



Transfert d'eau liquide dans les parois du bâtiment

Elie El-Chakar

► **To cite this version:**

Elie El-Chakar. Transfert d'eau liquide dans les parois du bâtiment. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1994. Français. <tel-00523174>

HAL Id: tel-00523174

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00523174>

Submitted on 4 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

80754

NS 17527(4)

X

THESE

présentée par

Elie EL-CHAKAR

pour obtenir le titre de DOCTEUR de

L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

spécialité : Sciences et Techniques du Bâtiment

Transfert d'eau liquide dans les parois du bâtiment

Date de soutenance : 27 Janvier 1994

Composition du jury :

MM.

Y. CANDAU Président, Rapporteur

D. TESSIER Rapporteur

J.F. DAÏAN Examineur

P. DELAGE Examineur

J. ROLLING Directeur



32

REMERCIEMENTS

Ce travail a été mené au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (Champs sur Marne) au sein du service ELT (division HTO).

J'exprime mes remerciements à Monsieur Yves CANDAU Professeur à l'Université Paris XII pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury et en acceptant de rédiger un rapport sur ce mémoire.

Je remercie vivement Monsieur Jacques RILLING Professeur à l'ENPC et Directeur Scientifique du CSTB, pour avoir dirigé cette thèse et pour l'aide et les conseils précieux qu'il a su m'apporter tout au long de ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur Daniel TESSIER Directeur de Recherche à l'INRA de Versailles pour l'honneur qu'il me fait en participant à ce jury et en acceptant d'être rapporteur de ce travail.

J'exprime également ma reconnaissance à Monsieur Jean-François DAÏAN Directeur de Recherche à l'IMG ainsi qu'à Monsieur Pierre DELAGE Directeur adjoint du CERMES-ENPC pour avoir accepté de participer à ce jury.

Je suis reconnaissant à Madame Corinne RASSON pour la dactylographie de cet ouvrage.

Je voudrais aussi remercier tous ceux qui, au sein du service ELT, m'ont aidé de près ou de loin à accomplir ce travail.

Enfin je dédie ce mémoire à mes parents qui m'ont toujours soutenu et encouragé pendant toute la durée de la thèse.

RESUME

L'objectif de cette recherche est l'étude du transfert d'eau en phase liquide dans les parois du bâtiment et de définir une nouvelle métrologie pour déterminer le coefficient de perméabilité liquide des matériaux du bâtiment.

Une partie théorique fait l'état des connaissances en matière de modélisation du transfert d'eau en phase liquide. Elle est suivie par une partie qui relate les méthodes utilisées pour mesurer ou imposer des pressions capillaires (ou succions) avec un intérêt particulier à la méthode osmotique qui est utilisée plus tard pour imposer des conditions aux limites en terme de succion.

Cette dernière partie s'ouvre sur une revue des méthodes de mesure de la perméabilité liquide et qui sera conclue par la définition et la mise au point d'une nouvelle méthode de mesure de la perméabilité liquide, qui a fait l'objet d'un dépôt de brevet d'invention, s'appuyant sur la méthode osmotique et qui fonctionne en régime permanent, mesurant les débits entrant et sortant de l'échantillon.

Une campagne d'essais est menée sur du béton cellulaire autoclavé avec différents couples de conditions aux limites. Il s'en suit une recherche d'identification d'une relation entre la perméabilité liquide et la succion, démarche qui mérite plus d'approfondissement.

Finalement cette nouvelle méthode de mesure mérite d'être diffusée, et son caractère opérationnel est manifeste.

ABSTRACT

The objective of this research is to study moisture transfer in the liquid phase in building walls by defining a new metrology to determine the liquid permeability coefficient of building materials.

A theoretical part provides us with the present state of knowledge of the modelling of water transfer in liquid phase. It is supplemented with another part dealing with the methods used to measure or impose capillary pressures (or suction), with particular focus on the osmotic method used later on to impose boundary conditions in terms of suction.

This last part opens with a review of the methods intended to measure liquid permeability, and ends with the definition and development of a new method for measuring permeability, for which a patent was registered, which is based on the osmotic method and runs under steady-state conditions, measuring the input and output flow rates of the sample.

A testing campaign is carried out on autoclaved aerated concrete with different couples of boundary conditions.

An equation is then arranged relating liquid permeability and suction, a process which deserves careful and deeper thought.

Finally, the new measuring method calls for improvement. Nevertheless, its operational character is obvious.

SOMMAIRE

Page

INTRODUCTION GENERALE

1

CHAPITRE I: DESCRIPTION PHENOMENOLOGIQUE DE LA FIXATION ET DES TRANSFERTS D'EAU DANS LES MATERIAUX POREUX

I.1. INTRODUCTION	4
I.2. ABSORPTION DE SURFACE	5
I.2.1. Modèle de LANGMUIR	5
I.2.2. Modèle BET	6
I.3. LA CONDENSATION CAPILLAIRE	6
I.4. L'HYSTERESIS	10
I.5. ISOTHERMES DE SUCCION	12
I.6. LES TRANSFERTS D'EAU DANS LES MATERIAUX POREUX	13
I.6.1. Introduction	13
I.6.2. Aperçu sur les transferts de vapeur	13
I.6.3. Le transfert de la phase liquide	14
I.6.3.1. Le coefficient de diffusion liquide	15
I.6.3.2. Equation de conservation de masse	16
I.6.4. Choix du modèle de transfert d'eau	17

CHAPITRE II: LES METHODES DE MESURE DE LA PRESSION CAPILLAIRE

II.1. INTRODUCTION	19
II.2. LES METHODES DE MESURE DU POTENTIEL MATRICIEL	20

II.2.1. La méthode tensiométrique	20
II.2.2. La méthode psychrométrique	21
II.2.3. La méthode du papier-filtre	24
II.3. LES METHODES POUR IMPOSER UN POTENTIEL MATRICIEL	25
II.3.1. La méthode a pression de vapeur imposée	25
II.3.2. La méthode de la plaque de succion, ou de la chambre à pression d'air	28
II.3.3. La méthode par centrifugation	29
II.3.4. La méthode osmotique	29
II.3.4.1. Principe thermodynamique de l'osmométrie	29
II.3.4.2. Type de soluté	32
II.3.4.3. Comparaison entre la méthode osmotique et la méthode de surpression d'air	34
II.4. CONCLUSION	37

CHAPITRE III: LES METHODES DE MESURE DE LA PERMEABILITE

III.1. INTRODUCTION	39
III.2. LES METHODES DE MESURE DE LA PERMEABILITE EN REGIME PERMANENT	39
III.2.1. La méthode de KLUTE	40
III.2.2. La méthode de COREY	42
III.3. LES METHODES DE MESURE DE LA PERMEABILITE EN REGIME TRANSITOIRE	44
III.3.1. Les méthodes fondées sur l'utilisation de la plaque de succion	45
III.3.1.1. La méthode de GARDNER	45
III.3.1.2. La méthode de MILLER et ELRICK	51
III.3.1.3. La méthode de KUNZE et KIRKHAM	52
III.3.2. La méthode osmotique	56
III.3.2.1. L'oedomètre à succion contrôlée	56
III.3.2.2. Détermination de la perméabilité	58
III.3.2.3. Modélisation de l'échange instationnaire	58
III.3.3. Détermination de la perméabilité en imbibition (ou infiltration)	62
III.3.4. La méthode des profils hydriques	71
III.4. CONCLUSION	75

CHAPITRE IV: L'APPAREIL DE MESURE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE EN REGIME PERMANENT

IV.1. INTRODUCTION	77
IV.2. L'APPAREIL DE MESURE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE	77
IV.2.1. L'anneau porte-échantillon	78
IV.2.1.1. Préparation des échantillons	80
IV.2.1.2. Coulage de la cire	80
IV.2.1.3. Saturation de l'échantillon	82
IV.2.2. Les embases rainurées	83
IV.2.3. Les membranes semi-perméables	84
IV.2.4. Les flacons réservoirs et le bain thermostaté	85
IV.2.5. Le dispositif de mesure volumétrique	88
IV.3. CONCLUSION	90

CHAPITRE V: ETUDE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE DU BETON CELLULAIRE AUTOCLAVE

V.1. INTRODUCTION	92
V.2. RELATION CONCENTRATION-POTENTIEL OSMOTIQUE DES SOLUTIONS DE PEG20000	92
V.2.1. Choix de la courbe de pression osmotique concentration à 20°C	94
V.2.1.1. Détermination de la courbe masse volumique-concentration	97
V.2.1.2. Choix de la courbe de pression osmotique à 20°C	97
V.3. MATERIAU UTILISE ET PREPARATION DES ECHANTILLONS	101
V.4. DESCRIPTION ET PRESENTATION DES RESULTATS DES ESSAIS	102
V.4.1. Processus d'expérimentation	103
V.4.1.1. Variation volumique en eau des solutions	103
V.4.2. Allure générale des courbes de variation de volume	108
V.4.3. Influence de la membrane sur le transfert d'eau	111
V.4.3.1. Mesure de la perméabilité des membranes	111
V.4.3.2. Comparaison de l'impédance de la membrane avec celle de l'échantillon	114

V.5. PRESENTATION DES ESSAIS	117
V.5.1. Interprétation des écarts de débits	126
V.6. INTERPRETATION DES RESULTATS DES ESSAIS EFFECTUES	129
V.6.1. Précision des mesures de débit et influence sur les valeurs de perméabilités	132
V.6.2. Comparaison avec des résultats existants de mesure de perméabilité	137
V.7. RECHERCHE D'IDENTIFICATION D'UNE RELATION PERMABILITE-SUCCION	141
V.7.1. Prise en compte du degré de liberté des conditions aux limites	141
V.7.2. Représentation de la perméabilité locale en fonction de la succion	144
V.7.2.1. Choix de la relation $K_{\ell}(p_c)$	145
V.7.2.2. Détermination expérimentale de la perméabilité liquide à la saturation	147
V.7.2.3. Identification des paramètres	147
V.8. CONCLUSION	155
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE	158
BIBLIOGRAPHIE	161
ANNEXES	A-2

NOTATIONS

- a_1 : Activité du solvant.
- A_2, A_3 : Respectivement deuxième et troisième coefficient du viriel.
- c : Concentration de la solution (g/100g solution ou g/100cm³ solution).
- D_{AB} : Diffusivité binaire du mélange gazeux A et B (m²/s).
- D_ℓ : Diffusivité liquide (m²/s).
- E_ℓ : Chaleur molaire de vaporisation de l'eau (J/mole).
- E_1 : Energie molaire d'adsorption (J/mole).
- g : Accélération de la pesanteur (m/s²).
- H, h_i : Charges hydrauliques (m).
- HR : Humidité relative de l'air.
- J : Densité de flux massique (kg/m²/s).
- K_ℓ : Perméabilité liquide du matériau (m/s).
- \bar{K}_ℓ : Perméabilité liquide moyenne du matériau (m/s).
- K_0 : Perméabilité liquide du matériau à la saturation (m/s).
- M : Masse molaire du soluté (kg/mole).
- M_w : Masse molaire de l'eau (kg/mole).
- n : Paramètre de la relation perméabilité-succion.

NOTATIONS

n_1, n_2 : Respectivement nombre de mole du constituant 1 et du constituant 2 de la solution.

N_{Az} : Densité de flux molaire du gaz A à la côte z (mole/m²/s).

P_0 : Pression de référence du solvant pur (N/m²).

P : Pression de la solution à l'état de déséquilibre osmotique (N/m²).

$P_c, P_1,$

p_2 : Pressions capillaires, ou succions (N/m²).

p_l : Pression de la phase liquide (N/m²).

p_0 : Pression de la phase liquide à l'état de référence, ou pression d'entrée d'air (N/m²).

p_v : Pression partielle de vapeur (N/m²).

p_{vs} : Pression de vapeur saturante à la température T (N/m²).

Q : Débit massique (kg/s).

q_l : Densité de flux massique (kg/m²/s).

r : Rayon de courbure moyen du ménisque (m).

R : Constante universelle des gaz parfaits (8.314 J/mole/°K).

s_l : Entropie spécifique de la phase liquide (J/kg/°K).

t : Temps (s).

T : Température absolue (°K).

NOTATIONS

$u = \frac{x}{\sqrt{t}}$: Variable de BOLTZMANN ($m/s^{1/2}$).

v_l : Volume spécifique de la phase liquide (m^3/kg).

\bar{V}_1 : Volume molaire partiel du solvant dans la solution ($m^3/mole$).

V_1, V_2 : Respectivement volume molaire partiel du constituant 1 et du constituant 2 de la solution ($m^3/mole$).

V_m : Volume molaire moyen de la solution ($m^3/mole$).

x_1, x_2 : Respectivement fraction molaire du constituant 1 et du constituant 2 de la solution.

Z_m : Impédance de la membrane (s).

Z_s : Impédance de l'échantillon (s).

Z_T : Impédance totale du système membrane-échantillon-membrane (s).

$\alpha_n = n\pi/2L$ ($\pi = 3.1416$).

β : Angle de mouillage eau-matériau.

γ_1 : Coefficient d'activité.

θ : Teneur en eau volumique (m^3 d'eau/ m^3 de matériau).

μ : Viscosité dynamique ($N/m^2/s$).

NOTATIONS

- μ_ℓ° : Potentiel chimique de la phase liquide à l'état de référence (J/mole).
- μ_ℓ : Potentiel chimique de la phase liquide à l'état capillaire (J/mole).
- μ_v° : Potentiel chimique de la phase vapeur à l'état de référence (J/mole).
- μ_v : Potentiel chimique de la phase vapeur en équilibre thermodynamique avec la phase liquide à l'état capillaire (J/mole).
- μ_1° : Potentiel chimique du solvant pur à l'état de référence (J/mole).
- μ_1 : Potentiel chimique du solvant dans la solution (J/mole).
- π : Pression osmotique (N/m²)
- ρ_ℓ : Masse volumique de la phase liquide (kg/m³).
- σ : Tension superficielle de l'eau (7.3*10⁻² N/m à 20°C).
- τ : Taux d'humidité adsorbée
- τ_m : Taux d'humidité adsorbée quand la surface spécifique du matériau est entièrement recouverte par une couche monomoléculaire d'eau.
- ϕ_ℓ : Potentiel matriciel de la phase liquide (N/m²).
- ϕ_v : Potentiel matriciel de la phase vapeur (N/m²).

**INTRODUCTION
GENERALE**

INTRODUCTION

La plupart des matériaux de construction sont des milieux poreux. Cette caractéristique les amène à être le siège d'échanges hygrothermiques avec le milieu environnant :

- * Un échange quasi permanent en phase vapeur du fait de la différence qui existe entre l'humidité relative à l'intérieur du bâtiment qui est sujette à des variations souvent prononcées résultant de l'activité de l'homme, et l'humidité relative de l'atmosphère extérieure qui reste quasiment constante.
- * Un échange en phase liquide qui peut être le fait de l'eau de pluie, ou de l'eau du sol en contact avec l'enveloppe du bâtiment, du côté extérieur, ou bien le fait de la circulation (accidentelle) de l'eau à l'intérieur du bâtiment ou encore de condensations dans la masse.

Ces phénomènes de transfert de masse sont décrits par des lois physiques qui relient les potentiels de transferts aux caractéristiques physiques des matériaux.

Dès lors il est nécessaire de déterminer ces caractéristiques physiques, comme la perméabilité à la vapeur, la perméabilité à l'eau liquide ou bien la conductivité thermique.

Dans le cadre de ce travail nous nous sommes fixé comme objectif de définir une métrologie propre au transfert d'eau en phase liquide dans le milieu non saturé, dans le but de caractériser les matériaux du bâtiment en terme de perméabilité à l'eau liquide.

Ils paraît alors évident en préambule de présenter une description des phénomènes de transfert d'eau.

Un rapide tour d'horizon sur les méthodes de mesures de la pression capillaire et des méthodes de mesure de la perméabilité à l'eau liquide nous permettra de situer notre travail par rapport aux travaux antérieurs et de présenter donc une nouvelle méthode de mesure de la perméabilité.

Enfin nous étudierons un cas particulier, le béton cellulaire autoclavé au travers d'un certain nombre d'essais, à partir desquels nous initions une démarche d'identification dont le but est la recherche d'une relation entre la perméabilité et pression capillaire (ou succion).

CHAPITRE I

**DESCRIPTION PHENOMENOLOGIQUE DE LA FIXATION
ET DES TRANSFERTS D'EAU DANS LES MATERIAUX
POREUX**

**Chapitre I : DESCRIPTION PHENOMENOLOGIQUE DE LA
FIXATION ET DES TRANSFERTS D'EAU
DANS LES MATERIAUX POREUX**

I. INTRODUCTION

Les matériaux du bâtiment sont pour la plupart des matériaux poreux. Nous pouvons discerner deux types de matériaux poreux :

- les matériaux hygroscopiques, comme le béton par exemple,
- les matériaux non-hygroscopiques, comme le polystyrène.

Les matériaux hygroscopiques sont des matériaux capables de fixer l'humidité contenue dans l'air ambiant. Cela peut être mis en évidence en mettant un matériau sec (relativement) ayant une masse m_0 dans une enceinte où l'air a une humidité relative HR donnée et une température T. Après un certain temps on pèse l'échantillon, il a une masse "m" supérieure à " m_0 " de départ. En augmentant progressivement l'humidité relative de l'air, l'échantillon fixera d'avantage de vapeur d'eau. C'est le phénomène d'absorption physique de la vapeur d'eau. On traduit ce phénomène par des courbes isothermes reliant l'évolution de la quantité d'eau fixée par le matériau sec à l'humidité relative de l'air à une température donnée. Ces courbes s'appellent isothermes de sorption, qui pour la plupart des matériaux du bâtiment ont la forme montrée par la figure I.1, d'après la classification de BRUNAUER, DEMING, DEMING et TELLER (in [17]).

Si nous suivons le chemin inverse de la sorption, c'est-à-dire si nous imposons à l'échantillon une série d'équilibres thermodynamiques décroissant en humidité relative, on constate que le matériau restitue une quantité moins importante que celle qu'il a fixé (pour une humidité relative donnée). C'est le phénomène de l'hystérésis.

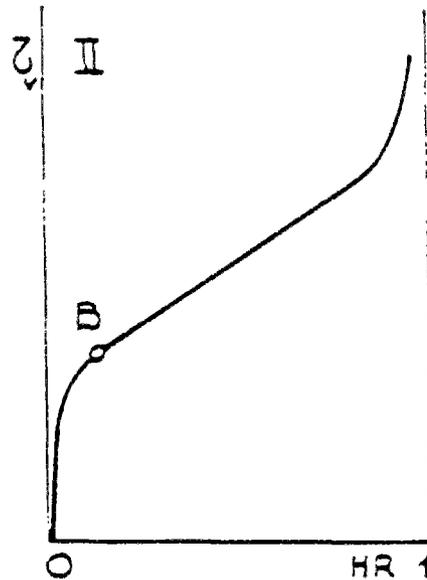


Fig. I.1 : Isotherme d'absorption

I.2. L'ABSORPTION DE SURFACE

L'absorption de surface est une forme du phénomène de l'absorption physique.

Nous décrivons ci-après brièvement ce phénomène qui a lieu aux faibles humidités relatives, donc aux faibles taux d'humidité, notre étude se préoccupant essentiellement des transferts dans les fortes teneurs en eau.

La fixation de l'eau sur la surface interne des pores se fait essentiellement sous forme d'absorption de surface.

Nous citons deux modèles d'absorption basés tous deux sur la théorie cinétique des gaz parfaits :

I.1.2. modèle de LANGMUIR [26]

Ce modèle suppose une fixation sur la surface interne du matériau par une couche monomoléculaire qui s'étend quand l'humidité relative augmente.

L'équation de l'isotherme est la suivante :

$$\frac{\tau}{\tau_m} = \frac{c.HR}{1 + c.HR} \quad (I.1)$$

Avec $c = \exp\left(\frac{E_1}{RT}\right)$, E_1 étant l'énergie molaire d'absorption de la courbe absorbée.

τ = taux d'humidité absorbée.

τ_m = taux d'humidité du matériau lorsque la surface spécifique du matériau est entièrement recouverte par une couche monomoléculaire d'eau.

I.2.2. modèle BET de BRUNAUER, EMMETT et TELLER [6]

C'est une extension du modèle de LANGMUIR, pour intégrer l'absorption en multicouche. L'équation de l'isotherme est alors la suivante :

$$\frac{\tau}{\tau_m} = \frac{C.HR}{(1-HR)(1-HR+C.HR)} \quad (I.2)$$

Avec : $c = \exp\left(\frac{E_1 - E_\ell}{RT}\right)$ où E_ℓ est la chaleur molaire de vaporisation de l'eau.

Notons l'existence d'autres modèles d'absorption de surface notamment celui de GUGGENHEIM, ANDERSON, DE BOER (GAB) qui constitue une extension du modèle BET et celui de BARRETT, JOYNER et HALLEND (B.J.H.). On pourra se référer à DAÏAN [10] et DUFORESTEL [17] pour plus de détails concernant ces modèles.

I.3. LA CONDENSATION CAPILLAIRE

Les modèles de l'absorption de surface permettent d'interpréter une partie des isothermes de sorption jusqu'à 40 % d'humidité relative environ.

Au delà de cette limite apparaît le phénomène de la condensation capillaire qui devient prépondérante.

A partir de l'expression de l'équilibre entre la phase vapeur de l'eau et sa phase liquide KELVIN propose une loi qui relie l'humidité relative de l'air au potentiel matriciel de l'eau liquide.

En effet lorsque deux phases différentes d'un même corps, au contact l'une de l'autre sont en équilibre thermodynamique, alors leurs potentiels chimiques massiques sont égaux [5]. Soit pour les phases liquides et vapeur de l'eau (à une température T donnée) :

$$\mu_\ell = \mu_v \quad (I.3)$$

μ_ℓ et μ_v sont les potentiels chimiques respectifs des phases liquide et vapeur de l'eau. Or en considérant la vapeur d'eau comme un gaz parfait nous avons :

$$\mu_v = \frac{RT}{M_v} (\phi_v(T) + \text{Log } p_v) \quad (\text{I.4})$$

Avec : $\mu_v^\circ(T)$: potentiel chimique de référence de la vapeur d'eau à la température

$\phi_v(T)$: une fonction de la température

M_v : la masse moléculaire de l'eau

p_v : pression partielle de la vapeur d'eau à la température T.

Pour une surface plane d'eau liquide, à la température T, en contact avec sa vapeur saturante nous avons :

$$p_v = p_{vs}(T) \quad \text{et} \quad \mu_v^\circ(T) = \frac{RT}{M_v} (\phi_v(T) + \text{Log } p_{vs}) \quad (\text{I.5})$$

Ce potentiel chimique μ_v° est pris comme référence à la température T.

Concernant la phase liquide, la référence correspondante sera son potentiel chimique à une pression standard. Soit μ_ℓ° ce potentiel chimique.

Nous choisissons que cette pression standard soit la pression de la phase gazeuse (l'air), qui est en l'occurrence la pression atmosphérique.

Or par définition, la vapeur d'eau saturante est en équilibre avec l'eau liquide, quand la surface de séparation est plane, à la pression atmosphérique.

Ainsi nous avons :

$$\mu_v^\circ = \mu_\ell^\circ \quad (\text{I.6})$$

Nous introduisons la notion de potentiel matriciel pour les deux phases notées ϕ_v et ϕ_ℓ respectivement :

$$\phi_\ell = \rho_\ell (\mu_\ell - \mu_\ell^\circ(T)) \quad \text{et} \quad \phi_v = \rho_v (\mu_v - \mu_v^\circ(T)) \quad (\text{I.7})$$

A l'équilibre thermodynamique on a :

$$\mu_{\ell} = \mu_v \text{ et } \mu_{\ell}^{\circ} = \mu_v^{\circ} \text{ alors} \quad (\text{I.8})$$

$$\phi_{\ell} = \phi_v = \frac{\rho_{\ell} RT}{M_v} \text{Log} \frac{p_v}{p_{vs}}$$

ϕ_{ℓ} et ϕ_v sont exprimés en unités de pression (Pa par exemple).

A une température donnée T on a :

$$\frac{p_v}{p_{vs}} = \text{HR} \text{ humidité relative}$$

D'où :

$$\phi_{\ell} = \phi_v = \frac{\rho_{\ell} RT}{M_v} \text{Log HR} \quad (\text{I.9})$$

C'est une forme de la loi de KELVIN. Notons son caractère général faisant abstraction de l'état de l'eau liquide. Le potentiel matriciel est une grandeur négative.

La relation générale :

$$d\mu_{\ell} = -s_{\ell} dT + v_{\ell} dp_{\ell}$$

nous permet en l'intégrant d'exprimer le potentiel ϕ_{ℓ} . En effet l'eau liquide étant quasiment incompressible et à une température T donnée on a :

$$\mu_{\ell} - \mu_{\ell}^{\circ}(T) = v_{\ell} (p_{\ell} - p_{\ell}^{\circ}) \quad (\text{I.10})$$

où $v_{\ell} = \frac{1}{\rho_{\ell}}$

or l'état de référence de l'eau liquide est pris tel que $p_{\ell}^{\circ} = p_0$ où l'eau est à l'état fixe. Donc p_0 est la pression de la phase gazeuse lors de l'équilibre entre l'eau liquide libre à l'état pur et sa vapeur saturante, soit à la pression atmosphérique.

On a donc l'expression de ϕ_{ℓ} :

$$\phi_{\ell} = p_{\ell} - p_0 \quad (\text{I.11})$$

D'où d'après la relation (I.9) :

$$p_{\ell} - p_0 = \frac{\rho_{\ell} RT}{M_v} \text{Log HR} \quad (\text{I.12})$$

L'humidité relative HR étant inférieure à l'unité, cette relation montre que l'eau en équilibre avec sa vapeur dans les pores est à une pression inférieure à la pression atmosphérique. Ce phénomène est à associer à la formation d'un ménisque formant interface entre la phase gazeuse et la phase liquide à l'intérieur d'un pore.

En effet, si l'on considère un pore cylindrique dans lequel l'eau liquide se trouve en équilibre avec l'air humide de pression p_0 et ayant une humidité relative HR , nous avons du fait de la mouillabilité de l'eau un ménisque à l'interface air-liquide.

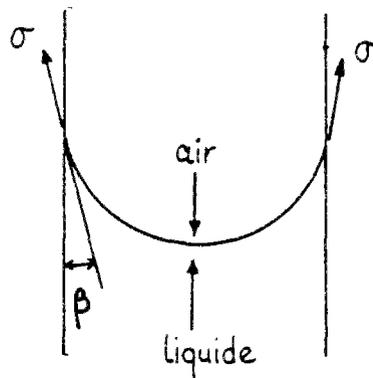


Fig. I.2 : Equilibre de l'interface air-liquide

l'équilibre de ce ménisque se fait sous l'action des pressions p_l et p_0 et des forces de tension superficielle.

La loi de LAPLACE traduit cet équilibre

$$p_l - p_0 = -\frac{2\sigma \cos \beta}{r} \quad (I.13)$$

Avec σ : tension superficielle du liquide

β : angle de mouillage

r : rayon de courbure moyen du ménisque.

En supposant que l'eau est un liquide parfaitement mouillant ($\beta = 0$), et en admettant que le ménisque a une forme sphérique de rayon r qui est en l'occurrence le rayon du pore :

$$p_\ell - p_0 = -\frac{2\sigma}{r} \quad (\text{I.14})$$

au lieu
$$p_c = p_0 - p_\ell = \frac{2\sigma}{r} \quad (\text{I.15})$$

ou p_c est désignée par "pression capillaire" ou suction.

Dans ces hypothèses, le rayon de courbure du ménisque sphérique correspond au rayon du pore (cylindrique). On peut ainsi savoir, pour une humidité relative donnée, quels sont les pores qui seront remplis d'eau liquide (condensés) par la loi de KELVIN :

$$-\frac{2\sigma}{r} = \frac{\rho_\ell RT}{M_v} \text{Log HR} \quad (\text{I.16})$$

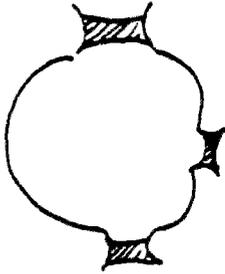
Donc pour une humidité relative donnée, tous les pores dont le rayon est inférieur à $-\frac{2\sigma M_v}{\rho_\ell RT \text{Log HR}}$ sont saturés d'eau liquide.

I.4. L'HYSTERESIS

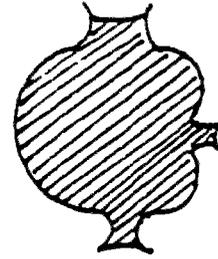
L'expérience montre qu'un matériau ne désorbe pas toute l'eau adsorbée.

Les deux raisons essentielles de ce phénomène sont les suivantes :

La forme en bouteille d'encre de certains pores interconnectés avec d'autres pores de tailles différentes permet plusieurs états de saturation avec un même rayon de courbure des ménisques (voir figure I.3.).



Sorption



Désorption

Fig. I.3 : Forme en bouteille d'encre de certains pores.

A la désorption, l'eau remplissant les gros pores peut être piégée par celle qui sature les pores plus petits avec lesquels ils sont connectés.. A l'inverse, pour la même humidité relative, l'adsorption va remplir les petits pores piégeant l'air humide dans les gros pores.

La deuxième raison stipule que la condensation capillaire selon la loi de KELVIN n'est valable qu'à la désorption et qu'elle est applicable en adsorption pour les pores ouverts d'un seul côté où on considère que le fond de ces pores contient dès les faibles valeurs de HR des ménisques sphériques capables d'amorcer la condensation capillaire. Pour les pores ouverts des deux côtés, la condensation capillaire intervient pour des valeurs plus élevées de l'humidité relative que celle prévue par la loi de KELVIN [10].

I.5. ISOTHERMES DE SUCCION

La loi de KELVIN exprimée par la relation (I.6) établit une relation entre l'humidité relative de l'air et le potentiel matriciel de l'eau en équilibre local avec cet air considéré comme un gaz parfait. Comme nous avons vu ci-dessus nous pouvons écrire pour l'eau la relation suivante :

$$-p_c = \rho_l \frac{RT}{M_v} \text{Log HR} \quad (\text{I.17})$$

Cette écriture permet de relier la pression capillaire à l'humidité relative de l'air dans le matériau. En d'autres termes on établit une relation entre les isothermes de sorption, reliant la teneur en eau à l'humidité relative $\theta = \theta(\text{HR})$ à une température donnée, et les isothermes de succion, reliant la teneur en eau à la pression capillaire $\theta = \theta(p_c)$ à la même température.

Cette dernière représentation est d'une grande utilité, pour les humidités relatives élevées (supérieures à 95 %) où l'isotherme de sorption présente une pente pratiquement verticale, c'est-à-dire que petite variation de l'humidité relative entraîne une forte variation de la teneur en eau, d'où des imprécisions de représentation de la réalité dans ce domaine d'humidité relative.

I.6.LES TRANSFERTS D'EAU DANS MATERIAUX POREUX

I.6.1. Introduction

Les transferts d'humidité en milieu poreux résultent de la composition de deux types de transfert, un en phase vapeur et un autre en phase liquide.

Nous décrirons brièvement les phénomènes qui régissent le transfert de vapeur, on trouvera dans [17] une étude assez complète de ces phénomènes.

Enfin nous formulerons les équations du transfert liquide et conclurons sur le besoin en métrologie pour identifier les coefficients de transfert en phase liquide.

I.6.2. Aperçu sur les transferts de vapeur

On distingue dans les transferts de vapeur trois modes possibles :

- le transfert visqueux
- la diffusion moléculaire
- la diffusion de KNUDSEN

Le transfert visqueux résulte de l'écoulement total de la phase gazeuse sous une différence de pression totale de l'air humide et par conséquent la vapeur d'eau contenue dans l'air est entraînée dans des zones de forte pression totale vers les zones de plus faible pression totale ; il s'agit donc d'un effet mécanique.

La diffusion moléculaire se produit dans les pores de grande taille, où les chocs entre molécules sont beaucoup plus fréquents que ceux entre les molécules et la parois du pore. Elle résulte d'une différence de concentration en molécule d'eau, sous une pression totale uniforme de la phase gazeuse. Ce mode de diffusion a lieu dans les pores dont la taille est supérieure au "libre parcours moyen" (lpm) de la molécule d'eau entre deux chocs moléculaires.

La diffusion de KNUDSEN se produit dans les pores de taille comparable au "libre parcours moyen" de la molécule d'eau, ou de taille inférieure à celui-ci.

En réalité les deux modes de diffusion coexistent dans une situation donnée.

I.6.3. Le transfert de la phase liquide

Les matériaux hygroscopiques peuvent contenir dans certains de leurs pores des îlots liquides séparés de l'air par des ménisques qui traduisent l'équilibre entre la pression de l'air, celle de l'eau et les forces de tension superficielle qui s'exercent sur ces ménisques. Mais si à l'intérieur d'un même îlot liquide il existe une différence de pression liquide il se produira un écoulement visqueux dans le sens des pressions décroissantes. A noter qu'une telle différence existe pour un pore cylindrique si les deux extrémités sont exposées à des humidités relatives différentes.

L'écoulement d'un liquide au travers d'un tube cylindrique de rayon "r" peut être modélisé par la loi de POISEUILLE qui donne le débit massique Q.

$$Q = -\rho_l \frac{\pi r^4}{8\mu} \frac{\partial p_l}{\partial x} \quad (\text{I.18})$$

avec : μ : est la viscosité dynamique

p_l : pression dans le liquide

ρ_l : masse volumique du liquide.

Cette loi peut être utilisée pour représenter l'écoulement à l'échelle d'un pore individuel au sein d'un milieu poreux. Ceci suppose que la phase liquide est continue. Mais le passage à l'échelle macroscopique se trouve compliqué du fait que le coefficient liant le flux au gradient de pression dépend du point de l'espace. On définit alors un coefficient de transfert macroscopique appelé perméabilité de la phase liquide et on écrit la loi de DARCY. En formulation monodirectionnelle :

$$q_l = -\rho_l K_l \frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{I.19})$$

H est ici la charge hydraulique :

$$H = \frac{p_l}{\rho_l g} + z$$

Dans le cadre de ce travail, nous avons négligé l'effet de la pesanteur. D'autre part, rappelons que dans la phase liquide, la pression p_ℓ s'identifie au potentiel ϕ_ℓ . On peut alors écrire :

$$q_\ell = -\frac{K_\ell}{g} \cdot \frac{\partial p_\ell}{\partial x} = -\frac{K_\ell}{g} \cdot \frac{\partial \phi_\ell}{\partial x} \quad (\text{I.20})$$

En examinant les relations (I.11) et (I.15), nous pouvons écrire :

$$q_\ell = \frac{K_\ell}{g} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial x} \quad (\text{I.21})$$

ou p_c est la pression capillaire (ou encore suction).

Il est raisonnable de supposer que le coefficient de perméabilité qui a la dimension d'une vitesse, est une fonction de l'état local de la phase liquide, défini par ϕ_ℓ (ou p_c) ou la teneur en liquide θ .

Il est d'usage et en particulier dans l'étude des transferts dans les sols, de lier la perméabilité du milieu à la teneur en liquide θ au lieu de la variable d'état ϕ_ℓ , puisqu'il est plus commode de connaître expérimentalement θ que d'accéder à la mesure de ϕ_ℓ . Cependant il est possible si on impose un régime permanent en imposant ϕ_ℓ d'accéder à la perméabilité en fonction du potentiel matriciel ϕ_ℓ . C'est donc le mode expérimental utilisé qui détermine la variable d'état à choisir et par conséquent le coefficient de transfert à déterminer ; si la relation (I.20) traduit la loi de DARCY généralisées. Il est aussi possible ([16], [27] et [33]) d'écrire le flux exprimé par (I.20) sous une autre forme.

I.6.3.1. Le coefficient de diffusion liquide

L'écriture que nous présentons maintenant (I.20), fait appel au gradient de la teneur en eau. L'écriture du flux est liée bien sûr aux méthodes expérimentales utilisées dans l'étude des transferts d'eau dans les milieux poreux. De plus, on sait que la relation entre la teneur en eau et la variable d'état ϕ_ℓ n'est pas univoque, et que cette opération ne peut être faite sans préciser le sens de l'évolution des variables qui conditionnent cette relation, du fait du phénomène de l'hystérésis.

Cette nouvelle formulation peut se déduire de (I.20) en écrivant :

$$\frac{\partial \phi_\ell}{\partial x} = \left(\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta} \right)_T \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (\text{I.22})$$

Cette écriture suppose que la relation entre ϕ_ℓ et θ soit parfaitement définie ; ceci est plausible si l'hypothèse d'équilibre local est admise et qu'un sens d'évolution des grandeurs est défini. La valeur de la dérivée $\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}$ peut être calculée à partir de l'isotherme de succion à l'équilibre obtenu pour le même sens d'évolution. On peut alors écrire :

$$q_\ell = -\frac{K_\ell}{g} \cdot \left(\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta} \right)_T \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (\text{I.23})$$

qui est de la forme :

$$q_\ell = -\rho_\ell \cdot D_\ell \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (\text{I.24})$$

où D_ℓ est le coefficient de diffusion liquide qui s'exprime en fonction de K_ℓ par :

$$D_\ell = \frac{K_\ell}{\rho_\ell g} \cdot \left(\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta} \right)_T \quad (\text{I.25})$$

Notons que ce faisant nous admettons que les coefficients de transfert K_ℓ et D_ℓ sont, à température donnée, des fonctions de l'état du milieu défini par ϕ_ℓ ou θ , dans la mesure où ces grandeurs sont liées par une relation donnée. Il est important de signaler que dans les équations de transfert que nous avons citées, nous n'avons pas tenu compte du transfert d'eau en phase vapeur ; il est généralement admis que pour les domaines de teneur en humidité élevée, le transfert en phase vapeur est négligeable et que l'essentiel du transfert d'eau se fait en phase liquide ([16], [33]). Par conséquent le bilan de masse que nous allons traduire par les équations de conservation de masse, ne comportera pas le bilan du transfert en phase vapeur ; c'est une simplification légitime qui allège beaucoup l'écriture.

I.6.3.2. Equation de conservation de masse

Nous allons exprimer le bilan de masse d'eau dans un élément de volume représentatif, en négligeant la masse de vapeur d'eau contenue dans cet élément par rapport à la masse d'eau liquide. La masse d'eau liquide contenue dans l'élément de volume étant $\rho_\ell \theta$, le bilan de masse d'un élément de volume s'écrit en formulation monodirectionnelle :

$$\frac{\partial q_\ell}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_\ell \theta) = 0 \quad (\text{I.26})$$

Equation dans laquelle l'une quelconque des formulations (I.20), (I.21) ou (I.25) peut être utilisée.

I.6.4. Choix du modèle de transfert d'eau

Nous avons souligné ci-dessus que la formulation du flux d'eau par la relation (I.26) était liée aux méthodes expérimentales qui sont pour la plupart orientées vers la mesure de la teneur d'eau, d'où le choix du gradient de la teneur en eau comme moteur du transfert d'eau.

Nous allons choisir la formulation du transfert d'eau sous la forme :

$$q_{\ell} = \frac{K_{\ell}}{g} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial x} \quad (\text{I.21})$$

Nous allons montrer dans les prochains chapitres comment par une mesure en régime permanent du flux q_{ℓ} à travers un échantillon soumis à un gradient de succion, on peut atteindre la valeur de K_{ℓ} .

Auparavant au cours des deux prochains chapitres nous allons effectuer une revue des méthodes de mesure de la succion dans les matériaux (Chapitre II), puis une revue des méthodes de mesures des coefficients de transfert en phase liquide déjà utilisées (Chapitre III).

CHAPITRE II

**LES METHODES DE MESURE DE LA
PRESSION CAPILLAIRE OU
DU POTENTIEL CHIMIQUE DE L'EAU
DANS LE SOLIDE**

**Chapitre II : METHODES DE MESURE DE LA PRESSION
CAPILLAIRE OU DU
POTENTIEL CHIMIQUE DE L' EAU DANS LE
SOLIDE**

II.1. INTRODUCTION

Les transferts d'eau liquide dans un milieu poreux non saturé sont générés par un gradient de potentiel. Ce potentiel est le même pour la phase vapeur de l'eau et sa phase liquide, du fait de l'hypothèse de l'équidibire thermodynamique local (la loi de KELVIN).

Nous nous intéressons à mesurer la perméabilité liquide du matériau, dans un domaine de taux d'humidité élevé.

La loi de DARCY généralisée au milieu non saturée nous donne la relation qui lie les trois grandeurs ; densité de flux d'eau, perméabilité liquide et le potentiel de l'eau :

$$\vec{q}_\ell = \frac{K_\ell}{g} \vec{\text{grad}} \phi_\ell$$

Dans le domaine des taux d'humidité qui nous intéresse, la représentation du potentiel par la vapeur est proche de HR = 1 et varie peu, alors que celle par le liquide varie fortement (du fait de la forme en Log de la loi de KELVIN). On attache alors à l'eau liquide son potentiel matriciel c'est à dire sa pression capillaire.

Notre objectif est de mesurer ou déterminer la perméabilité du matériau.

Pour ce faire comme déjà dit il nous faut :

- mesurer \vec{q}_ℓ
- mesure $\vec{\text{grad}} \phi_\ell$.

Nous nous intéresserons dans la suite de ce chapitre à la mesure ou la détermination (directe ou indirecte) du potentiel matriciel ou pression capillaire.

Nous exposerons différentes méthodes de mesure, sans prétendre à l'exhaustivité. Pour toutes ces méthodes on établit un équilibre hydrique entre le milieu poreux et l'instrument de mesure.

Nous distinguerons entre deux grandes famille de méthodes de mesure.

A - Méthodes de mesure de la pression capillaire d'un milieu de teneur en eau connue :

- 1 - mesure de la pression capillaire par le tensiomètre à eau,
- 2 - mesure de la pression capillaire,
- 3 - la méthode du papier filtre.

B - Méthodes imposant une pression capillaire ; on mesure alors l'humidité d'équilibre :

- 1 - la méthode de la plaque de succion ou membrane de succion,
- 2 - la méthode de l'équilibre thermodynamique avec la pression de vapeur,
- 3 - la méthode de la centrifugation,
- 4 - la méthode osmotique.

II.2. LES METHODES DE MESURE DU POTENTIEL MATRICIEL

II.2.1. La méthode tensiométrique

Le tensiomètre constitué d'une réserve d'eau (généralement un tube) et d'une paroi poreuse qui établit le contact hydraulique entre l'eau du tensiomètre et le sol. L'eau du tensiomètre se met alors en équilibre avec l'eau du sol par transfert à travers la paroi poreuse, et acquiert la même pression que cette dernière (pression négative par rapport à la pression atmosphérique). La pression de l'eau du tensiomètre est alors mesurée à l'aide d'un manomètre.

On estime généralement que la pression capillaire maximale que l'on peut mesurer avec un tensiomètre est de l'ordre de 0.7 bar, pression au-delà de laquelle l'air pénètre dans les pores de la paroi poreuse. Cependant des travaux récents [37a] font état de possibilités d'atteindre avec des tensiomètres de petites dimensions des succions de l'ordre de 15 bars. On définit la pression d'entrée d'air (ou "bubbling pressure") d'un matériau donné, comme étant la succion minimale qu'il faut imposer à un échantillon représentatif saturé de ce matériau, pour qu'un front d'eau commence à se déplacer laissant la place à l'air.

La figure II.1 montre deux types de tensiomètres :

- un pour des mesures in-situ,
- un pour des mesures en laboratoire.

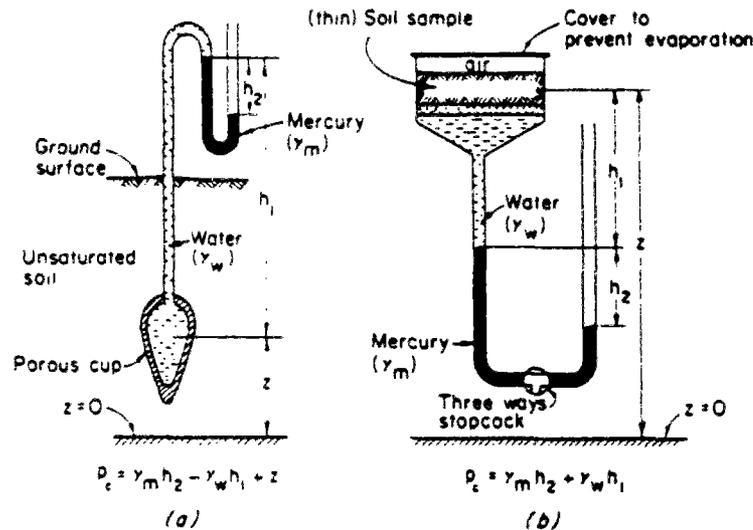


Fig. II.1 : Tensiomètre in-situ (a), et de laboratoire (b), [2].

II.2.2. La méthode psychrométrique

Le psychromètre à thermocouple (SPANNER [39]) permet de mesurer l'humidité relative HR de l'air dans un milieu poreux.

La loi de KELVIN reliant l'humidité relative, à une température donnée, au potentiel matriciel de l'eau du milieu poreux :

$$\phi_e = \frac{\rho_l RT}{M} \ln HR$$

permet de déterminer le potentiel ϕ_e correspondant à HR.

Un thermocouple cuivre/constantan pouvant être refroidi par effet Peltier est placé dans une chambre contenant l'échantillon en équilibre avec l'atmosphère humide de la chambre.

On refroidit le thermocouple jusqu'au point de rosée de l'air ambiant, ce qui cause la condensation d'une gouttelette d'eau sur la jonction, suite à quoi le courant électrique est interrompu. La goutte d'eau condensée commençant à s'évaporer, une différence de potentiel s'établit entre la jonction du thermocouple et une jonction de référence, d'où un courant électrique induit cette différence de potentiel est mesurable à l'aide d'un microvoltmètre. L'intensité du courant électrique induit dépend du taux d'évaporation de la gouttelette, qui à son tour dépend de l'humidité relative de l'air à l'intérieur de la chambre du psychromètre.

Une méthode alternative proposée par RICHARDS et OGATA [37] consiste à mettre sur un anneau, sur la jonction humide du thermocouple, une gouttelette d'eau qui s'équilibre avec le milieu environnant. Les températures enregistrées évoluent avec le taux d'évaporation qui est d'autant plus grand que l'humidité relative du matériau est faible. En réalité c'est l'effet Peltier qui est à la base des deux alternatives.

