

¿Evolucionan los libros de texto de matemáticas con los cambios curriculares? Estudio de la regresión y la correlación lineal en la Educación Secundaria en España

Luis J. Rodríguez-Muñiz

Ángela Corte

Laura Muñiz-Rodríguez

(Universidad de Oviedo. España)

Fecha de recepción: 14 de septiembre de 2019

Fecha de aceptación: 16 de diciembre de 2019

Resumen

En este artículo se presentan los resultados de una investigación cuyo objetivo es analizar si los libros de texto recogen los cambios curriculares de las diferentes leyes educativas españolas, estudiando el caso de la regresión y correlación lineal. Las categorías de análisis empleadas se definen atendiendo a una triple vertiente: análisis de los libros de texto a partir de las dimensiones conceptual, didáctico-cognitiva y fenomenológica; clasificación de los ejercicios y problemas; y uso de las TIC. Los resultados indican que, con el cambio de las leyes educativas, se han eliminado algunas demostraciones y se ha reducido la componente formal propia de la matemática moderna. La exposición deductiva sigue primando frente al fomento de la indagación como herramienta de construcción del conocimiento. Los ejercicios son mayoritariamente algorítmicos y la presencia de situaciones problemáticas es testimonial.

Palabras clave

Correlación; Currículum; Educación Secundaria; Estadística; Libros de texto; Regresión.

Title

Do mathematics textbooks evolve with curricular changes? Study on linear regression and correlation in secondary education in Spain

Abstract

This paper presents the results of a research that aims at analysing if textbooks undergo the curricular changes of the subsequent education laws in Spain, in the case of linear regression and correlation. The categories of analysis are defined according to a threefold approach: analysis of the textbooks based on three dimensions: conceptual, didactic-cognitive and phenomenological; classification of the exercises and problems; use of ICT for their resolution. Results show that, with the evolution of the educational laws, certain proofs have been removed from textbooks and the formal component inherited from modern mathematics has been reduced. The deductive explanation prevails over the inquiry or intuitive approach. Exercises are still mainly algorithmic and problematic situations are barely present.

Keywords

Correlation; Curriculum; Secondary Education; Statistics; Regression; Textbooks.



1. Introducción

El libro de texto es un recurso didáctico utilizado tanto por el profesorado como por el alumnado en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y continúa siendo una herramienta muy importante, siendo incluso de uso obligado en muchos centros educativos españoles. Evidentemente, la autonomía del profesorado permite diferentes niveles de uso, incluso dentro de un mismo centro, pero el impacto que produce el libro de texto sigue siendo notable (Fernández-Palop, Caballero-García y Fernández-Bravo, 2013) y depende, según Lowe y Pimm (1996), no sólo del libro en sí mismo, sino también del lector, del empleo que le dé el profesorado y de las interacciones que determinen su uso en el aula (Gea, Batanero, Arteaga, Cañadas y Contreras, 2014).

La regresión y la correlación lineal son contenidos de estadística que forman parte del currículo de Educación Secundaria. En las sucesivas reformas curriculares acontecidas en España, el estudio de la regresión lineal ha ido ganando importancia dentro del bloque de estadística y probabilidad. Ahora bien, ¿aparece esta tendencia en los correspondientes libros de texto españoles? Aunque no son tan numerosos como en otros campos de la estadística y la probabilidad (García-Alonso, 2011), existen en la literatura científica diversos trabajos que analizan la representación de la regresión y la correlación lineal en los libros de texto españoles o del ámbito hispano. En Rodríguez-Muñiz y Díaz (2018) se puede encontrar una reciente revisión del estado del arte.

Citaremos en primer lugar el trabajo de Sánchez-Cobo (1999), en el que se analizan once libros de texto de Bachillerato, estudiando los contextos, el contenido matemático, los tipos de ejercicios y también el tipo e intensidad de la dependencia entre las variables. Sánchez-Cobo (1999) concluye que existe una tendencia hacia el formalismo en la presentación del tema. Además, aprecia una prevalencia hacia la representación gráfica de variables con correlación positiva.

En Lavalle, Micheli y Rubio (2006) se analiza la regresión y la correlación lineal en siete libros de texto de Bachillerato argentinos. La conclusión obtenida fue que el enfoque de los libros era socio-constructivista, además de constatarse un sesgo hacia la correlación positiva en los ejemplos utilizados. Agnelli, Konic, Peparelli, Zón y Flores (2009) analizan la dificultad que supone el concepto de la función lineal en el estudio de la recta de regresión lineal a partir de un caso planteado en un libro de texto argentino, señalando que los enfoques suelen incidir en los aspectos relativos al cálculo, obviando el estudio de la variabilidad.

En Gea, Batanero, Arteaga y Cañadas (2013) se realiza un estudio de dieciséis libros de texto de Bachillerato españoles y se concluye que la justificación de los conceptos es más informal que en etapas anteriores, utilizándose ejemplos y contraejemplos como medio explicativo, acompañados de argumentaciones verbales o gráficas.

En Gea et al. (2014) se estudia la regresión y la correlación en ocho libros de texto del Bachillerato de Ciencias Sociales, prestando atención al lenguaje utilizado. Se concluye que hay una tendencia hacia el registro gráfico. Gea, Batanero, López-Martín y Contreras (2015) tratan los recursos tecnológicos vinculados a la regresión y la correlación en los libros de texto.

Díaz y Rodríguez-Muñiz (2014) estudian la representación de la regresión lineal en cinco textos de Bachillerato científico LOE, comprobando la predominancia de los procedimientos de cálculo sobre la interpretación estadística y constatando la escasa presencia de datos reales. En Díaz (2017) se amplía la muestra a 30 libros de ambas modalidades de Bachillerato, corroborando que el enfoque formal prima

frente al interpretativo al calcular rectas de regresión, estimaciones o coeficientes de correlación, y advirtiendo de una escasísima presencia de herramientas TIC (tanto de cálculo como de representación gráfica).

