

SVEOBUHVAATNA ANALIZA MALIH VODA NA SREDNJIM I MALIM SLIVOVIMA REPUBLIKE SRBIJE JUŽNO OD SAVE I DUNAVA

Stevan PROHASKA¹, Jasna PLAVŠIĆ², Samir ĆATOVIĆ³, Vladislava BARTOŠ DIVAC¹, Ognjen PROHASKA¹,
Aleksandra ILIĆ⁴, Srđan MARJANOVIĆ³, Dragutin PAVLOVIĆ²

¹ Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Beograd

² Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet

³ Republički hidrometeorološki zavod Srbije, Beograd

⁴ Univerzitet u Nišu – Građevinsko-arhitektonski fakultet

REZIME

Ideja ovoga rada je da prikaže osnovne rezultate sprovedene sveobuhvatne analize malih voda na teritoriji Republike Srbije, južno od Save i Dunava, preuzete iz buduće monografije „Prosečni protoci i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, čija je izrada u toku. Ovu monografiju zajedno realizuju Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi” i Republički hidrometeorološki zavod Srbije, uz učešće Građevinskog fakulteta iz Beograda i Građevinsko-arhitektonskog fakulteta iz Niša. U radu su prikazane kvantitativne karakteristike malih voda, koje se najčešće koriste kao podloga u projektovanju većine vodoprivrednih i hidrotehničkih objekata, a pre svega za ocenu „minimalnog održivog protoka”, koji se po važećem Zakonu o vodama mora neprikosnovenno ostaviti u reci za potrebe održavanja biocenoze i zadovoljenje potreba nizvodnih korisnika. U konkretnom slučaju prikazuju se najbitniji rezultati ocene višegodišnjih proseka srednje godišnjeg protoka, krivih trajanja srednje dnevnih protoka i obezbeđenosti minimalnih srednje mesečnih protoka. Posebno su detaljno analizirani kvantitativni pokazatelji dužina malovodnih perioda ispod protoka sa odabranim trajanjem, određenih sa krivih trajanja dnevnih protoka. Primenjen je novi prilaz koji obuhvata, pored klasične probablističke analize minimalnih godišnjih i minimalnih srednjih mesečnih protoka, i sveobuhvatnu analizu neprekidnih trajanja malih voda ispod protoka karakterističnih trajanja, njihove unutargodišnje raspodele i procentualne zastupljenosti. Bazni podaci korišćeni pri izradi ove analize, zvanični su podaci Republičkog hidrometeorološkog zavoda sa 82 profila hidroloških stanica na srednjim i malim slivovima na teritoriji Srbije, južno od Save i Dunava. Pri tome su

korišćene sve raspoložive vremenske serije srednjednevnih i minimalnih godišnjih protoka. Periodi obrade su bili od početka rada određene hidrološke stanice, do zaključno sa 2018. godinom.

Ključne reči: male vode, minimalni godišnji protoci, minimalni srednjemesečni protoci, malovodni periodi, trajanje malovodnih perioda, statistička analiza

1. UVODNE NAPOMENE

Predmet istraživanja ovoga rada je sveobuhvatna analiza karakteristika malih voda bitnih sa stanovišta vodosnabdevanja, zaštite kvaliteta voda, navodnjavanja i proizvodnje hidroenergije. To se, pre svega, odnosi na merodavne karakteristike malih voda potrebne za ocenu minimalnog održivog protoka koji se nizvodno od vodozahvata mora obezbediti u vodotoku za opstanak i razvoj nizvodnih biocenoza i zadovoljavanje potreba nizvodnih korisnika. Osim toga, za navedene korisnike veoma su interesantne analize sušnih perioda, odnosno maksimalnih trajanja malovodnih perioda ispod protoka karakterističnih trajanja. Ovim karakteristikama malih voda, nažalost, u dosadašnjoj našoj hidrološkoj praksi nije posvećivano dovoljno pažnje. Većina do sada izvršenih analiza malih voda u našoj zemlji, a i šire u svetu, obuhvatala je samo statističko-probablističke analize serija minimalnih godišnjih i minimalnih srednjih mesečnih protoka i proračun trajanja malih voda. U ovom radu autori su primenili jedan novi prilaz koji, osim klasične probablističke analize minimalnih godišnjih i minimalnih srednjih mesečnih protoka, obuhvata i sveobuhvatnu analizu neprekidnih trajanja malih voda ispod protoka karakterističnih trajanja, njihove unutargodišnje raspodele i procentualne zastupljenosti.

Bazni podaci koji su korišćeni za proračun malih voda, zvanični su podaci Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije sa hidroloških stanica za 82 slivna područja južno od Save i Dunava, čije su slivne površine manje od 1.000 km². U vezi sa ovim, korišćene su raspoložive vremenske serije srednjednevnih i minimalnih godišnjih protoka na hidrološkim stanicama RHMZ Srbije. Periodi obrade su bili različiti, od početka rada određene hidrološke stanice, zaključno sa 2018. godinom.

Rad na ovom projektu svestrano je podržao RHMZ Srbije, obezbeđujući zvanične podatke, a sa Institutom „Jaroslav Černi” učestvovala u zajedničkom izdavanju mnogo šire monografije „Prosečni protoci i male vode Srbije na srednjim i malim slivovima južno od Save i Dunava”. Pojedini eksperti iz RHMZ-a učestvuju u realizaciji celokupnog projekta, zajedno sa nekoliko eksperata sa Građevinskog fakulteta u Beogradu i Građevinsko-arhitektonskog fakulteta u Nišu.

2. PRIMENJENA PROCEDURA PRORAČUNA OSNOVNIH KARAKTERISTIKA MALIH VODA

Procedura sveobuhvatnog definisanja osnovnih karakteristika malih voda sastojala se u sledećem:

- Iz navedene baze dnevnih podataka sračunate su serije srednjemesečnih protoka iz kojih su izdvojene serije minimalnih srednjemesečnih protoka.
- Serije minimalnih godišnjih protoka preuzete su direktno iz baze hidroloških podataka RHMZ Srbije.
- Na osnovu serija dnevnih protoka sračunate su krive trajanja dnevnih protoka koje su bile osnova za definisanje repernih protoka $Q(\Theta(\%))$ određenog trajanja $\Theta(\%)$.
- Za karakteristične (reperne) protoke $Q(\Theta(\%))$, sa krivih trajanja dnevnih protoka, određene su dužine perioda $D(T)$ u danima, tokom kojih su protoci u reci $Q(t)$ manji od repernih $Q(\Theta(\%))$, tj.:

$$D(T) = \sum_{t_p}^{t_k} \{Q(t) \leq Q(\Theta(\%))\}$$

gde je t_p – početni trenutak kada je $Q(t) \leq Q(\Theta(\%))$ i t_k – krajnji trenutak kada je $Q(t) \leq Q(\Theta(\%))$. U konkretnom slučaju, za reperne protoke odabrane su odgovarajuće vrednosti sa krivih trajanja dnevnih protoka za trajanja $\Theta(\%) = 50, 60, 70, 80, 90$ i 95% .

- Za sva naznačena trajanja ekstrahovane su serije ukupnih i maksimalnih godišnjih trajanja

malovodnih perioda ispod prikazanih repernih protoka, $D_{\max}(T)$, po godinama.

- Posebno su ekstrahovane serije maksimalnih trajanja malovodnih perioda po godinama (od – do dana).
- Unutargodišnje raspodele maksimalnih trajanja malovodnih perioda (u danima) definisane su za odabrane različite reperne protoke sa krive trajanja protoka $Q(\Theta(\%))$.
- Na osnovu ekstrahovane serije maksimalnih trajanja malovodnih perioda po godinama, sračunate su prosečne višegodišnje vrednosti učestalosti broja dana sa maksimalnim trajanjima malovodnih perioda i njihove odgovarajuće integralne (sumarne) krive zastupljenosti.
- Na osnovu integralnih krivih zastupljenosti definisani su intervali poverenja IP-90%, IP-80% i IP-50% unutar kojih se, sa navedenim verovatnoćama, može očekivati pojava malovodnih perioda.

Za sve definisane serije minimalnih srednjemesečnih protoka, zatim minimalnih godišnjih protoka, kao i za serije maksimalnih godišnjih trajanja malovodnih perioda (u danima) sračunate su verovatnoće pojave. Pri tome su korišćeni sledeći zakoni raspodele: Pirsonov III tipa, log-Pirsonov III tipa, Gumbelov, dvoparametarski Vejbulov, troparametarski log-normalni i dvoparametarski log-normalni. Kvalitet prilagođavanja je testiran pomoću χ^2 testa, testa Kolmogorov–Smirnov i ω^2 testa. Usvojene su one raspodele koje su prema sprovedenim testovima saglasnosti dale najprihvatljivije rezultate.

Svi navedeni proračuni urađeni su za sve 82 hidrološke stanice RHMZ Srbije, južno od Save i Dunava. Zbirni (uprosečeni) rezultati dati su za posebno analizirane podslivove: Velike Morave, Drine, Dunava, Egejskog mora, Zapadne Morave, Južne Morave, Kolubare, Nišave, Timoka i Toplice. Takođe su urađeni i svi zbirni rezultati za razmatranu teritoriju Srbije, južno od Save i Dunava.

3. PRIKAZ REZULTATA PRORAČUNA OSNOVNIH KARAKTERISTIKA MALIH VODA NA RAZMATRANOJ TERITORIJI REPUBLIKE SRBIJE

Zbog obimnosti rezultata proračuna (82 hidrološke stanice), u ovom radu detaljniji rezultati prikazuju se samo za jednu proizvoljno odabranu hidrološku stanicu Jagodinu na reci Belici, u podslivu Velike Morave. Najbitniji rezultati sprovedene sveobuhvatne analize

malih voda prikazuju se redosledom kako je to definisano u prethodnom poglavlju.

