PREGLEDNI ZNANSTVENI RAD

PRIMJENA BENFORDOVOG ZAKONA U OTKRIVANJU RAČUNOVODSTVENIH PRIJEVARA

doc. dr. sc. Robert Kopal, prof. v.š., Tamara Nemeth, prof.,
Goran Leinweber, bacc. oec.

SAŽETAK: Benfordov zakon ili zakon prve znamenke prvi je put otkriven 1881. godine. Prema njemu, vodeće znamenke u mnogim skupovima podataka pratit će logaritamsku distribuciju, a ne uniformnu distribuciju, odnosno znamenke 1 i 9 u nekom skupu podataka neće imati istu vjerojatnost pojavljivanja. Godine 1992. Mark Nigirini započinje prvu ozbiljnu primjernu Benfordovog zakona u otkrivanju računovodstvenih prijevara. Računovodstvene prijevare i manipulacije rezultat su ljudske „intervencije u brojeve", a ti brojevi nikada neće biti odabrani slučajno, već ciljano te samim time neće pratiti Benfordovu distribuciju. Cilj ovog rada bio je teoretski objasniti kako Benfordov zakon može otkriti prijevare i manipulacije brojevima te na praktičnom primjeru, empirijski istražiti manipulira li društvo „ABC" ulaznim računima. Rezultati istraživanja testirani su Hi-kvadrat testom, Z-score testom i testom maksimalnog apsolutnog odstupanja te su pokazali veliko odstupanje od Benfordove distribucije. Daljnjom analizom prikazani su sumnjivi računi koje je potrebno dodatno istražiti.

Ključne riječi: *Benfordov zakon, zakon prve znamenke, računovodstvene prijevare, računovodstvene manipulacije, revizija, forenzičko računovodstvo.*

JEL: C12, C16, C46

Simon Newcomb matematičar i astronom objavio je 1881. prvi članak onoga što će pola stoljeća kasnije postati poznato kao Benfordov zakon. On je proučavajući knjige s logaritamskim tablicama uočio da su prve stranice, koje sadrže početne brojeve 1, 2, 3 više istrošene nego stranice s brojevima 7, 8, 9. Jedini logičan zaključak ovog obrasca bio je da u skupovima podataka postoji više manjih brojeva nego većih. Prateći ovo načelo, prve znamenke nekog skupa također će biti manji brojevi. Simon Newcomb izveo je matematičke formule s kojima se za svaku znamenku može izračunati vjerojatnost pojavljivanja.[1]

[1] *Christop, R., The Newcomb-Benford Law: Theory and Applications, Universit¨at Erlangen, 2010., str. 2, https://www.math.uni-bielefeld.de/~ringel/lectures/paderborn/richard.pdf pristup: 2.12.2019.*

Tako za prvu znamenku vrijedi:

$$P(d_1) = \log\left(1 + \left(\frac{1}{d_1}\right)\right),\ d_1 = 1, 2, 3, \ldots, 9$$

Tablica 1 Distribucija prve znamenke i druge znamenke prema Simon Newcomb

Broj	1. mjesto	2. mjesto
0	–	11,97 %
1	30,10 %	11,39 %
2	17,60 %	10,88 %
3	12,50 %	10,43 %
4	9,70 %	10,03 %
5	7,91 %	9,67 %
6	6,70 %	9,34 %
7	5,80 %	9,03 %
8	5,11 %	8,76 %
9	4,58 %	8,50 %

Izvor: Autorova izrada prema formuli

Nažalost, Simon Newcomb svoja zapažanja nikada nije pokušao objasniti teoretski te je njegov rad ostao ne zapažen.

Prvi značajan korak dogodio se 1938. godine kada je Frank Albert Benford, fizičar i stručnjak za optička mjerenja, zapazio isti obrazac kao i Newcomb. Benford je odlučio testirati hipotezu da se u skupu brojeva pojavljuje više brojeva manje vrijednosti nego veće. Da bi to dokazao, skupio je preko 20.000 podataka iz različitih izvora te svoja zapažanja objavio u članku naziva „zakon anomalijskih brojeva" (engl. *The law of anomalous numbers*).

