Es la relación entre la utilidad neta y los ingresos del mismo periodo de análisis. Su objetivo es establecer el rendimiento que se está obteniendo del volumen de actividad de la empresa, reflejado en los ingresos por ventas o en la prestación de servicios. Entre mayor sea el resultado del indicador, mejor será, porque estaría mostrando eficiencia al convertir el mayor porcentaje posible de ingresos en utilidad. La fórmula para el cálculo del margen neto es la siguiente (3.19):

$$\text{Margen neto} = \frac{\text{Utilidad neta}}{\text{Ingresos totales (ventas)}} \qquad (3.19)$$

Para ver ejemplos de indicadores de rendimiento que relacionan los rubros del estado de resultados con los ingresos de la compañía en un periodo determinado es conveniente retomar su estado de resultados integral, como se muestra en la figura 88.

Compañía La Serena
Estado de Resultados Integral
Del 01 de enero al 31 de diciembre de 2020
(en pesos)

Ventas	1 340 000 000
Costo de mercancía vendida	1 070 000 000
Utilidad bruta	270 000 000
Gastos de administración	120 000 000
Gastos de ventas	85 000 000
Utilidad operativa (EBIT)	65 000 000
Otros ingresos	0
Gastos financieros (intereses)	17 592 306
Utilidad antes de intereses e impuestos	47 407 694
Impuestos	15 644 539
Utilidad neta	31 763 155

Figura 88. Estado de resultados integral La Serena

Ejemplo 3.18

Calcular el margen neto de La Serena para 2020, con base en la siguiente información del estado de resultados integral:

$$\text{Margen neto} = \frac{31\,763\,155}{1\,340\,000\,000} = 2.37\ \%$$

El resultado del indicador muestra que después de descontar todos los costos y gastos operativos y no operativos, la compañía produjo un 2.37 % de utilidad neta sobre los ingresos, cifra que podría parecer relativamente baja; sin embargo, es necesario tener en cuenta que dependiendo de la actividad a la que se dedique la empresa su margen de ganancia podrá ser más alto o bajo. Lo que obliga a que se comparen los resultados de la compañía con los de otras pertenecientes al mismo sector, para determinar si son satisfactorios o no. Otro análisis que aporta información importante es su comparación con el indicador de rentabilidad del patrimonio, ya que utiliza la misma información de la utilidad neta para saber si los recursos que produjo la compañía alcanzaron para cubrir la retribución de los dueños. De igual forma, como en todos los casos el resultado se deberá contrastar con los resultados de años anteriores para conocer el comportamiento de la tendencia y con el objetivo que se tenía para el periodo de análisis. El resultado de cada una de las comparaciones suministrará información para saber si amerita realizar un análisis con mayor profundidad y mayor nivel de detalle en cada uno de los rubros que dio lugar a este resultado.

Margen operativo

A diferencia del anterior, toma únicamente los resultados de la actividad principal de la compañía, para conocer si los directivos son eficientes en el desarrollo de la razón de ser de la empresa. Este indicador ofrece información sobre el nivel de eficiencia alcanzado con el manejo de los costos operativos de fabricación del producto o prestación del servicio y con los gastos administrativos y de ventas, que soportan esa actividad. Entre mayor sea la cifra que arroje este indicador, mejor será el resultado; sin embargo, su análisis se enfoca mucho en el nivel de variación de un periodo a otro, porque una décima o centésima de variación puede representar miles de millones de pesos en mejora o detrimento del resultado. La fórmula que se utiliza para su cálculo es la siguiente (3.20):

$$\text{Margen operativo} = \frac{\text{Utilidad operativa}}{\text{Ingresos totales}\left(\text{ventas}\right)} \tag{3.20}$$

Ejemplo 3.19

Calcular el margen operativo de La Serena, de acuerdo con la información del estado de resultados integral, así,

$$\text{Margen neto} = \frac{65\,000\,000}{1\,340\,000\,000} = 4.85\,\%$$

El resultado indica que el 4.85 % de las ventas de la compañía en 2020 se convirtieron en utilidad operativa. Para realizar un mejor análisis, se supondrán unos resultados de periodos anteriores y un valor que se tenía como objetivo para 2020 como se muestra en la tabla 11.

Tabla 11. Margen operativo histórico La Serena

Año				
2017	2018	2019	2020[a]	2020[b]
2.6 %	2.65 %	2.75 %	2.778 %	2.85 %

[a] resultado del año; [b] proyectado.

Desde el punto de vista de análisis de tendencia el resultado es bueno, porque se mantiene la tendencia al alza, al pasar del año anterior del 2.75 %, al 2.778 % del presente año. Sin embargo, si se compara el resultado con lo que se tenía presupuestado para 2020, se encuentra que no se alcanzó, a pesar de que estuvo cerca de cumplir el propósito. Lo que motivará a revisar los aspectos que pudieron haber contribuido a que no se alcanzaran las metas. Este análisis deja el mensaje de que el resultado del indicador no siempre es bueno o malo, porque puede haber puntos intermedios como cuando se logra parcialmente el propósito, pero en todo caso daría lugar a revisar las causas que no permitieron conseguir lo que se esperaba.

EBITDA

El nombre EBITDA viene de las siglas del inglés *Earnings Before Interest and Taxes, before Depreciation and Amortization*, su cálculo se realiza a partir del EBIT, que de acuerdo con la terminología más conocida por los analistas contables y financieros es la utilidad antes de intereses e impuestos (EBIT), a la que se le suma el valor de las depreciaciones y amortizaciones causadas durante el periodo de análisis. La importancia de su cálculo radica en que es el indicador por excelencia para la medición de la actividad operativa de la empresa, que ya se había analizado en el margen operativo; sin embargo, en este caso se adicionan las sumas de dinero que no fueron desembolsos reales, sino solo contabilización del desgaste de los activos tangibles, reflejado en la depreciación y en el agotamiento de los intangibles representados en la amortización.

Este indicador mostrará un resultado satisfactorio en la medida en que sea más alto, pero además que muestre crecimiento de un periodo a otro, lo que reflejará una gestión más eficiente, bien sea por un mayor volumen de ventas, sin permitir que los costos y gastos fijos se incrementen en la misma proporción o disminuyan.

Este indicador muestra un acercamiento a lo que podría ser la generación de flujo de efectivo de la compañía, pero no debe considerarse algo diferente a esto, debido a que no se incluyen otros elementos de gran importancia que permiten llegar al verdadero flujo de efectivo. Su fórmula de cálculo es la siguiente (3.21):

$$\text{EBITDA} = \textit{Utilidad operativa} + \textit{Depreciación} + \textit{Amortización} \tag{3.21}$$

Ejemplo 3.20

Calcular el EBITDA de La Serena para 2020. La depreciación de los activos fue de $ 12 000 000 y la amortización de $ 5 000 000.

Utilidad operativa	$ 65 000 000
Depreciación	$ 12 000 000
Amortización	$ 5 000 000

$$\text{EBITDA} = 65\,000\,000 + 12\,000\,000 + 5\,000\,000$$

$$\text{EBITDA} = 82\,000\,000$$

Esto significa que la utilidad operativa que produjo la empresa, sin descontar la depreciación de los activos tangibles y la amortización de los intangibles fue de $ 82 000 000, cifra que al contrastarse con los resultados de años anteriores permitirá conocer si se logró un mayor nivel de eficiencia. Cuando se trata de una cifra de dinero, la comparación se restringe a los resultados anteriores de la compañía y a lo que se tenía presupuestado para el periodo de análisis. La comparación con otras empresas pertenecientes al mismo sector de la economía no será de mucho valor analítico, si se advierten las diferencias entre las compañías, respecto a tamaño, nivel de actividad y demás elementos que puedan llevar a que el EBITDA sea una cifra no comparable por las diversas condiciones de operación entre ellas.