La figure II.2-a montre le dispositif psychrométrique de RICHARDS et OGATA. [37].

La figure II.2-b montre celui de EDIL et al. [18].

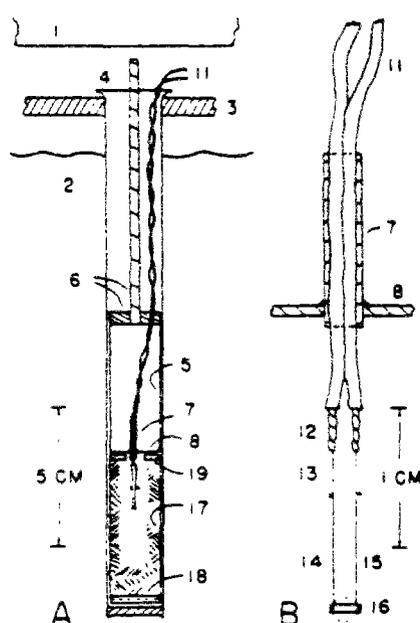


Fig. II.2-a : Psychromètre de RICHARDS et OGATA, [37].

La méthode psychrométrique est applicable dans la gamme de succions comprises entre 1 et 80 bars, ce qui correspond à des humidités relative à 20°C comprise entre 99,9 % et 94,3 %. Plus les succions sont faibles (donc plus HR est élevée) plus la mesure devient délicate du fait de la maîtrise nécessairement plus fine de la température.

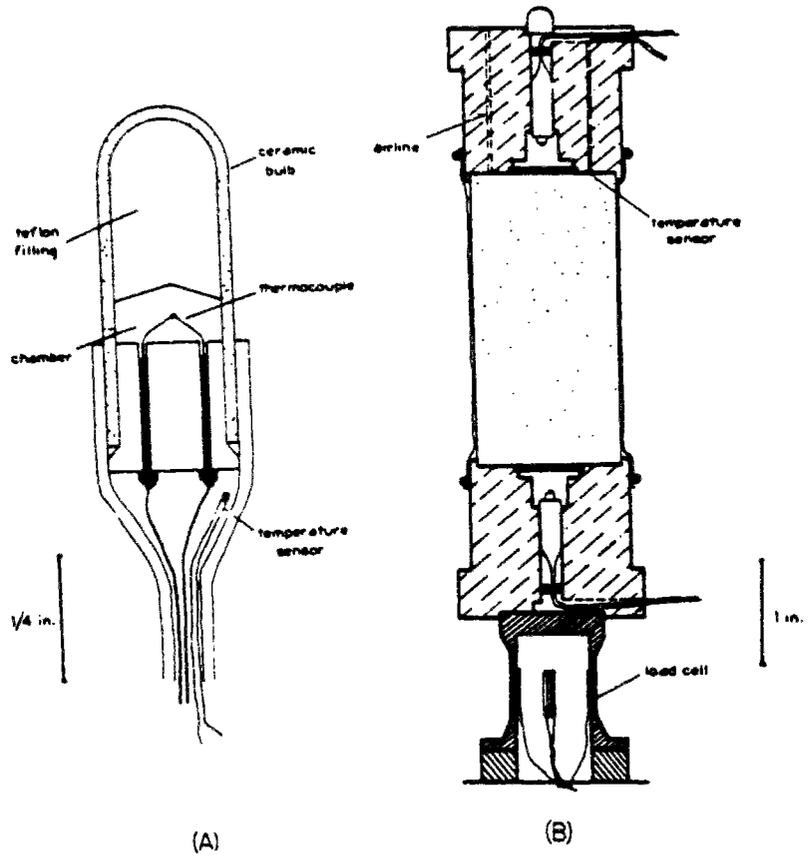


Fig. II.2-b : Psychromètre de EDIL et al., [18].

III.2.3. La méthode du papier filtre ([7], [19], [21], [48])

Cette méthode consiste à mettre en équilibre hydrique un matériau de référence (du papier filtre) et l'échantillon.

Inséré dans un échantillon de sol, le papier filtre dont on connaît la courbe de succion $\Phi = f(w)$, atteint l'équilibre hydrique au bout d'une semaine environ. Retiré de l'échantillon, sa teneur en eau est déterminée. La valeur de la succion correspondante est obtenue à partir de la courbe de succion du papier filtre, qui est elle-même déterminée par l'une des méthodes directes.

La figure II.3 illustre la procédure. Cette méthode permet de mesurer des succions allant jusqu'à 1000 bars.

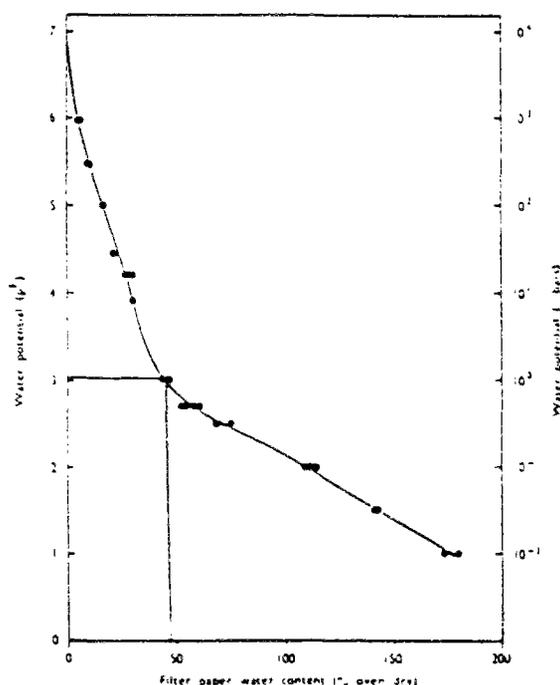


Fig. II.3 : Méthode du papier-filtre, [19].

II.3. LES METHODES POUR IMPOSER UN POTENTIEL MATRICIEL

II.3.1. La méthode a pression de vapeur imposée

Nous savons que l'équilibre local entre la phase liquide et sa vapeur au voisinage du ménisque capillaire s'exprime par la Loi de KELVIN sous la forme :

$$-p_c = \phi_l = \frac{\rho_l RT}{M} \ln \left(\frac{p_v}{p_{vs}} \right)$$

où p_c est la pression capillaire, p_v la pression partielle de vapeur à l'interface (courbe liquide-gaz et $p_{vs}(T)$ la pression de vapeur saturante à la température T qui est par définition la pression de vapeur sur une plane d'eau à la température T .

Ainsi en réalisant un équilibre thermodynamique entre l'eau capillaire dans un matériau et une vapeur d'eau ayant une pression partielle donnée, on impose une succion bien définie à ce matériau. Pour ce faire on emploie des solutions salines saturées, à température constante.

Cette méthode qui est en fait normalisée [1], est plus généralement utilisée dans le bâtiment pour imposer un potentiel matriciel. On utilise cette méthode pour imposer des ambiances d'humidités relatives différentes, à température constante, dans la méthode de la coupelle servant à mesurer la perméabilité à la vapeur de matériaux du bâtiment [15].

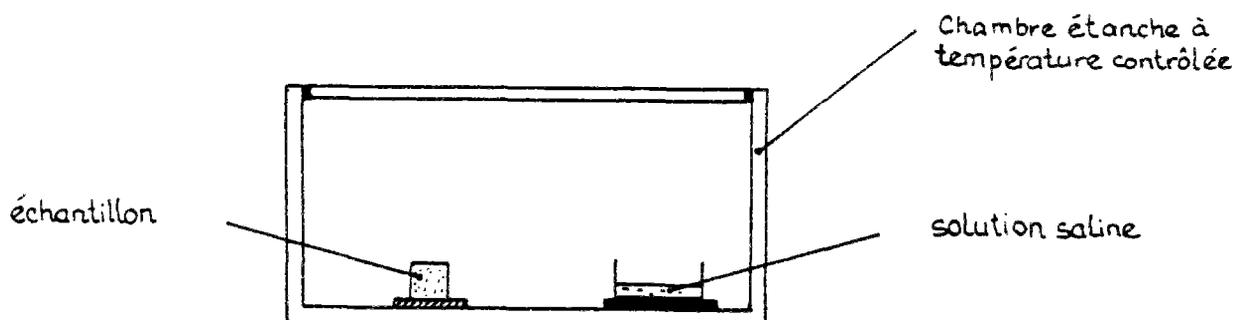


Fig. II.4 : Méthode de la pression de vapeur d'eau imposée.

Pour des succions plus faibles on peut utiliser des solutions non saturées de chlorure de sodium NaCl. On utilise aussi d'autres solutions voire même des dessiccants.

L'avantage est alors de rendre indépendants les paramètres température et pression de vapeur d'eau en jouant sur la nature et la concentration des solutions.

LANG [25] donne les valeurs du potentiel de l'eau exprimé en J/Kg (ϕ_i / ρ_i) en fonction de la concentration molaire de la solution (nombre de moles soluté/kg solvant) à différentes températures.

Les tableaux II.1 et II.2 donnent les potentiels d'eau publiés par LANG [25] et DAÏAN [10]. Des différences sensibles apparaissent cependant entre les normes utilisées dans différents pays pour ces potentiels.

Cette méthode permet d'imposer des succions pouvant atteindre des valeurs extrêmement élevées.

Molality	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
0,05	-214,4	-218,4	-222,3	-226,2	-230,1	-233,9	-237,7	-241,6	-245,4
0,1	-423,0	-431,0	-439,0	-447,0	-454,0	-462,0	-470,0	-477,0	-485,0
0,2	-852,0	-852,0	-868,0	-884,0	-900,0	-915,0	-930,0	-946,0	-961,0
0,3	-1247,0	-1272,0	-1297,0	-1321,0	-1344,0	-1368,0	-1391,0	-1415,0	-1437,0
0,4	-1658,0	-1693,0	-1727,0	-1759,0	-1791,0	-1823,0	-1855,0	-1886,0	-1917,0
0,5	-2070,0	-2115,0	-2158,0	-2200,0	-2241,0	-2281,0	-2322,0	-2362,0	-2402,0
0,6	-2484,0	-2539,0	-2593,0	-2644,0	-2694,0	-2744,0	-2794,0	-2843,0	-2891,0
0,7	-2901,0	-2967,0	-3030,0	-3091,0	-3151,0	-3210,0	-3270,0	-3328,0	-3385,0
0,8	-3320,0	-3398,0	-3472,0	-3543,0	-3612,0	-3682,0	-3751,0	-3818,0	-3885,0
0,9	-3743,0	-3832,0	-3917,0	-3998,0	-4079,0	-4158,0	-4237,0	-4314,0	-4390,0
1,0	-4169,0	-4270,0	-4366,0	-4459,0	-4550,0	-4640,0	-4729,0	-4815,0	-4901,0
1,1	-4599,0	-4713,0	-4820,0	-4924,0	-5026,0	-5127,0	-5226,0	-5322,0	-5418,0
1,2	-5032,0	-5160,0	-5278,0	-5394,0	-5507,0	-5620,0	-5730,0	-5835,0	-5941,0
1,3	-5470,0	-5611,0	-5742,0	-5869,0	-5994,0	-6119,0	-6239,0	-6354,0	-6471,0
1,4	-5912,0	-6068,0	-6210,0	-6350,0	-6487,0	-6623,0	-6754,0	-6880,0	-7006,0
1,5	-6359,0	-6529,0	-6684,0	-6837,0	-6986,0	-7134,0	-7276,0	-7411,0	-7548,0
1,6	-6811,0	-6996,0	-7163,0	-7330,0	-7491,0	-7652,0	-7805,0	-7950,0	-8097,0
1,7	-7260,0	-7460,0	-7640,0	-7820,0	-8000,0	-8170,0	-8330,0	-8490,0	-8650,0
1,8	-7730,0	-7940,0	-8130,0	-8330,0	-8520,0	-8700,0	-8880,0	-9040,0	-9210,0
1,9	-8190,0	-8430,0	-8630,0	-8840,0	-9040,0	-9240,0	-9430,0	-9600,0	-9780,0
2,0	-8670,0	-8920,0	-9130,0	-9360,0	-9570,0	-9780,0	-9980,0	-10160,0	-10350,0

Tableau II.1. : potentiel de l'eau (Joule/kg) de solutions de NaCl, [25].

	T = 20°C		T = 35°C		T = 45°C		T = 55°C	
	HR	- ϕ (bar)	h	- ϕ	h	- ϕ	h	- ϕ
L _i Cl	0,12	3000	0,12	3030	0,11	3240	0,105	3430
KCH ₃ CO ₂	0,22	2050	0,21	2240	0,19	2440		
Mg Cl ₂	0,33	1050	0,325	1610	0,315	1700	0,305	1810
K ₂ CO ₃	0,44	1110	0,43	1210	0,405	1330	0,375	1490
Mg NO ₃	0,55	810	0,50	993	0,475	1090	0,445	1230
Na NO ₂	0,66	562	0,62	685	0,605	739	0,59	802
Na Cl	0,76	372	0,75	412	0,755	413	0,76	417
(NH ₄) ₂ SO ₄	0,81	285			0,79	346	0,79	358
K ₂ SO ₄	0,96	55	0,96	58	0,96	60	0,96	62

Tableau II.2. : Potentiel de l'eau (Bar) pour des solutions saturées, [10].

II.3.2. La méthode de la plaque de succion, ou de la chambre à pression d'air

Nous avons défini la pression capillaire par :

$$P_c = P_{\text{air}} - P_{\text{eau}}$$

où p_{air} est la pression de l'air humide dans le matériau et p_{eau} celle de l'eau.

Par conséquent, on peut imposer une pression capillaire en diminuant la pression de la phase liquide (procédé tensiométrique) ou en augmentant la pression de l'air. Ce dernier procédé est mis en oeuvre dans la méthode de la plaque de succion.

L'appareil à plaque de succion (ou membrane de pression) conçu par RICHARDS ([35], [36]) est formé par une enceinte suffisamment résistante mécaniquement (en général métallique) munie d'une entrée d'air. Cette enceinte est hermétiquement fermée ; on y pose l'échantillon sur une plaque (ou membrane semi-perméable) poreuse ayant une pression d'entrée d'air assez élevée. L'appareil est muni d'un dispositif de mesure de la quantité d'eau échangée. La figure II.5 montre une schématisation de l'appareil.

On applique une pression d'air donnée. Un transfert d'eau s'effectue à travers la plaque poreuse dans un sens ou dans l'autre selon qu'il s'agit d'un drainage ou d'une imbibition partant d'un état hydrique initial bien connu.

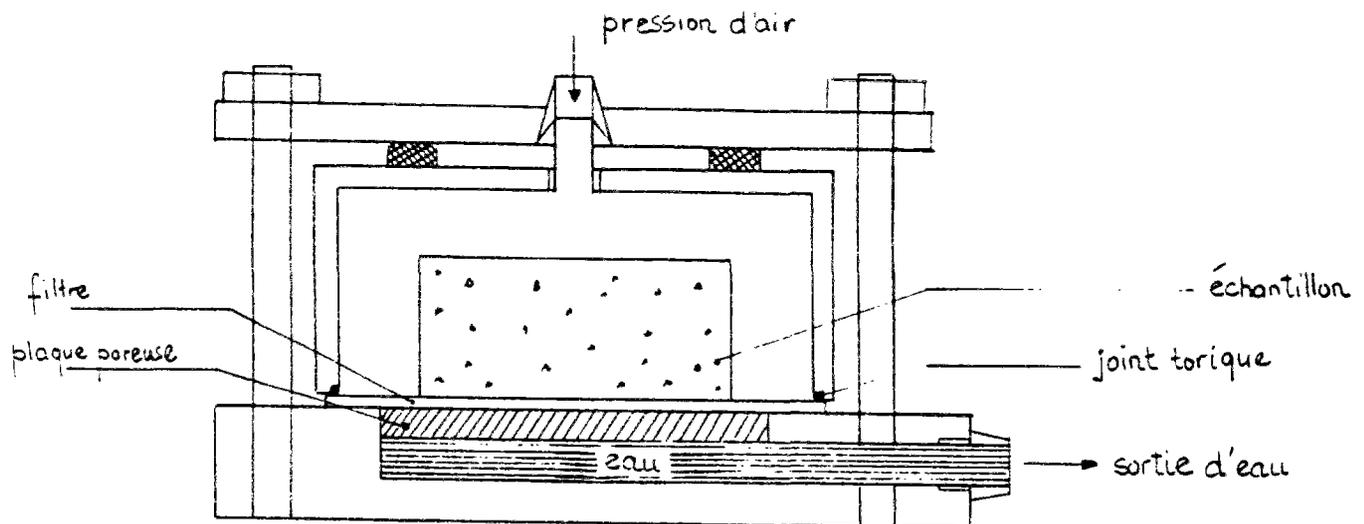


Fig. II.5 : Appareil de RICHARDS.

Le temps d'équilibre dépend des paliers de pressions d'air qu'on applique.

TESSIER [41.] utilisa une variante de l'appareil à membrane de succion de RICHARDS (jusqu'à 1 bar de succion) avec une solution saline à la place de l'eau pure pour reproduire l'état de l'eau dans les système eau-argile.

Cette méthode permet d'atteindre des succions de l'ordre de 15 bars. Il existe cependant des appareils qui peuvent aller au-delà de ce seuil jusqu'à 100 bars.

En fait la limitation de ce type d'appareil est due à deux raisons :

- la résistance mécanique de l'enceinte,
- et la pression d'entrée d'air de la plaque poreuse utilisée.

II.3.3. Méthode par centrifugation : [9]

Les échantillons, partiellement saturés, sont placés dans les godets d'une centrifugeuse permettant de créer des accélérations jusqu'à 10g. Les teneurs en humidité sont déterminées par découpage des échantillons en éléments à l'épaisseur voulues et pesées au bout d'un certains temps (quelques heures de centrifugation), et les succions correspondantes par calcul de l'accélération centrifuge en fonction de la vitesse de rotation et de la distance à l'axe de la tranche de matériau analysée.

II.3.4. La méthode osmotique

II.3.4.1. Principe thermodynamique de l'osmométrie

Comme nous allons utiliser en pratique le phénomène en jus nous le décrivons ici un peu plus en détail. Considérons deux compartiments, l'un contenant une solution et l'autre le solant pur, séparés par une membrane semi-perméable (voir figure.II.6), c'est-à-dire perméable aux molécules du solvant et imperméable aux molécules du soluté. Nous constatons qu'un flux de solvant passe du compartiment "solvant pur" vers le compartiment "solution" à travers la membrane, c'est le phénomène d'osmose. La pression osmotique est la pression qu'il faut exercer sur le compartiment solution pour annuler ce flux.

Le potentiel chimique du solvant dans le compartiment "solvant pur" est égal à sa valeur standard μ°_1 à la pression P_0 et la température T.

Il est possible de manière générale de relier la valeur de la pression osmotique π au potentiel chimique du solvant dans la solution. L'équilibre osmotique impose, en effet, que le potentiel chimique du solvant soit le même dans les deux compartiments.

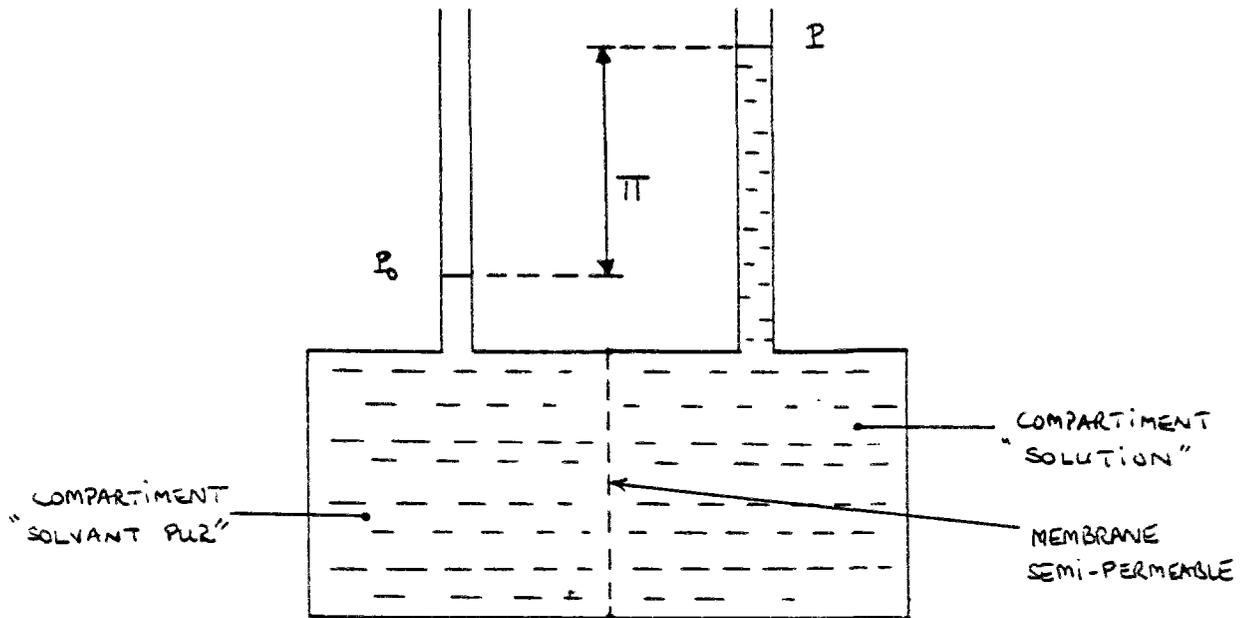


Fig. II.6 : Phénomène d'osmose.

Désignons par μ_1 le potentiel chimique du solvant contenu dans la solution lorsque celle-ci est prise à la pression atmosphérique, c'est-à-dire en déséquilibre osmotique.

Si l'on provoque un léger accroissement dP de la pression hydrostatique de la solution, le potentiel chimique μ_1 varie de la quantité $\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial P}\right)_{T, n_1, n_2} dP$, c'est-à-dire de la valeur $\bar{V}_1 dP$; \bar{V}_1 représentant le volume molaire partiel du solvant dans la solution. Lorsque la pression hydrostatique de la solution est ainsi élevée de la valeur P_0 à la valeur P , le potentiel chimique μ_1 augmente de la quantité ;

$$\int_{P_0}^P \bar{V}_1 dP$$

La condition d'équilibre osmotique s'écrit donc :

$$\mu_1^\circ = \mu_1 + \int_{P_0}^P \bar{V}_1 dP \quad (\text{II.1})$$

Le liquide étant supposé peu compressible. En effet, le coefficient de compressibilité isotherme de l'eau défini par :

$$A = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T,$$

les valeurs de A pour la température de 25°C sont les suivantes [44] :

$$- p = 1 \text{ atm. ; } A = 4.57 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$$

$$- p = 1000 \text{ atm. ; } A = 3.48 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}.$$

Nous retenons la valeur première que nous allons supposer constante quand la pression augmente. Pour une différence de pression égale à 20 bars et pour compression isotherme de l'eau nous aurons :

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T . dp$$

$$\text{d'où } \frac{dV}{V_0} = \frac{1}{V_0} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T . dp = - A . dp$$

Pour un volume initial V_0 , le volume final est égal à :

$$V_1 = V_0(1 - A\Delta p)$$

$$V_1 = V_0(1 - 0.0009) = 0.9991 V_0 \approx V_0$$

On voit bien que l'intervalle de pression hydrostatique atteignant 20 bars n'influe pratiquement pas sur le volume d'eau.

Par conséquent le volume molaire partiel du solvant est pratiquement indépendant de la pression. On obtient ainsi :

$$\mu_1 - \mu_1^\circ = -\bar{V}_1 (P - P_0) \quad (\text{II.2})$$

$$\pi = -\frac{\Delta\mu_1}{\bar{V}_1} \quad (\text{II.3})$$

Or nous savons que le potentiel chimique μ_1 du solvant dans la solution dépend de sa concentration :

Une solution est dite idéale, quand le rapport de la pression partielle de vapeur du solvant en solution à la pression de vapeur du solvant pure à la même température et pression totale est égale à la fraction molaire x_1 du solvant (c'est une solution qui suit la loi du RAOULT). Pour ces solutions l'expression du potentiel chimique est donnée par :

$$\mu_1 = \mu_1^\circ + RT \ln x_1 \quad (\text{II.4})$$

d'où l'expression de la pression osmotique :

$$\pi = \frac{RT}{\bar{V}_1} \ln x_1 \quad (\text{II.5})$$

Pour les solutions non idéales ou réelles, le rapport des pressions partielles cité ci-dessus n'étant plus égal à la fraction molaire du solvant, on garde la même forme d'expression :

$$\mu_1 = \mu_1^\circ + RT \ln a_1 \quad (\text{II.6})$$

où " a_1 " est l'activité du solvant, une sorte de fraction molaire effective, définie par :

$$a_1 = \gamma_1 x_1, \gamma_1 \rightarrow 1 \text{ quand } x_1 \rightarrow 1$$

où γ_1 est le coefficient d'activité.

Revenons aux cas des solutions idéales nous savons que :

$$x_1 + x_2 = 1$$

où x_2 est la fraction molaire du soluté, nous pouvons alors exprimer la pression osmotique π par :

$$\pi = -\frac{RT}{\bar{V}_1} \ln(1-x_2) \quad (\text{II.7})$$

Pour des fractions molaires x_2 faibles, ce qui est généralement le cas pour un soluté macromoléculaire, on peut identifier \bar{V}_1 avec le volume molaire \bar{V}_1° du solvant pur.

Plus généralement on représente la pression osmotique π dans le cas des solutions réelles par son développement du viriel en fonction de la concentration du soluté :

$$\pi = RTC \left(\frac{1}{M} + A_2 c + A_3 c^2 + \dots \right) \quad (\text{II.8})$$

II.3.4.2. Type de soluté

Nous avons exposé ci-dessus le principe de la méthode osmométrique. A l'aide de solutions dont on connaît la relation concentration-potentiel chimique, à une température donnée, nous pouvons imposer à un échantillon de matériau poreux un potentiel chimique, en mettant ce matériau en contact, à travers une membrane semi-perméable, avec la dite solution. Un échange d'eau s'établira entre le matériau et la solution jusqu'à ce que l'équilibre hydrique soit atteint. Le principe est le

même que celui de la chambre à contre-pression d'air, à la différence qu'on impose la succion par des solutions, au lieu d'exercer des pressions d'air.

La membrane doit avoir une taille de pores inférieure à celle des molécules de soluté et elle doit être très perméable à l'eau, pour opposer le moins de résistance possible au flux d'eau. Souvent on utilise comme soluté, des macromolécules et notamment du polyéthylène glycol (PEG 6000 ou PEG 20000).

La figure II.7 montre la relation potentiel osmotique en fonction de la concentration en PEG 20000 à 25°C [47].

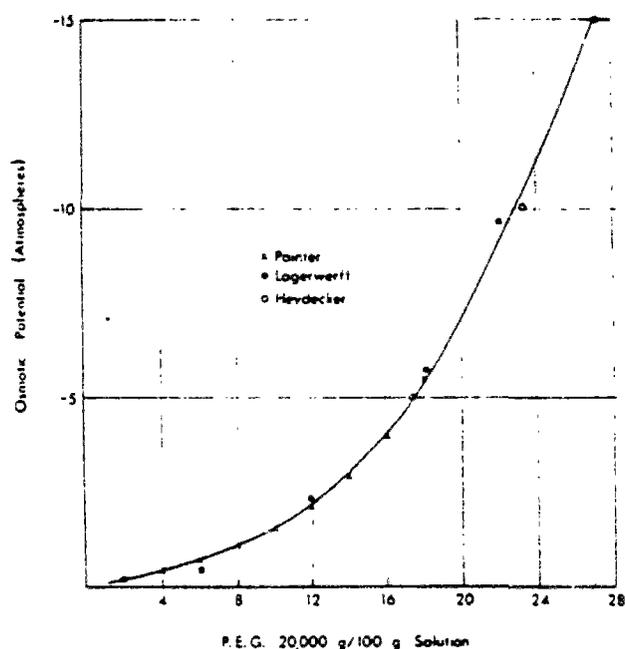


Fig. II.7 : La relation potentiel osmotique-concentration, [47].

Avec cette méthode on peut atteindre des succions qui vont jusqu'à 15 atmos (voir ci-après). Citons que WALDRON et al [45] utilisant cette méthode avec du PEG 6000 atteignirent des succions de l'ordre de 25 bars.

II.3.4.3. Comparaison de la méthode osmotique avec la méthode de surpression d'air

Plusieurs auteurs ont utilisé la méthode osmotique pour le contrôle de la succion dans les sols ZUR [49] qui utilisa du PEG 6000, fit la comparaison entre la méthode osmotique et celle de la surpression d'air.

La figure II.8 illustre cette comparaison par le tracé de la courbe de rétention d'eau (potentiel matriciel en fonction de la teneur en eau). La plus grande différence observée entre les deux méthodes est due, selon l'auteur, au fait que l'équilibre hydrique serait plus long à obtenir avec la méthode de surpression d'air (les mesures étant faites sous 48 heures).

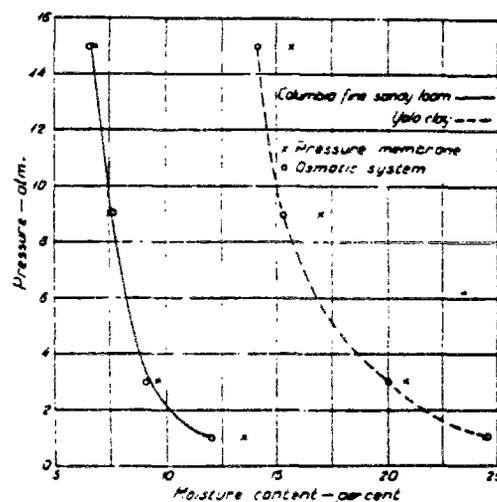


Fig. II.8 : Comparaison entre les résultats obtenus par la méthode osmotique (PEG 6000) et la méthode de surpression d'air, [49].

WILLIAMS et SHAYKEWICH [47] firent la même comparaison pour une argile en utilisant du PEG 6000 et du PEG 20000 (voir figure II.9).

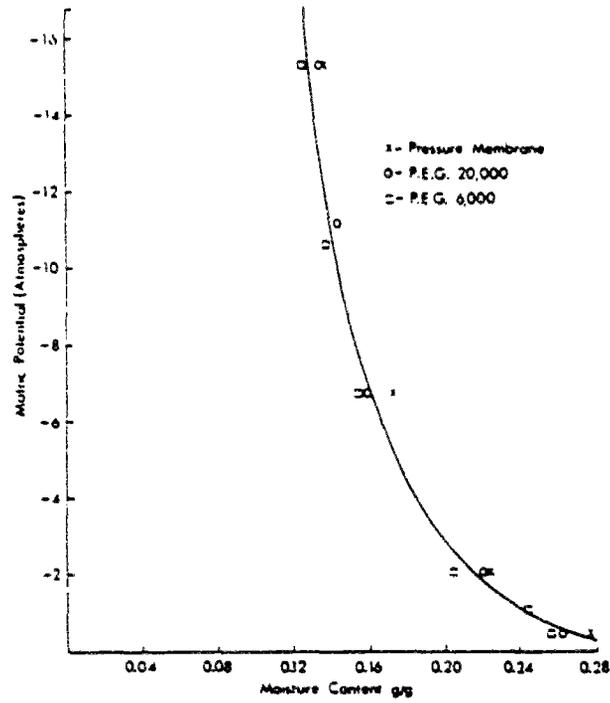


Fig. II.9 : Comparaison entre les résultats obtenus par la méthode osmotique (PEG 20000) et la méthode de surpression d'air, [47].

Plus récemment, VICOL [44] fit la comparaison entre les deux méthodes utilisées pour déterminer la courbe de rétention d'eau de la Kaolinite. La figure II.10 montre cette comparaison.

Toutes ces comparaisons montrent qu'il est très sensiblement équivalent de fixer le potentiel de l'eau liquide (potentiel matriciel) par une succion imposée ou une pression osmotique imposée et justifient donc les différents concepts comme mesure du potentiel.

A noter que dans un cas comme dans l'autre l'histoire du "chargement hydrique" joue un rôle ; c'est le phénomène d'hystérésis déjà évoqué.

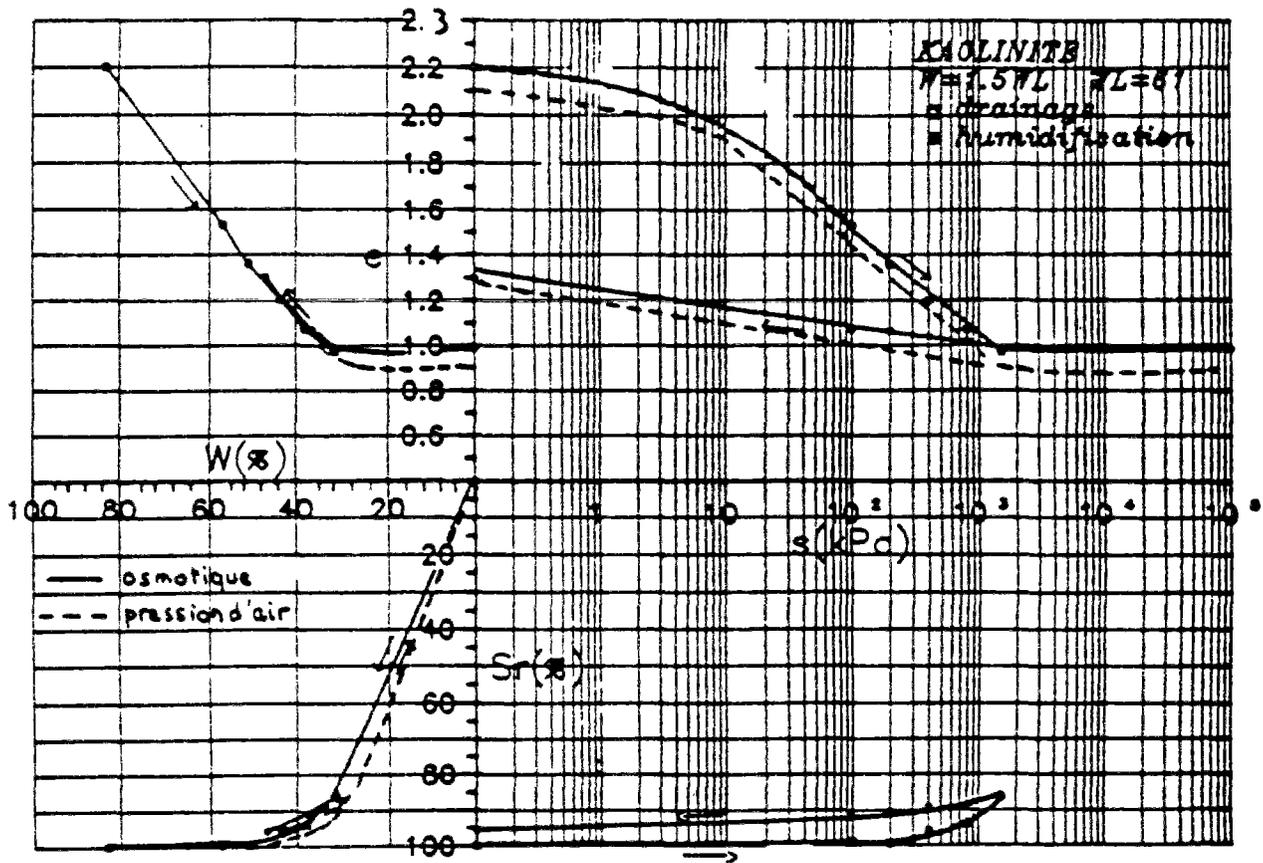


Fig. II.10 : Résultats de la comparaison faite par VICOL, [44].

II.4. CONCLUSION

Nous avons passé en revue les méthodes de mesure de la succion et celles qui permettent d'imposer des succions données à un échantillon.

Ce sont ces dernières méthodes qui nous intéressent le plus, et particulièrement la méthode osmotique puisque nous cherchons à solliciter en succion un matériau poreux et en mesurer la perméabilité une fois un régime permanent établi.

Ceci nous amène à faire le point sur les méthodes qui permettent de déterminer la perméabilité liquide des matériaux poreux. Cela fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE III

**LES METHODES DE MESURE DE LA
PERMEABILITE LIQUIDE**

Chapitre III : LES METHODES DE MESURE DE LA PERMEABILITE

III.1. INTRODUCTION

On trouve dans la littérature relative au transfert d'eau dans les matériaux poreux de nombreuses publications concernant des méthodes de mesures de la perméabilité liquide (ou conductivité hydraulique selon la terminologie des physiciens du sol) dans le cas de matériaux non saturés.

Ces méthodes de mesure peuvent être classées en deux grandes catégories :

- 1 - Les méthodes de mesure en régime permanent.
- 2 - Les méthodes de mesure en régime variable ou transitoire.

Mais toutes admettent que le taux d'humidité du matériaux est suffisamment élevé, pour que l'on puisse considérer que le flux s'établit en phase liquide et que le flux en phase vapeur est négligeable.

Dans l'exposé qui va suivre nous allons citer les principales méthodes utilisées dans chacune des deux catégories. Signalons que l'essentiel de ces méthodes provient de publications relatives aux sciences du sol.

Il est vrai que les conditions hygrométriques courantes dans ces milieux laissent supposer que le transfert d'humidité s'effectue principalement en phase liquide.

III.2. LES METHODES DE MESURE DE LA PERMEABILITE EN REGIME PERMANENT

Il convient de rappeler les notations utilisées par les physiciens du sol :

- la pression capillaire :

$$P_c = p_{\text{air}} - p_\ell = -p_\ell \text{ pour } p_{\text{air}} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Suivant cette définition (pression relative par rapport à l'atmosphère libre), la pression capillaire est positive (la pression atmosphérique étant supérieure à la pression de l'eau p_ℓ dans le matériau non saturé). Ainsi, avec l'hypothèse $p_{\text{air}} = 0$, p_ℓ est négative.

- Souvent on exprime la pression capillaire en hauteur d'eau donc nous aurons :

$$h_e = \frac{P_c}{\rho_\ell g} = -\frac{P_\ell}{\rho_\ell g} \quad (\text{III.2})$$

- En exprimant la pression capillaire en hauteur d'eau et par rapport à un repère fixe nous aurons la notion de hauteur piézométrique appliquée à la pression capillaire :

$$\varphi_c = z + \frac{P_\ell}{\rho_\ell g} = z - \frac{P_c}{\rho_\ell g} = z - h_c ; p_c > 0 \quad (\text{III.3})$$

III.2.1.Méthode de KLUTE

KLUTE [23] a mis au point un perméamètre en écoulement permanent à l'aide duquel on mesure la perméabilité moyenne d'un échantillon de sol.

Ce perméamètre consiste en un cylindre imperméable dans lequel est placé l'échantillon de sol entre deux plaques poreuses qui ont des pressions d'entrée d'air ("air entry value") supérieures aux suctions utilisées durant l'essai. Rappelons que la pression d'entrée d'air est la succion qu'il faut établir à l'interface air-liquide pour que l'air commence à pénétrer dans l'échantillon en déplaçant le liquide.

Au moyen de réservoirs à niveau constant, on maintient aux bords de l'échantillon des suctions constantes. Quand la succion sur une face de l'échantillon est augmentée par rapport à l'autre, un écoulement d'eau s'établit, des régions où la succion est faible vers les régions où elle est plus forte.

Pour éviter les effets de bords les mesures de suctions sont effectuées en des points suffisamment éloignés des deux faces.

Dans l'appareil employé par KLUTE, la succion est mesurée par deux tensiomètres disposés à une distance L l'un de l'autre.

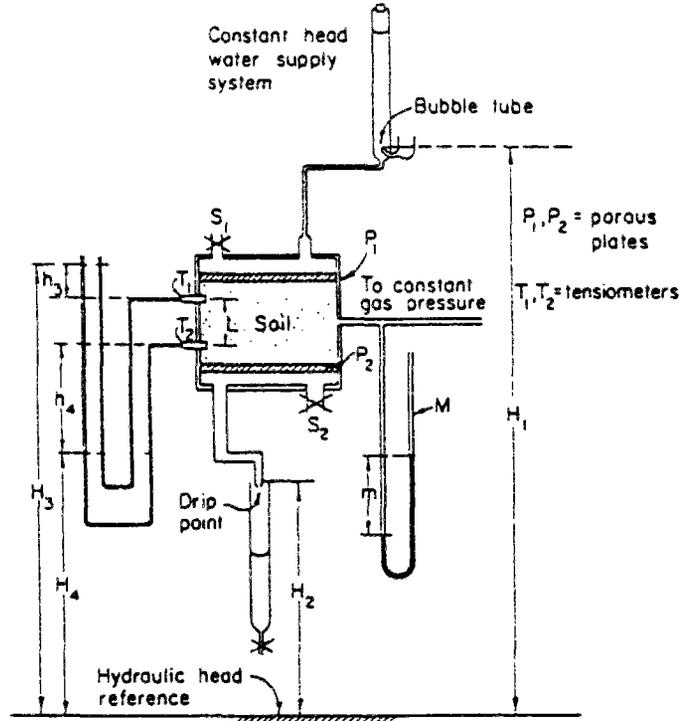


Fig. III.1 : Perméamètre de KLUTE, [23].

D'après la Loi de DARCY on obtient :

$$K(\bar{h}) = \frac{q}{(H_3 - H_4) / L} \quad (\text{III.4})$$

$$\bar{h} = \rho_1 \frac{m}{\rho_l} + \frac{h_3 + h_4}{2} \quad (\text{III.5})$$

avec q le flux constant traversant l'échantillon, \bar{h} la pression moyenne, exprimée en hauteur d'eau, à laquelle K est déterminée, m est la pression indiquée par le manomètre M et exprimée en hauteur de fluide, et ρ_1 et ρ_l les masses volumiques respectives du fluide du manomètre et de l'eau.

III.2.2.Méthode de COREY

La méthode de COREY [8] repose sur l'écoulement simultanée de l'air et de l'eau à travers un échantillon disposé dans un tube en plastique.

Il est alors possible d'établir un degré de saturation uniforme dans l'échantillon en maintenant le même gradient de pression dans l'eau et dans l'air. Le degré de saturation de l'échantillon est contrôlé en régulant la différence de pressions absolues entre l'eau et l'air, la valeur du degré de saturation est connu à tout instant d'après les bilans de matières. Le débit d'air est mesuré à l'aide d'un débitmètre à air.

Les débits d'eau à l'entrée et à la sortie de l'échantillon sont donnés par des mesures volumétriques au cours du temps dans deux pipettes horizontales.

La différence de pression d'air est mesurée à l'aide d'un tube en U à faibles déplacements rempli d'huile. Le gradient de pression d'eau est mesuré à l'aide d'un tube en U spécial, l'auteur n'a pas cherché à mesurer la différence de pression entre l'eau et l'air à chaque face de l'échantillon.

La séparation de l'eau et de l'air dans les conduits d'écoulement et dans les prises de pression est accompli à l'aide de disques concentriques jouant le rôle de barrières capillaires.

Le système est muni d'un joint torique à chaque face pour réaliser une fermeture hermétique.

La barrière centrale de chaque côté de l'appareil, conduit l'écoulement liquide, tandis que les barrières extérieures ou concentriques servent de tensiomètres pour déterminer la différence de pression à travers l'échantillon. L'air s'écoule à travers une ouverture réalisée entre le tensiomètre et les barrières d'écoulement et est réparti sur les faces de l'échantillon par des rainures radiales et concentriques.

Les pressions d'air et d'eau à l'entrée et à la sortie de l'échantillon sont contrôlées par quatre pompes à vide de précision capables de mesures précises de pression aussi bien au-dessus qu'au-dessous de la pression atmosphérique.

Une pompe à vide additionnelle est utilisée pour vider l'eau des pipettes de mesures dans la burette de stockage quand les pipettes se remplissent d'eau après désaturation de l'échantillon. Cette même pompe est employée pour amener l'eau dans les conduits d'écoulement et dans le manomètre avant le début de l'essai.

Deux vannes à quatre voies sont utilisées pour inverser la direction de l'écoulement dans les pipettes de mesure sans changer la direction de l'écoulement dans l'échantillon. Les deux vannes sont tournées simultanément ; l'une inverse la différence de pression réglée entre les deux pipettes de mesures et l'autre inverse les conduits d'écoulement arrivant à l'échantillon.

En résumé cette méthode de mesure impose aux extrémités de l'échantillon la même pression capillaire. En effet, puisqu'elle impose le même gradient de pression dans les deux phases nous avons :

$$P_{a2} - P_{a1} = P_{\ell 2} - P_{\ell 1}$$

d'où

$$P_{a2} - P_{\ell 2} = P_{a1} - P_{\ell 1}$$

Ainsi le moteur de transfert c'est le gradient de pression liquide, et cela à degré de saturation uniforme, et donc à succion fixée uniforme.

Le schéma de principe de l'appareil est montré par la figure III.2.

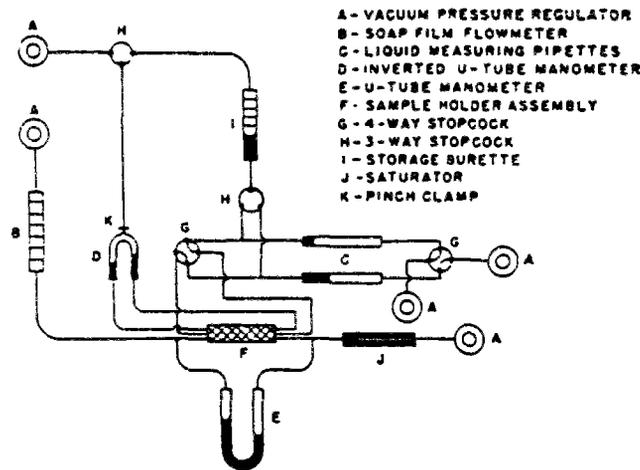


Fig. III.2 : Schéma de principe de l'appareil de COREY [8].