Tablica 2 Benfordova analiza provedena 1938. godine s nazivom uzorka, učestalošću pojavljivanja prvih znamenaka i opsegom uzorka

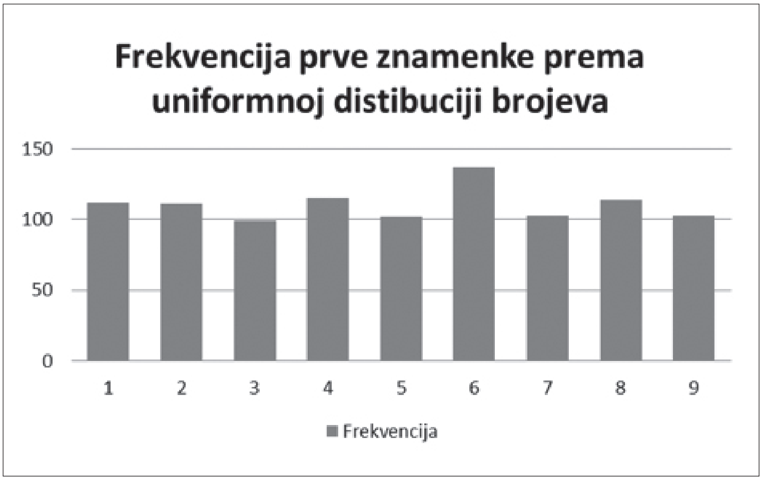
Stu.	Naziv	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Uzorak
A	Rijeke, površina	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
B	Stanovništvo	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
C	Konstante	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
D	Novine	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
E	Specifična toplina	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389

F	Tlak	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
G	H. P. Gubitak	30.0	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
H	Molekularna težina	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
I	Isušivanje	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
J	Atomska težina	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
K	n^{-1}, n	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
L	Dizajn	26.8	14.8	14.3	7.5	8.3	8.4	7.0	7.3	5.6	560
M	Reader's Digest	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
N	Cijene	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
O	Rendgenska voltaža	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707
P	Statistika u baseballu	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
Q	Vodljivost	31.0	17.3	14.1	8.7	6.6	7.0	5.2	4.7	5.4	1165
R	Adrese	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
S	$n^1, n^2, \dots, n!$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
T	Stopa smrtnosti	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
	Prosjek	30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	1011
	Vjerojatna pogreška	±0.8	±0.4	±0.4	±0.3	±0.2	±0.2	±0.2	±0.3		

Izvor: Papić, M., Vudrić, N., Jerin, K., Benfrodov zakon i njegova primjena u forenzičkom računovodstvu, zbornik sveučilišta Libertas, 1-2, Zagreb, 2017., str. 155.

U svom radu, Benford po prvi puta pokušava teoretski objasniti zašto se u skupovima prirodnih brojeva, manji brojevi (1,2,3) pojavljuju češće nego veći brojevi (7,8,9). Njegov zaključak je da brojevi u prirodi slijede logaritamsku distribuciju, a ne uniformnu kao što se intuitivno misli. Uniformna distribucija brojeva proizlazi iz iste vjerojatnosti za svaki broj. U skupu brojeva od 1 do 9, svaki broj ima jednaku šansu da se pojavi; 1/9 = 0,1111 što je 11,1 %. Ovakva distribucija brojeva testirana je programom Excel koristeći funkciju =RANDBETWEEN (1;9) na 1000 brojeva.

Slika 1 Uniformna distribucija brojeva



Izvor: Autorova izrada u programu Excel

Kao što je vidljivo iz slike 1, brojevi u skupa zastupljeni su podjednako. Primjer uniformne distribucije bilo bi i bacanje kocke koja ima 6 lica s obzirom da svako lice ima jednaku vjerojatnost pojavljivanja; 1/6 = 0,16666 što je 16,67 %.

Za razliku od uniformne distribucije, Benford je pretpostavio da pojavljivanje prve znamenke ovisi o udaljenosti između broja i njegovog sljedbenika podijeljeno s cijelom dužinom ljestvice što je karakteristika logaritamske baze 10. Ovo je najlakše prikazati na sljedeća dva primjera:

Primjer 1:

Razmotrimo na trenutak udaljenost između dva broja, 1 i 2. Inkrementalna udaljenost bit će 1, isto vrijedi za 8 i 9. No ako se udaljenost mjeri u postocima, tada je udaljenost između brojeva 1 i 2 (100 %), a između brojeva 8 i 9 (12,5 %). Upravo je ovo, karakteristika logaritamske distribucije.

Primjer 2:

Zamislimo jedan mali grad koji ima 10 000 stanovnika te da se svake godine broj stanovnika poveća za 2 %. Da bi broj stanovnika narastao na 20 000, bit će potrebno 36 godina što znači da će prva znamenka broja stanovništva biti 1 punih 36 godina. Potom, da bi broj stanovnika narastao na 30 000, bit će potrebno 20 godina, dakle početna znamenka 2 bit će vodeća 20 godina itd.

