

Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica

Ángel Alsina, Mireia Abarca y Ingrid Grabulosa
(Universidad de Girona. España)

Fecha de recepción: 01 de abril de 2020

Fecha de aceptación: 29 de julio de 2020

Resumen

Se presenta una rúbrica que evalúa la competencia matemática en Educación Primaria a través de los procesos matemáticos de Resolución de Problemas, Razonamiento y Prueba, Conexiones, Comunicación y Representación. Para el diseño de la rúbrica, primero se ha realizado un análisis conceptual acerca de los procesos matemáticos y seguidamente se ha procedido a la construcción y validación del instrumento. El juicio de siete expertos en educación matemática y siete maestros en activo ha dado lugar a cambios importantes en la selección y redacción final tanto de los indicadores como de los niveles de desarrollo. Se concluye que este instrumento puede usarse con una doble finalidad en la práctica docente: para evaluar al alumnado y para orientar al profesorado acerca de una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos.

Palabras clave

Competencia matemática, enseñanza de las matemáticas a través de los procesos, evaluación de las matemáticas, rúbrica, Educación Primaria.

Title

Assessing mathematical competence: construction and validation of a rubric

Abstract

A rubric that evaluates the mathematical competence in Primary Education through the mathematical processes of Problem Solving, Reasoning & Proof, Connections and Communication & Representation is presented. For the design of the rubric, a conceptual analysis of the mathematical processes was carried out first, and then the instrument was constructed and validated. The judgment of seven experts in mathematics education and seven in-service teachers has led to important changes in the selection and final writing of both the indicators and the levels of development. It is concluded that this instrument can be used with a dual purpose in teaching practice: to evaluate students and to guide teachers about teaching mathematics through processes.

Keywords

Mathematical competence, teaching mathematics through processes, mathematics assessment, rubric, Primary Education.

1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas se ha ido transformando en las últimas décadas desde un planteamiento centrado exclusivamente en la adquisición de contenidos hacia un enfoque orientado al desarrollo de la competencia matemática, en el que han adquirido especial protagonismo las formas de adquisición y uso de estos contenidos, como por ejemplo la resolución de problemas, la modelización, el razonamiento, la argumentación, la demostración, la comunicación, las conexiones, la representación,



etc. Son diversos los organismos y autores que han destacado la importancia de estas formas de adquisición y uso de los contenidos para desarrollar la competencia matemática (Alsina, 2012, 2014, 2016, 2019; NCTM, 2003; Niss, 2002; OCDE, 2004, 2006; entre otros). El NCTM (2003), por ejemplo, se refiere a los “procesos matemáticos”, y consideran cinco estándares de procesos: Resolución de Problemas, Razonamiento y Prueba, Comunicación, Conexiones y Representación, que es la terminología que se asume en este artículo, a pesar de que se han utilizado también otros términos, como por ejemplo “habilidades” (MINEDUC, 2012) o “dimensiones” (Generalitat de Catalunya, Departament d’Ensenyament, 2013), entre otros.

Coronata (2014), en su estudio sobre el análisis de la presencia de los procesos matemáticos en la práctica docente en profesorado de 4 a 8 años, concluye que muchos docentes no han recibido formación para planificar y gestionar sus prácticas de enseñanza de las matemáticas a través de los procesos y siguen enseñando contenidos a través de actividades memorísticas y descontextualizadas. Complementariamente, Alsina (2018) y Alsina, García y Torrent (2019) añaden que la concreción de estrategias e instrumentos específicos para incorporar el enfoque competencial de las matemáticas a través de los procesos en las escuelas ha sido escasa o nula, sobre todo en lo que se refiere a la evaluación.

Con el propósito de intentar subsanar esta situación, Alsina (2018) ha publicado un decálogo con diez ideas clave acerca de la evaluación de la competencia matemática: 1) forma parte del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; 2) sólo tiene sentido si se trabaja en la línea de desarrollar la competencia matemática; 3) implica evaluar los procesos matemáticos, más que los contenidos; 4) requiere, a menudo, el uso de rúbricas o bases de orientación; 5) conlleva la valoración del grado de riqueza competencial de las actividades; 6) supone analizar la presencia de los procesos matemáticos en la práctica docente del profesorado; 7) precisa plantear claramente los aspectos que se quieren evaluar; 8) comporta determinar si se han trabajado todas las competencias matemáticas a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje; 9) se necesita aportar evidencias; y, finalmente, 10) es altamente recomendable establecer niveles de desarrollo. Por otra parte, Alsina et al. (2019) han ofrecido algunas orientaciones y recursos didácticos para desarrollar y evaluar la competencia matemática en Educación Primaria. En concreto, a partir de la descripción y análisis de la toma de decisiones y el conjunto de estrategias e instrumentos que, en una escuela en concreto, se han incorporado para fomentar el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática, se presenta una secuencia de cinco fases para incorporar el enfoque competencial de las matemáticas: 1) toma de decisiones acerca de la organización de la enseñanza de las matemáticas (p. ej.: a partir de la resolución de problemas matemáticos, el uso de materiales manipulativos y juegos, etc.); 2) búsqueda de actividades matemáticas competenciales ricas; 3) concreción de las competencias matemáticas que deben evaluarse; 4) selección de las competencias matemáticas que se evalúan en cada actividad; 5) diseño de instrumentos específicos de evaluación, especialmente rúbricas.

En este artículo se da un paso más y se presenta la construcción y validación de un instrumento que sirva al profesorado de Educación Primaria tanto para conocer qué elementos deberían considerarse en las prácticas de enseñanza para desarrollar la competencia matemática a través de los procesos como para evaluar dichos procesos. Considerando esta doble perspectiva, el objetivo de este estudio es construir y validar una rúbrica instruccional (Goodrich, 2000), es decir, un instrumento que además de ser una guía o escala de evaluación donde se establecen niveles progresivos de dominio respecto a un proceso o producción determinada, sirva de guía para la persona que aprende y para la persona que enseña.

2. El desarrollo de la competencia matemática a través de los procesos matemáticos

El enfoque competencial de las matemáticas significa un paso hacia adelante y pretende formar personas con un mayor grado de eficacia para afrontar los problemas reales que plantea la vida, más allá de los estrictamente académicos (NCTM, 2003; Niss, 2002; OCDE, 2004, 2006; entre otros). En este artículo, como se ha indicado, se parte de la base que los procesos matemáticos tienen un papel muy relevante en esta función, razón por la cual se realiza una revisión acerca de la competencia matemática y de los procesos matemáticos para fundamentar teóricamente nuestro estudio.

2.1. La competencia matemática

En el marco del proyecto danés de definición de las competencias y el aprendizaje de las matemáticas, Niss (2002) señala la necesidad de substituir los currículos de matemáticas orientados a la enseñanza de contenidos, ya que se centran exclusivamente en la adquisición de símbolos y de técnicas, por currículos orientados al uso significativo de estos contenidos en una variedad de situaciones en las que las matemáticas pueden desempeñar un papel. Desde esta perspectiva, Niss señala que la competencia matemática es la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden desempeñar un papel. Este autor distingue ocho subcompetencias, que distribuye en dos grupos: 1) preguntar y responder preguntas *dentro de* y *con* las matemáticas; y 2) gestionar el lenguaje matemático y las herramientas matemáticas. En el primer grupo incluye cinco subcompetencias: 1) dominio de modos de pensamiento matemático, 2) planteamiento y resolución de problemas matemáticos, 3) modelización matemática, 4) razonamiento matemático y 5) representación de las entidades matemáticas (objetos y situaciones); y en el segundo grupo tres subcompetencias más: 6) manejo de símbolos matemáticos y formalismos; 7) la comunicación *en*, *con*, y *acerca de* las matemáticas; y, finalmente, 8) hacer uso de los recursos y herramientas.

