

Когерентный прием неортогональных спектрально-эффективных многочастотных сигналов при использовании алгоритма с обратной связью по решению

С. Б. Макаров¹, С. В. Завьялов¹, Д. К. Нгуен^{2✉}, А. С. Овсянникова¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

² Университет транспорта и коммуникаций, Ханой, Вьетнам

✉ daccu91.spb@gmail.com

Аннотация

Введение. В настоящее время спектрально-эффективное частотное мультиплексирование (Spectrally efficient frequency division multiplexing – SEFDM) является многообещающей технологией, используемой для повышения спектральной эффективности и скорости передачи информации. Алгоритмы приема SEFDM-сигналов можно разделить на 2 класса: поэлементный когерентный прием и прием всей информационной посылки. Первый метод более прост, но обладает низкой помехоустойчивостью. При приеме всей посылки возможно получение высокой энергетической эффективности, но реализация такого приема очень сложна и не позволяет реализовать высокие абсолютные скорости передачи сообщений.

Цель работы. Рассмотрение компромиссного решения задачи когерентного приема SEFDM-сигналов в условиях существенной межканальной интерференции, а именно использование на каждой поднесущей частоте итерационного алгоритма поэлементной обработки с обратной связью по решению.

Материалы и методы. Описание работы демодулятора решающего устройства выполнено аналитическим методом. Имитационная модель передачи SEFDM-сигналов с использованием в приемнике алгоритма поэлементной обработки с обратной связью по решению построена в среде MatLab.

Результаты. Результаты моделирования показали, что предложенный алгоритм является достаточно эффективным. При допустимой вероятности ошибок $p = 10^{-2} \dots 10^{-3}$ энергетический выигрыш достигает значений 0.2...7.5 дБ для различного неортогонального разнеса поднесущих частот. В то же время эффективность алгоритма обнаружения с обратной связью по решению оказывается существенно ниже, чем при приеме всей информационной посылки.

Заключение. Предложенный алгоритм приема может быть использован в будущих поколениях мобильной связи, в которых требуются высокие скорости передачи. Благодаря снижению вычислительной сложности алгоритма возможно обеспечить меньшее энергопотребление мобильных устройств.

Ключевые слова: когерентный, неортогональный, SEFDM, BER, итерационный алгоритм, обратная связь

Для цитирования: Когерентный прием неортогональных спектрально-эффективных многочастотных сигналов при использовании алгоритма с обратной связью по решению / С. Б. Макаров, С. В. Завьялов, Д. К. Нгуен, А. С. Овсянникова // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2021. Т. 24, № 5. С. 22–35. doi: 10.32603/1993-8985-2021-24-5-22-35

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке стипендии Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам, осуществляющим перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики на 2021–2023 гг. (СП-1577.2021.3).

Статья поступила в редакцию 19.05.2021; принята к публикации после рецензирования 21.06.2021; опубликована онлайн 29.11.2021

Coherent Detection of Non-Orthogonal Spectrally Efficient Multicarrier Signals Using a Decision Feedback Algorithm

Sergey B. Makarov¹, Sergey V. Zavjalov¹, Dac Cu Nguyen²✉, Anna S. Ovsyannikova¹

¹ Peter the Great St Petersburg Polytechnic University, St Petersburg, Russia

² University of Transport and Communications, Hanoi, Vietnam

✉ daccu91.spb@gmail.com

Abstract

Introduction. Spectrally efficient frequency division multiplexing (SEFDM) is a promising technology for improving spectral efficiency. Since SEFDM signals transmitted on subcarriers are not orthogonal, interchannel interference occurs due to the mutual influence of signals transmitted on adjacent subcarriers. Algorithms for receiving SEFDM signals can be distinguished into element-by-element coherent detection and maximum-likelihood sequence estimation (MLSE). The former method, although being simpler, is characterized by a low bit error rate performance. The latter method, although providing for a higher energy efficiency, is more complicated and does not allow high absolute message rates.

Aim. To consider a trade-off solution to the problem of coherent detection of SEFDM signals under the condition of significant interchannel interference, namely, the use of an iterative algorithm of element-by-element processing with decision feedback at each subcarrier frequency.

Materials and methods. Analytical expressions for the operation of a demodulator solver were derived. A simulation model for transmission of SEFDM signals was built in the MatLab environment, including element-by-element detection with decision feedback.

Results. The simulation results confirmed the efficiency of the proposed algorithm. For error probabilities $p = 10^{-2} \dots 10^{-3}$, the energy gains reach values from 0.2 to 7.5 dB for different values of the non-orthogonal subcarrier spacing. At the same time, the efficiency of the detection algorithm with decision feedback turns out to be significantly lower than that when using the detection algorithm MLSE.

Conclusion. The proposed detection algorithm can be used in future generations of mobile communications, which require high transmission rates. By reducing the computational complexity of the algorithm, it is possible to provide for a lower power consumption of mobile devices.

Keywords: coherent, non-orthogonal, SEFDM, BER, iterative algorithm, feedback

For citation: Makarov S. B., Zavjalov S. V., Nguyen D. C., Ovsyannikova A. S. Coherent Detection of Non-Orthogonal Spectrally Efficient Multicarrier Signals Using a Decision Feedback Algorithm. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2021, vol. 24, no. 5, pp. 22–35. doi: 10.32603/1993-8985-2021-24-5-22-35

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

Source of financing. The results of the work were obtained with the support of the scholarship of the President of the Russian Federation to young scientists and graduate students carrying out promising research and development in priority areas of modernization of the Russian economy for 2021–2023 (СП-1577.2021.3).

Submitted 19.05.2021; accepted 21.06.2021; published online 29.11.2021

Введение. Развитие многочастотных систем передачи цифровых сообщений по протоколам LTE, Wi-Fi, WiMAX, DVB-T осуществляется в направлении повышения спектральной эффективности (уменьшение полосы занимаемых частот при сохранении объемов передаваемой информации) при заданных требованиях к помехоустойчивости приема данных и к аппаратной ре-

ализации радиомодемов. Повышение спектральной эффективности для многочастотных сигналов длительностью T возможно уменьшением разноса между поднесущими частотами Δf при сохранении их общего числа [1]. Предельные требования к энергетической эффективности (помехоустойчивость приема) ограничиваются возможностями, которые обеспечивает использование мульти-

плексирования с ортогональным частотным разделением каналов (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – OFDM) [2, 3].

Для классических OFDM-сигналов сложность аппаратной реализации определяется, в основном, сложностью аппаратно-программной реализации прямого и обратного преобразований Фурье [4, 5].

Для повышения спектральной эффективности используется метод мультиплексирования с частотным разделением каналов (Spectrally efficient frequency division multiplexing – SEFDM). Много-частотные SEFDM-сигналы [6–10] формируются на основе ортогональных многочастотных сигналов при уменьшении частотного разноса между поднесущими. Также предусмотрена возможность применения сглаженных огибающих сигналов на каждой поднесущей частоте. В [11–14] предложены алгоритмы формирования и приема таких SEFDM-сигналов на основе быстрых прямого и обратного преобразований Фурье (БПФ/ОБПФ). Суть алгоритмов формирования заключается в том, что для получения неортогонального разноса частот поднесущих при построении SEFDM-сигналов с применением ОБПФ размерности N_{FFT} используется метод исключения (Ignored) части дискретных значений на выходе блока формирования [11]. В результате сигналы, передаваемые на поднесущих частотах, не являются ортогональными, вследствие чего возникает межканальная интерференция (inter-channel interference – ICI), вызванная взаимодействием сигналов, передаваемых на соседних поднесущих частотах. Такое влияние приводит к появлению дополнительной помехи во время демодуляции SEFDM-сигналов, передаваемых на каждой поднесущей частоте.

