Analisis Arus Hubung Singkat Mesin Sinkron Kutub Salient Menggunakan Metoda Park Komplek.

Suwitno, Yusnita Rahayu, Amir Hamzah, Fri Murdiyah
Staf pengajar Fakultas Teknik Universitas Riau
Kampus Bina Widya Km 12,5 Sp Panam 28293 Pekanbaru-Riau
suwitnoanisa@gmail.com

Abstrak

Tulisan ini menyajikan analisis unjuk kerja mesin listrik jenis salient. Analisis dilakukan berdasarkan metoda park d-q yang digeneralisasi dengan menempatkan sumbu d-q pada rotor, untuk menentukan persamaan park komplek. Analisis kinerja arus gangguan tiga fasa pada mesin sinkron rotor kutub memonjol telah disajikan pada tulisan ini. Berdasarkan metoda park d-q dengan menempatkan sumbu d-q pada rotor, untuk menentukan persamaan park komplek telah diperoleh. Tulisan ini menunjukkan bahwa persamaan mesin sinkron rotor kutub menonjol dalam bentuk park komplek lebih sederhana, dan sehingga solusinya lebih mudah. Dari hasil simulasi penyelesaian persamaan diferensial arus hubung singkat menggunakan metoda integrasi trapesium pada mesin sinkron rotor kutub salient 3-fasa besaran-besaran yang penting seperti halnya arus efektif puncak maksimum saat terjadi hubung singkat fasa a sebesar 11,48A, fasa b sebesar 18,98 A, fasa c sebesar -19,47 A dan banyaknya siklus penurunan arus hubung singkat dari nilai maksimum sampai nilai konstan dalam 2 (dua) siklus dan waktunya selama 0,04 detik. Hasil simulasi yang telah dilakukan dapat diketahui besaran listrik maksimum yang diperlukan sebagai informasi penting dalam pemilihan peralatan CB yang tepat dan peralatan prokteksi lainnya seperti halnya besaran arus puncak efektif dari parameter listriknya telah diperoleh.

Kata Kunci : *Energi, Ponsel, Kontrol, Short Message Service***I**

I. PENDAHULUAN

Sebagian besar energi listrik dibangkitkan oleh mesin-mesin sinkron. Mesin sinkron dapat operasikan sebagai generator atau motor tergantung pada energi masukannya. Belitan jangkar biasanya dalam bentuk 3 fasa, ditempatkan pada stator dan belitan medan pada rotor. Mesin diklasifikasikan sesuai dengan jenis rotor yaitu kutub silindris (*non-salient pole*) dan menonjol (*salient pole*). Mesin sinkron kutub salient, digunakan pada mesin-mesin dengan kecepatan rendah. Selain belitan medan, dirotor mesin sinkron sering juga terdapat belitan peredam yang berupa batang-batang konduktor terhubung singkat yang fungsinya untuk meredam penyimpangan maksimum roda-kutub dari kedudukan sinkron yang disebabkan oleh arus pusar. Generator adalah peralatan yang dapat membangkitkan energi listrik, kemudian disalurkan ke konsumen seperti halnya yang dipergunakan di rumah tangga, maupun di industri.

Dalam aktifitasnya generator sebagai catu daya pada sistem tenaga listrik sering mengalami gangguan. Yang dimaksud gangguan disini adalah adanya arus yang mengalir pada sistem diluar batasan yang diijinkan sesuai kemampuan peralatan yang digunakan. Kondisi yang dapat menyebabkan gangguan arus, yaitu kondisi pembebanan lebih (*over load*) dan kondisi gangguan hubung singkat (*short circuit*), serta gangguan terbukanya cabang jaringan yang menyebabkan terjadinya kenaikan harga arus pada cabang lainnya. Namun dari ketiga kondisi gangguan tersebut, gangguan arus hubung singkatlah yang menghasilkan arus sangat besar yang dapat merusak peralatan pada sistem tenaga listrik.

Untuk membangkitkan energi listrik generator digerakan melalui turbin, mesin diesel, roda-roda air atau dengan jenis penggerak mula lainnya. Jika hubung singkat terjadi pada rangkaian yang berasal dari generator, generator tetap menghasilkan tegangan, karena penguatan medannya tetap tersedia, serta penggerak mula yang memutar generatornya tetap berada pada kecepatan normalnya. Besaran tegangan yang dibangkitkan saat terjadi hubung singkat, dapat menghasilkan arus hubung singkat dengan magnitude yang sangat besar sekitar 5 sampai 10 kali arus nominalnya, yang mengalir dari generator ke rangkaian yang terhubung singkat. Jika arus hubung singkat yang besar ini, dikonsumsi oleh peralatan listrik, maka dapat mengakibatkan resiko kerusakan pada peralatan tersebut, dan untuk mengatasi resiko kerusakan peralatan akibat arus hubung singkat, dipergunakan suatu peralatan pengaman yang disebut sistem proteksi.

Salah satu faktor yang sangat penting untuk menentukan arus hubung singkat adalah mempertimbangkan semua sumber-sumber dari arus hubung singkat. Mesin sinkron merupakan sumber dasar yang dapat menghasilkan arus hubung singkat. Menentukan arus hubung singkat pada sistem tenaga listrrik mempunyai tujuan untuk memilih pemutus rangkaian (*circuit breaker*), fuse sesuai dan peralatan proteksi lain yang sesuai. Selain itu studi ini juga digunakan untuk menentukan koordinasi dari rele-rele yang akan digunakan.

