Identification et validation expérimentale d'un modèle stochastique des incertitudes en vibroacoustique d'un panneau composite.

C. Chen, Denis Duhamel, Christian Soize

Identification et validation expérimentale d'un modèle stochastique des incertitudes en vibroacoustique d'un panneau composite

Chaohui Chen (1), Denis Duhamel(2) & Christian Soize(1)

(1) : Université de Marne-la-Vallée
Laboratoire de Mécanique, Institut Navier
5 Bd Descartes 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2
chaoui.chen@univ-mlv.fr , soize@univ-mlv.fr
(2) :Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
Laboratoire d'Analyse des Matériaux et Identification, Institut Navier
6-8 Avenue Blaise Pascal 77455 Marne-la-Vallée
duhamel@lami.enpc.fr

Résumé :

On présente un modèle probabiliste de prise en compte des incertitudes de modèle et de données pour un panneau multi-couche composite et on étudie l'influence de ces incertitudes sur la prévision du comportement vibroacoustique du panneau couplé à une cavité acoustique bornée. Huit panneaux composites ont été réalisés avec le même procédé de fabrication. Des mesures expérimentales des réponses vibratoires et acoustiques ont été faites dans le domaine des basses et des moyennes fréquences. Ces mesures permettent d'itentifier le modèle probabiliste des incertitudes. On présente le modèle numérique probabiliste et on compare les prévisions avec les résultats expérimentaux pour validation.

Abstract :

We present a probabilistic model allowing uncertainties induced by model and data errors to be taken into account for a multi-layer composite sandwich panel. The sensitivity of the internal noise inside a bounded cavity coupled with the panel is analyzed with respect to uncertainties. Eight composite panels have been constructed by using the same manufacturing process. Experimental measurements of the vibration and acoustic responses have been performed in the low- and medium- frequency ranges. These measurements allow the probabilistic model of uncertainties to be identified.We present the probabilistic numerical model and its comparison with the experiments for validation.

Mots-clefs :

Vibroacoustique, panneau multicouche composite, incertitudes, modèle probabiliste

1 Introduction

La prévision numérique de la réponse vibroacoustique des panneaux composites multi-couches est relativement robuste aux incertitudes de modèle et de données dans le domaine des basses fréquences mais est sensible, et donc non robuste, à ces mêmes incertitudes, dans le domaine des moyennes fréquences. Dans ce papier, on présente des résultats expérimentaux permettant (1) d'analyser la robustesse du comportement vibroacoustique de tels panneaux vis-à-vis du procédé de fabrication (2) d'identifier les paramètres du modèle probabiliste des incertitudes du panneau (problème inverse) et (3) de comparer les prévisions numériques du système vibroacoustique avec les mesures expérimentales. On s'intéresse ici exclusivement à l'influence des incertitudes de modélisation du panneau composite sur le bruit interne qu'il génère dans la cavité. Le panneau composite constitue une des 6 parois d'un cavité acoustique, les 5 autres parois étant rigides. L'excitation est une force appliquée au panneau et les accélérations du panneau et les pressions dans la cavité acoustique sont mesurées. L'identification des fonctions de réponse en fréquence (FRF) expérimentales est faite par les méthodes usuelles et les modes propres de structure sont identifiés [1,2,3]. Un modèle mécanique moyen homogénéisé du panneau a été développé [4-6] ainsi qu'un modèle vibroacoustique moyen du système constitué de la structure (panneau) couplée avec le fluide acoustique (cavité) [7,8]. Pour prendre en compte les incertitudes sur le panneau, on utilise un modèle probabiliste non paramétrique [9,10]. Le problème inverse de l'identification des paramètres du modèle probabiliste non paramétrique des incertitudes du panneau seul non couplé avec la cavité acoustique est présenté dans [11,12].