Алгоритмы приема SEFDM-сигналов при наличии ICI для каналов с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) со спектральной плотностью средней мощности $N_0/2$ анализировались в [11, 15, 16]. Такие алгоритмы строятся на основе двух методов приема сигналов. В основе первого лежит поэлементный когерентный прием в условиях, когда межканальная интерференция является помехой. Этот метод наиболее просто реализуется, но применение таких алгоритмов не позволяет получить высокую помехоустойчивость приема. Второй метод предполагает прием и обработку всего пакета сообщений, что позволяет получить высокую энергетическую эффек-

тивность. Однако реализация алгоритмов по второму методу весьма сложна и не позволяет реализовать высокие абсолютные скорости передачи сообщений.

В статье рассмотрено компромиссное решение задачи когерентного приема SEFDM-сигналов при условии существенной межканальной интерференции – использование на каждой поднесущей частоте итерационного алгоритма поэлементной обработки с обратной связью по решению. Компромисс заключается в поэлементном когерентном приеме с частичной компенсацией межканальной интерференции. Наряду с этим реализуется идея приема всего переданного сообщения, заключающаяся в том, что решения о принятом сигнале зависят от решений о сигналах, принятых на соседних поднесущих частотах.

Статья организована следующим образом. Вначале рассматривается представление SEFDM-сигналов и приводятся их временные и статистические характеристики при различных значениях частотного разноса между поднесущими частотами. Оценивается уровень межканальной интерференции, связанной с неортогональностью сигналов, передаваемых на поднесущих частотах. Далее описывается алгоритм поэлементного приема с обратной связью по решению. Приводятся аналитические выражения, описывающие работу решающего устройства демодулятора. Затем анализируется предложенная структурная схема многочастотного демодулятора с обратной связью по решению, обсуждается вычислительная сложность предлагаемого алгоритма приема, приводятся результаты имитационного моделирования помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов. В заключении представлены выводы по работе.

Представление SEFDM-сигналов. Случайная последовательность SEFDM-сигналов $y(t)$ в общем случае бесконечной длины с количеством V используемых поднесущих частот ω_v и комплексными символами канального алфавита $C_{vw}^{(r)}$ на v -й поднесущей и на w -м временном интервале, индекс r которых определяет значение этого символа, может быть представлена в виде

$$y(t) = \sum_{w=-\infty}^{\infty} \sum_{v=0}^{V-1} a(t-wT) C_{vw}^{(r)} e^{j\omega_v t}, \quad (1)$$
$$t \in (-\infty; \infty),$$

где $a(t)$ – амплитудная огибающая, которая может иметь произвольную форму и длительность, определяемые требованиями к компактности спектра колебаний [9, 10]; $\omega_v = v\Delta\omega = 2\pi v\Delta f$ (Δf – частотный сдвиг между соседними поднесущими). В простейшем случае $a(t)$ имеет прямоугольную форму:

$$a(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T]; \\ 0, & (t < 0) \cup (t > T), \end{cases} \quad (2)$$

где T – длительность импульса.

На интервале $t \in [0, T]$ SEFDM-сигнал описывается как

$$s(t) = \sum_{v=0}^{V-1} a(t) C_v^{(r)} e^{j\omega_v t}, \quad t \in [0, T]. \quad (3)$$

Для OFDM-сигналов нормированный частотный разнос соседних поднесущих $\alpha = \Delta f T = 1$. На рис. 1, a показаны нормированные модули спектров сигналов (3) $|S_a(\omega)|_H$ с огибающей вида (2) на каждой поднесущей частоте. Для SEFDM-сигналов

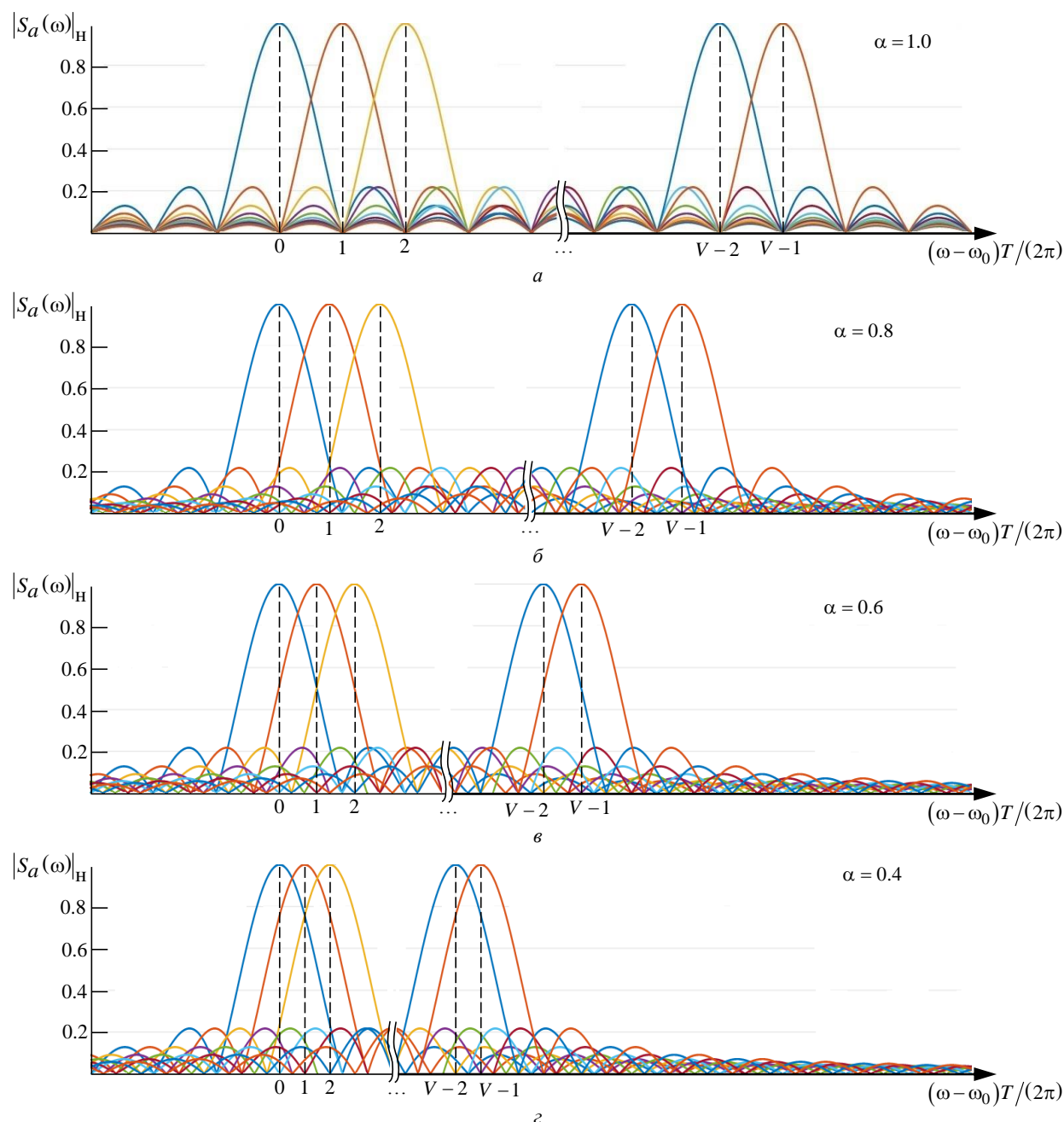


Рис. 1. Спектры SEFDM-сигналов

Fig. 1. Spectra of the SEFDM-signals

$\alpha < 1$ и параметр α играет роль коэффициента мультиплексирования. С уменьшением α ширина спектра уменьшается на $(1-\alpha)100\%$ по сравнению с OFDM-сигналами (рис. 1, б–з). Однако с уменьшением α возрастает межканальная интерференция, вызванная наложением спектров друг на друга. Интерференция спектров приводит к снижению помехоустойчивости приема из-за нарушения ортогональности между сигналами, передаваемыми на поднесущих частотах.