Sedangkan pedoman dalam pemilihan alat pengaman (*circuit breaker*) dan peralatan proteksi lainnya biasanya menggunakan suatu analisis teoritis yang lengkap dan melibatkan suatu situasi elektromagnetik yang rumit dan membutuhkan operasi matematika yang sulit. Pendekatan yang biasa dilakukan adalah melakukan analisis kinerja *transien* pada generator saat terjadi hubung singkat. Kondisi *transien* pada generator disebabkan oleh perubahan beban elektris secara tiba-tiba. Untuk memilih sistem proteksi yang tepat pada sistem tenaga listrik, kondisi arus hubung singkat sesaat yang terjadi dari sistem tenaga listrik harus dipertimbangkan. Pertimbangan tersebut dilakukan supaya *circuit breaker* atau fuse dapat dipilih dengan kapasitas interupsi (IC) yang cukup. IC ini harus cukup tinggi untuk dapat membuka dengan aman arus hubung singkat maksimum yang terjadi pada setiap titik pada sistem tenaga listrik, jangan sampai masih ada aliran arus melalui *circuit breaker* jika hubung singkat terjadi pada peralatan yang di proteksinya.

Menentukan arus maksimum hubung singkat bukan merupakan hal yang baru, tetapi pada umumnya penentuannya menggunakan metoda standar. Yang dimaksud adalah metoda suatu generator 3 fasa yang mempunyai 3 belitan simestris pada sisi stator dan 2 belitan semetris disisi rotor. Analisis metode standar tersebut akan menghasilkan suatu persamaan fluksi, tegangan dan arus yang berorder 5 (lima).

Permasalahan yang timbul pada tulisan ini adalah proses perhitungan dalam menentukan besaran hubung singkat dengan metoda standar, yang digunakan sebagai informasi untuk memperoleh magnitude arus maksimum pada setiap saat terjadi hubung singkat mempunyai parameter perancangan yang cukup rumit dan komplek.

Berdasarkan permasalahan tersebut di atas pada tulisan ini akan mencoba untuk menyederhanakan metoda standar tersebut, dengan mengajukan Analisis Kinerja Peralihan Mesin Sinkron *Salien* Menggunakan Metoda Park kompleks. Metoda yang baru ini mempunyai sistem order dua dari sistem yang digeneralisasi tanpa mengabaikan sifat sistem aslinya. Dari pemodelan tersebut konsekuensinya parameter perancangan yang digunakan menjadi lebih sederhana.

Latifah Ali,Aksan, Ahmad Rizal Sultan,(Juni 2019), telah menyajikan analisis gangguan hubung singkat pada jaringan distribusi 20 kV di Gardu Induk Daya, untuk perhitungan gangguan hubung singkat tiga fasa, dua fasa dan satu fasa, analisis digunakan untuk menentukan koordinasi kerja relai terhadap gangguan hubung singkat menggunakan simulasi software ETAP 12.6.

Ogbonnaya I Okoro, (Maret 2005), telah menyajikan analisis *transient* pada sistem bantalan magnet aktif dengan menggunakan model matematis variable keadaan orde 6 (enam). Analisis sistem orde enam selama transient ini, dilakukan dengan bantuan program komputasi (Range–Kutta).

Suwitno, Eddy Hamdani (Desember 2005), telah menyajikan analisis *transient* arus hubung singkat antar fasa pada transformator dengan menggunakan metoda park-$\alpha\beta$ khususnya hubung singkat antara fasa 1 dan fasa 2. Dalam analisis ini telah diperoleh unjuk kerja arus hubung singkat dan waktu transient pada saat terjadinya hubung singkat disisi beban. Analisis transient dengan solusi park $\alpha\beta$ ini agak sulit, karena persamaannya mengandung koefisien yang berubahan terhadap waktu, sehingga akibatnya mutual induktansinya berubah terhadap waktu.

Yanuarsyah Haroen, Pekik Argo Dahono (1989), telah menyajikan analisis motor tak serempak tiga fasa dengan metoda Park Komplek. Dalam analisis ini dilakukan dengan mengabaikan parameter tahanan di sisi stator dan rotor. Dari hasil simulasi telah diperoleh informasi penting berupa besaran listrik maksimum seperti tegangan, arus, dan torsi maksimum yang digunakan dalam disain inverter dan motor listrik.

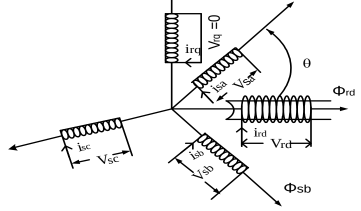
II. TINJAUAN PUSTAKA

Untuk mempermudah analisa kinerja peralihan mesin listrik, maka jumlah persamaan listrik perlu disederhanakan, sehingga cara pemecahanya lebih mudah.Metoda yang dipergunakan adalah metoda park dq.

Sistem park dq adalah suatu sistem yang mengambil sumbu horizontal sebagai sumbu direct (d) dan sumbu vertikal sebagai sumbu *quadrature* (q).

Dalam pembahasan diambil model mesin lisitrik 3 fasa jenis salient, yang mempunyai 3 belitan simetris pada sisi stator, dan 2 belitan pada sisi rotor yang terdiri belitan medan dan belitan peredam.

Bentuk fisik generator lisitrik 3 fasa jenis salient dapat ditunjukan pada Gambar 1.



Gambar 1. Pemodelan Generator Sinkron Salient 3 fasa, 3 belitan stator dan 2 fasa belitan rotor

Dengan menggunakan pemodelan ruang vector secara langsung akan diperoleh persamaan generator listrik yang mempunyai order 5 x 5. Hubungan persamaan fluksi listrik dan arus dapat ditulis sebagai berikut:

$$[\phi] = [L(\theta)].[I] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

dimana

$[\phi]$: matrik kolom fluksi $L[\theta]$: matrik induktansi $[i]$: matrik kolom arus

Untuk mesin listrik 3 fasa hubungan secara umum dapat dinyatakan dengan;

$$\begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr}(\theta) \\ L_{rs}(\theta) & L_{rr} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