Pogledajmo sada rezultate koje je dobio Benford iz tablice 2. Za primjer će biti uzeti podaci o vodljivosti jer je uzorak podataka (1165) najbliži uzorku iz tablice 2 (1000).

Slika 2 Benfordova distribucija prve znamenke prema podacima o vodljivosti

Izvor: Autorova izrada prema podacima iz tablice 2

Već samim pogledom na grafikon, jasno je da „vodljivost materijala“ ne prati uniformnu distribuciju prvih brojeva.

Sljedećih 90 godina Benfordov zakon postao je predmet rasprave mnogih matematičara i statističara. Neki su Benfordov zakon pokušali objasniti kroz psihologiju „to je način na koji ljudi pišu brojeve“ a neki su tvrdili da je Benfordov zakon „istina i ključ svemira/prirode“. Prve empirijske dokaze Benfordovog zakona pružio je matematičar Ted Hill 1995. godine. On je tvrdio da se Benfordova distribucija brojeva može empirijski promatrati baš kao i uniformna distribucija brojeva. Njegov dokaz oslanjao se na činjenici da Benfordov skup čini kombinacija dva ili više skupa brojeva koji su proizašli iz uniformne distribucije brojeva koji ne moraju nužno pratiti Benfordovu distribuciju, ali njihovim zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem ili nasumičnim odabirom rezultat će se približiti Benfordovoj krivlji odnosno odgovarat će Benfordovoj distribuciji.

Primjena Benfordovog zakona dugo vremena bila je ograničena jer bez obzira što se radi o naizgled jednostavnom modelu, on zahtijeva obradu velike količine podataka. Kao što će u nastavku biti rečeno, jedan od preduvjeta za analizu skupa jest minimalni opseg samog skupa koji ne bi smio biti manji od 1000 podataka. U današnje vrijeme, zahvaljujući razvoju računalne tehnologije 1000 podataka može se obraditi u trenu dok u vrijeme Franka Benforda to nije bilo tako jednostavno. Također, Benfordovim zakonom ne bi se mogao promatrati statistički skup koji čine podaci o visini svih ljudi na svijetu. Razlog tome je što visina ljudi ima „određen“ minimum i maksimum (teško da postoje ljudi visine 5,6 ili 7 metara).

Prema Papić, M [2] i Nigrini, M [3] da bi analiza statističkog skupa odgovarala Benfordovoj distribuciji, moraju biti zadovoljeni sljedeći kriteriji:

a) Podaci predstavljaju kvantificirane činjenice ili događaje.

b) Ne smije postojati zadani raspon podataka, odnosno ne smije biti postavljen minimum i maksimum. Iznimka je 0, koja može biti minimum ako se radi o podacima koji poprimaju samo pozitivne vrijednosti.

c) Podaci ne bi trebali predstavljati identifikacijske brojeve ili oznake, na primjer brojevi telefona, žiro-računi, registracije automobila, anketni odgovori, u Likertovoj skali i slično. Drugim riječima, podaci ne bi trebali biti numeričke oznake događaja, osoba i stvari korištenih umjesto riječi.

d) Distribucija podataka trebala bi biti pozitivno asimetrična, odnosno medijan bi trebao biti manji od aritmetičke sredine, što znači da prevladavaju niže vrijednosti. Nadalje, podaci ne bi trebali biti grupirani oko aritmetičke sredine. Za primjer možemo uzeti već spomenute visine ljudi koje su usko grupirane oko aritmetičke sredine.

e) Preporučeni minimalni opseg statističkog skupa je 1000 podataka. Ako je manje podataka, analiza bi trebala dopustiti veća odstupanja od Benfordove distribucije.

Statistički skupovi koji odgovaraju navedenim kriterijima mogu se pronaći svuda oko nas pa ne čudi činjenica da se Benfordov zakon koristi u mnogo područja. Neka od tih područja su seizmologija, meteorologija, nuklearna znanost, medicina, informatika, bankarstvo, forenzičko računovodstvo[4] i revizija. Osim područja primjene, Benfordovim zakonom mogu se analizirati različiti podaci pa se tako Benfordovim zakonom proučavala i aktivnost Jehovinih svjedoka.