Desde la perspectiva del NCTM (2003, p 31), se establecen 10 estándares de conocimientos matemáticos para promover el desarrollo de la competencia matemática: cinco estándares de contenidos (Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida, y Análisis de datos y Probabilidad), que describen explícitamente los contenidos que debería aprender el alumnado, junto con los cinco estándares de procesos matemáticos presentados en la introducción que, como se ha indicado, ponen de relieve las formas de adquisición y uso de dichos contenidos. En la Figura 1 se muestra la interrelación entre ambos tipos de conocimientos:

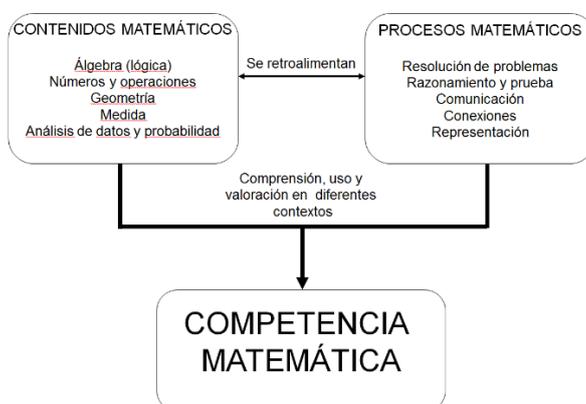


Figura 1. Interrelación entre contenidos y procesos matemáticos. Fuente: (Alsina, 2016)



Este planteamiento curricular, de acuerdo con (Alsina, 2016), implica partir de un enfoque mucho más globalizado que no se limite a los contenidos matemáticos, sino trabajar de forma integrada los contenidos y los procesos, explorando como se potencian y usándolos sin prejuicios. Además, exige trabajar para favorecer la autonomía mental del alumnado, potenciando la elaboración de hipótesis, las estrategias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar planteamientos y resultados. En definitiva, pues, se trata de ayudar, a través de los procesos matemáticos, a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo a menudo más cercano a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico.

En el contexto del Proyecto PISA 2003, la OECD (2004) usa en un primer momento el término "alfabetización matemática" para referirse a las capacidades individuales del alumnado para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. Unos años después, en el Proyecto PISA 2006 (OECD, 2006), substituye este término por el de "competencia matemática" para resaltar su carácter funcional, y señalan que es la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. Para desarrollar esta capacidad, señalan ocho subcompetencias: 1) pensamiento y razonamiento; 2) argumentación; 3) comunicación; 4) construcción de modelos; 5) planteamiento y resolución de problemas; 6) representación; 7) utilización de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal; y 8) empleo de material y herramientas de apoyo.

Las aportaciones de Niss (2002), el NCTM (2003) y la OCDE (2004, 2006) acerca de la competencia matemática enfatizan una misma idea: la capacidad de usar de forma comprensiva y eficaz las matemáticas que se aprenden en la escuela en una variedad de contextos, además del escolar, reforzando de esta forma un enfoque social en torno al diseño, aplicación y evaluación de situaciones de aula que fomenten el aprendizaje matemático. Alsina (2009, 2019), en un intento de síntesis de las ideas aportadas por estos organismos y autores de prestigio internacional, indica que para desarrollar la competencia matemática es imprescindible:

- Pensar matemáticamente: construir conocimientos matemáticos a partir de situaciones en las que tengan sentido, experimentar, intuir, relacionar conceptos y realizar abstracciones.
- Razonar matemáticamente: realizar deducciones e inducciones, particularizar y generalizar; argumentar las decisiones tomadas, así como los procesos seguidos y las técnicas usadas.
- Plantear y resolver problemas: leer y entender el enunciado, generar preguntas, planificar y desarrollar estrategias de resolución y validar soluciones.
- Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático.
- Usar técnicas matemáticas básicas (para contar, operar, medir, situarse en el espacio y organizar y analizar datos) e instrumentos (calculadoras y TIC, de dibujo y de medida) para hacer matemáticas.
- Interpretar y representar expresiones, procesos y resultados matemáticos con palabras, dibujos, símbolos, números y materiales.
- Comunicar el trabajo y los descubrimientos a los demás, tanto oralmente como por escrito, usando de forma progresiva el lenguaje matemático.

2.2. Los procesos matemáticos

Respecto a la resolución de problemas, (Alsina, Maurandi, Ferre y Coronata, 2020) indican que es el marco para construir nuevo conocimiento matemático a través de la reflexión, la aplicación y la adaptación de estrategias. Pólya (1945) intentó caracterizar los métodos generales para resolver problemas y para describir cómo debería enseñarse y aprender la manera de resolver problemas en la escuela. Estableció cuatro pasos: 1) entender el problema; 2) configurar un plan; 3) ejecutar el plan; y 4) examinar la solución obtenida. Schoenfeld (1994) consideró insuficientes las estrategias planteadas por Pólya y señaló que el proceso es más complejo e involucra también elementos de carácter emocional-afectivo, psicológico y sociocultural, entre otros. Más adelante, también Fan y Zhu (2007) se refieren a un marco para la resolución de problemas a partir de una revisión del método de resolución de problemas de Pólya, e indican tres fases: 1) desarrollar un plan; 2) llevarlo a cabo y/o modificar el plan si es necesario; y 3) buscar soluciones alternativas y comprobar razonamientos. El NCTM (2003) destaca que, para promover estos aprendizajes vinculados a la resolución de problemas, los maestros deben cultivar y desarrollar una disposición matemática para proponer problemas, es decir, generar nuevas preguntas en una variedad de contextos, que es un aspecto que ha sido ampliamente estudiado (Singer, Ellerton y Cai, 2013; entre otros).

El planteamiento de buenas preguntas tiene que ver con el segundo proceso matemático: el razonamiento y la prueba. El enfoque competencial de las matemáticas busca, entre otras cosas, que el alumnado desarrolle el pensamiento crítico. De acuerdo con Alsina y Planas (2008, p. 17), el pensamiento crítico “requiere que quien quiere resolver un problema haya contribuido de algún modo a identificarlo”, es decir, no se trata tanto de decir al alumnado lo que se debe hacer, los pasos a seguir, sino de ofrecer la oportunidad de que se puedan preguntar qué está pasando, por qué está pasando, qué implicaciones tiene este hecho y con qué otros hechos se relaciona para que, progresivamente, sean capaces de hablar, escuchar, leer y escribir críticamente. En este contexto, el planteamiento de buenas preguntas es fundamental, ya que pueden hacer avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles más superiores (Mercer, 2001).

Sobre el planteamiento de preguntas en la clase de matemáticas, Reinhart (2000, p. 480) afirma:

¡Nunca digas nada que un niño pueda decir! Esta declaración me mantiene enfocado. A pesar de que no considero que haya logrado siempre este propósito por completo durante una clase o un periodo de clases, me ha obligado a desarrollar y mejorar mis habilidades para plantear preguntas. También envía un mensaje a los alumnos que su participación es esencial. Cada vez que estoy tentado de decirles algo a los alumnos, intento hacer una pregunta en su lugar.