Алгоритм поэлементного приема с обратной связью по решению. Предположим, что прием сигналов происходит отдельно на каждой поднесущей частоте передачи. При когерентной обработке, как и при приеме OFDM-сигналов, начальная фаза высокочастотного колебания группового сигнала измеряется с помощью устройства фазовой автоматической подстройки частоты. Для этого используются дополнительные поднесущие частоты, которые добавляются в групповой SEFDM-сигнал при его формировании. Тактовая синхронизация также определяется по периодической последовательности символов, передаваемых на дополнительных поднесущих частотах.

В общем случае анализируемый процесс на входе приемного устройства с учетом (1) имеет вид

$$z(t) = \mu y(t) + n(t),$$

где μ – коэффициент передачи по каналу связи, определяемый уровнем замираний; $n(t)$ – АБГШ со спектральной плотностью средней мощности $N_0/2$.

При анализе $z(t)$ на каждой поднесущей частоте на интервале времени $t \in [0, T]$ с учетом символов канального алфавита $C_{vw}^{(r)}$, передаваемых со скоростью $R = 1/T$, это выражение может быть записано в виде

$$z(t) = \mu s_v^{(r)}(t) + \mu s_-^{(i)}(t) + \mu s_+^{(q)}(t) + n(t),$$

где $s_v^{(r)}(t)$ – полезный сигнал с огибающей $a(t)$ и символом канального алфавита $C_v^{(r)}$ (3), передаваемый на v -й поднесущей частоте; $s_-^{(i)}(t)$, $s_+^{(q)}(t)$ – сигналы, передаваемые на поднесущих частотах, предшествующих v -й поднесущей частоте и следующих после нее соответственно, попадающие в интервал анализа при $\alpha < 1$; $i = M^v -$

количество возможных комбинаций символов канального алфавита объемом M , предшествующих анализируемому; $q = M^{V-v-1}$ количество таких комбинаций, следующих за анализируемым сигналом. Тогда

$$s_-^{(i)}(t) = \sum_{m=0}^{v-1} a(t) C_m^{(r)} e^{j\omega_m t}; \quad (4)$$

$$s_+^{(q)}(t) = \sum_{m=v+1}^{V-1} a(t) C_m^{(r)} e^{j\omega_m t}. \quad (5)$$

Поэлементный корреляционный прием на каждой поднесущей частоте на интервале времени $t \in [0, T]$ можно рассматривать как прием $s_v^{(r)}(t)$ на фоне межканальной интерференции $s_-^{(i)}(t)$ и $s_+^{(q)}(t)$. Оптимальный алгоритм поэлементного приема сигналов на v -й поднесущей частоте предполагает усреднение $s_-^{(i)}(t)$ и $s_+^{(q)}(t)$ по всем i и q возможным комбинациям символов канального алфавита. Такой алгоритм не предусматривает каких-либо мер борьбы с межканальной интерференцией.

Качество приема можно улучшить, если при принятии решения о значении символа канального алфавита, передаваемого на v -й поднесущей частоте, учесть решения о принятых символах $s_-^{(i)}(t)$, передаваемых на поднесущих частотах, следующих до анализируемой. При этом по всем символам $s_+^{(q)}(t)$, передаваемым на поднесущих частотах, следующих после анализируемой, необходимо выполнить усреднение. Рассмотрим такой алгоритм с обратной связью по решению. Считая известной последовательность $s_-^{(i)}(t)$, для всех $l \neq k$ ($l, k = \overline{1 \dots M}$) получим:

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{M^{V-v-1}} \exp \left\{ \frac{2\mu}{N_0} \int_0^T z(t) [s_v^{(l)}(t) + s_-^{(i)}(t) + s_+^{(q)}(t)] dt - \right. \\ & \quad \left. - \frac{\mu^2}{N_0} \int_0^T [s_v^{(l)}(t) + s_-^{(i)}(t) + s_+^{(q)}(t)]^2 dt \right\} > \\ & > \sum_{q=1}^{M^{V-v-1}} \exp \left\{ \frac{2\mu}{N_0} \int_0^T z(t) [s_v^{(k)}(t) + s_-^{(i)}(t) + s_+^{(q)}(t)] dt - \right. \\ & \quad \left. - \frac{\mu^2}{N_0} \int_0^T [s_v^{(k)}(t) + s_-^{(i)}(t) + s_+^{(q)}(t)]^2 dt \right\}, \end{aligned}$$

где l – номер регистрируемого символа, передаваемого на ν -й поднесущей частоте.

Полагая, что сигналы $s_{\pm}^{(q)}(t)$, следующие за анализируемым на текущем символьном интервале, представляют помеху и априорные сведения о реализации этой помехи не учитываются при обработке, получим следующий алгоритм:

$$\begin{aligned} & \exp \left\{ \frac{1}{N_0} \left\{ 2\mu \int_0^T z(t) [s_{\nu}^{(l)}(t) + s_{\nu}^{(i)}(t)] dt - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \mu^2 \int_0^T [s_{\nu}^{(l)}(t) + s_{\nu}^{(i)}(t)]^2 dt \right\} \right\} > \\ & > \exp \left\{ \frac{1}{N_0} \left\{ 2\mu \int_0^T z(t) [s_{\nu}^{(k)}(t) + s_{\nu}^{(i)}(t)] dt - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \mu^2 \int_0^T [s_{\nu}^{(k)}(t) + s_{\nu}^{(i)}(t)]^2 dt \right\} \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Разложив (6) в степенной ряд и ограничившись первыми членами разложения, получим: l -й символ регистрируется при выполнении неравенства

$$\begin{aligned} & \int_0^T z(t) [s_{\nu}^{(l)}(t) - s_{\nu}^{(k)}(t)] dt > \\ & > \left\{ \frac{1}{2} \mu \left\{ \int_0^T [s_{\nu}^{(l)}(t) + s_{\nu}^{(i)}(t)]^2 dt - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \int_0^T [s_{\nu}^{(k)}(t) + s_{\nu}^{(i)}(t)]^2 dt \right\} \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Рассмотрим реализацию алгоритма с обратной связью по решению (7) для SEFDM-сигналов с огибающей $a(t)$ прямоугольной формы (2) и с двоичными ($M=2$) символами $C_{\nu}^{(r)}$ канального алфавита. В этом случае для $r=1$ символ $C_{\nu}^{(1)}=1$, а для $r=2$ символ $C_{\nu}^{(2)}=-1$. Тогда имеем $s_{\nu}^{(1)}(t) = -s_{\nu}^{(2)}(t)$ и, упростив (7), получим следующее правило для принятия решения:

$$\int_0^T z(t) s_{\nu}^{(l)}(t) dt \underset{C_{\nu}^{(2)}}{\overset{C_{\nu}^{(1)}}{>}} \mu \int_0^T s_{\nu}^{(l)}(t) s_{\nu}^{(i)}(t) dt. \quad (8)$$

Как видно из (8), значения корреляционного интеграла сравниваются с пороговым значением,

зависящим от значения межканальной интерференции. Этот же алгоритм можно переписать по-другому:

$$\int_0^T [z(t) - \mu s_{\nu}^{(i)}(t)] s_{\nu}^{(l)}(t) dt \underset{C_{\nu}^{(2)}}{\overset{C_{\nu}^{(1)}}{>}} 0. \quad (9)$$

В алгоритме (9) в подынтегральном выражении из принимаемого анализируемого процесса вычитается результат межканальной интерференции, вызванный сигналами, передаваемыми на частотах, предшествующих n -й поднесущей частоте. Заметим, если не учитывать эту интерференцию, алгоритм (6) преобразуется в известный [17, 18] алгоритм поэлементного когерентного приема. Компенсация межканальной интерференции, значение которой входит в (9), возможна только при условии, что все символы канального алфавита, переданные на поднесущих частотах, предшествующих ν -й поднесущей частоте, приняты правильно. При ошибочно принятых символах значение межканальной интерференции будет возрастать, что должно привести к снижению помехоустойчивости приема. Однако при больших отношениях сигнал/шум, при которых справедлив переход от (6) к (7), указанный алгоритм приема с обратной связью по решению должен обеспечивать высокую достоверность обработки сигналов.