En las publicaciones anteriores se analiza la regresión y la correlación lineal en los libros de texto de manera sincrónica, excepto en Díaz (2017), que estudia libros adaptados a la LOE y a la LOMCE. No existen, en conocimiento de los autores, otros trabajos que analicen la regresión y la correlación de manera diacrónica en periodos más amplios. Por ello, el objetivo de este trabajo es realizar un estudio diacrónico sobre la regresión y la correlación lineal en los libros de texto de Educación Secundaria correspondientes a las sucesivas leyes educativas. La hipótesis de investigación que se plantea es que los libros de texto han evolucionado conforme a las directrices que emanan del currículo correspondiente a las distintas leyes educativas.

Para el tipo de trabajo que se pretende realizar en el presente estudio, es imprescindible utilizar un marco de análisis de libros de texto, pero sin perder de vista el enfoque de la investigación histórica en educación matemática. Por ello, este trabajo parte del impacto que supuso la introducción en España de las teorías englobadas bajo el nombre de matemáticas modernas, y la evolución de la legislación en materia de educación en España y sus particularizaciones al ámbito de los libros de texto y la regresión lineal. A continuación, se describe el marco teórico de la investigación, explicando diferentes clasificaciones de análisis de contenido en libros de texto. Posteriormente, se presenta el proceso metodológico y los resultados del análisis de los libros de texto seleccionados. Finalmente, se exponen las conclusiones del estudio.

2. Los libros de texto y la regresión lineal

2.1. La matemática moderna y su influencia en los libros de texto

En los años 30 del siglo XX, bajo el pseudónimo colectivo de Bourbaki, un grupo de matemáticos franceses se planteó la tarea de realizar una construcción formal y global de la matemática. Sus trabajos se caracterizan por centrarse en la forma y alejarse de la ejemplificación o de la contextualización. Es decir, la matemática se fija en sí misma y se despreocupa del exterior. A este desarrollo de la matemática formal y deductiva se le llamó matemática moderna.

A pesar del empuje que Bourbaki logró, frente a esta visión formal y abstracta de la matemática, fueron surgiendo objeciones a medida que se iba implantando en los currículos y en las aulas, especialmente en la educación no universitaria. A partir de los años 70, surgen autores que desplazan el foco de los contenidos formales a la comprensión de las matemáticas en el entorno cultural y social en el que se desenvuelven. Kline (1976) considera importante estructurar el currículo alrededor de la resolución de problemas reales, para fomentar creatividad y espíritu crítico en el alumnado. Además, de forma paralela al desarrollo de las teorías constructivistas sobre el aprendizaje, se postula un desarrollo inductivo de las matemáticas desde la escuela, en el cual no se desdeñen las intuiciones o los razonamientos heurísticos. Surgen así otras teorías como la Educación Matemática Realista de Freudenthal.

Los libros de texto son elaborados por personas que viven en un contexto científico, social y cultural. En la formación matemática de este profesorado, teniendo en cuenta los años considerados, las teorías del grupo Bourbaki han tenido una fuerte influencia. Pero, al tiempo, los autores de los libros de



¿Evolucionan los libros de texto de matemáticas con los cambios curriculares? Estudio de la regresión y la correlación lineal en la Educación Secundaria en España

L. J. Rodríguez-Muñiz, A. Corte, L. Muñiz-Rodríguez

texto han ido considerando las nuevas ideas surgidas de las reformas curriculares y de documentos de importancia crucial en la educación matemática, como fueron los estándares del NCTM (1989).

Por consiguiente, los libros de texto y los procesos de enseñanza y aprendizaje que se dan en las aulas conviven buscando un equilibrio que difiere de unos profesores a otros, de unos libros a otros, y de unos contextos a otros. Así, algunos autores señalan el rol del libro de texto de matemáticas «como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver» (González Astudillo y Sierra, 2004, p. 389). Aunque no se puede olvidar que «la presencia del libro de texto en el aula va siempre unida a la labor profesional del profesorado» (Monterrubio y Ortega, 2011, p. 107).

2.2. La evolución del currículo sobre regresión lineal en la Educación Secundaria en las diferentes leyes educativas

Cuatro han sido las leyes que, desde el año 1970 hasta la actualidad, han regulado el sistema educativo español: la Ley General de Educación (LGE, de 1970), la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, de 1990), la Ley Orgánica de Educación (LOE, de 2006), y la actualmente vigente Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE, de 2013).

La LGE fue implementada en 1970 y supuso el comienzo de la modernización de los estamentos educativos. Estableció la enseñanza obligatoria hasta los 14 años y distinguió la postobligatoria entre la Formación Profesional (FP) y el Bachillerato Unificado Polivalente (BUP), de los 14 a los 17 años, seguido del Curso de Orientación Universitaria (COU), de un año de duración. El estudio de las matemáticas era de naturaleza obligatoria durante los tres cursos de BUP, si bien el currículo diferenciaba en el último curso entre la opción de ciencias y la de letras. El currículo se diseña en 1975, y permanece en vigor hasta el curso 1999-2000. Este currículo está muy influido por las matemáticas modernas. El contenido relativo a la regresión y la correlación lineal aparece por primera vez en las matemáticas de 3º de BUP con el siguiente descriptor: “Distribuciones bidimensionales. Rectas de regresión. Correlación” (MEC, 1975, p. 8065).