Margen EBITDA

Este indicador es de los más utilizados y de mayor interés para los directivos de las compañías y para analistas externos, debido a que muestra el resultado de la operación en términos porcentuales, respecto a la cantidad de ingresos en el periodo correspondiente. Además, permite comparar con los resultados de la compañía en periodos anteriores y con las del mismo sector e incluso con las de cualquier otro sector (aunque hacerlo con las de otro sector económico puede no tener el mismo valor porque las características de operación pueden diferir sustancialmente). Un análisis comparativo muy valioso que se obtiene con este indicador es el de los resultados respecto a otras compañías similares, para que los directivos conozcan su nivel de eficiencia respecto a la utilidad que pueden alcanzar con sus ingresos. Un resultado favorable de este indicador será la cifra más alta posible; sin embargo, antes que buscar una cifra alta, los directivos aspiran a superar los resultados anteriores, mediante la formulación de unos objetivos específicos. Igualmente se convierte en un referente importante el promedio del resultado de este indicador de compañías pertenecientes al mismo sector económico, porque esto hace que los resultados sean comparables; naturalmente, guardando las proporciones, cuando la diferencia de tamaño o algunas condiciones específicas de los comparables distan de la empresa que se analiza. La fórmula de cálculo de este indicador es (3.22):

$$\text{Margen EBITDA} = \frac{\textit{EBITDA}}{\textit{Ingresos totales}\,(\textit{ventas})} \tag{3.22}$$

Alternativamente (3.23),

$$\text{Margen EBITDA} = \frac{\textit{Utilidad operativa} + \textit{Depreciación} + \textit{Amortización}}{\textit{Ingresos totales}\,(\textit{ventas})} \tag{3.23}$$

Ejemplo 3.21

Calcular el EBITDA de La Serena en 2020.

EBITDA	\$ 82 000 000
Ingresos (ventas)	\$ 1 340 000 000

$$\text{Margen EBITDA} = \frac{82\,000\,000}{1\,340\,000\,000} = 6.12\,\%$$

Esto indica que, por cada \$ 100 de ventas, \$ 6.12 se convirtieron en rendimiento operativo.

Si se advierte que este resultado operativo tiene mucho que ver con la estructura de costos y gastos, con la capacidad instalada, con la eficiencia de los procesos productivos y demás elementos que contribuyen a generar ingresos, esta es una cifra muy importante que revela el nivel de eficiencia de los directivos en el manejo de la compañía, por eso su análisis se centra en determinar si el resultado del periodo de interés superó el periodo, o periodos anteriores, o cómo se encuentra respecto a las demás con las que se puede comparar.

Si los resultados de años anteriores del margen EBITDA son los siguientes (tabla 12):

Tabla 12. Margen EBITDA

	Año		
	2017	2018	2019
Margen (%)	5.2	5.67	6

No hay duda de que el resultado de 2020 es favorable si se coteja con los de años anteriores, porque logra una cifra superior y además mantiene la tendencia creciente del margen EBITDA, lo que significa que cada vez se es más eficiente al lograr que un porcentaje de las ventas cada vez más alto se convierta en utilidad operativa.

Pero otra cosa sería si en 2020 la compañía hubiera hecho inversiones que le permitieran superar ampliamente los resultados pasados, a fin de acercarse al promedio de este indicador de las empresas del mismo sector que se encuentra en 7 %. Entonces el resultado del 6.12 % ya no es tan favorable como parecía, porque a pesar de su mejora de tendencia, no se logró lo que se esperaba. El análisis realizado de esta forma muestra que la cifra que arroja el indicador no es muy significativa. Su valor como medidor de resultados se torna importante cuando se contrasta con resultados de periodos pasados, con lo que se tenía presupuestado y cuando se compara con las empresas del mismo sector.

Indicadores de actividad

Para muchos directivos y dueños de compañías los indicadores más importantes muestran los resultados que les interesan, como la gestión durante el periodo; tal es el caso de los indicadores de rendimiento que se acaban de estudiar. Sin embargo, existe otro tipo de indicadores que brindan un gran aporte a los directivos cuando su propósito es ir más allá y encontrar aspectos relevantes para el logro de los resultados, a esta categoría pertenecen los indicadores de actividad. Entre ellos se encuentran los siguientes:

- Rotación de inventarios
- Plazo promedio de cobro
- Plazo promedio de cuentas por pagar
- Ciclo operativo
- Ciclo de efectivo

Estos indicadores tienen mucha relación con el capital de trabajo de la compañía y su manejo puede contribuir favorablemente o no a la generación de valor. Pero antes de estudiarlos es necesario conocer las políticas de la empresa para cada uno de los temas que representan como: 1) el plazo de pago que se otorga a los clientes, que tiene que ver con aspectos comerciales, buscando atraerlos y retenerlos, bien sea acogiéndose al plazo de pago acostumbrado en el mercado o manejando unas políticas que mejoren las condiciones de pago de la competencia; 2) inventario de materia prima, de producto en proceso y de producto terminado, cada una de ellas buscando un propósito específico, bien sea de operación o comercial con sus clientes; 3) pago a proveedores o los plazos de pago que otorgan los proveedores a la empresa. Cada una de las anteriores permitirá tener un referente inicial para contrastar los resultados que se obtengan en cada periodo.

Rotación de inventarios

Como regla general, las empresas deberían tener la menor cantidad posible de inventarios, porque su tenencia implica costos de mantenimiento, entre ellos, vigilancia, seguros y personal para su manejo; así mismo se incurre en importantes riesgos como: obsolescencia, daño, deterioro, pérdida y robo, entre otros, lo que se traduce de una u otra forma en costos adicionales, que no le aportan valor a los productos o servicios que ofrece la compañía. No obstante, las empresas se ven en la obligación de tener inventarios para atender diferentes necesidades. Tal es el caso del inventario de materia prima, ya que su tenencia debe garantizar la continuidad del proceso de producción, para que no se vea interrumpido por la falta de oportunidad de entrega de los proveedores. Así mismo, la tenencia de inventario de producto terminado garantiza la disponibilidad de productos para atender a los clientes que requieren entrega inmediata, para evitar que acudan a la competencia en caso de que no se les pueda atender sus necesidades. Por estas, entre otras razones, las empresas definen políticas de manejo de inventarios para atender sus necesidades, pero cuidando de no tener más de los estrictamente requeridos.

El indicador de rotación de inventarios muestra las veces en el año, o en el periodo seleccionado, que el inventario rota en la compañía. Tiene relación con el plazo promedio en que los inventarios se mantienen en su poder. Entre más bajo sea el resultado del indicador, más conveniente será para la empresa, porque sería equivalente a mantener menos tiempo el inventario almacenado; y si el resultado es más alto, más desfavorable será porque indicaría que mantiene inventarios en su poder durante mucho tiempo. Su fórmula de cálculo es como sigue (3.24):

$$\text{Rotación de inventarios} = \frac{\textit{Inventarios promedio}}{\textit{Costo de ventas}} \text{ x } 365 \qquad (3.24)$$

El numerador está compuesto por el promedio de los inventarios del periodo de análisis, porque el inventario normalmente varía durante el transcurso del año; por tanto, es mejor y más conveniente disponer de un buen número de datos para calcular el promedio; si se tiene acceso a información con frecuencia de medición mensual o trimestral durante el año, podrá haber un mayor acercamiento al volumen real de inventario que se manejó durante el periodo. Pero cuando no se tiene mucha información, se deberá acudir por lo menos a calcular el promedio de inventario entre el año que se analiza y el año anterior, información que se puede obtener del estado de situación financiera. El resultado que arroja el indicador se presenta en número de días promedio que permanece el inventario en poder de la empresa.

Ejemplo 3.22

Calcular el indicador de rotación de inventarios de La Serena en 2020, empleando la información del Estado de resultados integral (Ejemplo 3.18) y el estado de situación financiera al 31 de diciembre de 2020 (Ejemplo 3.6) y el dato del inventario que tenía la compañía al 31 de diciembre de 2019, que reportó un valor de $ 20 750 000 (Ejemplo 3.16).