Реализация алгоритмов (7)–(9) предполагает, что на частотах, предшествующих ν -й поднесущей частоте, приняты сигналы и имеются оценки символов канального алфавита. Разумеется, одновременно (в момент $t=T$ в результате обработки на интервале $t \in [0, T]$) получить такие оценки не представляется возможным. В связи с этим при приеме многочастотных SEFDM-сигналов необходимо предусмотреть итерационную процедуру формирования решения.

Итерационная процедура реализации алгоритма поэлементного приема с обратной связью по решению. Для удобства представления итерационной процедуры перепишем алгоритм (8) с учетом (4), (5) в следующей форме:

$$C_{\nu}^{(l)} \int_0^T z(t) e^{j\omega_{\nu} t} dt \underset{C_{\nu}^{(2)}}{\overset{C_{\nu}^{(1)}}{>}} \Lambda_{\nu}, \quad (10)$$

где $\Lambda_{\nu} = \mu C_{\nu}^{(l)} \int_0^T e^{j\omega_{\nu} t} \sum_{m=0}^{V-1} \bar{C}_m^{(r)} e^{j\omega_m t} dt$ – порог.

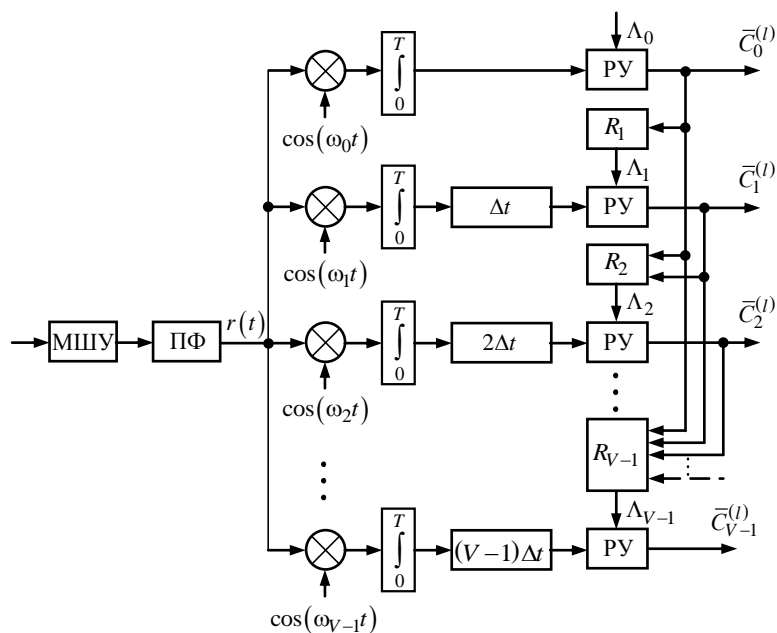


Рис. 2. Структурная схема демодулятора многочастотных неортогональных сигналов

Fig. 2. Block diagram of the demodulator of multicarrier non-orthogonal signals

В определение порога входят оценки $\bar{C}_v^{(r)}$ принятых символов, переданных сигналами на частотах, предшествующих v -й поднесущей частоте. В связи с этим целесообразна следующая итерационная процедура. На первом шаге принимается сигнал на крайней поднесущей частоте ω_0 без использования обратной связи (алгоритм (9), $\Lambda_0 = 0$). На следующем шаге принимается сигнал на поднесущей частоте ω_1 , причем при формировании порога принятия решения учитывается оценка символа, принятого на предыдущем шаге. На третьем шаге учитываются оценки символов, принятых на первом и втором шагах. Эта процедура продолжается до V -го шага, когда выносится решение о символах, принятых на поднесущей частоте ω_{V-1} .

Структурная схема многочастотного корреляционного приемника с обратной связью по решению показана на рис. 2. Анализируемый процесс поступает на вход малощумящего усилителя МШУ и через полосовой фильтр ПФ на V корреляторов. Полоса прозрачности этого фильтра выбирается исходя из полосы занимаемых частот принимаемых многочастотных сигналов, энергетические спектры которых представлены на рис. 1. Частоты генераторов колебаний в корреляторах соответствуют частотам поднесущих каналов многочастотных сигналов. На рис. 2 не показаны устройства выделения фазы

колебаний и тактовой частоты, поскольку они не отличаются от известных [17]. Выходы интеграторов соединены с решающими устройствами РУ. Причем начиная с коррелятора, настроенного на частоту ω_1 , выходы интеграторов соединены с РУ через элементы задержки на время $v\Delta t$ ($v = 1, 2, \dots, V - 1$). Интервал времени Δt целесообразно выбирать исходя из возможностей быстрого действия работы демодулятора сигналов, скорости передачи символов канального алфавита и методов цифровой реализации алгоритма (9). При использовании на приеме перехода от параллельных пакетов данных к последовательному потоку, что характерно, например, для классических OFDM-сигналов, величина $\Delta t = T/V$. Тогда обработка всего пакета данных с V поднесущих частот произойдет за время T . Однако при наличии резерва по быстродействию демодулятора сигналов возможно использование, например, величины $\Delta t = 0.01T/V$. В этом случае время обработки всего пакета данных составит примерно $0.01T$.

Элементы оперативной памяти R_v ($v = 1, 2, \dots, V - 1$) содержат наборы значений коэффициентов корреляции сигналов, передаваемых на поднесущих частотах, в соответствии с правой частью (9). Размеры наборов этих значений для разных v различны.

Значение порога Λ_V зависит от решений о символах, передаваемых на частотах, предшествующих ν -й поднесущей частоте. Как видно из рис. 2, на значение Λ_V при приеме сигнала на поднесущей частоте ω_{V-1} влияют оценки решений о $V-1$ принятом символе на интервале времени $t \in [0; T]$. Таким образом, на выходах демодулятора с обратной связью по решению на интервале времени $t \in [T; 2T]$ будут формироваться оценки $\bar{C}_V^{(r)}$ принятых символов.

Анализ вычислительной сложности алгоритма приема. Под вычислительной сложностью алгоритма приема с обратной связью по решению будем понимать количество вычислительных ресурсов (быстродействие, вычислительное время и объем памяти), необходимых для его выполнения. Важной составляющей алгоритма является пространственная сложность, определяемая как количество элементов памяти, которые должны быть зарезервированы для выполнения процедуры обработки сигналов. Временная сложность зависит от количества арифметических операций (сложения, умножения, округления, сравнения и т. п.), выполняемых при реализации последовательной пошаговой процедуры анализа принимаемых сигналов.