Dengan demikian hubungan yang lebih lengkap dapat dirinci sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ls & Ms & Ms \\ Ms & Ls & Ms \\ Ms & Ms & Ls \\ M_{sr}\cos\theta & M_{sr}\cos(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\cos(\theta + 2\pi/3) \\ M_{sr}\sin\theta & M_{sr}\sin(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} M_{sr}\cos\theta & M_{sr}\sin\theta \\ M_{sr}\cos(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta - 2\pi/3) \\ M_{sr}\cos(\theta + 2\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta + 2\pi/3) \\ L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

dimana

L_s adalah matrik induktansi sendiri stator

L_r adalah matrik induktansi sendiri rotor

$M_{sr}(\theta)$ adalah matrik induktansi mutual stator dan rotor

Persamaan Tegangan

Secara umum persamaan tegangan dapat dituliskan dalam matrik kompound

$$[V_n] = [R_n][i_n] + \frac{d}{dt}[\phi_n] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

dimana

$[V_n]$: tegangan belitan fasa n, $[R_n]$: resistansi belitan fasa n,

$[i_n]$: arus belitan fasa n, $[\phi_n]$: fluksi belitan fasa n

Sehingga hubungan secara rinci dapat ditulis sebagai berikut;

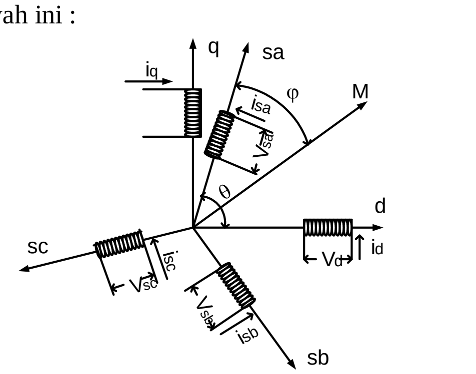
$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s & M_{sr}\cos\theta & M_{sr}\sin\theta \\ M_s & L_s & M_s & M_{sr}\cos(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta - 2\pi/3) \\ M_s & M_s & L_s & M_{sr}\cos(\theta - 4\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta - 4\pi/3) \\ M_{sr}\cos\theta & M_{sr}\cos(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\cos(\theta - 4\pi/3) & L_r & 0 \\ M_{sr}\sin\theta & M_{sr}\sin(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta - 4\pi/3) & 0 & L_r \end{bmatrix} \bullet \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} +$$
$$\frac{d\theta}{dt}\frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s & M_{sr}\cos\theta & M_{sr}\sin\theta \\ M_s & L_s & M_s & & M_{sr}\sin(\theta - 2\pi/3) \\ M_s & M_s & L_s & M_{sr}\cos(\theta - 4\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta - 4\pi/3) \\ M_{sr}\cos\theta & M_{sr}\cos(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\cos(\theta - 4\pi/3) & L_r & 0 \\ M_{sr}\sin\theta & M_{sr}\sin(\theta - 2\pi/3) & M_{sr}\sin(\theta - 4\pi/3) & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

…….(4)

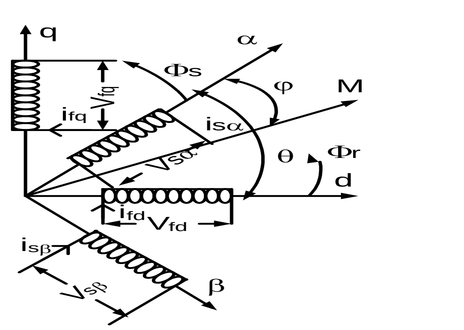
Analisis peralihan dengan menggunakan persaman (4) diatas sangat sulit, karena mengandung koefisien yang berubah terhadap waktu dan sebagai akibat adanya induktansi bersama yang merupakan fungsi dari posisi rotor. Untuk itu digunakan metoda park dq yang akan mentransformasikan sistem 3 fasa menjadi 2 fasa. Karena pada kumparan primer terdapat tiga variabel (sa,sb,sc), kita harus menggunakan tiga variabel subsitusi dalam mentransformasikan sistem 3 fasa menjadi variabel 2 fasa $\alpha\beta$. Adapun maksud transformasi dari 3 fasa menjadi 2 fasa yaitu merubah besaran lama menjadi besaran yang baru dengan menggunakan matrik transformasi basis.

Penentuan matrik transformasi basis [A] Dengan Analisis Kerapatan Fluksi.

Pada suatu vektor ruang transformator 3 fasa mempunyai distribusi kerapatan fluksi magnetik di celah udara sama dengan distribusi kerapatan fluksi pada ruang vektor 2 fasa yang baru. Rangkaian ekivalen transformasi 3 fasa ke sistem khayal 2 fasa, tidak menghilangkan prinsip-prinsip yang sebenarnya, karena dalam mentransformasikan mempergunakan harga-harga matrik transformasi dasar [A] dan $[A]^{-1}$. Sehingga Gambar 2. dapat diekivalenkan menjadi Gambar 3, seperti di bawah ini :



Gambar 2. Model mesin sinkron salient dengan titik M dalam ruang vektor sistem 3 fasa variabel abc



Gambar 3. Model mesin sinkron salient dengan titik M dalam ruang vektor sistem 2 fasa variabel $\alpha\beta$.

$$B_{M3} = kn_3 \begin{pmatrix} i_{sa}\cos\varphi + i_{sb}\cos\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right) + \\ i_{sc}\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right) + \\ i_d\cos(\theta-\varphi) + i_q\sin(\theta-\varphi) \end{pmatrix}$$

$$B_{M3} = kn_3 \begin{pmatrix} i_{sa}\cos\varphi + i_{sb}\left(-\frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\varphi\right) + \\ i_{sc}\left(-\frac{1}{2}\cos\varphi - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\varphi\right) + \ldots \\ i_d\cos(\theta-\varphi) + i_q\sin(\theta-\varphi) \end{pmatrix}$$

$$B_{M2} = i_{s\alpha}\cos\varphi + i_{s\beta}\sin\varphi + i_d\cos(\theta-\varphi) + ..$$
$$i_q\sin(\theta-\varphi)$$