Costo de ventas 2020	$ 1 070 000 000
Inventarios al 31 diciembre de 2020	$ 20 750 000
Inventarios al 31 diciembre de 2019	$ 17 750 000

Promedio inventarios = (20 750 000 + 17 750 000) / 2 = $ 38 500 000

Al aplicar la fórmula 3.24,

$$\text{Rotación de inventarios} = \frac{38\,500\,000}{1\,070\,000\,000} \text{ x } 365 = 13.3 \text{ días}$$

Esto indica que el inventario se rota cada 13.3 días en promedio, es decir, la empresa mantiene inventarios, entre materias primas, producto en proceso y producto terminado, pero tiene una alta rotación. Para determinar si es una cifra favorable o no, se debe comparar con sus resultados anteriores, la cifra que se tenía como objetivo para el año de análisis y la rotación de inventarios de compañías dedicadas a la misma actividad económica.

Plazo promedio de cobro

Es un indicador muy importante que da a conocer el número de días en promedio de pago que se está concediendo de plazo a los clientes. Incluye un elemento de referencia como la política de plazo de pago a clientes, con lo que se sabe si los resultados de un periodo son favorables o no. Se calcula así (3.25):

$$\text{Plazo promedio de cobro} = \frac{\textit{Cuentas por cobrar promedio}}{\textit{Ventas}} \qquad (3.25)$$

El numerador requiere el cálculo promedio de las cuentas por cobrar durante periodos intermedios que forman parte del periodo de análisis, bien sea mensual o trimestral. Cuando no se dispone de información de periodos intermedios se debe acudir al menos al promedio entre el dato final y el inicial del periodo de análisis, información que se puede obtener del estado de situación financiera, que se convertirá en el dato inicial del periodo. El cálculo de este promedio es importante porque como se ha visto previamente, el estado de situación financiera presenta información con corte a una fecha específica y podría registrar información que no es representativa de lo ocurrido durante el periodo de análisis. El resultado del indicador se expresa en días y significa el número de días promedio que se está dando de plazo de pago a los clientes. Un mayor número de días de plazo de pago implica la necesidad de recursos para financiar esa cartera. Así, en la medida en que la empresa aumenta sus cuentas por cobrar, mayor es la financiación requerida para este propósito. En consecuencia, entre más bajo sea el número de días, será más favorable para la compañía por la menor necesidad de recursos para financiar la cartera.

Ejemplo 3.23

Calcular el plazo promedio de cuentas por cobrar con la información del estado de resultados de 2020 de La Serena, y el promedio de cuentas por cobrar al final y al inicio del mismo año.

Ventas	$ 1 340 000 000
Cuentas por cobrar final 2020	$ 37 500 000
Cuentas por cobrar inicio 2020	$ 42 500 000

Promedio cuentas por cobrar = (37 500 000 + 42 500 000) / 2 = $ 40 000 000

$$\text{Plazo promedio cuentas por cobrar} = \frac{40\,000\,000}{1\,340\,000\,000} \times 365 = 10.9 \text{ días}$$

Lo que se interpreta diciendo que la compañía maneja un promedio de plazo de pago a sus clientes de 10.9 días. Esta cifra se deberá comparar con los resultados de años anteriores, el objetivo previsto para el periodo de análisis y con las empresas pertenecientes al mismo sector económico. En este caso en particular aparece un nuevo referente de comparación, como la política de pago a los clientes, para determinar si se está cumpliendo o no.

Si se analizan los valores de las cuentas por cobrar al final y al inicio de 2020, se advierte que las cuentas por cobrar pasaron de $ 42 500 000 al inicio de año a $ 37 500 000 al finalizar 2020. La naturaleza de las cuentas por cobrar hace que mientras más baja sea la cantidad mejor para la empresa, porque necesitará menos recursos en capital de trabajo para financiar el plazo de pago que se otorga a los clientes. Las cifras en valores absolutos pueden conducir a error a los analistas, debido a que las cuentas por cobrar deben mantener una absoluta relación con el valor de las ventas. Así, si las ventas aumentan, las cuentas por cobrar deberían aumentar en la misma proporción y si disminuyen deberían tener una disminución proporcional. Por este motivo, no es posible afirmar que la disminución en el valor de las cuentas por cobrar al finalizar el año sea una cifra favorable a la gestión de la compañía, porque si el comportamiento de las ventas presenta una disminución porcentual menor a la disminución que están teniendo las cuentas por cobrar porcentualmente, la disminución de este valor sería desfavorable. Por consiguiente, a cambio de analizar el valor absoluto de la variación de las cuentas por cobrar, es necesario revisar el indicador de promedio de cuentas por cobrar, que siempre relaciona el valor de la cartera de clientes con las ventas del periodo correspondiente.

Con este indicador es necesario precisar que no se debería ver afectado por el incremento o la disminución de las ventas, siempre y cuando se mantenga la misma política de plazo de pago a los clientes. Así entonces, un incremento en el valor de las ventas daría lugar a aumentar las cuentas por cobrar, pero si el plazo de pago se mantiene, el promedio de días de pago también lo hará.

Plazo promedio de cuentas por pagar

Este indicador determina el promedio de días que se demora la empresa para pagar sus cuentas a los proveedores. Su resultado se expresa en número de días y entre mayor sea este número, mejor será para la compañía desde el punto de vista financiero; pero, se debe tener cuidado con su manejo, ya que, si se eleva el número de días de promedio de pago, aunque es bueno porque sus inventarios se estarían financiando sin costo un mayor número de días, sería desfavorable para los proveedores, porque tendrán que esperar más tiempo para recuperar su dinero. En ningún momento se debe olvidar que el objetivo financiero de las empresas con ánimo de lucro es la generación de valor ahora y en el futuro y cada una de las partes interesadas en la compañía deben contribuir a ello, especialmente los proveedores, que deben recibir de ella una retribución como ellos la esperan y de forma oportuna. La fórmula del cálculo es como sigue (3.26):

$$\text{Plazo promedio de cuentas por pagar} = \frac{\textit{Cuentas por pagar promedio}}{\textit{Costo de ventas}} \qquad (3.26)$$

Ejemplo 3.24

Calcular el periodo promedio de cuentas por pagar de La Serena, con base en la información del estado de resultados integral de 2020 y el promedio de cuentas por pagar de 2020 y 2019, si para el año 2019 el valor de las cuentas por pagar registrado en el estado de situación financiera fue de $ 19 320 000.

Costo de ventas	$ 1 070 000 000
Cuentas por pagar 2020	$ 22 780 000
Cuentas por pagar 2019	$ 19 320 000

Promedio cuentas por pagar = (22 780 000 + 19 320 000) / 2 = $ 21 050 000

$$\text{Plazo promedio cuentas por pagar} = \frac{21\,050\,000}{1\,070\,000\,000} \times 365 = 7.18 \text{ días}$$

Lo anterior muestra que el plazo promedio de cuentas por pagar es de 7.18 días.

La utilización simultánea de los resultados de los tres indicadores que se acaban de estudiar suministra información muy importante para el análisis de capital de trabajo y para la liberación de flujo de efectivo de la compañía, lo que en consecuencia contribuye a la generación de valor. Esa utilización simultánea de dos o tres indicadores da lugar a otros nuevos indicadores denominados ciclo operativo y ciclo de efectivo.

Ciclo operativo

Está compuesto por la suma de los indicadores rotación de inventarios y plazo promedio de cuentas por cobrar. Se expresa en días y entre más bajo sea el número de días es más conveniente para la compañía. La fórmula del indicador es la siguiente (3.27):

$$\text{Ciclo operativo} = \text{Días de rotación de inventarios} + \text{Días promedio de cuentas por cobrar} \quad (3.27)$$

La importancia de este indicador radica en que determina en número de días la necesidad de financiar su capital de trabajo.