S obzirom da distribucija znamenaka nikada neće u potpunosti pratiti Benfordovu distribuciju te ovisi o veličini promatranog skupa, postavlja se pitanje, kako mjeriti odnosno interpretirati dobivena odstupanja. Neki kažu da je dovoljno pogledati grafikon kako bi se uočile anomalije te da dodatna mjerenja nisu potrebna. Autor smatra da to nije točno. Istina je da se neki podaci koji u skupu imaju do 1000 podataka možda i mogu interpretirati vizualno s alatima poput grafikona, no skupovi brojeva koji imaju veliku količinu podatak, npr. 300.000 lako će zavarati grafikon te se približiti Benfordovoj distribuciji do te mjere da neće biti moguće vizualno uočiti anomalije. Slijedom navedenog, za analizu odstupanja od Benfordove distribucije, najčešće se koriste tri testa:

[2] *Papić, M., Vudrić, N., Jerin, K., Benfrodov zakon i njegova primjena u forenzičkom računovodstvu, zbornik sveučilišta Libertas, 1-2, Zagreb, 2017., str. 161.*

[3] *Mark J. Nigrini, Joseph T. Wells, Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection, 2012*

[4] Pojam forenzično računovodstvo se može definirati kao „primjena istraživačkih i analitičkih vještina s ciljem otkrivanja manipulacija u financijskim izvještajima koje odstupaju od računovodstvenih standarda, poreznih zakona i ostalih zakonskih odredbi" (Belak, 2011)

a) Hi-kvadrat – test koji se bazira isključivo na analizi apsolutnih frekvencija te može dati odgovor koliko dobivene frekvencije odstupaju od očekivane frekvencije. Hi-kvadrat test provodi se putem sljedeće formule:

$$\text{Hi-kvadrat} = \sum \frac{\left(f_0 - f_t\right)^2}{f_t} ,$$

gdje je f_0 opažena apsolutna frekvencija, f_t teoretska apsolutna frekvencija i n broj razreda.

b) Z-score – test je statistika koja pokazuje broj standardnih odstupanja od srednje vrijednosti. Izračunava se pomoću formule

$$Z = \frac{|P_k - B_k| - \left(\frac{1}{2n}\right)}{\sqrt{\frac{B_k(1-B_k)}{n}}} ,$$

gdje je P_k stvarna proporcija, B_k Benfordova proporcija a n ukupan broj podataka.

c) Prosječno apsolutno odstupanje – Test prosječnog apsolutnog odstupanja (MAD) ne uzima u obzir veličinu uzorka što ga čini odličnim izborom kod velikih i kod malih skupova podataka. Veliki zagovarač ovog testa je Mark Nigrini koji je postavio granične vrijednosti prosječnog apsolutnog odstupanja:

Tablica 3 Granične vrijednosti prosječnog apsolutnog odstupanja

Znamenke	Raspon	Zaključak
Prva znamenka	0,0000 – 0,0006	Vrlo malo odstupanje
	0,0006 – 0,0012	Prihvaćeno odstupanje
	0,0012 – 0,0015	Marginalno prihvaćeno odstupanje
	iznad 0,0015	Veliko odstupanje
Druga znamenka	0,000 – 0,008	Vrlo malo odstupanje
	0,008 – 0,001	Prihvaćeno odstupanje
	0,0010 – 0,0012	Marginalno prihvaćeno odstupanje
	iznad 0,0012	Veliko odstupanje
Prve dvije znamenke	0,0000 – 0,0012	Vrlo malo odstupanje
	0,0012 – 0,0018	Prihvaćeno odstupanje
	0,0018 – 0,0022	Marginalno prihvaćeno odstupanje
	iznad 0,0022	Veliko odstupanje
Prve tri znamenke	0,00000 – 0,00036	Vrlo malo odstupanje
	0,00036 – 0,00044	Prihvaćeno odstupanje
	0,00044 – 0,00050	Marginalno prihvaćeno odstupanje
	iznad 0,00050	Veliko odstupanje

Izvor: Papić, M., Vudrić, N., Jerin, K., loc. cit,, str. 164.

Prvu ozbiljnu primjenu Benfordovog zakona u otkrivanju računovodstvenih prijevara započeo je Mark Nigrini 1992. godine. On je shvatio da kada čovjek manipulira brojevima, izbor brojeva neće biti slučajan stoga automatski neće odgovarati Benfordovom zakonu. Prema Rezaeei Riley (2014)[5] prijevare imaju različite simptome poznatije kao crvene zastavice. Znakovi upozorenja, tj. crvene zastavice važni su signali koji ukazuju na anomalije u financijskim izvještajima. Mark Nigrini razvio je takozvani „test pet brojeva" (engl. *the five digit test*) kojim se pokušavaju otkriti upravo te anomalije a se sastoji od testiranja:[6]

a) prve znamenke
b) druge znamenke
c) prve dvije znamenke
d) prve tri znamenke
e) zadnje dvije znamenke.