La figure III.3 montre les résultats obtenus par COREY sur un sol en drainage. La perméabilité relative K_{rw} de l'eau à un degré de saturation S est le rapport entre la perméabilité à l'eau pour cette saturation à la perméabilité à l'eau de l'échantillon saturé :

$$K_{rw} = \frac{K_w(S)}{K_w(100\%)} \quad (III.6)$$

La perméabilité relative K_{ra} à l'air de l'échantillon pour un degré de saturation S donné est le rapport entre la perméabilité à l'air pour cette saturation à la perméabilité à l'air de l'échantillon à l'état sec :

$$K_{ra} = \frac{K_a(S)}{K_a(0\%)} \quad (\text{III.7})$$

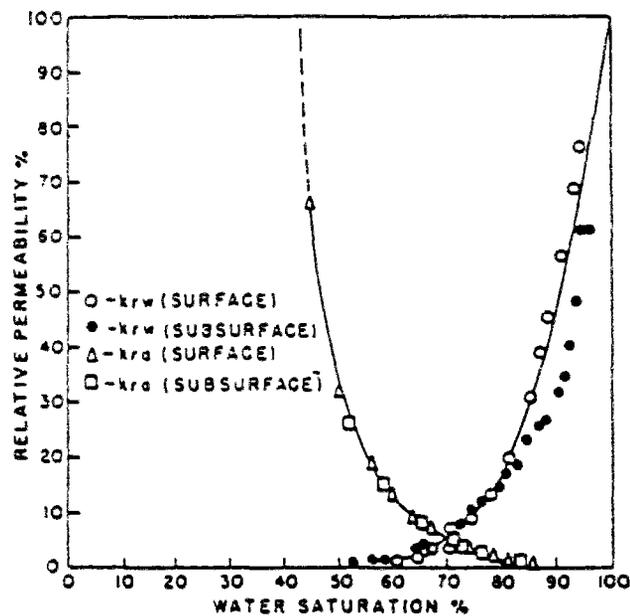


Fig. III.3 : Résultats obtenus par COREY sur un sol en drainage, [8].

III.3. LES METHODES DE MESURE DE LA PERMEABILITE EN REGIME TRANSITOIRE

Les méthodes de mesure de la perméabilité (ou plus souvent la diffusivité) en régime transitoire sont les plus utilisées dans le domaine de transfert d'humidité, à cause probablement du moindre temps qu'elles nécessitent comparativement aux méthodes en régime permanents, mais aussi à cause de l'utilisation de l'informatique. Nous allons décrire dans ce qui suit les principales méthodes utilisées.

III.3.1. Les méthodes fondées sur l'utilisation de la plaque de succion

Toutes ces méthodes utilisent l'appareil de la plaque de succion de RICHARDS [36] et dérivent d'une même méthode proposée par GARDNER [21]. Elles en diffèrent par les hypothèses adoptées pour la prise en compte de la résistance à l'écoulement induite par la plaque poreuse (ou la membrane).

III.3.1.1. La méthode GARDNER [21]

Considérons un échantillon de volume V , de section A et d'épaisseur L posé sur une pierre poreuse et placé dans un appareil de RICHARDS (voir figure II.5) où règne une pression d'air initiale $p_{\text{air}} = p_i$. L'eau de l'échantillon est en équilibre hydrique avec l'eau du tube de mesure, situé à la base de la pierre poreuse, servant à mesurer les échanges d'eau entre l'échantillon et l'extérieur. Par conséquent, l'eau de l'échantillon est à la pression atmosphérique :

$$p_\ell = p_{\text{atm}} = 0$$

Au temps $t = 0$, on applique un incrément de pression d'air ΔP de façon à ce que la pression d'air finale soit :

$$P_f = P_i + \Delta P$$

Cet incrément de pression d'air fait passer la pression de l'eau p_1 de la valeur nulle à

ΔP , provoquant instantanément un écoulement, et ce jusqu'à ce que l'équilibre hydrique soit à nouveau atteint.

Pour ce processus de drainage ($\Delta P > 0$) suivant la direction Oz dirigée vers le haut l'équation de transfert devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\rho g} \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial \phi_\ell}{\partial z} \right] \quad (\text{III.8-a})$$

où en négligeant le terme de gravité le potentiel capillaire ϕ_ℓ peut être assimilé à la pression de l'eau p_ℓ dans le sol, et l'équation (III.8-a) s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\rho g} \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial p_\ell}{\partial z} \right] \quad (\text{III.8-b})$$

ou bien sous la forme diffusivité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_\ell(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] \quad (\text{III.8-c})$$

avec

$$D_\ell(\theta) = \frac{1}{\rho g} K_\ell(\theta) \frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}$$

L'équation (III.8-c) est non linéaire, à cause de la variation de la perméabilité liquide K_ℓ avec θ , et par conséquent il est difficile de la résoudre analytiquement.

GARDNER admet deux hypothèses qui vont permettre la résolution de cette équation :

La première suppose que l'incrément de pression ΔP est choisi suffisamment faible de façon à admettre la diffusivité D_ℓ (et donc K_ℓ) soit constant durant le processus d'écoulement. Ceci veut dire que seulement les petites variations de teneur en eau sont acceptées.

La deuxième suppose que la variation de θ varie linéairement avec la succion p_c . Or dans ce cas nous avons :

$$p_c = P_f - p_l \text{ d'ou } p_l = P_f - p_c$$

et la teneur en eau volumétrique s'écrit :

$$\theta(p_\ell) = a + bp_\ell \quad (\text{III.9})$$

où a et b sont des constantes.

Substituant cette dernière équation dans l'équation du transfert et en tenant compte de la première hypothèse nous aurons :

$$\frac{\partial p_\ell}{\partial t} = D_\ell \frac{\partial^2 p_\ell}{\partial z^2} \quad (\text{III.10})$$

Cette équation a une forme identique à l'équation de la diffusion de la chaleur au travers d'un matériau.

Les conditions aux limites et la condition initiale sont les suivantes en négligeant l'impédance de la pierre poreuse :

- l'échantillon à la côte $z = 0$ est toujours en équilibre hydrique avec l'eau du tube de mesure, et donc à la pression atmosphérique. On a ainsi :

$$p_\ell(0, t) = 0 \quad (\text{III.11})$$

- Condition superficielle de flux nul (cela veut dire que gradient de potentiel ou de pression s'annule de ce côté), d'où :

$$\left(\frac{\partial p_\ell}{\partial z} \right)_{z=L} = 0 \quad (\text{III.12})$$

- p_ℓ étant nulle avant l'imposition de l'incrément ΔP ($t < 0$), la condition initiale s'exprime alors par :

$$p_\ell(z, 0) = \Delta P \quad z > 0 \quad (\text{III.13})$$

Les équations (III.10), (III.11), (III.12) et (III.13) décrivent complètement l'écoulement. L'équation (III.10) peut être résolue par la méthode de la séparation

des variables et compte tenu des conditions aux limites et initiale la solution générale s'écrit :

$$p_\ell(z, t) = \frac{4\Delta P}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi z}{2L}\right) \exp(-\alpha_n^2 D_\ell t) \quad (\text{III.14})$$

où $\alpha_n = \frac{n\pi}{2L}$ ($n = 1, 3, 5, 7, \dots$)

substituant $p_\ell(z, t)$ par sa valeur dans l'équation (III.9) on a :

$$\theta(z, t) = a + \frac{4b\Delta P}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi z}{2L}\right) \exp(-\alpha_n^2 D_\ell t) \quad (\text{III.15})$$

En intégrant (III.15) sur le volume de l'échantillon, on obtient l'expression de la quantité d'eau retenue dans l'échantillon à l'instant t :

$$W(t) = \int_0^L A \cdot \theta_\ell(z, t) dz = a \cdot v + \frac{8bV\Delta P}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp(-\alpha_n^2 D_\ell t) \quad (\text{III.16})$$

La série infinie converge rapidement et après un certain temps le premier terme de la série devient prépondérant. Après un temps $t > \frac{0,3}{\alpha_1^2 D_\ell}$ le second terme est

inférieur à 1% du premier.

L'équation (III.16) permet d'avoir :

- la quantité d'eau dans l'échantillon au temps $t=0$:

$$W_i = aV + bV\Delta P$$

- la quantité d'eau au temps $t = \infty$ ($p_\ell = 0$) :

$$W_f = aV$$

- la quantité totale d'eau drainée :

$$Q_0 = W_i - W_f = bV\Delta P \text{ d'où } b = \frac{Q_0}{V\Delta P}$$

- la quantité d'eau drainée à un temps t quelconque :

$$Q(t) = W_i - W(t)$$

$$Q(t) = Q_0 \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp[-\alpha_{(2m+1)}^2 D_\ell t] \right] \quad (\text{III.17})$$

En ne gardant que le premier terme de la série, GARDNER obtient :

$$Q(t) \cong Q_0 \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4L^2} D_\ell t\right) \right] \quad (\text{III.18})$$

soit :

$$\ln(Q_0 - Q(t)) \cong \ln\left(\frac{8Q_0}{\pi^2}\right) - \left(\frac{\pi^2}{4L^2} D_\ell\right)t \quad (\text{III.19})$$

Il suffit alors de tracer sur un diagramme semi-logarithmique l'évolution de la quantité $(Q_0 - Q(t))$ en fonction du temps et de déterminer la pente B par régression linéaire.

La pente B est égale à $\alpha_1^2 D_1$ d'où

$$D_\ell = \frac{B}{\alpha_1^2} = \frac{4L^2 B}{\pi^2}$$

et

$$K_\ell = \frac{\rho g D_\ell Q_0}{V\Delta P} \quad (\text{III.20})$$

La figure III.4 montre le résultat obtenu par GARDNER sur une argile sableuse.

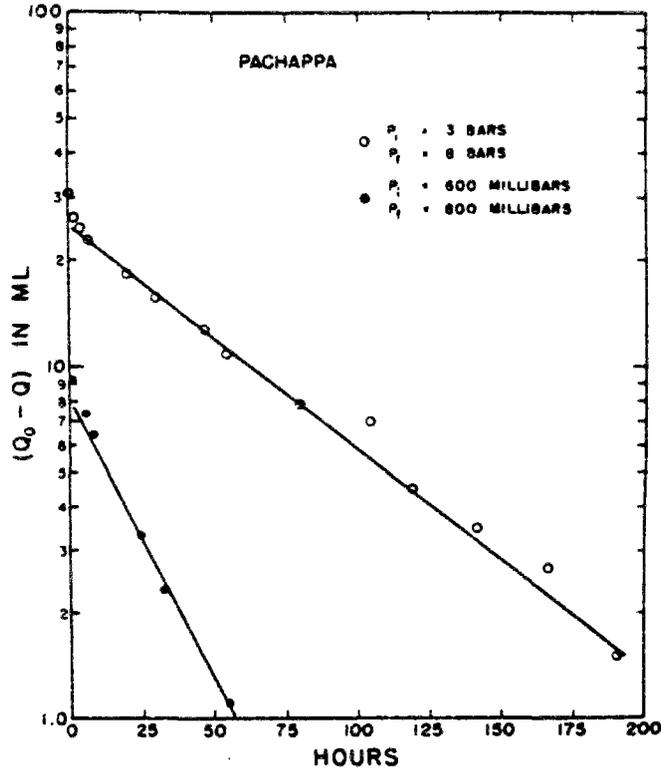


Fig. III.4 : Volume d'eau drainée sur une argile sableuse, [21].

Au voisinage de $t=0$ les points expérimentaux s'écartent de la droite car on a négligé les termes pour $n>1$ de l'équation (III.17).

La figure III.5 montre les résultats de la méthode de GARDNER sur du béton léger, obtenu par BOMBERG [3].

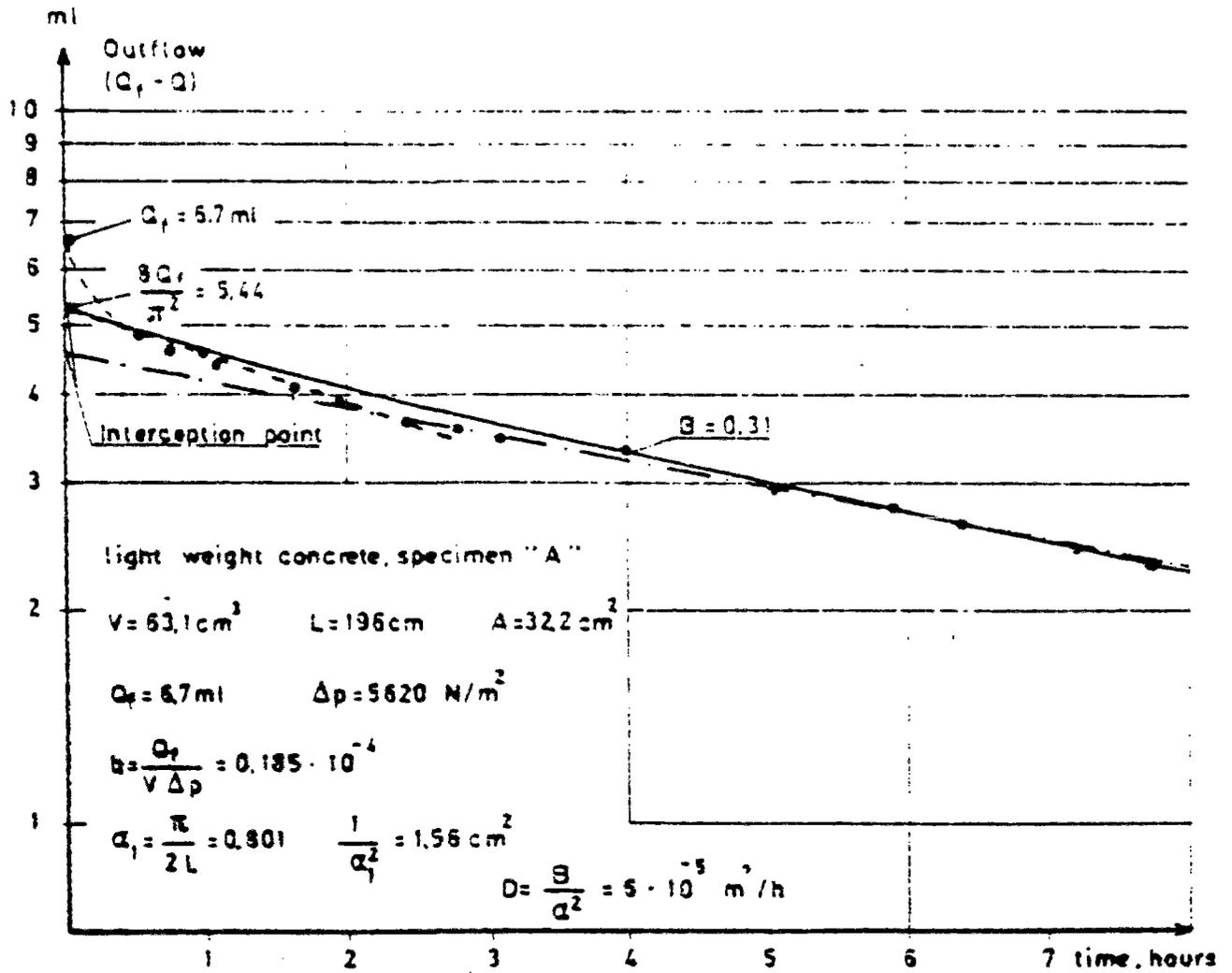


Fig. III.5 : Volume d'eau drainée sur un béton léger, [3].

III.3.1.2. Méthode de MILLER et ELRICK

MILLER et ELRICK [28] ont pris les mêmes hypothèses que GARDNER, sauf qu'à la surface inférieure de l'échantillon est placée une membrane ayant une impédance spécifique Z_m (l'impédance est le rapport entre la différence de pression à travers la membrane et la densité de flux d'eau la traversant). La condition initiale suppose que la chute de pression d'air P_1 à travers la membrane est changée au temps $t=0$ et devient P_2 .

Mais cette méthode nécessite la détermination par une mesure séparée de l'impédance de la membrane. Les auteurs signalent que la limitation majeure de leur méthode réside dans l'incertitude de cette mesure.

S'il n'y a pas un bon contact entre la membrane, ou la plaque poreuse, et l'échantillon, une impédance de contact inconnue interviendra, et pourra être non négligeable comparée à Z_m .

Notons que KUNZE et KIRKHAM [24] proposèrent une amélioration de la méthode de MILLER et ELRICK tout en prenant les mêmes hypothèses de départ. Leur méthode sera décrite par la suite.

Il est à noter également que RIJTEMA [38] proposa une méthode se basant sur les mêmes hypothèses que celle de MILLER et ELRICK mais qui ne nécessite pas la mesure de Z_m . Son approche est fondée sur le fait que l'ordonnée à l'origine de la courbe du volume drainé d'eau est indépendante de l'autre coordonnée et par conséquent peut être utilisée pour caractériser l'impédance de la membrane ou la plaque poreuse.

La condition au limite au contact échantillon-membrane s'écrit comme traduisant l'égalité du flux traversant la membrane et celui portant de l'échantillon :

$$K_\ell \frac{\partial p_\ell}{\partial z} + \frac{K_p}{\ell_p} p_\ell = 0$$

où K_p et K_ℓ les perméabilités respectives de la membrane et de l'échantillon ℓ_p l'épaisseur de la membrane.

p_ℓ : la pression de l'eau et aussi la chute de pression à travers la membrane.

en définissant le facteur $h = \frac{K_p}{\ell_p K_\ell}$, RIJTEMA construit le diagramme du volume drainé en coordonnées semilogarithmiques :

$$\frac{Q_0 - Q}{Q_0} \text{ en fonction de } \frac{D_\ell t}{L^2}.$$

La solution générale obtenue par RIJTEMA est donnée à la figure III.7, qui montre également la solution de GARDNER en ligne pointillée.

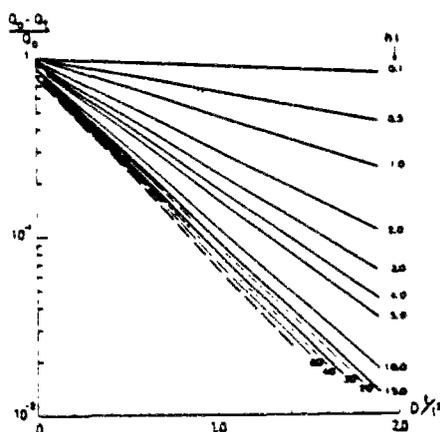


Fig. III.6 : Solution générale obtenue par RIJTEMA, [38].

Tout comme dans la méthode de GARDNER (cf. § III.3.1.1.) les points expérimentaux au voisinage de $t=0$ ne sont pas pris en compte.

III.3.1.3. Méthode de KUNZE et KIRKHAM [24]

Prenons un échantillon de volume V et d'épaisseur L , reposant à sa base (côte $z=L$) sur une plaque poreuse (ou une membrane semi-perméable) d'épaisseur e et de perméabilité K_m , d'impédance $Z_m = \frac{e}{K_m}$ (rapport entre la différence de potentiel ou pression à travers la membrane et la densité de flux d'eau traversant cette membrane).

Comme dans la méthode de GARDNER (cf. § III.3.1.1), au temps $t=0$ est appliqué un incrément de pression d'air provoquant un drainage de l'échantillon jusqu'à un nouvel état d'équilibre hydrique. Les mêmes conditions évoquées au § III.3.1.1. sont retenues. L'équation régissant l'évolution de la teneur en eau volumique θ s'écrit, l'axe Oz étant dirigé vers le bas :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (\text{III.21})$$

Les auteurs reprennent la même démarche théorique que MILLER et ELRICK. Ils introduisent la teneur en eau adimensionnée :

avec θ = teneur en eau à l'instant t

θ_i = teneur en eau à $t=0$ avant l'incrément de pression d'air

θ_f = teneur en eau finale (à l'équilibre).

(III.21) s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D_\ell \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (\text{III.22})$$

Les conditions aux limites sont :

$$-z = 0 \text{ et } t > 0 : \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)_{z=0} = 0 \quad (\text{III.23-a})$$

$$-z = L \text{ et } t > 0 : K_\ell \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)_{z=L} = -f(L, t) / Z_m \quad (\text{III.23-b})$$

La condition (III.23-b) traduit l'égalité des flux sortant de l'échantillon et traversant la membrane semi-perméable (ou la plaque poreuse), ce qui introduit la résistance que peut opposer cette dernière à l'écoulement.

Le condition initiale est :

$$- \text{à } t=0 : f(z, 0) = 1 \quad (\text{III.23-c})$$

Ainsi on résout l'équation (III.22) satisfaisant (III.23-b). Les solutions particulières sont de la forme : $\cos\left(\frac{\alpha_n}{L} z\right) * \exp\left(\frac{D_\ell t}{L^2} \alpha_n^2\right)$, où α_n , constante est la $n^{\text{ième}}$ solution de l'équation découlant de la condition (III.23-b) sans dimension, et qui est donnée par :

$$a\alpha_n = \cot g \alpha_n \quad (\text{III.24})$$

où
$$a = \frac{Z_m}{Z_s} \left(Z_s = \frac{L}{K_\ell} \right).$$

La solution générale tenant compte de la condition initiale (III.23-c) est donnée par une série de FOURIER non harmonique :

$$f(z, t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\alpha_n \frac{z}{L}\right) \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{D_\ell t}{L^2}\right)}{\alpha_n \sin \alpha_n \left[a + \frac{1}{\sin^2 \alpha_n} \right]} \quad (\text{III.25})$$

Si on intègre la dernière équation sur l'épaisseur de l'échantillon, on trouve :

$$\frac{Q(t)}{Q_0} = 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp\left(-\alpha_n^2 \frac{D_e t}{L^2}\right)}{\alpha_n^2 \left[a + \frac{1}{\sin^2 \alpha_n} \right]} \quad (\text{III.26})$$

Dans le cas particulier où $a=0$ (impédance de la membrane négligée), on trouve $\alpha_n = \frac{n\pi}{2}$ ($n=1, 3, 5, \dots$) et ainsi on retrouve l'expression (III.17) déjà établie au § III.3.1.1. (l'expression correspondant à la méthode de GARDNER).

L'expression (III.26) est paramétrée en "a". On représente ainsi une famille de courbes chacune correspondant à une valeur de "a" (donc à l'importance relative de l'impédance de la membrane). KUNZE et KIRKHAM ont tracé cette famille de courbe en diagramme log-log (voir figure III.7) où $\frac{Q}{Q_0}$ est l'ordonnée et $\frac{\alpha_1^2 D_e t}{L^2}$ l'abscisse.

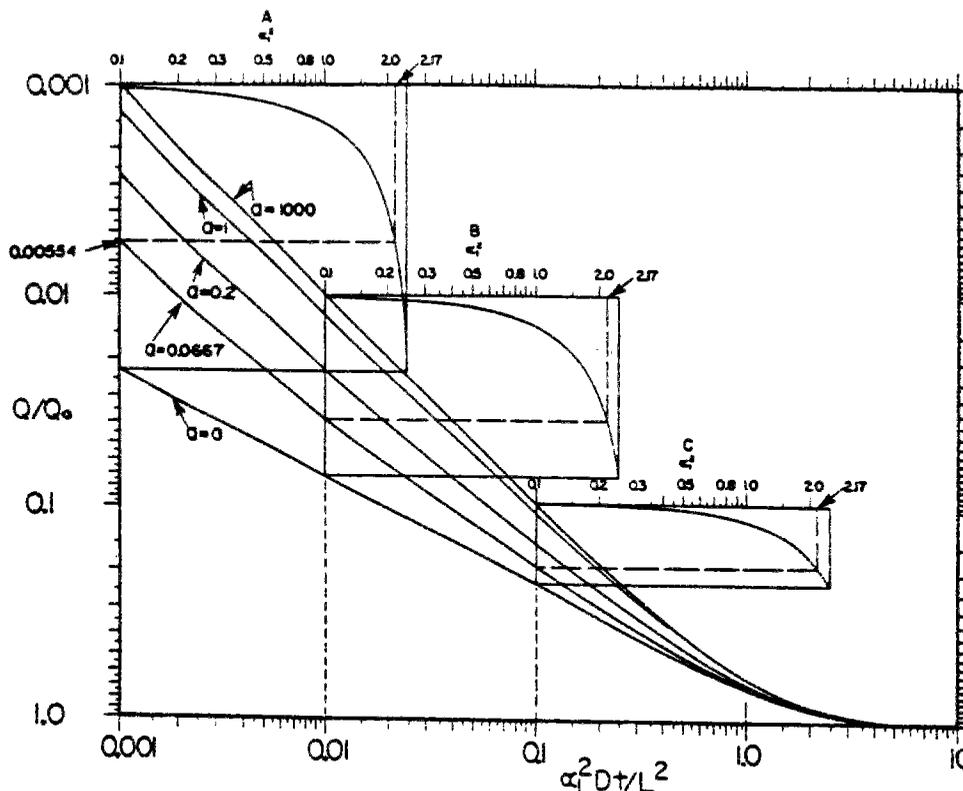


Fig. III.7 : Famille de courbes théoriques pour le calcul de la perméabilité, [24].

KUNZE et KIRKHAM reprennent la notion du temps de référence t_{RP} qui a été introduit par MILLER et ELRICK [28] et qui est défini par :

$$t_{RP} = \frac{L^2}{\alpha_1^2 D_\ell} \quad (\text{III.27})$$

Ainsi pour :

$$t = t_{RP} ; \quad \frac{\alpha_1^2 D_\ell t}{L^2} = 1 \quad (\text{III.28})$$

La démarche pour calculer D_ℓ et par conséquent K_ℓ est constituée de trois étapes :

1ère étape :

- On trace la courbe expérimentale $(t, Q(t)/Q_0)$ en diagramme log-log : en abscisse on porte le temps t ($t=1, 10, 100, 1000, 10\ 000$ unité de temps etc...) en ordonnée on porte Q/Q_0 .

2ème étape :

- La courbe expérimentale ainsi tracée est superposée à la figure III.7 donnant les courbes théoriques $\frac{\alpha_1^2 D_\ell t}{L^2}$ (au lieu de t). En conservant colinéaires les deux axes horizontaux, des translations horizontales sont effectuées pour faire coïncider au mieux possible la courbe expérimentale avec l'une des courbes théoriques.

3ème étape :

- On lit la valeur de "a" qui correspond à la courbe théorique ainsi choisie puis la valeur du temps repère t_{RP} sur la courbe expérimentale, qui correspond à la valeur $\frac{\alpha_1^2 D_\ell t}{L^2} = 1$ sur la courbe théorique sélectionnée.

La valeur de "a" donne la valeur correspondante de α_1^2 . Pour chaque valeur des paramètres on a une seule valeur α_1 donnée par la relation (III.24).

La diffusivité hydraulique et par conséquent la perméabilité sont fournies par

$$D_\ell = \frac{L^2}{\alpha_1^2 \cdot t_{RP}} \quad \text{et} \quad K_\ell = \frac{\rho g D_\ell}{V \Delta P} \quad (\text{III.29})$$

ou ΔP est exprimée en Pa.

La figure III.8 montre cette démarche et le résultat pour une argile.

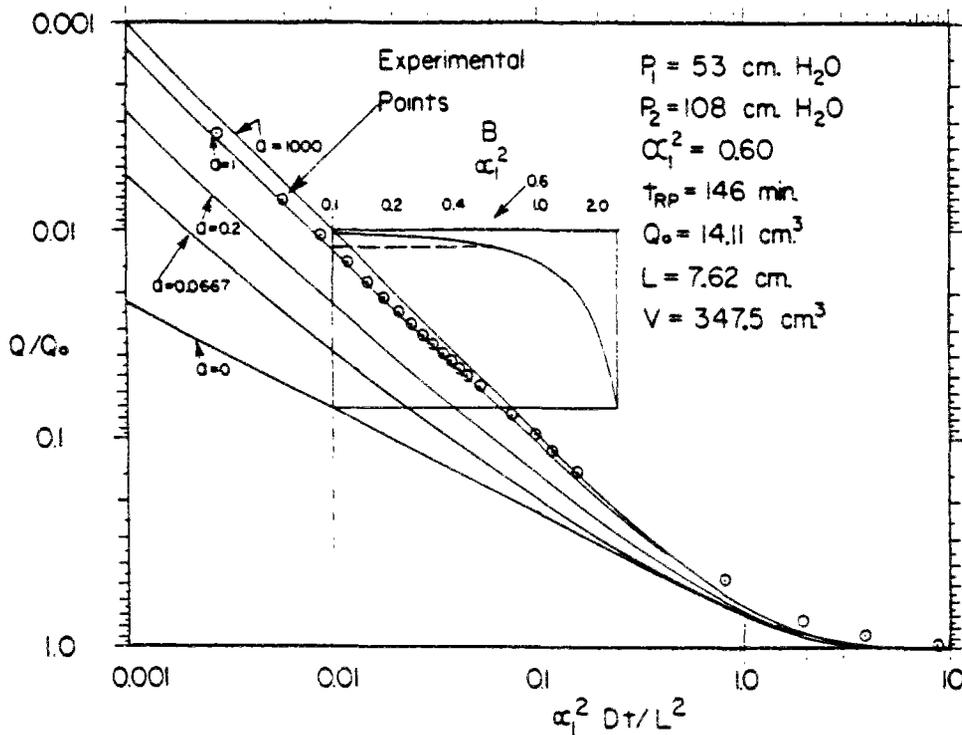


Fig. III.8 : Calage des points expérimentaux sur une courbe de la famille de courbes théoriques, [24].

Il apparaît évident que pour "a" compris entre 1 et 1000 les courbes théoriques sont très serrées ce qui rend difficile le calage des points expérimentaux par rapport à la bonne courbe théorique. Ceci correspond au cas où l'impédance hydrique de l'échantillon est très inférieure à celle de la plaque poreuse. Il est bien évident dans ce cas que les conditions de mesures sont très défavorables à une bonne précision.

III.3.2. La méthode Osmotique

III.3.2.1. L'oedomètre à succion contrôlée

Un oedomètre à succion contrôlée utilisant la méthode osmotique a été mis au point au CERMES ([13], [14], [40]). Cet appareil a été conçu pour l'étude mécanique des sols ; l'étude des déformations volumiques sous sollicitations extérieures (en contraintes et en succion) ainsi que pour étudier l'évolution de la teneur en eau dans le sol dans le but de calculer sa perméabilité, en régime transitoire.

Une description détaillée de l'oedomètre est faite dans les travaux cités ci-dessus.

Nous nous contentons de le décrire brièvement. La figure III.9 montre le dispositif oedométrique.

La contrainte verticale σ_v appliquée sur un piston conique évasé courant l'échantillon, est imposée par l'intermédiaire d'un bras de levier.

L'échantillon est posé sur une membrane semi-perméable elle-même reposant sur un tamis.

Un circuit fermé comportant une pompe à débit réglable permet la circulation d'une solution osmotique de PEG 20000 à la concentration choisie, entre la cellule oedométrique et un flacon réservoir de grande contenance. La circulation permet de mouiller régulièrement la membrane semi-perméable et par conséquent impose à l'échantillon un potentiel matriciel bien déterminé (cf. § II.2.4).

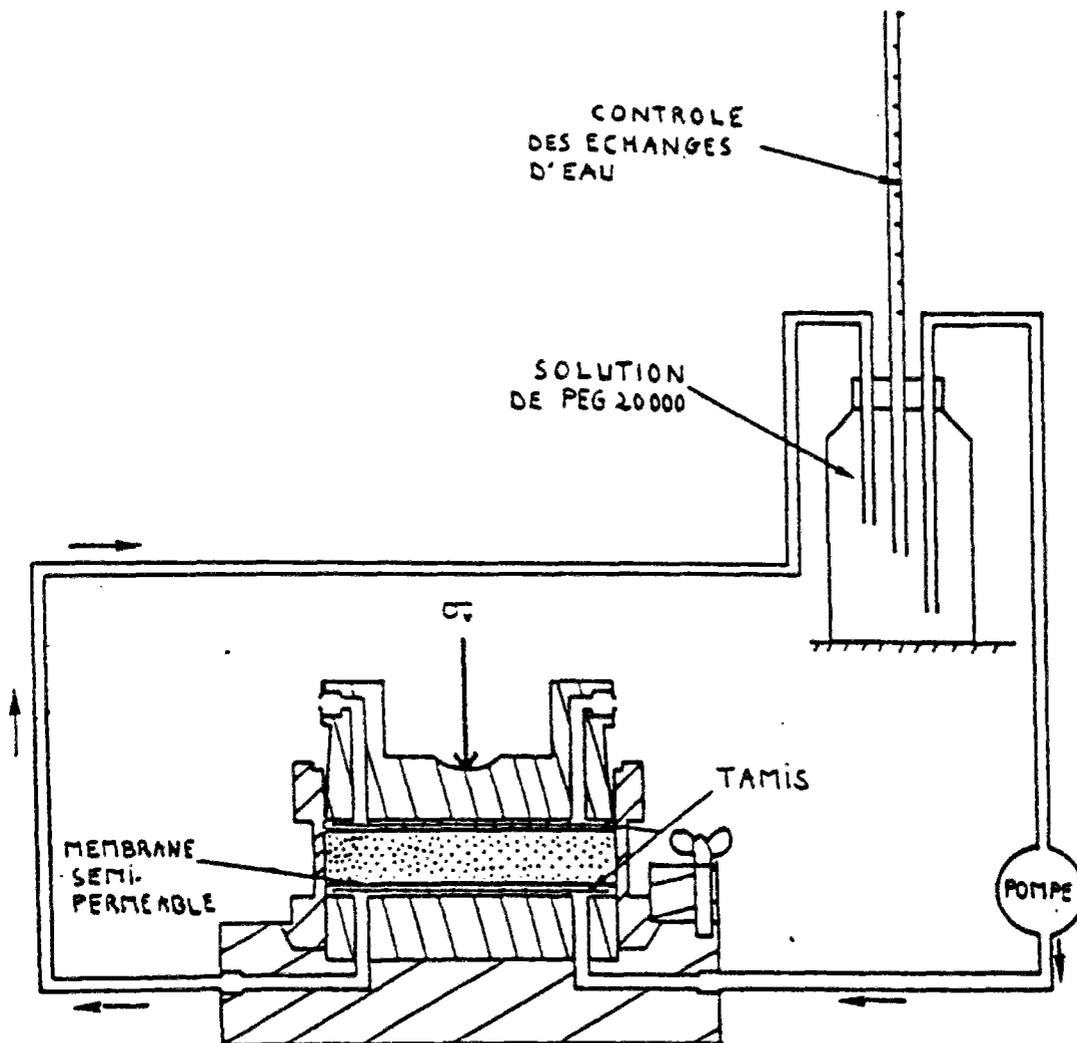


Fig. III.9 : Schéma du dispositif oedométrique du CERMES, [13].

III.3.2.2. Détermination de la perméabilité

VICOL [44] utilisa l'oedomètre à succion contrôlé pour mesurer la perméabilité des sols non saturés en adaptant la méthode de GARDNER exposée au § III.3.1.1 à ce système.

En effet, par analogie avec l'appareil de RICHARDS, on impose le potentiel matriciel à l'aide de la solution osmotique. Les échanges d'eau sol-solution sont obtenus par lecture directe du tube de mesure.

III.3.2.3. Modélisation de l'échange instationnaire

Prenons un échantillon de sol (épaisseur L, section A, volume V) placé sur une membrane semi-perméable dans la cellule oedométrique. Initialement, une solution osmotique de PEG 20000 à une certaine concentration circule sous cette membrane. La solution ayant un potentiel osmotique ψ_i . A l'équilibre, ce potentiel osmotique ψ_i sera numériquement égal au potentiel matriciel ϕ_i^i du sol, l'air étant à la pression atmosphérique ($P_{\text{air}} = 0$).

Au temps $t=0$, on change la solution et on fait circuler une solution plus concentrée ayant un potentiel osmotique $\psi_f = \psi_i + \Delta\psi$. Cette incrément de potentiel osmotique va induire un incrément numériquement égal en potentiel matriciel et par conséquent un écoulement de l'eau du sol vers la solution aura lieu instantanément jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre soit atteint ($\phi_f^i = \psi_f$).

L'axe Oz étant dirigé vers le haut, l'équation des transferts est identique à (III.8-c) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_t \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] \quad (\text{III.30})$$

on se place dans les mêmes conditions que celles exposée au § 3.1.1. le terme de gravité est négligé, D_t est constante durant le processus d'écoulement par l'incrément de ψ imposé, et linéarité entre θ et ϕ_t ; cette dernière condition s'écrit :

$$\theta(\phi_t) = a + b\phi_t \quad (\text{III.31})$$

La relation (III.30) s'écrit donc :

$$\frac{\partial \phi_t}{\partial t} = D_t \frac{\partial^2 \phi_t}{\partial z^2} \quad (\text{III.32})$$

avec les conditions limites et initiale suivantes :

$$- \phi_\ell(0, t) = \phi_\ell^i + \Delta\psi \quad t > 0 \quad (\text{III.33-a})$$

$$- \left[\frac{\partial \phi_\ell}{\partial z} \right]_{z=L} = 0 \quad t > 0 \quad (\text{le flux étant nul à cette c\^ote}) \quad (\text{III.33-b})$$

$$- \phi_\ell(z, 0) = \phi_\ell^i = \psi_i \quad (\text{III.33-c})$$

La solution g\^enerale s'obtient d'une fa\^con analogue \^a celle de la m\^ethode de GARDNER et s'\^ecrit :

$$\phi_\ell(z, t) = \phi_\ell^i + \Delta\psi - \frac{4\Delta\psi}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)} \sin[\alpha_m z] \exp(-\alpha_m^2 D_\ell t) \quad (\text{III.34})$$

$$\text{o\^u} \quad \alpha_m = \frac{(2m+1)\pi}{2L}$$

La quantit\^e d'eau retenue dans l'\^echantillon \^a l'instant t :

$$W(t) = \int_0^L A(a + b\phi_\ell(z, t)) dz = \gamma \cdot V - \frac{8bV\Delta\psi}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp(-\alpha_m^2 D_\ell t) \quad (\text{III.35})$$

$$\text{o\^u} \quad \gamma = a + b(\phi_\ell^i + \Delta\psi)$$

L'expression (III.35) permet de calculer :

- la quantit\^e d'eau \^a t=0 : $W_i = \gamma \cdot V - b \cdot V \cdot \Delta\psi$
- la quantit\^e d'eau \^a t= ∞ : $W_f = \gamma \cdot V$
- la quantit\^e totale d'eau drain\^ee : $Q_0 = W_i - W_f = -b \cdot V \cdot \Delta\psi$
- la quantit\^e d'eau drain\^ee \^a un temps t quelconque :

$$Q(t) = W_i - W(t)$$

soit

$$\frac{Q(t)}{Q_0} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp[-\alpha_m^2 D_\ell t] \quad (\text{III.36})$$

Contrairement à GARDNER, VICOL conserve l'expression (III.36) en son intégralité et trace la courbe expérimentale $Q(t)/Q_0$ en fonction du temps. Il encadre ensuite cette courbe expérimentale par les courbes théoriques issues de (III.36) paramétrées en D_t , L étant égal à l'épaisseur initiale de l'échantillon (déformation du sol sous la charge verticale). Il détermine ainsi une valeur moyenne de D_t et la perméabilité K_t est donnée par :

$$K_t = \rho g D_t / \frac{\partial \phi_t}{\partial \theta} = \frac{\rho g D_t Q_0}{V \Delta \psi} \quad (\text{III.37})$$

VICOL a évalué la correction à apporter sur D_t par la prise en compte de l'impédance de la membrane et estime que la correction maximale est de l'ordre de 50%, sur le limon de Jossigny ($10^{-10} \text{ms}^{-1} \leq K_t \leq 10^{-13} \text{ms}^{-1}$), ce qui revient à multiplier la diffusivité hydrique sans prise en compte de l'impédance de la membrane, par un facteur correcteur égal à 1.5.

La figure III.10 illustre cette méthode.

En soumettant un échantillon de limon de Jossigny à une consolidation saturée sous une charge de 50KPa, puis en augmentant par palier la succion de 0-50-100-200 KPa, VICOL a appliqué la méthode décrite ci-dessus ainsi que la méthode de GARDNER (cf. § III.3.1.1) et celle de KUNZE et KIRKHAM (cf. § III.3.1.3) au calcul de la perméabilité K_t pour l'étape 100-200 KPa. Il trouve des valeurs très proches.

Enfin, il conclut sur le rôle négligeable de la membrane semi-perméable sur le calcul de la perméabilité dans ses conditions d'essais, en comparant deux courbe de K_t obtenues par un perméamètre à charge variable greffé sur un oedomètre classique.

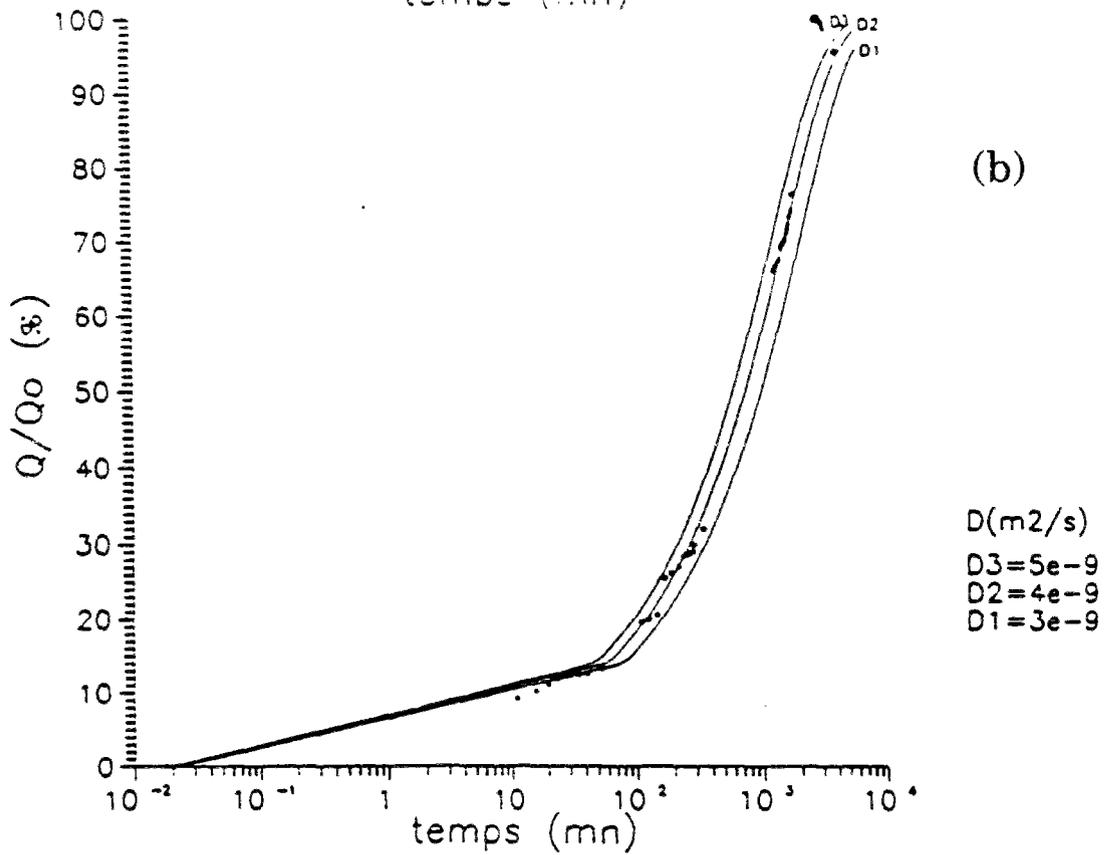
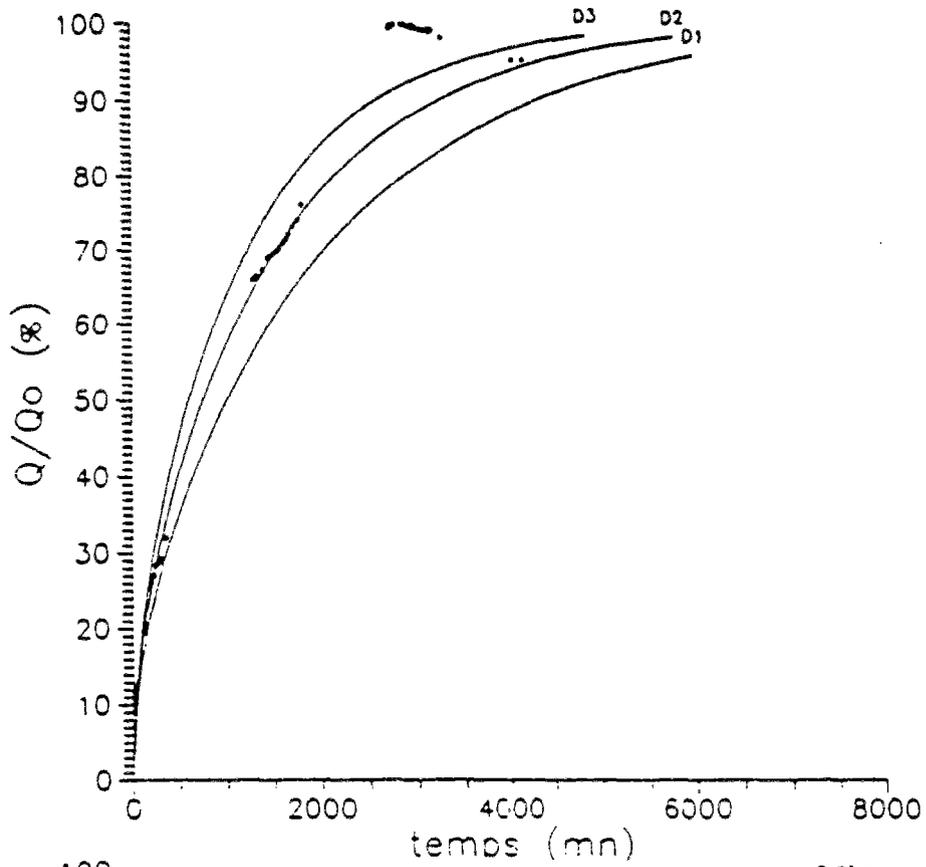


Fig. III.10 : Evolution expérimentale du degré de drainage Q/Q_0 encadrée par les courbes théoriques paramétrées de D_e

(a) échelle linéaire, (b) échelle logarithmique, [44].

III.3.3. Détermination de la perméabilité en imbibition (ou infiltration)

Cette méthode correspond à une solution particulière de l'équation de conservation de masse. On rencontre ce cas en pratique dans l'infiltration de l'eau de pluie dans le sol. La remontée capillaire dans les murs d'un bâtiment constitue aussi un cas particulier de "l'infiltration". PHILIP [31] propose une solution numérique de l'équation de diffusion dans le cas d'une infiltration horizontale (sans influence de la gravité), dans un échantillon de sol.