Ejemplo 3.25

Calcular el ciclo operativo de La Serena con la información de 2020.

Si se tiene en cuenta que los indicadores de rotación de inventarios y promedio de cuentas por cobrar ya se habían calculado, es suficiente con tomar esta información para realizar su cálculo:

Días de rotación de inventarios	13.3 días
Días promedio de cuentas por cobrar	10.9 días

Aplicando la fórmula 3.27:

$$\text{Ciclo operativo} = 13.3 + 10.9 = 24.2 \text{ días}$$

La compañía necesita recursos para financiar el capital de trabajo con el propósito de mantener inventarios y plazo de pago a los clientes, correspondiente a 24.2 días. El aumento de este valor de un año a otro obliga a que se consigan más recursos para gestionar su operación, mientras que la disminución de valor significa la liberación de recursos. También es necesario tener presente que aunque se mantenga el mismo valor de ciclo operativo de un año a otro se pueden demandar nuevos recursos para financiar el capital de trabajo, cuando se presenta un incremento en el volumen de actividad. Si las ventas se incrementan el 20 % de un año a otro, manteniéndose el mismo plazo a los clientes y la misma política de manejo de inventarios, el ciclo operativo podrá dar exactamente igual, pero en términos absolutos se requiere nueva financiación para atender el mayor volumen de inventarios y de cuentas por pagar que exige un mayor volumen de actividad.

Ciclo de efectivo

Otro importante indicador que ayuda a determinar la necesidad de capital de trabajo requerido por una compañía es el ciclo de efectivo, que está compuesto por los tres indicadores de actividad vistos inicialmente, como rotación de inventario, plazo promedio de cuentas por cobrar y por pagar. Así se calcula:

$$\text{Ciclo de efectivo} = \text{Rotación de inventario} + \text{Promedio de cuentas por cobrar} - \text{Promedio de cuentas por pagar} \quad (3.28)$$

Es un indicador muy parecido al de ciclo operativo; sin embargo, incorpora un elemento que permite determinar con mayor precisión la necesidad de recursos para financiar el capital de trabajo, como el plazo promedio de cuentas por pagar, expresado en número de días. Por un lado, la compañía requiere recursos para financiar sus inventarios y el plazo de pago que otorga a sus clientes. Por otro lado, los proveedores conceden un plazo de pago, para que la empresa obtenga algo de financiación de su capital de trabajo.

Ejemplo 3.26

Calcular el ciclo de efectivo de La Serena en 2020, con los datos de rotación de inventarios, plazo de pago de cuentas por cobrar y plazo de pago de cuentas por pagar calculados en los ejemplos anteriores.

Días de rotación de inventarios	13.3 días
Días promedio de cuentas por cobrar	10.9 días
Días promedio de cuentas por pagar	7.18 días
Ciclo de efectivo	13.3 + 10.9 – 7.18 = 17.02 días

Luego se necesitan recursos para financiar el capital de trabajo de la compañía correspondiente a 17.02 días de operación.

El ciclo de efectivo es más favorable entre más bajo sea el número de días; de hecho, los directivos de las compañías se preocuparán por no dejar incrementar el promedio de los inventarios o el plazo de pago de las cuentas por cobrar, así como por no dejar disminuir el plazo de pago a los proveedores. Un análisis juicioso de este indicador deberá contrastar el resultado del periodo de análisis con el de periodos anteriores para conocer su tendencia y cotejar con el objetivo previsto para determinar si se alcanzó a cumplir o no el propósito.

Efecto del incremento de días promedio de los indicadores de rotación

Además de los resultados de los indicadores estudiados previamente, también es importante calcular el valor en que varía la demanda de capital de trabajo en la empresa, bien sea porque se requiere mayor cantidad de recursos por un incremento en el número de días de uno o varios de estos indicadores o porque se liberarán recursos por una disminución.

Efecto del indicador de rotación de inventarios

Así, un incremento de dos días en el indicador de rotación de inventarios podría interpretarse en cuanto a necesidad de recursos de capital de trabajo. Las cifras del indicador son:

Resultado del indicador rotación de inventario año 2020 = 13.3 días

Si se desea conocer el efecto que tendría un incremento de los inventarios que maneja la empresa por aumentar su promedio de tenencia en dos días (aumentaría a 15.3 días), sin que se presente variación en el volumen de actividad, y que el costo de ventas se mantenga igual en 2021 con respecto al año anterior ($ 1 070 000 000), entonces, descomponiendo la fórmula 3.24 se tendría:

$$\text{Rotación de inventarios} = \frac{\textit{Inventarios promedio}}{\textit{Costo de ventas}} \text{ x } 365$$

Si,

Rotación de inventarios	15.3 días
Costo de ventas	$ 1 070 000 000
Inventario promedio	?

$$15.3 = \frac{?}{1\,070\,000\,000} \text{ x } 365$$

Inventario promedio	$ 44 852 055

Esto significa que, si en 2021 se mantiene el mismo nivel de actividad en la empresa, con relación con el año anterior, pero se presenta un incremento del inventario promedio de $44 852 055, después de tener un inventario promedio del año anterior por valor de $38 500 000, se requerirían recursos adicionales por $6 352 055 para 2021. Lo que implica que se deberá acudir a financiación adicional para atender capital de trabajo por esta cuantía. Es decir, un incremento en el volumen de inventarios, sin que aumente su actividad operativa, genera la necesidad de buscar financiación por el valor del incremento de inventarios, lo que resulta desfavorable para la compañía, porque está comprometiendo más recursos para mantener el mismo volumen de actividad.

De esta manera también podría calcularse el efecto que tendría en la empresa disminuir un número de días el promedio de inventario, lo que daría como resultado la liberación de dinero en efectivo. Para esto se podría suponer que se desea tener un inventario promedio de 11.3 días (dos días menos que el valor inicial). Al aplicar la fórmula 3.24 se encuentra:

$$\text{Rotación de inventarios} = \frac{\textit{Inventarios promedio}}{\textit{Costo de ventas}} \text{ x } 365$$

Si,

Rotación de inventarios	11.3 días
Costo de ventas	$ 1 070 000 000
Inventario promedio	?

$$11.3 = \frac{?}{1\,070\,000\,000} \text{ x } 365$$

Inventario promedio	$ 33 126 027

Si se parte del valor inicial de inventario promedio correspondiente a $38 500 000, y se compara con el inventario promedio necesario para una rotación de 11.3 días por $33 126 027, se presenta una necesidad de inventario por una cifra menor a la inicial, lo que se convierte en una liberación de dinero en efectivo.

Inventario promedio inicial	–	Inventario promedio requerido	=	Necesidad o liberación de efectivo
$38 500 000	–	$33 126 027	=	$5 373 973

Esto significa que el manejo de inventarios bien sea con la disminución de un solo día de inventario promedio, puede contribuir a un mejor manejo del capital de trabajo de la compañía que podría verse reflejado en la liberación de dinero en efectivo.

Efecto de variación del indicador plazo de cuentas por cobrar

Este indicador tiene un comportamiento similar al de rotación de inventarios porque en la medida en que se incremente el número de días de plazo de cuentas por cobrar, aumentará también el valor de capital requerido para financiar la operación de la compañía, mientras que la disminución del número de días promedio de plazo de pago se reflejará en una liberación de dinero en efectivo.