Mengingat $B_{M3}=B_{M2}$ dan pemisahan komponen fluksi dalam faktor $\cos\theta, \sin\theta, \cos(\theta-\varphi)$, dan $\sin(\theta-\varphi)$ dapat diperoleh hubungan :

$$\begin{bmatrix} i_{so} \\ i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a & a \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}$$

dimana **a** bilangan yang harus memenuhi persyaratan matrik orthonormal. Karena matrik inverse [A] adalah matrik orthonormal sudah pasti bersifat orthogonal, sehingga terdapat hubungan $[A]^t = [A]^{-1}$. Cara mencari parameter $\frac{n_3}{n_2}$ dari inverse matrik A adalah **modul baris sama dengan berharga satu** yaitu $\frac{n_3}{n_2}\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = 1$,

sehingga diperoleh $\frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ dan menentukan parameter **a** dengan cara yang sama seperti diatas diperoleh $a = \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Sehingga diperoleh:

Inverse matrik A :

$$[A]^t = \sqrt{\frac{2}{3}} \bullet \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

dan matrik A :

Transformasi Sistem 3 Fasa ke Dalam Sistem 2 Fasa $\alpha\beta$

Adapun hubungan sistem yang baru variabel sumbu $\alpha - \beta$ terhadap sumbu abc adalah:

$$\left[X_{\alpha\beta os}\right]^t = [B]^{-1} \bullet \left[X_{abcs}\right]^t \text{ ....}(5)$$

dimana:

$$\left[X_{\alpha\beta os}\right]^t = \left[X_{\alpha s}\ X_{\beta s}\ X_{os}\right]$$

$$\left[X_{abcs}\right]^t = \left[X_{as}\ X_{bs}\ X_{cs}\right]$$

Sistem 2 fasa $\alpha\beta$ adalah suatu sistem ekivalen dengan sistem 3 fasa abc, dengan belitan fasa α ditempatkan pada sumbu horizontal dan belitan fasa β pada sumbu vertikal.

Persamaan fluksi stator sistem 3 fasa abc adalah

$$[\phi_s] = [L_{ss}][i_s] + [L_{sr}(\theta)][i_r]$$

Secara matematika $[\phi_s]$ dapat dinyatakan sistem referensim baru dengan hubungan;

$$[X_s] = [A].[X_{sN}] \text{ atau } [X_{sN}] = [A]^{-1}.[X_s]$$

dimana $[X_s]$: matrik variabel sistem lama ; $[X_{sN}]$: matrik variabel sistem baru

$[A]$:matrik transformasi dasar sistem referensi baru ke sistem lama

Dengan demikian persamaan fluksi stator dalam sistem referensi baru;

$$[\phi_{sN}] = [A]^{-1}[L_{ss}][A][i_{sN}] + [A]^{-1}[L_{sr}(\theta)][A][i_{rN}]$$

atau

$$[\phi_{sN}] = [L_{ss\,N}].[i_{sN}] + [L_{sr\,N}(\theta)].[i_{rN}] \text{.................(5)}$$

dengan

$$[L_{ssN}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3L_s}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3L_s}{2} \end{bmatrix} = \frac{3}{2}L_s\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dan

$$[L_{ssN}(\theta)] = M_{sr}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}\cos\theta & -\frac{3}{2}\sin\theta \\ 0 & \frac{3}{2}\sin\theta & \frac{3}{2}\cos\theta \end{bmatrix} = \frac{3}{2}M_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Maka matrik transformasi dasar sistem $\alpha\beta$ adalah:

$$[B]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

atau

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_{as} \\ X_{bs} \\ X_{cs} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian fluksi stator sistem baru pada persamaan (5), yang dinyatakan dengan referensi $\alpha\beta$ dapat dituliskan ;

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & 0 \\ 0 & l_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + m_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$

....(6)

dimana $l_s = \frac{3}{2}L_s$, $m_{sr} = \frac{3}{2}M_{sr}$

Persamaan fluksi stator sistem 3 fasa adalah

$$[V_s] = [R_s][i_s] + \frac{d}{dt}[\phi_s]$$

$$[V_{sN}] = [A]^{-1}[R_s][A][i_{s\,N}] + [A]^{-1}\frac{d}{dt}[A][\phi_{s\,N}]$$

atau

$$[V_{sN}] = [R_s][i_{s\,N}] + \frac{d}{dt}[\phi_{s\,N}] \text{.............................(7)}$$

Sehingga persamaan tegangan stator sistem 2 fasa variabel $\alpha\beta$ adalah

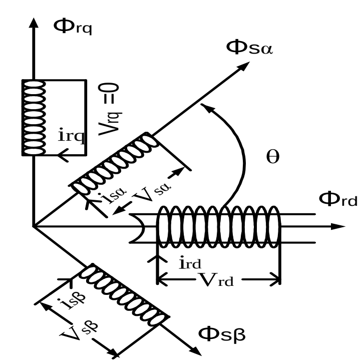
$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} \text{.....................(8)}$$

atau

$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_s & 0 \\ 0 & l_s \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} +$$

$$m_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + m_{sr}\omega\begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$

Pada suatu vektor ruang generator 3 fasa jenis *salient* mempunyai distribusi kerapatan fluksi magnetik di celah udara sama dengan distribusi kerapatan fluksi pada ruang vektor 2 fasa yang baru. Rangkaian ekivalen generator 3 fasa ke sistem khayal belitan 2 fasa sistem $\alpha\beta$, tidak menghilangkan prinsip-prinsip yang sebenarnya, karena dalam mentransformasikan mempergunakan harga-harga matrik transformasi dasar [A] dan $[A]^{-1}$. Sehingga gambar 1. dapat diekivalenkan menjadi Gambar 4, seperti dibawah ini:



Gambar 4. Model generator belitan stator 3fasa diubah menjadi sistem khayal belitan 2 fasa $\alpha\beta$.

Dari Gambar 4, didapat hubungan fluksi belitan stator dan rotor yang baru terhadap arus listrik yang mengalir :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} = l_s\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + m_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = l_r\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + m_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$

atau dapat ditulis dalam bentuk matrik diperoleh hubungan :

$$[X_{dq}] = [B_S]^{-1} \bullet [X_{\alpha\beta}]$$

……………..…………..(9)

maka

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X\alpha \\ X\beta \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh Matrik B_s^{-1} :

$$[B_s]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

dan matrik B_s :

$$[B_s] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

atau

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_o \end{bmatrix}$$

Untuk mempermudah kinerja peralihan mesin listrik, maka jumlah persamaan perlu disederhanakan, sehingga cara pemecahannya lebih mudah. Metoda yang dipergunakan untuk itu adalah metoda park kompleks.