Test se obično provodi navedenim redoslijedom, a cilj mu je uočiti anomalije i izdvojiti sumnjive podatke iz velikih skupova kako forenzičari ili revizori ne bi morali pregledavati enormno velike količine podataka. Test prve i druge znamenke služi kako bi u grubo pokazao odgovara li promatrani statistički skup Benfordovom zakonu. Njime se traže velike anomalije u podacima, a ako se pronađu, pristupa se drugoj fazi u kojoj se pomoću analize prve dvije i prve tri znamenke izdvaja uzorak koji će biti podvrgnut detaljnom pregledu. Test zadnje dvije znamenke služi za otkrivanje izmišljenih i zaokruženih brojeva. Većina računovodstvenih podataka može se testirati Benfordovim zakonom što ga čini odličnim alatom u otkrivanju računovodstvenih prijevara ili manipulacija. Podaci poput prihoda od prodaje, rashodi, potraživanja, obveze, dobit i druge pozicije u financijskim izvještajima produkt su dva ili više statističkih skupova te postoji više od 1000 podataka koji nisu ograničeni minimumom ili maksimumom. Benfordovim zakonom mogu se uočiti i nepravilnosti u blagajničkom poslovanju, uplatama i isplatama žiroračuna i slično. Ipak, treba biti oprezan s tumačenjem Benfordovog zakona, on prije svega služi kao alat koji ukazuje na anomalije koje je potrebno dodatno istražiti jer ne mora nužno biti riječ o prijevari [7]. O značaju Benfordovog zakona u sprječavanju govori činjenica da pravosuđe SAD-a priznaje dokaze koji su izvedeni na temelju Benfordovog zakona. Također, zanimljivo je da se Benfordov zakon izveo kao dokaz u slučaju namještanja iranskih izbora 2009. godine kao i da su se makroekonomski podaci koje je Grčka vlada dostavila Europskoj uniji prije njihova pristupanja pokazali kao krivotvoreni primjenom Benfordovog zakona.

---

[5] *Rezaee Z., Riley R.: Prijevara u financijskim izvještajima – sprječavanje i otkrivanje, MATE, Zagreb, 2014.*

[6] *Association of Certified Fraud Examiners, USING BENFORD`S LAW TO DETECT FRAUD, https://www.acfe.com/uploadedFiles/Shared_Content/Products/Self-Study_CPE/UsingBenfordsLaw_2018_final_extract.pdf, str. 47., pristup: 05.12.2019.*

[7] Prema Durtschi, C., Hillison, W., Pacini, C., odstupanja od Benfordovog zakona može biti rezultat manipuliranja cijenama s obzirom da se mnoge cijene značajnoj mjeri formiraju na temelju tržišne psihologije.

U nastavku je analiziran stvarni skup podataka društva „ABC“ koji se sastoji od 12.326 ulaznih računa dobivenih iz konta 220-Dobavljači u zemlji, 221-Dobavljači u inozemstvu, 230-Dobavljači plaćeni kraticom, 227-Dobavljači plaćeni gotovinom odnosno na svim kontima gdje društvo bilježi ulazne račune. Razdoblje promatranja je 01.01.2019. do 08.12.2019. godine. Analizirana je distribucija prve znamenke, druge znamenke i prve dvije znamenke iznosa računa. Rezultati prve znamenke i druge znamenke bit će testirani Hi-kvadrat testom, Z-score testom i testom maksimalnog apsolutnog odstupanja. Rezultati prve dvije znamenke služit će kao primjer kako revizor ili računovodstveni forenzičar može izdvojiti uzorak za dodatno testiranje u velikom broju podatka te neće biti podvrgnuti testiranju.

Na temelju navedenog, postavljena je glavne hipoteza:

H_0: Distribucija prve znamenke i druge znamenke iznosa računa odgovara očekivanoj distribuciji prema Benfordovom zakonu.

Hi-kvadrat test upotrjebljen je kako bi dobili odgovor na pitanje koliko apsolutne frekvencije dobivene analizom odstupaju od Benfordove distribucije. Granična vrijednost Hi-kvadrat testa za prvu znamenku iznosi 15,51, a za drugu znamenku 16,92. Vrijednosti koje premašuju navedenu vrijednost odbacit će nultu hipotezu. Test je proveden u programu SPSS.

H_0 : x^2= <15,51 / 16,92

Z-score bit će upotrjebljen da bi se procijenila podudarnost skupa podataka s Benfrodovom distribucijom. Primjenom Z-testa uzeta je razina značajnosti 5 % što uzeviši u obzir da se radi o dvostranom testu određuje teoretsku graničnu vrijednost (*cutoff*) za z(α/2) = 1.96. Sve vrijednosti u tablici koje premašuju navedenu vrijednost odbacit će nultu hipotezu.