Para el primer caso (incremento del número de días de plazo de cuentas por cobrar), se puede partir del Ejemplo 3.23, que contiene la siguiente información sobre la compañía:

Ventas	$1 340 000 000
Cuentas por cobrar final 2020	$ 37 500 000
Cuentas por cobrar inicio 2020	$ 42 500 000

Promedio de cuentas por cobrar = (37 500 000 + 42 500 000) / 2 = $40 000 000

$$\text{Plazo promedio de cuentas por cobrar} = \frac{40\,000\,000}{1\,340\,000\,000} \times 365 = 10.9 \text{ días}$$

Si se desea conocer el efecto del incremento del plazo de cobro en dos días, entonces pasaría de 10.9 a 12.9 días promedio de cobro. Entonces, sería necesario calcular el valor promedio de cuentas por cobrar.

$$\text{Plazo promedio de cuentas por cobrar} = \frac{?}{1\,340\,000\,000} \text{ x } 365 = 12.9 \text{ días}$$

Al despejar los valores de la fórmula resulta,

Cuentas por cobrar promedio = $ 47 358 904

Lo que significa que ya no debería tener un promedio de cuentas por cobrar de $ 40 000 000 como se presenta al inicio, sino de $ 47 358 904. Esta diferencia exige una financiación por $ 7 358 904 adicionales, o sea, la diferencia entre estos dos valores ($ 47 358 904 – $ 40 000 000).

Esto se traduce en que un mayor plazo de pago concedido a los clientes implica un costo real de financiación de los recursos adicionales requeridos. Posiblemente en algunas empresas en la medida en que el entorno va ajustando sus dinámicas de mercado se verán en la necesidad de ampliar los plazos de pago para mantener los clientes o atraer nuevos compradores, lo que está bien siempre y cuando se trate de una política de la compañía. Sin embargo, cuando los plazos de pago se van ampliando con el transcurso del tiempo, a causa de una falta de gestión adecuada de la cartera, se puede convertir en un problema que representa importantes costos financieros para la compañía que no puede esperar una retribución por esa ampliación del plazo de pago.

También es posible analizar el efecto que tendría en la empresa una disminución del plazo promedio de cobro, lo que bien puede ocurrir por un ajuste de políticas en este sentido o por una mejor gestión en el cobro, sin modificar los plazos de pago dados a sus clientes. Así, si el plazo de pago que se desea lograr es dos días menos que el promedio inicial, es decir, 8.9 días, sería posible conocer el efecto en la liberación de dinero en efectivo que se produciría en caso de lograr este propósito.

Ventas	$ 1 340 000 000
Cuentas por cobrar al inicio 2020	$ 42 500 000
Cuentas por cobrar al final 2020	?
Plazo promedio de cuentas por cobrar	8.9 días

Aplicando la fórmula 3.25 se tendría,

$$\text{Plazo promedio de cuentas por cobrar} = \frac{?}{1\,340\,000\,000} \text{ x } 365 = 8.9 \text{ días}$$

Despejando los valores de la fórmula,

Cuentas por cobrar promedio = $ 32 673 972

Cifra inferior a la inicial en $ 7 326 028 ($ 40 000 000 – $ 32 673 972)

Esto significa que, si la empresa realiza un esfuerzo de reducción de plazo de pago a sus clientes en dos días, podría liberar $ 7 326 028 de dinero en efectivo.

Efecto de variación del indicador plazo de cuentas por pagar

El indicador que muestra el promedio de plazo de las cuentas por pagar a los proveedores, como elemento fundamental para el cálculo del ciclo operativo y el ciclo de efectivo, amerita un análisis de la necesidad de financiación o la liberación de recursos como consecuencia de su aumento o disminución.

Este indicador tiene un comportamiento contrario a los dos estudiados previamente, en el sentido de que el aumento en el número de días promedio de plazo de pago a proveedores representa un beneficio económico para la empresa, porque con ello aumenta el capital de trabajo que financian los proveedores de la compañía. En caso contrario, una disminución implica un menor valor de financiación que está obteniendo la compañía de sus proveedores. Para estudiar mejor este efecto se debe acudir a los datos iniciales del ejemplo 3.24, que muestra la construcción del indicador:

Costo de ventas	$ 1 070 000 000
Cuentas por pagar 2020	$ 22 780 000
Cuentas por pagar 2019	$ 19 320 000

Promedio de cuentas por pagar ($ 22 780 000 + $ 19 320 000) / 2 = $ 21 050 000

$$\text{Plazo promedio cuentas por pagar} = \frac{21\,050\,000}{1\,070\,000\,000} \times 365 = 7.18 \text{ días}$$

Si se desea conocer el efecto de aumentar en dos días el promedio de plazo de pago a proveedores, a partir de los datos iniciales de la compañía, entonces,

Costo de ventas	$ 1 070 000 000
Plazo promedio cuentas por pagar	9.18 días
Promedio cuentas por pagar	?

Reemplazando en la fórmula 3.26,

$$\text{Plazo promedio de cuentas por pagar} = \frac{?}{1\,070\,000\,000} \times 365 = 9.18 \text{ días}$$

Despejando los valores de la fórmula,

Plazo promedio de cuentas por pagar = $26 911 233

Al aumentar a 9.18 días el promedio de plazo de pago a los proveedores de la compañía, ya no se estaría financiando un valor de $21 050 000, como estaba planteado inicialmente, sino $26 911 233. Es decir, la empresa se estaría beneficiando de una financiación adicional sin costo financiero ($26 911 233 – $21 050 000 = $5 861 233). Esta cifra implica una liberación de recursos del capital de trabajo que pueden destinarse a otro propósito o a cancelar deudas que sí tienen costo financiero.

Pero esa variación en los días de plazo de pago a proveedores también puede ser desfavorable cuando se disminuye ese plazo promedio. Se puede analizar qué ocurriría si el plazo promedio de pago a los proveedores se disminuye en dos días, manteniendo las demás condiciones iguales.

Costo de ventas	$1 070 000 000
Plazo promedio de cuentas por pagar	5.18 días
Promedio de cuentas por pagar	?

Reemplazando en la fórmula 3.26,

$$\text{Plazo promedio de cuentas por pagar} = \frac{?}{1\,070\,000\,000} \times 365 = 5.18 \text{ días}$$

Despejando los valores de la fórmula se obtiene el siguiente resultado:

Plazo promedio de cuentas por pagar = $15 185 205

Esto significa que el valor por financiar con los proveedores (sin costo de financiación), ya no es $21 050 000, sino $15 185 205. Es decir, $5 864 795 menos. Como es natural, esta disminución implica la necesidad de conseguir recursos por este valor para financiar parte del capital de trabajo, lo que llevará a que ningún gerente quiera disminuir su plazo de pago a proveedores. Por el contrario, en la medida en que tenga la posibilidad de renegociar plazos o de conseguir nuevos proveedores que le concedan más plazo de pago, estaría logrando un beneficio económico para la compañía.

Necesidad de financiación adicional por el crecimiento de la compañía

Si el nivel de actividad de la compañía se hubiese incrementado, es decir, si se hubiera presentado un mayor nivel de ventas que en términos absolutos llevaría a un incremento en el costo de ventas, también traería como consecuencia la necesidad de un incremento en la cantidad del inventario promedio para atender ese mayor volumen de actividad. También se requeriría mayor financiación de capital de trabajo; sin embargo, en este caso está perfectamente justificado porque se trata de financiar un mayor crecimiento, que más adelante se verá reflejado en utilidad o generación de valor para la compañía. Esto se puede ilustrar mejor mediante el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3.27

Calcular el ciclo operativo de La Serena para 2021, con base en las siguientes cifras:

Ventas	$ 1 474 000 000
Costo de ventas	$ 1 177 000 000
Inventario promedio	$ 42 350 072
Cuentas por cobrar promedio	$ 44 000 000

Antes de calcular el ciclo operativo es necesario obtener los indicadores de rotación de inventarios y el plazo de cuentas por cobrar, como se muestra a continuación.

$$\text{Rotación inventarios} = \frac{42\,350\,072}{1\,177\,000\,000} \text{ x } 365 = 13.3 \text{ días}$$

$$\begin{array}{r}\text{Plazo promedio}\\ \text{de cuentas por cobrar}\end{array} = \frac{44\,000\,000}{1\,474\,000\,000} \text{ x } 365 = 10.9 \text{ días}$$

$$\text{Ciclo operativo} = 13.3 + 10.9 = 24.2 \text{ días}$$

El ciclo operativo para la compañía La Serena, en 2021, es de 24.2 días. Es decir, se necesitan recursos para financiar el capital de trabajo por 24.2 días, que corresponde al tiempo transcurrido desde cuando se adquieren los inventarios hasta cuando se recauda el dinero por las ventas a plazo que otorga la compañía a sus clientes.