Penentuan Matrik Transformasi dasar sumbu a,b,c ke sumbu dq

Jika diambil persamaan (5) dan persamaan (6) dan disubsitusikan akan diperoleh :

$$[X_{dqo}] = [B_s]^{-1} \bullet [A]^{-1} \bullet [X_{abc}]$$

atau

$$[X_{dqo}] = [C]^{-1} \bullet [X_{abc}]$$

..………..…..………..(10)

Sehingga diperoleh hubungan transformasi dasar sebagai pengubah besaran baru (rangka refensi) sumbu dq dan sumbu variabel abc yang kita kenal matrik C :

$$[C]^{-1} = [B_s]^{-1}[A]^{-1}$$

Sehingga diperoleh inverse matrik A:

$$[C]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \text{...(11)}$$

Dengan menggunakan aturan adjoin matrik inverse C dirubah menjadi matrik C :

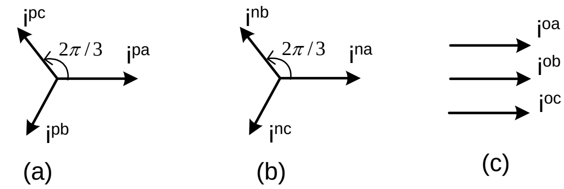
$$[C] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3 & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \text{...........(12)}$$

Sehingga secara detail hubungan system sumbu park dq dengan system 3 fasa variable abc adalah;

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}$$

Transformasi Sistem 3 Fasa ke Sistem Kompleks.

Penentuan matrik transformasi langsung ke system kompleks. Sebelum membahas system kompleks terlebih dahulu dibicarakan tentang arus urutan. Arus urutan dapat digambarkan seperti Gambar 5 di bawah ini:



Gambar 5. Arus Urutan (a) Urutan Positip, (b) Urutan Negatip, dan (c) Urutan Nol

Arus pada sistem 3 fasa dapat dinyatakan dalam arus urutan komponen simetris, seperti ditunjukkan gambar 6, sehingga,

$$i_a = i^{pa} + i^{na} + i^{oa}$$

$$i_b = i^{pb} + i^{nb} + i^{ob}$$

$$i_c = i^{pc} + i^{nc} + i^{oc}$$

Jika didefinisikan ;

$$i^{pa} = i^+; \quad i^{na} = i^-; \quad i^{oa} = i^0,$$

$$i^{pb} = h^2 i^+; \quad i^{nb} = hi^-; \quad i^{ob} = i^0$$

$$i^{pc} = hi^+; \quad i^{nc} = h^2 i^-; \quad i^{oc} = i^0$$

dengan $h = e^{j2\pi/3}$, sehingga persamaan diatas secara matrik dapat ditulis menjadi ;

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i^+ \\ i^- \\ i^0 \end{bmatrix} \text{….,,,,,,,,,,,,,,,,,,.(13)}$$

dengan ;

i_a, i_b, i_c adalah arus dari sistem 3 phasa

i^+, i^-, i^0 adalah arus urutan positip, negatip, dan nol dari komponen simestris

$h = e^{j2\pi/3}$ adalah operator kompleks modul 1 dan sudut $2\pi/3$

Sehingga transformasi system 3 fasa ke system kompleks (S_3) adalah ;

$$S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix}$$

Kemudian untuk menentukan invers matriks transformasi pada persamaan (11) dapat dihitung sebagai berikut:

$$S_3^{-1} = \frac{adjo\,\mathrm{int}\,[S_3]}{Det\,|S_3|}$$

sehigga diperoleh invers matriks transformasi S_3 adalalah:

$$S_3^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan $[S_3]^{*t}$ adalah

$$[S_3]^{*t} = \begin{bmatrix} 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi karena matriknya bersifat orthogonal maka $[S_3]^{*t} = [S_3]^{-1}$.
Agar daya invariant, untuk itu $[S_3]$ harus dibagi $\sqrt{3}$ dan $[S_3]^{-1}$ harus dikalikan $\sqrt{3}$, sehingga diperoleh bentuk sebagai berikut:

$$S_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

dan

$$[S_3]^{*t} = [S_3]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots(15)$$

sehingga jika matrik $[S_3]$ dikali dengan matrik $[S_3]^{*t}$ hasilnya matrik identitas

$$[S_3]\bullet[S_3]^{*t} = [I]$$

Transformasi System 2 Fasa ke Sistem Kompleks Dengan Matrik S_3.

Dari pembahasan transformasi system 3-fasa ke system 2- fasa diperoleh :

$$[i_{o\alpha\beta}] = [A]^{-1}[i_{abc}]$$

atau

$$\begin{bmatrix} i_{so} \\ i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1/2\sqrt{2} & 1/2\sqrt{2} & 1/2\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2\sqrt{3} & -1/2\sqrt{3} \end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

……………………………………………………(16)

Jika arus system 3-fasa pada persamaan (16) dinyatakan dalam system komponen simetris akan diperoleh :

$$\begin{bmatrix} i_{so} \\ i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1/2\sqrt{2} & 1/2\sqrt{2} & 1/2\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2\sqrt{3} & -1/2\sqrt{3} \end{bmatrix}\bullet\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix} i^0 \\ i^+ \\ i^- \end{bmatrix}$$

Akan tetapi dalam system 2 fasa urutan nol tidak mempunyai bentuk ekivalen sehingga persamaan diatas dapat ditulis menjadi:

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2\sqrt{3} & -1/2\sqrt{3} \end{bmatrix}.\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i^+ \\ i^- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{3}\begin{bmatrix} 3/2 & 3/2 \\ -j3/2 & j3/2 \end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix} i^+ \\ i^- \end{bmatrix}$$

jadi hubungan system 2- fasa $\alpha\beta$ terhadap system kompleks adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix} i^+ \\ i^- \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

atau

$$[S_2] = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

sehingga invers matrik $[S_2]$ adalah:

$$[S_2]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

Sehingga diperoleh hubungan system kompleks terhadap system 2 fasa $\alpha\beta$ adalah :

$$\begin{bmatrix} i^+ \\ i^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

Persamaan Fluks Dalam Sistem Kompleks

Persamaan fluksi stator komplek ditulis sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \phi_s^+ \\ \phi_s^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & 0 \\ 0 & l_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} + m_{sr}\begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots.(21)$$

Sedangkan persamaan fluks pada kumparan rotor, adalah :

$$\begin{bmatrix} \phi_r^+ \\ \phi_r^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & 0 \\ 0 & l_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix} + m_{sr}\begin{bmatrix} e^{-j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots..(22)$$

Persamaan Tegangan System Park Kompleks

Dari persamaan tegangan $V = Ri + \frac{d}{dt}\phi$, dapat dibuat persamaan tegangan untuk system yang baru, yaitu:

$$V_{sN} = [R_s][i_{sN}] + \frac{d}{dt}[\phi_{sN}]$$

$$V_{rN} = [R_r][i_{rN}] + \frac{d}{dt}[\phi_{rN}]$$

Secara matrik persamaan tegangan disisi primer trafo pada system yang baru adalah:

$$\begin{bmatrix} V_s^+ \\ V_s^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \phi_s^+ \\ \phi_s^- \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots(23)$$

dengan mensubsitusikan persamaan (21) kedalam persamaan (23) diperoleh hubungan tegangan disisi primer pada system baru adalah :

$$\begin{bmatrix} V_s^+ \\ V_s^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{d}{dt}l_s & 0 \\ 0 & R_s + \frac{d}{dt}l_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} + m_{sr}.\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix}$$

……………………………………………………(24)

dan persamaan tegangan di sekunder untuk system yang baru, adalah:

$$\begin{bmatrix} V_r^+ \\ V_r^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & Rr \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \phi_r^+ \\ \phi_r^- \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(25)$$

Dengan mensubsitusikan persamaan (22)kepersamaan (25) diperoleh hubungan tegangan dengan arus sistem baru pada sisi sekunder adalah:

$$\begin{bmatrix} V_r^+ \\ V_r^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r + \frac{d}{dt} l_r & 0 \\ 0 & R_r + \frac{d}{dt} l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix} + m_{sr} . \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix}$$

....(26)

Jadi hubungan system baru park kompleks dengan system lama tiga fasa adalah:

$$\begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ h^2 & h \\ h & h^2 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} \quad \text{………………………(27)}$$

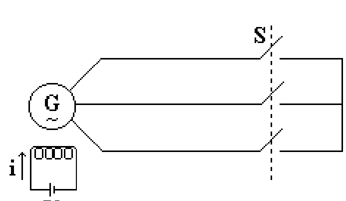
III. BAHAN DAN METODA

Untuk menguji gejala peralihan arus hubung singkat pada mesin sinkron 3 fasa tersebut maka dipergunakan metodologi meliputi; memodelkan bentuk fisik mesin listrik yang sebenarnya kedalam bentuk rangkaian ekivalen. Kemudian merubah rangkaian ekivalen 3 fasa (variabel abc) menjadi 2 fasa (variabel $\alpha\beta$) dan menentukan persamaan mesin listrik serta persamaan transformasi dari variabel fasa abc menjadi variabel $\alpha\beta$. Kemudian merubah sistem $\alpha\beta$ ke sistem dq serta menentukan persamaan transformasi dari variabel fasa $\alpha\beta$ menjadi variabel dq, selanjutkan menentukan transformasi sistem 3 fasa ke sistem kompleks dan transformasi sistem 2 fasa ke sistem kompleks dengan matrik S_3.

Menentukan suatu persamaan mesin listrik dalam keadaan beban nol untuk menentukan persamaan tegangan dan arus di stator dan di rotor, serta menentukan suatu persamaan mesin listrik dalam keadaan hubung singkat untuk menentukan persamaan tegangan dan arus di stator dan di rotor.

Menghitung perubahan tegangan yang terjadi, serta menentukan hubungan antara perubahan tegangan dan perubahan arus. Akhirnya menghitung perubahan arus yang terjadi dengan menyelesaikan persamaan differensial antara perubahan tegangan dan perubahan arus. Menghitung arus hubung singkat dan menguji validitas analisis proses perhitungan dan simulasi akan dilaksanakan dengan menggunakan komputer.

Sebagai llustrasi dibahas mesin sinkron non salient 3 fasa bekerja tanpa beban, kemudian dilakukan hubung singkat 3 fasa seperti ditunjukkan Gambar 7 dibawah ini;



Gambar 6. ***Mesin*** **sinkron non salient 3 fasa Sisi Stator Dilengkapi Saklar**

Gambar 6, Mesin sinkron non salient 3 fasa Sisi Statordilengkapi saklar pada saat saklar terbuka hubungan mesin dalam kondisi tanpa beban, sedangkan dalam kondisi saklar tertutup sisi sekunder mesin terjadi hubung singkat tiga fasa antara fasa1, fasa 2 dan fasa 3.