Il a ensuite [32] étudié le cas de l'infiltration verticale (l'écoulement se faisant de haut en bas) et celui de la remontée capillaire (l'écoulement se faisant de bas en haut) en tenant compte du terme de la pesanteur, qui est souvent négligé dans l'étude des phénomènes de transfert d'humidité.

Nous exposerons dans ce paragraphe l'étude de la solution particulière de l'équation de la diffusion. Dans cette étude les éprouvettes sont supposées de longueur infinie dans la direction x , direction privilégiée de l'écoulement. Cette direction correspond à la dimension la plus grande de l'éprouvette. Les précautions pour prémunir les autres faces de l'éprouvette contre toute condensation ou évaporation sont supposées prises, mais l'air contenu dans l'éprouvette pourra s'échapper.

L'état hydrique initial de l'éprouvette est caractérisée par une teneur en eau volumique initiale θ_i uniforme dans toute l'éprouvette.

A l'instant $t=0$, l'éprouvette est mise en contact avec l'eau d'un récipient à la pression atmosphérique et dont le niveau d'eau est maintenu constant.

a. Transformation de l'équation de conservation

La section en contact avec l'eau ($x=0$) acquiert et d'une façon supposée instantanée une teneur en eau θ_0 (teneur en eau à la saturation).

L'équation globale décrivant les transferts d'eau est alors :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_r(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (\text{III.38})$$

Cette équation est l'équation exacte dans le cas de l'infiltration horizontale. Elle constitue une approximation valable en négligeant l'effet de la pesanteur en cas de transfert vertical ; en effet la différence de hauteur entre les deux extrémités de l'éprouvette est de l'ordre de quelques dizaines de cm, valeur tout à fait négligeable devant les succions développées dans l'éprouvette.

L'équation (III.38) est non linéaire. BOLTZMANN a démontré qu'elle a des solutions

$\theta(u)$ où :

$$u = \frac{x}{\sqrt{t}} \quad (\text{III.39})$$

Faisant l'hypothèse que θ ne dépend que de u , ce qui entraîne que D_t ne dépend que de u et opérant le changement de variable dans (III.38) on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= -\frac{u}{2t} \cdot \frac{d\theta}{dt} \\ D_t \frac{\partial \theta}{\partial x} &= D_t \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \frac{d\theta}{du} \end{aligned}$$

La quantité $D_t \cdot \frac{d\theta}{du}$ est fonction de la seule variable u :

L'équation (III.38) devient :

$$\frac{d}{du} \left(D_t \frac{d\theta}{du} \right) = -\frac{u}{2} \cdot \frac{d\theta}{du} \quad (\text{III.40})$$

L'équation (III.38) possède donc des solutions $\theta(x/\sqrt{t})$. La fonction $\theta(u)$ est solution de (III.40).

Ces solutions conviennent en particulier à des conditions aux limites et initiales du type suivant :

$$\begin{aligned} x = 0 ; u = 0 ; \theta(0) &= \theta_0 \forall t \geq 0 \\ t = 0 ; u = \infty ; \theta(\infty) &= \theta_i \forall x \\ x = \infty ; u = \infty ; \theta(\infty) &= \theta_i \forall t \geq 0 \end{aligned}$$

où θ_i est le taux d'humidité initial.

Enfin, les profils de teneur en eau se présentent comme suit (voir figure III.11) :

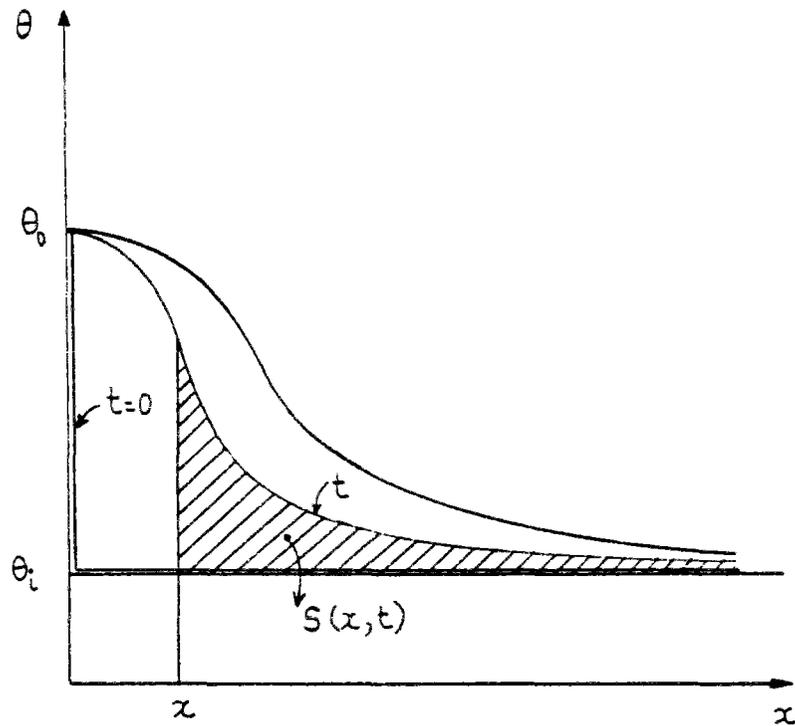


Fig. III.11 : Evolution du profil de teneur en eau.

Ainsi si on dispose de résultats expérimentaux qui fournissent la teneur en eau volumique en différentes sections de l'éprouvette et en différents instants : $\theta(x,t)$, on peut regrouper toutes ces courbes en une seule $\theta(u)$ qu'on peut exploiter.

Il semble que le meilleur moyen actuel pour avoir de telles courbes expérimentales est de mesurer la teneur en eau par gammamétrie [42].

Les courbes $\theta(x,t)$ sont des courbes qui relient la teneur en eau volumique à l'abscisse x coordonnée spatiale et au temps t ; coordonnée temporelle.

On aura ainsi des courbes θ en fonction de l'une des deux variables, l'autre variable étant considérée comme paramètre. L'ensemble de ces courbes sera regroupé en une seule courbe $\theta = f(u)$, u étant la variable de BOLTZMANN. L'allure de cette courbe est montrée dans la figure III.12.

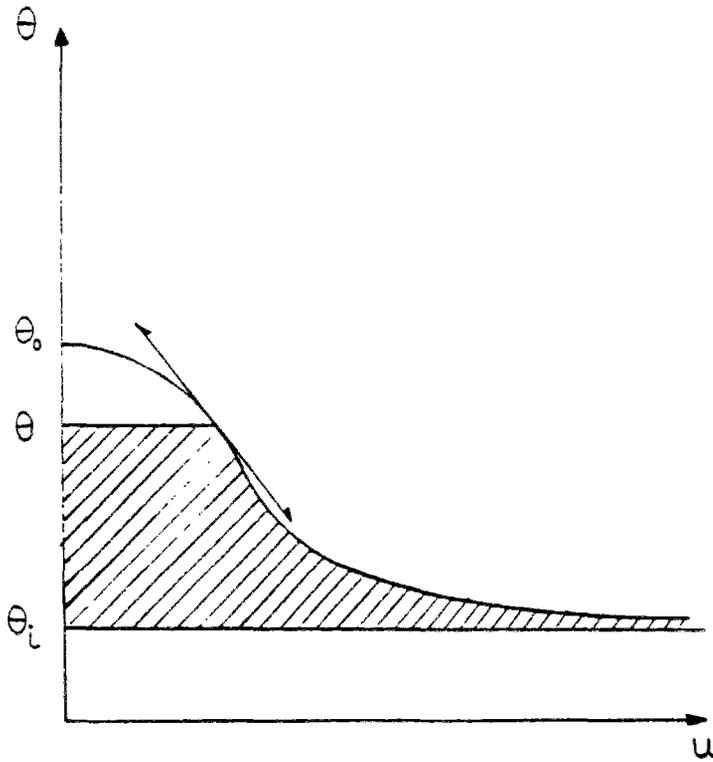


Fig. III.12 : Allure de la courbe $\theta = f(u)$.

b. Calcul de la diffusivité D_ℓ

En supposant connue la fonction $\theta(u)$, calculons $D_\ell(\theta)$. La masse d'eau par unité de section, en excès par rapport à l'état initial au-delà de l'abscisse x à un instant donné est :

$$S(x, t) = \rho_\ell \int_{z=x}^{z=\infty} [\theta(z, t) - \theta_i] dz$$

Le flux à l'abscisse x est donc, si on suppose nul le flux à l'infini :

$$J(x, t) = \frac{\partial S}{\partial t} = \rho_\ell \int_{z=x}^{z=\infty} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz$$

Compte tenu de ce qui précède et en remarquant que :

à t fixé $dz = du\sqrt{t}$ on trouve :

$$J(x, t) = \frac{\rho_\ell}{2\sqrt{t}} \int_{\sigma=\theta_i}^{\sigma=\theta} u d\sigma$$

Le coefficient de diffusion D_ℓ se calcule alors en écrivant l'équation du flux :

$$J = -\rho_\ell D_\ell \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\rho_\ell}{2\sqrt{t}} \int_{\sigma=\theta_i}^{\sigma=\theta} u d\sigma$$

d'où :

$$D_\ell = -\frac{1}{2} \frac{d\theta}{du} \int_{\sigma=\theta_i}^{\sigma=\theta} u d\sigma \quad (\text{III.41})$$

Il est donc nécessaire de calculer l'intégrale, qui représente la surface hachurée sur la figure III.12.

En outre il faut aussi déterminer la pente de la tangente à la courbe $\theta(u)$, d'où une incertitude vu que la courbe expérimentale $\theta(u)$ est généralement présentée sous forme d'un nuage de points.

c. Calcul de la perméabilité liquide K_ℓ

Une fois la diffusivité D_ℓ connue et si on dispose d'un isotherme de succion on peut calculer la perméabilité liquide K_ℓ par la relation :

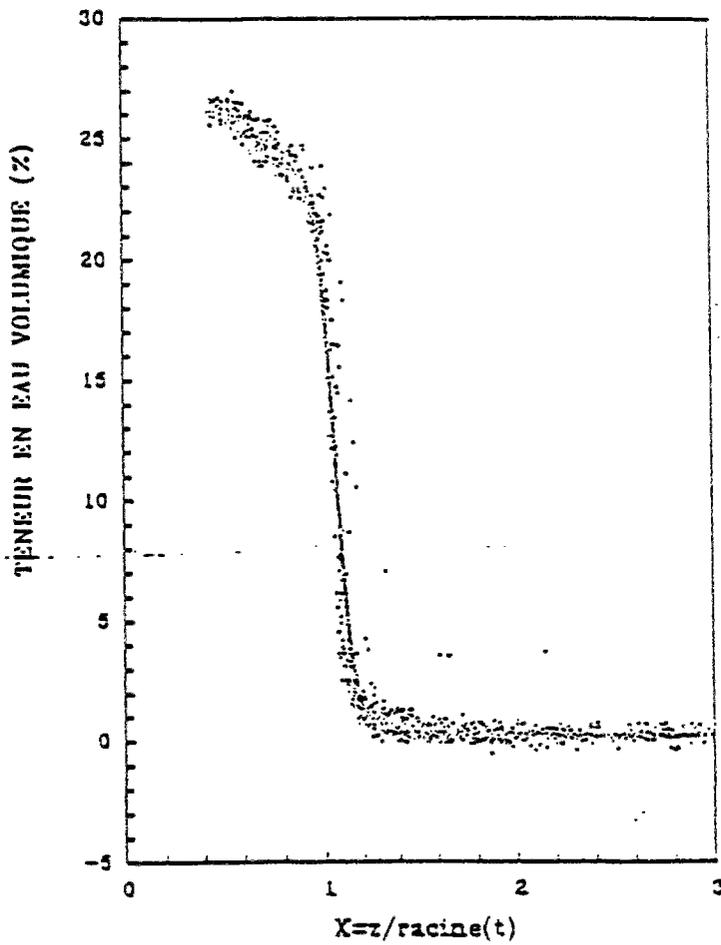
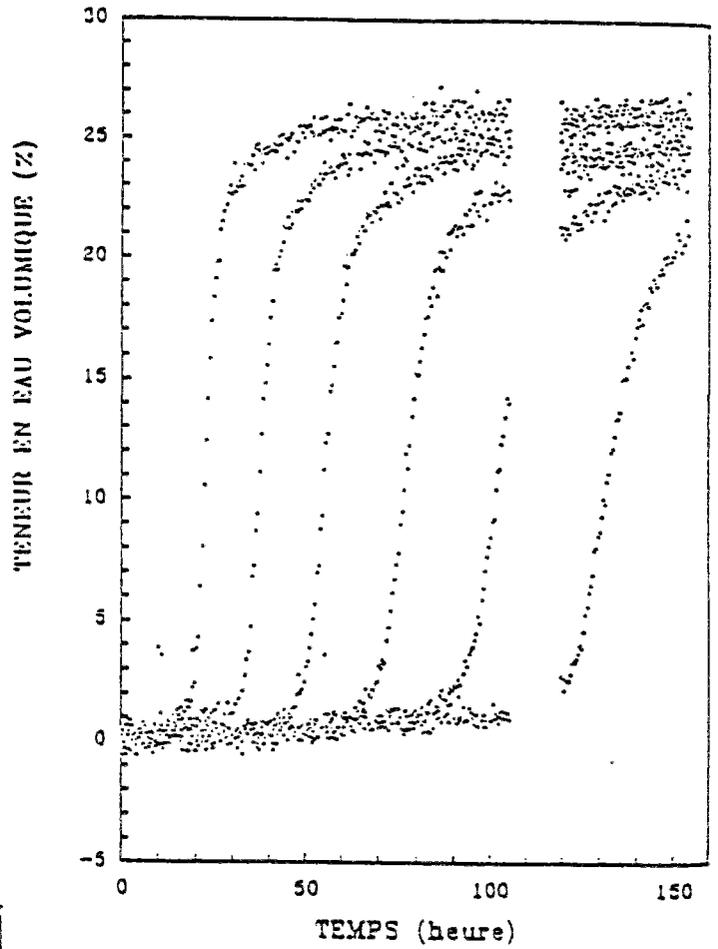
$$K_\ell = D_\ell \frac{\rho_\ell g}{\left(\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}\right)_T} \quad (\text{III.42})$$

où $\left(\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}\right)_T$ est la pente de la tangente à l'isotherme de succion pour la teneur θ , qu'il faut déduire d'une courbe expérimentale soit graphiquement, soit numériquement, d'où une autre source d'erreur, dans l'estimation de K_ℓ .

Les figures III.13 et III.14 obtenues par QUENARD [34] en imbibition sur du béton cellulaire illustrent cette méthode de mesure ; la figure III.13 représente les courbes

$\theta(t)$ dans différentes sections de l'échantillon et la figure III.14 représente la courbe $\theta(u)$.

Fig. III.13 : Courbes $\theta(t)$ pour différentes sections, [34].



Fig; III.14 : Transformée de BOLTZMANN des coubes de la Fig. III.13, [34].

DAIAN [10] représenta $\theta(u)$ en différentes sections pour des essais sur du mortier de ciment. Il constata une différence d'allure du profil $\theta(u)$ entre les différentes sections. Il attribua cela à l'hétérogénéité du matériau. Pour le calcul de la diffusivité D_t , il souligna la difficulté d'obtenir l'allure du raccordement du profil $\theta(u)$ à l'axe $\theta = \theta_i$, d'où une incertitude importante sur la détermination de D_t pour les faibles teneurs en eau (entre 2 et 4 %).

Les figures III.15 et III.16 montrent des résultats obtenus par DAIAN [10].

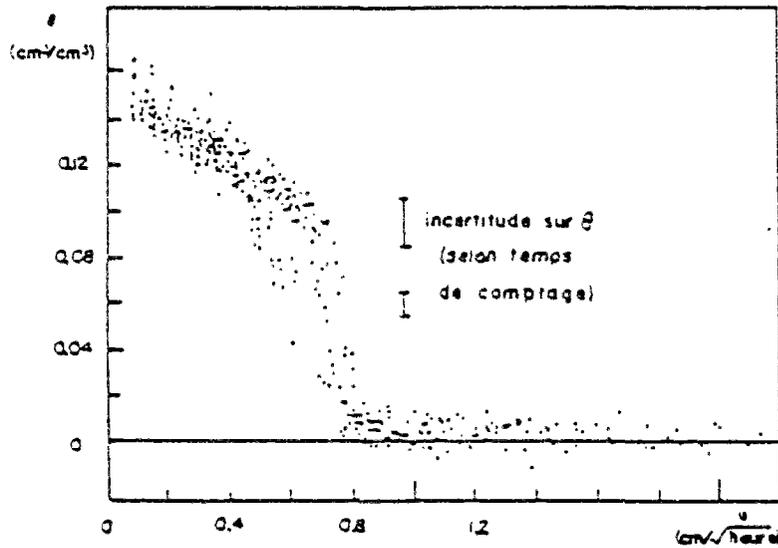


Fig. III.15 : $\theta = f(u)$ pour toutes les sections ($t=35^\circ\text{C}$), [10].

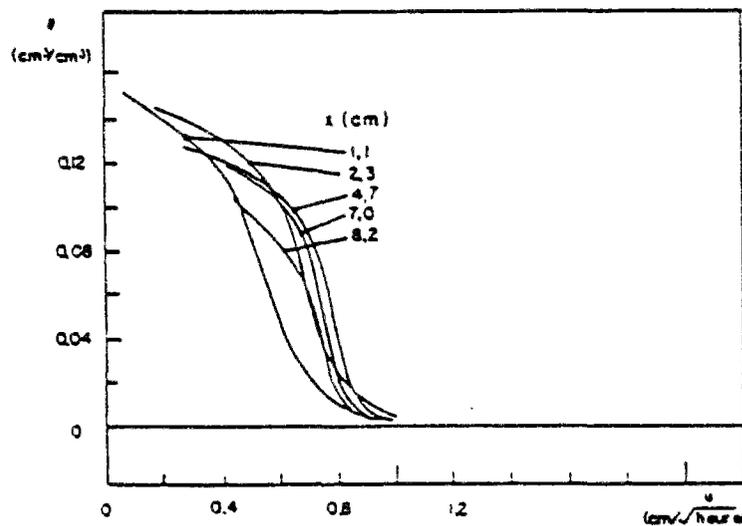


Fig. III.16 : $\theta = f(u)$ par section ($t=35^\circ\text{C}$), [10].

La figure III.17 donne la perméabilité liquide calculée à partir du coefficient de diffusion global D_l .

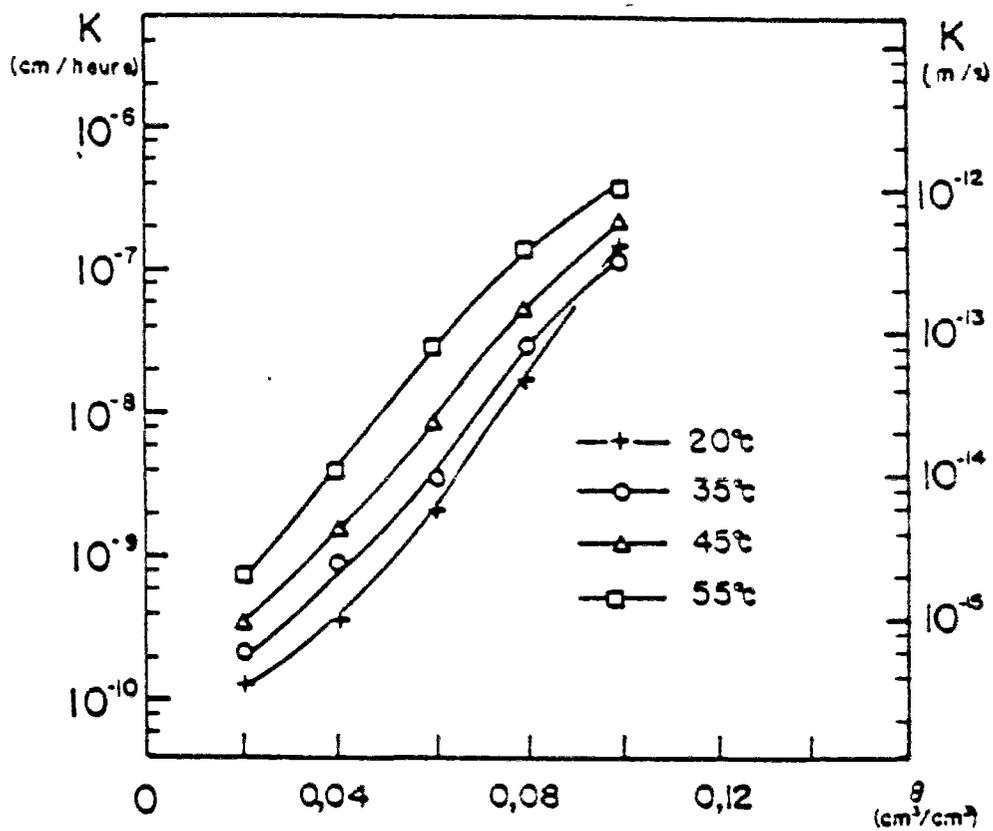


Fig. III.17 : Perméabilité liquide K_l , [10].

III.3.4. La méthode des profils hydriques

Il s'agit d'une mesure indirecte de la perméabilité à l'eau α_ℓ qui procède en deux étapes :

1. Mesure de D_ℓ
2. Détermination de K_ℓ grâce à l'isotherme de succion.

Pour déterminer D_ℓ on fait appel à la méthode des profils hydriques.

Cette méthode consiste à imposer à l'une des extrémités d'une éprouvette une sollicitation hydrique bien déterminée (un séchage ou drainage en partant d'un matériau généralement saturé, ou une imbibition ou mouillage si l'on part d'un état sec) et à suivre au cours du temps l'évolution de l'état hydrique de l'éprouvette en différents points de celle-ci.

Le profil des états hydriques dans l'éprouvette peut être déterminé de deux façons :

- 1 - mesure du potentiel matriciel directement ; et cela en différents points de l'éprouvette pour déterminer la distribution spatiale du potentiel matriciel ϕ_ℓ , pour ensuite déterminer le profil $\theta(x)$ à partir de la courbe de succion. C'est généralement le cas des études relatives aux sols, où on mesure $\phi_\ell(x)$ par tensiométrie [12] ou par psychrométrie [11].
- 2 - mesure du taux d'humidité, en différents points qui peut se faire par d'autres méthodes que la gammamétrie dont :
 - par découpage des éprouvettes et pesées.
 - par mesure de résistivité électrique [43]. Cette méthode est peu utilisée du fait qu'intervient dans la mesure de la résistance l'effet des ions dissouts dans l'eau.

Pour ces trois voies on détermine par la suite la distribution $\phi_\ell(x)$ par l'intermédiaire de l'isotherme de succion.

Une objection peut être émise à cet égard, c'est que la courbe $\phi_z(\theta)$ doit être obtenue indépendamment des essais effectués, la même objection se faisant pour la méthode précédente.

Les figures III.18 et III.19 montrent les profils de teneur en eau volumique en fonction de la distance à la face sollicitée pour une imbibition (Fig. III.18) et pour un séchage (Fig. III.19).

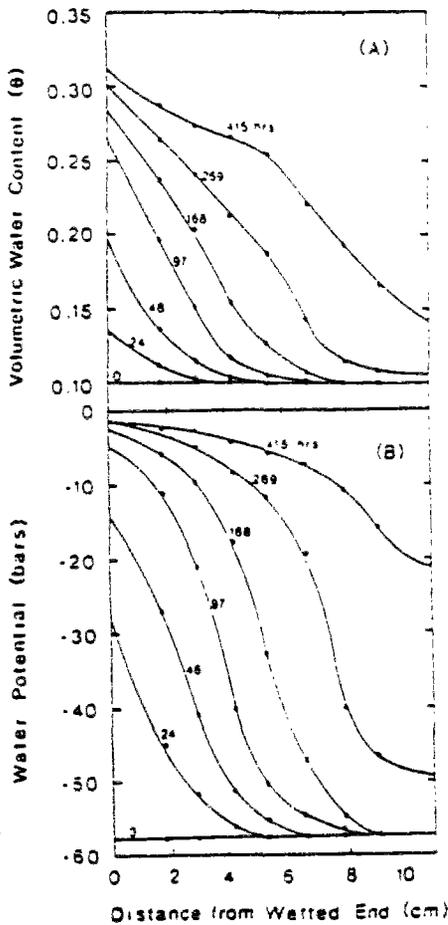


Fig. III.18 : profils de ϕ_z et de θ obtenus par des mesures psychométriques, [11].

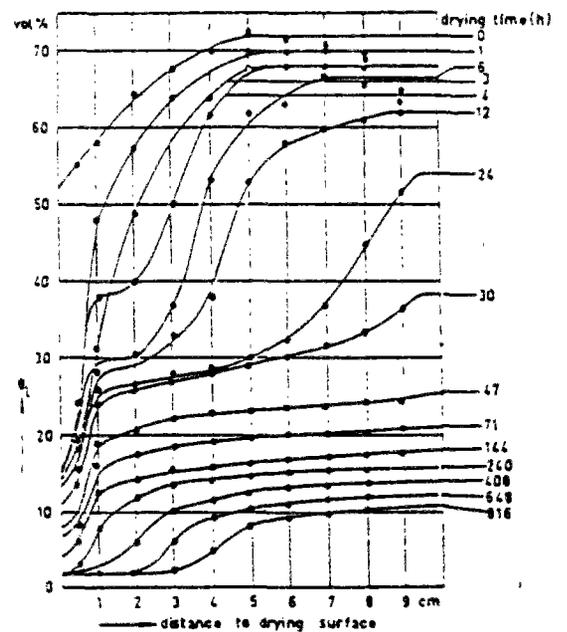


Fig. III.19 : profils de θ obtenus par mesure de résistivité sur du béton cellulaire, [43].

La Loi de DARCY généralisée aux sols non saturés s'écrit pour un écoulement monodirectionnel :

$$q_\ell = -\frac{K_\ell}{g} \cdot \frac{\partial \phi_\ell}{\partial x} = -\rho_\ell D_\ell \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

avec

$$D_\ell = \frac{K_\ell}{\rho_\ell g} \cdot \frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}$$

Pour une éprouvette de longueur L, les étapes à suivre pour le calcul de K_ℓ sont :

- 1) le calcul des flux $q_\ell(t)$ à x donné à partir de $\theta(x,t)$ (fig. III.21).

$$q_\ell(t)|_x = \frac{1}{\Delta t} \int_x^L [\theta(x, t + \Delta t) - \theta(x, t)] dx$$

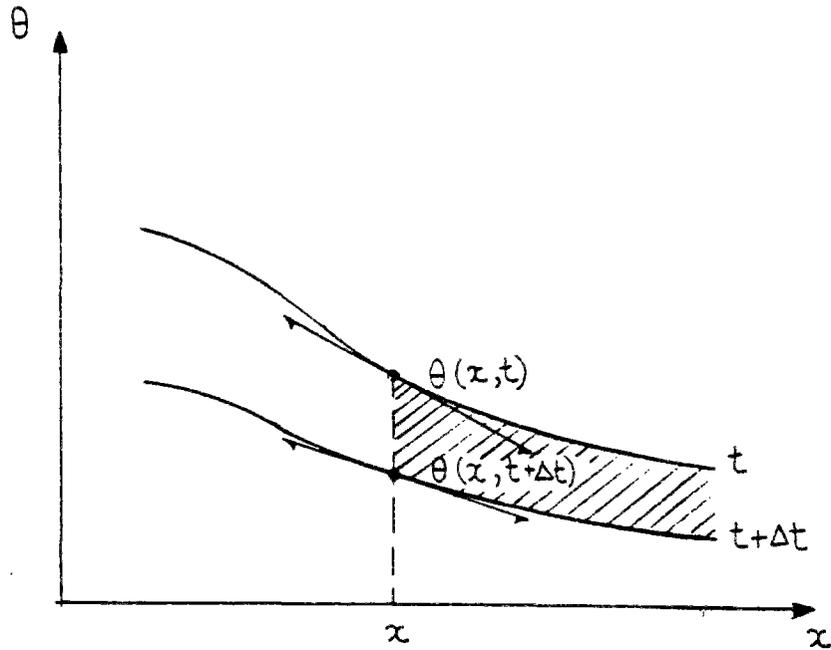


Fig. III.20 : Méthode de calcul de la densité de flux.

La densité de flux est proportionnelle à la surface située à droite de la section considérée entre deux mesures successives.

- 2) le calcul de la pente $\frac{\partial \theta}{\partial x}(t)$ à x donné : c'est souvent la pente moyenne prise sur

deux mesures successives : $\frac{1}{2} \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_t + \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{t+\Delta t} \right]_x$

- 3) le calcul de $D_\ell(t)$ à x donné :

$$D_\ell(t)|_x = \frac{q^\ell(t)|_x}{\frac{\partial \theta}{\partial x}(t)|_x}$$

4) le calcul de $\frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}(\theta)$ à partir de la courbe de succion $\phi_\ell(\theta)$ établie soit en sorption ou désorption.

5) enfin le calcul de $K_\ell(\theta)$ par combinaison des deux calculs précédents :

$$K_\ell(\theta) = \rho_\ell g D_\ell / \frac{\partial \phi_\ell}{\partial \theta}$$

La figure III.21 montre les résultats de l'application de cette méthode effectuée par DUFORESTEL [17] à partir de la diffusivité D_ℓ obtenue par VAN DERKOOI [43] sur du Béton Cellulaire Autoclavé.

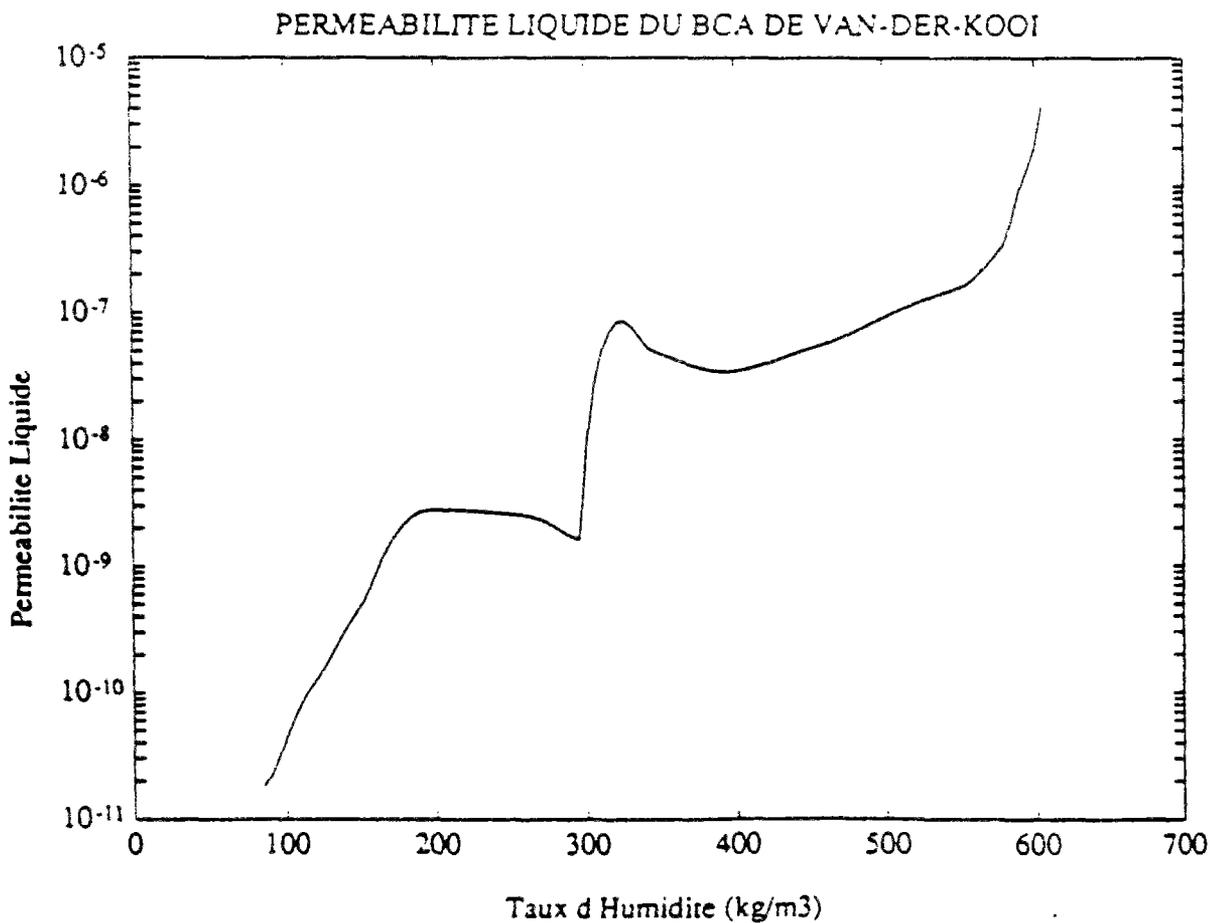


Fig. III.21 : Perméabilité liquide en secondes, [17].

III.4. CONCLUSION

Nous avons exposé dans ce chapitre les méthodes de mesure de la perméabilité. Ces méthodes se divisent en deux grandes classes :

- La première classe est celle des méthodes de mesure de débit où le régime imposé est en régime permanent. Les deux méthodes citées ont été utilisées pour l'étude des transferts d'eau dans les sols, la méthode de KLUTE est limitée aux domaines de succions mesurables par tensiométrie. On pourrait s'interroger sur l'adaptabilité de cette méthode aux matériaux de construction, à cause du domaine restreint de succion qu'elle peut couvrir.

La méthode de COREY, fonctionne sous un gradient de pression d'eau tout en ayant une teneur en eau et par conséquent une succion uniforme dans l'échantillon. Cette méthode est peu utilisée.

- La deuxième classe est celle des méthodes de mesure de débit en régime transitoire. Ce sont les méthodes qui sont de loin les plus utilisées actuellement aussi bien pour l'étude des transferts d'eau dans les sols que pour celle dans les matériaux de construction. Toutes ces méthodes utilisent la formulation diffusionnelle de l'équation de transfert et par conséquent déterminent le coefficient de diffusion liquide D_l , pour ensuite déterminer la perméabilité K_l moyennant la détermination de la pente à l'isotherme de succion $\left(\frac{\partial \phi_l}{\partial \theta}\right)_T$, qui doit être obtenue séparément sur une courbe expérimentale, d'où une source d'erreur.

Pour la méthode se basant sur la transformation de BOLTZMANN, la détermination de D_l passe par le calcul ou par la détermination graphique de la pente $\frac{d\theta}{du}$. Pour la méthode des profile hydriques on est obligé de déterminer la pente $\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)$ au profil hydrique. C'est une source d'erreur qui vient s'ajouter à la précédente.

Nous proposons au chapitre suivant une méthode de mesure qui utilise la formulation de la loi de DARCY généralisée et qui par conséquent accède directement au coefficient de transfert ; la perméabilité K_l ; cette méthode s'appuie sur une mesure en régime permanent.

CHAPITRE IV

**L'APPAREIL DE MESURE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE
EN REGIME PERMANENT**

Chapitre IV : L'APPAREIL DE MESURE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE EN REGIME PERMANENT

IV.1 INTRODUCTION

Nous avons exposé au chapitre III différentes méthodes de mesure de la perméabilité liquide. La plupart de ces méthodes opèrent en régime transitoire en se basant sur la formulation diffusionnelle du flux d'eau liquide, où le moteur de transfert est le gradient de la teneur en eau du matériau poreux (cf. § I.7.2).

Nous avons choisi de prendre la formulation d'origine traduisant la loi de DARCY comme expression du flux d'eau liquide et par conséquent, le coefficient phénoménologique caractéristique du matériau est la perméabilité liquide. Nous décrirons dans ce chapitre l'appareil de mesure de perméabilité liquide que nous avons mis au point.

IV.2. L'APPAREIL DE MESURE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE

Nous avons mis au point un appareil de mesure de la perméabilité liquide en s'inspirant de l'appareil oedométrique à succion contrôlée de SURAJ DE SILVA [40]. L'auteur utilise cet appareil, basé sur la technique osmotique (cf. § III.2.2), pour étudier les caractéristiques des sols sous charge et sous succion contrôlée. Plus tard VICOL [44] utilisa ce même appareil pour étudier la perméabilité des sols en régime transitoire.

L'appareil est adapté à la mesure sur des échantillons solides rigides.

L'idée de notre appareil est d'imposer sur chaque face de l'échantillon une succion déterminée à l'aide d'une solution de macromolécules en l'occurrence le PEG 20000. Cette solution possède un potentiel chimique fonction de la concentration de la solution et de la température de celle-ci. Nous créons ainsi deux conditions aux limites en terme de succion bien déterminées, engendrant une différence de potentiel matriciel connue. Un transfert d'eau s'établira à travers l'échantillon, dirigé de la solution ayant le potentiel chimique le plus faible en valeur absolue (solution diluée) vers la solution ayant le potentiel chimique le plus élevé en valeur absolue (solution concentrée) sur l'autre face de l'échantillon. Le transfert se manifeste par une augmentation du volume de la solution concentrée et par une diminution de volume de la solution la moins concentrée. Ces variations de volume sont directement lisibles dans des tubes calibrés gradués.

La figure IV.1 montre un schéma de l'appareil de mesure.

L'appareil est constitué des parties suivantes :

- 1- L'anneau porte-échantillon.
- 2- Les embases rainurées.
- 3- Les membranes semi-perméables.
- 4- Le bain thermostaté et les réservoirs de solutions.
- 5- Le dispositif de mesure volumétrique.

IV.2.1. L'anneau porte-échantillon

Un anneau est usiné de façon à recevoir à la fois l'échantillon cylindrique d'épaisseur e et de diamètre D , et le dispositif d'étanchéité qui accompagne l'échantillon. Le diamètre de l'anneau est supérieur à celui de l'échantillon de façon à ce que l'espace qui les séparent soit rempli par de la cire qui constitue le premier élément du dispositif d'étanchéité. Le deuxième élément de ce dispositif est formé par deux joints toriques logeant dans deux gorges usinées dans l'anneau porte-échantillon, une gorge sur chacune des deux faces de l'échantillon.

Pour maintenir le volume poreux de l'échantillon à la pression atmosphérique, un trou est aménagé dans l'anneau perpendiculairement à la surface latérale de l'échantillon. Lors du coulage de la cire autour de l'échantillon, nous prenons soin de ne pas boucher le trou en y introduisant une tige métallique qui est retirée une fois la cire durcie.

Il est important que chacune des deux faces de l'échantillon soit coplanaire avec la face appropriée de l'anneau porte-échantillon, pour éviter le percement des membranes lors de la mise en place et le serrage des embases rainurées. La membrane semi-perméable devant rester au contact de l'échantillon, pour éviter des impedances parasites, la moindre saillie pourrait percer la membrane. Ce problème de contact entre la membrane et l'échantillon, et le serrage des embases rainurées a demandé une longue mise au point avant de réussir à le résoudre. Il s'est avéré crucial de serrer à fond les embases, sinon aucun transfert n'était observé. Le risque de percer la membrane était alors augmenté du fait que la membrane se trouvait coincée entre deux parties solides l'embase d'une part et l'anneau avec l'échantillon en place d'autre part. Finalement une couche de matériau fibreux non tissé, inerte, a été insérée entre les embases et les membranes. Une légère pression est ainsi appliquée sur ces dernières.

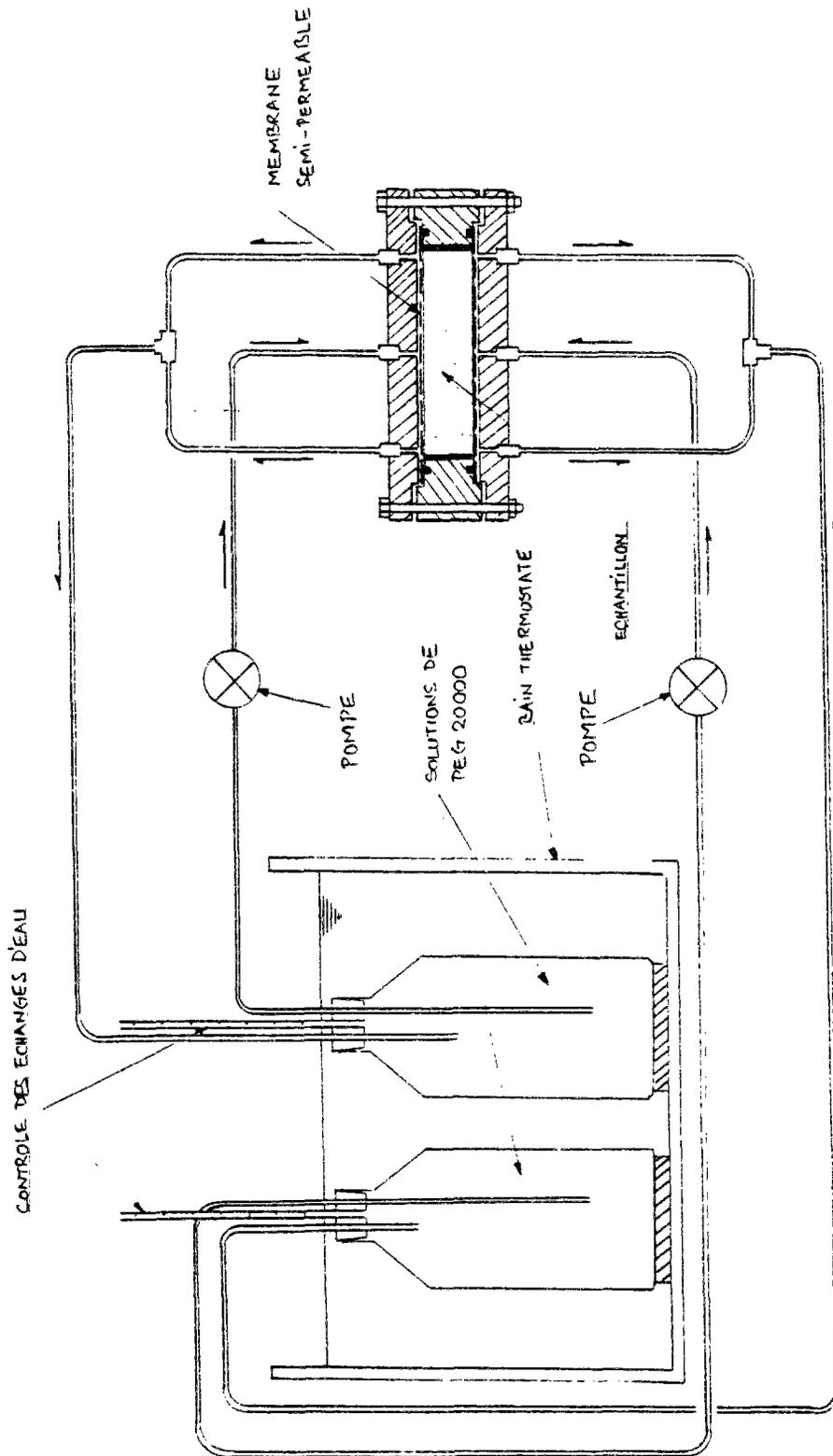


Fig. IV.1 : Schéma de l'appareil de mesure de perméabilité en régime permanent.

IV.2.1.1. Préparation des échantillons

Pour chacun des deux diamètres, les échantillons ont été taillés dans un seul bloc de béton cellulaire de dimension 20 x 25 x 65 cm. Ayant choisi une épaisseur d'échantillon $e = 3$ cm, nous avons découpé des tranches carrées d'épaisseur supérieure à 3 cm (4,5 à 5 cm), dans lesquelles nous avons taillé à l'aide des couronnes diamantées les échantillons. Ensuite chaque échantillon est passé au tour pour avoir l'épaisseur de 3 cm désirée et la planéité de surface souhaitable.

On procède après au brossage de la surface latérale de l'échantillon avec une brosse métallique afin d'éliminer les particules fines accumulées dans les pores de celle-ci. Ces particules fines empêcheraient la cire de remplir sa fonction d'étanchéité.

IV.2.1.2. Coulage de la cire

L'échantillon est ensuite placé à l'intérieur de l'anneau porte-échantillon, qui est chauffé au préalable. De la cire à 80°C environ est coulée dans l'espace cylindrique existant entre l'échantillon et son anneau porteur (épaisseur $\approx 6,5$ mm), les faces inférieures de l'échantillon et de l'anneau porteur reposant sur une surface plane qui les maintient dans un même plan d'une part et constitue fond de cuve pour la cire coulée d'autre part.

L'anneau porte-échantillon étant en acier, son chauffage préalable permet de ralentir le durcissement de la cire pendant son coulage de façon à éviter la formation de strates, donc de sillons entre la cire et la surface intérieure de l'anneau porteur, qui seraient des vecteurs de fuite d'eau.

Une fois le coulage de la cire terminé et son durcissement atteint, on procède au recépage de celle-ci du côté de la face supérieure de l'échantillon par où nous avons coulé la cire pour la rendre coplanaire avec l'échantillon et son anneau porteur.

La figure IV.2 montre la photo de l'anneau porte-échantillon, et l'échantillon mis en place.