Si se compara el resultado del indicador ciclo operativo de 2021 con 2020, en ambos casos el ciclo operativo es de 24.2 días. Si se analiza cada cifra de los indicadores rotación de inventarios y el plazo promedio de cuentas por cobrar, se advierte un crecimiento del volumen de actividad de un año a otro, como se muestra a continuación.

Ventas: pasaron de $1 340 000 000 en 2020, a $1 474 000 000 en 2021, lo que equivale a un incremento del 10 % del volumen de actividad.

Costo de ventas: pasó de $1 070 000 000 en 2020 a $1 177 000 000 en 2021, equivalente a un incremento del 10 %.

Rotación de inventario: en 2020 la empresa presentó un índice de rotación de inventarios de 13.3 días (Ejemplo 3.22), cifra que se mantiene igual en 2021: 13.3 días, a pesar del incremento del 10 % en el volumen de actividad.

Plazo promedio de cuentas por cobrar: 2020 tuvo un índice de rotación de inventarios de 10.9 días (Ejemplo 3.23). Valor que se mantuvo igual en 2021 a pesar del aumento de las ventas del 10 %.

El incremento del costo de ventas del 10 %, exactamente igual al incremento de ventas de un año a otro, además de tener la misma proporción de los inventarios y de las cuentas por cobrar de 2021 respecto a 2020, permitió mantener el indicador de ciclo operativo en el mismo número de días, a pesar del incremento de las ventas en la cifra mencionada. Este resultado brinda la clave para lograr una gestión adecuada en estos rubros, como mantener una proporción de manejo de inventario y de plazo de cuentas por pagar, lo que significa que, no obstante, el incremento del volumen de actividad, mientras se mantenga el mismo promedio de inventarios y el mismo plazo de cuentas por cobrar no habrá deterioro en los indicadores.

Aunque los resultados de los indicadores de rotación de 2021 se mantienen en el mismo valor que tenían en 2020, el crecimiento en el volumen de actividad de la organización exige nuevos recursos para financiar la actividad adicional en cuanto a inventarios por mantener y financiación de las cuentas por cobrar adicionales. Esto se puede calcular con la diferencia entre el promedio de inventarios y el promedio de cuentas por cobrar de cada uno de los años analizados, como se ilustra a continuación.

Inventario promedio año 2020	\$ 38 500 000
Inventario promedio año 2021	\$ 42 350 072

Valor adicional para financiar por inventarios = \$ 42 350 072 – \$ 38 500 000
= \$ 3 850 072

Cuentas por cobrar promedio año 2020	\$ 40 000 000
Cuentas por cobrar promedio año 2021	\$ 44 000 000
Valor adicional a financiar cuentas por cobrar	\$ 44 000 000 – \$ 40 000 000
	= \$ 4 000 000

Valor total de recursos adicionales
para financiar crecimiento = \$ 3 850 000 + \$ 4 000 000
= \$ 7 850 000

Este resultado ofrece una idea general sobre la necesidad de financiación que produce el crecimiento en una empresa, específicamente para atender necesidades de capital de trabajo; sin tener en cuenta los demás elementos que implica el crecimiento relacionados con capacidad instalada, necesidad de vinculación de personal adicional y los aspectos propios de un proceso de incremento en el volumen de actividad.

En general el análisis de la situación financiera de una empresa por medio de indicadores deberá tomar en cuenta siempre la comparación del resultado del periodo de análisis, con el resultado de la misma compañía de dos, tres o más periodos anteriores, para saber cuál es el comportamiento de la tendencia. También deberá tener una cifra objetivo utilizada como referente, calculada previamente mediante procesos presupuestales, que servirá de guía para conocer si se cumplió o no con el objetivo previsto para el periodo.

Por último, el resultado deberá contrastarse con lo obtenido por las empresas pertenecientes al mismo sector económico. La información deberá incluir el promedio, el resultado más bajo y el resultado más alto de cada indicador en el periodo de análisis, para tratar de ubicar el resultado de interés lo más cercano a uno de estos tres puntos y determinar su comportamiento respecto a la industria a la que pertenece.

En general la clave del análisis financiero a partir de indicadores está en comprender que el resultado obtenido, antes de brindar respuestas, debe dar lugar a preguntas y generar inquietudes, porque la cifra que arroja el indicador es solo una puerta de entrada a lo que es realmente el análisis que se debe hacer, que además debe incluir la desagregación de los elementos que componen cada indicador, y las demás subpartidas de cada elemento, hasta llegar al nivel de detalle y de profundidad suficiente para encontrar la razón por la que se llegó a un resultado específico en el periodo. Solo con un proceso de desagregación de elementos y componentes se podrá lograr una mejora progresiva y consistente.

El analista que cree que el indicador por sí mismo le está dando respuestas, está desaprovechando la oportunidad de saber cuál es realmente la causa de los resultados, favorables o desfavorables de la compañía y especialmente la posibilidad de mejorarlos y orientarlos hacia una mayor generación de valor. Por esto el análisis de cada uno debe ser solo el inicio de lo que debe ser un seguimiento a los resultados, hasta encontrar la verdadera fuente de aspectos favorables o no para la empresa.

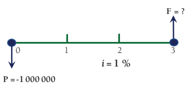
Apéndice C
Cálculos financieros a través de Excel©

Excel ofrece una serie de fórmulas financieras que permite hacer cálculos de forma sencilla y rápida. Una vez comprendidos los conceptos de tasas de interés y valor del dinero en el tiempo se podrá utilizar Excel como herramienta de cálculo. No todos los temas de matemáticas o análisis financieros se pueden resolver en este programa con una sola operación. Por tal motivo este Apéndice se refiere únicamente a los cálculos que se pueden resolver con una sola operación en la hoja de cálculo.

Es necesario tener en cuenta que en las herramientas financieras que ofrece Excel se asume que hay una equivalencia entre las cifras de dinero que ingresan y los egresos; por tanto, si las cifras de entrada tienen signo positivo, el resultado tendrá signo negativo y viceversa.

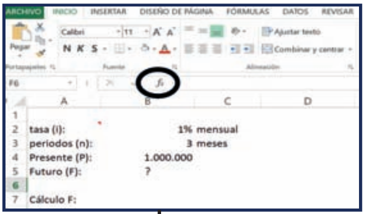
Cómo encontrar una cifra en valor futuro, equivalente a una cifra conocida en valor presente, dada una tasa de interés y determinado periodo

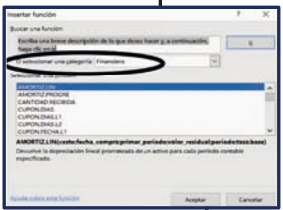
Ejemplo 2.1. Si hoy se coloca $ 1 000 000 de pesos en una inversión que ofrece una tasa de interés del 1 % mensual, durante un plazo de tres meses ¿cuál es el valor que se recibirá al final del plazo? Es decir, ¿cuál sería el valor futuro equivalente dentro de tres meses, a la suma de dinero que se invierta hoy y a la tasa de interés dada?