Алгоритм поэлементного когерентного приема [18] без учета межканальной интерференции от сигналов, передаваемых на других поднесущих частотах, имеет самую низкую вычислительную сложность. При приеме сигналов на каждой поднесущей частоте алгоритм требует одного и того же набора арифметических операций, включая

операции умножения и сравнения. Следовательно, сложность этого алгоритма пропорциональна количеству сигналов (поднесущих частот). Обозначим эту сложность при приеме SEFDM-сигнала с V -поднесущими как $O(V)$.

При использовании алгоритма приема пакетов сообщений «в целом» количество арифметических операций зависит от количества поднесущих частот экспоненциально. При объеме символов канального алфавита $M = 2$ вычислительная сложность таких алгоритмов составляет $O(2^V)$.

Рассмотрим вычислительную сложность алгоритма (9) приема с обратной связью по решению. В простейшем случае, когда при приеме сигнала на ν -й поднесущей частоте учитывается оценка символа, принятого лишь на предыдущем шаге, необходимо реализовать дополнительно одну операцию умножения и одну операцию вычитания. В этом случае вычислительная сложность алгоритма с обратной связью по решению определяется как $O(2V)$. При учете всех предыдущих решений (рис. 2) сложность алгоритма с обратной связью по решению составляет $O((V-1)V)$.

На рис. 3 приведены зависимости вычислительной сложности C_p алгоритмов приема SEFDM-сигналов от количества поднесущих частот V . Из анализа зависимостей на рис. 3 видно, что при увеличении числа поднесущих частот вычислительная сложность алгоритма приема с обратной связью по решению при учете зависимости от сигналов на одной предыдущей поднесущей частоте увеличивается по линейному закону. Такая же зависимость характерна для алгоритма поэлементного когерентного приема

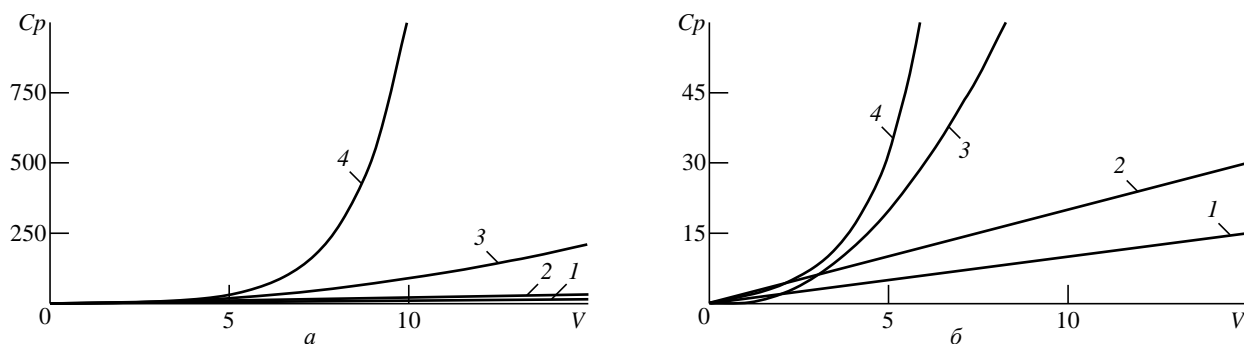


Рис. 3. Вычислительная сложность алгоритмов: a – зависимость вычислительной сложности от количества поднесущих частот; b – начальный участок зависимости в увеличенном масштабе

(1 – алгоритм поэлементного когерентного приема $O(V)$; 2 – алгоритм с обратной связью по решению $O(2V)$; 3 – алгоритм с обратной связью по решению для общего случая $O[(V-1)V]$; 4 – алгоритм приема «в целом» $O(2^V)$)

Fig. 3. Computational complexity of the algorithms: a – dependence of the computational complexity on the number of subcarriers; b – the initial section of the dependence on an enlarged scale

(1 – algorithm of element-by-element coherent receiving $O(V)$; 2 – algorithm with feedback by decision $O(2V)$; 3 – algorithm with feedback by decision for the general case $O[(V-1)V]$; 4 – «on the whole» receiving algorithm $O(2^V)$)

без учета межканальной интерференции от сигналов, передаваемых на других поднесущих частотах. В общем случае зависимость вычислительной сложности от числа поднесущих частот для алгоритма с обратной связью по решению имеет квадратичный вид. Тем не менее вычислительная сложность алгоритма с обратной связью оказывается значительно меньшей, чем при использовании алгоритма приема «в целом», например, при $V=10$ для простейшего случая приема с обратной связью сложность возрастает в 50 раз.

Результаты имитационного моделирования. Целью имитационного моделирования являлась оценка помехоустойчивости приема многочастотных сигналов с неортогональным разносом частот при использовании алгоритма (9) с обратной связью по решению. Имитационная модель построена в среде MatLab. Параметры моделирования выбраны следующие:

- тип модуляции на каждой поднесущей частоте BPSK;
- количество поднесущих $V=128$;
- нормированный частотный разнос соседних поднесущих $\alpha=0.6; 0.7; 0.8; 0.9$ и 1.0 ;
- количество передаваемых символов канального алфавита 10^4 .

В процессе имитационного моделирования были сформированы многочастотные неортогональные сигналы и получены их энергетические спектры. На рис. 4 в качестве примера представлен нормированный энергетический спектр $|S(f)|^2/|S(0)|^2$ анализируемого многочастотного SEFDM-сигнала при $\alpha=0.5$. На этом же рисунке для сравнения приведен нормированный спектр OFDM-сигнала. Из сравнения спектров видно, что ширина занимаемой полосы частот SEFDM-сигналов при $\alpha=0.5$, как и следовало ожидать, уменьшается в 2 раза при сравнении с шириной полосы OFDM-сигнала.

Помехоустойчивость приема охарактеризована двумя зависимостями. Во-первых, получены зависимости вероятности ошибок на бит (Bit Error Rate – BER) при приеме SEFDM-сигналов и использовании алгоритма с обратной связью в зависимости от отношения сигнал/шум E_b/N_0

$$(E_b = \int_0^T [s_v^{(r)}(t)]^2 dt - \text{энергия полезного сигнала})$$

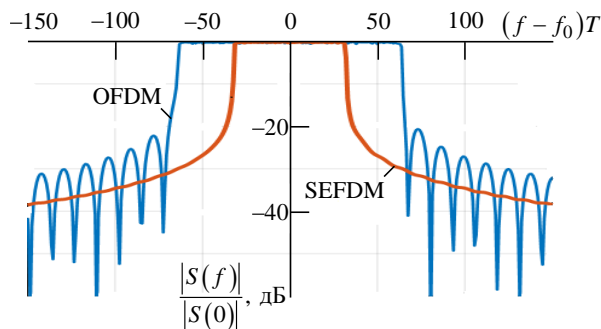


Рис. 4. Энергетические спектры OFDM-сигнала и SEFDM-сигнала при $\alpha=0.5$

Fig. 4. Energy spectrum for OFDM signal and SEFDM signal at $\alpha=0.5$

на ν -й поднесущей частоте) при $\alpha=0.6; 0.7; 0.8; 0.9$ и 1.0 . Во-вторых, получены зависимости BER от E_b/N_0 с учетом при формировании порога различного количества принятых ранее сигналов, передаваемых на поднесущих частотах, предшествующих ν -й частоте. При этом нормированный частотный разнос α установлен равным 0.4 .