H_0 : Pd=Bd

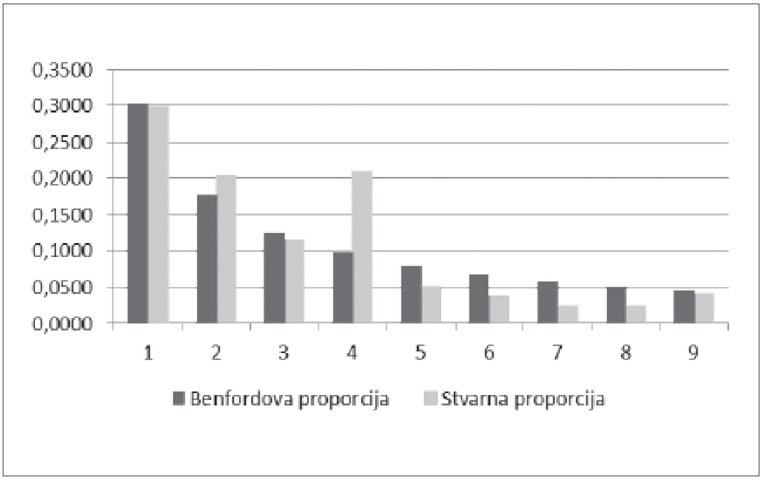
Testom prosječnog apsolutnog odstupanja neće se dokazivati hipoteza. On će služiti kao referentna točka da bi se prikazalo koliko podaci odstupaju od očekivane distribucije.

Tablica 4 Analiza prve znamenke iznosa računa stvarnih i očekivanih frekvencija društva „ABC“

Prva znamenka	Benfordova proporcija	Stvarna proporcija	Stvarne frekvencija	Očekivane frekvencije	Odstupanje	Apsolutno odstupanje	Z-score	Hi-kvadrat
1	0,3010	0,2974	3666	3710	-0,36 %	0,358 %	0,856667868	
2	0,1760	0,2028	2500	2169	2,68 %	2,682 %	7,808112772	
3	0,1249	0,1136	1400	1540	-1,13 %	1,132 %	3,787459687	
4	0,0969	0,2087	2573	1194	11,18 %	11,185 %	41,96074418	
5	0,0792	0,0505	623	976	-2,87 %	2,866 %	11,76448101	
6	0,0669	0,0373	460	825	-2,96 %	2,958 %	13,1263402	
7	0,0580	0,0246	303	715	-3,34 %	3,342 %	15,85339215	
8	0,0512	0,0239	295	631	-2,73 %	2,727 %	13,71441111	
9	0,0458	0,0411	506	565	-0,47 %	0,475 %	2,500316753	
		n	**12326**		**MAD**	**3,08 %**		**2365,97**

Izvor: Autorova izrada prema prikupljenim podacima društva „ABC“

Slika 3 Usporedba Benfordove i očekivane distribucije za prvu znamenku



Izvor: Autorova izrada

Kao što je vidljivo iz tablice i slike, test prve znamenke, prema Z-scoreu pokazao je da promatrani statistički skup ima statistički značajno odstupanje (više od 1.96) u svim znamenkama osim u znamenki 1 (0.83). Hi-kvadrat vrijednost iznosi 2365,97, $p < 0.05$, $df=8$ što znači da se stvarne i očekivane vrijednosti ne podudaraju u dovoljnoj mjeri. Prosječno apsolutno odstupanje iznosi 3,08 % te spada u kategoriju velikog odstupanja.

Tablica 5 Rezultati Hi-kvadrat testa iz programa SPSS-a

Chi-square test	
	Prva znamenka
Chi-Square	2365,970[a]
df	8
Asymp. Sig.	,000

a. 0 cells (0,0 %) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 564,6.

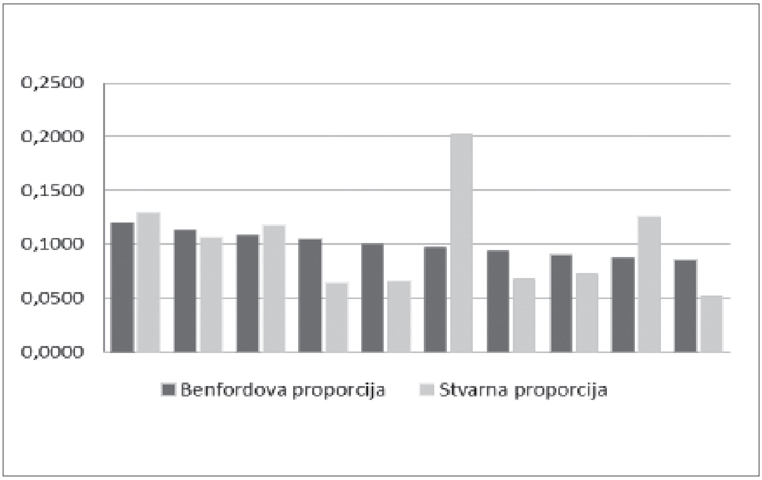
Izvor: Autorova izrada

Tablica 6 Analiza druge znamenke iznosa računa stvarnih i očekivanih frekvencija društva „ABC"