Principalmente en el contexto anglosajón, se ha generado abundante literatura sobre cómo plantear buenas preguntas en la clase de matemáticas para promover el razonamiento y la prueba (Alsina, 2011, 2019; EduGAINS, 2011; NCTM, 2003, 2014; Sullivan y Lilburn, 2002; entre otros). A modo de ejemplo, el NCTM (2003) destaca la necesidad de hacer entender al alumnado que es necesario razonar las afirmaciones que se hacen con preguntas (p. ej.: “¿por qué piensas que es verdad?”). Además, estas preguntas deberían servir también para descubrir (p. ej.: “¿qué piensas que pasará ahora?”); para justificar proposiciones (p. ej.: “¿por qué funciona esto?”); y para hacer razonamientos inductivos, basados en la propia experiencia (p. ej.: ¿por qué piensas así?).

El planteamiento de buenas preguntas tiene mucho que ver con el tercer proceso matemático indicado por el NCTM (2003): la comunicación. Sobre esta cuestión, el NCTM (2014, p. 10) señala que



“una enseñanza eficaz de las matemáticas promueve el diálogo entre el alumnado a fin de que puedan construir una comprensión compartida de las ideas matemáticas, a través del análisis y la comparación de sus enfoques y argumentos”. Alsina (2016) otorga mucha importancia a la comunicación en la planificación y gestión de actividades matemáticas competenciales: por ejemplo, si se interviene a partir de preguntas efectivas más que con explicaciones; si se fomenta el trabajo en pequeños grupos que conduce a hablar, argumentar, convencer, consensuar; si se pide que se razone el proceso de resolución de una situación problemática y que se justifiquen los resultados; etc. En definitiva, se trata de ayudar al alumnado no sólo a expresarse, sino a entenderse y a hacerse entender, ya que un alumno con bajas habilidades de comunicación no puede explicar su pensamiento, no tiene la habilidad para justificar con ejemplos y no aprecia la importancia de los comentarios de los demás (Scusa, 2008). En cambio, el alumnado con una buena comunicación matemática, cuestiona, critica y pide aclaraciones (Yeo y Zhu, 2005). En síntesis, pues, un alumno que tiene éxito en la comunicación matemática 1) puede explicar su pensamiento clara y concisamente; 2) busca aclaraciones; 3) se da cuenta de que es necesario ser perseverante en matemáticas y no cometer errores; y 4) cuando a otros se les ocurren nuevas ideas, pide que se las expliquen o intenta averiguar por qué tienen sentido.

El penúltimo de los procesos de refiere a las conexiones matemáticas. Alsina (2014) indica que las conexiones matemáticas se refieren a las relaciones entre los diferentes contenidos matemáticos y entre los contenidos y los procesos matemáticos (conexiones intradisciplinarias); las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento (conexiones interdisciplinarias); y las relaciones de las matemáticas con el entorno que nos rodea (enfoque globalizado). Para este autor, aprender matemáticas desde esta triple visión -intradisciplinar, interdisciplinar y de manera globalizada- es uno de los principios fundamentales del aprendizaje de las matemáticas.

Otro aspecto fundamental en el enfoque competencial de las matemáticas es la representación. Representar en matemáticas es como leer en literatura o como experimentar en química, y se refiere a la adquisición de un concepto o de una relación entre conceptos y también a la forma como se adquiere, por lo que alude tanto a los procesos y a los productos observables externamente como a lo que tiene lugar “internamente”, en las mentes de los que están haciendo matemáticas (NCTM, 2003). Langrall, Mooney, Nisbet y Jones (2008) enumeran las distintas formas de representación tanto internas como externas que pueden utilizar los alumnos para organizar y expresar su pensamiento matemático, entre las que indican los manipuladores concretos, modelos mentales, notación simbólica, tablas, gráficos, rectas numéricas, historias y dibujos. De forma más concreta, en relación a la representación externa en matemáticas, Rico (2009, p. 3) incluye “[...] todas aquellas herramientas -signos o gráficos- que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con las cuales los alumnos abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas.” Matiza que dentro de los modos convencionales de representación es usual distinguir dos grandes familias de sistemas: representaciones simbólicas y representaciones gráficas. Entre las primeras se encuentran las representaciones de carácter alfanumérico, y entre las segundas las de tipo figurativo.

Considerando estos antecedentes, el objetivo de este estudio es construir y validar una rúbrica para evaluar la competencia matemática en Educación Primaria a través de los procesos.

3. Construcción y validación de una rúbrica para evaluar la competencia matemática.

Para el diseño de la rúbrica, primero se ha realizado un análisis conceptual acerca de los procesos matemáticos y seguidamente se ha procedido a su construcción y validación. A continuación se describen los pasos seguidos:

3.1. Construcción de la versión piloto de la rúbrica

Para la construcción de la versión piloto se han considerado los cinco procesos matemáticos indicados por el NCTM (2003), que son los componentes esenciales de los conocimientos que se pretenden analizar: resolución de problemas, razonamiento, comunicación, conexiones y representación, pero se ha optado por unir los procesos de comunicación y representación en un único componente, al tratarse de dos elementos centrales del lenguaje matemático (Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, 2013).

Una vez establecidos los cuatro componentes de la rúbrica, se han identificado y se ha planificado el orden de los criterios de realización, que incluyen las grandes ideas que deben considerarse para alcanzar el saber correspondiente a cada componente de la rúbrica de forma exitosa, y que hemos denominado genéricamente “Indicadores”. Osterlind (1989) define los indicadores como unidades de medida compuesta por un estímulo y una forma de respuesta, que proporciona información sobre el elemento que se desea analizar. Millman y Greene (1989) añaden que, además de cubrir el significado de referencia global del componente a evaluar, deberían asegurar una validez satisfactoria. Para establecer los indicadores de cada componente, se han considerado las diez competencias matemáticas de la Tabla 1.

Competencias matemáticas	
Resolución de problemas	C1. Traducir un problema a una representación matemática y emplear conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolverlo. C2. Dar y comprobar la solución de un problema de acuerdo con las preguntas planteadas. C3. Hacer preguntas y generar problemas de naturaleza matemática.
Razonamiento y Prueba	C4. Hacer conjeturas matemáticas adecuadas en situaciones cotidianas y comprobarlas. C5. Argumentar las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados en contextos cercanos.
Conexiones	C6. Establecer relaciones entre diferentes conceptos, así como entre los diversos significados de un mismo concepto. C7. Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cotidianas y escolares y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas.
Comunicación y Representación	C8. Expresar ideas y procesos matemáticos de manera comprensible empleando el lenguaje verbal (oral y escrito). C9. Usar las diversas representaciones de los conceptos y relaciones para expresar matemáticamente una situación. C10. Usar las herramientas tecnológicas con criterio, de forma ajustada a la situación, e interpretar las representaciones matemáticas que ofrecen.

Tabla 1. Competencias matemáticas (Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, 2013, p. 3)



Finalmente, se han redactado los criterios de calidad de la rúbrica, que denominamos “Niveles de desarrollo”. Se han establecido cuatro niveles para cada indicador, inicialmente desde el nivel 4 (excelente) al nivel 1 (inadecuado).

3.2. Validación mediante juicio de expertos

Las validaciones han sido realizadas por siete expertos en educación matemática de diferentes universidades españolas que forman parte del Grupo de Trabajo sobre “Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor” de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) y han sido seleccionados por su conocimiento sobre la temática. Para que emitieran su valoración, se les envió una carta de solicitud y una pauta para hacer la validación, junto con la versión inicial de la rúbrica. En concreto, se solicitó a los expertos que analizaran los aspectos siguientes:

1. Indicadores: si son aspectos clave de cada componente.
2. Niveles de desarrollo de cada indicador: grado de correspondencia (si son adecuados para valorar cada indicador), formulación (claridad, lenguaje utilizado) y pertinencia (si son relevantes para valorar cada indicador).

Componente “Resolución de Problemas”

Los indicadores y niveles de desarrollo de la versión inicial de la rúbrica se presentan en la Tabla 2.