Рассмотрим зависимости BER от отношения сигнал/шум при использовании алгоритма приема с обратной связью по решению (рис. 5, а) и при использовании классического алгоритма поэлементного приема без обратной связи (рис. 5, б) (порог Λ_ν в (10) равен нулю). При моделировании алгоритма с обратной связью (10) ее глубина при приеме сигналов на поднесущей частоте ω_ν была выбрана таким образом, чтобы при формировании порога Λ_ν учитывались оценки решений о принятом символе лишь на поднесущей частоте $\omega_{\nu-1}$ на интервале времени $t \in [0; T]$. Такой выбор глубины обратной связи по решению был не случаен, поскольку выбор нормированного частотного разнеса соседних поднесущих $\alpha=0.6; 0.7; 0.8; 0.9$ и 1.0 (см. рис. 1) предполагал наличие существенной межканальной интерференции лишь между сигналами, передаваемыми на соседних поднесущих частотах.

Из анализа зависимостей на рис. 5, а следует, что энергетические потери при приеме SEFDM-сигналов по отношению к приему OFDM-сигналов составляют не более 5 дБ в области значений вероятности ошибок BER = 10^{-5} .

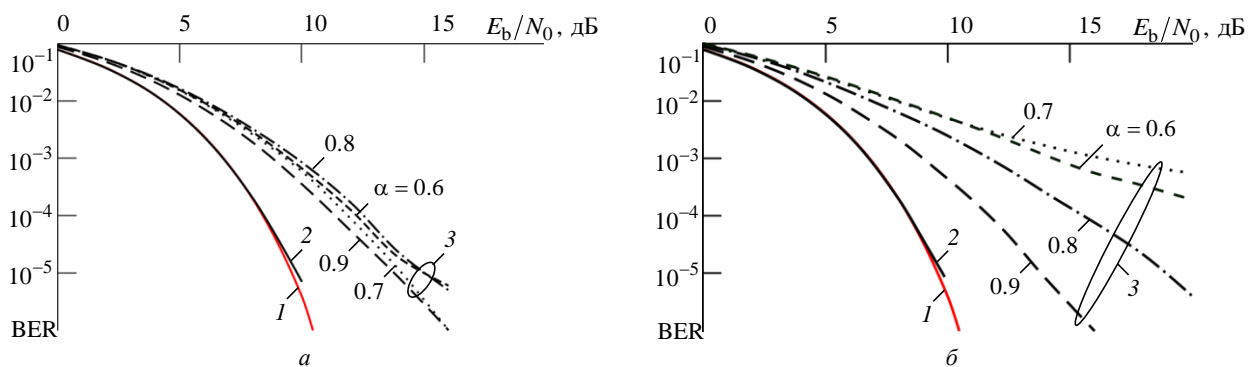


Рис. 5. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум:

a – алгоритм приема с обратной связью по решению; *б* – алгоритм поэлементного приема без обратной связи ($\Lambda_v = 0$)
 (1 – теоретический расчет; 2 – OFDM-сигнал (моделирование); 3 – SEFDM-сигналы при различных значениях α (моделирование))

Fig. 5. Bit error probability vs signal-to-noise ratio:

a – receiving algorithm with feedback by decision; *б* – algorithm of element-by-element receiving without feedback ($\Lambda_v = 0$)
 (1 – theoretical calculation; 2 – OFDM signal (simulation); 3 – SEFDM signals at different values of α (simulation))

На этом же рисунке с целью верификации результатов моделирования приведена теоретическая зависимость BER от отношения сигнал/шум для приема OFDM-сигналов. Результаты моделирования и теории (рис. 5, *a*, 1 и 2) показывают, что среднеквадратические погрешности моделирования не превосходят 0.5 %.

Сравним эффективность алгоритма с обратной связью по решению (рис. 5, *a*) и классического алгоритма когерентного поэлементного приема (рис. 5, *б*). Из анализа зависимостей на этих рисунках видно, что помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов по алгоритму (10) значительно выше, чем при использовании алгоритма приема, не учитывающего межканальную интерференцию (рис. 5, *б*): энергетический выигрыш для SEFDM-сигналов при $\alpha=0.8$ для $BER = 10^{-5}$ составляет около 3 дБ.

Рассмотрим выигрыш в вероятности ошибки на бит при учете различного количества принятых ранее сигналов. Количество поднесущих установлено равным $V = 32$. Выберем значение частотного разнеса между поднесущими частотами $\alpha = 0.4$, что создает существенную межканальную интерференцию между сигналами, передаваемыми на поднесущих частотах на интервале времени $t \in [0; T]$. На рис. 6 приведены зависимости BER от E_b/N_0 при различном числе учитываемых при формировании порога Λ_v решений о принятых сигналах, передаваемых на частотах, предшествующих v -й поднесущей частоте: на одной поднесущей частоте ω_{v-1} (кривая 2); на двух поднесущих частотах ω_{v-1} и ω_{v-2} (кривая 3);

на трех поднесущих частотах ω_{v-1} , ω_{v-2} и ω_{v-3} (кривая 4) и на четырех поднесущих частотах ω_{v-1} , ω_{v-2} , ω_{v-3} и ω_{v-4} (кривая 5).

На этом же рисунке приведена зависимость BER от E_b/N_0 для алгоритма поэлементного приема, не использующего обратную связь по решению (кривая 1). Анализируя полученные результаты моделирования, можно сделать следующие выводы. Во-первых, с увеличением глубины обратной связи удастся снизить вероятность ошибок на бит более чем на порядок при

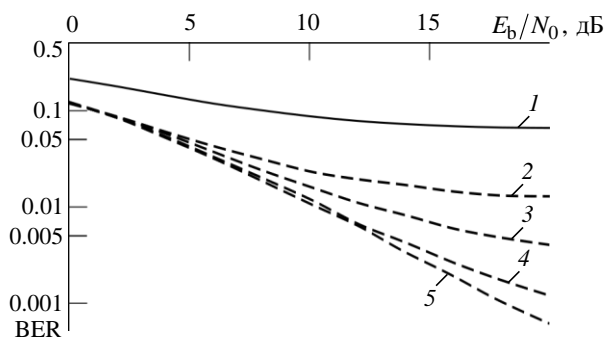


Рис. 6. Влияние решений о ранее принятых символах на отношение сигнал/шум при приеме очередного символа SEFDM-сигнала ($\alpha = 0.4$):

1 – прием без учета предыдущих решений; 2 – учет одного решения; 3 – учет двух решений; 4 – учет трех решений; 5 – учет четырех решений

Fig. 6. Influence of decisions about previously accepted symbols on the signal-to-noise ratio with receiving the next symbol of SEFDM signal ($\alpha = 0.4$):

1 – receiving without taking into account previous decisions; 2 – accounting of one decision; 3 – accounting of two decisions; 4 – accounting of three decisions; 5 – accounting of four decisions

$E_b/N_0 = 20$ дБ и переходе от формирования порога оценки решений о принятом символе от одной поднесущей частоты (рис. 6, 2) к четырем поднесущим частотам (рис. 6, 5). Во-вторых, в областях сигнал/шум $E_b/N_0 > 5$ дБ не наблюдается эффект группирования ошибочных решений, связанный с тем, что символы, принятые на участвующих в обратной связи поднесущих частотах, приняты с ошибкой. По-видимому, такое группирование ошибок возможно в области отношений сигнал/шум меньше 2...3 дБ.

Энергетический выигрыш

$$\Delta = (E_b/N_0)|_{\lambda=0} - (E_b/N_0)|_{\lambda>0},$$

который обеспечивает применение алгоритма приема с обратной связью по решению ($\lambda > 0$) по сравнению с использованием алгоритма приема, не учитывающего межканальную интерференцию ($\lambda = 0$), приведен в таблице. В ней показаны значения при заданной вероятности ошибочного приема на бит для различных разносов между поднесущими частотами. Как видно из таблицы, для вероятности ошибок $BER = 10^{-2}$ и 10^{-3} энергетические выигрыши достигают значений от 0.2 до 7.5 дБ.