La LOGSE aprueba la escolaridad obligatoria hasta los 16 años y divide esta etapa entre la Educación Primaria, de los 6 a los 12 años, y la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), de los 12 a los 16 años. A su término, el alumnado tenía la opción de cursar Bachillerato, de dos años de duración, o FP. El Bachillerato ofrecía las modalidades de Artes, Ciencias y Tecnología, y Humanidades y Ciencias Sociales. Esta ley se implanta paulatinamente desde el curso 1991-1992 y, así, 1º de Bachillerato no se implanta hasta el curso 2000-2001. La LOGSE supone la entrada de nuevas ideas metodológicas y la necesidad de resolver problemas reales (Sierra, González Astudillo y López, 1999). El estudio de la regresión lineal aparece en el Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales y en el de Ciencias y Tecnología. Nos centraremos en el primer caso, por estar más desarrollado curricularmente. Así, en la asignatura de primer curso Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I los contenidos aparecen mucho más detallados que bajo la LGE: “Distribuciones bidimensionales. Interpretación de fenómenos sociales y económicos en los que intervengan dos variables a partir de la representación gráfica de una nube de puntos. Estudio del grado de relación entre dos variables. Correlación y regresión lineal” (MEC, 1992, p. 114). Además, se propone el siguiente criterio de evaluación: «Interpretar, utilizando el coeficiente de correlación y la recta de regresión, situaciones reales definidas mediante una distribución bidimensional y la posible relación entre sus variables» (MEC, 1992, p. 114).

La LOE, implantada desde 2008-2009 en 2º y 4º de ESO y 1º de Bachillerato, y desde 2009-2010 en 2º de Bachillerato, apuesta por una orientación de la enseñanza obligatoria basada en el desarrollo de ocho competencias básicas, punto de inflexión en el sistema educativo español. Una de ellas es la competencia matemática, que ejerce una influencia notable en el conjunto del currículo, especialmente en la educación obligatoria. Sin embargo, en cuestión de objetivos, contenidos, y criterios de evaluación, el nuevo currículo aporta pocas novedades respecto al anterior. En la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I, establece los siguientes contenidos en relación a la regresión lineal: «Distribuciones bidimensionales. Interpretación de fenómenos sociales y económicos en los que intervienen dos variables a partir de la representación gráfica de una nube de puntos. Grado de relación entre dos variables. Regresión lineal. Extrapolación de resultados» (MEC, 2007, p. 45475). Aunque sí se matiza más en el nuevo criterio de evaluación: “Distinguir si la relación entre los elementos de un conjunto de datos de una distribución bidimensional es de carácter funcional o aleatorio e interpretar la posible relación entre variables utilizando el coeficiente de correlación y la recta de regresión” (MEC, 2007, p. 45475).

Por último, la vigente LOMCE se implanta durante los cursos 2015-2016 y 2016-2017 en ESO y Bachillerato. El currículo de esta nueva ley realiza algunas modificaciones tanto en los contenidos como en los criterios de evaluación, pero, sobre todo, introduce el concepto de estándares de aprendizaje evaluables, como referentes de la concreción curricular. Además, destacan otros cambios en relación a las competencias básicas, a la tipología de las asignaturas, y a las pruebas externas, que omitiremos por cuestión de espacio. En la LOMCE, los contenidos vinculados a la regresión lineal para Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I son: “Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. Coeficiente de determinación” (MECD, 2015, p. 385). El criterio de evaluación pasa a ser:

“Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y de realizar predicciones a partir de ella, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos y sociales” (MECD, 2015, p. 385).

Además, se concretan los siguientes estándares de aprendizaje evaluables:

“Cuantifica el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal para poder obtener conclusiones. Calcula las rectas de regresión de dos variables y obtiene predicciones a partir de ellas. Evalúa la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal en contextos relacionados con fenómenos económicos y sociales” (MECD, 2015, p. 385).

Estas especificaciones curriculares servirán de referencia para realizar el análisis de contenidos de los libros de texto y para comprobar si la evolución de planteamientos que en ellas se observa se transmite igualmente a los libros.

3. Marco teórico

Durante los últimos años se han realizado en España estudios en historia de la educación matemática en los que los libros de texto son el objeto principal de la investigación (véase Azcárate y



Serradó, 2006; Gómez-Alfonso, 2019) y en los que se utilizan distintos marcos de análisis. A este respecto, Sierra (2011) propone utilizar una triple vertiente: conceptual, didáctico-cognitiva y fenomenológica (véase Figura 1). El análisis conceptual se refiere a la secuenciación de los contenidos y su organización en el libro, junto con el tipo de representaciones y gráficas que acompañan, las actividades propuestas y otros aspectos materiales. El análisis didáctico-cognitivo se focaliza sobre la forma en la que los autores hacen explícitos sus objetivos de aprendizaje y sobre cómo intentan desarrollar las capacidades cognitivas del alumnado. Finalmente, el análisis fenomenológico estudia los fenómenos que acompañan a los conceptos en los libros de texto, y su caracterización en el campo meramente matemático, en el de otras disciplinas, en la vida cotidiana, o en el contexto próximo al alumnado.

Análisis conceptual	Análisis didáctico-cognitivo	Análisis fenomenológico
Secuenciación de contenidos. Definiciones: tipo y papel que juegan en el texto. Ejemplos y ejercicios. Representaciones gráficas y simbólicas. Aspectos materiales.	Objetivos e intenciones del autor (expresadas habitualmente en el prólogo). Teorías de enseñanza-aprendizaje subyacentes. Capacidades que se quieren desarrollar.	En torno a las propias matemáticas. En torno a otras ciencias. Fenómenos de la vida diaria.

Figura 1. Dimensiones del análisis de un libro de texto (Sierra, 2011, p.191).