2 Description du système couplé fluide-structure et expérience vibroacoutique

Le système est constitué d'un panneau composite sandwich dans le plan Oxy, d'épaisseur totale $0.01068\,m$, de $0.40\,m$ de longueur et de $0.30\,m$ de largeur, couplé avec une cavité acoustique de $0.39\,m$ de longueur, de $0.29\,m$ de largeur et de $0.20\,m$ de profondeur. Ce panneau est celui décrit dans [11,12] et est constitué de deux peaux minces de carbone-résine et d'un coeur en mousse relativement rigide. Chaque peau est constituée de deux couches minces en carbone-résine, chaque couche ayant $0.00017\,m$ d'épaisseur, une masse volumique de $1600\,kg/m^3$, des constantes d'élasticité $E_x = 101$ GPa, $E_y = 6.2$ GPa, $\nu_{xy} = 0.32$, $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 2.4$ GPa. Les deux premières couches de carbone-résine sont unidirectionnelles et sont orientées [60/-60]. La troisième couche est la mousse d'épaisseur $0.01\,m$, de masse volumique $80\,kg/m^3$, de constantes d'élasticité $E_x = E_y = 60$ MPa, $\nu_{xy} = 0$, $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 30$ MPa. Les quatrième et cinquième couches de carbone-résine sont unidirectionnelles et sont orientées [60/-60]. Le montage expérimental du système vibroacoustique est montré sur la Figure 1. Le panneau est vertical dans le plan Oxy, l'origine O étant dans le coin bas gauche du panneau et l'axe y est vertical. La cavité acoustique est sur la gauche de la photo. On peut voir à droite de la photo le pôt électrodynamique qui délivre la force d'excitation suivant l'axe z perpendiculaire au plan du panneau, au point de coordonnées $x = 0.187\,m$, $y = 0.103\,m$. Dans ce papier, les résultats présentés seront limités (1) à l'accélération normale (suivant z) en deux points du panneau : point P_1 de coordonnées $x = 0.187\,m$, $y = 0.159\,m$ et point P_2 de coordonnées $x = 0.337\,m$, $y = 0.272\,m$, et (2) à la pression en deux points de la cavité acoustique : point C_1 de coordonnées $x = 0.310\,m$, $y = 0.104\,m$, $z = 0.119\,m$ et point C_2 de coordonnées $x = 0.135\,m$, $y = 0.104\,m$, $z = 0.021\,m$.

FIG. 1 – Photo du montage expérimental du système vibroacoustique

3 Modèle matriciel moyen réduit du panneau couplé avec la cavité acoustique

Pour toute pulsation ω fixée dans la bande d'analyse, le modèle matriciel moyen réduit du système vibroacoustique peut s'écrire,

$$\begin{bmatrix} [\underline{A}^S(\omega)] & i\omega[\underline{C}] \\ i\omega[\underline{C}]^T & -[\underline{A}^F(\omega)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}^S(\omega) \\ \underline{\widetilde{\mathbf{q}}}^F(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}^S(\omega) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

où $\underline{\mathbf{q}}^S(\omega)$ est le vecteur complexe des n cordonnées généralisées de structure, $\underline{F}^S(\omega)$ est le vecteur complexe des n forces modales externes, $\underline{\widetilde{\mathbf{q}}}^F(\omega)$ est le vecteur complexe des m coordonnées généralisées acoustiques. La matrice de raideur dynamique généralisée $[\underline{A}^R(\omega)]$ avec (R=S ou R=F) s'écrit $[\underline{A}^R(\omega)] = -\omega^2[\underline{M}^R] + i\omega[\underline{D}^R] + [\underline{K}^R]$, dans laquelle $[\underline{M}^R]$, $[\underline{D}^R]$, $[\underline{K}^R]$ sont les matrices de masse, d'amortissement, de raideur généralisées. La matrice $[\underline{C}]$ est la matrice réelle $(n \times m)$ de couplage vibroacoustique généralisé. Les déplacements de la structure et les pressions acoustiques dans la cavité sont donnés par $\underline{U}^S(\omega) = [\underline{\Psi}]\underline{\mathbf{q}}^S(\omega)$ et $\underline{P}^F(\omega) = i\omega[\underline{\Phi}]\underline{\widetilde{\mathbf{q}}}^F(\omega)$, où $[\underline{\Psi}]$ est la matrice réelle $(n_S \times n)$ constituée (1) des 6 modes de corps rigides du panneau et des $(n-6)$ modes élastiques de la structure *in vacuo* associés aux $(n-6)$ premières fréquences propres de structure, $[\underline{\Phi}]$ est la matrice réelle $(n_F \times m)$ constituée (1) du mode à pression constante associé à la valeur propre nulle et (2) des modes acoustiques associées aux $(m-1)$ premières fréquences propres acoustiques de la cavité à parois rigides. Enfin n_S et n_F représentent les DDLs de la structure et de la cavité acoustique. Le maillage du panneau est constitué de 64×48 éléments finis de plaque homogénéisée à 4 noeuds et le maillage de la cavité acoustique est constitué de $62 \times 46 \times 30$ éléments finis volumiques acoustiques à 8 noeuds. Le maillage est compatible sur l'interface de couplage vibroacoustique.