Pada kondisi beban nol :

Kondisi awal, dalam keadaan tanpa beban $i_{sa} = i_{sb} = i_{sc} = 0$, $V_{rd} = V$ dan $i_{rd} = i$, sehingga i_s^+ dan $i_s^- = 0$, sehingga fluksi stator dan rotornya

$$\begin{bmatrix} \phi_s^+ \\ \phi_s^- \end{bmatrix} = l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = m_{sr} \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_r^+ \\ \phi_r^- \end{bmatrix} = l_r \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = l_r \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

dan tegangan beban nol pada stator dan rotor

$$\begin{bmatrix} V_s^+ \\ V_s^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{d}{dt} l_s & 0 \\ 0 & R_s + \frac{d}{dt} l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix} + \omega m_{sr} \begin{bmatrix} je^{j\theta} & 0 \\ 0 & -je^{-j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix}$$

$$V_s^+ = j \frac{\omega m_{sr} i}{\sqrt{2}} e^{j\theta} = V_{s0}^+$$

$$\begin{bmatrix} V_r^+ \\ V_r^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r + \frac{d}{dt} l_r & 0 \\ 0 & R_r + \frac{d}{dt} l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r^+ \\ i_r^- \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix} + \omega m_{sr} \begin{bmatrix} -je^{-j\theta} & 0 \\ 0 & je^{j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^+ \\ i_s^- \end{bmatrix}$$

$$V_r^+ = \left(R_r + \frac{d}{dt} l_r \right) \frac{i}{\sqrt{2}} = R_r \frac{i}{\sqrt{2}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Pada kondisi hubung singkat :

Dalam keadaan hubung singkat $V_{sa} = V_{sb} = V_{sc} = 0$, $V_{rd} = V$, dan $V_{rq} = 0$, sehingga tegangan stotor dan rotornya

$$V_s^+ = 0$$

$$\begin{bmatrix} V_r^+ \\ V_r^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dari analisa kondisi tanpa beban dan hubung singkat , maka diperoleh perubahan tegangan yaitu pengurangan parameter hubung singkat dengan tanpa beban atau dapat ditulis sebagai berikut;

$\Delta V_s^+ = V_s^+$ hubung singkat - V_s^+ tanpa beban=0-$V_{so}^+ = -V_{so}^+$

$\Delta V_r^+ = V_r^+$ hubung singkat - V_{sr}^+ tanpa beban= $\frac{V}{\sqrt{2}} - \frac{V}{\sqrt{2}} = 0$

Dengan mengganti tegangan V dan arus i pada persamaan (24) dan persamaan (26) dengan ΔV dan Δi, maka persamaan perubahan tegangan dapat dituliskan :

$$\Delta V_s^+ = \left(R_s + \frac{d}{dt} l_s \right) \Delta i_s^+ + m_{sr} e^{j\theta} \frac{d}{dt} \Delta i_r^+ + j\omega m_{sr} e^{j\theta} \Delta i_r^+$$

$$\Delta V_r^+ = \left(R_r + \frac{d}{dt} l_r \right) \Delta i_r^+ + m_{sr} e^{-j\theta} \frac{d}{dt} \Delta i_s^+ - j\omega m_{sr} e^{-j\theta} \Delta i_s^+$$

dalam bentuk matriks dapat dituliskan :

$$\begin{bmatrix}\Delta V_s^+\\ \Delta V_r^+\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_s+\frac{d}{dt}l_s & j\omega m_{sr}e^{j\theta}\\ -j\omega m_{sr}e^{-j\theta} & R_r+\frac{d}{dt}l_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_s^+\\ \Delta i_r^+\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & m_{sr}e^{j\theta}\\ m_{sr}e^{-j\theta} & 0\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta i_s^+\\ \Delta i_r^+\end{bmatrix}$$
.,,.,,,,,,,,,,.(28)

Besaran perubahan tegangan $\Delta V_s^+, \Delta V_s^-, \Delta V_r^+$,dan ΔV_r^- telah diketahui, sehingga secara numerik dapat diperoleh harga perubahan arus Δi_s^+,dan Δi_r^+, sedangkan harga perubahan arus komponen negatip (Δi_s^-,dan Δi_r^-) diperoleh dengan conjugate nilai perubahan arus komponen pasitipnya.

Bila dimisalkan :

$$[V]=\begin{bmatrix}\Delta V_s^+\\ \Delta V_r^+\end{bmatrix}\quad I=\begin{bmatrix}\Delta i_s^+\\ \Delta i_r^+\end{bmatrix}\quad [R]=\begin{bmatrix}R_s+\frac{d}{dt}l_s & j\omega m_{sr}e^{j\theta}\\ -j\omega m_{sr}e^{-j\theta} & R_r+\frac{d}{dt}l_r\end{bmatrix}$$

$$[L]=\begin{bmatrix}0 & m_{sr}e^{j\theta}\\ m_{sr}e^{-j\theta} & 0\end{bmatrix}$$

maka persamaan dapat dituliskan menjadi :

$$\|V\|=[R][I]+[L]\frac{d}{dt}[I] \quad\text{...(29)}$$

Persamaan (29) diselesaikan secara numerik menggunakan pogram Matlab, untuk mendapatkan harga harga perubahan arus. Kemudian arus transient pada keadaan hubung singkat didapatkan dengan menjumlahlkan arus beban nol dengan perubahan arus yang terjadi, atau dapat ditulis sebagai berikut:

Arus hubung singkat = Arus beban nol + Perbahan Arus.

Untuk menentukan arus peralihan pada sistem tiga fasa dapat diperoleh dengan bantuan persamaan (27).

Bahan yang dipergunakan pada penelitian ini generator sinkron rotor non silindris 3-fasa, daya 2,2 kW, tegangan eksitasi 250V, putaran 1500 rpm, arus eksitasi 2A dengn parameter R_s = 2,81Ώ, R_r = 2,41 Ω, $l_s = l_r$ = 0,257 H, dan m_{sr} = 0,242H. Dan alat ukur seperti alat ukur Wattmeter, Tachometer, Ampere meter, dan Voltmeter, difungsikan menentukan nilai parameter mesin serta saklar digunakan sebagai alat pembuka dan penutup hubung singkat. Simulasi dilakukan dengan memecahkan persamaan diferensial persamaan (29) dengan menggunakan metoda integrasi Trapesium, sehingga persamaan (29) dapat ditentukan nilai arus sesaat sebagai berikut;

$$\frac{di(t)}{dt}=-[L]^{-1}[R].i(t)+[L]^{-1}v(t)\text{, jika}$$

$$A=-[L]^{-1}\times[R] \quad \textbf{dan} \quad i(t)=x(t)$$
$$b=[L]^{-1} \qquad\qquad v(t)=u(t)$$