Otra clasificación que utilizaremos es la de Butts (1990), que señala cinco categorías para los problemas y ejercicios:

- De reconocimiento: consisten en recodar, reconocer o identificar un concepto matemático conocido en un contexto poco elaborado.
- Algorítmicos: requieren para su resolución de la aplicación de un algoritmo.

Realmente, como señala Blanco (1993), los ejercicios planteados en estos dos primeros niveles no pueden ser considerados como problemas, ya que se limitan a la identificación de conceptos o la mera aplicación de un procedimiento.

- De aplicación: en ellos, es necesario aplicar una matemática más o menos compleja para encontrar la solución a la situación planteada. Aquí sí podemos hablar ya de situaciones problemáticas, ya que la aplicación puede exigir una mayor complejidad en la elaboración del modelo matemático necesario para resolver la situación planteada.
- De búsqueda abierta: requieren de un mayor nivel de competencia matemática, que puede suponer realizar una búsqueda exhaustiva, ordenada o incluso heurística, entre un conjunto de posibles soluciones que puede ser desconocido a priori.
- Reales: suponen el nivel más alto de competencia matemática ya que presentan un contexto más o menos verosímil en una situación real, y requieren a menudo el diseño de un modelo matemático para, posteriormente, aplicarlo al problema, encontrar su solución y validarla.

A partir de los dos marcos anteriores, a los efectos del análisis se añade en el presente trabajo la comprobación del uso de las TIC y, en caso afirmativo, qué herramientas se usan, para lo cual introduciremos unos identificadores específicos.

4. Metodología

4.1. Muestra

Los libros se seleccionaron mediante un muestro por conveniencia, teniendo en cuenta las editoriales de las cuales se podía disponer de la serie completa de ejemplares en el periodo considerado. De este modo, se consiguió acceder a la serie completa de las editoriales Santillana y Edelvives. Ambas series incluyen los ejemplares correspondientes a los cursos 3º de BUP (LGE) y 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales bajo LOGSE, LOE y LOMCE. Se analizó también el periodo previo a la LGE, sin embargo, finalmente se desechó ya que la regresión y la correlación no formaban parte del currículo. En la Tabla 1 se recogen los códigos utilizados para identificar cada libro, teniendo en cuenta que la E representa Edelvives y la S Santillana, seguidos del año de publicación de cada uno de ellos. En el Anexo I se incluyen las referencias completas.

Ley	Código
LGE	E1985
	S1991
LOGSE	E2002
	S2000
LOE	E2008
	S2011
LOMCE	E2015
	S2015

Tabla 1. Libros de texto que conforman la muestra.

4.2. Recogida y análisis de la información

Para recoger los datos de modo que la información de ambas series de libros sea comparable, se ha utilizado un sistema de indicadores y tendencias, sintetizando los utilizados en González Astudillo y Sierra (2003) y Azcárate y Serradó (2006), adaptándolo al caso que estamos evaluando y teniendo en cuenta las dimensiones propuestas por Sierra (2011). Esta metodología ha sido utilizada y validada en investigaciones previas enfocadas al análisis de libros textos de matemáticas (Barrantes, López, y Fernández, 2015; Herrera, Velasco, y Ruiz-Hidalgo, 2017). A partir de este sistema, se elaboró un formulario, que se muestra en la Tabla 2. Además, se utilizaron las cinco categorías de la clasificación de Butts (1980) para recoger la información relativa a los ejercicios y problemas. Mientras que para la determinación del uso de las TIC hemos usado los identificadores: no consta, utiliza calculadora, utiliza programa informático (indicando cuál).

Dimensión	Indicador	Tendencia		
		Tradicional	Innovadora	Investigativa
Análisis conceptual	Presentación	Organización fragmentada,	Organización escalonada y rígida	Construcción del conocimiento



¿Evolucionan los libros de texto de matemáticas con los cambios curriculares? Estudio de la regresión y la correlación lineal en la Educación Secundaria en España

L. J. Rodríguez-Muñiz, A. Corte, L. Muñiz-Rodríguez

		acumulada y lineal		
	Metodología	Explicación	Aplicación	Plan de actividades flexible
	Motivación	No se considera	Constante	Continua
	Demostración	Siempre	Con imágenes	Propuestas
	Estructura del discurso	Modelo deductivo	Modelo inductivo	Modelo transductivo
Análisis didáctico-cognitivo	Descripción teórica	Formal	Formal-Intuitiva	Intuitiva
	Objetivo del discurso	Transmisión de contenidos	Ensayo y error	Problemas relevantes
Análisis fenomenológico	Fenómenos	Matemáticos	Realistas	Reales

Tabla 2. Formulario de recogida de datos.

5. Resultados

5.1. Análisis conceptual

A partir de los indicadores de la Tabla 2 para la dimensión de análisis conceptual, se clasifica cada libro de texto analizado, mostrando los resultados en la Tabla 3.

Libro	Presentación	Metodología	Motivación	Demostración	Discurso
S1991	Organización fragmentada, acumulada y lineal	Explicativa	Constante	Siempre	Deductivo
E1985			No se considera	Siempre	Deductivo
S2000			Constante	Con imágenes	Inductivo
E2002			No se considera	Con imágenes	Deductivo
S2011			Constante	Con imágenes	Deductivo
E2008			Constante	Con imágenes	Deductivo
S2015			Constante	Con imágenes	Deductivo
E2015			No se considera	Con imágenes	Deductivo

Tabla 3. Análisis conceptual de los libros.