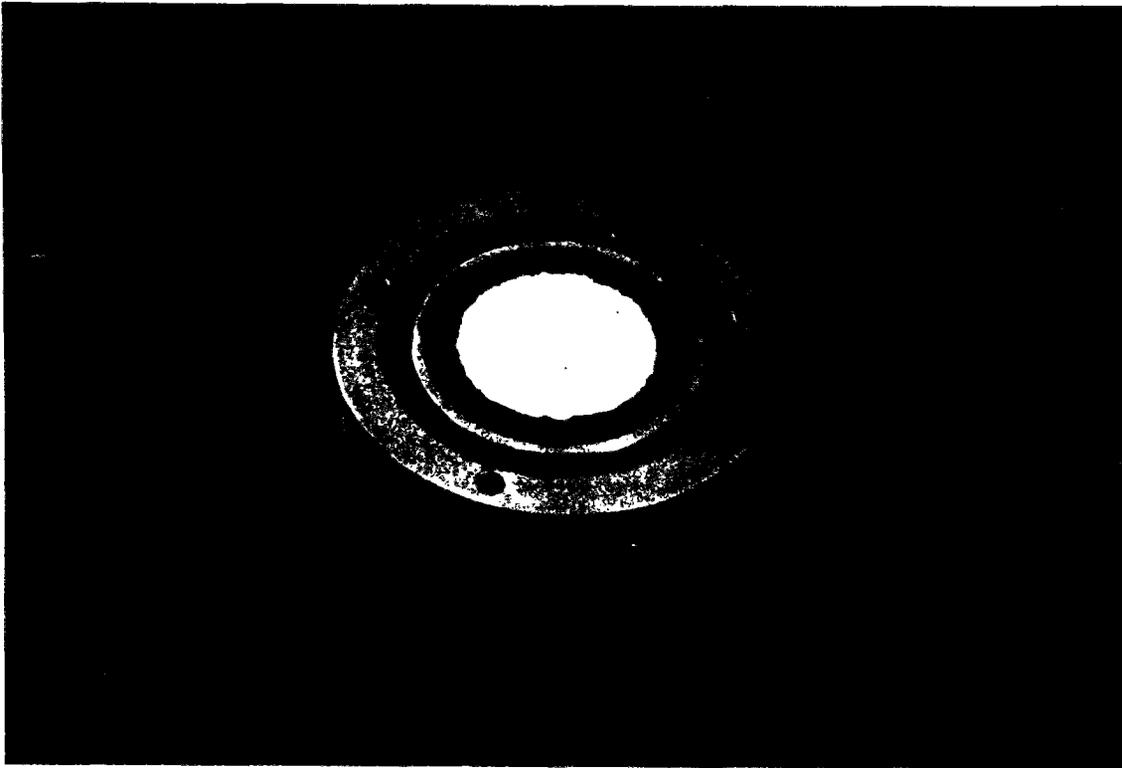


Fig. IV.2 : L'échantillon disposé dans le porte-échantillon.

IV.2.1.3. Saturation de l'échantillon

Après la mise en place de la cire, l'échantillon devra être saturé. Il existe quatre méthodes pour saturer un échantillon :

La première consiste à maintenir l'échantillon juste au-dessus d'une surface plane d'eau sans qu'il n'y ait contact avec l'eau, l'ensemble étant placé dans une enceinte fermée. Dans cette situation la vapeur d'eau à la surface libre est saturante par définition et l'humidité relative est par conséquent égale à 100 %. La saturation se fait par adsorption, mais la durée de l'exposition de l'échantillon doit être très longue.

La deuxième méthode consiste à plonger l'échantillon dans l'eau. C'est un cas qu'on rencontre dans la réalité quand la pluie tombe sur un mur. Nous avons choisi de saturer nos échantillons en utilisant cette procédure bien qu'elle ne soit pas la plus efficace, l'échantillon pouvant ne pas être complètement saturé. L'air peut être piégé dans l'échantillon. La durée de saturation de l'échantillon est de 7 à 8 jours.

La troisième méthode consiste à imbiber par capillarité l'échantillon en mettant sa face inférieure en contact avec un plan d'eau. C'est un autre cas qu'on rencontre dans la réalité.

La quatrième méthode consiste à mettre l'échantillon dans une enceinte hermétiquement fermée dans laquelle on crée un vide poussé en aspirant l'air à l'aide d'une pompe à vide, puis envoyer de l'eau sur l'échantillon dont l'air a été évacué.

La saturation est rapide en procédant ainsi, c'est peut être la méthode idéale pour saturer un échantillon tant par le résultat que pour la durée. C'est une technique que nous avons imaginée tardivement dans notre travail.

La deuxième méthode a été en fait pratiquée pour les mesures analysées dans la suite de ce travail.

IV.2.2. Les embases rainurées

L'embase est destinée à répartir uniformément la solution sur toute la surface de la membrane semi-perméable qui est en contact avec la face de l'échantillon. Pour réaliser cela un réseau de rainures concentriques est usiné dans l'embase. La solution arrive dans le réseau de rainure par un trou central, circule dans le réseau et en ressort par deux trous diamétralement opposés sur la périphérie du réseau. La figure IV.3 montre la photo d'une embase.

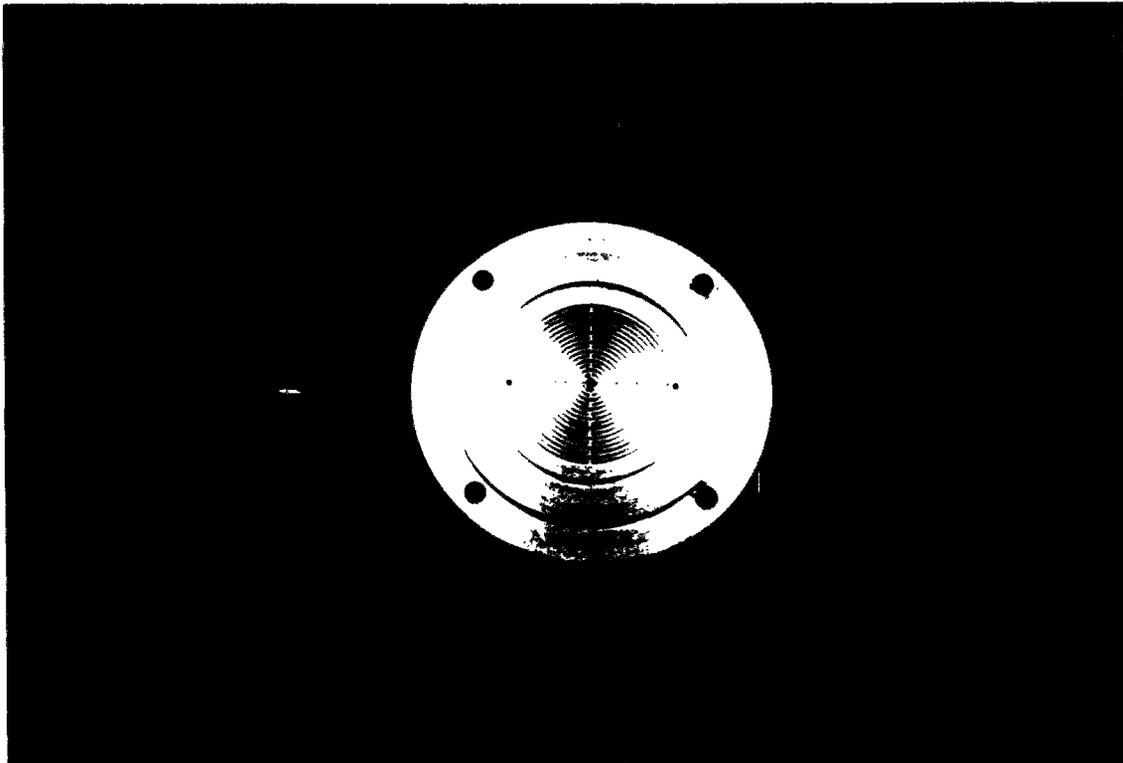


Fig. IV.3 : L'embase rainurée.

IV.2.3. Les membranes semi-perméables

Nous avons utilisé deux types de membranes semi-perméables.

- Membrane SPECTRAPOR 5 au point de coupure situé entre 12000-14000 g/mole.
- Membrane VISCORA ayant un point de coupure situé entre 12000 et 16000.

Ces deux membranes sont bien adaptées au PEG 20000. Ce sont des membranes cellulosiques qu'il faut tremper avant leur utilisation dans de l'eau distillée pendant quelques heures (3 à 4 heures). Du fait de leur nature organique elles sont très sensibles aux attaques des bactéries. Ainsi pour prolonger leur durée de vie, nous avons ajouté aux solutions quelques dizaines de gouttes d'antibiotique large spectre, du type pénicilline. Nous changeons à chaque essai les deux membranes utilisées.

Nous soulignons enfin l'importance que revêt le fait de maintenir la membrane au contact de l'échantillon et d'éliminer toutes les bulles d'air qui pourraient être piégées entre elle et l'échantillon lors de la mise en place de cette dernière.

IV.2.4. Les flacons réservoirs et le bain thermostaté

Un essai test a été effectué au début de la mise au point de l'appareil sur un échantillon de 107 mm de diamètre. Nous avons adoptés des flacons réservoirs de 1 litre (capacité réelle \approx 1,14 litre). Les conditions aux limites en succions sont les suivantes :

- 10.2740 atm (solution à 22 gPEG/100g solution)
- 0.00 atm (eau pure).

La figure IV.4 montre les résultats de l'essai effectué.

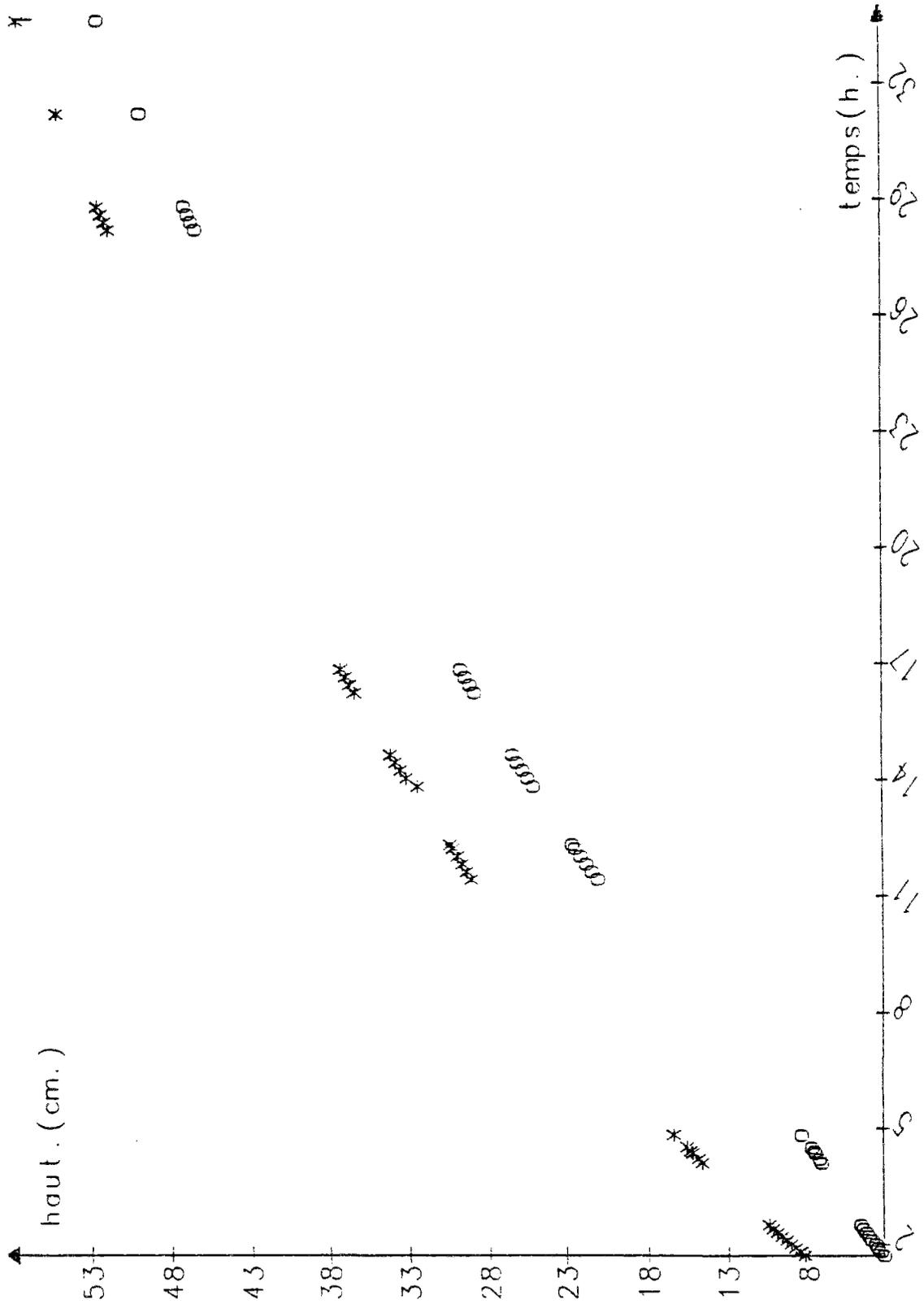


Fig. IV.4 : Essai effectué avec des flacons tampons de 1.2 litres.

x=X10 |
y=Y10 |

Les tubes de mesures utilisés avaient un diamètre intérieur de 4.3 mm (0.1452 cm² de section).

Au bout de 15 jours, la solution de 22 gPEG/100 g solution à gagné l'équivalent de 593 cm de hauteur d'eau. Au démarrage de l'essai la solution avait les caractéristiques suivantes :

- Volume de solution 1,14 litre ; $\rho = 1.0368 \text{ g/cm}^3$.
- Masse de la solution = 1181.952 g.
- Masse PEG dans la solution = 260.0294 g.

Après les 15 jours de l'essai, les caractéristiques de la solution sont devenues :

- Volume de la solution = 1226.1155 cm³.
- Masse de la solution = 1268.0675 g.
- Masse PEG dans la solution = 260.0294 g.
- Concentration finale de la solution = 20.576 g PEG/100 g solution.

On voit bien que la solution a perdu sensiblement de sa concentration. Cette perte se traduit en conséquence par une perte de potentiel osmotique et par suite de la succion qu'elle impose sur la face de l'échantillon. En déterminant la succion finale après 15 jours d'essais, à partir des deux courbes des figures.

de la figure II.7 nous obtenons la succion à 25°C :

$$p_c (20.506) = 7.626 \text{ atm à } 25^\circ\text{C},$$

Pour passer d'une succion calculé à 20°C, la relation (V.4) nous donne :

$$\Delta p_c (20.506) = 0.511 \text{ atm}$$

d'où la succion finale à 20°C :

$$p_c (20.506) = 8.137 \text{ atm.}$$

La perte de succion est donc de :

$$(p_c)_{\text{initiale}} - (p_c)_{\text{finale}} = 2.137 \text{ atm.}$$

$$\frac{\delta p_c}{(p_c)_{\text{initiale}}} = 0.2080 \text{ soit } 20,08\%.$$

Soit une perte de succion de 20 % environ, perte considérable.

Les conséquences d'une telle dilution est manifeste ; le régime permanent ne sera jamais atteint. Cela se traduit par une diminution continue du débit d'eau échangé.

Pour remédier à ce phénomène nous avons choisi d'une part d'adopter des flacons d'une plus grande capacité, et d'autre part de réduire le diamètre de l'échantillon puisque la quantité d'eau échangée est proportionnelle à la surface offerte par l'échantillon au transfert. Les flacons choisis ont une capacité de 12 litres, le diamètre de l'échantillon passe à 51 mm. Néanmoins, nous avons utilisé toujours la cellule à 107 mm de diamètre pour deux essais.

Le bain thermostaté dans lequel baigne les flacons est maintenue à la température de consigne, qui dans notre cas est 20°C, avec une précision de $\pm 0.1^\circ\text{C}$.

Une pompe à débit réglable assure la circulation en circuit fermé des deux solutions entre les flacons réservoirs et la cellule contenant l'échantillon.

Le circuit hydraulique ainsi constitué est sous-charge.

IV.2.5. Le dispositif de mesure volumétrique

Des tubes calibrés de diamètres de 6.5 et 7.5 mm sont disposés sur une planche graduée, servent à mesurer la variation volumique que subit chaque solution.

Le diamètre intérieur de ces tubes est donné à ± 0.015 mm. Nous avons vérifié l'exactitude de la précision des diamètres intérieurs des tubes.

En effet, nous avons testé deux tubes de 6,5 mm de diamètre intérieur : à l'aide d'une balance de précision au 1/10 mg nous avons pesé le volume d'eau que peut contenir chacun des deux tubes dont la longueur de 121,30 cm a été mesuré par une règle en INVAR dans une salle à 20°C. Nous avons obtenu les masses suivantes :

- tube 1 ; $m_1 = 40.1894$ g.

- tube 2 ; $m_2 = 40.2261$ g.

Connaissant la masse volumique de l'eau à 20°C ; ρ_c 0.99823 g/m³, un simple calcul nous permet d'avoir les diamètres des deux tubes :

- tube 1 ; $\phi_1 = 6.50077$ mm

- tube 2 ; $\phi_2 = 6.50374$ mm.

Chaque tube est relié au flacon correspondant qui est hermétiquement fermé par un bouchon en caoutchouc maintenu en place par un bouchon à vis. Le flacon étant sous charge toute variation volumique de la solution se manifeste directement dans le tube de mesure par un déplacement du ménisque à l'interface air-liquide. La figure (IV.5) montre la photo le dispositif de mesure volumétrique.

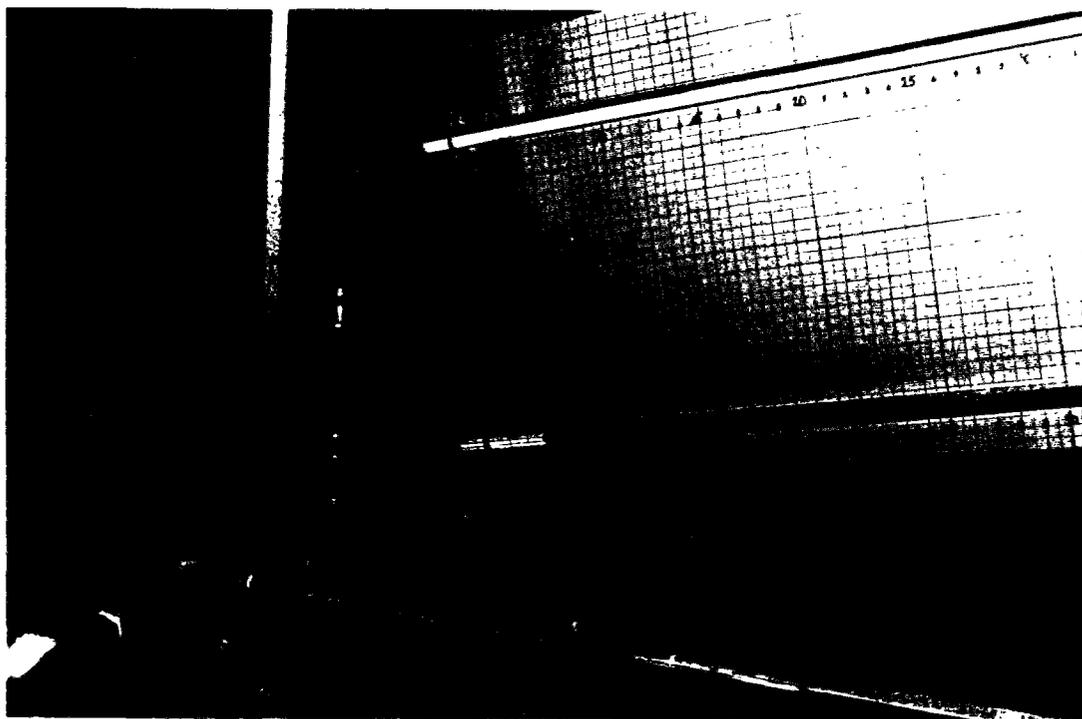


Fig. IV.5 : Le dispositif de mesure volumétrique.

IV.3. CONCLUSION

L'appareil de mesure de perméabilité que nous venons de présenter, repose sur l'établissement d'un régime permanent en imposant des sollicitations hydriques constantes sur les deux faces de l'échantillon. Ces sollicitations sont obtenues par phénomène d'osmose au moyen de deux solutions de PEG 20000 dont on connaît la relation pression osmotique-concentration. Les échanges d'eau sont mesurés à l'aide de deux tubes calibrés gradués.

La technologie de mesure malgré sa simplicité apparente est de mise en oeuvre délicate par suite de la fragilité des membranes semi-perméables, nécessairement très minces, placées sous pression au contact du solide poreux.

Nous verrons que l'ordre de grandeur des précisions des mesures de perméabilité effectuées de cette manière est d'environ 40 %.

Il est utile de souligner une difficulté liée à la saturation initiale des échantillons . L'interprétation des résultats de mesure nous amènera à poser des hypothèses concernant la relation perméabilité-succion. Ces sujets seront abordés au chapitre suivant.

CHAPITRE V

**ETUDE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE DU BETON
CELLULAIRE AUTOCLAVE**

Chapitre V : ETUDE DE LA PERMEABILITE LIQUIDE DU BETON CELLULAIRE AUTOCLAVE

V.1. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de présenter les résultats expérimentaux acquis par la méthode de mesure de perméabilité liquide décrite précédemment. Nous avons étudié la perméabilité liquide du béton cellulaire autoclavé, sous différentes conditions aux limites en terme de succions, dans un domaine tel que le matériau a des teneurs en eau qui s'approchent de la saturation.

Ce matériau a été sélectionné pour plusieurs raisons; il présente une perméabilité liquide assez élevée, il est aussi réputé très peu soluble dans l'eau, ce qui est une condition d'ailleurs de sa bonne durabilité dans son usage en construction.

Nous présenterons les résultats de six essais effectués. Le nombre des essais est limité à six à cause d'une part la longue durée que prend chaque essai (environ 2 mois) et d'autre part à cause des difficultés d'ordre technique que nous avons rencontrées durant la mise au point de l'appareil de mesure. Nous tenterons avec les résultats obtenus d'apporter une contribution à la modélisation de la perméabilité en fonction de la succion. Nous ne prétendons à la généralité de cette contribution du fait du nombre limité des essais. Il serait en effet nécessaire de mener une campagne d'essais plus élargie pour pouvoir atteindre cet objectif.

V.2. RELATION CONCENTRATION-POTENTIEL OSMOTIQUE DES SOLUTIONS DE PEG 20000

Nous avons décrit au chapitre II (cf § II.2.4) le principe de la méthode osmotique WILLIAMS & SHAYKEWICH donnent la courbe de pression osmotique en fonction de la concentration (en gPEG/100g solution). Cette courbe a été établie pour la température de 25°C. Or compte tenu du fait que la salle à ambiance contrôlée dans laquelle nous avons installé notre appareil avait, pour des raisons liées à son exploitation, une température fixée à 20°C, il était nécessaire de rechercher la relation qui lie la pression osmotique à la concentration pour la température à 20°C. Nous n'avons pas trouvé dans la littérature cette information, et par conséquent nous avons décidé d'obtenir expérimentalement cette information. Pour des raisons techniques, nous avons alors jugé plus judicieux de confier ce travail à un laboratoire extérieur plutôt que de l'effectuer par nous-même.

Ces mesures ont été faites dans les laboratoires de l'Institut Charles SARDON (le C.R.M) à Strasbourg. Ce sont des mesures de diffusion de lumière qui partant de la thermodynamique de la diffusion de lumière peuvent servir à déterminer la pression osmotique [20] (voir la méthode de détermination dans l'annexe A).

Deux séries de mesure ont été effectuées :

- Une série à la température de 20°C, température de référence pour nos travaux.
- La deuxième série à la température de 25°C. Cette série de mesure a été effectuée par mesure de précaution afin de jauger et de comparer les résultats de mesure par diffusion de lumière avec ceux de la littérature (mesure de pression de vapeur), qui eux-mêmes ont été validés par ailleurs. Notre souci a été justifié puisque, comme nous le verrons plus loin, nous avons relevé des écarts sensibles entre les résultats des deux méthodes.

Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau V.1, pour les deux températures : 20 et 25°C. La pression osmotique étant exprimée en g/cm^2 ($98.1 N/m^2$) et la concentration en g PEG/100 cm^3 solution.

CONCENTRATION g PEG/100 cm^3 de solution	PRESSION OSMOTIQUE	
	g/cm ²	
	25°C	20°C
0,5	6,94	7,21
1	16,62	17,20
3	86,00	89,00
4	141,90	146,00
5	213,00	220,00
6	302,00	326,00
7	410,00	420,00
8	537,00	585,00
9	686,00	741,00
10	858,00	944,00
12	1275,00	1420,00
15	2110,00	2321,00
16	2446,00	2740,00
20	4140,00	4600,00
24	6440,00	7237,00
28	9450,00	10415,00
32	13240,00	14545,00
36	17923,00	19895,00
40	23570,00	25573,00

Tableau V.1: Résultats des mesures par diffusion de lumière à 20 et 25°C.

Une recherche de la fonction polynomiale du 3ème degré, illustrée par la relation (A.3), par la méthode des moindres carrés, nous donne pour la température de 25°C l'expression de la pression osmotique :

$$\pi(25^{\circ}\text{C}) = 11.430c + 5.1019c^2 + 0.23358c^3 \quad (\text{V.1})$$

On en déduit les coefficients du développement du viriel exprimé par la relation (A.3) $M = 22500$; $A_2 = 2.0126 \times 10^{-3}$; $A_3 = 9.2142 \times 10^{-3}$.

Le premier coefficient de la relation (A.3) étant $\frac{RT}{M}$, et donc proportionnel à la température T, la masse moléculaire du PEG étant la même pour les deux températures, nous pouvons déduire ce même coefficient pour la température de 20°C :

$$\frac{RT}{M} = 11.191816$$

Une autre recherche par la méthode des moindres carrés avec un coefficient fixé nous obtenons :

$$\pi(20^{\circ}\text{C}) = 11.191816c + 6.25841c^2 + 0.238563c^3 \quad (\text{V.2})$$

avec : $M = 22500$; $A_2 = 2.5194 \times 10^{-3}$; $A_3 = 9.6020 \times 10^{-3}$

Les figures V.1 et V.2 montrent les courbes de variation de la pression osmotique en fonction de la concentration respectivement pour les températures de 25 et 20°C.

V.2.1. Choix de la courbe de pression osmotique concentration à 20°C

Il est évident que pour choisir et déterminer la courbe reliant la pression osmotique à la concentration, il faut s'assurer de la validité des résultats expérimentaux obtenus.

Pour ce faire nous avons procédé à la comparaison des résultats de mesure à 25°C obtenus par la méthode de la diffusion de lumière, avec ceux de la littérature. Ces derniers sont des mesures de pression de vapeur (tonométrie) et ont fait l'objet de validation. Cette validation a consisté à comparer les teneurs en eau dans un échantillon de sol à qui on a imposé par la méthode osmotique et par la méthode de la plaque de succion, des succions supposées égales. Les teneurs en eau étant sensiblement égales, on a considéré que la valeur de la pression osmotique mesurée par tonométrie est bonne.

Courbe pression osmotique en fonction de la concentration

Température 25°C

$$\pi = 11.430c + 5.1019c^2 + 0.23358c^3$$

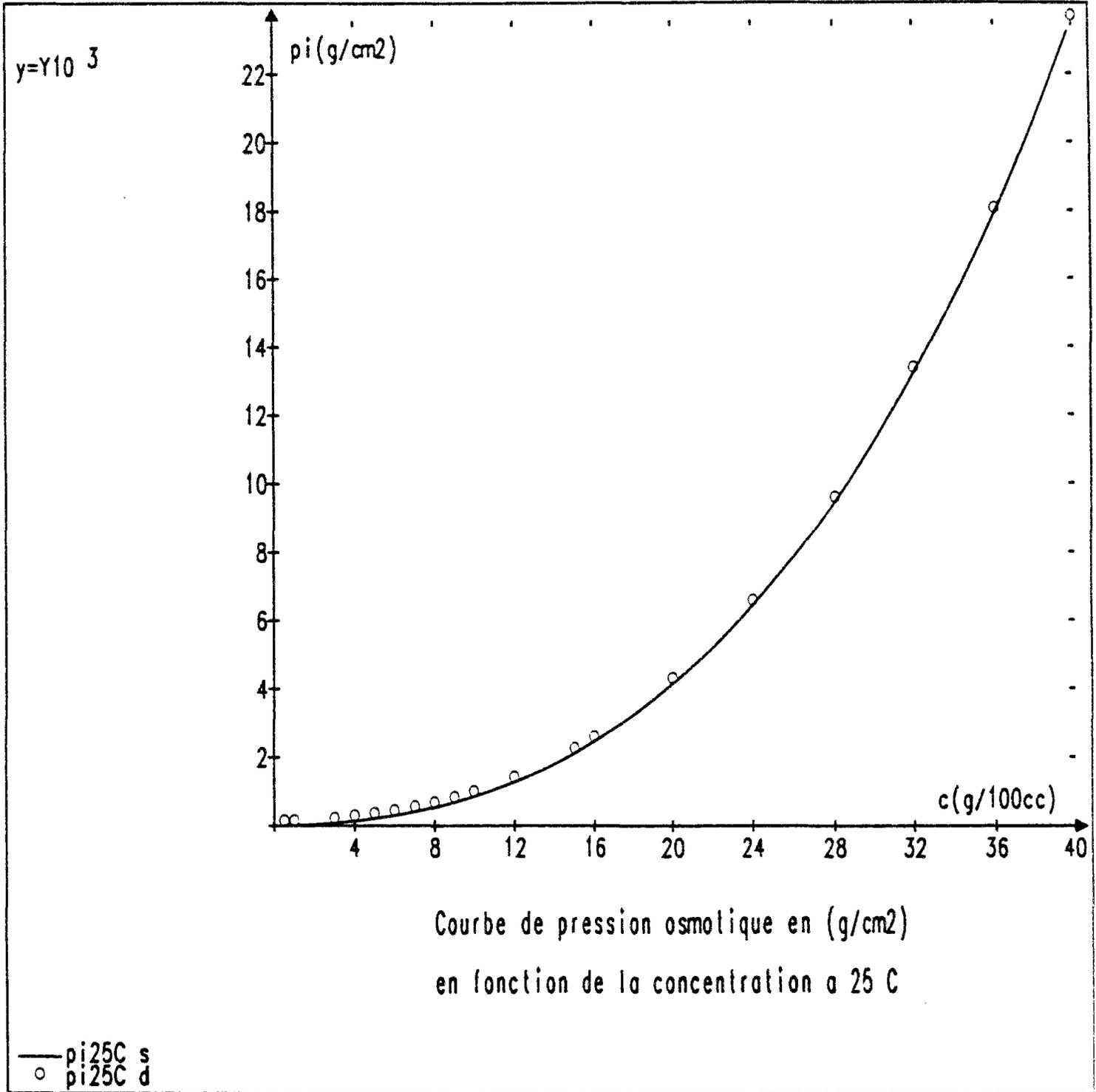


Fig. V.1.

Courbe pression osmotique en fonction de la concentration

Température 20°C

$$\pi = 11.191816c + 6.25841c^2 + 0.2385263c^3$$

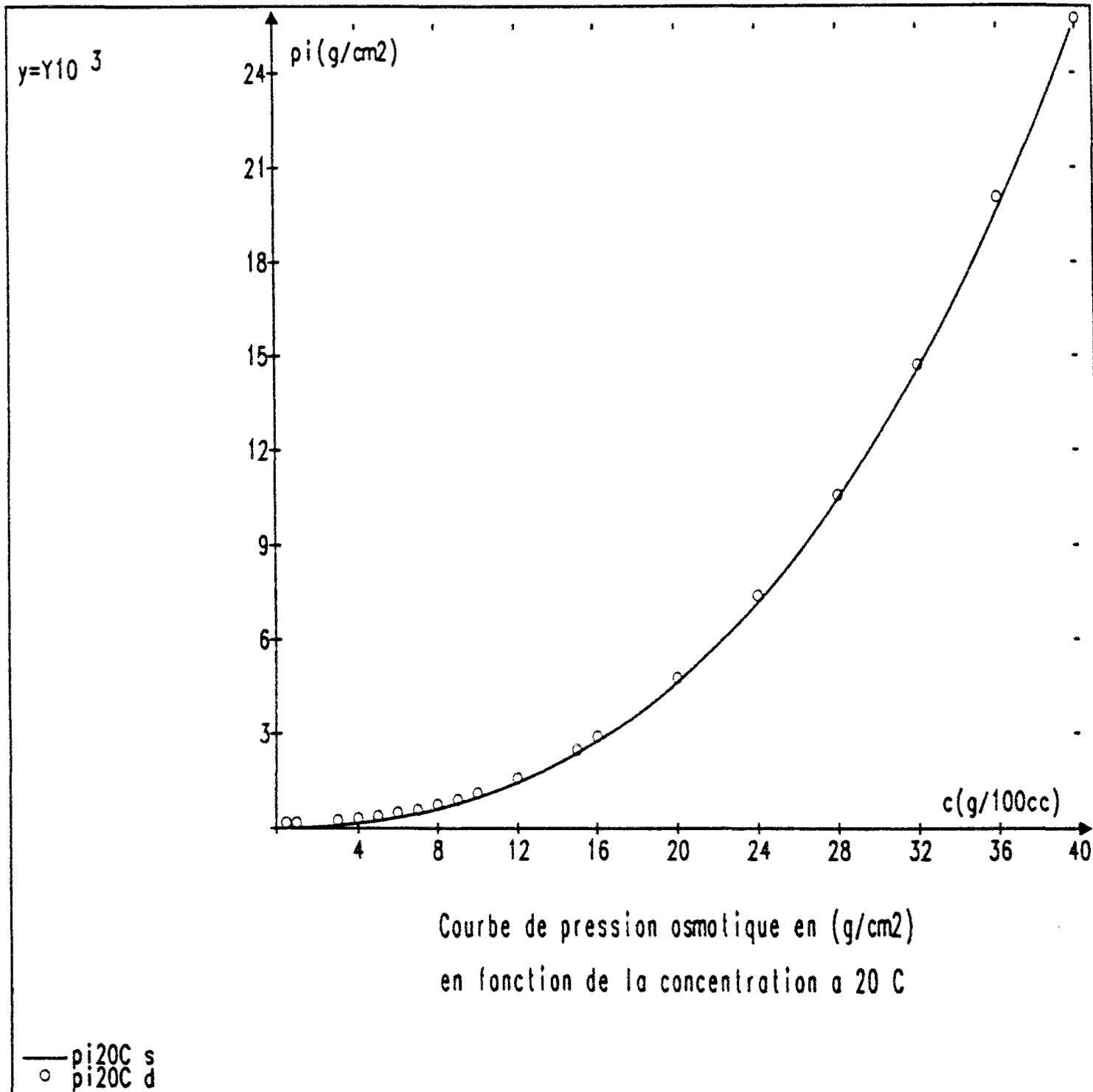


Fig. V.2.

V.2.1.1. Détermination de la courbe masse volumique-concentration

Afin de pouvoir mener à bien la comparaison, il était nécessaire d'harmoniser les unités de concentration. En effet, la concentration de la solution donnée par WILLIAMS et SHAYKEWICH [47] est exprimée en gPEG/100 g solution, alors que celle relative à la mesure par la méthode de diffusion de lumière est exprimée en gPEG/100 cm³ solution.

Il est évident que pour passer d'une unité à l'autre il faut connaître la masse volumique de la solution. Nous avons ainsi effectué des mesures de masse volumique ; les mesures volumétriques ont été effectuées à l'aide d'un pycnomètre de volume bien déterminé. Le pycnomètre était placé dans un bain thermostaté à 20°C, pour avoir le volume à cette température.

Il était ensuite pesé, après séchage de l'eau, avec son contenu. La masse de la solution étant déduite par soustraction de la masse du pycnomètre vide.

Enfin la masse volumique est obtenue par division de la masse de la solution par le volume du pycnomètre. Cette opération a été répétée trois fois pour chaque concentration.

Le passage d'une unité de concentration à l'autre se fait par la relation suivante :

$$c' = \rho \times c \quad (\text{V.3})$$

gPEG/100 cm³ solution gPEG/100 g solution

La figure V.3 montre la courbe de variation de la masse volumique avec la concentration. La valeur de chaque masse volumique portée sur cette figure est la moyenne arithmétique des trois mesures faites pour chaque concentration.

Nous remarquons que cette courbe est pratiquement une droite.

V.2.1.2. Choix de la courbe de pression osmotique à 20°C

Nous avons tracé les deux courbes de pression osmotique à 25°C sur une même figure pour montrer la différence entre les deux méthodes de détermination de la pression osmotique. La figure V.4. montre ces deux courbes. Nous remarquons qu'il existe une différence significative entre ces deux courbes qui est d'autant plus marquée que la concentration augmente.

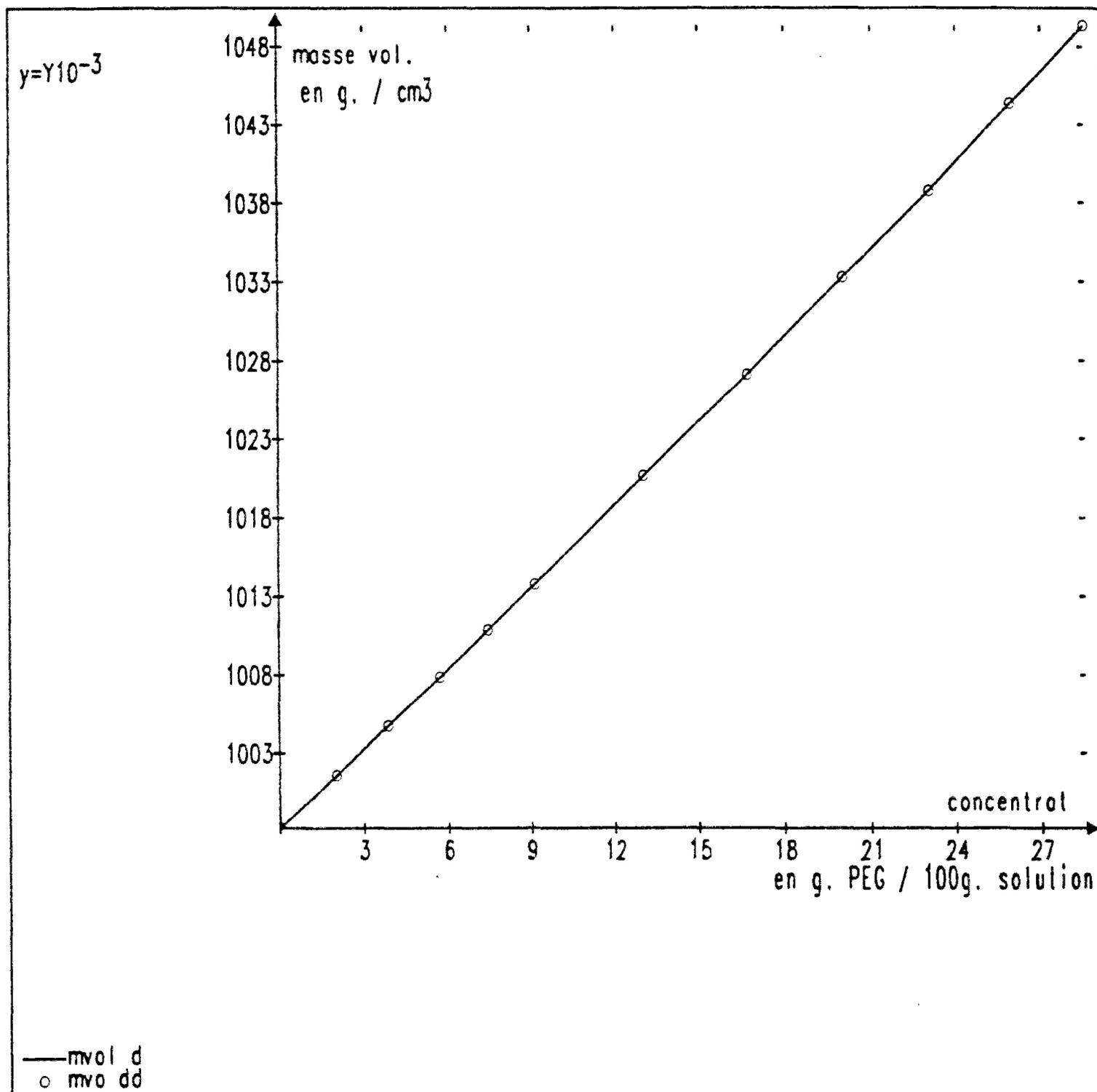


Fig. V.3 : Courbe expérimentale masse volumique-concentration.

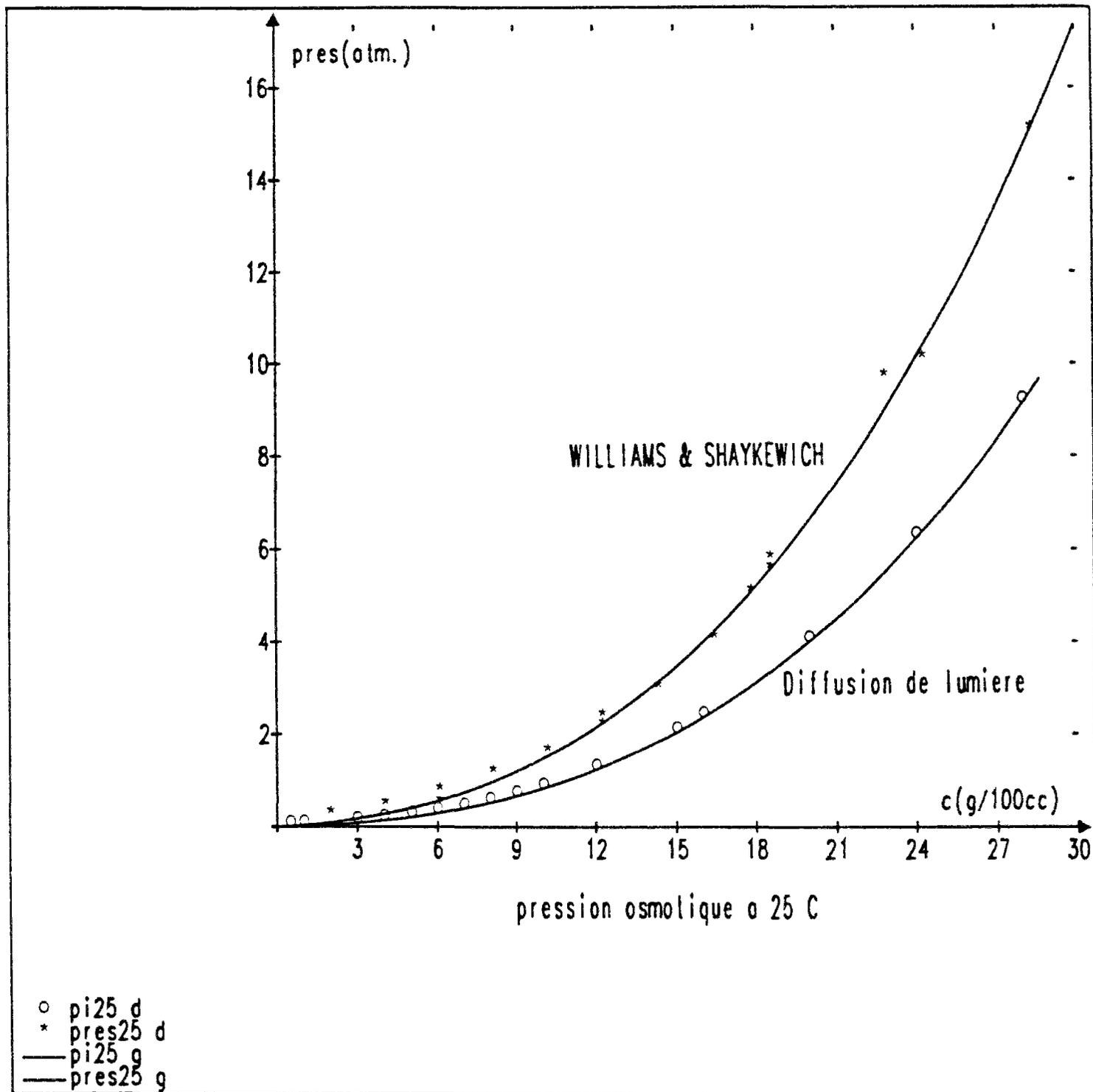


Fig. V.4 : Pression osmotique à 25°C déterminée par les deux méthodes de mesure.

Après examen de la figure V.4, une question importante se pose alors :

A quelle méthode faut-il se fier et comment tirer profit des mesures de diffusion de lumière qui ont été faites ?

Il nous semble que la méthode utilisée par WILLIAMS et SHAYKEWICH est plus crédible que celle de la diffusion de lumière pour deux raisons :

- La première est que c'est une méthode de mesure directe de pression de vapeur d'eau (tonométrie), alors que la méthode par diffusion de la lumière est une méthode indirecte.
- La deuxième c'est qu'elle a fait l'objet de validation par comparaison comme nous l'avons mentionné ci-dessus.

Enfin, le choix de la courbe de pression osmotique-concentration à 25°C étant fait, il reste à déterminer celle à 20°C. C'est là que se pose la question de l'exploitation des résultats des mesures par diffusion de lumière :

Si chacune des mesures de pression osmotique à 20 et 25°C est entâchée d'une erreur relativement aux mêmes valeurs déterminées par mesure de pression de vapeur, il est probable que la différence de pression osmotique entre les deux températures ne présente pas d'écart par rapport à la différence de pression osmotique déterminée par tonométrie. Partant de cette hypothèse nous allons exploiter la différence de pression osmotique $\Delta\pi$ entre les températures 20 et 25°C pour déterminer finalement la relation pression osmotique-concentration à 20°C.

Cette dernière courbe est obtenue en ajoutant à la pression osmotique à 25°C déterminée par tonométrie, la différence de pressions osmotiques déterminées par diffusion de lumière.

En utilisant les relations (V.1) et (V.2) nous tirons l'expression de la différence de pressions osmotiques entre les températures 20 et 25°C :

$$\Delta\pi = -0.238984C + 1.15651C^2 + 0.0049463C^3 \quad (V.4)$$

Enfin la pression osmotique à 20°C est donnée par :

$$\pi (20^\circ\text{C}) = \pi (25^\circ\text{C} ; \text{tonométrie}) + \Delta\pi (\text{diffusion lumière}) \quad (V.5)$$

Ainsi pour les six essais que nous avons effectués les conditions en succions sont les suivantes :

Concentration gPEG/100g.sol	$\pi(25^{\circ}\text{C})$ (Tonométrie) (atm)	$\Delta\pi(\text{atm})$ (diff. de lumière) (atm)	$\pi(20^{\circ}\text{C})$ (atm)
8	1,10	0,074	1,174
12	2,12	0,173	2,293
18	5,50	0,410	5,910
22	9,64	0,634	10,274
27,063	15,00	0,999	15,999

On notera que la correction d'effet de température est faible en valeur relative. Ceci réduit le risque lié à la méthode que nous avons utilisée pour déterminer cette correction.

V.3. MATERIAU UTILISE ET PREPARATION DES ECHANTILLONS

L'appareil de mesure a été décrit au chapitre IV et la méthode osmotique présentée au chapitre II de ce manuscrit.

