

ПРИМЉЕНО: 16.11.2001.	
ОРГАНИЗ.ЈЕД.	БРОЈ
0603	51/6

NASTAVNO-NAUČNOM VEĆU  
PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA  
U NOVOM SADU

**Predmet: Izveštaj o oceni doktorske disertacije kandidata  
Ivane Štajner-Papuga**

Odlukom Nastavno-naučnog veća Prirodno-matematičkog fakulteta donetoj na svojoj četvrtoj sednici održanoj 14. novembra 2001. godine, imenovani smo u Komisiju za ocenu i odbranu doktorske disertacije kandidata Ivane Štajner-Papuga, pod naslovom "UOPŠTENJA KONVOLUCIJA".

Imenovana Komisija u sastavu:

1. dr Olga Hadžić, redovni profesor PMF, Novi Sad, predsednik
2. dr Endre Pap, redovni profesor PMF, Novi Sad, mentor
3. dr Arpad Takači, redovni profesor PMF, Novi Sad
4. dr Radko Mesiar, redovni profesor Tehničkog univerziteta u Bratislavi (Slovačka)  
podnosi Nastavno-naučnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu sledeći

I Z V E Š T A J

Doktorska disertacija kandidata Štajner-Papuga Ivane, pod naslovom "UOPŠTENJA KONVOLUCIJA", napisana je na 107+2 strana i korišćeno je 100 literaturnih izvora. Rad se sastoji od 5 glava: Uvod, 1. Realni poluprsteni, 2. Ne-aditivne mere i integrali bazirani na njima, 3. Uopštena konvolucija, 4. Uopštena konvolucija kroz primene.

Konvolucija funkcija sa odgovarajućim rezultatima je važna oblast klasične analize sa mnogobrojnim primenama. Potrebe za opštijom teorijom koja pokriva važne operacije sa funkcijama iz mnogih matematičkih oblasti, npr. probablističkih metričkih prostora, parcijalnih diferencijalnih jednačina, teorija odlučivanja, sistema, kontrole i fazi brojeva zahtevaju uopštavanje klasične konvolucije. Uopštenja data u ovoj tezi spadaju u oblast pseudo-analize, kao uopštenja klasične analize. Polazni pojam pseudo-analize je realni poluprsten. Na toj strukturi se bazira konstrukcija specijalnih monotonih skupovnih funkcija koje su uopštenja klasične mere te i odgovarajućih integrala. Ovi pojmovi čine osnovu za konstrukciju uopštene konvolucije.

Teorija verovatnoće koja se bazira na aditivnoj meri nije uspela da razreši mnogobrojne probleme nastale u praksi. Primena neaditivnih mera se pokazala kao vrlo uspešna u modeliranju nelinearnosti i neodređenosti u kompleksnim sistemima (opisanih nelinearnim parcijalnim jednačinama, operatorima agregacije). Različiti tipovi pseudo-integrala, tj. integrali bazirani na poluprstenu i ne-aditivnim merama, se koriste za konstrukciju uopštenja klasične konvolucije što je osnova ove disertacije. U disertaciji je dokazan značaj ovakvog uopštenja klasične konvolucije u mnogim matematičkim teorijama.

U uvodu kandidat obrazlaže značaj odabrane teme, daje kratak pregled po glavama i ukazuje na originalne doprinose.

U prvoj glavi ove disertacije obradjeni su osnovni pojmovi pseudo-analize: pseudo-operacije i poluprsten. Predstavljena su uopštenja realnih poluprstena do kojih se dolazi slabljenjem određenih uslova. Prvo uopštenje tog tipa je uslovno distributivan poluprsten kod kojeg je oslabljen uslov distributivnosti. Drugi slučaj uopštenja dobija se zamenom pseudo-operacije uopštenim pseudo-operacijama koje ne moraju biti ni komutativne ni asocijativne. U sekciji 1.5.2 su prezentovani originalni rezultati koji opisuju granične procese za specijalnu klasu uopštenih pseudo-operacija.