En relación a los indicadores de resolución de problemas, todos los expertos (E) han valorado que son aspectos clave para evaluar este componente de la competencia matemática, pero han realizado algunas advertencias sobre su significado, p. ej. C3.1: *“Entiendo que el planteamiento de este indicador está ligado a la formulación de preguntas en matemáticas, pero cuidado con juntar dos procesos diferentes, como es el proceso de crear preguntas en una situación de planteamiento de problemas, y el proceso de generar preguntas que pueden ser útiles para guiar el proceso de resolución de un problema concreto”* (E4). Atendiendo a este comentario, este indicador se ha dividido en dos en la versión final de la rúbrica: uno sobre la formulación de preguntas para plantear nuevos problemas y otro sobre la formulación de preguntas para resolver problemas.

En relación a la correspondencia, formulación y pertinencia de los niveles de desarrollo, los expertos han aportado diversos comentarios sobre la adecuación para valorar la resolución de problemas, p. ej. C1.1: *“Nivel 1 y 2: Son de otra naturaleza en relación con los otros dos niveles definidos”* (E5) y C2.2: *“Mejor no incluir la corrección de las soluciones, ya que entiendo que el indicador hace referencia a que se contenta con una solución o busca más de una (sea/n o no correcta/s)”* (E2); o bien para redactarlos de forma diferente (p. ej. C1.2 y C3.1): *“No está clara la diferencia entre «poco adecuado» e «inadecuado»”* (E1).

Indicadores	4. Excelente	3. Satisfactorio	2. Puede mejorar	1. Inadecuado
C1.1 Traducción de un problema a una representación matemática, comprendiendo la situación, los datos que aporta y el contexto.	Traduce un problema a lenguaje matemático, comprendiendo y explicando la situación, los datos que aporta y el contexto.	Traduce un problema a lenguaje matemático comprendiendo y explicando la situación, los datos que aporta y el contexto, pero el lenguaje es básico.	Explica un problema con lenguaje propio explicando la situación, pero olvida algunos datos y/o el contexto.	Explica un problema con lenguaje propio básico, con muchas omisiones y/o errores.
C1.2 Uso de conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver un problema.	Utiliza conceptos, estrategias personales y herramientas matemáticas adecuadas para resolver un problema.	Utiliza pocos conceptos, estrategias y/o herramientas adecuadas para resolver un problema.	Utiliza conceptos, estrategias personales o herramientas que son poco adecuadas para resolver un problema.	Utiliza conceptos, estrategias personales y/o herramientas matemáticas inadecuadas para resolver un problema.
C2.1 Comunicación y argumentación de la solución de un problema.	Explica la solución de un problema con lenguaje matemático argumentando a través de la comprobación del resultado si es razonable y correcta.	Explica la solución de un problema con conceptos matemáticos interpretando la pregunta en su contexto y comprobando si el resultado es razonable.	Explica la solución de un problema con conceptos matemáticos poco adecuados interpretando la pregunta en su contexto y valora si el resultado es razonable.	Da la solución de un problema con conceptos matemáticos de forma incorrecta.
C2.2 Exploración de diversas soluciones, en el caso de problemas de solución múltiple.	Plantea y explora más de dos soluciones concretas.	Plantea y explora dos soluciones correctas.	Plantea y explora una única solución correcta.	Plantea y explora una única solución y no es correcta.
C3.1 Planteamiento de preguntas para crear o resolver un problema.	Hace dos o más preguntas adecuadas para crear y/o resolver un problema correctamente.	Es capaz de realizar una pregunta adecuada para crear o resolver un problema correctamente.	Hace preguntas de forma poco adecuadas para crear o resolver un problema de forma correcta.	Hace preguntas inadecuadas para crear o resolver un problema de forma correcta.

Tabla 2. Indicadores y niveles de desarrollo del componente “Resolución de Problemas” en la versión inicial de la rúbrica

Componente “Razonamiento y prueba”

En la Tabla 3 se presentan los indicadores y niveles de desarrollo iniciales de este componente.



Indicadores	4. Excelente	3. Satisfactorio	2. Puede mejorar	1. Inadecuado
C4.1 Realización de conjeturas matemáticas.	Realiza conjeturas matemáticas adecuadas en situaciones cotidianas, las comprueba y, si hace falta, las mejora.	Realiza conjeturas matemáticas adecuadas en situaciones cotidianas y las comprueba a través de ejemplos.	Realiza conjeturas matemáticas poco adecuadas a través de la observación de casos concretos y las comprueba.	Realiza conjeturas matemáticas inadecuadas a través de la observación de casos concretos.
C4.2 Relación de conjeturas con conocimientos adquiridos y transferir esos conocimientos a otra situación parecida.	Utiliza los conocimientos previos adecuados para transferirlos en otras situaciones parecidas.	Utiliza algunos conocimientos previos adecuados para transferirlos en otras situaciones parecidas.	Utiliza conocimientos previos poco adecuados para transferirlos en otras situaciones.	Utiliza conocimientos previos inadecuados para transferirlos a otras situaciones.
C5.1 Elaboración de argumentos y comprobaciones sobre conjeturas matemáticas.	Elabora los argumentos comprobando que son ciertos a través de conjeturas matemáticas adecuadas.	Elabora los argumentos comprobando que son ciertos a través de algún concepto matemático adecuado.	Elabora los argumentos comprobando que son ciertos a través de conceptos matemáticos poco adecuados.	Elabora los argumentos matemáticos de forma inadecuada y no los comprueba.
C5.2 Análisis y valoración de los argumentos y los procesos matemáticos realizados, para ser capaz de encontrar errores en nuestros razonamientos y en el de otros.	Argumenta las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados en contextos próximos dando razones lógicas expresadas en el lenguaje matemático.	Argumenta las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados en contextos próximos dando razones lógicas.	Justifica las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados en contextos próximos dando razones poco lógicas.	Justifica las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados en contextos próximos en ocasiones concretas sin dar razones lógicas.

Tabla 3. Indicadores y niveles de desarrollo del componente “Razonamiento y prueba” en la versión inicial de la rúbrica

Como en el caso del primer componente, la mayoría de los expertos han valorado que los indicadores descritos son aspectos clave, excepto E6 que considera que C4.1 y C4.2 no lo son ya que es difícil que aparezcan en Educación Primaria. El resto de comentarios hacen referencia a la formulación, p. ej. C5.1: “¿Quizá sería mejor cambiar “sobre” por “con base en”? ¿O quizá quitar la mención a las conjeturas y reformular el indicador, dado que no tienen por qué hacer uso únicamente de conjeturas?” (E4), por lo que finalmente se opta por eliminar la mención a las conjeturas de este indicador.

Sobre los niveles de desarrollo, se realizan diversas aportaciones sobre la correspondencia de estos niveles, p. ej. C5.1: “En la descripción del indicador se habla de “elaboración de comprobaciones sobre conjeturas”, en el nivel 4 “comprobación a través de conjeturas”, no me parece lo mismo. En la

descripción del indicador quitaría el final, dejándolo en “elaboración de argumentos y comprobaciones” porque así se pisa con C4.1, donde se hace referencia a la comprobación de las conjeturas” (E2) y C5.2 “En la descripción de los niveles haría referencia a “procesos matemáticos realizados o dados”, para incluir también el caso del razonamiento de otros (como se incluye en el indicador)” (E2). Algunos comentarios hacen referencia también a la formulación, p. ej. C5.2: “En los dos niveles superiores se habla de argumentar, y en los dos inferiores de justificar. ¿Por qué ese cambio de verbo? ¿Tiene alguna intencionalidad? Si no la tiene, quizá sea mejor mantenerlo igual, para que se detecte de forma más clara qué es lo que se pierde de un nivel al inferior, o qué se gana de un nivel al superior” (E4). Todos estos comentarios relativos a la correspondencia y la formulación, principalmente, son considerados en la versión final de los niveles de desarrollo del componente “Razonamiento y prueba”.