Le matériau utilisé est le béton cellulaire autoclavé dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Masse volumique $\approx 460 \text{ kg/m}^3$.
- L'isotherme de succion du béton cellulaire autoclavé est représentée par la figure V.5 ou la pression capillaire est exprimé en Pascal et le taux d'humidité massique kg d'eau/kg de matériau sec.
- Le taux d'humidité massique de saturation du BCA est supérieur à $0.7 \text{ kg H}_2\text{O/kg}$ matériau sec. C'est donc un matériau présentant une porosité très élevée.

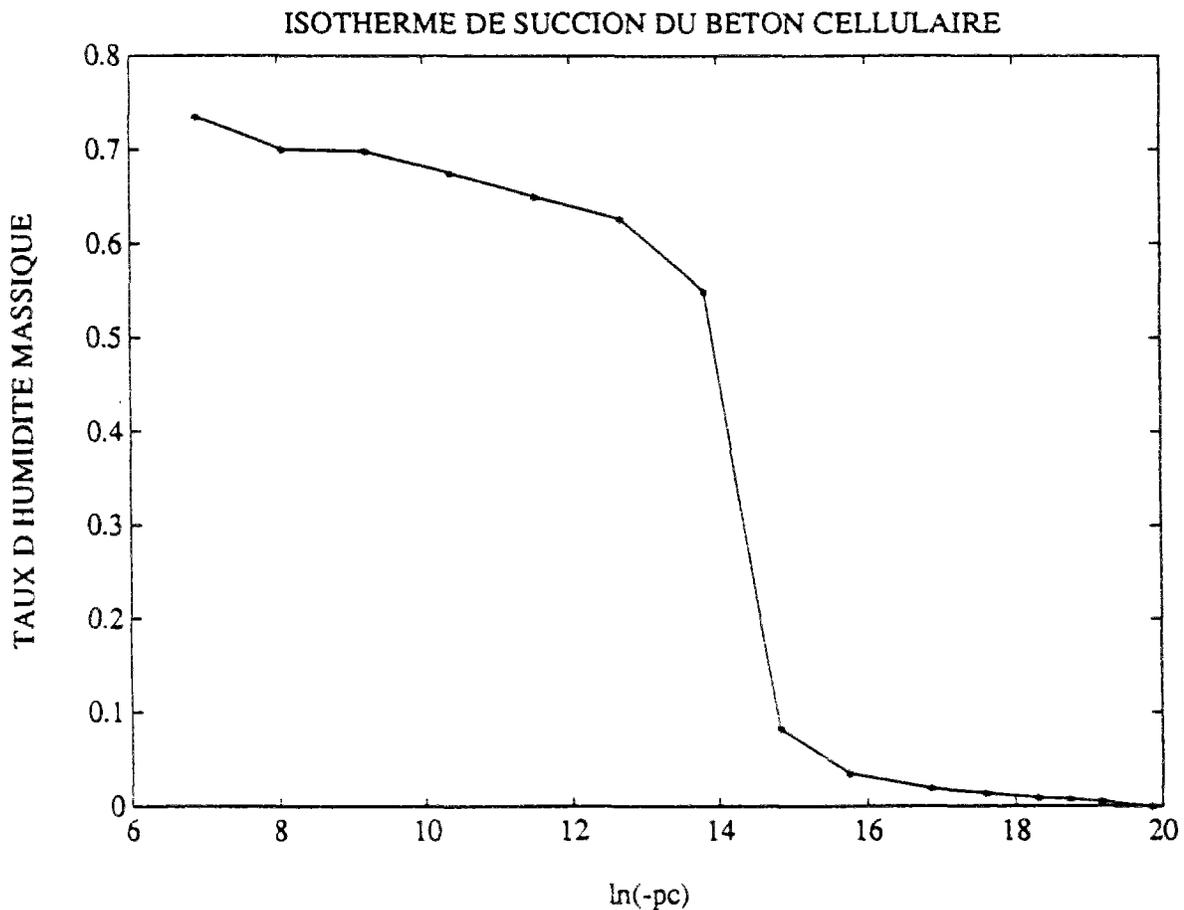


Fig. V.5 : Isotherme de succion du Béton Cellulaire Autoclavé, où p_c est exprimée en Pascal, [17].

Nous avons utilisé deux diamètres d'échantillon, $D = 107$ mm et $D = 51$ mm, dimensions "standard" des couronnes diamantées qu'on trouve dans le commerce.

V.4. DESCRIPTION ET PRESENTATION DES RESULTATS DES ESSAIS

Nous avons effectué une série de 6 essais sur des béton cellulaire. Deux de ces essais ont été fait sur des échantillons de diamètre $D = 107$ mm, les quatre autres essais sur des échantillons de diamètre $D = 51$ mm. Nous signalons également que quatre essais ont été effectués avec une des deux succions imposées égale à zéro, c'est-à-dire avec une circulation d'eau pure, l'autre succion étant différente de zéro. Pour les deux autres essais, les deux succions imposées aux deux faces de l'échantillon sont différentes de zéro.

Avant de présenter les essais et les résultats obtenus, nous allons décrire le processus d'expérimentation et les allures prévues des courbes de chaque essai.

V.4.1. Processus d'expérimentation

Une fois l'échantillon confectionné dans son anneau porteur, l'assemblage de l'anneau-porteur aux embases ayant été réalisé, l'ensemble est positionné de façon à ce que le transfert d'eau soit vertical. L'épaisseur de l'échantillon étant de quelques cm l'effet de la pesanteur est parfaitement négligeable.

Soit un essai où l'on impose une succion p_1 à une face de l'échantillon correspondant à une solution S_1 de concentration c_1 et une succion $p_2 > p_1$ sur l'autre face de l'échantillon correspondant à une solution S_2 de concentration $c_2 > c_1$ (les concentrations sont exprimées en g PEG20000/100g de solution).

Les deux solutions ont respectivement les masses volumiques ρ_1 et ρ_2 g/cm³. Une fois l'essai lancé et après un certain temps un transfert d'eau s'établira à travers l'échantillon, de la solution S_1 vers la solution S_2 . En d'autres termes la solution S_1 va perdre de l'eau et la solution S_2 va en gagner. Ceci va se manifester par une diminution du volume de la solution S_1 et une augmentation du volume de la solution S_2 . Ces variations de volumes sont lisibles directement dans deux tubes calibrés gradués, chacun étant relié au circuit propre à la solution correspondante.

V.4.1.1. Variation volumique en eau des solutions

Nous savons que la variation de volume d'une solution constituée d'un mélange de deux corps purs est donnée par :

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial n_1} \right)_{P, T, n_2} dn_1 + \left(\frac{\partial V}{\partial n_2} \right)_{P, T, n_1} dn_2 \quad (V.6)$$

où V : est le volume de la solution, n_1 et n_2 le nombre de moles des corps 1 et 2 constituants la solution.

La relation (V.6) peut s'écrire sous la forme :

$$dV = V_1 dn_1 + V_2 dn_2 \quad (V.7)$$

où $V_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial n_1} \right)_{P, T, n_2}$ est le volume molaire partiel du corps 1 dans la solution,

et $V_2 = \left(\frac{\partial V}{\partial n_2} \right)_{P, T, n_1}$ est le volume molaire partiel du corps 2 dans la solution.

On définit le volume molaire moyen V_m par :

$$V_m = \frac{V}{n} ; \quad n = n_1 + n_2$$

où n est le nombre total de moles contenues dans le volume V .

$$V_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial n_1} \right)_{n_2, P, T} = \left(\frac{\partial n V_m}{\partial n_1} \right)_{n_2, P, T}$$

$$V_1 = V_m + n \left(\frac{\partial V_m}{\partial n_1} \right)_{n_2, P, T}$$

soit x_2 la fraction molaire du corps 2 :

$$x_2 = \frac{n_2}{n}$$

d'où :

$$\left(\frac{\partial V_m}{\partial n_1} \right)_{n_2} = \left(\frac{\partial x_2}{\partial n_1} \right)_{n_2, P, T} \cdot \frac{dV_m}{dx_2} = -\frac{n_2}{n^2} \cdot \frac{dV_m}{dx_2}$$

Ainsi :

$$V_1 = V_m - \frac{n n_2}{n^2} \cdot \frac{dV_m}{dx_2}$$

Enfin :

$$V_m = V_1 + \frac{dV_m}{dx_2} \cdot x_2 \quad (\text{V.8})$$

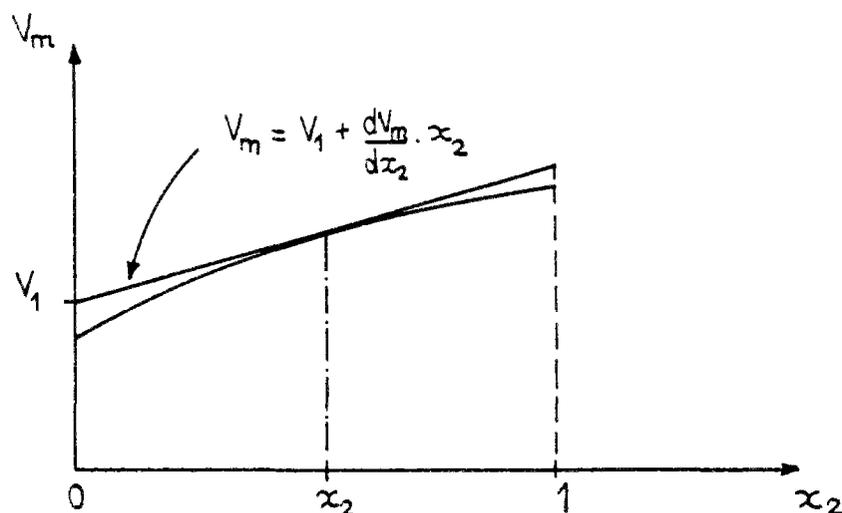


Fig. V.6 : Volume molaire moyen V_m en fonction de la fraction molaire x_2 .

Si nous traçons la courbe représentant V_m en fonction de la fraction molaire x_2 (figure V.6), la relation (V.10) n'est autre que l'équation de la droite tangente à cette courbe au point d'abscisse x_2 . Le volume molaire partiel V_1 apparaît alors comme l'ordonnée à l'origine de cette droite.

Dans notre cas particulier où le PEG représente le corps 2 et l'eau le corps 1, nous avons tracé $V_m(x_2)$ à partir des mesures de masse volume illustrées par la figure V.3. En effet, pour une solution ayant une concentration de c gPEG/100g solution, nous avons pour une masse de 100 g de solution :

$$n_2 = \frac{c}{20000}$$

$$n_1 = \frac{100 - c}{18}$$

Les masses molaires de l'eau et du PEG sont respectivement 18 et 20000.

Le volume V de la solution est alors :

$$V = \frac{100}{\rho}$$

d'où le volume molaire moyen V_m :

$$V_m = \frac{V}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$$

Nous avons tracé la courbe $V_m(x_2)$. Elle est représentée par la figure V.7. Nous constatons que cette courbe est une droite. Une régression linéaire effectuée sur ces points nous donne :

$$\frac{dV_m}{dx_2} = 16605.6625 \text{ cm}^3 / \text{mole}$$

$$V_1 = 18.0344 \text{ cm}^3 / \text{mole}$$

le volume molaire partiel de l'eau dans les solutions diluées de PEG est de :

$$V_1 = 18.0344 \text{ cm}^3 / \text{mole}$$

$$\text{le volume molaire de l'eau pure à } 20^\circ\text{C} = \frac{M_v}{\rho} = \frac{18}{0.99823}$$

$$\text{soit :} \quad V_0 = 18.0319 \text{ cm}^3 / \text{mole}$$

Il est clair que :

$$V_1 \approx V_0 \quad (\text{V.9})$$

d'où

$$dV = V_0 dn_1 \quad (\text{V.10})$$

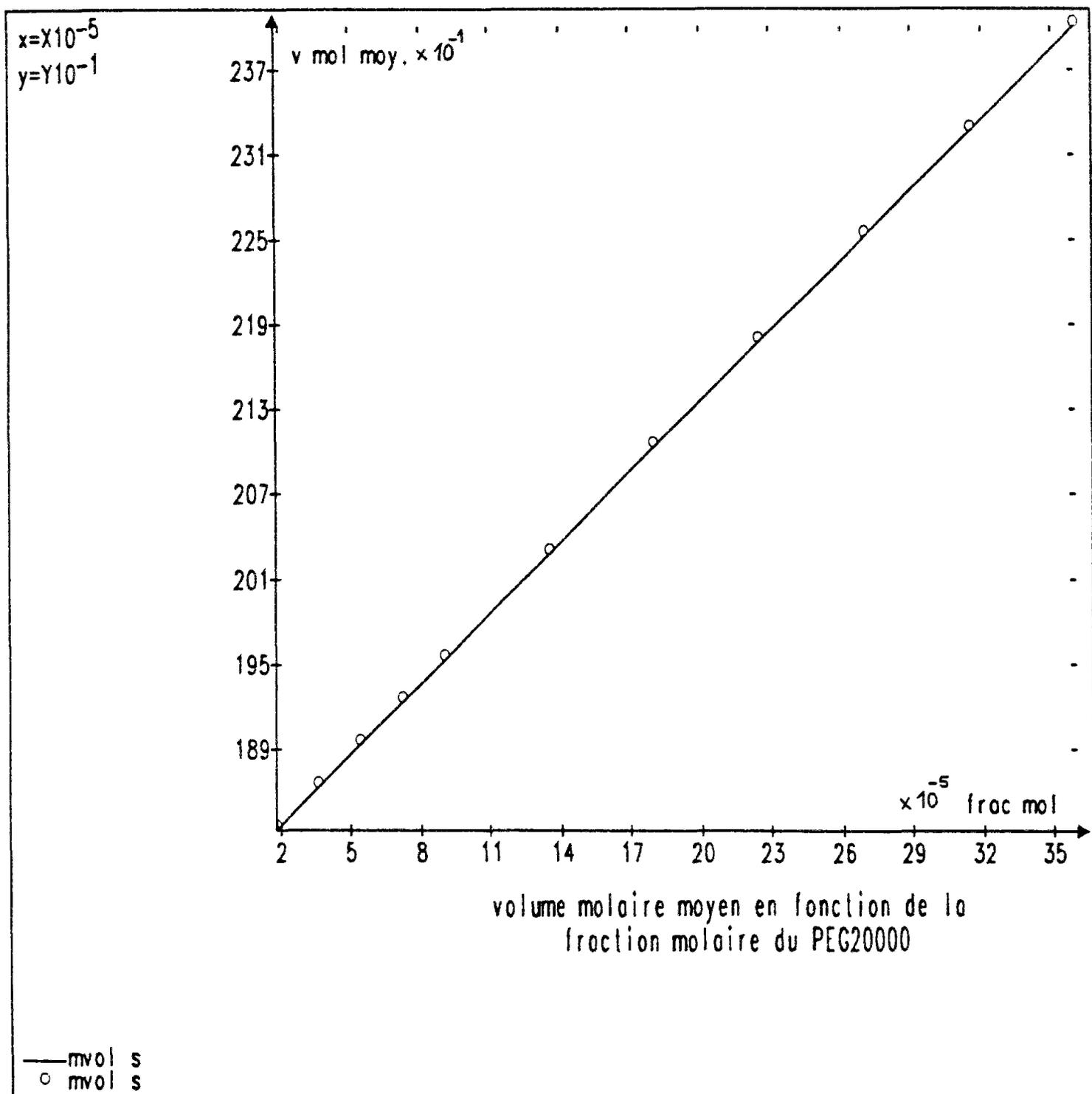


Fig. V.7 : Courbe volume moyen-fraction molaire du PEG 20000 déterminée à partir des mesures de masses volumiques.

or $V_0 dn_1$ est la variation volumique dV' de l'eau pure.

En conclusion la variation volumique de la solution mesure directement la quantité d'eau échangée.

V.4.2. Allure générale des courbes de variation de volume

Pour chaque essai nous représentons sur un même graphique et en fonction du temps la variation cumulée de volume de chacune des deux solutions : ΔV_1 pour la solution dont le volume augmente et $-\Delta V_2$ pour la solution dont le volume diminue.

Deux types d'essais ont été effectués, le premier est un essai où la solution S_1 est de l'eau pure et la solution S_2 a une concentration c_2 différente de zéro.

Le deuxième est un essai où les deux solutions ont des concentrations non nulles.

Pour ce type d'essai, l'échantillon étant saturé (ou quasi saturé), au démarrage de l'essai, l'eau de l'échantillon a tendance à le quitter vers la solution S_2 (du faite de différence de succion) où on assiste à une augmentation rapide du volume de cette solution, sans que le côté de l'eau pure (solution S_1) le niveau ne varie beaucoup. Après un certain temps (1 heure ou deux) le niveau de l'eau pure commence à varier sensiblement. Une fois le régime permanent est atteint, les deux courbes représentant les variations en valeurs absolues des volumes de deux solutions, devraient être deux droites parallèles.

La droite signifiant que le débit est devenu constant et le parallélisme signifiant l'égalité des deux débits entrant et sortant de l'échantillon.

L'allure des courbes de variation de volume des deux solutions pour ce type d'essai est représentée par la figure V.8.

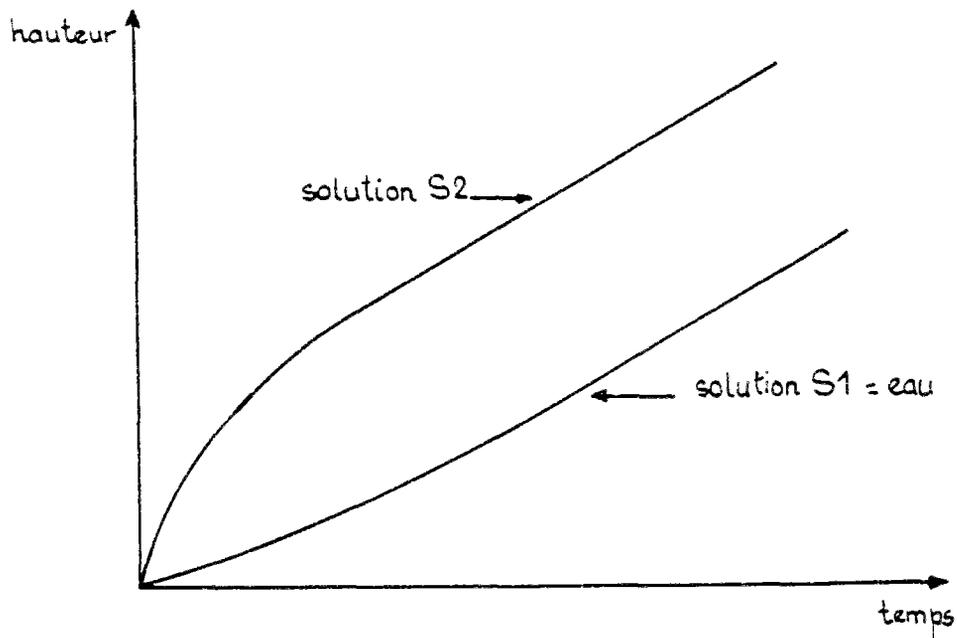


Fig. V.8 : Courbes de variation de volume - Essai type 1.

Le deuxième type d'essai, est un essai où les deux solutions S_1 et S_2 ont des concentrations non nulles. Au démarrage de ce type d'essai, l'échantillon étant saturé ou quasiment saturé, il a tendance de se désaturer par ses deux faces (phénomène de l'osmose), jusqu'à un moment donné ou s'établissent sur les deux faces de l'échantillon les succions développées par les deux solutions S_1 et S_2 , on assiste alors à un inversement de transfert du côté de la solution S_1 où elle a gagné de l'eau au départ.

L'allure des courbes de variation de volume des deux solutions pour ce type d'essai est représentée par la figure V.9.

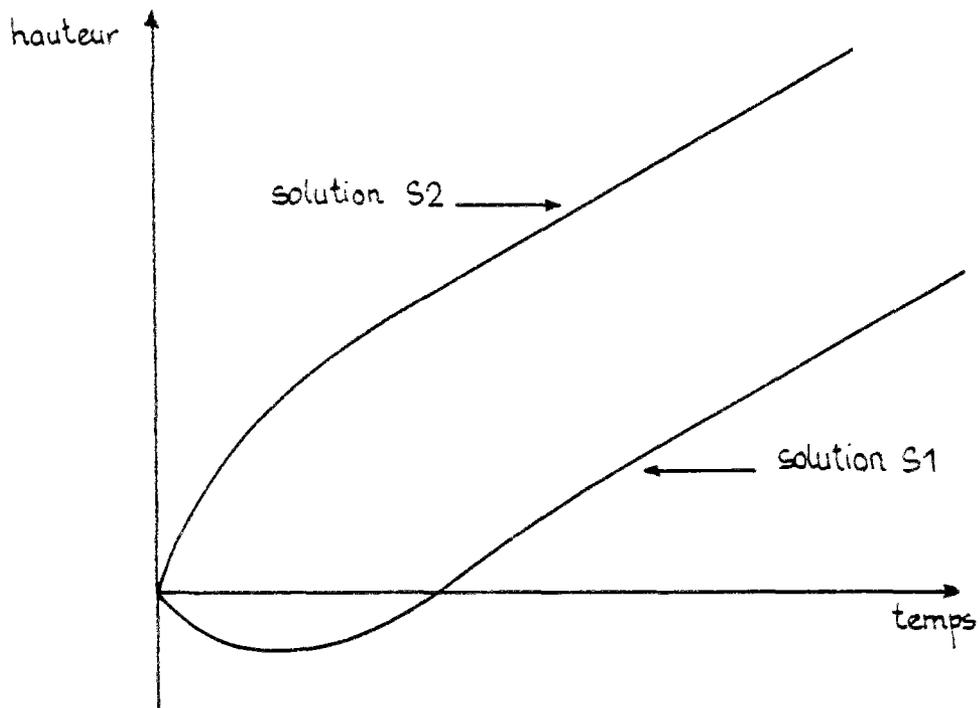


Fig. V.9 : Courbes de variation de volumes - Essai type 2.

Les remarques concernant le régime permanent pour l'essai de type 1, sont valables aussi pour l'essai de type 2.

Les pentes des deux courbes de variation de volume des solutions S_1 et S_2 représentent respectivement le débit volumique sortant de l'échantillon et celui entrant dans l'échantillon.

Il est à noter qu'au départ de l'essai du type 2, la pente de la courbe relative à S_2 est plus grande que la valeur absolue de la pente de la courbe relative à S_1 .

Cela revient au fait que, l'échantillon étant saturé, donc à succion nulle, la différence de succion est plus élevée du côté de S_2 que celle du côté de S_1 .

V.4.3. Influence de la membrane sur le transfert d'eau

La membrane influe sur le transfert d'eau à travers l'échantillon, par la résistance qu'elle oppose à ce transfert, c'est-à-dire si l'impédance de la membrane $Z_m = \frac{e}{K_m}$,

où e est l'épaisseur de la membrane de K_m sa perméabilité à l'eau, est importante par rapport à l'impédance Z_s de l'échantillon.

Il est donc important d'effectuer des mesures de perméabilité sur ces membranes.

V.4.3.1. Mesure de la perméabilité des membranes

La perméabilité des membranes a été mesurée simplement en utilisant la membrane de l'embase supérieure, mise en place dans le porte-échantillon, en débranchant la pompe, et en appliquant à de l'eau pure un gradient à charge variable au travers de la membrane, et en mesurant le débit écoulé.

Le niveau de sortie d'eau est maintenu constant puisque l'eau est égoutté du fait de son poids propre, ce qui constitue un système de trop plein.

Le principe du perméamètre à charge variable est montré sur la figure V.10.

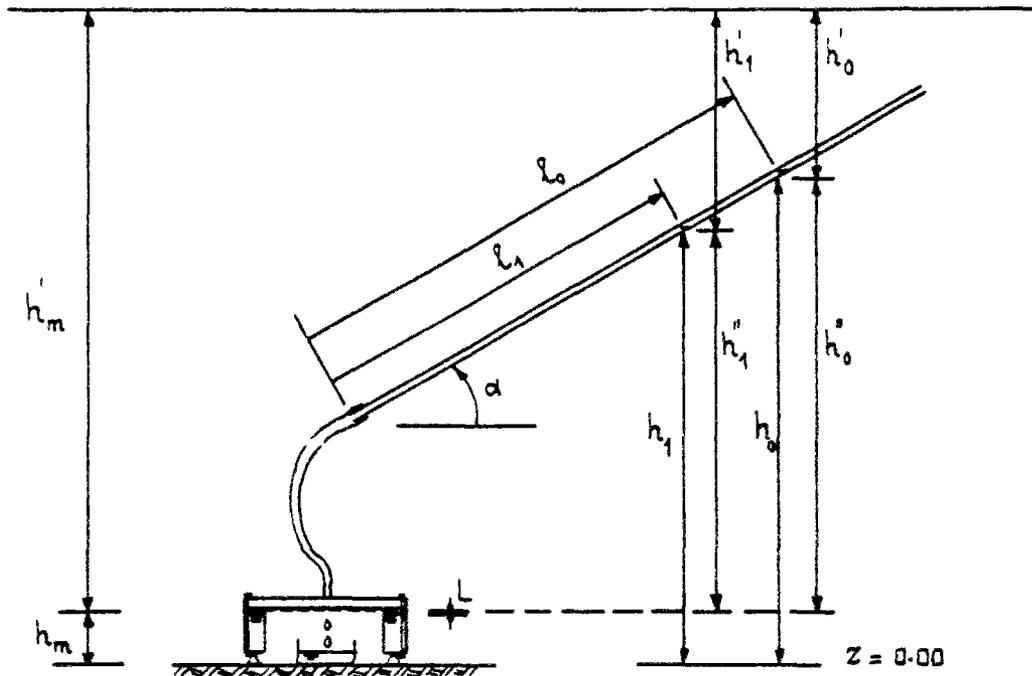


Fig. V.10 : Schéma du perméamètre à charge variable.

A l'instant t le volume d'eau dans le tube de mesure est V correspondant à une hauteur h . Après une durée infinitésimale dt , il y a un transfert et le volume diminue de dV du fait du transfert à travers l'échantillon où h diminue de dh d'où :

$$dV = -adh$$

où " a " est la section intérieure du tube de mesure. D'où l'expression du débit volumique Q ,

$$Q = \frac{dV}{dt} = -a \frac{dh}{dt}$$

or d'après la loi de DARCY le débit volumique Q (m^3/s est donnée par :

$$Q = K.A. \frac{(h - h_m)}{L} \quad (V.11)$$

où h est la cote du ménisque, h_m celle de la membrane, A l'aire effective de la membrane et L son épaisseur. K étant sa perméabilité.

En considérant une valeur moyenne K_{moy} de la perméabilité de la membrane nous obtenons l'expression de K_{moy} :

$$K_{moy} = -\frac{aL}{A} \cdot \frac{1}{(t_1 - t_0)} [\text{Log}(h_1 - h_m) - \text{Log}(h_0 - h_m)] \quad (\text{V.12})$$

où t_0 : l'instant de départ

t_1 : l'instant final.

Les épaisseurs des membranes ont été mesurées après les avoir trempées dans l'eau pendant plusieurs heures (5 à 6) de manière à ce qu'elles gonflent et se trouvent dans l'état dans lequel elles se trouveront pendant les essais. Nous avons fait plusieurs mesures en superposant plusieurs membranes, pour chaque type de membranes 1, 2, 3, 4, 5 et 6 membranes. Nous avons obtenu les résultats suivants :

Membrane SPECTRA/POR 5 :

Nombre de membranes superposées	Epaisseur en mm :
1	0,15
2	0,30
3	0,40
4	0,55
5	0,68
6	0,80

D'où l'épaisseur moyenne de la membrane SPECTRA/POR 5 :

SPECTRA/POR 5 : 0,14 mm.

L'épaisseur moyenne obtenue de la membrane VISCORA :

VISCORA : 0,20 mm.

Nous avons calculé la perméabilité moyenne des deux membranes pour une même charge initiale mais pour deux durée :

$$\Delta t_1 = t_1 - t_0 = 1 \text{ heure}$$

$$\Delta t_2 = t_1 - t_0 = 20 \text{ heures}$$

La charge initiales étant de : 94.6 cm. Nous avons obtenus les résultats suivants :

Membrane VISCORA :

$$\Delta t = 1\text{h} ; \Delta \ell = 1 \text{ cm} \quad ; \quad K_{\text{moy}} = 7.25 \times 10^{-13} \text{m/s} \rightarrow Z = 27.5725 \times 10^7 \text{s}$$

$$\Delta t = 20\text{h} ; \Delta \ell = 10.45 \text{ cm} \quad ; \quad K_{\text{moy}} = 1.92 \times 10^{-13} \text{m/s} \rightarrow Z = 52.3469 \times 10^7 \text{s}$$

Membrane SPECTRA/POR 5 :

$$\Delta t = 1\text{h} ; \Delta \ell = 0,5 \text{ cm} \quad ; \quad K_{\text{moy}} = 2.54 \times 10^{-13} \text{m/s} \rightarrow Z = 55.1404 \times 10^7 \text{s}$$

$$\Delta t = 20\text{h} ; \Delta \ell = 7,5 \text{ cm} \quad ; \quad K_{\text{moy}} = 1.92 \times 10^{-13} \text{m/s} \rightarrow Z = 73.0840 \times 10^7 \text{s}$$

Or plus la charge est constante donc pour $\Delta \ell$ faible plus on s'approche de l'état où se trouve la membrane pendant l'essai c'est-à-dire où les succions sont constantes.

Nous retenons ainsi les valeurs de perméabilité à 1h de temps écoulé depuis le lancement de l'essai c'est-à-dire :

$$\text{VISCORA :} \quad K = 7,25 \times 10^{-13} \text{ m/s} \quad Z_m = 27.5725 \times 10^7 \text{ s}$$

$$\text{SPECTRA/POR 5 :} \quad K = 2,54 \times 10^{-13} \text{ m/s} \quad Z_m = 55.1404 \times 10^7 \text{ s.}$$

V.4.3.2. Comparaison de l'impédance de la membrane avec celle de l'échantillon

Le premier essai qui a été effectué sur du béton cellulaire a donné les résultats suivants :

- Membrane utilisée : SPECTRA/POR 5.
- Succion $p_1 = 0$; succion $p_2 = 10.274 \text{ atm.}$
- Echantillon : $D = 107 \text{ mm.}$
- Tube de mesure : $\phi = 6,5 \text{ mm.}$

En retenant la valeur du débit D entrant on a :

Vitesse de variation du volume de la solution 1 :

$$\dot{h} = 0,54 \text{ cm/h}$$

Dans l'hypothèse d'un gradient constant et puisque le régime est permanent et d'après la loi de DARCY nous obtenons l'expression de la densité de flux :

$$q = \frac{\rho s \dot{h}}{S} = \frac{K_{\text{moy}}}{g} \times \frac{\Delta\phi}{e}$$

où q = densité de flux ($\text{kg/m}^2/\text{s}$)

s = section du tube de mesure (m^2)

S = section de l'échantillon (m^2)

$\Delta\phi$ = différence de succion entre les deux faces de l'échantillon.

En posant $Z_T = \frac{e}{K_{\text{moy}}}$ le régime étant permanent nous pouvons écrire :

$$Z_T = Z_{m1} + Z_s + Z_{m2}$$

où Z_{m1} et Z_{m2} sont les impédances des membranes du côté de la solution S_1 et du côté de la solution S_2 respectivement, Z_s est celle de l'échantillon.

L'impédance Z_T du système peut être évalué par :

$$Z_T = \frac{\Delta\phi}{gq}$$

Le calcul donne la valeur de Z_T en négligeant les valeurs des épaisseurs des deux membranes devant celle de l'échantillon :

$$Z_T = 1917.0646 \times 10^7 \text{ s}$$

or $Z_T = Z_{m1} + Z_s + Z_{m2}$

ou Z_{m1} : impédance de la membrane du côté de la solution S_1 ,

Z_{m2} : impédance de la membrane du côté de la solution S_2 ,

Z_s : impédance de l'échantillon :

en supposant que $Z_{m1} = Z_{m2} = 55.1404 \times 10^7 \text{s}$

d'où $Z_s = 1806.7838 \times 10^7 \text{s}$.

d'où la valeur de $\frac{Z_m}{Z_s} = 0.0305$; $\frac{Z_m}{Z_T} = 0.0288$.

Donc l'impédance de la membrane constitue environ 3 % de l'impédance du système membrane - échantillon BCA - membrane.

Nous pouvons ainsi conclure que c'est l'échantillon qui oppose l'essentiel de la résistance au transfert d'eau et de ce fait il conditionne le transfert. Dans ces conditions la précision de mesure sur l'impédance de la membrane n'a que peu d'influence sur nos résultats.

V.5. PRESENTATION DES ESSAIS

Nous avons effectué six essais sur des échantillons de béton cellulaire autoclavé. Ces essais sont répertoriés de 1 à 6. Les conditions aux limites en succions sont données dans le Tableau V.2. Toutes les caractéristiques des essais sont indiquées dans le Tableau V.3. On y trouve également les caractéristiques géométriques des échantillons ainsi que le diamètre des tubes de mesure de variation volumique relatif à chaque solution :

P_2	0,000	1,174	2,293	5,920	10,274	15,999
P_1						
0,000			X	X	X	X
1,174				X		
2,293				X		
5,910						
10,274						
15,999						

Tableau V.2: Programme des essais.

N°essai	Diamètre échantillon (mm)	Solution S ₁			Solution S ₂			Durée de l'essai (jours)
		C ₁ (gPEG/100gsol)	P ₁ (atm)	φ _{tube} (mm)	C ₂ (gPEG/100solu)	P ₂ (atm)	φ _{tube} (mm)	
1	51	0,00	0,00	7,5	12,00	2,293	6,5	77
2	51	12,00	2.293	6,5	18,00	5,91	6,5	36
3	107	8,00	1,174	6,5	18,00	5,91	6,5	46
4	51	0,00	0,00	6,5	18,00	5,91	6,5	40
5	107	0,00	0,00	6,5	22,00	10,274	6,5	39
6	51	0,00	0,00	6,5	27,063	15,999	7,5	51

Tableau V.3: Description des paramètres des essais.

Les figures V.11 à V.16 montrent les courbes de variations volumique des solutions pour chacun des six essais.

Ces figures montrent, à l'exception de l'essai n°2, que les courbes de variation volumique relatives aux solutions de chaque essai ont tendance à devenir des droites au bout d'une durée de 450 à 500 heures environs, (19 à 20 jours).

Pour chacune des douze courbes, nous avons essayé de tracer la droite qui approche le plus possible graphiquement l'ensemble des points relevés. Une détermination graphique de la pente de la droite a été ensuite effectuée. Cette pente indique la vitesse de déplacement du ménisque dans le tube de mesure. La variation volumique ou tout simplement le débit s'obtient en multipliant la vitesse de déplacement du ménisque par la section du tube de mesure correspondant. Il y a donc pour chaque essai un couple de débit : le débit d'eau entrant dans l'échantillon et le débit d'eau sortant de l'échantillon.

Les densités de flux sont obtenues en divisant les débits correspondants par la section de l'échantillon et en multipliant par la masse volumique de l'eau (1g/cm³).

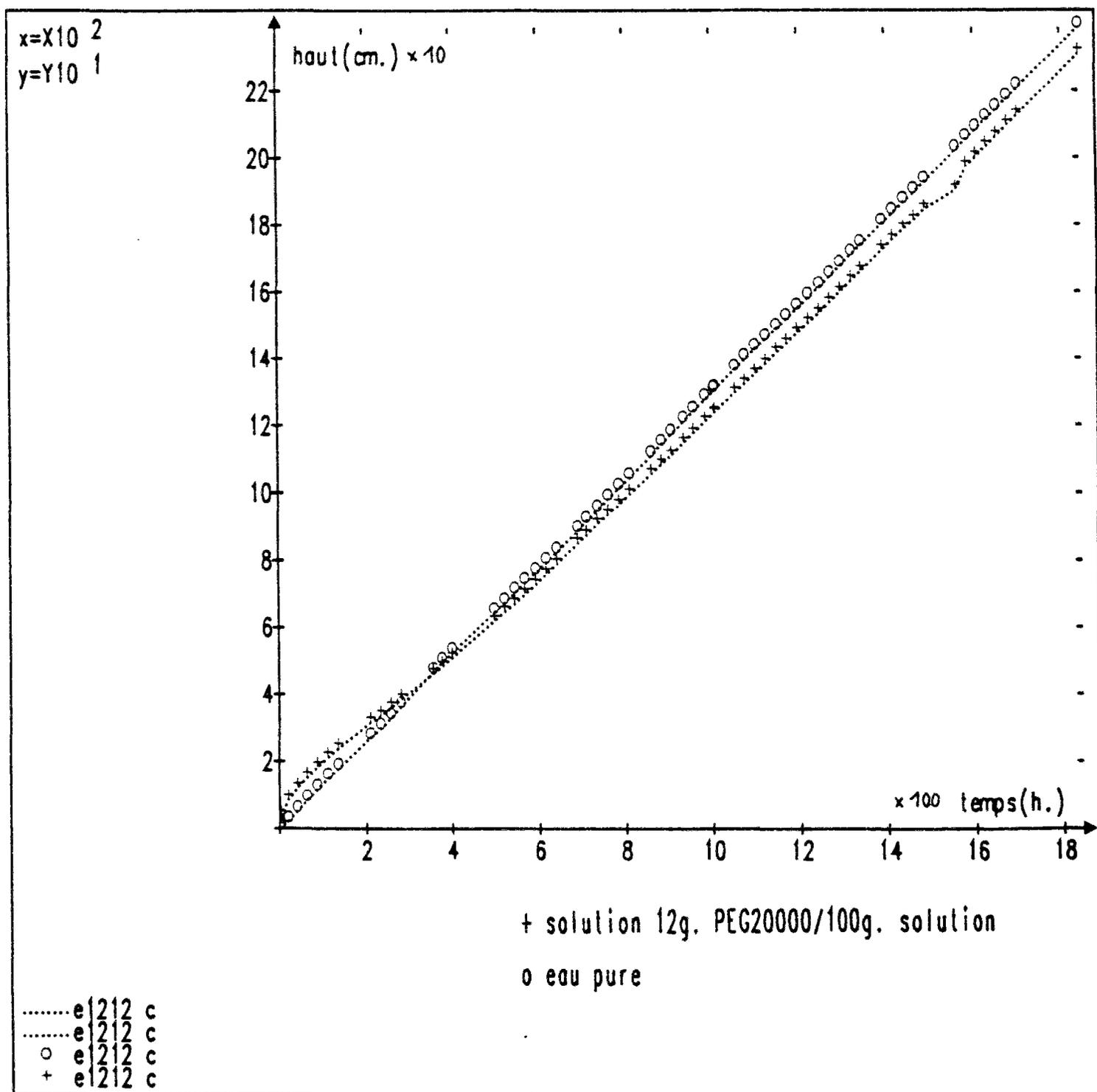


Fig. V.11 : Essai n°1; évolution des variations volumiques des solutions.

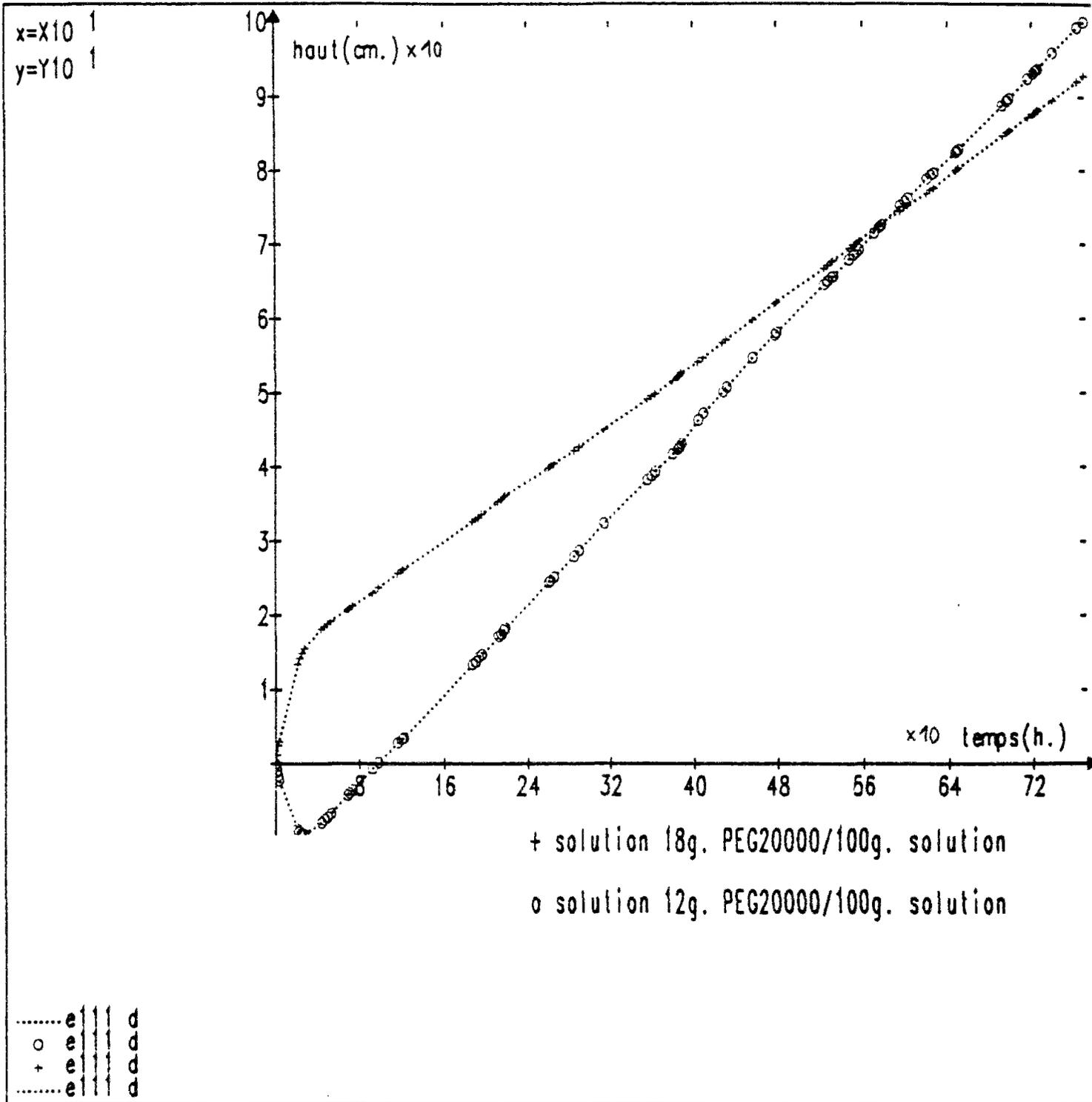


Fig. V.12 : Essai n°2; évolution des variations volumiques des solutions.

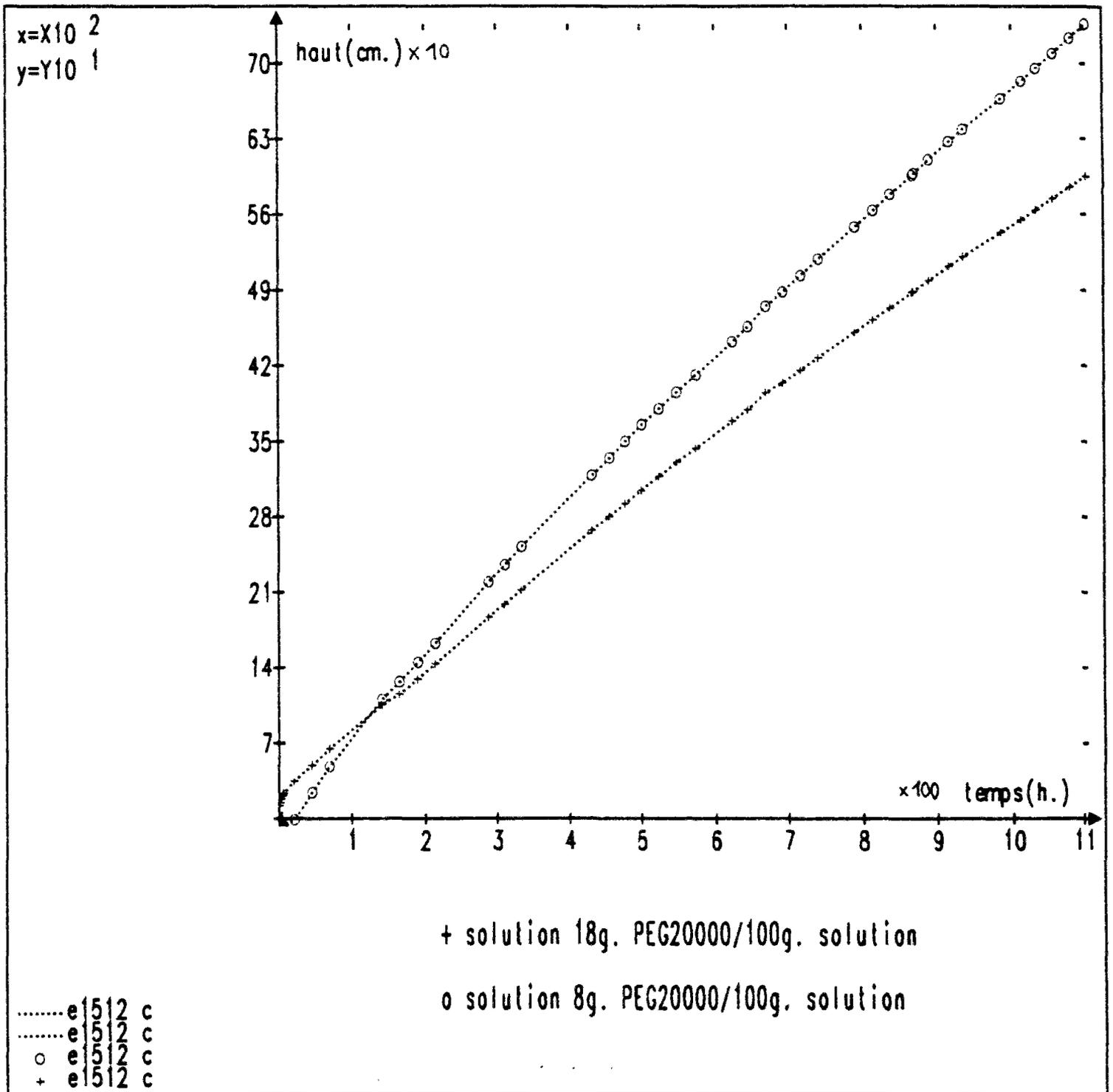


Fig. V.13 : Essai n°3; évolution des variations volumiques des solutions.