4 Modèle probabiliste non paramétrique des incertitudes pour le panneau

L'équation (1) est remplacée par

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^S(\omega)] & i\omega[\underline{C}] \\ i\omega[\underline{C}]^T & -[\underline{A}^F(\omega)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^S(\omega) \\ \widetilde{\mathbf{Q}}^F(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}^S(\omega) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

où $\mathbf{Q}^S(\omega)$ et $\widetilde{\mathbf{Q}}^F(\omega)$ sont les vecteurs aléatoires complexes des coordonnées généralisées. La matrice réduite moyenne de raideur dynamique généralisée de la structure incertaine $[\underline{A}^S(\omega)]$ est remplacée par la matrice aléatoire complexe $[\mathbf{A}^S(\omega)] = -\omega^2[\mathbf{M}^S] + i\omega[\mathbf{D}^S] + [\mathbf{K}^S]$. La construction des matrices aléatoires pleines généralisées $[\mathbf{M}^S]$, $[\mathbf{D}^S]$, $[\mathbf{K}^S]$ est donnée dans les références [9,10]. Les pressions acoustiques aléatoires dans la cavité et les déplacements aléatoires de la structure sont donnés par $\mathbf{U}^S(\omega) = [\underline{\Psi}]\,\mathbf{Q}^S(\omega)$ et $\mathbf{P}^F(\omega) = i\omega\,[\underline{\Phi}]\,\widetilde{\mathbf{Q}}^F(\omega)$.

5 Estimation expérimentale des paramètres de dispersion du modèle probabiliste non paramétrique des incertitudes du panneau

La méthode d'identification par problème inverse de ces paramètres est développée (et appliquée au panneau non couplé) dans les références [11,12], que nous résumons ci-après. On associe au ν premiers modes propres élastiques calculés avec le modèle moyen, les ν modes élastiques expérimentaux construits avec l'analyse modale expérimentale. Comme les modes calculés et mesurés sont différents, on introduit le changement de base

$$\widetilde{\mathbf{q}}^{exp}(\theta_r) = [S_\nu^{exp}(\theta_r)]\,\mathbf{q}^{exp}(\theta_r) \tag{3}$$

avec $\widetilde{\mathbf{q}}^{exp}(\theta_r)$ le vecteur dans $\mathbb{C}^m$ des coordonnées généralisées expérimentales pour le panneau θ_r, et où $\mathbf{q}^{exp}(\theta_r)$ est le vecteur correspondant dans $\mathbb{C}^m$ du modèle moyen. La transformation définie par l'Eq. (**??**) permet de transformer les matrices généralisées expérimentales $[\widetilde{M}_\nu^{exp}(\theta_r)]$, $[\widetilde{D}_\nu^{exp}(\theta_r)]$ et $[\widetilde{K}_\nu^{exp}(\theta_r)]$ de masse, d'amortissement et de raideur, en les matrices $[M_\nu^{exp}(\theta_r)]$, $[D_\nu^{exp}(\theta_r)]$ and $[K_\nu^{exp}(\theta_r)]$ qui sont exprimées dans le même sous-espace que $[\,\mathbf{M}_\nu^S]$, $[\,\mathbf{D}_\nu^S]$ et $[\,\mathbf{K}_\nu^S]$. Soit A représentant M, D ou K. Soit $[G_\nu^{exp}(\theta_r)]$ la matrice réelle $n \times n$ définie positive telle que $[A_\nu^{exp}(\theta_r)] = [\underline{L}_{A_\nu}]^T\,[G_\nu^{exp}(\theta_r)]\,[\underline{L}_{A_\nu}]$ dans laquelle la matrice réelle $n \times n$ triangulaire supérieure $[\underline{L}_{A_\nu}]$ est telle que $[\underline{A}_\nu] = [\underline{L}_{A_\nu}]^T\,[\underline{L}_{A_\nu}]$. On a donc

$$[G_\nu^{exp}(\theta_r)] = [\underline{L}_{A_\nu}]^{-T}\,[A_\nu^{exp}(\theta_r)]\,[\underline{L}_{A_\nu}]^{-1} \tag{4}$$

Pour une valeur fixée de ν, le paramètre de dispersion δ_A de la matrice aléatoire $[\mathbf{A}_\nu^S]$ est estimé par

$$\delta_A(\nu) = \left\{ \frac{1}{8\nu} \sum_{r=1}^{8} \|\,[G_\nu^{exp}(\theta_r)] - [I_\nu]\,\|_F^2 \right\}^{1/2} \quad , \tag{5}$$

avec $\|[B]\|_F^2 = tr\{[B]^T[B]\}$ et où $[I_\nu]$ est la matrice unité $\nu \times \nu$. Le paramètre δ_A de la matrice aléatoire $[\mathbf{A}^S]$ est alors choisi tel que

$$\delta_A = \min_{\nu \geq 2} \delta_A(\nu) \tag{6}$$

Le calcul numérique des fonctions $\nu \mapsto \delta_M(\nu)$, $\nu \mapsto \delta_D(\nu)$ et $\nu \mapsto \delta_K(\nu)$ sur l'interval $[1, 11]$, montre que le minimum pour chaque fonction est obtenu pour $\nu = 5$ et donne les valeurs $\delta_M = 0.23$, $\delta_D = 0.43$ et $\delta_K = 0.25$ (avec la théorie utilisée, ces valeurs sont prises indépendantes de la dimension n du modèle matriciel réduit de la structure).