Druga znamenka	Benfordova proporcija	Stvarna proporcija	Stvarne frekvencija	Očekivane frekvencije	Odstupanje u %	Apsolutno odstupanje	Z-score	Hi-kvadrat
0	0,1197	0,1288	1587	1475	0,91 %	0,905 %	3,082	
1	0,1139	0,1063	1310	1404	-0,76 %	0,762 %	2,649	
2	0,1088	0,1168	1440	1341	0,80 %	0,803 %	2,847	
3	0,1043	0,0637	785	1286	-4,06 %	4,061 %	14,738	
4	0,1003	0,0647	797	1236	-3,56 %	3,564 %	13,157	
5	0,0967	0,2027	2499	1192	10,60 %	10,604 %	39,819	
6	0,0934	0,0673	829	1151	-2,61 %	2,614 %	9,959	
7	0,0903	0,0726	895	1113	-1,77 %	1,769 %	6,836	
8	0,0876	0,1254	1546	1080	3,78 %	3,783 %	14,839	
9	0,0850	0,0518	638	1048	-3,32 %	3,324 %	13,216	
		n	**12326**		**MAD**	**3,22 %**		**2300,86**

Izvor: Autorova izrada prema prikupljenim podacima društva „ABC"

Slika 4 Usporedba Benfordove i očekivane distribucije za drugu znamenku

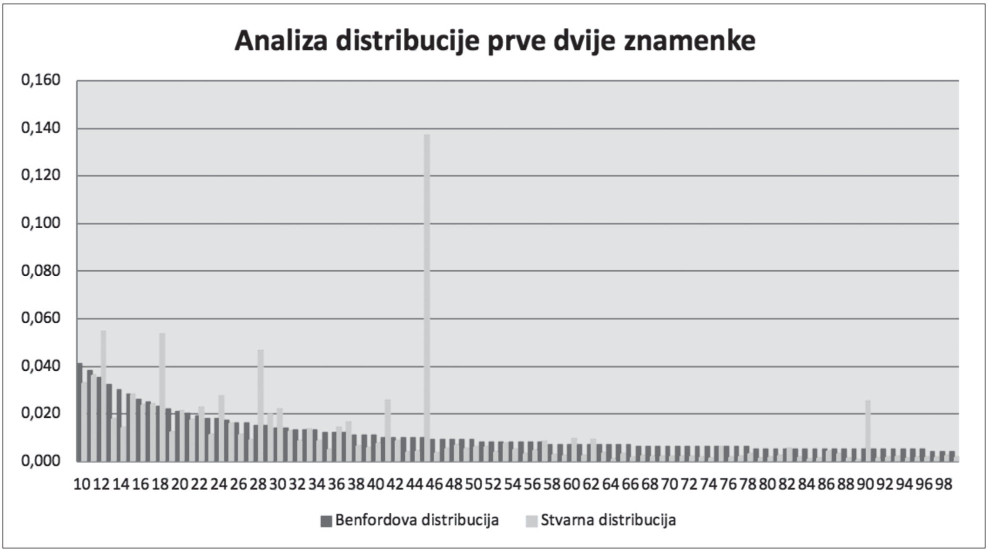


Izvor: Autorova izrada

Test druge znamenke, prema Z-scoreu pokazao je da promatrani statistički skup također ima signifikantno odstupanje (više od 1.96) u svim znamenkama. Hi-kvadrat vrijednost iznosi 2300,86, $p < 0.05$, $df = 9$ što znači da se stvarne i očekivane vrijednosti ne podudaraju. Prosječno apsolutno odstupanje iznosi 3,22 % te spada u kategoriju velikog odstupanja.

S obzirom na statističku značajnost Hi-kvadrat vrijednosti kako za prvu tako i za drugu znamenku iznosa ispitivanih računa, možemo sa sigurnošću odbaciti nultu hipotezu o tome da su podaci distribuirani sukladno proporcijama očekivanim prema Benfordom zakonu. Najveća odstupanja očekivanih i dobivenih frekvencija prve znamenke primiječena su kod broja 2, 3, 4, a kod druge znamenke kod brojeva 5, 8 i 9. Sljedeći test koji će biti proveden je analiza prve dvije znamenke iznosa računa.