Za serije minimalnih srednjemesečnih i minimalnih godišnjih protoka u tabeli 1 prikazani su rezultati izvršenih statističkih obrada, tj. statističkih parametara: srednje vrednosti, standardne devijacije σ , koeficijenta varijacije C_v , koeficijenta asimetrije C_s i ekstremnih minimalnih i maksimalnih vrednosti.

Tabela 1. Prikaz statističkih parametara serije minimalnih srednjemesečnih i minimalnih godišnjih protoka reke Belice u profilu h.s. Jagodina

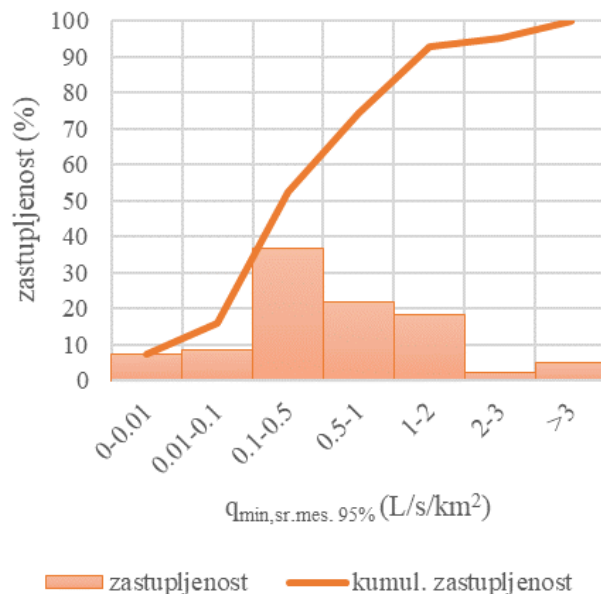
Promenljiva	$Q_{\min, sr. mes}$	$Q_{aps. min. god}$
Sred. vrednost (m^3/s)	0.120	0.059
σ	0.131	0.077
C_v	1.103	1.299
C_s	1.240	1.278
Q_{\min} (m^3/s)	0	0
Q_{\max} (m^3/s)	0.555	0.278

Za karakteristike malih voda koje se najčešće primenjuju u našoj hidrotehničkoj praksi za određivanje „minimalnog održivog protoka“, a to su srednjemesečni protoci obezbeđenosti 95% i srednji godišnji protoci verovatnoće 10%, urađeni su kumulativni prikazi za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije, južno od Save i Dunava. U konkretnom slučaju navedene karakteristične vrednosti su, zbog mogućnosti prostornog usaglašavanja, iskazane u vidu specifičnog oticaja q ($L/s/km^2$).

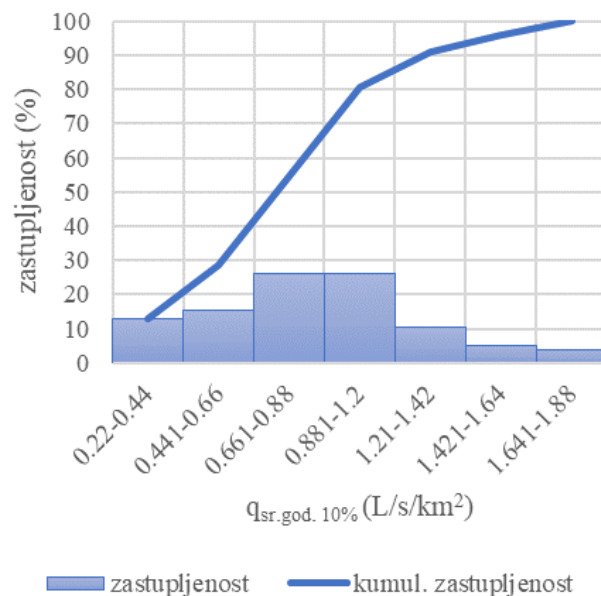
Zbirni rezultati učestalosti specifičnog oticaja q ($L/s/km^2$) navedenih merodavnih karakteristika malih voda za ocenu „minimalno održivog protoka“ prikazani su u tabelama 2 i 3 za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava, a u vidu procentualne učestalosti broja hidroloških stanica (Br. h.s.) u funkciji specifičnog oticaja q .

Grafički prikaz učestalosti i kumulativne (integralne) zastupljenosti navedenih karakteristika malih voda dat je na slikama 1 i 2.

Prostorne raspodele osnovnih karakteristika merodavnih malih voda za ocenu „minimalno održivog protoka“ na razmatranom delu sliva na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, prikazani su na kartama na slikama 3 i 4. Na slici 3 dat je prostorni prikaz specifičnog oticaja minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95%, a na slici 4 odgovarajući prikaz prostorne raspodele specifičnog oticaja srednjegodišnjih protoka verovatnoće 10%.



Slika 1. Učestalost specifičnog oticaja minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava po klasama i kumulativno



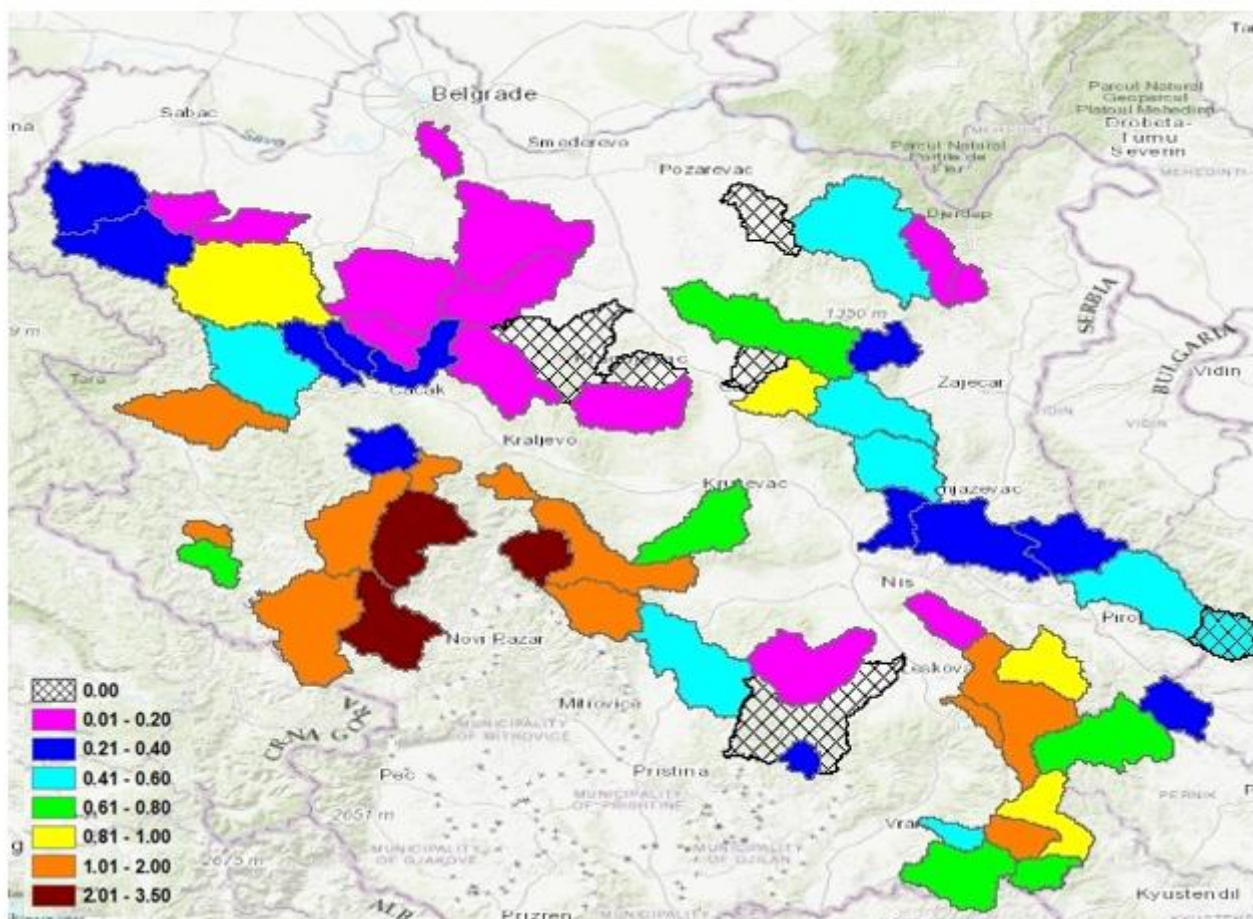
Slika 2. Učestalost specifičnog oticaja srednjih godišnjih protoka verovatnoće 10% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

Tabela 2. Učestalost broja hidroloških stanica u funkciji specifičnog oticaja minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