Заключение. В статье предложен алгоритм когерентного поэлементного приема с обратной связью по решению для SEFDM-сигналов с неортогональным разносом частот. Особенностью алгоритма является использование при принятии решения о значении символа канального алфавита, передаваемого на ν -й поднесущей частоте, реше-

Оценка энергетической эффективности применения алгоритмов поэлементного приема с обратной связью по решениям

Evaluation of the energy efficiency of the use of algorithms for element-by-element receiving with feedback on solutions

BER	α				
	1	0.9	0.8	0.7	0.6
	Δ , дБ				
10^{-2}	0	0.2	2.0	3.0	3.0
10^{-3}	0	0.5	3.0	5.5	7.5

ний о принятых символах, передаваемых на поднесущих частотах, обрабатываемых до текущей анализируемой частоты.

Показано, что предложенный алгоритм достаточно эффективен. Так, энергетический выигрыш, обеспечиваемый применением алгоритма приема с обратной связью по решению по сравнению с алгоритмом, не учитывающим межканальную интерференцию, оказываются весьма существенным. Для значений $BER = 10^{-2}$ и 10^{-3} энергетический выигрыш составляет от 0.2 до 7.5 дБ для различных значений неортогонального разноса поднесущих частот.

Показано, что вычислительная сложность при поэлементном приеме с обратной связью по решению оказывается значительно ниже, чем при приеме и обработке всего пакета сообщений.

Предложенный алгоритм приема может быть использован в системах мобильной связи новых поколений, в которых требуются высокие скорости передачи. Снижение вычислительной сложности алгоритма позволяет уменьшить энергопотребление мобильных устройств.

Список литературы

1. Modulation formats and waveforms for 5G networks: Who will be the heir of OFDM?: An overview of alternative modulation schemes for improved spectral efficiency / P. Banelli, S. Buzzi, G. Colavolpe, A. Modenini, F. Rusek, A. Ugoлини // IEEE Signal Processing Magazine. 2014. Vol. 31, iss. 6. P. 80–93. doi: 10.1109/MSP.2014.2337391
2. Макаров С. Б., Рашич А. В. Метод формирования спектрально-эффективных OFDM-сигналов на основе неортогональных базисных функций // Науч.-техн. ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического ун-та. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. № 2. С. 94–98.
3. Гельгор А. Л., Горлов А. И., Нгуен В. Ф. Повышение спектральной и энергетической эффективности сигналов SEFDM путем использования оптимальных импульсов в качестве формы спектров поднесущих // Радиотехника. 2018. № 1. С. 49–56.
4. Шалагин С. В. Распределенное вычисление быстрого преобразования Фурье в архитектуре FPGA // Вестн. технологического ун-та. 2019. Т. 22, № 2. С. 155–158.
5. Rashich V. O., Rashich A. V. Asymptotically optimal algorithm for OFDM-signal reception under AWGN and OFDM interference shifted in frequency // IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom), Constanta, Romania, 18–21 May 2015. Piscataway: IEEE, 2015. P. 5–8. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2015.7185075
6. Spectrally Efficient FDM Signals: Bandwidth Gain at the Expense of Receiver Complexity / I. Kanaras, A. Chorti, M. R. D. Rodrigues, I. Darwazeh // IEEE Intern. Conf. on Communications (ICC 2009), Dresden, Germany, 14–18 June 2009. Piscataway: IEEE, 2009. INSPEC Acc. № 10815423. P. 1–6. doi: 10.1109/ICC.2009.5199477
7. Darwazeh I., Ghannam H., Xu T. The first 15 years of SEFDM: A brief survey // 11th Intern. Symp. on Commu-

nication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP), Budapest, Hungary, 18–20 July 2018. Piscataway: IEEE, 2018. INSPEC Acc. № 18130860. P. 1–7. doi: 10.1109/CSNDSP.2018.8471886

8. Zavjalov S. V., Volvenko S. V., Makarov S. B. A method for increasing the spectral and energy efficiency SEFDM signals // IEEE Communications Lett. 2016. Vol. 20, № 12. P. 2382–2385. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2607742

9. Гельгор А. Л., Горлов А. И., Нгуен В. Ф. Повышение эффективности сигналов SEFDM путем использования RRC-импульсов в качестве формы спектра поднесущих // DSPA: Вопр. применения цифровой обработки сигналов. 2017. Т. 7, № 1. С. 34–39.

10. Gelgor A., Gorlov A., Nguyen V. P. Performance analysis of SEFDM with optimal subcarriers spectrum shapes // IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom), Istanbul, Turkey, 5–8 June 2017. Piscataway: IEEE, 2017. INSPEC Acc. № 17559180. P. 1–5. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2017.8277680

11. Кислицын А. Б., Рашич А. В. Формирование и прием спектрально-эффективных многочастотных сигналов с неортогональным частотным уплотнением на основе БПФ/ОБПФ уменьшенной размерности // Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. Т. 19, № 7. С. 46–53.

12. Kislitsyn A. B., Rashich A. V., Tan N. N. Generation of SEFDM-signals using FFT/IFFT // Intern. Conf. on Next Generation Wired/Wireless Networking. Cham: Springer, 2014. P. 488–501.

13. Isam S., Darwazeh I. Simple DSP-IDFT techniques for generating spectrally efficient FDM signals // 7th Intern. Symp. on Communication Systems, Networks & Dig-

ital Signal Processing (CSNDSP 2010), Newcastle Upon Tyne, UK, 21–23 July 2010. Piscataway: IEEE, 2010. P. 20–24. doi: 10.1109/CSNDSP16145.2010.5580468

14. Ahmed S., Darwazeh I. Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals // American J. of Engineering and Applied Sciences. 2011. Vol. 4, № 4. P. 598–606.

15. Analysis of Sub-optimum detection techniques for a bandwidth efficient multi-carrier communication system / I. Kanaras, A. Chorti, M. R. D. Rodrigues, I. Darwazeh // Proc. of the Cranfield Multi-Strand Conf., Cranfield, UK, 6–7 May 2008. Cranfield: Cranfield University, 2008. P. 505–510.

16. A New quasi-optimal detection algorithm for a non orthogonal spectrally efficient FDM / I. Kanaras, A. Chorti, M. R. D. Rodrigues, I. Darwazeh // 9th Intern. Symp. on Communications and Information Technology, Icheon, Korea (South), 28–30 Sept. 2009. Piscataway: IEEE, 2009. INSPEC Acc. № 10999975. P. 460–465. doi: 10.1109/ISCIT.2009.5341206

17. Макаров С. Б., Завьялов С. В. Повышение помехоустойчивости когерентного приема неортогональных многочастотных сигналов // Науч.-техн. ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического ун-та. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2014. № 2. С. 45–54.

18. Zavjalov S. V., Makarov S. B., Volvenko S. V. Non-linear coherent detection algorithms of nonorthogonal multifrequency signals // Intern. Conf. on Next Generation Wired/Wireless Networking, St Petersburg, Russia, 27–29 Aug. 2014. Cham: Springer, 2014. P. 703–713. doi: 10.1007/978-3-319-10353-2_66

Информация об авторах

Макаров Сергей Борисович – доктор технических наук (1991), профессор (1994) Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета (СПбПУ) Петра Великого. Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов, спектрально-эффективные сигналы, 5G.

Адрес: СПбПУ Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

E-mail: makarov@cee.spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0001-7006-9634>

Завьялов Сергей Викторович – кандидат технических наук (2015), доцент (2020) Высшей школы прикладной физики и космических технологий СПбПУ Петра Великого. Автор более 80 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов, спектрально-эффективные сигналы, 5G.