6 Comparaison simulation numérique avec les résultats expérimentaux

Les résultats numériques présentés correspondent à des solutions déterministes et stochastiques convergées vis-à-vis des dimensions n et m des réductions du modèle et du nombre ν de réalisations pour le solveur stochastique de Monte Carlo. Les valeurs à convergence sont $n = 117$, $m = 630$ et $\nu = 1000$.

Les figures 2 sont relatives au $\log_{10}$ du module de l'accélération normale au panneau en m/s^2 aux points P1 (Fig. 2(a)) et P2 (Fig. 2(b)) en fonction de la fréquence en Hertz. On peut voir sur ces figures, les mesures expérimentales pour les 8 panneaux (8 courbes en trait continu mince noir), la réponse du système moyen (trait continu rouge(couleur) ou gris(noir et blanc)), la valeur moyenne de la réponse du système stochastique (trait discontinu mince noir), ainsi que le domaine de confiance pour une probabilité de 0.98 de la réponse structurale du système couplé stochastique pour les incertitudes de structure (zone jaune(couleur) ou grisée(noir et blanc)). Les figures 3 sont relatives au $\log_{10}$ du module de la pression acoustique dans la cavité acoustique en N/m^2 aux points C1 (Fig. 3(a)) et C2 (Fig. 3(b)) en fonction de la fréquence en Hertz. Les conventions utilisées pour les traits sont celles des figures 2.

7 Analyses des résultats et conclusions

L'analyse expérimentale des 8 systèmes vibroacoustiques constitués des 8 panneaux construits avec le même procédé et d'une même cavité acoustique montre une robustesse du processus de fabrication des panneaux dans le domaine des basses fréquences $BF = [0, 1000]$ Hertz et une moindre robustesse dans le domaine des moyennes fréquences $MF = [1000, 4500]$ Hertz. La comparaison des mesures avec les prévisons du modèle vibroacoustique moyen est bonne (pour les vibrations et le niveau de bruit) dans la bande BF et se dégrade significativement dans la bande MF, la dégradation augmentant avec la fréquence et la dégradation étant plus importante pour l'acoustique interne que pour les niveaux vibratoires structuraux. Concernant la robustesse des prévisions des réponses vibroacoustiques vis-à-vis des incertitudes de structure, le modèle est robuste dans la band BF et peu robuste dans la bande MF, c'est-à-dire est sensible aux incertitudes de modèle de la structure. Il faut aussi noter que la perte de robustesse croît avec la fréquence pour le bruit interne. Les paramètres de dispersion du modèle probabiliste non paramétrique des incertitudes de structure ont été identifiés expérimentalement en résolvant un problème inverse. Globalement, avec ces valeurs identifiées, les comparaisons des mesures avec la prévison vibroacoustique (prévisions des accélérations de la structure et des pressions acoustiques dans la cavité) donnée par le modèle stochastique des incertitudes de structure sont bonnes.

Références

[1] K. McConnell. *Vibration Testing. Theory and Practice*. Wiley Interscience, New York, 1995.

[2] D. Ewins. *Modal Testing : Theory and Practice*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1984.

[3] E. Balmes. Structural dynamics toolbox for use with Matlab. Scientific Software, 2000.

[4] O.O. Ochoa, J.N. Reddy. *Finite Element Analysis of Composite Laminates*. Kluwer Academic Publishers, 1992.

[5] J.N. Reddy. *Mechanics of Laminated Composite Plates*. CRC Press, 1997.

[6] R.M. Jones. *Mechanics of Composite Materials*. Taylor and Francis, 1999.

[7] R. Ohayon , C.Soize. *Structural Acoustics and Vibration*. Academic press, San Diego, London, 1998.

[8] C. Lesueur. *Rayonnement acoustique des structure*. Eyrolles, Paris, 1988.

[9] C. Soize. A nonparametric model of random uncertainties on reduced matrix model in structural dynamics. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15(3) :277-294, 2000.

[10] C. Soize. Maximum entropy approach for modeling random uncertainties in transient elastodynamics. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 109(5) :1979-1996, 2001.

[11] C. Chen,D. Duhamel, C. Soize. Uncertainties in structural dynamics for composite sandwich panels. *Proceedings of ISMA 2004 en CD-ROM,ISBN 9073802-82-2* : 2995-3008, 2004.

[12] C. Chen,D. Duhamel, C. Soize. Uncertainties model and its experimental identification in structural dynamics for composite sandwich panels. *Journal of sound and vibration*, submitted in october, 2004.