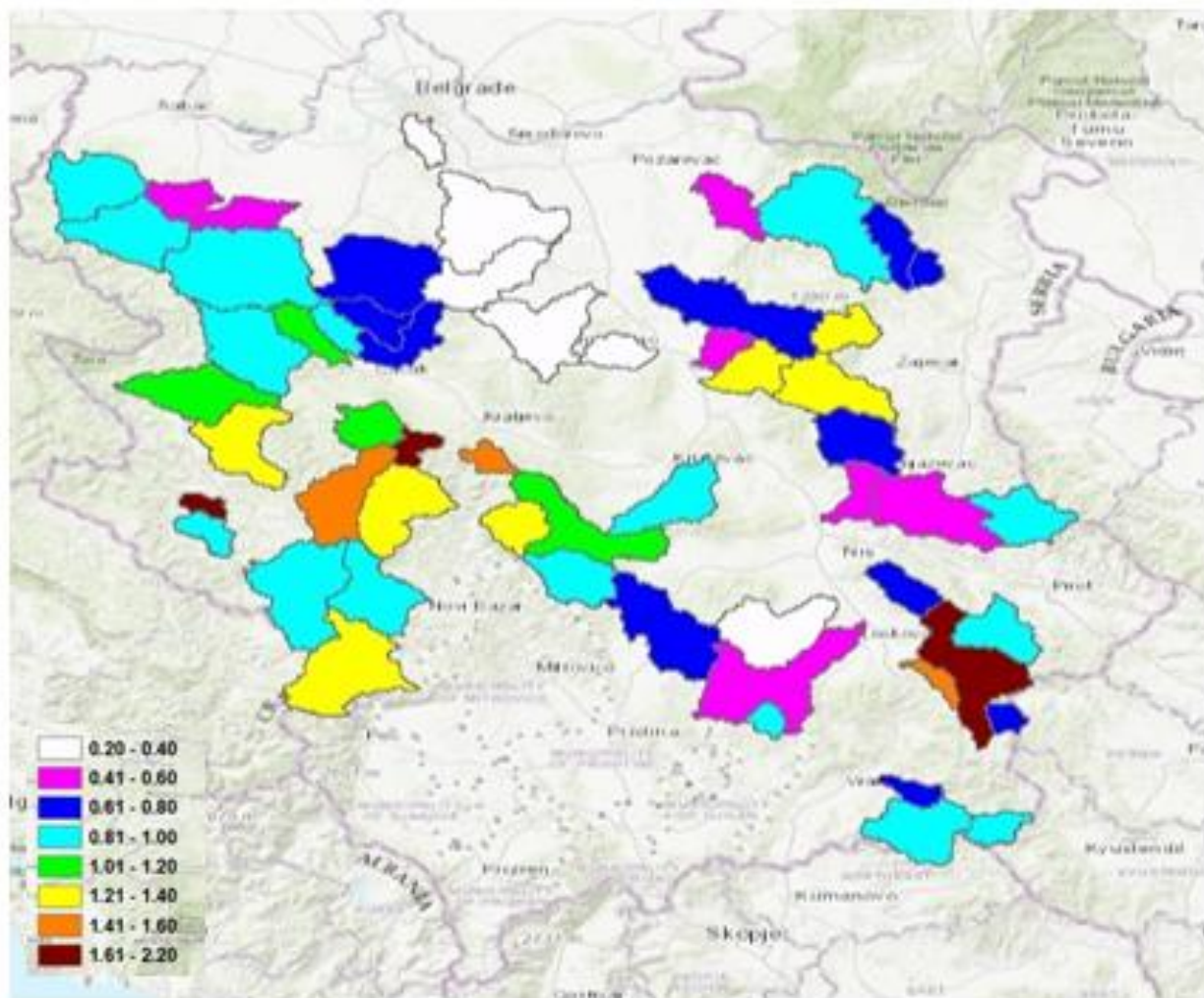
	$q_{\min, sr. mes} (L/s/km^2)$							Σ	min.	sred.	max.
	0-0,01	0,01-0,1	0,1-0,5	0,5-1	1-2	2-3	>3				
Br. h.s.	6	7	30	18	15	2	4	82	0	0,74	3,39
%	7,31	8,54	36,59	21,95	18,29	2,44	4,88	100			
$\Sigma\%$	7,31	15,85	52,44	74,39	92,68	95,12	100				

Tabela 3. Učestalost broja hidroloških stanica u funkciji specifičnog oticaja srednjeg godišnjeg protoka verovatnoće 10% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

	$q_{sr. god. 10\%} (L/s/km^2)$							Σ	min.	sred.	max.
	0,22-0,44	0,441-0,66	0,661-0,88	0,881-1,2	1,21-1,42	1,421-1,64	1,641-1,88				
Br. h.s.	10	12	20	20	8	34	3	77	0,23	0,89	1,772
%	12,99	15,58	25,97	25,97	10,39	5,20	3,90	100			
$\Sigma\%$	12,99	28,57	54,54	80,51	90,90	96,09	100				



Slika 3. Prostorni prikaz specifičnog modula minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% razmatranih slivova na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava



Slika 4. Prostorni prikaz specifičnog oticaja 10%-nih srednjegodišnjih protoka razmatranih slivova na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

Uočava se velika prostorna heterogenost u formiranju malih voda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava. Po apsolutnim vrednostima navedenih modula oticaja, veću neravnomernost pokazuju moduli minimalnog srednjeg mesečnog protoka obezbeđenosti 95% (od 0 do 3 L/s/km²) u odnosu na module srednjegodišnjih protoka verovatnoće 10% (od 0,22 do 1,88 L/s/km²). Međutim, sa verovatnoćom od 90% može se očekivati da se moduli minimalnog srednjeg mesečnog protoka 95%-ne obezbeđenosti kreću u intervalu od 0,05 do 1,5 L/s/km², a moduli srednje godišnjih protoka 10%-ne verovatnoće od 0,33 do 1,3 L/s/km².

Sledeća karakteristika malih voda koja je veoma bitna sa gledišta vodosnabdevanja i zaštite voda je

maksimalno neprekidno trajanje malovodnih perioda ispod unapred definisanih repernih protoka sa krivih trajanja dnevnih protoka verovatnoće trajanja $\Theta(\%)$. Korišćenjem izložene procedure za sve razmatrane slivove (82 hidrološke stanice), definisane su, između ostalih, serije maksimalnih godišnjih neprekidnih trajanja malovodnih perioda za različite vrednosti repernih protoka sa krivih trajanja dnevnih protoka za trajanja $\Theta(\%) = 50, 60, 70, 80, 90$ i 95 %. Za sve ove serije sračunate su verovatnoće njihove pojave, a rezultati proračuna u ovom radu prikazani samo za jednu proizvoljno odabranu hidrološku stanicu Jagodina na reci Belici. Numerički prikaz verovatnoće maksimalnih godišnjih neprekidnih trajanja malovodnih perioda $D(T)_{\max}$ dat je u tabeli 4.

Unutargodišnja zastupljenost pojave maksimalnih neprekidnih trajanja malovodnih perioda, za različite reperne protoke, prikazana je u tabeli 5 preko prosečnih višegodišnjih vrednosti broja dana, kao i preko njihove integralne krive procentualne zastupljenosti. Grafičke interpretacije ovih pokazatelja prikazane su na sl. 5.

Na osnovu prikazanih integralnih krivih zastupljenosti (numerički i grafički), definisani su intervali poverenja IP-90%, IP-75% i IP-50% unutar kojih se sa navedenim verovatnoćama može očekivati pojava malovodnih perioda. Definisani intervali poverenja predstavljaju prosečne vrednosti prikazanih integralnih krivih za razmatrana trajanja repernih protoka. Ovi rezultati su prikazani u tabeli 6.

Kumulativni pregled prosečnih višegodišnjih vrednosti intervala poverenja pojave malovodnih perioda za podsliv Velike Morave prikazan je u tabeli 7.

Unutargodišnja zastupljenost pojave maksimalnih trajanja malovodnih perioda za različite reperne protoke $Q(\Theta)$, predstavljena je preko prosečnih višegodišnjih vrednosti broja dana sa protocima ispod repernih po mesecima i preko procentualne zastupljenosti po mesecima u odnosu na celu godinu sračunata je za sve razmatrane hidrološke stanice. Na osnovu njih formirane su integralne krive procentualne zastupljenosti broja malovodnih dana tokom godine. Ove krive su zatim osrednjene za deset razmatranih slivova, odnosno za teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava.

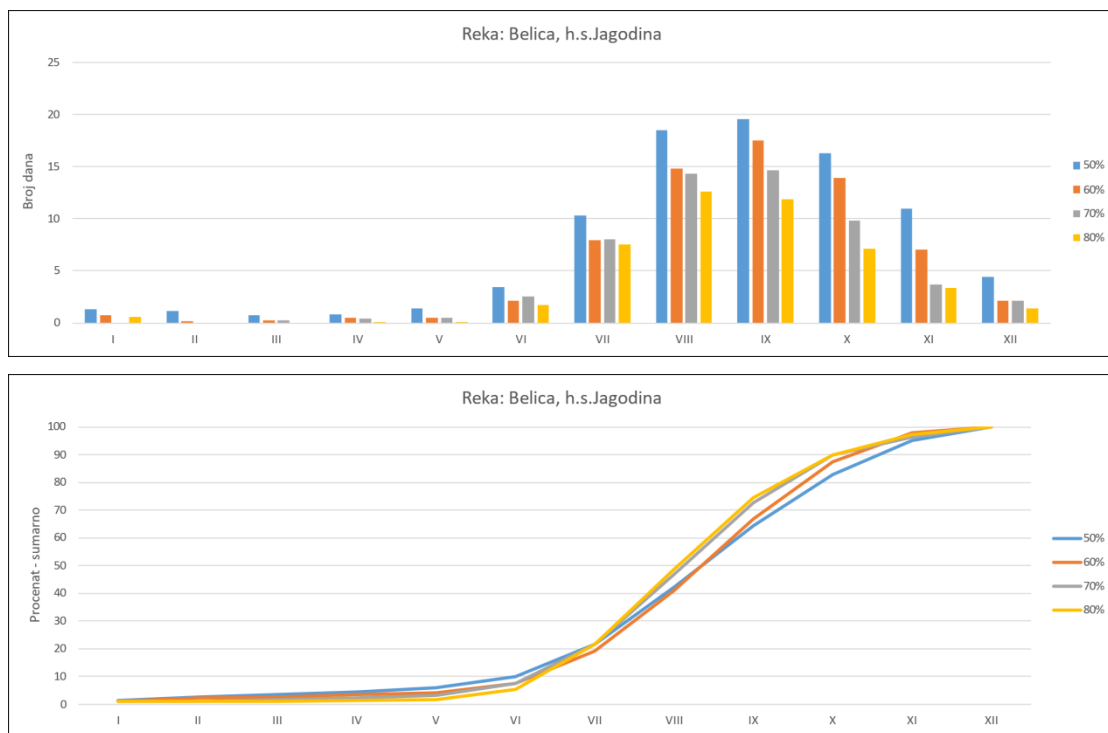
Tabela 4. Prikaz verovatnoća maksimalnih godišnjih neprekidnih trajanja malovodnih perioda reke Belice za h.s. Jagodina za različite vrednosti repernih protoka $\Theta(\%)$

$Q(\Theta(\%))$ (m^3/s)		Maksimalna neprekidna trajanja malovodnih perioda $D(T)_{max}$ (dani) za verovatnoću pojave p								Tip raspodele
		p (%)								
		1	2	5	10	50	80	90	95	
$Q(50\%)$	0,30	261	231	199	168	78	38	234	15	Vejbuloва 2-par.
$Q(60\%)$	0,24	225	201	167	135	61	28	17	10	Vejbuloва 2-par.
$Q(70\%)$	0,18	222	1,96	160	130	52	22	12	7	Vejbuloва 2-par.
$Q(80\%)$	0,12	206	182	149	122	99	21	1,12	7	Vejbuloва 2-par.