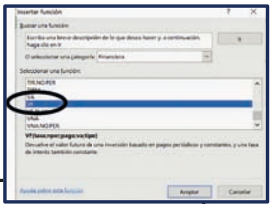


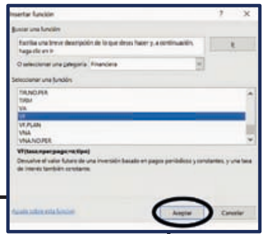
La ruta en Excel para desarrollar este ejercicio es la siguiente:

1) Fx
2) Función financiera
3) VF
4) Aceptar
5) Ingresar datos
6) Aceptar

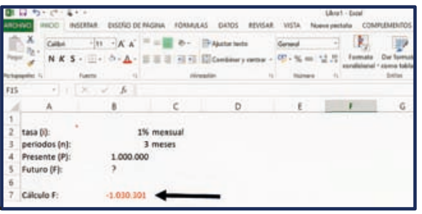




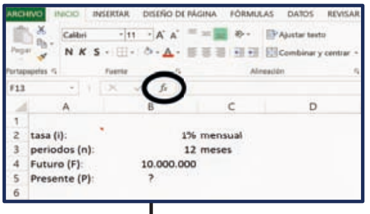




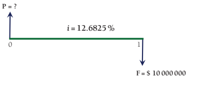
Lo que da como resultado que 1 000 000 de unidades monetarias hoy (pesos, dólares, etc.), a una tasa de interés del 1 % mensual, equivale a 1 030 301 unidades monetarias dentro de tres meses.



Cómo hallar una cifra en valor presente, equivalente a una cifra conocida en el futuro, dada una tasa de interés y determinado periodo

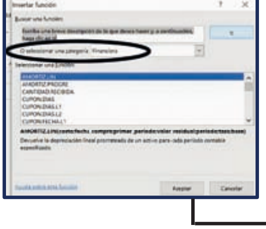


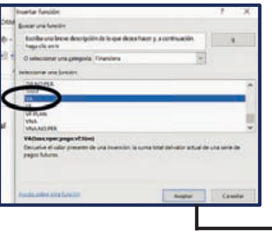
Ejemplo 2.6. El Banco de Crédito ofrece hoy la posibilidad de invertir una cifra en una cartera colectiva que promete devolver al final de un año la suma de $ 10 000 000. Calcular cuánto se deberá invertir si la tasa de interés que aplica el banco es del 12 % nominal mes vencido. En primer lugar se convierte la tasa de interés en una tasa mensual (12 % / 12 = 1 % mensual) y se considera como periodo de tiempo 12 meses.

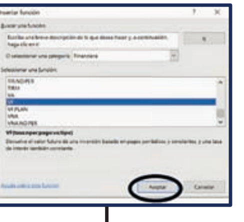


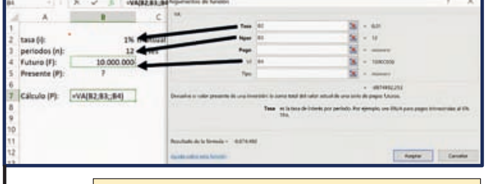
La ruta en Excel para desarrollar este ejercicio es la siguiente:

1) Fx
2) Función financiera
3) VF
4) Aceptar
5) Ingresar datos
6) Aceptar

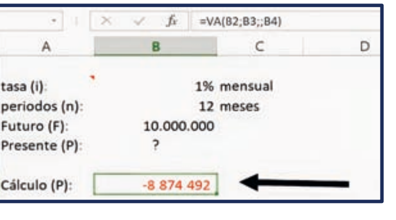




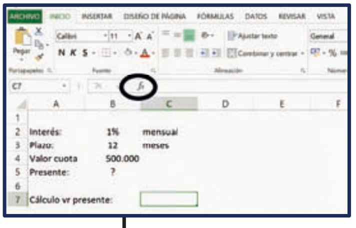




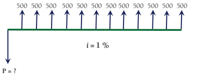
El resultado del cálculo en Excel dice que 10 000 000 de unidades monetarias en doce meses, a una tasa de interés del 1 % mensual, son equivalentes a un valor presente de 8 874 492 unidades monetarias.



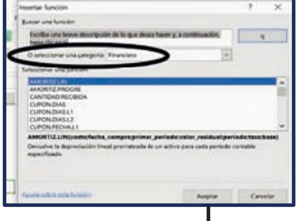
Cálculo del valor presente equivalente a una serie de pagos uniforme

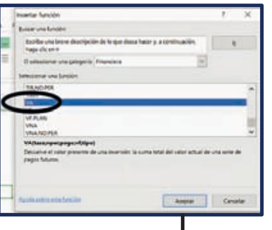


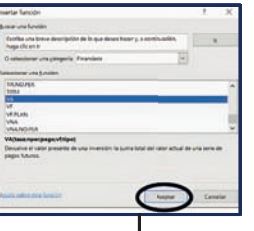
Ejemplo 2.7. Si el propietario de una vivienda la tiene alquilada y el inquilino ofreció pagarle un año anticipado de arriendo, pero con la condición de que le calcule un valor presente aplicándole una tasa de interés del 1 % mensual, determinar cuánto debería recibir el dueño de la vivienda si el valor del arrendamiento mensual es de $ 500 000.

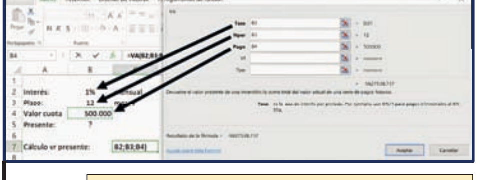


La ruta en Excel para desarrollar este ejercicio es la siguiente:
1) Fx
2) Función financiera
3) VF
4) Aceptar
5) Ingresar datos
6) Aceptar

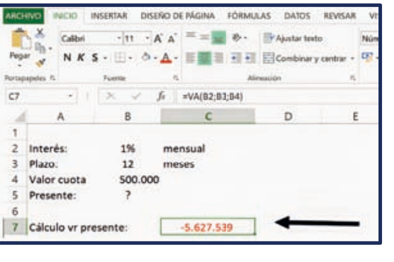




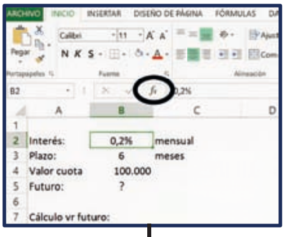




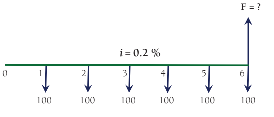
Por medio de las funciones financieras de Excel se puede determinar que una cuota de $ 500 000 mensuales, a una tasa de interés del 1 % mensual, durante doce meses equivale a una cifra en valor presente de $ 5 627 539.



Cálculo del valor futuro equivalente a una serie de pagos uniforme

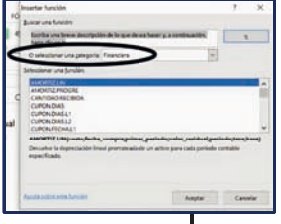


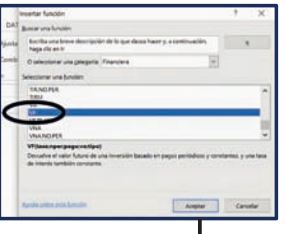
Ejemplo 2.12. Algunas entidades financieras ofrecen a sus clientes diversas alternativas para fomentar el ahorro periódico; entre ellas, disponen de un producto llamado cédulas de capitalización, por medio de las cuales el ahorrador se compromete a depositar una cifra fija cada mes y al final del plazo retira el ahorro con un pequeño rendimiento, además de la posibilidad de participar en sorteos mensuales de electrodomésticos o de dinero. El banco El Ahorrador ofrece la posibilidad a los clientes de que depositen $ 100 000 mensuales durante seis meses y al final del plazo les devuelve el dinero ahorrado más unos rendimientos. Para este periodo la tasa de rendimiento que ofrece es del 0.2 % mensual. Determinar cuál sería el valor para retirar al final de los seis meses.