Адрес: СПбПУ Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

E-mail: zavjalov_sv@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3398-3616>

Нгуен Дак Кы – аспирант Университета транспорта и коммуникаций (Ханой, Вьетнам). Автор 10 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов, спектрально-эффективные сигналы, 5G.

Адрес: Университет транспорта и коммуникаций, ул. Кау Гиай, д. 3, р-н Донг Да, Ханой, Вьетнам

E-mail: daccu91.spb@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-6395-9492>

Овсянникова Анна Сергеевна – аспирантка Высшей школы прикладной физики и космических технологий СПбПУ Петра Великого. Автор 38 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов, спектрально-эффективные сигналы, 5G.

Адрес: СПбПУ Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

E-mail: ovsyannikova_as@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3401-2718>

References

1. Banelli P., Buzzi S., Colavolpe G., Modenini A., Rusek F., Ugolini A. Modulation formats and waveforms for 5G networks: Who will be the heir of OFDM?: An overview of alternative modulation schemes for improved spectral efficiency. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2014, vol. 31, iss. 6, pp. 80–93. doi: 10.1109/MSP.2014.2337391
2. Makarov S. B., Rashich A. V. Method of forming spectral-effective OFDM signals based on non-orthogonal basis functions. *Scientific and Technical Bulletin of the St Petersburg State Polytechnic University. Computer science. Telecommunications. Management*. 2009, no. 2, pp. 94–98.
3. Gelgor A. L., Gorlov A. I., Nguyen Van. P. Improving bandwidth and energy efficiencies of sefdm-signals by introducing optimal subcarriers spectrum shapes. *Radio engineering*. 2018, no. 1, pp. 49–56.
4. Shalagin S. V. Distributed computing of fast fourier transform in the fpga architecture. *Vestn. tehnologicheskogo un-ta*. 2019, vol. 22, no. 2, pp. 155–158.
5. Rashich V. O., Rashich A. V. Asymptotically optimal algorithm for OFDM-signal reception under AWGN and OFDM interference shifted in frequency. *IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom)*. 18–21 May 2015, Constanta, Romania. Piscataway, IEEE, 2015, pp. 5–8. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2015.7185075
6. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M. R. D., Darwazeh I. Spectrally Efficient FDM Signals: Bandwidth Gain at the Expense of Receiver Complexity. *IEEE Intern. Conf. on Communications (ICC 2009)*. 14–18 June 2009, Dresden, Germany. Piscataway, IEEE, 2009. INSPEC acc. no. 10815423, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICC.2009.5199477
7. Darwazeh I., Ghannam H., Xu T. The first 15 years of SEFDM: A brief survey. *11th Intern. Symp. on Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP)*. 18–20 July 2018, Budapest, Hungary. Piscataway, IEEE, 2018. INSPEC acc. no. 18130860, pp. 1–7. doi: 10.1109/CSNDSP.2018.8471886
8. Zavjalov S. V., Volvenko S. V., Makarov S. B. A method for increasing the spectral and energy efficiency SEFDM signals. *IEEE Communications Lett.* 2016, vol. 20, no. 12, pp. 2382–2385. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2607742
9. Gelgor A. L., Gorlov A. I., Van Nguyen Phe. Improvement of SEFDM spectral and energy efficiency by replacing spectral SINC-pulse by RRC-pulses. *DSPA: Issues of digital signal processing application*. 2017, vol. 7, no. 1, pp. 34–39.
10. Gelgor A., Gorlov A., Nguyen V. P. Performance analysis of SEFDM with optimal subcarriers spectrum shapes. *IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom)*. 5–8 June, 2017, Istanbul, Turkey. Piscataway, IEEE, 2017. INSPEC acc. no. 17559180. P. 1–5. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2017.8277680
11. Kislitsyn A. B., Rashich A. V. Generation and reception of SEFDM-signals based on reduced size FFT/IFFT. *Electromagnetic waves and electronic systems*. 2014, vol. 19, no. 7, pp. 46–53.
12. Kislitsyn A. B., Rashich A. V., Tan N. N. Generation of SEFDM-signals using FFT/IFFT. *Intern. Conf. on Next Generation Wired/Wireless Networking*. Cham, Springer, 2014, pp. 488–501.
13. Isam S., Darwazeh I. Simple DSP-IDFT techniques for generating spectrally efficient FDM signals. *7th Intern. Symp. on Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP 2010)*. 21–23 July 2010, Newcastle Upon Tyne, UK. Piscataway, IEEE, 2010, pp. 20–24. doi: 10.1109/CSNDSP16145.2010.5580468
14. Ahmed S., Darwazeh I. Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals. *American J. of Engineering and Applied Sciences*. 2011, vol. 4, no. 4, pp. 598–606.
15. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M. R. D., Darwazeh I. Analysis of Sub-optimum detection techniques for a bandwidth efficient multi-carrier communication system. *Proc. of the Cranfield Multi-Strand Conf.* 6–7 May 2008, Cranfield, UK. Cranfield, Cranfield University, 2008, pp. 505–510.
16. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M. R. D., Darwazeh I. A New quasi-optimal detection algorithm for a non orthogonal spectrally efficient FDM. *9th Intern. Symp. on Communications and Information Technology*. 28–30 Sept. 2009, Icheon, Korea (South). Piscataway, IEEE, 2009, INSPEC acc. no. 10999975, pp. 460–465. doi: 10.1109/ISCIT.2009.5341206
17. Makarov S. B., Zavjalov S. V. Improving ber performance for coherent detection of nonorthogonal multifrequency signals. *Scientific and Technical Bulletin of the St Petersburg State Polytechnic University. Computer science. Telecommunications. Management*. 2014, no. 2, pp. 45–54.
18. Zavjalov S. V., Makarov S. B., Volvenko S. V. Non-linear coherent detection algorithms of nonorthogonal multifrequency signals. *Intern. Conf. on Next Generation Wired/Wireless Networking*. 27–29 Aug. 2014, St Petersburg, Russia. Cham, Springer, 2014, pp. 703–713. doi: 10.1007/978-3-319-10353-2_66

Information about the authors

Sergey B. Makarov, Dr Sci. (Eng.) (1991), Professor (1994) of the Higher school of applied physics and space technologies of Peter the Great St Petersburg Polytechnic University (SPbPU). The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing, spectrally efficient signals, 5G.

Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University (SPbPU), 29 Polytechnicheskaya St., St Petersburg 195251, Russia

E-mail: makarov@cee.spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0001-7006-9634>

Sergey V. Zavjalov, Cand. Sci. (Eng.) (2015), Associate Professor (2020) of the Higher school of applied physics and space technologies of Peter the Great St Petersburg Polytechnic University (SPbPU). The author of more than 80 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing, spectrally efficient signals, 5G.

Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University (SPbPU), 29 Polytechnicheskaya St., St Petersburg 195251, Russia

E-mail: zavjalov_sv@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3398-3616>

Dac Cu Nguyen, post-graduate student of the University of Transport and Communications. The author of 10 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing, spectrally efficient signals, 5G.

Address: University of Transport and Communications, 3 Cau Giay St., Dong Da District, Hanoi, Vietnam

E-mail: daccu91.spb@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-6395-9492>

Anna S. Ovsyannikova, post-graduate student of the Higher school of applied physics and space technologies of Peter the Great St Petersburg Polytechnic University (SPbPU). The author of 38 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing, spectrally efficient signals, 5G.

Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University (SPbPU), 29 Polytechnicheskaya St., St Petersburg 195251, Russia

E-mail: ovsyannikova_as@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3401-2718>