Tabela 5. Unutargodišnja raspodela maksimalnih neprekidnih trajanja malovodnih perioda (u danima) reke Belice za h.s. Jagodina, za različite reperne protoke sa krive trajanja protoka $Q(\Theta(\%))$

A) Prosečne višegodišnje vrednosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda (u danima) i njihova procentualna zastupljenost p (%)														
Traj. $\Theta(\%)$	Prom.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	GOD
50%	Sr. vr.	1.29	1.14	0.73	0.81	1.42	3.46	10.3	18.5	19.6	16.3	11	4.41	88.9
	p (%)	1.45	1.28	0.82	0.92	1.6	3.89	11.6	20.8	22	18.3	12.4	4.96	100
60%	Sr. vr.	0.756	0.14	0.27	0.48	0.53	2.15	7.98	14.8	17.5	13.9	7.05	2.1	67.6
	p (%)	1.13	1.2	0.4	0.7	0.78	3.19	11.8	21.9	25.8	20.6	10.4	2.18	100
70%	Sr. vr.	0-70	0	0.22	0.37	0.53	2.58	8.0	14.3	14.7	9.81	3.7	2.14	57.1
	p (%)	1.22	0	0.39	0.65	0.92	4.51	14.0	25.1	25.8	17.2	6.47	3.74	100
80%	Sr. vr.	0.54	0	0	0.12	0.1	1.76	7.54	12.6	11.9	7.09	3.39	1.37	46.4
	p (%)	1.17	0	0	0.26	0.22	3.8	16.3	27.1	25.7	15.3	7.31	2.96	100

B) Kumulativne procentualne zastupljenosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda Σp (%)													
Trajanje $\Theta(\%)$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
50%	1.45	2.73	3.55	4.47	6.07	9.96	21.56	42.36	64.36	82.66	95.06	100	
60%	1.13	2.33	2.73	3.43	4.21	7.4	19.2	41.1	66.9	87.5	97.9	100	
70%	1.22	1.22	1.61	2.26	3.18	7.69	21.69	46.79	72.59	89.79	96.26	100	
80%	1.17	1.17	1.17	1.43	1.65	5.45	21.75	48.85	74.55	89.85	97.16	100	



Slika 5. Grafički prikaz integralne krive zastupljenosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda (u danima) za različite reperne protoke sa krive trajanja protoka $\Theta(\%)$

Tabela 6. Prikaz intervala poverenja pojave neprekidnih trajanja malovodnih perioda unutar godine (IP od-do u datumima) za h.s. Jagodina na reci Belici

Intervali poverenja (IP)					
IP-90%		IP-75%		IP-50%	
od	do	od	do	od	do
6.VI	23.XI	15.VII	27.X	4.VIII	9.X

Tabela 7. Kumulativni pregled prosečnih višegodišnjih vrednosti integrala poverenja pojave malovodnih perioda za podsliv Velike Morave

Br. sliva	Sliv		Intervali poverenja (IP)					
	Reka	Hidrološka stanica	IP-90%		IP-75%		IP-50%	
			od	do	od	do	od	do
1	Belica	Jagodina	6.VI	23.XI	15.VII	27.X	4.VIII	9.X
2	Jasenica	Donja Šatornja	18.III	6.XII	20.VII	11.XI	9.VIII	20.X
3	Jaseniva	Smed. Palanka	9.V	6.XII	13.VII	12.XI	12.VIII	17.X
4	Kubršnica	Smed. Palanka	14.VI	5.XII	17.VII	14.XI	11.VIII	21.X
5	Lepenica	Batočina/Rogot	13.II	7.XII	8.V	15.XI	29.VII	22.X
6	Lugomir	Jagodina/Majur	5.VII	5.XII	28.VII	16.XI	20.VIII	26.X
7	Ravanica	Čuprija	18.III	2.XII	26.VI	10.XI	28.VII	14.X
8	Resava	Manastir Manasija	1.VII	8.XII	25.VII	18.XI	14.VIII	25.X
9	Resava	Svilajnac	30.VI	7.XII	24.VII	17.XI	14.VIII	25.X
10	Crnica	Paraćin	29.VI	9.XII	20.VII	18.XI	1,6.VIII	25.X
Datum pojave		Srednji	18.V	23.XI	8.VII	27.X	28.VII	9.X
		Najraniji	13.II	5.XII	11.VII	13.XI	9.VIII	20.X
		Najkasniji	5.VII	9.XII	28.VII	18.XI	20.VIII	26.X

Na osnovu podataka o maksimalnim trajanjima malovodnih perioda u pojedinim godinama i prikazanih sumarnih krivih zastupljenosti (numerički i grafički), na svim hidrološkim stanicama definisani su intervali poverenja IP-90%, IP-75% i IP-50% unutar kojih se sa navedenim verovatnoćama može očekivati pojava malovodnih perioda. Definisani intervali poverenja predstavljaju prosečne vrednosti prikazanih integralnih krivih za razmatrane reperne protoke.

Kumulativni pregled prosečnih višegodišnjih vrednosti integrala poverenja pojave malovodnih perioda za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije, južno od Save i Dunava, dat je u tabeli 8.

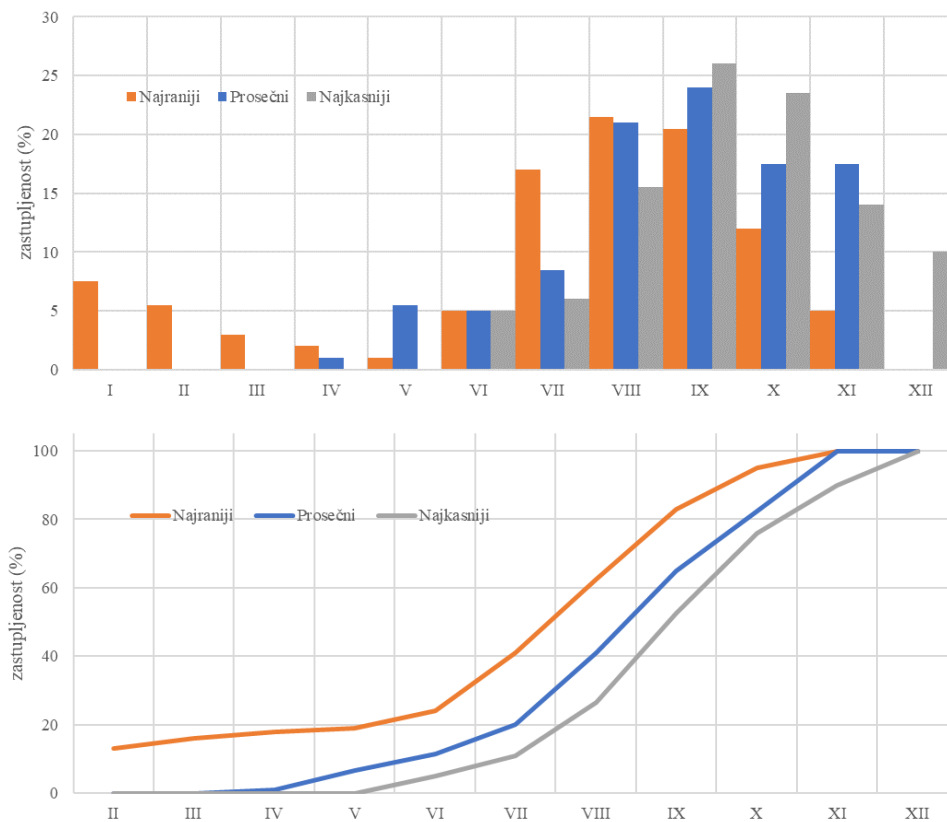
Korišćenjem podataka sa integralnih krivih procentualne zastupljenosti broja malovodnih dana tokom godine, sa svih razmatranih hidroloških stanica, sračunata je prosečna (osrednjena) kriva za celu teritoriju Srbije. Na osnovu podataka o najranijoj i najkasnijoj pojavi malovodnih perioda, na hidrološkim stanicama formirane su ekstremne integralne krive. Diferenciranjem ovih krivih dobijene su unutargodišnje raspodele procentualne zastupljenosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda (procentualno i kumulativno) za razmatrani deo teritorije Republike Srbije i to za prosečni, najraniji i najkasniji datum pojave malovodnih perioda. Ovi rezultati prikazani su numerički u tabeli 9 i grafički na slici 6.