Podemos afirmar que, en relación con la presentación del contenido, predomina la organización fragmentada y acumulada en los textos, es decir, la secuenciación de los contenidos sigue un orden lineal y jerarquizado. Cada unidad se divide en secciones que, casi siempre, se vuelven a fragmentar en

apartados, cada uno introduciendo un único contenido conceptual. La organización es enormemente lineal, siguiendo el desarrollo matemático de los contenidos.

Todos los libros analizados siguen una metodología explicativa, ajustándose a una tendencia tradicional que deja poco margen de libertad a la actuación del profesorado si utiliza como referencia el libro de texto.

Por otro lado, la mayoría de los libros examinados intentan motivar al alumnado exponiendo algunas aplicaciones, pero solo puntualmente al comienzo de algunas unidades didácticas. En S2000 se intenta estimular al alumnado con un ejemplo introductorio y, posteriormente, en cada apartado, se ligan los conceptos teóricos con este problema; así, a pesar de que sigue predominando el enfoque deductivo, se intenta mantener una referencia constante a un problema real.

También hemos de mencionar que las imágenes y gráficas abundan en todos los libros. En unos casos su función es la de servir de apoyo a la demostración o incluso la de sustituir la propia demostración formal por una justificación gráfica. En otros, solo se representan las rectas de regresión involucradas en los ejercicios resueltos. Curiosamente, en E2002 y E2008, solamente aparece una gráfica en toda la explicación y desarrollo de los ejemplos. Sin embargo, esta carencia se ve mejorada en E2015, en el cual hay una gran variedad de gráficas ilustrativas. En todos los casos se constata una tendencia mayoritaria a representar la correlación positiva en los ejemplos y ejercicios.

Prestando atención al desarrollo de las demostraciones, se aprecia una notable diferencia entre los libros correspondientes a la LGE y los de la LOGSE y leyes posteriores. Se observa en ambas series un salto cualitativo significativo, puesto que prácticamente desaparece (o queda reducida a un mero comentario) la obtención de la recta de regresión a través del método de mínimos cuadrados, sustituyéndola por una gráfica explicativa. Este aspecto evidencia el abandono de la formalidad de las matemáticas modernas.

Por último, respecto a la estructura del discurso, todos los libros de texto examinados parten de los conceptos generales para, posteriormente, presentar ejemplos resueltos o actividades. Es decir, la argumentación deductiva es prácticamente la única utilizada, en consonancia con lo advertido respecto a la metodología explicativa. La única excepción es la del libro S2000, el cual parte de un problema planteado al inicio de la unidad didáctica para terminar induciendo la expresión de la recta de regresión.

5.2. Análisis didáctico-cognitivo

A partir de los indicadores de la Tabla 2, se examina el enfoque empleado por los autores de los libros de texto según la naturaleza de la descripción teórica y la explicitación de los objetivos.

En los dos libros de texto correspondientes a la LGE el desarrollo es secuencial y formal, si bien en el libro S1991 la demostración de la recta de regresión por mínimos cuadrados ordinarios aporta algunos componentes intuitivos, mientras que en el libro E1985 se mantiene una demostración formalista. La idea que subyace es la de una matemática ya hecha, que el alumno debe memorizar y después practicar resolviendo ejercicios. De ello inferimos que el objetivo del discurso es la transmisión de los contenidos conceptuales para ser memorizados. Por otra parte, debe mencionarse que en los prólogos los autores expresan sus intenciones de que predomine el rigor, aunque sin excesivos formalismos.



Respecto a los libros de texto de la LOGSE, en S2000 se va produciendo un alejamiento de la influencia de las matemáticas modernas, puesto que el enfoque es menos dogmático. Esta transición se aprecia en la recomendación de partir de ideas intuitivas y distintas situaciones en las que se manifiestan las matemáticas consideradas para llegar a la formalización del concepto. Sin embargo, en E2002 el enfoque sigue siendo predominantemente formal.

En los libros LOE y LOMCE se advierte una fragmentación notable entre las distintas unidades didácticas. Se puede considerar que la tendencia discursiva sigue con inercia tradicional, aunque se advierte cierta evolución hacia el modelo innovador, puesto que incorporan actividades que necesitan de la actuación activa del alumnado y el uso de recursos tecnológicos para realizarlas.

Esta tendencia hacia el modelo innovador se refleja con mayor claridad en el libro S2011, ya que en la presentación de cada unidad didáctica se repasan los conocimientos previos del alumnado. No obstante, posteriormente no sigue este esquema en el desarrollo de la unidad, por lo que podemos seguir considerándolo dentro de la tendencia tradicional.

Un detalle que resulta curioso es que la mayoría de los libros de texto, excepto los dos correspondientes a la LGE, carecen de prólogos en donde los autores expresen sus ideas acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, lo que obliga a una observación indirecta de la intención de los autores.

5.3. Análisis fenomenológico

Esta dimensión consiste en observar los fenómenos se utilizan para presentar los conceptos, es decir, si son ejemplos basados en situaciones matemáticas, si se presentan en relación con otras materias, si están contextualizados en la vida diaria, etc.

En general, el contexto donde se presentan los conceptos es la vida diaria de los alumnos, es decir, la tendencia predominante es la innovadora, porque se proponen y resuelven actividades realistas, o con pretensión de serlo. Algunos ejemplos son los siguientes: temperatura de una ciudad y gasto en calefacción, gastos y beneficios de una empresa, altura y peso del alumnado, goles a favor y en contra en la liga de fútbol, nota obtenida en el Bachillerato y en la Prueba de Acceso a la Universidad.

Por otro lado, los libros de texto apenas tienen ejemplos basados en otras situaciones matemáticas que no sean la propia regresión, y hay varios ejemplos que ni siquiera están contextualizados.