Componente “Conexiones”

Los indicadores y niveles de desarrollo de la versión inicial de la rúbrica se presentan en la Tabla 4.

Los expertos han valorado que todos los indicadores de la Tabla 4 son aspectos clave, y únicamente un evaluador ha considerado que se debía reformular el indicador C6.1: “Sugiero un pequeño cambio en el nombre del indicador para clarificarlo: “entre diferentes contenidos matemáticos”. Creo que así queda más claro que la conexión que se contempla en este indicador es la conexión entre dos o más contenidos matemáticos distintos.” (E4), aspecto que queda recogido en la versión final.

Respecto a los niveles de adquisición, los expertos han realizado distintas aportaciones encaminadas a mejorar su adecuación para evaluar las conexiones matemáticas, p. ej. C6.2: “Nivel 1: A diferencia del nivel más bajo en los indicadores siguientes a este, parece que se está asumiendo que los alumnos hacen esas conexiones. Creo que habría que reformular el nivel 1 de forma parecida a los siguientes. Por ejemplo: “No conecta unos contenidos con otros o bien, si los conecta, las conexiones son incorrectas.” (E4) y C7.1 “Además del criterio de número de conexiones incluiría su calidad; así en el nivel 4 diría “muchas conexiones o no inmediatas...”, y en el nivel 3 “algunas conexiones evidentes”. (Se entiende que no inmediatas o evidentes en relación con el nivel escolar).” (E2). También se han recibido algunos comentarios acerca de la formulación, p. ej. C7.2: “cambiaría el uso de “todos” y “la mayoría” dejando en nivel 4: “conecta en general los conocimientos...”, nivel 3: “Conecta algunos conocimientos...”, nivel 2: “Conecta conocimientos matemáticos con el entorno solo en casos muy evidentes” (dejando igual el nivel 1)” (E2).



Indicadores	4. Excelente	3. Satisfactorio	2. Puede mejorar	1. Inadecuado
C6.1 Realización de conexiones intradisciplinarias: entre contenidos matemáticos.	Usa y justifica relaciones entre conceptos y representaciones para resolver situaciones de forma adecuada.	Usa y describe relaciones entre conceptos y representaciones para resolver situaciones de forma adecuada.	Identifica y expresa en lenguaje matemático un concepto matemático en situaciones donde hay diferentes significados.	Identifica y expresa de forma inadecuada las relaciones entre los conceptos matemáticos.
C6.2 Realización de conexiones intradisciplinarias: entre contenidos y procesos matemáticos.	Conecta los contenidos con los procesos, es decir: piensa, razona, comunica y representa las ideas matemáticas de forma adecuada.	Conecta los contenidos con la mayoría de los procesos, es decir: piensa, razona, comunica y/o representa las ideas matemáticas de forma adecuada.	Conecta los contenidos con algún proceso, es decir: piensa, razona, comunica o representa las ideas matemáticas de forma adecuada.	No conecta los contenidos con los procesos o bien, si los conecta, las conexiones son incorrectas.
C7.1 Realización de conexiones interdisciplinarias: entre las matemáticas y otras áreas curriculares.	Identifica de forma adecuada muchas conexiones entre las matemáticas y otras áreas curriculares.	Identifica de forma adecuada algunas conexiones entre las matemáticas y otras áreas curriculares.	Identifica de forma poco adecuada las conexiones entre las matemáticas y otras áreas curriculares.	No identifica las conexiones entre las matemáticas y otras áreas curriculares o bien, si las conecta, las conexiones son incorrectas.
C7.2 Realización de conexiones interdisciplinarias: entre las matemáticas y el entorno.	Conecta todos los conocimientos matemáticos con el entorno.	Conecta la mayoría de los conocimientos matemáticos con el entorno.	Conecta algunos conocimientos matemáticos con el entorno.	No conecta los conocimientos matemáticos con el entorno.

Tabla 4. Indicadores y niveles de desarrollo del componente “Conexiones” en la versión inicial de la rúbrica

Componente “Comunicación y representación”

En la Tabla 5 se muestran los indicadores y niveles de desarrollo de este componente en la versión inicial de la rúbrica.

La mayoría de los expertos han considerado que los indicadores de este componente son aspectos clave para evaluar la comunicación y la representación en matemáticas, aunque en algunos casos los evaluadores han recomendado más concreción, p. ej. C8.1: “Igualmente requieren más concreción para poder hacerlos operativos. Encuentro que son generales y no aportan descriptores para aplicarlos de manera operativa.” (E5); o bien una mejor formulación, p. ej. C8.1: “El término vocabulario no me parece correcto, prefiero conceptos y procesos mejor” (E3), aspectos que son recogidos en la versión final.

Indicadores	4. Excelente	3. Satisfactorio	2. Puede mejorar	1. Inadecuado
C8.1 Expresión verbal de vocabulario matemático.	Expresa verbalmente de manera comprensible y adecuada la percepción de más de una idea o proceso matemático.	Expresa verbalmente de forma adecuada una idea o un proceso matemático que se ha trabajado previamente.	Expresa verbalmente de manera poco adecuada la percepción de una idea o de un proceso matemático trabajado previamente.	Expresa verbalmente de manera inadecuada la percepción de una idea o de un proceso matemático.
C8.2 Interacción con los demás para expresar ideas matemáticas.	Hace observaciones, aportaciones y preguntas adecuadas a las expresiones de los otros.	Hace observaciones, aportaciones o preguntas adecuadas a las expresiones de los otros.	Hace observaciones, aportaciones o preguntas poco adecuadas a las expresiones de los otros.	Hace observaciones, aportaciones o preguntas inadecuadas con los otros.
C9.1 Uso de representaciones escritas para expresar una situación con lenguaje matemático.	Utiliza el lenguaje matemático para expresar una situación y comprender las expresiones matemáticas realizadas por otros.	Utiliza diversas representaciones de un concepto o relación para explicar una situación.	Utiliza algunas de las representaciones de conceptos y relaciones para expresar matemáticamente una situación.	Utiliza representaciones de conceptos y relaciones inadecuadas para expresar matemáticamente una situación.
C10.1 Selección, uso y justificación de las herramientas tecnológicas en función de su utilidad.	Selecciona, utiliza y justifica herramientas tecnológicas seleccionadas autónomamente adecuadas a su utilidad para representar y comunicar situaciones matemáticas.	Selecciona, utiliza y justifica herramientas tecnológicas propuestas para representar y comunicar situaciones matemáticas.	Selecciona, utiliza y justifica herramientas tecnológicas básicas propuestas para interpretar situaciones matemáticas.	Utiliza herramientas tecnológicas inadecuadas para representar y comunicar situaciones matemáticas.

Tabla 5. Indicadores y niveles de desarrollo del componente “Comunicación y Representación” en la versión inicial de la rúbrica

En lo que se refiere a los niveles de desarrollo, se han realizado diversos cambios a partir de los comentarios recibidos acerca de la formulación, p. ej. C8.1 y C8.2: “No está clara la diferencia entre «poco adecuado» e «inadecuado» que aparece en los niveles de los indicadores 8.1, 8.2. En el indicador 8.2, la diferencia entre los niveles 3 y 4 no está clara. Para el nivel 4, ¿tiene que hacer las tres cosas (observaciones, aportaciones y preguntas) siempre? No creo que sea fácil diferenciar.” (E1) y C8.1: “Eliminaría lo relativo a “percepción” que me parece confuso, dejando en el nivel 4: “En general expresa verbalmente de manera comprensible y adecuada ideas y procesos matemáticos”, en el nivel 2: “Expresa verbalmente de manera poco adecuada una idea o un proceso...”, en el nivel 1: “Expresa verbalmente de manera inadecuada una idea o un proceso matemático trabajado previamente” (E2).