Tabela 8. Prosečne višegodišnje vrednosti početka i kraja pojave malovodnih perioda za različite intervale poverenja po slivovima i za celu teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava

Br. sliva	Sliv	Intervali poverenja (IP)					
		IP-90%		IP-75%		IP-50%	
		od	do	od	do	od	do
1	Velika Morava	18.V	23.XI	8.VII	27.X	28.VIII	9.X
2	Drina	26.V	1.XI	11.VII	8.XI	6.VIII	17.X
3	Dunav	3.VI	21.XI	6.VII	24.XI	31.VII	7.X
4	Egej	11.VI	30.XI	11.VII	7.XI	8.VIII	14.X
5	Zapadna Morava	11.IV	1.XII	30.VI	11.X	6.VIII	18.X
6	Južna Morava	4.V	2.XII	10.VII	9.XI	6.VIII	17.X
7	Kolubara	18.IV	27.XI	9.VII	1.XI	4.VIII	17.X
8	Nišava	15.V	3.XII	11.VII	12.XI	10.VIII	19.X
9	Timok	15.VI	27.XI	15.VII	4.XI	3.VIII	20.X
10	Toplica	24.VI	27.XI	21.VII	8.XI	12.VIII	14.X
Datum pojave	Srednji	21.V	15.XI	10.VII	5.XI	10.VIII	15.X
	Najraniji	19.I	30.X	16.II	5.X	2.VII	21.IX
	Najkasniji	2.VII	15.XII	6.VIII	23.XI	22.VIII	27.XI

Tabela 9. Unutargodišnja i kumulativna raspodela zastupljenosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda za razmatrani deo teritorije Republike Srbije – za prosečni, najraniji i najkasniji datum pojave

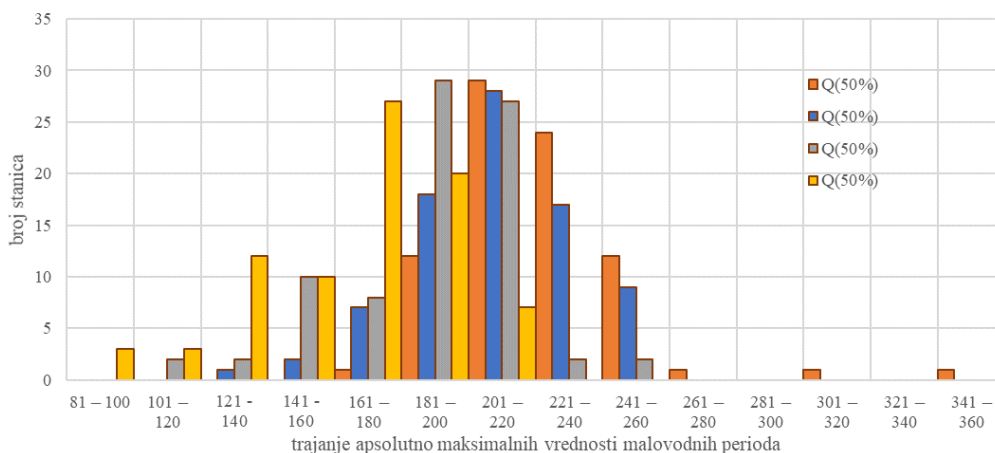
Datum pojave	Zastupljenost (%)	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Prosečni	Po mesecima	0	0	0	1	5.5	5	8.5	21	24	17.5	17.5	0
	Od početka godine do kraja meseca	0	0	0	1	6.5	11.5	20	41	65	82.5	100	100
Najraniji	Po mesecima	7.5	5.5	3	2	1	5	17	21.5	20.5	12	5	0
	Od početka godine do kraja meseca	7.5	13	16	18	19	24	41	62.5	83	95	100	100
Najkasniji	Po mesecima	0	0	0	0	0	5	6	15.5	26	23.5	14	10
	Od početka godine do kraja meseca	0	0	0	0	0	5	11	26.5	52.5	76	90	100



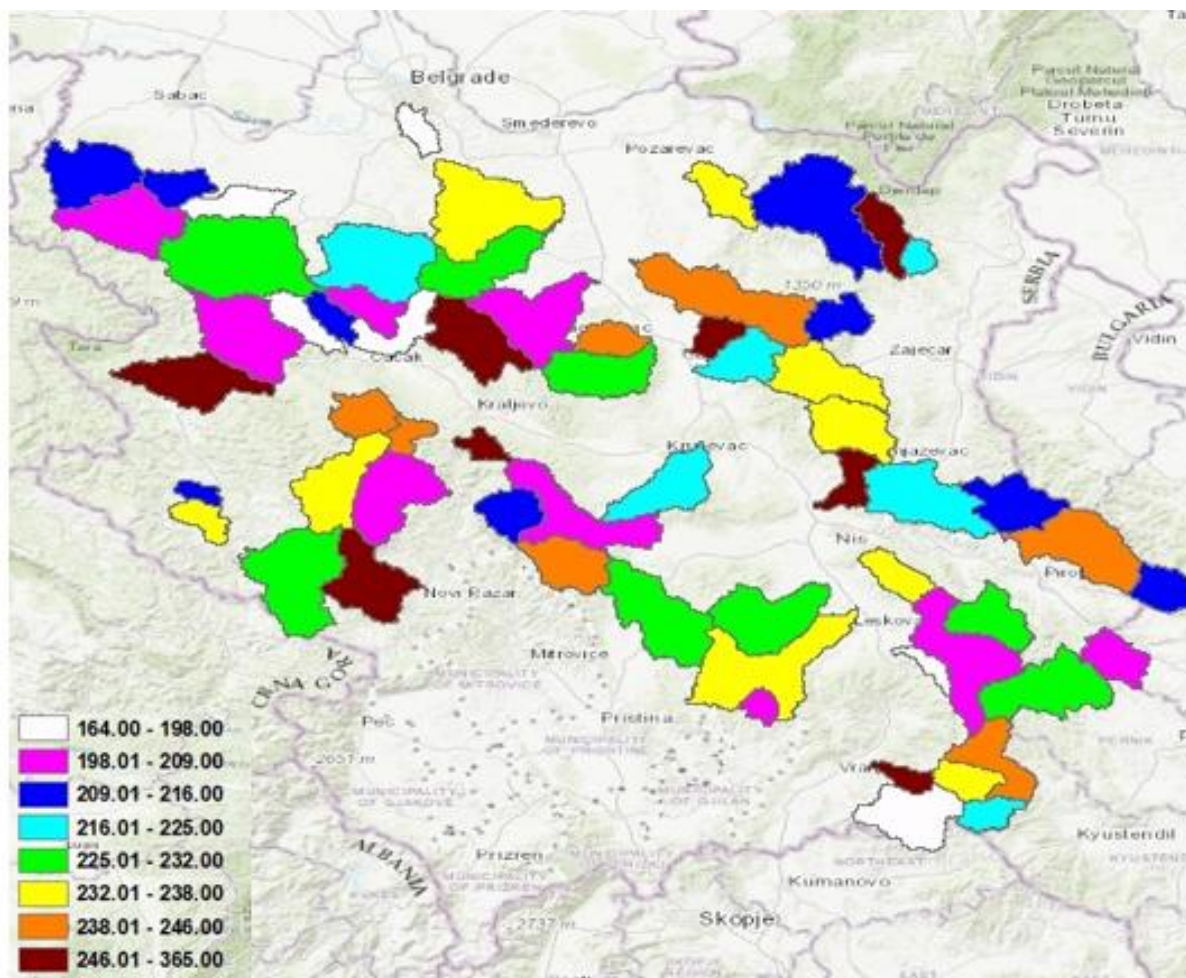
Slika 6. Zastupljenost maksimalnih trajanja malovodnih perioda (po mesecima i kumulativno) za razmatrani deo teritorije Republike Srbije teritoriji Srbije - za prosečni, najraniji i najkasniji datum pojave

Tabela 10. Broj hidroloških stanica sa pojavom apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke karakterističnih trajanja

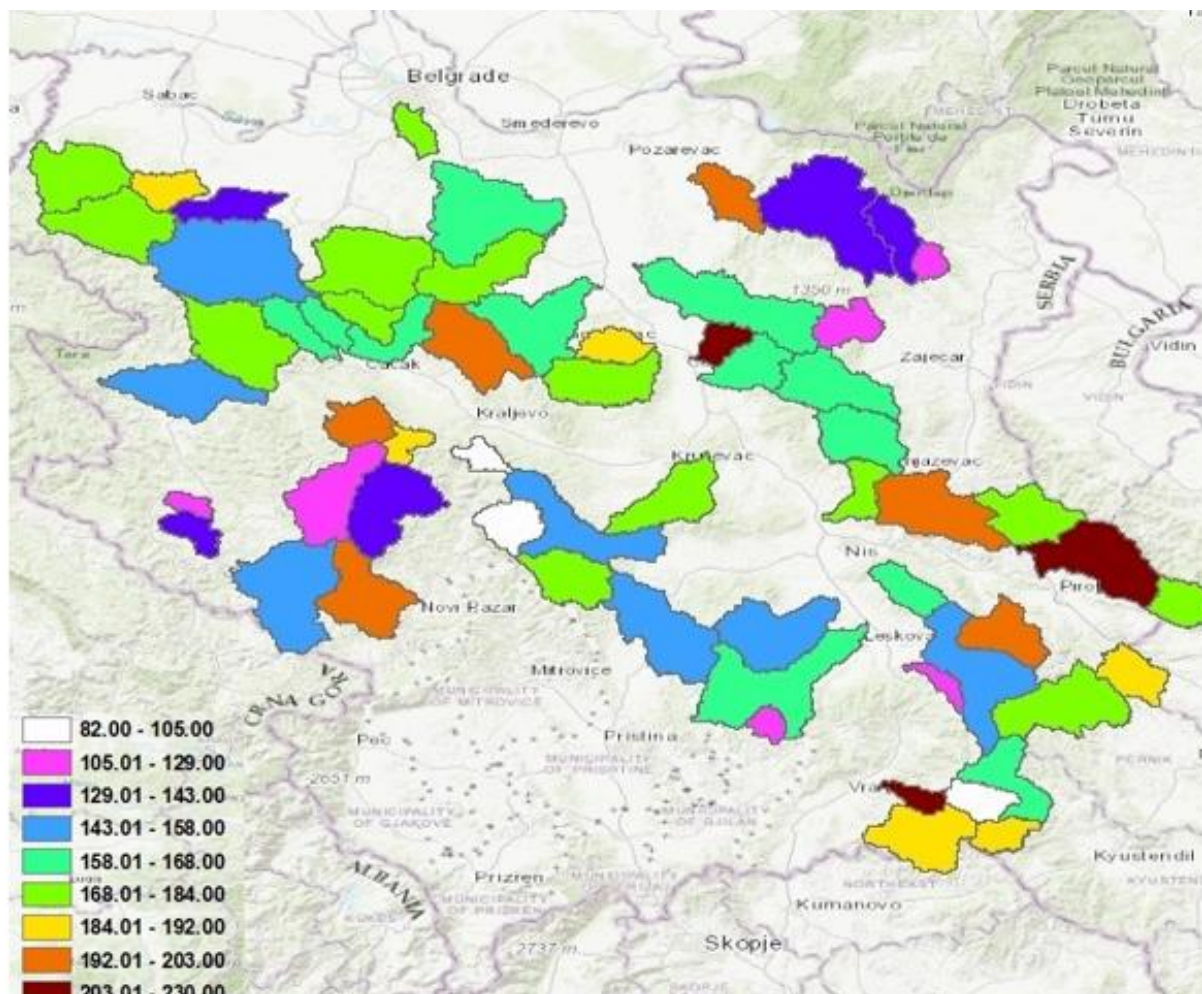
Dužina trajanja (dana)	Broj hidroloških stanica			
	Reperni protoci Θ (%)			
	Q(50%)	Q(50%)	Q(50%)	Q(50%)
81–100				3
101–120			2	3
121–140		1	2	12
141–160		2	10	10
161–180	1	7	8	27
181–200	12	18	29	20
201–220	29	28	27	7
221–240	24	17	2	
241–260	12	9	2	
261–280	1			
281–300				
301–320	1			
321–340				
341–360	1			
>361	1			
Prosečno trajanje	224	208	189	165
Najduže trajanje	365	257	255	220
Najkraće trajanje	185	122	108	82