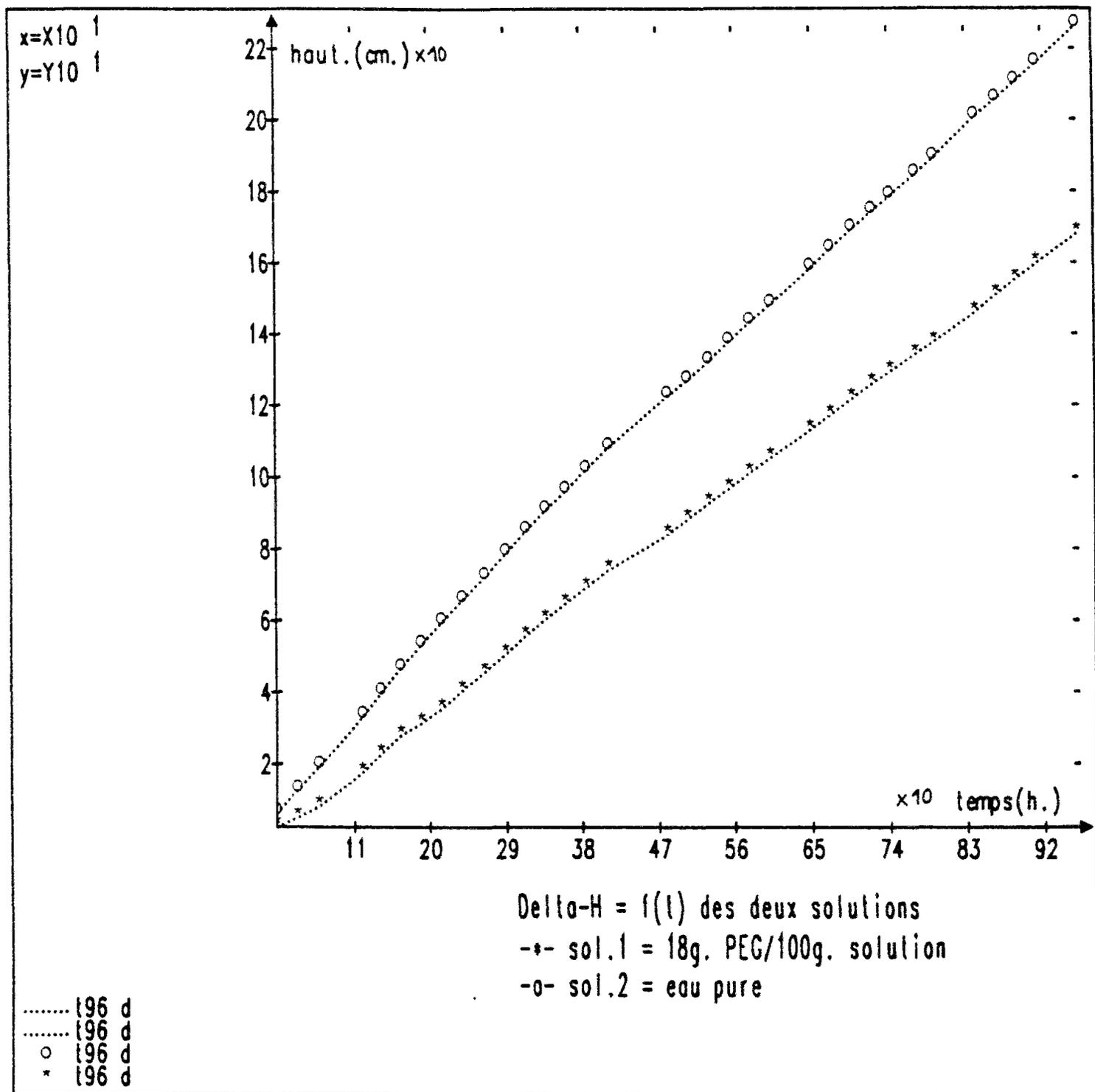


Fig. V.14 : Essai n°4; évolution des variations volumiques des solutions.

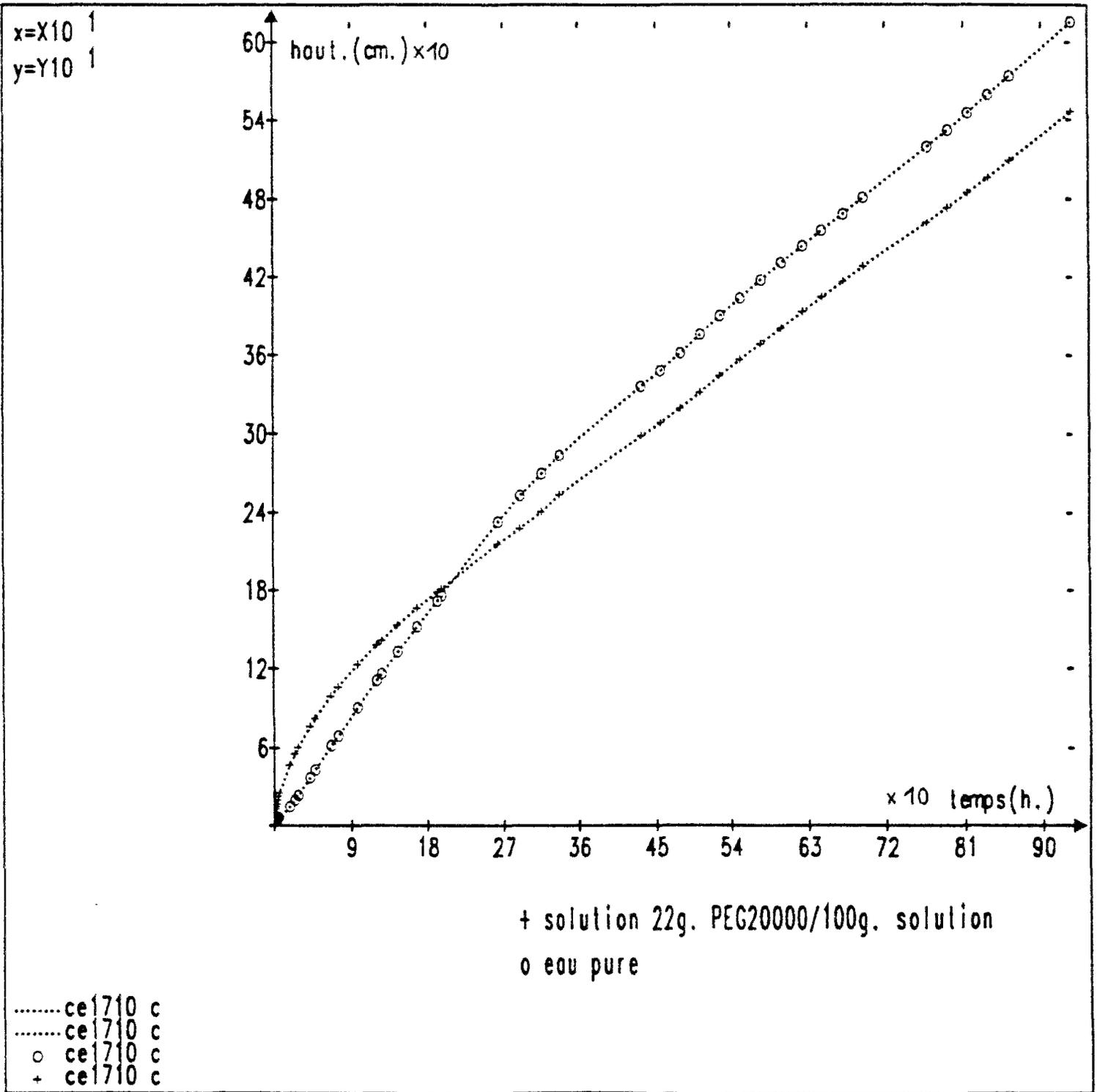


Fig. V.15 : Essai n°5; évolution des variations volumiques des solutions.

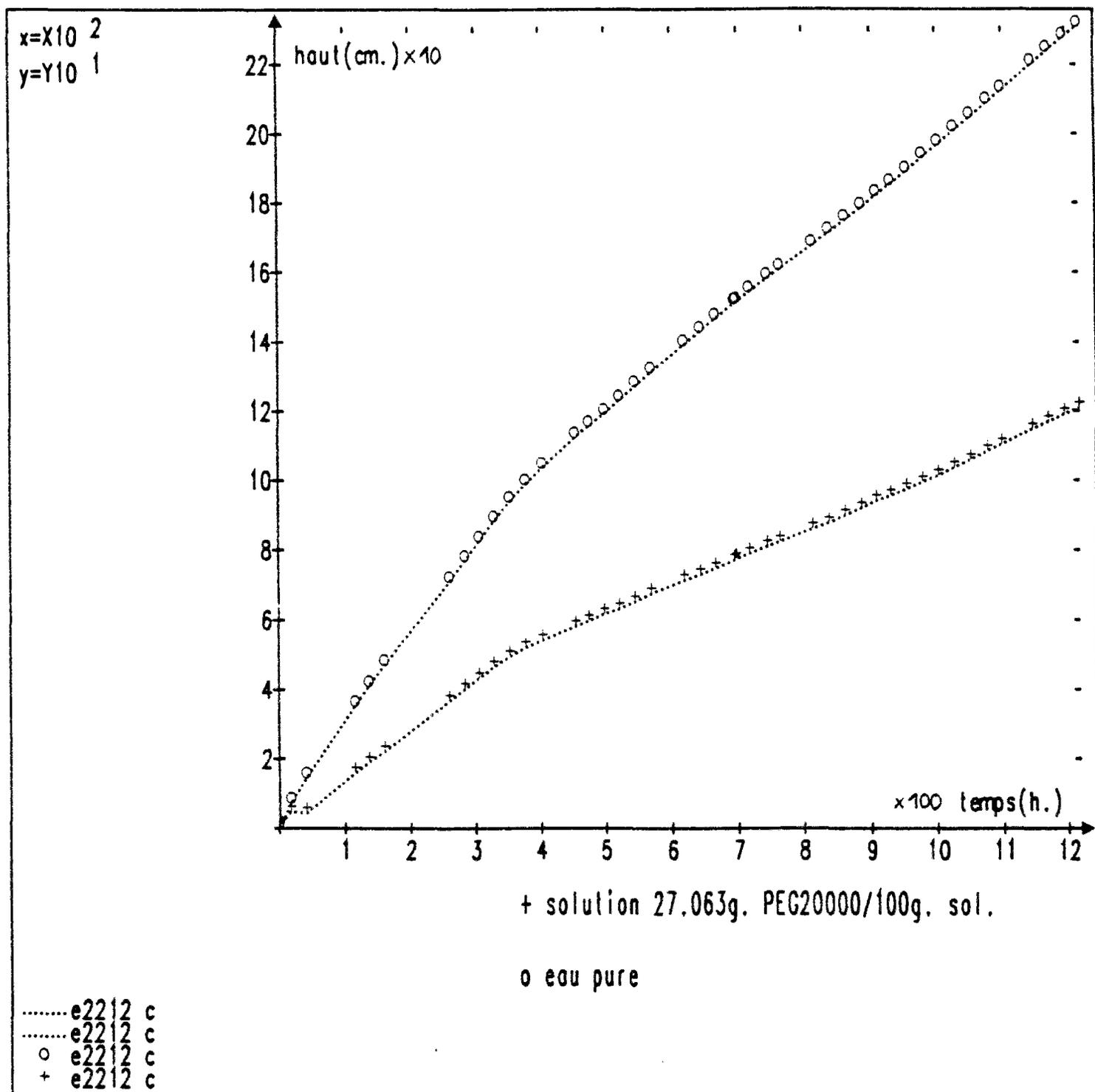


Fig. V.16 : Essai n°6; évolution des variations volumiques des solutions.

Par ailleurs, pour les essais 1 et 6 nous avons ramené les vitesses de déplacement dans les tubes de 7,5 mm de diamètre intérieur à la vitesse équivalente dans un tube de 6,5 mm de diamètre intérieur. On récapitule dans le Tableau V.4 l'ensemble de ces informations.

N° ESSAI	Débit entrant			Débit sortant		
	Vitesse de déplacement cm/h	débit cm ³ /h	Densité de flux mg/cm ² h	Vitesse de déplacement cm/h	débit cm ³ /h	Densité de flux mg/cm ² h
1	0,1720	0,0571	2,794	0,1262	0,0419	2,050
2	0,1480	0,0491	2,404	0,1027	0,0341	1,668
3	0,5969	0,1981	2,203	0,4589	0,1523	1,694
4	0,2114	0,0701	3,434	0,1702	0,0565	2,765
5	0,5414	0,1797	1,998	0,4865	0,1614	1,795
6	0,1512	0,0502	2,456	0,1098	0,0364	1,784

Tableau V.4: Résultats des mesures.

La première constatation qu'on peut faire concernant l'ensemble de ces essais est la suivante :

Pour les six essais, la courbe du débit entrant et celle du débit sortant sont pratiquement des droites, ce qui indique une constance des deux débits. Cela est obtenu après 450 heures environ à l'exception de l'essai n° 2 où l'amorce de droite est obtenue après 50 heures seulement. Cependant malgré leur constance avec le temps, les débits ne sont pas égaux, puisque les deux droites ne sont parallèles. Nous allons essayer d'apporter une explication à cette différence de débit.

V.5.1. Interprétation des écarts de débits

Nous rassemblons dans le tableau V.5 les différences en débit entrant et débit sortant et l'importance relative de cette différence par rapport à la référence qui est le débit entrant.

N° ESSAI	Débit entrant (cm ³ /h)	Débit sortant (cm ³ /h)	Différence de débit (cm ³ /h)	Différence de débit entrant %
1	0,0571	0,0419	0,0152	26,6
2	0,0491	0,0341	0,0150	30,6
3	0,1981	0,1523	0,0458	23,1
4	0,0701	0,0565	0,0137	19,5
5	0,1797	0,1614	0,0182	10,1
6	0,0502	0,0364	0,0137	27,4

Tableau V.5: Mise en évidence d'écart des débits entrant et sortant à l'état stationnaire.

La différence entre le débit entrant et le débit sortant représente selon les essais, 10 à 30 % du débit entrant.

On pourrait croire que c'est une fuite dans le circuit de circulation de la solution réceptrice. Nous avons écarté cette éventualité après avoir vérifié l'étanchéité de chaque jonction de tuyaux en branchant une extrémité du circuit à de l'air comprimé jusqu'à 2 bars de pression, l'autre extrémité étant bouchée. En trempant chaque jonction dans l'eau, aucune bulle d'air n'est apparue.

Une autre éventualité a été examinée. C'est l'évaporation de l'eau des tubes de mesure. Il n'y aurait pas de raison pour que l'eau s'évapore d'avantage du tube servant à mesurer le débit sortant, puisque nous utilisons des solutions développant des succions telles qu'on se situe, d'après la loi de KELVIN, à des humidités relatives supérieures à 99 %.

Ce qui veut dire que la pression de vapeur à l'interface ménisque-air dans le tube de mesure est proche de la pression de vapeur saturante. Néanmoins nous allons chiffrer la quantité d'eau qui s'évapore d'un tube de mesure.

Par ailleurs nous allons montrer que les ordres de grandeur en jeu ici ne permettent pas une interprétation en terme d'évaporation par diffusion.

La figure V.17 montre le schéma de diffusion du gaz A dans le gaz B, le gaz B étant considéré comme immobile.

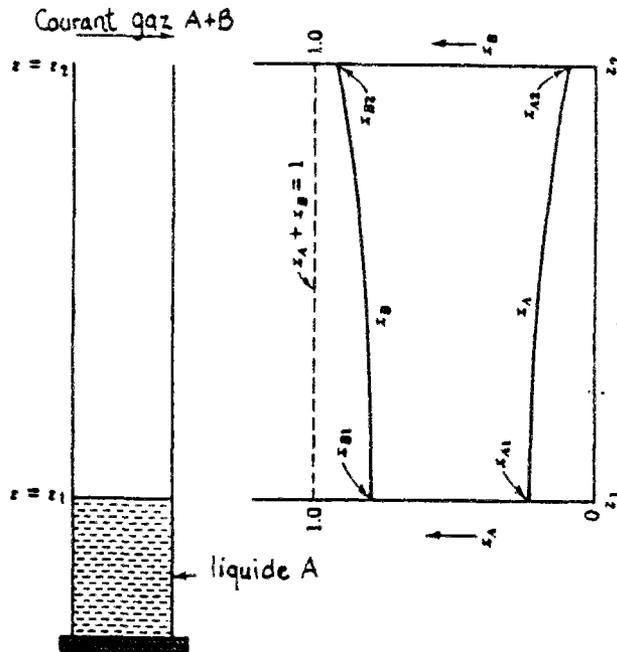


Fig. V.17 : Diffusion du gaz A dans le gaz B, B étant immobile.

On démontre* que le flux du gaz A par rapport à un repère fixe est donné par :

$$N_{Az}(z=z_1) = \frac{\rho D_{AB} / RT}{z_2 - z_1} \text{Log} \left(\frac{p_{B2}}{p_{B1}} \right) \quad (\text{V.13})$$

ou $N_{Az}(z=z_1)$: Le flux molaire du gaz A à la côte $z=z_1$ (mole/m²s)

p : La pression du mélange des deux gaz (pression atmosphérique).

D_{AB} : Diffusivité binaire du mélange gazeux (m²/s).

p_{B1} et p_{B2} : Les pressions partielles du gaz B (air sec) aux côtes z_1 et z_2 respectivement.

* Voir par exemple R.B.BIRD, W.E. STEWART, E.N.LIGHTFOOT : Transport phenomena. John Wiley & Sons, Inc. NEWYORK 1960 pp522-526.

R : Constante universelle des gaz = 8.31432 Joule/mole x °K.

T : La température du système (293 °K).

Les conditions aux limites sont les suivantes, la pression p étant constante et égale à 760 mm de mercure :

- $z=z_1$; la pression de vapeur étant saturante à 20°C → $p_{A1} = 17.646$ mm Hg.

- $z=z_2$; la salle étant à 65% HR à 20°C → $p_{A2} = 11.4699$ mm Hg.

D'où les conditions aux limites en terme de pression partielle d'air sec en assimilant le mélange à un de gaz parfaits :

- $z = z_1$; $p_B = p_{B1} = 742.354$ mm Hg.

- $z = z_2$; $p_B = p_{B2} = 748.5301$ mm Hg.

la diffusivité D_{AB} étant de 0.251 cm²/s, [10].

Le flux molaire N_{Az} est d'autant plus grand que la quantité (z_2-z_1) est faible c'est-à-dire d'autant que la surface libre de l'eau est proche du courant du mélange gazeux :

$$N_{Az}(z = z_1) = \frac{8.86497 \times 10^{-6}}{z_2 - z_1} \text{ mole / m}^2\text{s}$$

La masse molaire de l'eau étant de 18 g et la section de mesure de 0.3318 cm² :

$$N_{Az}(z = z_1) = \frac{0.4464 \times 10^{-3}}{z_2 - z_1} \text{ g / jour}$$

Considérons le cas où $z_2 - z_1 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$

$$N_{Az}(z = z_1) = 44.6377 \times 10^{-3} \text{ g / jour} = 0.0019 \text{ cm}^3 / \text{h}$$

Cette valeur est loin d'être celle que nous trouvons pour tous les essais où la plus petite différence de débit est de l'ordre de 0.014 cm³/h, surtout que dans le calcul précédent nous avons pris l'hypothèse la plus défavorable, c'est-à-dire où le ménisque se situait à 1 cm de l'extrémité du tube, ce qui est rarement le cas.

La seule explication qui reste dès lors à cette différence de pente, c'est qu'elle est due à un phénomène d'accumulation de l'eau dans l'échantillon, probablement dû à un phénomène d'hystérisis. Cependant l'accumulation ne pourrait durer indéfiniment et la tendance serait à ce que les deux droites deviennent parallèles après une certaine période qui est évidemment plus longue que n'ont duré les essais (le plus long étant de 77 jours).

Ce phénomène d'accumulation est dû probablement au piègeage de l'air dans l'échantillon du fait que l'échantillon au départ de l'essai n'était pas complètement saturé, ce qui pose le problème de la recherche d'un mode de saturation plus adéquat pour éviter éventuellement qu'on ait cette différence de pente entre les deux droites.

V.6. INTERPRETATION DES RESULTATS DES ESSAIS EFFECTUES

Nous avons effectué six essais sur du béton cellulaire autoclavé, chaque essai ayant deux conditions aux limites en terme de succion. Pour chacun des six essais, il existe un couple de résultats : le débit entrant et le débit sortant de l'échantillon.

Nous avons vu que ces deux débits n'étaient pas égaux et que le débit entrant était toujours supérieur à celui qui sortait de l'échantillon, reflétant ainsi un phénomène d'accumulation d'eau dans l'échantillon. Nous allons supposer que le débit du régime permanent à atteindre pour l'essai est le débit moyen des deux débits. Cette supposition est la plus vraisemblable à notre avis.

Nous allons, au vu de ce choix, tenter de mettre en équation la relation qui pourrait exister entre la perméabilité moyenne liquide et la différence de succion.

Nous ne prétendons pas à la généralité de cette représentation, le nombre d'essais qu'il faut effectuer pour atteindre ce but étant de loin supérieur à celui que nous avons déjà effectué.

Le tableau V.6 récapitule les conditions des essais ainsi que les résultats obtenus en terme de débits. Nous exprimerons le débit par une vitesse de déplacement du ménisque dans un tube de diamètre intérieur de 6,5 mm :

N° ESSAI	p ₁ (atm)	p ₂ (atm)	Diamètre échantillon (mm)	Débit entrant (cm/h)	Débit sortant (cm/h)	Débit moyen (cm/h)
1	0,000	2,293	51	0,1720	0,1262	0,1491
2	2,293	5,910	51	0,1433	0,1027	0,1250
3	1,174	5,910	107	0,5969	0,4589	0,5279
4	0,000	5,910	51	0,2114	0,1702	0,1908
5	0,000	10,274	107	0,5414	0,4865	0,5140
6	0,000	15,999	51	0,1512	0,1098	0,1305

Tableau V.6: Calcul des débits moyens.

p₁ et p₂ étant les succions imposées sur les faces de l'échantillon.

A partir de ces données nous avons calculé une perméabilité moyenne \bar{K}_ℓ , tirée de l'expression (I.21) de la loi de DARCY généralisée, pour un régime permanent et dans l'hypothèse d'un gradient de succion constant dans l'épaisseur de l'échantillon, c'est-à-dire dans l'hypothèse d'un profil de succion linéaire dans l'épaisseur de l'échantillon.

La loi de DARCY s'exprime par :

$$q_\ell = \frac{K_\ell}{g} \cdot \frac{dp_c}{dx}$$

ou q_ℓ : est la densité de flux en kg/m² s,

K_ℓ : la perméabilité liquide du matériau en m/s,

g : l'accélération de la pesanteur en m/s²,

p_c : la succion en Pa.

Dans l'hypothèse d'un gradient de succion constant et d'un régime permanent nous obtenons :

$$q_{\ell} = \frac{\bar{K}_{\ell}}{g} \cdot \frac{p_2 - p_1}{e} \quad (\text{V.14})$$

ou e : est l'épaisseur de l'échantillon en m.

La densité de flux q est obtenue à partir des données du tableau V.5 relatives au débit moyen par :

$$q_{\ell} = \frac{\rho_{\ell} V s}{S}$$

ou ρ_{ℓ} : est la masse volumique de l'eau en kg/m^3 ,

s : section du tube de mesure,

S : l'air de la section de l'échantillon.

V étant la vitesse de déplacement du ménisque dans le tube de mesure.

La valeur de la perméabilité moyenne \bar{K}_{ℓ} est tirée de l'expression (V.14).

$$\bar{K}_{\ell} = \frac{q \cdot g \cdot e}{p_2 - p_1} \quad (\text{V.15})$$

Nous venons de voir que l'écart sur la valeur des débits entrant et sortant introduisait une incertitude. On peut admettre que celle-ci est de l'ordre de grandeur de la moitié de cet écart à priori, soit en valeur relative de l'ordre de 15% du débit entrant.

Nous allons maintenant analyser les autres causes d'incertitudes liées elles à la précision des instruments de mesure.

Nous récapitulons d'abord dans le tableau V.7 les valeurs de la perméabilité moyenne \bar{K}_ℓ :

N° ESSAI	p_1 (atm)	p_2 (atm)	$\Delta p = p_2 - p_1$ (atm)	V (cm/h) moyenne	$\bar{K}_\ell \times 10^{12}$ m / s
1	0,000	2,293	2,293	0,1491	8,5218
2	2,293	5,910	3,617	0,1230	4,4565
3	1,174	5,910	4,736	0,5279	3,3187
4	0,000	5,910	5,910	0,1908	4,2307
5	0,000	10,274	10,274	0,5140	1,4894
6	0,000	15,999	15,999	0,1305	1,0690

Tableau V.7: Calcul des perméabilités moyennes.

V.6.1. Précision des mesures de débits et influence sur les valeurs de perméabilités moyennes

A partir des points expérimentaux nous traçons pour chaque essai les deux droites qui approche le plus possible ces points. Une fois les deux droites relatives aux deux débits tracées, le calcul de la densité de flux se fait comme suit :

si Q_ℓ est débit massique, il est obtenue par :

$$Q_\ell = \rho_\ell \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t} \cdot s$$

où ρ_ℓ : est la masse volumique de l'eau,

$\frac{\Delta h}{\Delta t}$: la pente de la droite tracée,

s : la section du tube de mesure.

la densité du flux q_ℓ s'obtient alors en divisant par la section de l'échantillon :

$$q_\ell = \rho_\ell \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t} \cdot \frac{s}{S}$$

où S est la section de l'échantillon.

En posant $\dot{h} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$.

En supposant que nous disposons d'une valeur fiable de la masse volumique de l'eau, ce qui est une hypothèse vraisemblable, l'incertitude relative commise sur la valeur de q_v est donnée par :

$$\frac{\Delta q_v}{q_v} = \frac{\Delta \dot{h}}{\dot{h}} + \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta S}{S}$$

si ϕ est le diamètre du tube de mesure et D celui de l'échantillon nous avons :

$$\frac{\Delta s}{s} = 2 \frac{\Delta \phi}{\phi} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta S}{S} = 2 \frac{\Delta D}{D}$$

le fournisseur des tubes de mesure garantit les valeurs des diamètres à ± 0.015 mm ce qui donne :

$$\phi = 6,5 \text{ mm} \quad ; \quad \frac{\Delta \phi}{\phi} = 0.0023$$

$$\phi = 7,5 \text{ mm} \quad ; \quad \frac{\Delta \phi}{\phi} = 0.0020$$

Nous avons indiqué (§ IV.2.5) que nous avons vérifié cet aspect.

En ce qui concerne le diamètre de l'échantillon, nous avons vu que lors de sa préparation sa surface latérale est nettoyée avec une brosse métallique, ce qui rend cette surface en forme de dent de scie. Nous estimons l'erreur sur la détermination du diamètre à 2 mm d'où :

$$D = 51 \text{ mm} \quad ; \quad \frac{\Delta D}{D} = 0.0392$$

$$D = 107 \text{ mm} \quad ; \quad \frac{\Delta D}{D} = 0.0187$$

Il reste à déterminer l'incertitude relative commise sur la détermination graphique de \dot{h} ;

Les tubes de mesure étant gradués en millimètres l'erreur maximale que l'on peut commettre sur chaque point, correspondant à une lecture est de ± 0.5 mm. Cette erreur n'apparaissant pas sur la courbe représentative de l'essai à cause d'un problème d'échelle. Alors nous allons proposer un scénario d'erreur.

Considérons un essai fictif représenté par la figure V.18 :

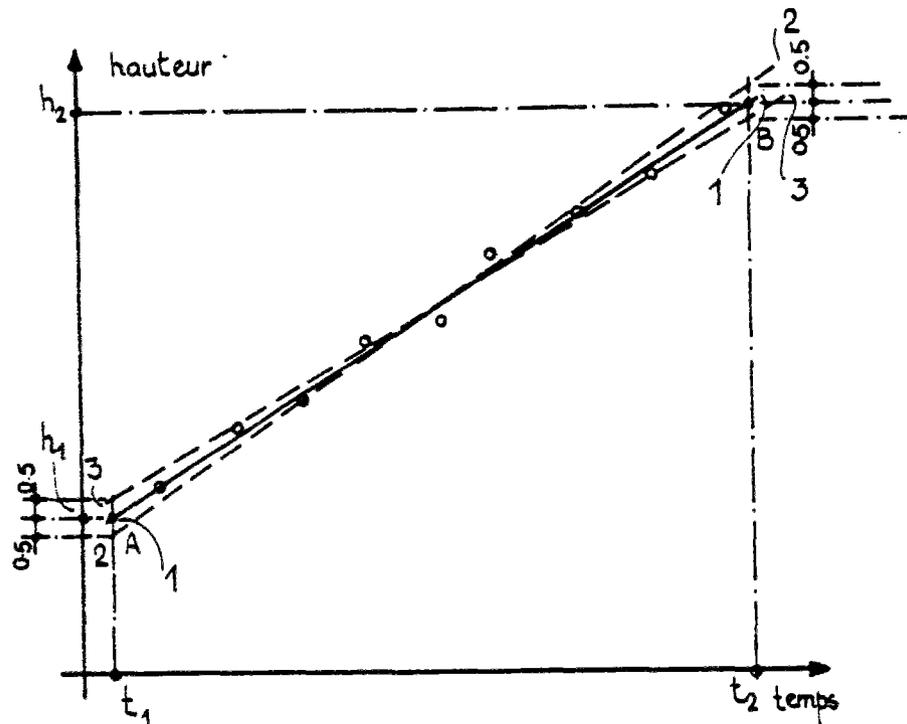


Fig. V.18

Nous traçons la droite 1-1 qui passe entre les points expérimentaux. Ensuite nous choisissons h_1 et h_2 d'où :

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

Nous déterminons ensuite t_1 et t_2 et par mesure $(t_2 - t_1)$ est obtenue.

Si au lieu de tracer la droite 1-1, nous traçons la ligne 2-2 ou la ligne 3-3 telle l'écart à l'échelle du graphique soit de 0,5 mm nous aurons alors :

si Ech est l'échelle des ordonnées

$$\Delta(\Delta h) = \frac{0.5}{\text{Ech}} \times 2$$

Nous pouvons approcher l'erreur commise sur la pente par :

$$\frac{\Delta \dot{h}}{\dot{h}} = \frac{\Delta \left(\frac{\Delta h}{\Delta t} \right)}{\frac{\Delta h}{\Delta t}} \approx \frac{2 \times 0.5}{\text{Ech}} \times \frac{1}{\Delta t}$$

d'où
$$\frac{\Delta \dot{h}}{\dot{h}} \approx \frac{2 \times 0.5}{\text{Ech} \times \Delta h}$$

Plus l'échelle est petite plus l'incertitude relative est grande sur la détermination de la pente. Nous allons prendre l'exemple de l'essai n°1 représenté par la figure V.14. Nous avons pris pour cet essai $\Delta h = 40$ cm.

Echelle des ordonnées : 85 mm correspond à 140 cm.

Echelle des abscisses : 125.5 mm correspond à 1600h.

d'où
$$\text{Ech} = \frac{85}{140}$$

pour la droite représentant la variation de volume de la solution.

$$\frac{\Delta \dot{h}}{\dot{h}} = 0.0118$$

Nous avons la même incertitude relative pour la droite représentant la variation de volume de l'eau pour cet essai.

L'incertitude relative sur la valeur de la densité de flux relative à la solution (débit sortant) est :

$$\left(\frac{\Delta q_\ell}{q_\ell} \right)_{\text{solution}} = 0.0118 + 0.002 + 0.0392 = 0.0530$$

L'incertitude relative sur la valeur de la densité de flux relative à l'eau pure (débit entrant) est :

$$\left(\frac{\Delta q_\ell}{q_\ell} \right)_{\text{eau}} = 0.0118 + 0.0023 + 0.0392 = 0.0533$$

Dans le calcul de la perméabilité moyenne, nous allons prendre comme valeur de la densité de flux, la moyenne arithmétique des densités de flux correspondants aux flux entrant $(q_\ell)_e$ et au flux sortant $(q_\ell)_s$.

$$q_\ell = \frac{(q_\ell)_e + (q_\ell)_s}{2}$$

$$\text{d'où } dq_\ell = \frac{1}{2}[(dq_\ell)_e + (dq_\ell)_s] \approx (dq_\ell)_e \approx (dq_\ell)_s$$

$$\frac{dq_\ell}{q_\ell} = \frac{(dq_\ell)_e}{q_\ell} \approx \frac{(dq_\ell)_e}{(q_\ell)_e}$$

Cette procédure nous introduit une incertitude supplémentaire (comme nous l'avons vu) de l'ordre de 15% du débit entrant qu'il faudra prendre en compte. Nous allons maintenant estimer l'incertitude relative obtenue sur la valeur de la perméabilité moyenne.

En effet :

$$\bar{K}_\ell = \frac{q_\ell g \Delta x}{\Delta p}$$

d'où l'incertitude relative sur la valeur de \bar{K}_ℓ est :

$$\frac{\Delta \bar{K}_\ell}{\bar{K}_\ell} = \frac{\Delta q_\ell}{q_\ell} + \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} + \frac{\Delta(\Delta p)}{\Delta p}$$

Δx étant l'épaisseur de l'échantillon ; elle a été mesurée à l'aide d'un pied à coulisse au $\frac{1}{10}$ du millimètre d'air, l'épaisseur de l'échantillon étant égale à 30 mm :

l'incertitude relative
$$\frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} = \frac{0.1}{30} = 0.0033$$

Nous allons admettre que l'incertitude relative $\frac{\Delta q_\ell}{q_\ell}$ est la même pour tous les essais, ce qui est une hypothèse réaliste à notre avis.

Concernant l'incertitude relative que nous pourrions avoir nous allons faire une hypothèse puisque nous ne pouvons pas estimer l'erreur systématique apportée par la méthode de mesure par diffusion de lumière. Si nous considérons que l'ordre de grandeur de l'erreur relative que nous pouvons avoir sur la détermination de la succion varie entre 15 et 20%, alors l'incertitude relative sur la valeur de \bar{K}_ℓ :

$$0.21 \leq \frac{\Delta \bar{K}_\ell}{\bar{K}_\ell} \leq 0.26$$

Si nous tenons compte de l'incertitude relative induite en négligeant l'effet des impédances des deux membranes alors :

$$0.24 \leq \frac{\Delta \bar{K}_\ell}{\bar{K}_\ell} \leq 0.29$$

En tenant compte enfin du processus de détermination du débit servant à calculer la perméabilité, qui introduit une incertitude relative de l'ordre de 15 % du débit entrant nous pouvons dire que l'incertitude relative sur la détermination de la perméabilité moyenne est de l'ordre de 40 à 50 %.

V.6.2. Comparaison avec des résultats existants de mesures de perméabilité

Nous allons comparer les résultats de mesure donnée par notre méthode de mesure avec des résultats de mesure que nous avons trouvés dans la littérature.

QUENARD [34] donne des résultats de mesure en imbibition capillaire de diffusivité hydrique sur du béton cellulaire de masse volumique de 460 kg/m³, la même que celle du béton cellulaire que nous avons utilisé et donc à priori comparable au notre du point de vu porosité.

L'allure de la courbe diffusivité hydrique-teneur en eau volumique est asymptotiquement verticale et imprécise vers les teneurs en eau élevées.

L'essai n°6 possède les conditions de succions telle que :

$$p_{\text{moyenne}} = \frac{p_1 + p_2}{2} = 8 \text{ atm} = 810600 \text{ Pa}$$

$$\text{Log } p_c = 13.61$$

En se référant à la figure V.5 cette succion correspond à un taux d'humidité moyen, obtenu par interpolation linéaire, de :

$$\tau_v = 0.581 \text{ kg eau / kg matériau sec}$$

La relation entre la teneur en eau volumique θ et le taux d'humidité exprimé en kg d'eau/kg matériau sec est :

$$\theta = \frac{\rho_0}{\rho_\ell} \tau_v$$

où ρ_0 : est la masse volumique que du matériau sec = 460 kg/m³.

ρ_ℓ : la masse volumique de l'eau = 1000 kg/m³.

Donc : $\theta = 0.460 \cdot \tau_v$

d'où $\theta = 0.267 = 26.7\%$

Pour cette teneur en eau volumique, nous obtenons la valeur de la diffusivité à partir de la courbe de diffusivité obtenue par QUENARD [34] (voir figure V.19), par extrapolation. La valeur de diffusivité est d'environ $3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

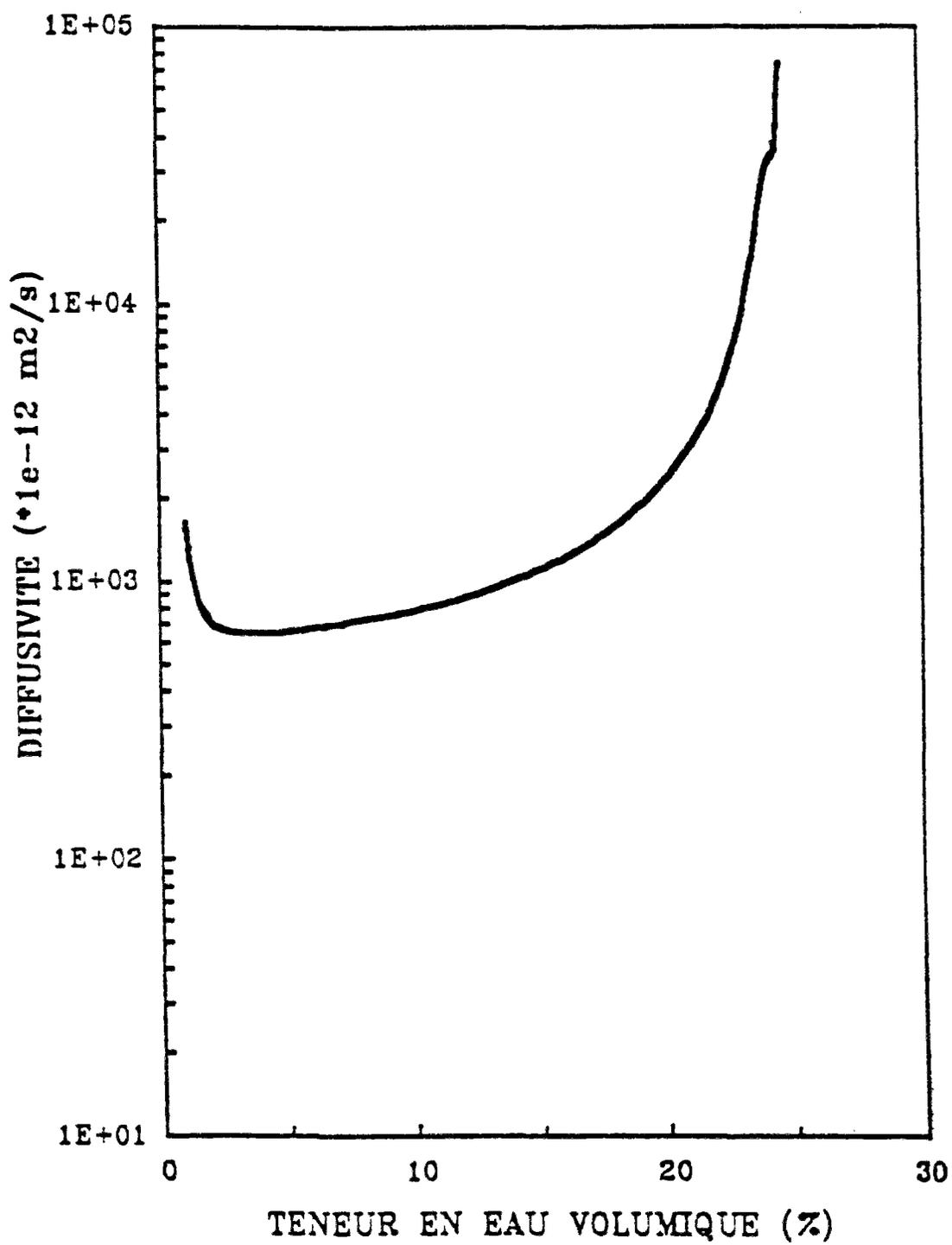


Fig. V.19 : Diffusivité obtenue en imbibition capillaire, [34].

le calcul de \bar{K}_ℓ^* s'obtient à partir de la relation (I.25) :

$$\bar{K}_\ell^* = \rho_\ell \cdot g \cdot D_\ell \left(\frac{\partial \theta}{\partial p_c} \right)_T$$

A partir de la figure V.5 nous traçons le point de coordonnées :

$$\text{Log } p_c = 13.61 \quad ; \quad \tau_v = 0.581$$

Ce point se situe entre les deux points :

$$\text{Log } p_c = 13.82 \quad ; \quad \tau_v = 0.549 \quad ; \quad \theta = 0.2525$$

$$\text{et} \quad \text{Log } p_c = 12.68 \quad ; \quad \tau_v = 0.626 \quad ; \quad \theta = 0.2880$$

d'où nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial p_c} \right)_T = 5.1841 \times 10^{-8} \text{ m}^2 / \text{N}$$

$$\bar{K}_\ell^* = 1.5552 \times 10^{-10} \text{ m/s}$$

La valeur de notre perméabilité est :

$$\bar{K}_\ell = 1.069 \times 10^{-12} \text{ m/s}$$

\bar{K}_ℓ^* ainsi obtenue est 150 fois plus grande que celle que nous avons mesurée en signalant que l'ordre de grandeur de la perméabilité saturée mesurée (cf. § V.7.2.2) est de :

$$K_0 = 1.561 \times 10^{-9} \text{ m/s}$$

Il est probable que ces écarts soient liés à la méthode de saturation adoptée, qui a été utilisée également pour la détermination de la perméabilité saturée.

V.7. RECHERCHE D'IDENTIFICATION D'UNE RELATION PERMEABILITE-SUCCION

V.7.1. Prise en compte du degré de liberté des conditions aux limites

L'évolution la perméabilité moyenne mesurée en fonction de la différence de succion n'est pas une voie pertinente d'analyse car pour deux couples de succions (p_2, p_1) et (p_2', p_1') donnant la même différence de succion, nous n'aurons pas la même perméabilité moyenne puisque le débit dépendra du profil de teneur en eau dans le matériau, qui est lui-même lié à celui de la succion.

Δp est une grandeur à deux degré de liberté : en fixant l'un de ces degré p_1 par exemple, la représentation de la perméabilité moyenne en fonction de p_2 donne une indication de forme générale de la variation.

Nous avons fait cette démarche sur les points expérimentaux n° 1, 4, 5 et 6 dont la valeur de la succion p_1 est nulle. Dans ce cas la valeur de Δp n'est autre que p_2 .

En exprimant la perméabilité moyenne \bar{K}_ℓ en fonction de p_2 qui est, par une loi puissance :

$$\bar{K}_\ell = \frac{B}{p_2^A}$$

On obtient par une régression linéaire sur $\ln \bar{K}$, vs. $\ln p$, les coefficients suivants :

le coefficient de corrélation : -0,9807

$$A = 1,1180$$

$$B = 23,7372.$$

Les résultats sont regroupés dans le tableau V.8 :

N° ESSAI	p_1 (atm)	p_2 (atm)	Δp (atm)	\bar{K}_{mesure} $\times 10^{12}$ m/s	\bar{K}_{calcul} $\times 10^{12}$ m/s	$\frac{\Delta \bar{K}}{\bar{K}_{\text{mesure}}}$ (%)
1	0,000	2,293	2,293	8,5218	9,3866	10,2
4	0,000	5,910	5,910	4,2307	3,2570	-23,0
5	0,000	10,274	10,274	1,4894	1,7552	17,9
6	0,000	15,999	15,999	1,0690	1,0698	0,07

Tableau V.8: Perméabilités moyennes mesurées et calculées pour les essais où p_1 est nulle.

Les écarts entre \bar{K}_{mesure} et \bar{K}_{calcul} sont d'un ordre de grandeur compatible avec les précisions de mesure évaluées précédemment. La représentation mathématique ainsi effectuée est donc raisonnablement acceptable au sens de la géométrie.

La figure V.20 montre les points expérimentaux et la courbe de la fonction d'approximation.

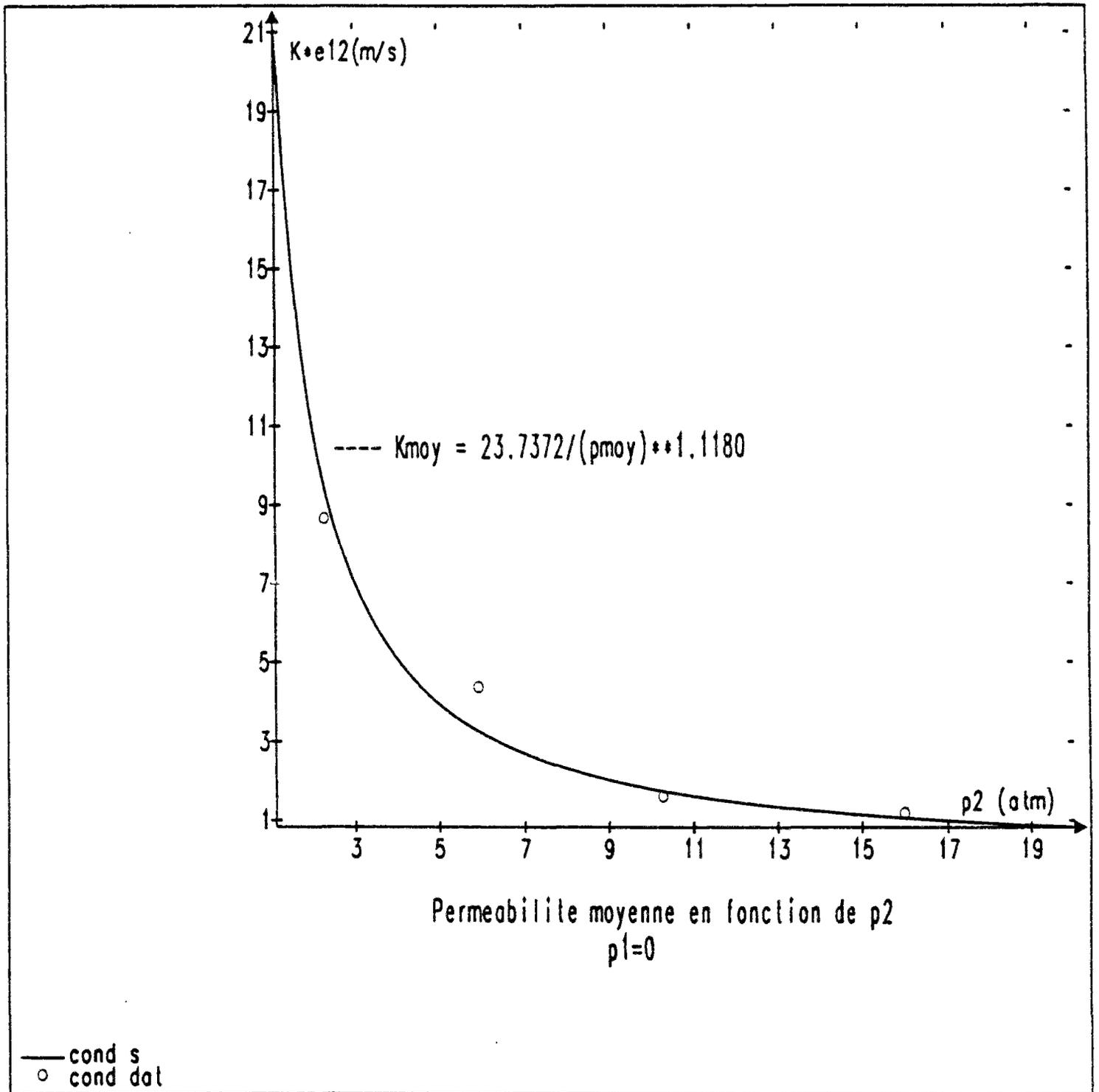


Fig. V.20 : \bar{K}_t en fonction de p_2 , $p_1 = 0$.