Finalmente, un aspecto importante a destacar es que diversos expertos han considerado que la nomenclatura utilizada en la versión inicial de la rúbrica para expresar los niveles de desarrollo no es adecuada. Concretamente, uno de ellos propone seguir el criterio de Sanmartí (2010) para redactar los niveles de desarrollo con base a un criterio positivo: “experto”, que significa muy competente, bien desarrollado, diestro, muy hábil...; “avanzado”, competente, ágil, audaz...; “aprendiz”, en proceso, aceptable...; y “novel”, inicial. Por esta razón, en la versión final de la rúbrica se han eliminado todos los niveles de desarrollo que hacían referencia a la ausencia de conocimiento o bien a producciones incorrectas.

3.3. Validación a través del juicio de maestros en activo

Una vez realizadas las modificaciones sugeridas por los expertos, la rúbrica se ha sometido a un nuevo proceso de validación por parte de siete maestros en activo (M) que, además de valorar si los indicadores son aspectos clave de cada componente y la correspondencia, la formulación y la pertinencia de los niveles de desarrollo, han valorado también el grado de utilidad de la rúbrica.

Componente “Resolución de problemas”

En general, los maestros han considerado que los indicadores de resolución de problemas de la rúbrica son aspectos clave de este componente y han realizado algunas aclaraciones, p. ej. C1.1: “*En todo proceso matemático tiene que haber unos pasos a seguir. En el aula, a la hora de resolución de problemas se les facilita una hoja con los pasos a seguir a la hora de resolver cualquier problema*” (M4) y C1.2: “*El alumnado debe tener una serie de técnicas y estrategias para resolver un problema matemático, tanto para resolver algunas operaciones matemáticas como para seguir los pasos necesarios para llegar a la solución*” (M4). Otros maestros han considerado que algunos indicadores son difíciles para el alumnado de Educación Primaria, como p. ej. C3.1 (M2 y M3).

En relación a los niveles de desarrollo, los maestros han considerado que permiten valorar el grado de adquisición de la competencia de resolución de problemas. Además, han opinado que se entienden fácilmente y, en consecuencia, consideran que pueden ser útiles y llevarse a la práctica: *Es muy útil, pero para los maestros de primaria quizás debería ser un poco más escueto. Responde a la evaluación de la materia* (M2); *“Sí, permite valorar la competencia matemática y se entiende fácilmente, aunque si la hacemos más simple puede servirnos de autoevaluación también para ellos”* (M3); *“Es útil para el alumnado. Lo puede llegar a entender y le sirve para esforzarse más y saber de antemano lo que se le pide y el resultado que puede llegar a saber”* (M4), haciendo claras alusiones a la evaluación formadora.

Componente “Razonamiento y prueba”

Los maestros han coincidido en que los indicadores de este componente son aspectos clave para evaluar el razonamiento y la prueba, aunque, en relación al indicador C4.1, cuatro maestros han considerado que no lo es ya que, desde su punto de vista, los niños pequeños hacen aportaciones y no conjeturas. Puesto que esta valoración coincide con los comentarios del experto E6, se ha optado finalmente por eliminar los indicadores que hacían referencia explícita a la conjeturas (C4.1 y C4.2). El resto de comentarios de los maestros han sido aclaraciones sobre los indicadores, p. ej. C5.1: *“Saber explicar lo que se ha hecho o pensado y poder compartirlo con los compañeros de clase es una evidencia de si se ha entendido y da coherencia al pensamiento del alumno”* (M2).

En relación a los niveles de desarrollo y la utilidad, los maestros han opinado que se entienden y se pueden llevar a la práctica, pero han insistido en la extensión del instrumento, p. ej.: “*Se puede utilizar, aunque hay mucha letra para los alumnos y antes de utilizarla nosotros solemos leer lo que vamos a evaluar, leyendo la rúbrica*” (M3).

Componente “Conexiones”

En relación a los indicadores, ha habido un acuerdo unánime entre los maestros en que se trata de aspectos clave, p. ej. C6.1: “*Imprescindible para la comprensión de conceptos matemáticos*” (M2); C7.1: “*Cuando hablamos de educación globalizada, es importante relacionar los contenidos de otras áreas para que estos sean más significativos*” (M6); y C7.2: “*La máxima es que los alumnos puedan aplicar todos los conocimientos en su vida cotidiana, en esencia que sean competenciales*” (M4).

Sobre los niveles de desarrollo, han destacado de nuevo su utilidad: “*También creo que es una herramienta muy útil, tanto para el profesorado como para el alumnado. El redactado es sencillo y perfectamente comprensible para el alumnado*” (M4); “*Indicadores concretos y claros. Permite valorar la competencia*” (M5).

Componente “Comunicación y representación”

Respecto a este último componente de la rúbrica, la tendencia de los maestros respecto a los indicadores ha sido la misma que en el resto de componentes y únicamente han realizado algunas aclaraciones, p. ej. C8.1: “*No siempre los niños utilizan el vocabulario matemático.*” (M5); y C8.2: “*No todos tienen los mismos intereses y facilidades para pensar matemáticamente, ni compartirlo si no es necesario.*” (M7).

Asimismo, en relación a los niveles de desarrollo y la utilidad de este componente en la práctica de aula, las valoraciones han sido también muy positivas: “*En general muy bien hecho y muy útil para los maestros. Representa bien cada uno de los componentes y competencias*” (M2); “*Muy adecuada para poder evaluar estos criterios. Si permite valorar este componente*” (M5).

En su conjunto, pues, los comentarios de los siete maestros en activo han permitido mejorar y crear una rúbrica más cercana a la cotidianidad del día a día en el aula. Cabe destacar que, en general, los maestros han ayudado a redactar los niveles de una forma más comprensible, para que estos sean útiles para el profesorado y el alumnado, de manera que además de una evaluación formativa se pueda llevar a cabo también una evaluación formadora, a través de la autoevaluación y/o la coevaluación, sobre todo en los últimos niveles de Educación Primaria.

3.4. Versión final de la “Rúbrica para Evaluar la Competencia Matemática en Educación Primaria” (RECMAT 6-12)

Considerando los aspectos descritos en los puntos anteriores, en la Tabla 6 se presenta la versión final de la “Rúbrica para Evaluar la Competencia Matemática en Educación Primaria” a través de los procesos matemáticos, que hemos denominado RECMAT 6-12 por las siglas del nombre del instrumento en español y por las edades de referencia. Además, en esta versión se han ejemplificado algunos niveles de desarrollo cuando ha sido posible, para facilitar su comprensión y uso en la práctica docente.