Slika 7. Broj razmatranih hidroloških stanica na kojima su registrovana apsolutno najduža maksimalna trajanja malovodnih perioda za reperne protoke karakterističnih trajanja



Slika 8. Prostorni prikaz broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke trajanja 50% na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava



Slika 9. Prostorni prikaz broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke trajanja 80% na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

U proseku, maksimalne dužine neprekidnih trajanja malovodnih perioda na razmatranom delu teritorije Republike Srbije mogu se pojaviti sredinom aprila i trajati do sredine novembra. Najraniji datumi pojave maksimalne dužine neprekidnih trajanja malovodnih perioda pojavljuju se u periodu od početka januara do polovine novembra. Međutim, najkasniji datumi pojave maksimalne dužine neprekidnih trajanja malovodnih perioda počinju u periodu od sredine maja do sredine decembra meseca. Ove karakteristike mogu biti veoma bitne sa gledišta vodoprivrede u celini, a posebno sa aspekta poljoprivrede, vodosnabdevanja i hidroenergetike.

Takođe, za potrebe vodoprivrede je interesantna distribucija broja hidroloških stanica u funkciji dužina

trajanja apsolutno najdužih malovodnih perioda i vrednosti repernih protoka. Tako, na primer, u tabeli 10 prikazan je broj hidroloških stanica sa pojavom apsolutno maksimalnih dužina trajanja malovodnih perioda, za razmatrane vrednosti repnog protoka $Q(\theta\%)$, a za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije.

Grafički prikaz broja hidroloških stanica na kojima su registrovana apsolutno najduža maksimalna trajanja malovodnih perioda za reperne protoke karakterističnih trajanja za čitavu razmatranu teritoriju Republike Srbije, prikazan je na slici 7.

Prostorne raspodele broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne

protoke $Q(50\%)$ i $Q(80\%)$ na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, date su na slikama 8 i 9.

Sa gledišta prostornog rasporeda broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije, takođe se uočava veoma izražena prostorna heterogenost u vrednostima broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za sve razmatrane reperne protoke.

Sa ciljem sagledavanja mogućeg raspona pojave računskih vrednosti maksimalnih dužina neprekidnih trajanja malovodnih perioda za različite verovatnoće pojave – $D(T)_{\max}(p)$ (npr. podaci iz tabele 4 za h.s. Jagodina na r. Belici), definisane su specijalne zavisnosti neprekidnog trajanja malovodnih perioda $T_{\max}(\tilde{p})$ u funkciji njihove verovatnoće pojave p i združene verovatnoće \tilde{p} . Korišćenjem računskih vrednosti maksimalnih dužina neprekidnih trajanja malovodnih perioda $D(T)_{\max}(p)$ za unapred usvojenu verovatnoću p , usvojena je po jedna vrednost za svaku hidrološku stanicu i to za svako trajanje $\Theta(\%)$ repernog protoka. Na taj način formirane su nove serije $T_{\max, \Theta(\%)}$ ($p = \text{const}$), koje su takođe slučajne. Ukupan broj podataka u ovim serijama jednak je broju obrađenih (obuhvaćenih hidroloških stanica). Primenom navedenih teorijskih raspodela određene su nove računске vrednosti ukupnih trajanja malovodnih perioda – $T_{\max}(\tilde{p})$. Ove raspodele su urađene za verovatnoće pojave $p = 1\%, 2\%, 5\%, 10\%; 50\%, 80\%, 90\%$ i 95% . Za te nove serije istim postupkom određene su računске vrednosti maksimalnih ukupnih trajanja malovodnih perioda u danima – $T_{\max}(\tilde{p})$ za verovatnoće pojave $\tilde{p} = 1\%, 2\%, 5\%, 10\%; 50\%, 80\%, 90\%$ i 95% , koje se odnose na celu teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava.

Analognom procedurom sračunate su računске vrednosti apsolutno najdužih trajanja, koje su određene za sva trajanja $\Theta(\%)$ repernih protoka, a na osnovu jednog podatka za svaku hidrološku stanicu. Na taj način dobijene su računске vrednosti verovatnoće apsolutno najdužih trajanja malovodnih perioda $T_{\text{aps.max}}(p)$ za sve razmatrane reperne protoke.

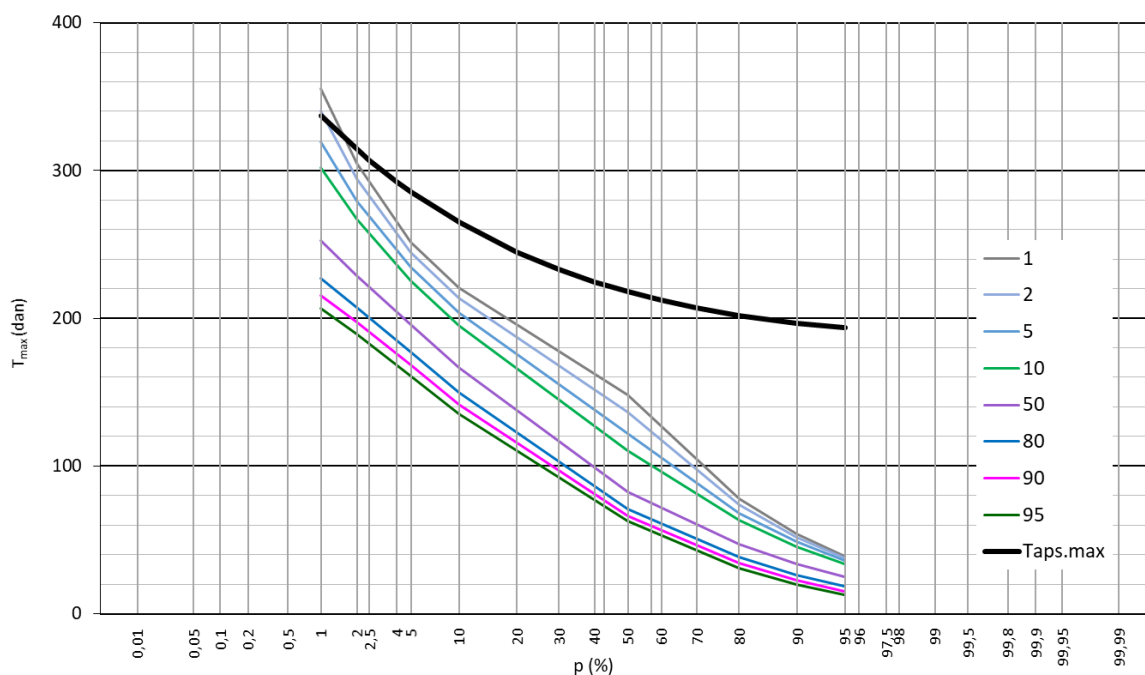
Definisane specijalne zavisnosti neprekidnog trajanja malovodnih perioda $T_{\max}(\tilde{p})$ u funkciji određenog traja-

nja teorijskih vrednosti verovatnoće p i združene verovatnoće \tilde{p} , kao i računске vrednosti verovatnoće apsolutno najdužih trajanja malovodnih perioda na teritoriji Srbije južno od Save i Dunava, prikazane su grafički na slikama 10–13 i numerički u tabeli 11.