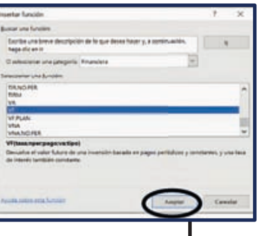


La ruta en Excel para desarrollar este ejercicio es la siguiente:

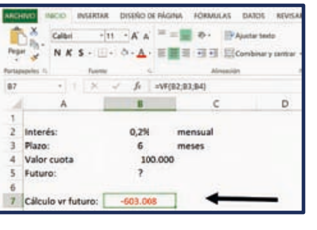
1) Fx
2) Función financiera
3) VF
4) Aceptar
5) Ingresar datos
6) Aceptar





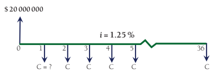


El resultado se interpreta diciendo que un pago uniforme de $ 100 000 a una tasa de interés mensual de 0.2 % es equivalente a $ 603 008 al final del plazo.

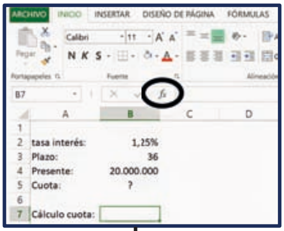


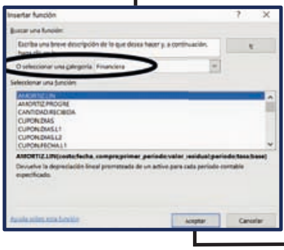
Cálculo de una serie de pagos uniforme a partir de un valor presente

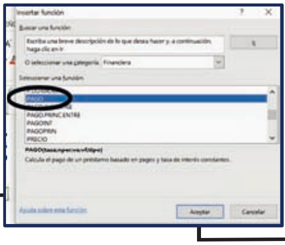
Ejemplo 2.15. El Banco Nacional de Colombia me concede un crédito para la compra de vehículo por $ 20 000 000, para cancelar en cuotas iguales en un plazo de 36 meses, a una tasa de interés del 1.25 % mensual; deseo saber cuál sería el valor de la cuota mensual.

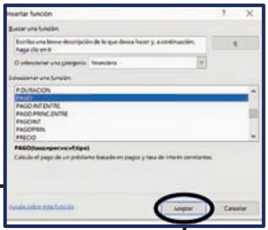


La ruta en Excel para desarrollar este ejercicio es la siguiente:
1) Fx
2) Función financiera
3) VF
4) Aceptar
5) Ingresar datos
6) Aceptar

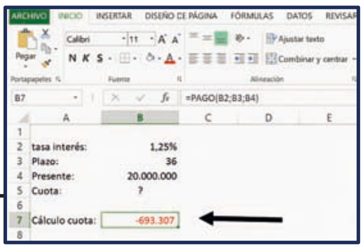








El resultado nos dice que hoy un crédito por $ 20 000 000 equivale a 36 cuotas mensuales iguales de $ 697 307, a una tasa de interés del 1.25 % mensual.



Referencias

Álvarez, I. (2016). *Finanzas. Estratégicas y creación de valor*. 5ª ed. Bogotá: Ecoe.

Bedoya, H. (2019). *Matemáticas financieras con aplicaciones en Excel*. Bogotá: Ecoe.

Brealey, R., Myers, S. y Allen, F. (2013). *Principles of corporate finance*. 11ª ed. EE. UU.: McGraw Hill.

Buenaventura, G. (2018). *Fundamentos de matemáticas financieras*. Bogotá: Ecoe.

Cano, A. (2017). *Matemáticas financieras bajo normas internacionales de contabilidad y normas internacionales de información financiera*. Bogotá: Ediciones de la U.

Cruz, S., Villarreal, J. y Rosillo, J. (2015). *Finanzas corporativas, valoración, política de financiamiento y riesgo*. Bogotá: International Thomson Editores S.A. de C.V.

Dumrauf, G. (2013). *Finanzas corporativas, un enfoque latinoamericano*. 3ª ed. Ciudad de México: Alfaomega.

Dumrauf, G. (2013). *Matemáticas financieras*. 1ª ed. Buenos Aires: Grupo Editor Argentino.

Flórez, J. (2015). *Matemáticas financieras empresariales*. Bogotá: Ecoe.

Haeussler, E., Paul, R. y Wood, R. (2015). *Matemáticas para administración y economía*. 13ª ed. Ciudad de México: Pearson Educación de México, S. A. de C. V.

Mora, A. y Pro, Z. (2019). *Matemáticas financieras*. 5ª ed. Bogotá: Alfaomega.

Ross, S., Westerfield, R. y Jaffe, J. (2018). *Finanzas corporativas*. 11ª ed. Barcelona: McGraw Hill.

Rubio, M. (2019). *Finanzas aplicadas, teoría y práctica*. 4ª ed. Editorial. Bogotá: Ediciones de la U.

Serrano, J. (2018). *Matemáticas financieras y evaluación de proyectos*. 2ª ed. Bogotá: Editorial Universidad de los Andes.

Stanley, B. y Geoffrey, H. (2013). *Fundamentos de administración financiera*. 14ª ed. Bogotá: McGraw Hill.

Trujillo, J. y Martínez, O. (2016). *Matemáticas financieras y decisiones de inversión*. Bogotá: Alfaomega.

Autor

Alberto Antonio Agudelo, Ph.D.

Administrador de Empresas de la Universidad Nacional de Colombia (1994) y especialista en Ingeniería Administrativa y Financiera de la Universidad Nacional de Colombia (2002), con maestría en Administración de la Universidad Nacional de Colombia (2004) y Ph. D. en Finanzas de la Universidad del CEMA, Argentina (2017). Con más de treinta años de experiencia en el campo de gerencia financiera en los sectores público y privado. Desde 2007 se ha desempeñado como docente de planeación financiera, ingeniería financiera, gerencia del riesgo, valuación de empresas, gestión financiera y, renta fija y renta variable en diferentes programas de pregrado y posgrado de la Facultad de Administración de la Universidad Nacional de Colombia. Recientemente dentro de su grupo de investigación en finanzas cuantitativas de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales ha incluido en sus tópicos de interés el estudio de la aplicación de algoritmos genéticos y otras herramientas computacionales aplicadas al análisis financiero en los mercados de valores. Participó como conferencista en el Congreso de Tecnología, Ciencia y Sociedad en Madrid (España) y ha sido coautor de publicaciones en *Investment Management and Financial Innovations*. Puede ser contactado en aagudeloa@unal.edu.co

Índice temático

V

Ciencias
de Gestión

Análisis financiero
corporativo

Hace parte de la Colección Ciencias de Gestión
Se diseñó y diagramó en la Editorial
Universidad Nacional de Colombia.
en junio de 2021
Bogotá, D. C., Colombia.

En su composición se utilizaron caracteres
ITC Berkeley Oldstyle Std 11/14 puntos.

Ciencias de Gestión

Al introducirnos en el inmenso campo de las finanzas, bien sea a través de las finanzas corporativas o el mercado de capitales, es necesario acudir a algunos conceptos sobre matemáticas básicas aplicadas al campo financiero, conocidas como *matemáticas financieras,* así mismo al análisis e interpretación de los resultados de la actividad de la empresa, reflejados a través de los estados financieros.

Este libro recoge la experiencia del autor a lo largo de varios años de su ejercicio docente en pregrado y posgrado en cursos sobre este tema, y en administración, análisis financiero y finanzas corporativas para empresas con ánimo de lucro. En sus capítulos se ofrecen elementos pedagógicos que lo diferencian de los demás libros y textos sobre finanzas. El lector no requerirá de muchas fortalezas en esta área para abordar y comprender los temas aquí tratados, porque cada uno de ellos se describe de forma sistemática y detallada, acompañados de ejemplos desarrollados; además de otros propuestos para que el lector los resuelva de forma independiente, con la posibilidad de contrastar sus resultados con las respuestas dadas al final de cada apartado.

9 789587 945461

Editorial UNAL