V.7.2. Représentation de la perméabilité locale en fonction de la succion :

Jusqu'à présent nous avons examiné la représentation de la perméabilité moyenne en fonction de la succion p_2 , la succion p_1 étant nulle. Rappelons que dans le calcul de la perméabilité moyenne par l'expression (I.21) à partir des résultats de mesure de débits, nous avons pris une hypothèse concernant le profil de la succion dans l'échantillon ; en effet, nous avons considéré que ce profil était une droite et que par conséquent le gradient de succion était constant. La réalité est cependant, tout à fait différente, le profil de la succion est généralement une courbe et non une droite (figure V.21). La perméabilité est fonction de la succion ; elle est d'autant plus élevée que l'on s'approche de la saturation, c'est à dire quand la succion s'approche de zéro.

Reprenant l'expression (I.21) de la loi de DARCY :

$$q_\ell = \frac{K_\ell(p_c)}{g} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial x}$$

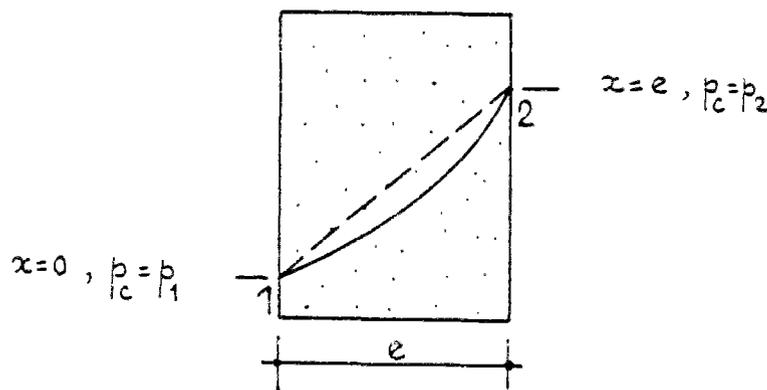


Fig. V.21 : profil probable de succion dans l'échantillon.

dans un écoulement unidirectionnel nous aurons :

$$q_\ell \cdot g \cdot dx = K_\ell(p_c) dp_c \quad (V.16)$$

En intégrant les deux termes de l'expression (V.16) entre les points 1 et 2 du profil de la succion dans l'échantillon nous obtenons :

$$\int_{x=0}^{x=e} q_\ell g d\xi = \int_{p_c=p_1}^{p_c=p_2} K_\ell(\pi) d\pi \quad (V.17)$$

Etant donné que nous sommes en régime permanent, q_ℓ est constant et ne dépend pas de la position du point à l'intérieur de l'échantillon l'expression (V.17) devient :

$$q_\ell \cdot g \cdot \int_0^e dx = \int_{p_1}^{p_2} K_\ell(\pi) d\pi \quad (\text{V.18})$$

d'où nous obtenons :

$$q_\ell \cdot g \cdot e = \int_{p_1}^{p_2} K_\ell(\pi) d\pi \quad (\text{V.19})$$

En posant : $Q_\ell = q_\ell \cdot g \cdot e$ et en remarquant que la perméabilité moyenne \bar{K}_ℓ est obtenue par :

$$\bar{K}_\ell = \frac{Q_\ell}{p_2 - p_1} \quad (\text{V.19. a})$$

nous obtenons ainsi l'expression de perméabilité moyenne pour le couple de conditions aux limites (p_1, p_2) :

$$\bar{K}_\ell(p_1, p_2) = \frac{1}{p_2 - p_1} \int_{p_1}^{p_2} K_\ell(\pi) d\pi \quad (\text{V.20})$$

V.7.2.1. Choix de la relation $K_\ell(p_c)$

On trouve dans la littérature plusieurs formes de relations qui exprime la perméabilité liquide K_ℓ en fonction de l'état hydrique du milieu poreux, notamment dans les sols. Il y a des relations qui lient la perméabilité liquide à la teneur en eau, et d'autres qui lient la perméabilité à la succion.

On trouvera dans BEAR [2] et MUALEM [29] une revue de ces relations.

Parmi ces relations une qui a été proposée par BROOKS et COREY [4]. Elle lie la perméabilité liquide à la succion. C'est une relation du type puissance. Les auteurs donnent une signification physique aux coefficients intervenant dans cette relation :

$$\left. \begin{aligned} K_\ell &= K_0 \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^n \text{ pour } p_c \geq p_0 \\ K_\ell &= K_0 \text{ pour } p_c \leq p_0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.21})$$

K_0 : est la perméabilité liquide du milieu saturé,

p_0 : est la pression d'entrée d'air qui est définie comme la succion minimale à appliquer à un échantillon saturé pour que l'eau commence à se déplacer dans l'échantillon, et que par conséquent l'air commence à envahir l'échantillon.

n : est un coefficient lié à la structure poreuse de matériau.

Toutefois cette relation a été proposée pour les sols. Nous nous gardons de l'interprétation des coefficients et nous l'utiliserons dans un but numérique.

Reprenant la relation (V.20) et en considérant la relation (V.21) comme fonction représentative de la perméabilité nous avons :

$$\bar{K}_\ell = \frac{K_0 p_0}{p_2 - p_1} \cdot \frac{1}{1-n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{1-n} - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{1-n} \right] \quad (\text{V.22})$$

A partir de cette relation et avec les résultats de mesures dont nous disposons nous avons tenté d'identifier les paramètres de la relation à savoir ; K_0 , p_0 et n .

Si nous interprétons les coefficients figurant dans la relation (V.21).

Les deux grandeurs que nous pourrions savoir sont :

K_0 : la perméabilité liquide du matériau saturé, donnée que l'on peut déterminer expérimentalement de façon simple.

p_0 : la pression d'entrée d'air : c'est une succion qui doit être faible vis-à-vis des succions utilisées dans les essais. Elle peut être estimée par exemple en fonction des rayons de pores les plus grands dans lesquelles une pression capillaire peut être développée.

Ainsi nous disposons de deux paramètres. Nous pouvons imposer l'un d'eux, chercher à identifier l'autre et le coefficient n , comme nous pouvons imposer les deux ensembles et rechercher le coefficient n .

V.7.2.2. Détermination expérimentale de la perméabilité liquide à la saturation

Pour introduire dans la formulation (V.22), la perméabilité liquide à la saturation du béton cellulaire, il a fallu mesurer cette grandeur.

Le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées a effectué les essais nécessaires pour obtenir cette grandeur. L'essai [30] consiste à saturer l'échantillon pendant environ 14 jours par la même procédure de saturation que la notre puis une fois installé dans sa cellule, à soumettre l'une des faces de l'échantillon à de l'eau sous pression. On recueille l'eau par l'autre face.

L'eau sous pression est appliquée par paliers successifs, dont la durée est de huit heures. On mesure la quantité d'eau recueillie au cours de l'essai. L'échantillon cylindrique utilisé à un diamètre de 10,6 cm et une épaisseur de 5 cm.

Les paliers successifs de pressions sont : 1, 2 et 4 bars.

La valeur moyenne de la perméabilité sur ces trois paliers est de :

$$\bar{K}_0 = 1,561 \times 10^{-9} \text{ m / s}$$

V.7.2.3. Identification des paramètres

Nous avons utilisé pour l'identification des paramètres de la relation (V.21) un algorithme de minimisation de la somme des carrés des résidus r_i .

$$r_i = \bar{K}_{\ell_i}(\text{mesure}) - \bar{K}_{\ell_i}(\text{calcul})$$

pour chaque essai $\bar{K}_{\ell_i}(\text{calcul})$ est calculé par la relation (V.22) et $\bar{K}_{\ell_i}(\text{mesure})$ est la perméabilité moyenne mesurée.

Nous avons examiné plusieurs cas de figures dont les plus intéressants étaient les suivants :

a-Imposer p_0 et rechercher K_0 et n

b-Imposer K_0 et rechercher p_0 et n ,

a-p₀ connue :

Nous avons supposé p_0 égale à 0,0001 Atm. ≈ 10.1 Pa, p_0 devant être une valeur faible.

Nous obtenons comme valeurs de K_0 et n :

$$K_0 = 1207 \times 10^{-12} \text{m/s}$$

$$n = 0,64529$$

la valeur de K_0 calculée est proche de la valeur de K_0 obtenue par mesure :

Le tableau V.9 récapitule les résultats obtenus :

N° ESSAI	p_1 (atm)	p_2 (atm)	\bar{K}_{mesure} $\times 10^{12} \text{m/s}$	\bar{K}_{calcul} $\times 10^{12} \text{m/s}$	$\frac{\Delta \bar{K}}{\bar{K}_{\text{mesure}}}$ (%)	Densité de flux-mesuré $\text{mg/cm}^2\text{h}$	Densité de flux calculée $\text{mg/cm}^2\text{h}$
1	0,000	2,293	8,5218	5,0771	40,42	2,4220	1,4429
2	2,293	5,910	4,4565	1,3221	70,33	2,0360	0,5927
3	1,174	5,910	3,3187	1,5444	53,46	1,9485	0,9066
4	0,000	5,910	4,2307	2,7789	34,32	3,0540	2,0356
5	0,000	10,274	1,4894	1,9521	-31,07	1,8965	2,4858
6	0,000	15,999	1,0690	1,4705	-37,55	2,1200	2,9160

Tableau V.9: Récapitulatif des résultats de calcul par la représentation prenant en compte tous les essais (p_0 imposée).

Nous constatons que les erreurs les plus élevées sont pour les essais 2 et 3 où la succion p_1 est différente de zéro. En ce qui concerne l'interprétation du coefficient p_0 , si nous considérons la définition de la pression capillaire :

$$p_0 = \frac{2\sigma}{r_0} \quad \text{où} \quad \sigma = 7.3 \times 10^{-2} \text{N/m à } 20^\circ\text{C}$$

Cela correspondrait à un rayon de pore de 1,45 cm. C'est un ordre de grandeur qui paraît supérieur d'un facteur 10 à ce que l'observation visuelle de l'échantillon permettrait d'attendre.

Nous restons alors prudents quant à l'interprétation physique de ces coefficients.

La figure V.22 montre la représentation obtenue de la perméabilité par la relation (V.21).

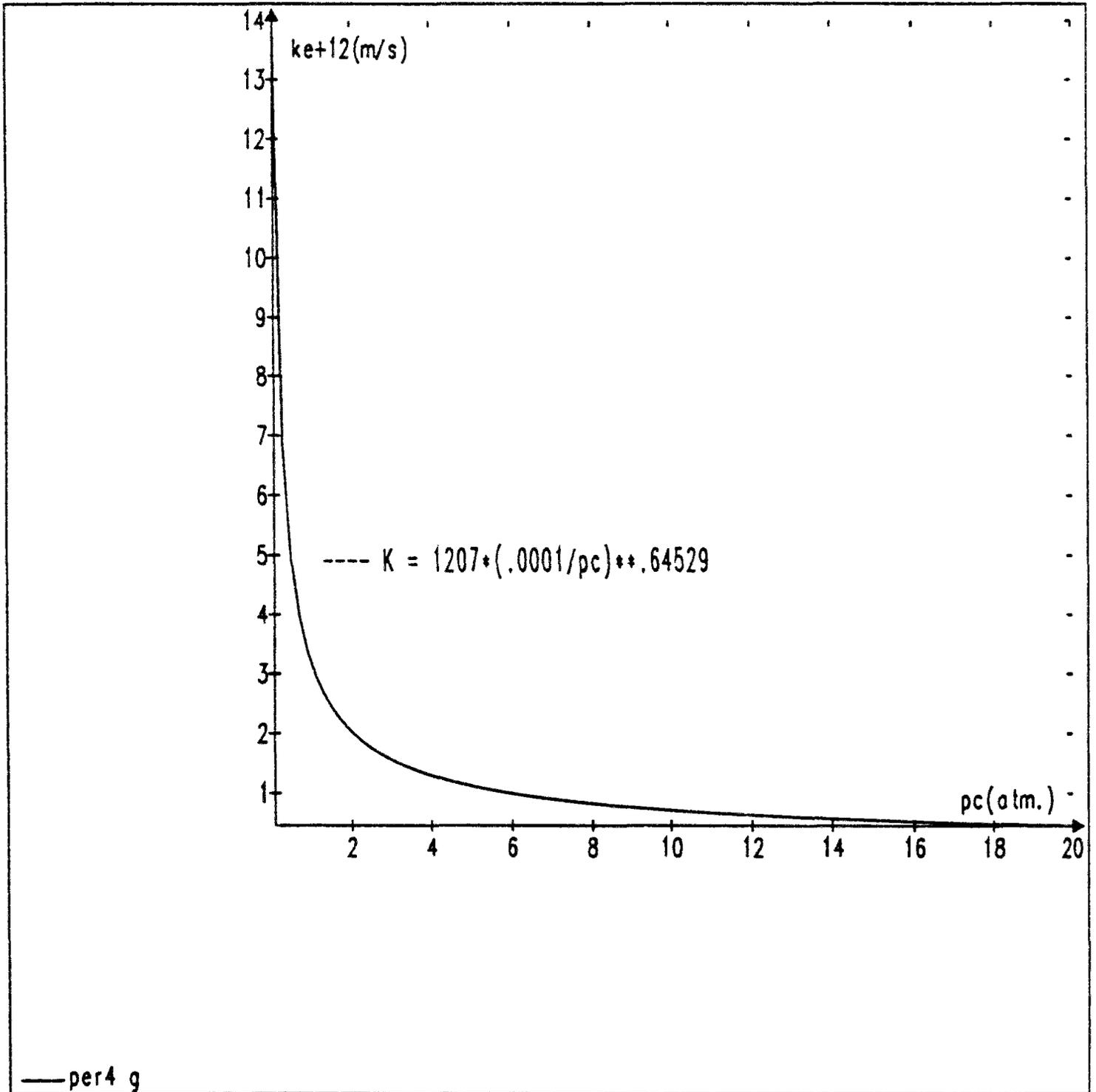


Fig. V.22 : Résultat de l'optimisation de K_0 et n .

Calcul de cohérence :

Nous allons examiner la relation mathématique qui existe entre les essais n° 1, 2 et 3. La relation (V.20) peut s'écrire sous la forme :

$$\bar{K}_\ell(p_1, p_2) = \frac{1}{p_2 - p_1} \int_0^{p_2} K_\ell(\pi) d\pi - \frac{1}{p_2 - p_1} \int_0^{p_1} K_\ell(\pi) d\pi$$

d'où

$$\bar{K}_\ell(p_1, p_2) = \frac{p_2}{p_2 - p_1} \bar{K}_\ell(0, p_2) - \frac{p_1}{p_2 - p_1} \bar{K}_\ell(0, p_1)$$

En remplaçant dans le second terme de cette dernière relation les perméabilités moyennes par les valeurs mesurées correspondantes, une valeur de perméabilité qui est égale à :

$$1.5104 \times 10^{-12} \text{ m/s}$$

alors que la valeur mesurée de la perméabilité de l'essai n° 2 est de :

$$4.4565 \times 10^{-12} \text{ m/s}$$

L'écart relatif entre ces deux valeurs est de :

$$66,1 \%$$

Alors que l'écart relatif entre cette même perméabilité mesurée (essai n° 2) et celle calculée par la relation (V.22) est de :

$$73,3 \%$$

b-Imposer K_0 :

La deuxième démarche était d'imposer K_0 comme contrainte et rechercher p_0 et n qui minimiserait la somme quadratique des résidus :

$$K_0 = 1561 \times 10^{-12} \text{ m / s}$$

Nous avons obtenu les coefficients suivant :

$$p_0 = 0.89571 \times 10^{-4} \text{ atm} = 9.08 \text{ Pa}$$

$$n = 0.66309$$

La valeur de p_0 correspondrait à un rayon de pore $r_0 = 1.6 \text{ cm}$.

Le tableau V.10 récapitule les résultats obtenus :

N° ESSAI	p_1 (atm)	p_2 (atm)	\bar{K}_{mesure} $\times 10^{12} \text{ m/s}$	\bar{K}_{calcul} $\times 10^{12} \text{ m/s}$	$\frac{\Delta \bar{K}}{\bar{K}_{\text{mesure}}}$ (%)	Densité de flux-mesuré $\text{mg/cm}^2\text{h}$	Densité de flux calculée $\text{mg/cm}^2\text{h}$
1	0,000	2,293	8,5218	5,2143	39,87	2,4220	1,4819
2	2,293	5,910	4,4565	1,3284	70,42	2,0360	0,5909
3	1,174	5,910	3,3187	1,5476	+53,37	1,9485	0,9084
4	0,000	5,910	4,2307	2,7944	33,95	3,0540	2,0469
5	0,000	10,274	1,4894	1,9553	-31,28	1,8965	2,4899
6	0,000	15,999	1,0690	1,4672	-37,25	2,1200	2,9095

Tableau V.10: Récapitulatif des résultats de calcul par la représentation prenant en compte tous les essais (K_0 imposée).

Nous retrouvons toujours les erreurs les plus importantes pour les essais où $p_1 \neq 0$. La figure V.23 montre la courbe de la formulation (V.21) pour les coefficients ainsi obtenus.

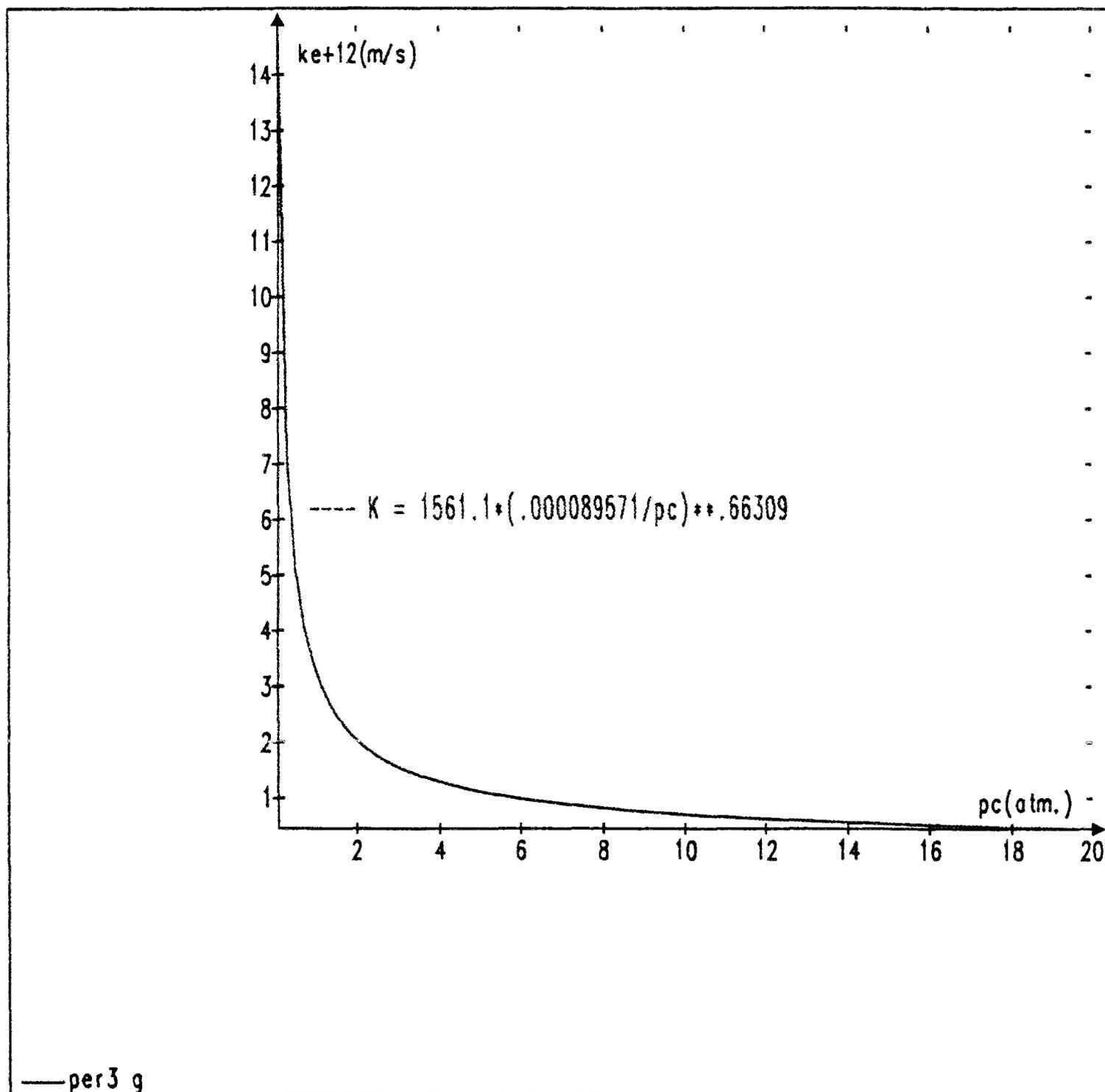


Fig. V.23 : Résultat de l'optimisation de p_0 et n .

Par ailleurs, nous avons essayé de voir ce que donnerait une valeur de p_0 imposée correspondant à un pore de rayon 0,5 mm. La recherche de K_0 et de n nous a donné comme valeurs :

$$p_0 = 0.002881 \text{ atm} = 292 \text{ Pa}$$

$$K_0 = 173.05 \times 10^{-12} \text{ m/s}$$

$$n = 0.67724$$

Pour les valeurs de \bar{K}_{calcul} , nous obtenons pratiquement les mêmes résultats que ceux obtenues pour $p_0 = 0.0001 \text{ atm}$. En effet, la figure V.24 montre les trois courbes sur même graphique, où nous constatons qu'ils sont pratiquement confondus.

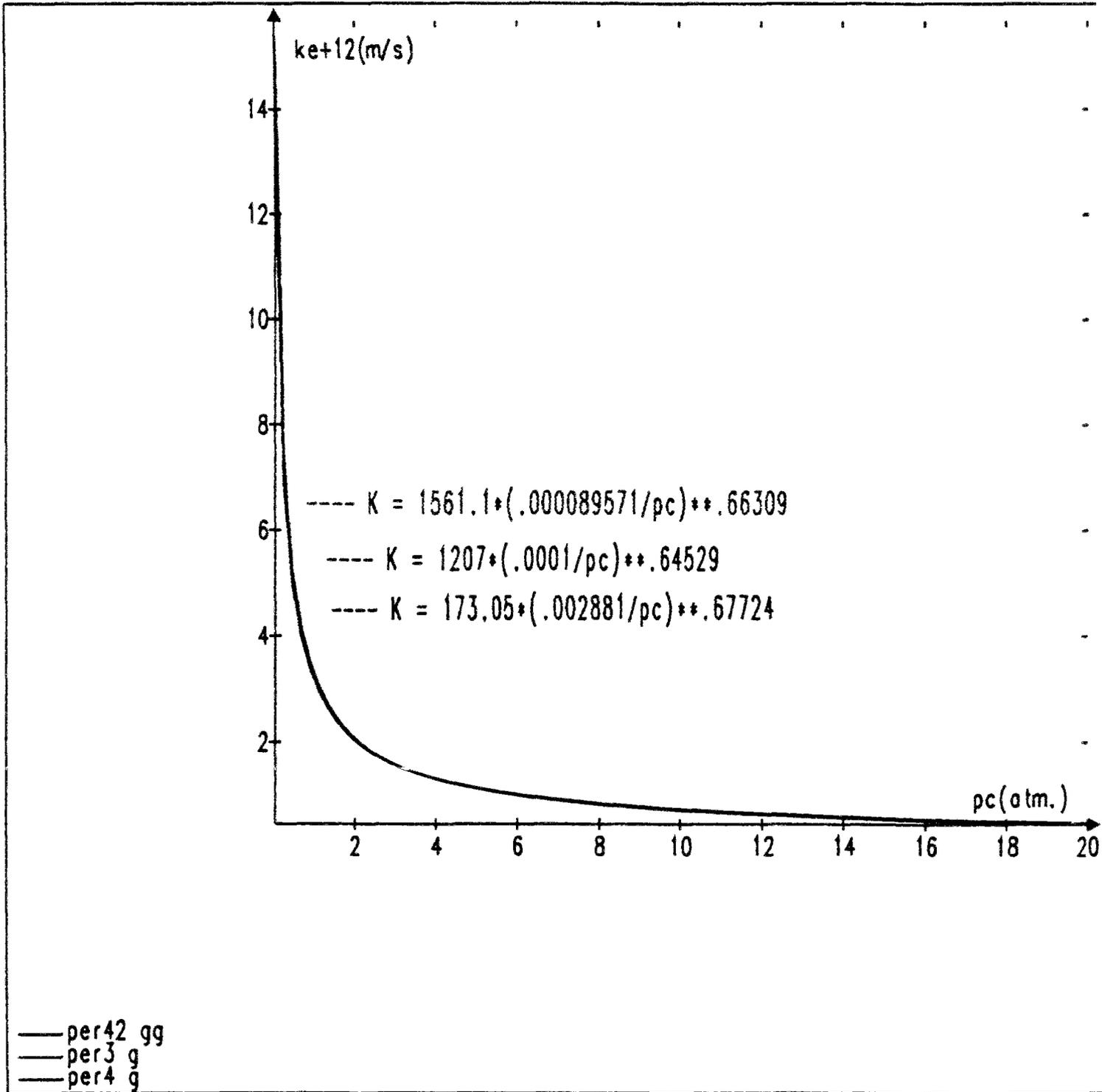


Fig. V.24 : Résultats des différentes optimisations regroupés.

V.8. CONCLUSION

Nous avons étudié la perméabilité liquide du béton cellulaire autoclavé, au travers de six essais. Il convient de rappeler les résultats que nous avons obtenus et qui ont été évoqués au cours de ce chapitre.

Pour déterminer la courbe pression osmotique-concentration des solutions de PEG 20000, nous avons procédé à une correction de l'effet de température. Il s'est avéré que cette correction était faible en valeur relative (de l'ordre de 7 %) ce qui réduit le risque lié à la méthode que nous avons utilisé pour déterminer cette correction.

En ce qui concerne l'influence des membranes sur le transfert, nous avons vu que l'impédance de la membrane représentait quelques pour-cent (3%) de l'impédance globale du système membrane-échantillon-membrane et que dans ces conditions la précision de mesure de l'impédance de la membrane n'avait que peu d'influence sur nos résultats.

Concernant les essais, nous avons signalé l'écart qui existe entre le débit d'eau entrant dans l'échantillon et celui qui en sortait. Cet écart est de l'ordre de 30 % du débit entrant. Nous avons noté que cet ordre de grandeur ne permettait pas une interprétation en terme d'évaporation par diffusion et que cet écart traduisait plutôt un phénomène d'accumulation d'eau dans l'échantillon, et qui serait probablement dû à la méthode de saturation de l'échantillon que nous avons adopté. Il se peut aussi que ce phénomène soit dû au fait qu'il n'y a pas assez d'air qui entre (par le trou aménagé) pour remplacer le vide laissé par l'eau échangée. En tout cas ce phénomène reste à élucider.

Nous avons ensuite déterminé les perméabilités moyennes. L'analyse de l'ordre de grandeur des précisions des valeurs de perméabilité était de 40 à 50 %.

La comparaison de nos valeurs de perméabilités avec ceux de QUENARD [34], ont montré que pour la teneur en eau volumique choisie notre valeur de perméabilité était plus faible d'un facteur 150 que celle obtenue par extrapolation des mesures de QUENARD. Il est important cependant de signaler que nous avons supposé qu'il s'agissait du même béton cellulaire, et de noter que la comparaison a été faite sur une tranche de teneur en eau volumique où la courbe de diffusivité obtenue par QUENARD présente une incertitude importante.

En ce qui concerne la recherche d'une identification d'une relation entre la perméabilité et la succion à partir des résultats d'essais nous notons que la perméabilité est à la fois fonction des deux conditions aux limites, c'est à dire les deux succions imposées et de ce fait la représentation de la perméabilité en fonction

de la succion devenait un problème à deux degrés de liberté au moins. Nous avons proposé une fonction qui lie la perméabilité à la succion et d'en identifier les paramètres. Nous avons vu qu'il y avait plusieurs alternatives, pour l'identification des paramètres. Nous restons néanmoins prudents quant à l'interprétation physique de ces derniers.

Nous concluerons ce chapitre en remarquant que comme nous disposons d'une valeur expérimentale pour K_0 il est légitime de retenir l'opimisation de n et p_0 comme la plus adéquate pour représenter nos résultats.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE

Cette étude a traité la métrologie des transferts d'eau appliquée au cas particulier du béton cellulaire autoclavé. Au début de ce travail nous avons étudié les phénomènes de fixation et le transfert d'eau dans les matériaux poreux en présentant les deux formulations des densités de flux d'eau; la formulation d'origine (loi de DARCY), et la formulation diffusionnelle.

Cette dernière formulation est la plus couramment utilisée pour des raisons liées aux techniques expérimentales habituellement utilisées et qui sont en majorité adaptées à la mesure de la teneur en eau volumique plutôt qu'à la mesure de la succion. Nous avons conclu sur le choix de la formulation d'origine c'est à dire la loi de DARCY généralisée du fait qu'à notre avis le véritable coefficient de transfert était la perméabilité à l'eau et par conséquent nous avons proposé une technique adaptée à cette formulation.

Dès lors il était intéressant de faire le point sur les techniques de mesures de la succion et sur celles utilisées pour mesurer la perméabilité à l'eau. Ainsi nous avons exposé les méthodes de mesure de la succion et celles qui permettent de l'imposer. En particulier nous avons souligné l'intérêt de la méthode osmotique pour imposer des succions, et qui pouvait être dès lors utilisée pour mesurer la perméabilité.

Nous avons ensuite passé en revue les méthodes de détermination de la perméabilité qui se divisent en deux grandes classes ; la classe des méthodes fonctionnant en régime permanent et celle des méthodes qui fonctionnent en régime transitoire et qui sont de loin les plus utilisées actuellement. Nous avons montré que ces méthodes accèdent à la perméabilité liquide par voie indirecte moyennant la détermination séparément de la pente de la tangente à l'isotherme de succion, en passant par la détermination du coefficient de diffusion, qui nécessite lui aussi des calculs de pente sur des courbes expérimentales, coefficient qui est intrinsèque à la formulation diffusionnelle des équations de transfert utilisé par ces méthodes de mesure.

Nous avons alors conclu sur la possibilité de déterminer la perméabilité à l'eau par une méthode de mesure reprenant la méthode osmotique pour imposer deux conditions aux limites en terme de succion établissant ainsi un régime permanent.

Le calcul de la perméabilité moyenne est alors direct.

Nous avons enfin étudié la perméabilité liquide du béton cellulaire à travers six essais effectués par cette nouvelle méthode de mesure.

Cette méthode de mesure de perméabilité peut couvrir un domaine de succion qui peut aller au-delà de 15 atm.

Nous avons montré le rôle négligeable joué par la membrane semi perméable dans le phénomène de transfert.

Par ailleurs, nous avons constaté un écart entre le débit entrant et le débit sortant de l'échantillon ; le débit sortant était inférieur jusqu'à 30 % du débit entrant ce qui traduisait un phénomène d'accumulation dont on ne connaît exactement pas la raison, estimant qu'il pourrait être lié à la méthode de saturation adoptée. Cependant cette question reste à élucider.

Une analyse d'ordre de grandeur des incertitudes sur les valeurs de perméabilité moyenne obtenue nous a montré que ces perméabilités avaient une précision relative de l'ordre de 40 à 50 %.

En se basant sur nos résultats nous avons enfin entrepris une recherche pour identifier une relation qui pourrait lier la perméabilité à la succion, plusieurs représentations sont possibles à ce sujet : La perméabilité mesurée dans notre cas étant liée aux deux succions imposée, le problème acquiert ainsi au moins deux degrés de liberté, d'où une difficulté d'interprétation.

Nous avons ensuite proposé une relation empirique tirée de la littérature.

Cette relation comporte trois paramètres qu'il fallait identifier.

L'identification que nous avons faite nous conduit à rester prudents quant à l'interprétation de ces paramètres. Il est toutefois bon de rappeler qu'une telle démarche mériterait d'être approfondie et devrait se baser sur des essais plus nombreux.

Nous avons donc proposé une méthode originale pour déterminer la perméabilité à l'eau de matériaux poreux solides. Il reste des points à éclaircir, le dispositif expérimental devra être fiabilisé, mais le caractère opérationnel de cette méthode est manifeste.

Le dispositif expérimental que nous avons présenté peut être, moyennant une modification du schéma de fonctionnement de l'appareillage, utilisé pour déterminer la courbe de succion d'un matériau poreux dans la gamme de succion qui est la sienne (jusqu'à 20 atm). Il peut être aussi adapté à la mesure des perméabilités des sols.

L'influence de la température sur la perméabilité mériterait également d'être déterminée expérimentalement; il serait en fait intéressant de voir si la perméabilité est inversement proportionnelle à la viscosité dynamique comme dans le cas du transfert d'eau en milieu saturé ou pas.

BIBLIOGRAPHIE

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] AFNOR : NF X 015-014, Novembre (1973).
- [2] BEAR J. : Dynamics of fluids in porous media, DOVER PUBLICATIONS, Inc., New York (1988).
- [3] BOMBERG M. : Water flow through porous materials. Part I : Methods of water transport measurements. Report 19 - LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY. Division of Building Technology , (1971).
- [4] BROOKS R.H. & COREY A.T. : Properties of porous media affecting fluid flow, J. Irrig. Drain. Div. Amer. Soc. Civil Eng., 92 (IR.2), pp 61-88 (1966).
- [5] BRUHAT G. : Cours de Physique Générale. Thermodynamique Masson ed. (1968).
- [6] BRUNAUER S., EMMETT P.H. & TELLER E. : Adsorption of gases in multimolecular layers. J. Amer. Chem. Soc. vol. 60, pp. 309-319 (1938).
- [7] CHANDLER R.J. & GUTTIEREZ : The filter-paper method of suction measurement. Technical notes ; Imperial College of Science and Technology, pp. 265-268 (1986).
- [8] COREY A.T. : Measurement of water and air permeability in unsaturated Soil. Soil Sci. Soc. Proc. pp 7-10 (1957).
- [9] CRAUSSE P., BACON, BORIES S. : Etude fondamentale des transferts couplés chaleur-masse en milieux poreux. Int. Journal of heat and Mass Transfer, Vol. 24, n°6, pp 991-1004. (1981).
- [10] DAÏN J.F. : Processus de condensation et de transfert d'eau dans un matériau méso et macroporeux. Etude expérimentale du mortier de ciment. Thèse Docteur ès-Sciences Physiques INPG (1986).
- [11] DANIEL D.E. : Measurement of hydraulic conductivity of unsaturated soils with thermocouple psychrometers. Soil Sci, Soc. Amer. J., Vol. 46, n° 6, pp 1125-1129 (1982).

- [12] DANIEL D.E. : Permeability Test for unsaturated Soil. Geotechnical Testing Journal, Vol.6, n° 2, pp. 81-86 (1983).
- [13] DELAGE P., SURAJ DE SILVA G.P.R. & DE LAURE E. ; A new triaxial apparatus for non saturated soils. 9ème Congrès Européen de Mécanique des Sols, Vol. 1, pp 26-28 Dublin (1987).
- [14] DELAGE P., SURAJ DE SILVA G.P.R. : Compressibility of a non saturated silt : use of an osmotic suction controlled consolidometer. Géotechnique (1990).
- [15] DELCELIER P. : Transferts de vapeur, Cahier du CSTB n° 2322, livraison 298 (1989).
- [16] DE VRIES D.A. : Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media. Trans. Amer. Geoph. Union, Vol. 39, n° 5, pp. 909-916 (1958).
- [17] DUFORESTEL Th. : Bases métrologiques et modèles pour la simulation du comportement hygrothermique des composants et ouvrages du bâtiment. Thèse de Doctorat ENPC. Spécialité : Sciences et Techniques du Bâtiment (1992).
- [18] EDIL T.B., MOTAN S.E. & TOHA F.X. : Mechanical behavior and Testing of unsaturated soils. A.T.T.M. STP 740, pp. 114-129 (1981).
- [19] FAWCETT R.G. & COLLIS-GEORGE N. : A filter paper method for determining the moisture characteristics of soil, Australian Journal of Experimental Agricultural and Animal Husbandry, 7 pp. 162-167 (1967).
- [20] FECHNER B.M. & STRAZIELLE Cl. : Détermination des propriétés thermodynamiques de quelques systèmes binaires (mélanges de solvants-solutions de polymères de bas poids moléculaires), à partir des données de diffusion de la lumière. Die Makromolekulare Chemie 160, pp. 195-212 (1972).
- [21] GARDNER W.R. : Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data. Soil. Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 20, pp. 317-320 (1956).
- [22] HAMBLIN A.P. : Filter paper method for water's measurement of field water potential. Journal of Hydrology, 53, pp. 355-360 (1981).
- [23] KLUTE A. : Laboratory measurement of hydraulic conductivity of unsaturated soil : in "Methods of soil analysis" (C.A. BLACK Ed),

- Monograph 9, Chap.16, Part I, pp. 253-261. Amer. Soc. Agron. Madison, Wisconsin (1965).
- [24] KUNZE R.J. & KIRKHAM D. : Simplified accounting for membrane impedance in capillary conductivity determinations. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., vol. 26, pp 421-426 (1962).
- [25] LANG A.R.G. : Osmotic coefficients and water potentials of sodium chloride solutions from 0°C to 40°C. Aust. J. Chem. 20, pp. 2017-2023 (1967).
- [26] LANGMUIR I. : J. Amer. Chem. Soc. n° 40, 1361 (1918).
- [27] LUIKOV A.V. : Heat and mass transfer in capillary porous bodies. Pergamon Press ed.(1966).
- [28] MILLER E.E. & ELRICK D.E. : Dynamic determination of capillary conductivity extended for non-negligible membrane impedance. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 26, pp. 483-486 (1958).
- [29] MUALEM Y. : Hydraulic Conductivity of unsaturated porous media : generalized macroscopic approach. Water Resources Research, Vol. 14, n° 2, pp. 325-334 (1978).
- [30] PAILLIERE A.M. & ATTOLOU A. : Appareil de mesure de la perméabilité des bétons et mortiers hydrauliques. Bull. Liaison Labo. Routiers P. et Ch. n° 43. Jan. Fév. 1970.
- [31] PHILIP J.R. : Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration dependant, Trans. Faraday Soc., 51, pp. 885-892 (1955).
- [32] PHILIP J.R. : The theory of infiltration : 1. The infiltration equation and its solution. Soil Sci. Soc. n° 83, pp. 345-357 (1957).
- [33] PHILIP J.R. & DE VRIES D.A. : Moisture movement in porous materials under temperature gradients. Trans. Amer. Geoph. Union, Vol. 38, n° 2, pp. 222-232 (1957).
- [34] QUENARD D. : Adsorption et transfert d'humidité dans les matériaux hygroscopiques. Approche du type percolation et expérimentation. Thèse de Doctorat de l'INPT (1989).

- [35] RICHARDS L.A. : Pressure membrane apparatus ; construction and use. Agr. Engin. 28, pp. 450-454 (1947).
- [36] RICHARDS L.A. : Porous plate apparatus for measuring moisture retention and transmission by soil : Soil Sci. 66, pp. 105-110 (1948).
- [37] RICHARDS L.A. & OGATA G. : A thermocouple for vapor pressure measurement in biological and soil systems at high humidity. Science, 128 pp. 1089-1090 (1958).
- [37a] RIDLEY A.M. & BURLAND J.B. : A new instrument for the measurement of soil moisture suction. Géotechnique 43, n° 2, pp. 321-324 (1993).
- [38] RIJTEMA P.E. : Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data with non-negligible membrane impedance. Neth. J. Agr. Sci., 7, pp. 209-215 (1959).
- [39] SPANNER D.C. : The Pelier effect and its use in the measurement of suction pressure. J. Exp. Botany, 2, pp. 145-168 (1951).
- [40] SURAJ DE SILVA G.P.R. : Etude expérimentale du comportement d'un limon non saturé sous succion contrôlée. Thèse de Doctorat de L'ENPC, Cermes (1987).
- [41] TESSIER D. : Etude expérimentale de l'organisation des marériaux argileux: Thèse de Docteur ès-Sciences de l'Université Paris - VII (1984).
- [42] VACHAUD G. : Contribution à l'étude des phénomènes d'écoulement en milieux poreux non saturés. Thèse de Docteur ès-Sciences Physiques. Université de Grenoble (1968).
- [43] VAN DER KOOI J. : Moisture transporte in cellular concrete roofs. UITGEVERIJ WALTMAN -DELFT (1971).
- [44] VICOL Th. : Comportement hydraulique et mécanique d'un sol fin non saturé. Application à la modélisation. Thèse de Doctorat de l'ENPC, Cermes (1990).
- [45] WALDRON L.J. : Soil moisture characteristics by osmosis with polyethylene glycol : A simple system with osmotic pressure data and some results. Soil Sci., Vol. 110, n° 6, pp. 401-404 (1970).

- [46] Handbook of Chemistry and Physics, R.C. WEAST Editor. CRC PRESS Inc. 66ème édition. 1985-1986.
- [47] WILLIAMS J. & SHAYKEWICH C.F. : An evaluation of polyethylene glycol PEG 6000 and PEG 20000 in the osmotic control of soil water matric potential. Can. J. Soil Sci. Vol 49, pp. 397-401 (1969).
- [48] WILLIAMS O.B. & SEDGLEY R.H. : An simplified filter-paper method for determining the 15 atmosphere percentage of soils. Australian Journal of Experimental Agricultural and Animal Harsbandry, 5, pp. 201-202 (1965).
- [49] ZUR B. : Osmotic control of the matric soil-water potential : I- Soil-water system. Soil Sci., Vol. 102, n°6 pp. 314-318 (1966).

ANNEXES

ANNEXE A**PRINCIPE DE DETERMINATION DE LA PRESSION OSMOTIQUE A PARTIR DES MESURES DE DIFFUSION DE LUMIERE**

Les mesures de l'intensité diffusée ont été effectuées en lumière incidente naturelle et à 546 nm pour le PEG 20000 dans (à 20 et 25°C).

A partir de la théorie thermodynamique de la diffusion de la lumière (théorie des fluctuations), le rapport de Rayleigh (intensité diffusée en valeur absolue) du soluté peut s'écrire :

$$\Delta R = R_{\text{solution}} - R_{\text{solvant}} = \frac{\pi^2}{2\lambda_0^4} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial c} \right)^2 \overline{\Delta c^2} \Delta V \quad (\text{A.1})$$

où $\overline{\Delta c^2}$: le carré moyen des fluctuations de la concentration,

ΔV : élément de volume,

λ_0 : longueur d'onde de la lumière utilisée,

ϵ : constante diélectrique.

avec :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}(n^2) \approx 2n_0 \frac{dn}{dc}$$

$$\text{et } \overline{\Delta c^2} \Delta V = \frac{kTc}{\frac{\partial \pi}{\partial c}}$$

où n = est l'indice de réfraction de la solution,

n_0 = est l'indice de réfraction du solvant,

R = constante de Boltzmann = 1.4077×10^{-19} g.cm.degré⁻¹,

π = la pression osmotique de la solution,

T = la température absolue de la solution.

ce qui nous donne :

$$\frac{\partial \pi}{\partial c} = \frac{K''c}{\Delta R} \quad (\text{A.2})$$

A.3

avec
$$K'' = K' k T n_0^2 \left(\frac{dn}{dc} \right)^2 \text{ et } K' = \frac{2\pi^2}{\lambda_0^4}$$

A partir de là on peut envisager deux procédés pour retrouver π :

1- Soit on effectue une intégration numérique.

2- Soit on peut envisager de déterminer la pression osmotique à partir de son développement du viriel.

En effet, en considérant le développement du viriel de la pression osmotique :

$$\pi = RTc \left(\frac{1}{M} + A_2c + A_3c^2 + \dots \right) \quad (\text{A.3})$$

on obtient :

$$\frac{\partial \pi}{\partial c} = RT \left(\frac{1}{M} + 2A_2c + 3A_3c^2 + \dots \right) \quad (\text{A.4})$$

de sorte que l'on peut définir une nouvelle fonction $Y(c)$ qui s'écrit :

$$Y(c) = \left(\frac{1}{RT} \times \frac{K''c}{\Delta R(c)} - \frac{1}{M} \right) \frac{1}{2c} = A_2 + \frac{3}{2} A_3c$$

A.4

Les milieux dilués conduisent à la détermination de M et de A_2 , alors que les variations de $Y(c)$ (variations linéaires) donnent également A_2 mais aussi A_3 (analyse dans les milieux semi-dilués).

Connaissant ainsi M , A_2 et A_3 , il est possible de tracer les variations de la pression osmotique π en fonction de la concentration par la relation (A.3).