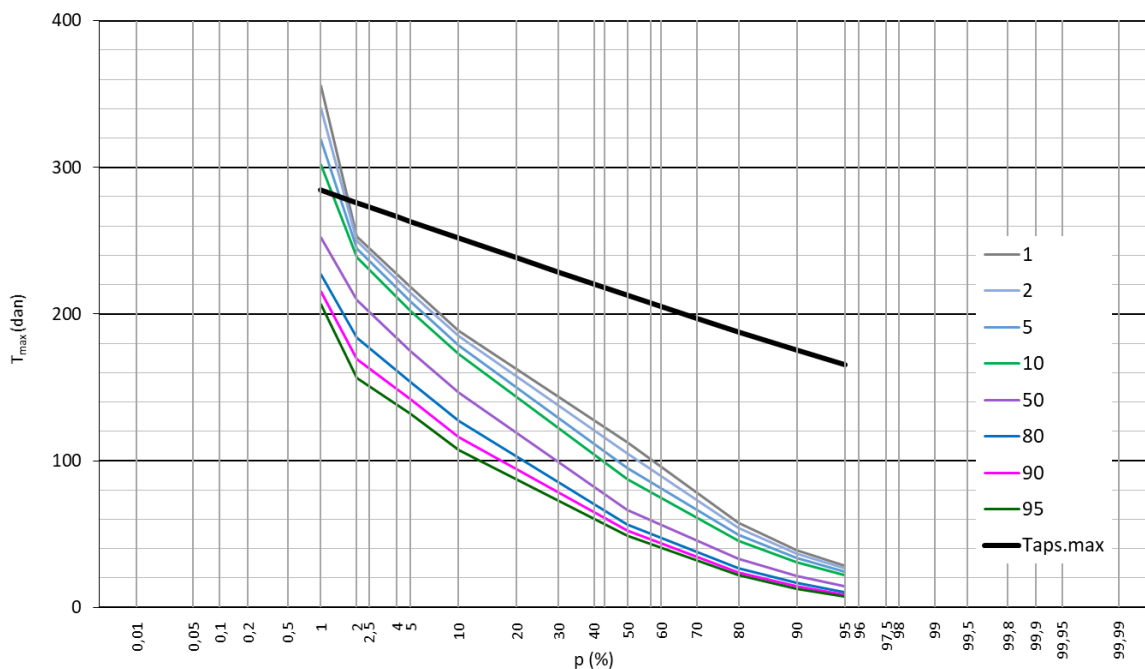
Poređenjem računskih vrednosti maksimalnih ukupnih trajanja malovodnih perioda $T_{\max}(\tilde{p})$ i računskih vrednosti apsolutno maksimalnih trajanja malovodnih perioda na hidrološkim stanicama, konstatuje se da je samo za reperni protok $Q(50\%)$ računska vrednost stogodišnjeg protoka apsolutnog maksimuma veća od odgovarajuće teorijske vrednosti kumulativnog maksimalnog trajanja malovodnih perioda. U svim ostalim razmatranim slučajevima verovatnoće pojave p , računске vrednosti apsolutno maksimalnih trajanja malovodnih perioda veće su od odgovarajućih teorijskih vrednosti maksimalnog ukupnog trajanja. Za ostale reperne protoke ovakav zaključak važi samo za verovatnoće pojave $p < 1,5\%$ za $Q(60\%)$, zatim $p < 2,5\%$ za $Q(70\%)$ i $p < 3,0\%$ za $Q(80\%)$.

Prikazani rezultati računskih vrednosti maksimalnih ukupnih trajanja malovodnih perioda ukazuju na njenu veliku prostornu heterogenost. Tako, na primer, za reperni protok $Q(50\%)$, stogodišnje maksimalno trajanje malovodnih perioda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, kreće se u intervalu od 355 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 1,0\%$, do 39 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 95\%$. Sa poverenjem od 90% , stogodišnje maksimalno trajanje malovodnih perioda na razmatranoj teritoriji Republike Srbije može se očekivati u intervalu od 252 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 1,0\%$, do 39 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 95\%$.

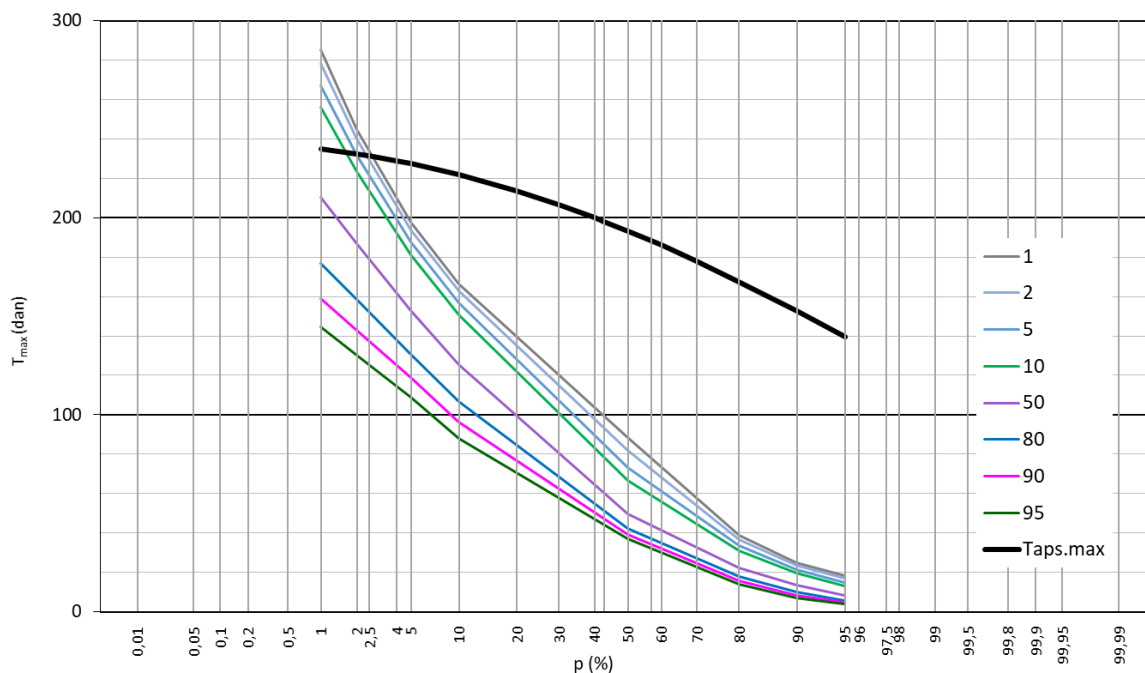
Za reperni protok $Q(80\%)$, stogodišnje maksimalno trajanje malovodnih perioda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, kreće se u intervalu od 289 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 1,0\%$, do 10 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 95\%$. Sa poverenjem od 90% , stogodišnje maksimalno trajanje malovodnih perioda na razmatranoj teritoriji Republike Srbije može se očekivati u intervalu od 188 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 1,0\%$, do 10 dana za verovatnoću $\tilde{p} = 95\%$. I za ostale verovatnoće \tilde{p} dobijaju se veoma slični rezultati.



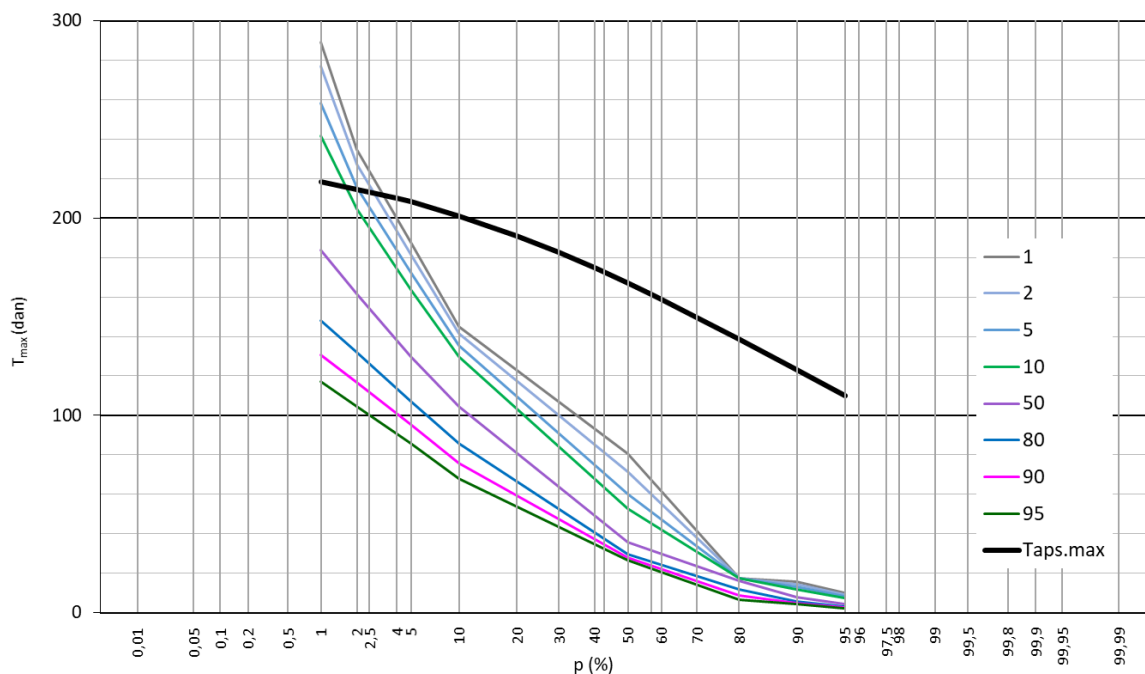
Slika 10. Računska maksimalna ukupna trajanja malovodnih perioda $T_{max}(\tilde{p})$ (dan) karakterističnih verovatnoća p (%) na hidrološkim stanicama za reperne protoke $Q(50\%)$



Slika 11. Računska maksimalna ukupna trajanja malovodnih perioda $T_{max}(\tilde{p})$ (dan) karakterističnih verovatnoća p (%) na hidrološkim stanicama za reperne protoke $Q(60\%)$



Slika 12. Računska maksimalna ukupna trajanja malovodnih perioda $T_{max}(\tilde{p})$ (dan) karakterističnih verovatnoća $p(\%)$ na hidrološkim stanicama za reperne protoke $Q(70\%)$