Respecto a los problemas relacionados con otras materias, en la mayoría de los libros no aparecen este tipo de ejemplos, a pesar de la relativa facilidad de encontrar situaciones relacionadas con el tema de la regresión y la correlación. La excepción es el libro E2015, el cual destina un apartado a ejercicios para calcular estimaciones en el ámbito de la biología, en un contexto deportivo y en uno empresarial, que está directamente relacionado con la modalidad que cursa el alumnado.

5.4. Análisis de los problemas y ejercicios

A partir de los datos recogidos podemos afirmar, sin ninguna duda, que la inmensa mayoría de los problemas y ejercicios que se plantean en los libros de texto son del tipo algorítmico de la clasificación de Butts. En este contexto, se calcula paso a paso la recta de regresión y se obtiene su

expresión o una predicción. Incluso se podría decir que, a fuerza de ser repetitivos, acaban por convertirse en problemas de reconocimiento, ya que el esquema es siempre similar.

Como excepción, ha de indicarse que S2002 y S2008 tienen un pequeño apartado con problemas de búsqueda abierta, en los que los alumnos deberán utilizar técnicas no algorítmicas para llegar a la solución del problema. También hay que subrayar que E2015 incluye varios problemas en los que se pide hacer pequeñas demostraciones. El resto de libros no tienen ni siquiera una pequeña sección dedicada a este tipo de problemas de ampliación de conocimientos, o problemas abiertos o reales.

Respecto al uso de las TIC, se aprecia una clara evolución, introduciéndose conforme avanzan las distintas leyes educativas. En principio, los dos libros correspondientes a la LGE no proponen ni siquiera el uso de la calculadora. En los libros que corresponden a la LOGSE y la LOE se fomenta el uso de la calculadora en S2000 y S2011, mientras que en E2002 y E2008 se utilizan Excel y Derive. Finalmente, con la LOMCE, ambas editoriales dan un salto cualitativo, y coinciden proponiendo el uso de GeoGebra. Además, en S2015 se propone también Excel y en E2015 Wiris.

6. Discusión y conclusiones

El cambio que se produce en la educación con las distintas leyes desde mediados del siglo XX en España se advierte con el análisis de los libros de texto de la presente investigación, puesto que se aprecian cambios tanto en la forma de presentar los conceptos como en los tipos de problemas propuestos. Sin embargo, estos cambios no son todo lo ajustados a los cambios curriculares que deberían ser.

Así, en cuanto al análisis conceptual, podemos concluir que la organización de los libros apenas presenta evolución, predominando el fraccionamiento en unidades casi autocontenidas y los desarrollos lineales. El modelo deductivo para presentar los contenidos sigue imperando, sin que se aprecie evolución hacia la inducción más propia del constructivismo. Donde sí se aprecia evolución es en la desaparición de las demostraciones formales y su sustitución por explicaciones gráficas. En este sentido, nuestro estudio es consistente con los resultados de investigaciones anteriores (Conejo, Arce y Ortega, 2019; Gea et al., 2013) y permite apreciar avance respecto al exceso de formalismo señalado en Sánchez-Cobo (1999), aunque en las representaciones gráficas sigue predominando mayoritariamente la representación de la correlación positiva, matiz ya expuesto en Lavalle, Micheli y Rubio (2006). Asimismo, se constata una predominancia del cálculo frente a la interpretación estocástica de las situaciones planteadas, algo ya indicado por Agnelli et al. (2009) y que corrobora la ausencia de evolución apreciada en Díaz y Rodríguez-Muñiz (2014) y Díaz (2017).

Respecto al análisis didáctico-cognitivo, se aprecia un movimiento hacia posiciones más innovadoras, pero aún insuficiente, puesto que se incorporan actividades, pero sigue predominando la exposición de contenidos, con un enfoque basado en la transmisión de los mismos. En línea con investigaciones anteriores (González Astudillo y Sierra, 2004) la mayoría de los libros de texto impulsa a un aprendizaje memorístico donde la estructura pesa más que la comprensión.

En cuanto al análisis fenomenológico, concluimos que hay muy poca evolución en los libros, pues son minoría los contextos próximos al alumnado, de conexión con otras disciplinas o contextos reales, siendo mayoritarios los contenidos matemáticos desprovistos de contexto, a pesar de que la regresión lineal es un tema con muchas conexiones y aplicaciones reales. No se aprecia evolución en los manuales LOMCE respecto a lo señalado para manuales LOE en Gea et al. (2014) y Díaz y Rodríguez-Muñiz



¿Evolucionan los libros de texto de matemáticas con los cambios curriculares? Estudio de la regresión y la correlación lineal en la Educación Secundaria en España

L. J. Rodríguez-Muñiz, A. Corte, L. Muñoz-Rodríguez

(2014) a pesar del estándar de aprendizaje que la ley formula sobre la evaluación de la regresión en contextos económicos y sociales. Algunos autores afirman que la realidad fenomenológica en los libros de texto demanda una mayor atención, no solo en el caso de la regresión y correlación lineal, sino también en relación a otros conceptos matemáticos (Quispe, Gallardo, y González, 2010).

Finalmente, respecto a los ejercicios y problemas, apenas se aprecia evolución, puesto que la inmensa mayoría son ejercicios algorítmicos y son muy escasos o nulos los problemas abiertos o de indagación en los que el alumnado tenga que desarrollar más competencias que la de reproducción, obviando la conexión, el análisis o la interpretación.

Las TIC van haciendo acto de presencia de manera progresiva con la implantación de las sucesivas leyes educativas, pero en un tema como este y con la evolución que ha tenido lugar en los años considerados, no podría ser de otra manera. Este aspecto había sido analizado en Gea et al. (2015) y nuestro trabajo constata que, analizando diacrónicamente la evolución de los manuales, tampoco la entrada en vigor de la LOMCE ha supuesto una mejora sustancial en la incorporación de TIC.