Componente 1. Resolución de problemas

Indicadores	Niveles de desarrollo			
	4. Experto	3. Avanzado	2. Aprendiz	1. Novel
C1.1. Traducción de un problema a una representación matemática, comprendiendo la situación, los datos que aporta y el contexto.	Tiene una habilidad muy bien desarrollada para traducir un problema a lenguaje matemático, comprendiendo y explicando la situación, los datos que aporta y el contexto.	Traduce un problema a lenguaje matemático de forma audaz, comprendiendo y explicando la situación, los datos que aporta y el contexto.	Está aprendiendo a traducir un problema a lenguaje matemático.	Se inicia en la traducción de un problema a lenguaje matemático básico.
C1.2 Uso de conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver un problema.	Es muy competente usando conceptos, herramientas y/o estrategias matemáticas para resolver un problema, con rigor y precisión, p. ej.: divide el problema en partes para resolverlo.	Usa de forma hábil conceptos, herramientas y/o estrategias matemáticas para resolver un problema.	Usa de forma aceptable conceptos, herramientas y/o estrategias personales para resolver un problema.	Empieza a usar conceptos, herramientas y/o estrategias personales para resolver un problema, con ayuda.
C2.1. Comunicación de la solución de un problema.	Verbaliza la solución de forma muy diestra, p. ej.: aporta argumentos que validan la solución.	Verbaliza la solución de un problema de forma competente.	Verbaliza de forma aceptable la solución de un problema.	Empieza a verbalizar la solución de un problema.
C2.2. Argumentación de diversas soluciones, en el caso de problemas de solución múltiple.	Argumenta de forma muy competente todas las soluciones posibles.	Argumenta de forma hábil una o más soluciones.	Está aprendiendo a argumentar una o más soluciones.	Se inicia en la argumentación de una solución.
C3.1 Formulación de preguntas para plantear problemas.	Formula de forma experta una o más preguntas para plantear un problema, p. ej.: ¿qué partes debe tener el problema?, ¿qué datos corresponden a cada parte del problema?	Es audaz formulando una o más preguntas para plantear un problema.	Formula una pregunta aceptable para plantear un problema.	Comienza a formular una pregunta para plantear un problema, con apoyo.
C3.2 Formulación de preguntas para guiar el proceso de resolución de un problema.	Es muy experto formulando una o más preguntas para guiar el proceso de resolución de un problema, p. ej.: “¿qué datos son necesarios?, ¿qué estrategia/técnica es más eficaz para encontrar la solución?”	Formula de forma competente una o más preguntas para guiar el proceso de resolución de un problema.	Formula de forma aceptable una pregunta para guiar el proceso de resolución de un problema.	Se inicia en la formulación de una pregunta para guiar el proceso de resolución de un problema.

Componente 2. Razonamiento y prueba

Indicadores	Niveles de desarrollo			
	4. Experto	3. Avanzado	2. Aprendiz	1. Novel
C5.1. Elaboración de argumentos y comprobaciones.	Elabora de forma experta argumentos y los comprueba, apoyándose en relaciones o propiedades matemáticas, p. ej.: argumenta que las sumas $324 + 125$ y $125 + 324$ tienen el mismo resultado porque se cumple la propiedad conmutativa de la suma.	Es competente para elaborar uno o más argumentos y comprobarlos, apoyándose en conceptos matemáticos.	Está aprendiendo a elaborar un argumento y a comprobarlo a través de conceptos matemáticos.	Empieza a elaborar un argumento, pero no lo comprueba.
C5.2. Análisis y valoración de los argumentos, detectando errores en los razonamientos propios y en los de los demás.	Analiza argumentos de forma muy competente y los valora, dando razones lógicas expresadas con lenguaje matemático.	Analiza de forma hábil uno o más argumentos y los valora, dando razones lógicas con lenguaje no formal.	Analiza de forma aceptable un argumento y lo valora, dando razones de lógica dudosa.	Se inicia en el análisis de un argumento y lo valora, sin dar razones lógicas.

Componente 3. Conexiones

Indicadores	Niveles de desarrollo			
	4. Experto	3. Avanzado	2. Aprendiz	1. Novel
C6.1 Realización de conexiones intradisciplinarias (entre diferentes contenidos matemáticos)	Es muy competente conectando diferentes conceptos matemáticos, p. ej.: los conceptos “lado”, “recto” y “número” para clasificar polígonos según el número de lados.	Es hábil conectando dos o más conceptos matemáticos.	Conecta de forma aceptable dos conceptos matemáticos.	Se está iniciando en la conexión de dos conceptos matemáticos sencillos.
C6.1 Realización de conexiones intradisciplinarias (entre contenidos y procesos)	Es muy experto conectando contenidos y procesos matemáticos, p. ej.: usa representaciones diferentes de una fracción.	Conecta contenidos y procesos matemáticos de forma competente.	Está aprendiendo a conectar un contenido con uno o más procesos matemáticos.	Empieza a conectar un contenido con un proceso matemático, con ayuda.
C7.1 Realización de conexiones interdisciplinarias (entre las matemáticas y otras áreas curriculares)	Es diestro haciendo conexiones entre las matemáticas y otras áreas curriculares, p. ej.: con la música (valores de las notas musicales y fracciones).	Es hábil conectando las matemáticas con otras áreas curriculares.	Está aprendiendo a conectar las matemáticas con una o más áreas curriculares.	Empieza a hacer conexiones sencillas entre las matemáticas y otra área curricular.
C7.2 Realización de conexiones entre las	Es muy competente conectando los conocimientos matemáticos con el entorno, p. ej.: relaciona la noción de “pirámide” con las	Conecta de forma competente los conocimientos	Conecta de forma aceptable conocimientos	Se inicia en la conexión de los conocimientos matemáticos con



Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica

Á. Alsina, M. Abarca, I. Grabulosa

matemáticas y el entorno	Pirámides de Egipto, y describe sus principales propiedades geométricas.	matemáticos con el entorno.	matemáticos con el entorno.	el entorno, en casos muy evidentes.
---------------------------------	--	-----------------------------	-----------------------------	-------------------------------------

Componente 4. Comunicación y representaciones

Indicadores	Niveles de desarrollo			
	4. Experto	3. Avanzado	2. Aprendiz	1. Novel
C8.1. Uso de conceptos y procesos matemáticos para expresar verbalmente ideas matemáticas.	Expresa verbalmente ideas matemáticas de manera experta, p. ej.: usando una amplia variedad de conceptos y procesos matemáticos.	Es hábil expresando verbalmente ideas matemáticas, usando uno o más conceptos y procesos matemáticos.	Está aprendiendo a expresar verbalmente ideas matemáticas, usando un concepto o proceso matemático.	Se inicia en la expresión verbal de una idea matemática usando un concepto, con apoyo.
C8.2. Interacción con los demás para expresar verbalmente ideas matemáticas.	Es muy experto interactuando con los demás para expresar verbalmente ideas matemáticas, p. ej.: haciendo observaciones, planteando preguntas, etc.	Interactúa con los demás de forma competente para expresar verbalmente ideas matemáticas.	Interactúa de forma aceptable con los demás para expresar verbalmente ideas matemáticas.	Empieza a interactuar con los demás para expresar verbalmente una idea matemática, pero necesita ayuda.
C9.1. Uso de representaciones externas para expresar una situación con lenguaje matemático.	Representa situaciones de forma muy competente con lenguaje matemático, p. ej.: usando números y signos diversos en operaciones combinadas.	Es audaz representando situaciones con lenguaje matemático, usando diversos símbolos matemáticos.	Está aprendiendo a representar una situación con lenguaje matemático, p. ej.: escribe una multiplicación usando números y signos ($6 \times 4 =$).	Se inicia en la representación de una situación usando un símbolo sencillo, p. ej.: usa un número en su notación convencional.
C10.1. Selección y uso de herramientas tecnológicas.	Es diestro seleccionando y usando herramientas tecnológicas para resolver situaciones matemáticas.	Es hábil seleccionando y usando herramientas tecnológicas para resolver situaciones matemáticas.	Está en proceso de aprender a seleccionar y usar herramientas tecnológicas para resolver situaciones matemáticas.	Se inicia en el uso de una herramienta tecnológica básica proporcionada previamente, con apoyo.