Slika 13. Računska maksimalna ukupna trajanja malovodnih perioda $T_{max}(\tilde{p})$ (dan) karakterističnih verovatnoća $p(\%)$ na hidrološkim stanicama za reperne protoke $Q(80\%)$

Tabela 11. Vrednosti ukupnih maksimalnih trajanja malovodnih perioda $T_{max}(\tilde{p})$ (dan) za karakteristične verovatnoće maksimalnih trajanja malovodnih perioda $p(\%)$ na hidrološkim stanicama za repere protoke $Q(\Theta)$

Reperni protok trajanja $\Theta(\%)$	Verovatnoća $\tilde{p}(\%)$	Verovatnoća $p(\%)$							
		1	2	5	10	50	80	90	95
Q(50%)	1	355	340	319	302	252	227	216	207
	2	325	294	275	267	229	207	197	189
	5	252	245	234	225	196	177	168	161
	10	221	214	204	195	167	150	142	135
	50	148	137	122	111	83	71	66	63
	80	79	74	68	63	47	38	34	31
	90	54	52	49	45	34	26	23	20
	95	39	38	36	334	26	19	15	13
	$T_{aps,max}$	337	314	286	265	218	202	197	194
Q(60%)	1	285	282	275	268	233	204	187	172
	2	253	250	245	239	209	184	169	157
	5	218	214	208	202	175	154	142	132
	10	188	185	179	173	147	1127	112	107
	50	112	105	95	87	66	56	52	49
	80	57	54	49	45	33	27	24	22
	90	39	37	33	31	22	17	14	12
	95	28	27	25	22	14	10	8.5	7.1
	$T_{aps,max}$	284	276	263	252	213	188	175	165
Q(70%)	1	285	278	267	255	210	177	159	145
	2	245	240	232	223	186	158	143	130
	5	198	194	187	181	153	131	113	109
	10	166	163	157	151	126	107	96	88
	50	89	82	73	67	50	42	39	37
	80	39	37	33	31	22	18	16	14
	90	25	24	22	20	13	10	8.3	7.1
	95	18	17	15	13	8.4	5.7	4.6	3.8
	$T_{aps,max}$	235	232	227	222	193	168	153	140
Q(80%)	1	289	277	258	242	184	148	131	117
	2	235	227	216	205	161	132	117	105
	5	188	182	172	164	130	107	95	86
	10	145	142	136	130	105	86	76	68
	50	81	71	65	52	36	30	28	26
	80	17	17	17	17	16	12	8.7	6.3
	90	16	14	13	12	7.7	5.8	4.9	4.3
	95	9.9	9.2	8.1	7.2	4.5	3.0	2.5	2.0
	$T_{aps,max}$	218	215	208	201	167	139	123	110

4. ZAKLJUČAK

Primenjena metodologija analize malih voda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava predstavlja jedan sasvim nov prilaz definisanju najznačajnijih karakteristika malih voda, bitnih sa stanovišta vodosnabdevanja, zaštite kvaliteta voda, navodnjavanja i proizvodnje hidroenergije, a koji do sada nije primenjivan u našoj hidrološkoj praksi i šire. Uvedena je jedna sveobuhvatna analiza koja polazi od pregleda učestalosti specifičnog oticaja minimalnog srednjeg mesečnog protoka obezbeđenosti 95% i srednjegodišnjih protoka

verovatnoće 10%, i njihove prostorne raspodele na teritoriji Republike Srbije, kao najbitnijih kvantitativnih pokazatelja koji se najčešće koriste u našoj zemlji kao podloga pri projektovanju većine vodoprivrednih i hidrotehničkih objekata, a pre svega za ocenu „minimalnog održivog protoka“. Posebna pažnja je posvećena analizi maksimalnih dužina neprekidnog trajanja malovodnih perioda ispod unapred definisanih repernih protoka sa prosečnih višegodišnjih krivih trajanja dnevnih protoka. Sprovedena je analiza unutargodišnje raspodele malovodnih perioda za različite repere protoke, njihova procentualna zastupljenost i definisani

su intervali poverenja koji omogućuju sagledavanje raspona pojave malih voda (od–do u datumima), sa unapred definisanim verovatnoćama pojave. Osim toga, analiziran je i prostorni raspored broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke trajanja 50% i 80%.

Detaljniji rezultati koji su prikazani u ovom radu dati su samo za h.s. Jagodina na reci Belici, a intervali poverenja pojave malovodnih perioda dati su po hidrološkim stanicama samo za podsliv Velike Morave i kumulativni su za sve razmatrane podslivove za celu teritoriju Republike Srbije, južno od Save i Dunava.

Zaključeno je da postoji velika prostorna heterogenost u formiranju merodavnih malih voda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, odnosno njihovih karakteristika koje se najčešće koriste za ocenu „minimalno održivog protoka”. Po apsolutnim vrednostima navedenih modula oticaja, veću neravnomernost pokazuju moduli minimalnog srednjeg mesečnog protoka obezbeđenosti 95% u odnosu na module srednjih godišnjih protoka verovatnoće 10%.

Sličan zaključak može se izvesti i sa gledišta prostornog rasporeda broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije. Evidentno je da se uočava veoma izražena prostorna heterogenost u vrednostima broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za sve razmatrane reperne protoke.

Generalni zaključak je da za sve razmatrane reperne protoke na razmatranoj teritoriji Republike Srbije postoji velika prostorna heterogenost u formiranju malovodnih perioda, kako po datumima pojave, tako i po računskim vrednostima ukupnih i apsolutno najdužih maksimalnih trajanja i po karakteru njihove unutargodišnje raspodele.

Detaljan prikaz svih ovih karakteristika po profilima razmatranih hidroloških stanica biće dat u budućoj

monografiji „Prosečni protoci i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, čija je izrada u toku.

LITERATURA

- [1] Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi”, Republički hidrometeorološki zavod Srbije: monografija „Prosečni protoci i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, izrada u toku.
- [2] Prohaska S.: *Hidrologija I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi”, RHMZ Srbije, str. 1–504, Beograd, 2003.
- [3] Prohaska S.: Hidrološke karakteristike vodnih tokova od značaja za njihovo uređenje od poplava, II deo - Male vode, *Vodoprivreda* br. 159–160, str. 29–36, 1996.
- [4] Prohaska S., Ristić V., Srna P.: Merodavne male vode Srbije sa aspekta zaštite vodotoka, „Zaštita voda '96”, str. 15–21, Ulcinj, 1996.
- [5] Prohaska S., Plavšić J., Čatović S., Bartoš Divac V., Prohaska O., Pavlović D., Marjanović S., Ilić A.: Najnovija sveobuhvatna analiza malih voda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, 50. konferencija o aktuelnim temama korišćenja i zaštite voda “Voda 2021”, Srpsko društvo za zaštitu voda, str. 49-56, 2021.
- [6] Prohaska S., Plavšić J., Čatović S., Bartoš Divac V., Prohaska O., Ilić A., Marjanović S., Pavlović D.: Maksimalna trajanja malovodnih perioda na malim i srednjim slivovima Srbije, 19. savetovanje SDHI i SDH, Beograd, 2021.
- [7] Prohaska S., Plavšić J., Čatović S., Bartoš Divac V., Prohaska O., Ilić A., Marjanović S., Pavlović D.: Prostorni raspored osnovnih karakteristika malih voda na teritoriji Republike Srbije, 19. savetovanje SDHI i SDH, Beograd, 2021.

COMPREHENSIVE ANALYSIS OF LOW FLOWS IN SMALL AND MEDIUM SERBIAN WATERSHEDS SOUTH OF THE SAVA AND THE DANUBE RIVERS

by

Stevan PROHASKA¹, Jasna PLAVŠIĆ², Samir ĆATOVIĆ³, Vladislava BARTOŠ DIVAC¹, Ognjen PROHASKA¹, Aleksandra ILIĆ⁴, Srđan MARJANOVIĆ³, Dragutin PAVLOVIĆ²

¹ Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Beograd

² Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet

³ Republički hidrometeorološki zavod Srbije, Beograd

⁴ Univerzitet u Nišu – Građevinsko-arhitektonski fakultet

Summary

This paper presents main results of a comprehensive analysis of low flows on the territory of the Republic of Serbia, south of the Sava and the Danube rivers. The results are a part of the forthcoming book on “Mean and low flows in small and medium watersheds in Serbia”, which is under development. The book is being produced jointly by the “Jaroslav Černi” Institute for Water Resources Management and Republic Hydrometeorological Service of Serbia with participation of the University of Belgrade – Faculty of Civil Engineering and University of Niš – Faculty of Civil Engineering and Architecture. The analysis deals with the quantitative characteristics of low flows that are commonly used for design in various water management and hydraulic engineering projects, but are also a starting point in estimating the “minimum sustainable flow”, which is, according to the current Water Act, the minimum flow in the rivers needed for maintaining the biocenosis and for satisfying the demands of downstream users. The main outcomes of the comprehensive low flow analysis presented in this

paper are the long-term mean flow, duration of daily flows and probability of exceedance of minimum mean monthly flows. Additionally, special attention is given to quantitative indices of length of intervals with flow below the specified thresholds, taken from the flow duration curve. A new approach applied includes, beside a classical statistical analysis of annual minima and mean monthly minima, a comprehensive analysis of continuous duration of low flows below the specified thresholds and their seasonal distribution. Basic data from 82 hydrological stations in small and medium-sized watersheds within Serbia south of the Danube and the Sava rivers are provided by Republic Hydrometeorological Service. All available data on daily and absolute annual minimum flows from the start of operation and 2018 are used in the analysis.

Key words: low flows, annual minimum flows, minimum mean monthly flows, low flow thresholds, low flow duration, statistical analysis

Redigovano 3.9.2021.