En consecuencia, consideramos que hay argumentos suficientes para rechazar la hipótesis de investigación y, por lo tanto, concluir que los libros de texto de matemáticas en Educación Secundaria, en cuanto a la regresión lineal, no evolucionan conforme a los planteamientos educativos en el periodo comprendido entre la LGE y la LOMCE, puesto que los avances son muy incipientes y no constituyen aún una evolución paralela a la que marcan los contenidos curriculares y los planteamientos educativos en vigor, en los que la resolución de problemas debe jugar el papel vertebrador de la adquisición de la competencia matemática. El resultado amplía la conclusión obtenida en Díaz (2017), donde se señala que los cambios al pasar de la LOE a la LOMCE han sido prácticamente nulos. El presente estudio permite afirmar que, aunque se aprecia evolución al considerarse un periodo más largo, los estándares fijados por la LOMCE para la regresión y la correlación son difíciles de conseguir con la evolución que han sufrido los materiales en los últimos años.

Estos resultados son consistentes con otros análisis llevados a cabo en las Pruebas de Acceso a la Universidad de esta misma materia (Rodríguez-Muñiz, Díaz, Mier, Alonso, 2016) que evidencian una infrarrepresentación de la resolución de problemas o la toma de decisiones.

Finalmente, señalaremos que la principal limitación del presente estudio es el tamaño de la muestra, consistente en dos series de cuatro libros correspondientes a sendas editoriales. Evidentemente, supondría una mejora del trabajo ampliar el análisis a otras editoriales de las que se contara con la serie temporal de libros completa. De todos modos, los resultados de Díaz (2017) nos permiten acotar el alcance de esta limitación, ya que en la tesis doctoral de esta autora se señalan muchas características comunes que comparten los libros de texto de LOE y LOMCE de una colección más completa de editoriales que las analizados aquí. A partir de esta primera limitación, establecemos también la primera línea de trabajo futuro que tenemos intención de abordar: ampliar el estudio diacrónico a otras series de libros de texto y, también, a otros aspectos del currículo de estadística y probabilidad. Además, resulta pertinente no ceñir este análisis a bloques curriculares de contenidos específicos (álgebra, cálculo, geometría, estadística y probabilidad) sino, prestar una atención específica a los procesos, métodos y actitudes en matemáticas expuestos en el actual primer bloque del currículo de matemáticas, algo que, en ocasiones, por su transversalidad, corre el riesgo de diluirse entre los bloques de contenidos. Actualmente ya hemos comenzado un nuevo trabajo en el que intentamos determinar cuál es el uso de los libros de texto que hace el profesorado en el aula cuando se tratan los temas de estadística y probabilidad. Por último, nos parece crucial ser capaces de transferir los resultados de esta y otras investigaciones sobre libros de texto y currículo al ámbito de la industria editorial.

Agradecimientos

Financiado por el proyecto TIN2017-87600 del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España.

Bibliografía

- Agnelli, H., Konic, P., Peparelli, S., Zón, N. y Flores, P. (2009). La función lineal obstáculo didáctico para la enseñanza de la regresión lineal. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 17, 52-61.
- Azcárate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.
- Barrantes, M., López, M. y Fernández, M. A. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA*, 9(2), 107-127.
- Blanco, L.J. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, 49-60.
- Butts, T. (1980). Posing problems property. En S. Krulik y R. Reys (Ed.), *Problem solving in school mathematics*. *NCTM Yearbook 1980* (pp. 23-34). Reston: NCTM.
- Conejo, L., Arce, M. y Ortega, T. (2019). La demostración matemática y los libros de texto de Bachillerato: evolución a través de las leyes educativas. *Números*, 100, 135-138.
- Díaz, P. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). Analysis of linear regression in Spanish baccalaureate textbooks. En K. Makar, B. de Sousa, y R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9, July, 2014)*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Disponible en http://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_C209_RODRIGUEZMUNIZ.pdf
- Díaz, P. (2017). *La estadística y la probabilidad en los libros de texto de Bachillerato y en las pruebas de acceso a la universidad*. (Tesis doctoral). Universidad de Oviedo. Consultado en <http://digibuo.uniovi.es/dspace/handle/10651/45032>
- Fernández-Palop, P., Caballero-García, P. y Fernández Bravo, J.A. (2013). ¿Yerra el niño o yerra el libro de Matemáticas? *Números*, 83, 131-148.
- García-Alonso, I. (2011). Análisis de los términos de Inferencia Estadística en Bachillerato. *Números*, 77, 51-73.
- Gea, M.M., Batanero, C., Arteaga, P. y Cañadas, G. (2013). Justificaciones en el tema de correlación y regresión en los textos españoles de Bachillerato. *EMTeia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 4(2), 1-20.
- Gea, M.M., Batanero, C., Arteaga, P., Cañadas, G. y Contreras, J.M. (2014). Análisis del lenguaje sobre la correlación y regresión en libros de texto de bachillerato. *SUMA*, 76, 37-45.
- Gea, M.M., Batanero, C., López-Martín, M.M. y Contreras, J.M. (2015). Los recursos tecnológicos en la estadística bidimensional en los textos españoles de bachillerato. *TED*, 38, 113-132.
- Gómez-Alfonso, B. (2019). Los libros de texto de matemáticas y el análisis histórico y epistemológico. *Números*, 100, 181-184.
- González Astudillo, M.T. y Sierra, M. (2003). El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático. En E. Castro (Ed.), *Investigación en Educación Matemática: VII Simposio de la SEIEM* (pp. 109-130). Granada: Universidad de Granada.
- González Astudillo, M.T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Herrera, M., Velasco, M y Ruiz-Hidalgo, J. (2017). Comparando textos de cálculo: el caso de la derivada. *PNA*, 11(4), 280-306.