Neadditivne mere i odgovarajući integrali su obradjeni u drugoj glavi. Prvo je dat slučaj opštih monotonih skupovnih funkcija (fazi mere) i integrala baziranih na njima poznatih kao Choquet-ov i Sugeno-ov integral. Zatim, predstavljene su  $\oplus$ -dekompozabilne mere, neadditivne mere kod kojih se pojavljuje uslov  $\oplus$ -aditivnosti, kao i odgovarajući integral. Navedena je klasifikacija posmatranih integrala kao i veza izmedju integrala baziranih na različitim klasama poluprstena. Dati su rezultati koji se odnose na hibridne verovatnosno-mogućnosne  $S$ -mere i integrale bazirane na uslovno distributivnim poluprstenima. Rezultati iz sekcija 2.3.2 i 2.3.3 spadaju u originalne doprinose ove disertacije. U sekciji 2.3.2 konstruisane su mere i integrali nad specijalnom klasom uopštenih pseudo-operacija, a u sekciji 2.3.3 definisan je pseudo Henstock-Kurzweil-ov integral baziran na istim uopštenim operacijama.

Osnova disertacije jeste treća glava koja sadrži originalne rezultate vezane za uopštenja klasične konvolucije. Definisan je pseudo-konvolucija, uopštenje koje se bazira na realnom poluprstenu i odgovarajućoj  $\sigma$ - $\oplus$ -dekompozabilnoj meri. Dato je dalje uopštenje pseudo-konvolucije koje se odnosi na uopštenje operacije iz domena posmatranih funkcija. Dokazana je veza izmedju pseudo-konvolucija baziranih na poluprstenima različitih klasa. Uspešno je uvedeno uopštenje konvolucije dato na uslovno distributivnom poluprstenu. Dat je još jedan vid proširenja pseudo-konvolucije baziran na nekomutativnim i neasocijativnim pseudo-operacijama.

Primena uopštene konvolucije u mnogim važnim matematičkim teorijama je predstavljena u četvrtoj glavi ove teze. Date su originalne interpretacije uopštene konvolucije formulisane u obliku teorema. Dokazi tih teorema nisu navedeni, a oslanjaju se na definicije i rezultate iz treće glave i rezultate iz teorija probabilističkih metričkih prostora, optimizacije, varijacione analize, informacija, fazi brojeva, sistema, matematičke morfologije. Naglašavamo originalne rezultate iz sekcije 4.8.2 vezane za nelinearne parcijalne diferencijalne jednačine. Ovde je posebna pažnja posvećena ulozi uopštene konvolucija i nekomutativnih i neasocijativnih pseudo-operacija pri rešavanju specijalnih važnih nelinearnih diferencijalnih jednačina.

## ZAKLJUČAK

Doktorska disertacija Ivane Štajner-Papuga spada u savremenu oblast matematike o ne-aditivnim merama i njihovoj intenzivnoj primeni u probabilističkim metričkim prostorima, optimizaciji, teoriji sistema, nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednačinama, fazi brojevima, varijacionoj analizi povezano sa složenim problemima u teoriji sistema, teoriji odlučivanja. Zahvaljujući činjenici da novosadska grupa matematičara aktivno učestvuje u istraživanjima vezanim za oblast disertacije te je u tesnoj vezi sa istraživačima u svetu, kandidat je ovladao najnovijim rezultatima iz ove oblasti i uspešno doprineo svojim originalnim rezultatima. Doktorska disertacija ima sve odlike savremenog matematičkog pristupa problemu, a koji se ogleda u opštoj matematičkoj teoriji koja pokriva široki krug raznih oblasti i u isto vreme omogućava rešavanje konkretnih problema. Kandidat je dobio niz originalnih rezultata, izloženih pre svega u sekcijama 1.5.2, 2.3.2, 2.3.3, celoj trećoj glavi i većim delom četvrte glave.

Komisija pozitivno ocenjuje doktorsku disertaciju pod naslovom "UOPŠTENA KONVOLUCIJA" i predlaže Nastavno-naučnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu da prihvati pozitivnu ocenu doktorske disertacije pod navedenim naslovom.

U Novom Sadu, 15.11.2001.

*Olga Hadžić*

1. dr Olga Hadžić, red. prof.  
PMF, Novi Sad, predsednik

- Papuga*
2. dr Endre Pap, red. prof.  
PMF, Novi Sad, mentor

- Takači*
3. dr Arpad Takači, red. prof.  
PMF, Novi Sad

- Mesiar*
4. dr Rádko Mesiar, red. prof.  
Tehnički univerzitet, Bratislava  
(Slovačka)