Tabla 6. Versión final del instrumento RECMAT 6-12

4. Consideraciones finales

En este estudio se ha presentado el proceso de diseño, construcción y validación de la Rúbrica para Evaluar la Competencia Matemática en Educación Primaria a través de los procesos matemáticos (RECMAT 6-12), cuya principal finalidad es que, además de ser una guía o escala de evaluación donde se establecen niveles progresivos de desarrollo respecto a un proceso o producción determinada, sirva de guía para la persona que aprende y para la persona que enseña (Goodrich, 2000).

Como se ha indicado, los procesos matemáticos ponen de relieve las formas de adquisición y uso de los contenidos matemáticos (NCTM, 2003). La combinación de contenidos y procesos matemáticos favorece nuevas miradas que enfatizan no solo el contenido y el proceso, sino -y especialmente- las relaciones que se establecen entre ellos. Partir de este enfoque competencial, en el que todo está integrado, es especialmente significativo dado que cuando el alumnado usa las relaciones existentes entre los contenidos matemáticos, entre los procesos matemáticos y las existentes entre ambos, progresa su conocimiento de la disciplina y crece la habilidad para aplicar conceptos y destrezas con más eficacia en diferentes ámbitos de su vida cotidiana. Desde este enfoque, pues, se insiste en la importancia y la necesidad de entender y ser capaz de usar las matemáticas en la vida diaria y en el trabajo: “en este mundo cambiante, aquellos que comprendan y puedan hacer usar matemáticas tendrán cada vez más oportunidades y opciones para determinar su futuro. La competencia matemática abre puertas a un porvenir productivo; su carencia las mantiene cerradas” (NCTM, 2003, p. 5).

Para la selección de los componentes del instrumento RECMAT 6-12 se han considerado, principalmente, las aportaciones del NCTM (2003, 2014) acerca de los procesos matemáticos, junto con las aportaciones sobre la competencia matemática de otros organismos y autores (Niss, 2002; OCDE, 2004, 2006). Asimismo, para la concreción de los indicadores de cada componente, se ha partido de las diez competencias matemáticas establecidas en el currículum de matemáticas de Educación Primaria de Catalunya (Generalitat de Catalunya, Departament d’Ensenyament, 2013) por su lineamiento con los planteamientos del NCTM (2003). Somos conscientes que el hecho de haber considerado estas competencias ha dado lugar a la omisión de otros aspectos relevantes, como por ejemplo aspectos de tipo afectivo o metacognitivo, que deberán incorporarse en futuras revisiones. En cualquier caso, dicho instrumento pretende ser un primer paso hacia adelante, como se ha indicado, que permita fomentar el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas de Educación Primaria, en especial de aquellos profesores que no han recibido una formación específica sobre la planificación, gestión y evaluación de actividades a través de los procesos matemáticos.

Desde esta perspectiva, pues, es muy importante que el profesorado disponga de instrumentos que les permitan incorporar los procesos en sus prácticas de aula, con el propósito de ayudar al alumnado a desarrollar la competencia matemática (Alsina y Coronata, 2014) y, además, que les sirvan para evaluar cómo van desarrollando dicha competencia, como es el caso del instrumento RECMAT 6-12 que se ha presentado en este artículo. En el futuro, será necesario diseñar nuevos estudios que permitan analizar la eficacia de dicho instrumento en los distintos niveles de Educación Primaria, con el propósito de ajustarlo para que sea un instrumento eficaz y ágil de utilizar en la práctica de aula.

Bibliografía

Alsina, Á. (2009). Matemáticas en la educación primaria. En N. Planas y Á. Alsina (Eds.), *Educación matemática y buenas prácticas* (pp. 93-138). Barcelona: Graó.



- Alsina, Á. (2011). *Aprender a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo Editorial.
- Alsina, Á. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 1(1), 1-14.
- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86, 5-28.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon*, 33(1), 7-29.
- Alsina, Á. (2018). La evaluación de la competencia matemática: ideas clave y recursos para el aula. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 98, 7-23.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Graó.
- Alsina, Á. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea S.A. de Ediciones.
- Alsina, Á., García, M. y Torrent, E. (2019). La evaluación de la competencia matemática desde la escuela y para la Escuela. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 55, 85-108.
- Alsina, Á., Maurandi, A., Ferre, E., y Coronata, C. (2020). Validating an Instrument to Evaluate the Teaching of Mathematics Through Processes. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10064-y>
- Coronata, C. (2014). *Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la educación infantil y elemental*. Tesis Doctoral. Universitat de Girona.
- EduGAINS (2011). Asking effective questions. Recuperado de http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/cbs_askingeffectivequestions.pdf.
- Fan, L. y Zhu, Y. (2007). From convergence to divergence: the development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM Mathematics Education*, 39, 491-501.
- Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Barcelona: Servei de Comunicació i Publicacions.
- Goodrich, H. (2000). Using rubrics to promote thinking and learning. *Educational Leadership*, 57(5), 13-18.
- Langrall, C. W., Mooney, E. S., Nisbet, S., y Jones, G. A. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, 109-135. Nueva York: Routledge.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes*. Barcelona: Paidós.
- Millman, J. y Greene, J. (1989). The specification and development of tests of achievement and ability. En R. L. Linn (Ed.), *The American Council on Education/Macmillan series on higher education. Educational measurement*, 335-366. Nueva York: Macmillan Publishing Co, Inc: American Council on Education.
- MINEDUC (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- NCTM (2014). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. Reston: NCTM.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project*. Roskilde: Roskilde University.
- OCDE (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. París: OECD.

- OCDE (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy - A Framework for PISA 2006*. París: OECD.
- Osterlind, S. J. (1989). *Constructing tests items*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Pólya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 2002.
- Reinhart, S. D. (2000). Never say anything a kid can say. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(8), 478–483.
- Rico, L. (2009), Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1 14.
- Sanmartí, N. (2010). *Avaluar per aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Educació. Direcció General de l'Educació Bàsica i el Batxillerat.
- Schoenfeld, A. H. (Ed). (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Scusa, T. (2008). Five processes of mathematical thinking. Recuperado de: <https://digitalcommons.unl.edu/mathmidsummative/38/>
- Singer, F. M., Ellerton, N., y Cai, J. (2013). Problem-Posing Research in Mathematics Education: New Questions and Directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1-7.
- Sullivan, P. y Lilburn, P. (2002). *Good questions for Math Teaching*. Australia: Oxford University Press.
- Yeo, S. M. y Zhu, Y. (2005). *Higher-order thinking in Singapore mathematics classrooms. Proceedings of the international conference on education. Redesigning pedagogy: Research, policy, practice*. Singapore: Centre for Research in Pedagogy & Practice, National Institute of Education.

Ángel Alsina. Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona (España). Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado. Ha publicado numerosos artículos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y América Latina. Email: angel.alsina@udg.edu

Mireia Abarca. Maestra de Educación Primaria por la Universidad Autónoma de Barcelona y Máster en Atención a la Diversidad en una Educación Inclusiva por la Universidad de Girona. Ha trabajado en diversos centros de Educación Infantil y Primaria adscritos al Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, sobre todo en temas relacionados con la atención a la diversidad. Email: mireiaabarca90@gmail.com.

Ingrid Grabulosa. Maestra de Educación Primaria por la Universidad Autónoma de Barcelona y Máster en Atención a la Diversidad en una Educación Inclusiva por la Universidad de Girona. Ha trabajado en diversos centros de Educación Infantil y Primaria adscritos al Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, sobre todo en temas relacionados con la atención a la diversidad. Email: igrabulosa2@gmail.com.