¿Evolucionan los libros de texto de matemáticas con los cambios curriculares? Estudio de la regresión y la correlación lineal en la Educación Secundaria en España

L. J. Rodríguez-Muñiz, A. Corte, L. Muñiz-Rodríguez

- Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid: Siglo XXI Editores S.A.
- Lavalle, A., Micheli, E. y Rubio, N. (2006), Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 383-406.
- Lowe, E. y Pimm, D. (1996). This is so: A text on texts. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 371-410). Dordrecht: Kluwer.
- MEC: Ministerio de Educación y Ciencia. (1975). Orden, de 22 de marzo de 1975, por la que se desarrolla el Decreto 160/1975, de 23 de enero, que aprueba el Plan de Estudios del Bachillerato y se regula el Curso de Orientación Universitaria. *BOE*, 93, 8049-8068.
- MEC: Ministerio de Educación y Ciencia. (1992). Real Decreto 1179/1992, de 2 de octubre, por el que se establece el currículo del Bachillerato. *BOE*, 253, 35585-35588.
- MEC: Ministerio de Educación y Ciencia. (2007). Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *BOE*, 266, 45381-45477.
- MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *BOE*, 3, 169-546.
- Monterrubio, M.C. y Ortega, T. (2011), Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA*, 5(3), 105-127.
- NCTM: National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston VA: NCTM.
- Quispe, W., Gallardo, J. y González, J. L. (2010). ¿Qué comprensión de la fracción fomentan los libros de texto de matemáticas peruanos? *PNA*, 4(3), 111-131.
- Rodríguez-Muñiz, L. J. y Díaz, P. (2018). Las investigaciones sobre la estadística y la probabilidad en los libros de texto de Bachillerato ¿Qué se ha hecho y qué se puede hacer? *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 65-81.
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Díaz, P., Mier, V. y Alonso, P. (2016). Washback effect of university entrance exams in applied mathematics to social sciences. *PloS One*, 11(12), e0167544.
- Sánchez-Cobo, F.T. (1999). *Significado de la correlación y regresión para los estudiantes universitarios* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Granada.
- Sierra, M., González Astudillo, M.T. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria (COU): 1940 - 1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 463-476.
- Sierra, M., González Astudillo, M.T. y López C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de Enseñanza Secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, 15(1), 21-49.
- Sierra, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, métodos y difusión. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 173-198.

Anexo I

- E1985: López, J. (1985). *Matemáticas BUP 3*. Zaragoza: Edelvives.
- S1991: Burgos, J., Martos, J. y Garzo, F. (1991). *Matemáticas 3º BUP*. Madrid: Santillana.
- E2002: Monteagudo, F. y Paz, J. (2002). *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I*. Zaragoza: Edelvives.
- S2000: Equipo Arrixaca. (2000). *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I*. Órbita. Madrid: Santillana.

- E2008: Monteagudo, F. y Paz, J. (2008). *Bachillerato 1. Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales*. Zaragoza: Edelvives.
- S2011: Antonio, M., González, L., Lorenzo, J., Molano, A., del Río, J., Santon, D. y de Vicente, M. (2011). *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1. Proyecto la Casa del Saber*. Madrid: Santillana.
- E2015: Cardona, S. y Rey, J. (2015). *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1*. Zaragoza: Edelvives.
- S2015: Grence, T., de la Prida, C., Gaztelu, A., González, A., Lorenzo, J., Pérez, C. y Sánchez, D. (2015). *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1. Proyecto Saber Hacer*. Madrid: Santillana.

Luis J. Rodríguez-Muñiz. Departamento de Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática, Facultad de Geología, Calle Jesús Arias de Velasco, s/n, 33005 Oviedo, Asturias. Profesor Titular de Universidad, es autor de más de 50 artículos y capítulos de libro. Su investigación reciente se focaliza en la educación estadística y la formación de profesorado de Primaria y Secundaria. Ha participado en numerosos proyectos de investigación y también en contratos con administraciones públicas sobre evaluación del sistema educativo. Preside, desde 2018, la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), de cuya Junta Directiva es miembro desde 2020. También es socio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Además es miembro, como experto de reconocido prestigio, del Consejo de Asturias de la Formación Profesional, y de la Comisión Asesora de Evaluación de Enseñanzas e Instituciones de ANECA. Email: luisj@uniovi.es

Ángela Corte González. Instituto de Educación Secundaria Candás, Carretera Faro, 17, 33430 Candás. Graduada en Matemáticas, Máster Interuniversitario en Modelización e Investigación Matemática, Estadística y Computación y Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional por la Universidad de Oviedo. Actualmente alumna del Programa de Doctorado en Matemáticas y Estadística de dicha universidad. Su investigación se centra en el análisis de libros de texto de matemáticas en Educación Secundaria. Email: angelacorte13@gmail.com

Laura Muñiz-Rodríguez. Departamento de Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática, Facultad de Geología, Calle Jesús Arias de Velasco, s/n, 33005 Oviedo, Asturias. Licenciada en Matemáticas y Doctora en el Programa de Matemáticas y Estadística por la Universidad de Oviedo y Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad de Gante (Bélgica). Profesora Ayudante Doctora en el Departamento de Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática de la Universidad de Oviedo. Sus publicaciones se han centrado en el campo de la formación inicial del futuro profesorado de matemáticas en Educación Primaria y Secundaria, el uso de juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y el proceso de retroalimentación en el aula. Email: munizlaura@uniovi.es