sehingga persamaan menjadi

$$\frac{di(t)}{dt}=A(t)di(t)+b(t)dv(t)$$

kemudian persamaan tersebut diintegrasikan menggunakan metoda integrasi Trapesium diperoleh persamaan arus sesaat;

$$i(t)=\left[I-\frac{1}{2}\Delta tA\right]^{-1}\left[I+\frac{1}{2}\Delta tA\right]i(t-\Delta t)..$$
$$+b\left[I-\frac{1}{2}\Delta tA\right]^{-1}\frac{1}{2}\Delta t[v(t)+v(t-\Delta t)]$$

atau disederhanakan menjadi

$$i(t)=M.i(t-\Delta t)+N([v(t)+v(t-\Delta t)])\text{.....(30)}$$

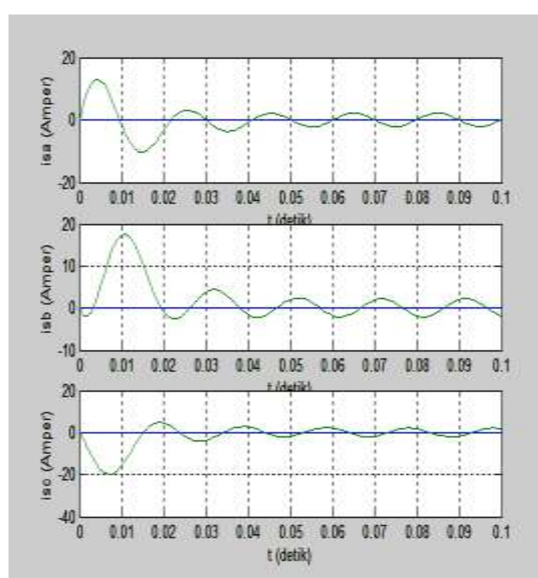
dengan

$$M=\left[I-\frac{1}{2}.\Delta t.A\right]^{-1}\times\left[I+\frac{1}{2}.\Delta t.A\right]$$

$$N=\left[I-\frac{1}{2}.\Delta t.A\right]^{-1}\times\left[\frac{1}{2}.\Delta t\right]b$$

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan data mesin sinkron rotor non silindris 3-fasa, daya 2,2 kW, tegangan eksitasi 250V, putaran 1500 rpm, arus eksitasi 2A dengan parameter mesin R_s = 2,81Ώ, R_r = 2,41 Ώ, $l_s = l_r$ = 0,257 H, dan m_{sr} = 0,242H. maka persamaan diferensial arus pada persamaan (30) diselesaikan menggunakan metoda integrasi trapesium software program Matlab, dihasilkan arus hubung singkat 3-fasa disisi stator mesin sinkron rotor salient seperti ditunjukkan pada Gambar 7.



Gambar 7. Respon Arus hubung singkat 3-fasa mesin sinkron kutub salint pada sisi stator.

Dari respon arus hubung singkat mesin sinkron kutub salient 3-fasa seperti diperlihatkan Gambar 7 dapat dianalisa sebagai berikut;

Respon arus hubung singkat pada fasa a, pada saat terjadi hubung singkat mencapai 11,48 A dan mencapai arus normal 2 A selama 0,04 detik, serta respon arus hubung singkat berbentuk tidak simetris

Respon arus hubung singkat pada fasa b, pada saat terjadi hubung singkat mencapai 18, 98 A dan mencapai arus normal 2 A selama 0,04 detik, serta respon arus hubung singkat berbentuk tidak simetris.

Respon arus hubung singkat pada fasa c, pada saat terjadi hubung singkat mencapai -19, 47 A dan mencapai arus normal 2 A selama 0,04 detik, serta respon arus hubung singkat tidak simetris. Dari ke tiga respon arus fasa a, b, dan c bahwa tidak simetris maksimum pada saat arus hubung singkat terjadi dan arus secara bertahap menjadi simetris dalam 2 (dua) siklus setelah terjadinya hubung singkat seperti ditunjukkan gambar 8 diatas..

V. KESIMPULAN

Dari hasil simulasi penyelesaian persamaan diferensial arus hubung singkat menggunakan metoda integrasi trapesium pada mesin sinkron rotor kutub salient 3-fasa besaran-besaran yang penting seperti halnya arus puncak maksimum saat terjadi hubung singkat fasa a sebesar 11,48A, fasa b sebesar 18,98 A, fasa c sebesar -19,47 A dan banyaknya siklus penurunan arus hubung singkat dari nilai maksimum sampai nilai konstan dalam 2 (dua) siklus dan waktunya selama 0,04 detik. Dengan kata lain dapat dikatakan bahwa analisis yang diajukan cukup efisien, karena arus puncak maksimum dan banyaknya siklus serta lamanya dari kondisi transient menuju kondisi mantap langsung dapat diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Latifah Ali, 2019, *Analisis Gangguan Hubung Singkat Pada Jaringan Distribusi 20 KV di Gardu Induk Daya*, Jurnal Ilmiah Flash Vol. 5 No. 1, Halaman: 16 - 22 Juni 2019, Jurusan Teknik Elektro, Politeknik Negeri Ujung Pandang

[2]. Ogbinnaya I. Okoro, 2005, *Transient State Analysis of an Active Magnetic Bearing (AMB) System with Six Degree of Fredoms MATLAB*, The Pasific Journal of Science and Technology University of Negeria, Volume 6, Number 1, May 2005

[3]. Suwitno, 2005, *Analisis transient arus hubung singkat dua fasa pada transformator dengan metoda park* $\alpha\beta$. Proceeding di Politeknik Brawijaya Malang

[4]. Yanuarsyah Haroen, dan Pekik Argo Dahono, 1989, *Analisis Motor Tak serempak Tiga Fasa Dengan Metoda Park Kompleks*, Proceedings ITB, Vol. 22, No.1/2/3.

[5]. Emeritus, 1984, *Transient Phenomena in Electrical Machines*.