Slika 5 Usporedba Benfordove i očekivane distribucije za prve dvije znamenke



Izvor: Autorova izrada prema prikupljenim podacima društva „ABC"

Značajna odstupanja vidljiva su na brojevima 12, 18, 28, 41, 45 i 90 što odgovara prijašnjim testovima. Sljedeći korak je filtrirati sve račune koji započinju s navedenim brojevima, no za potrebe ovog rada analizirani će biti brojevi 41, 45 i 90. Korištenjem programa Excel i alatom pivot tablice filtrirani su računi.

Slika 6 Računi društva „ABC" koji počinju s brojevima 41,45 i 90

Row Labels = Count of	Iznos računa s PDV-om
41,25	224
41,66	6
41,68	24
41,85	2
410,03	4
410,11	1
410,54	1
410,63	1
410,88	2
410,95	1
411,00	1
411,33	1
411,64	1
412,50	4
413,00	4
413,41	1
413,50	3
413,74	1
413,76	1
413,91	1
414,15	1
414,25	3
414,80	7
415,00	1
415,63	1
417,48	1
417,64	1
418,74	2
418,75	1
418,78	3
418,80	2
419,40	2
419,78	2
4144,21	1
4173,73	1
4185,18	1
Grand Total	314

Row Labels = Count of	Iznos računa s PDV-om
45,00	1625
450,00	15
450,01	1
450,10	1
451,75	8
452,50	1
453,13	1
453,64	2
454,30	7
454,98	2
455,00	7
455,13	1
455,16	1
455,65	2
456,80	1
456,90	1
457,40	1
457,50	1
457,63	1
458,26	1
459,41	1
459,98	1
4532,40	1
4555,70	1
4590,00	6
Grand Total	1690

Row Labels = Count of	Iznos računa s PDV-om
90,00	300
900,00	2
900,36	2
904,05	1
906,25	1
906,60	1
908,71	1
909,38	2
Grand Total	310

Izvor: Autorova izrada prema prikupljenim podacima društva „ABC"

Društvo „ABC" u promatranom razdoblju ima 1625 računa u iznosu 45,00 kn od ukupno 1690 računa koji počinju brojevima 45, 224 računa u iznosu 41,25 od ukupno 314 računa koji započinju s brojevima 41 te 300 računa u iznosu 90,00 od ukupno 310 računa koji započinju s brojevima 90. Ovi podaci mogli bi predstavljati upozorenje revizoru ili forenzičaru koji bi potom mogli izuzeti navedene račune kako bi ih dodatno pregledali i analizirali. Navedene anomalije ne znače nužno da se radi o prijevari ili manipulaciji, one također mogu ukazivati na neefikasnost upravljanja troškovima.

U praktičnom primjeru ovog rada analizirani su ulazni računi društva „ABC“ u periodu od 1.1.2019 do 08.12.2019. godine. Testiranje je provedeno na način da su se promatrale distribucije prve znamenke iznosa računa, druge znamenke iznosa računa te prve dvije znamenke iznosa računa. Dobiveni rezultati testirani su Hi-kvadrat testom, Z-score testom i testom maksimalnog apsolutnog odstupanja. Distribucija svih navedenih znamenaka pokazale su iznimno veliko odstupanje od Benfordove distribucije čime je odbačena nulta hipoteza da znamenke iznosa računa prate Benfordovu distribuciju. U posljednjem koraku pokazano je kako se s pomoću dobivenih informacija iz velikog skupa računa, mogu izdvojiti točno oni računi koji su sumnjivi.

IZVORI

1. Association of Certified Fraud Examiners, USING BENFORD`S LAW TO DETECT FRAUD, dostupno na: https://www.acfe.com/uploadedFiles/Shared_Content/Products/SelfStudy_CPE/UsingBenfordsLaw_2018_final_extract.pdf , pristup: 05.12.2019.
2. Belak V.: Lažiranje financijskih izvještaja, prijevare i računovodstvena forenzika – 60 slučajeva iz prakse, BELAK EXCELLENS d.o.o., Zagreb, 2017.
3. Belak V.: Poslovna forenzika i forenzično računovodstvo – borba protiv prijevare, BELAK EXCELLENS d.o.o., Zagreb, 2011.
4. Christop, R., The Newcomb-Benford Law:Theory and Applications, Universit¨at Erlangen, 2010., dostupno na: https://www.math.uni-bielefeld.de/~ringel/lectures/paderborn/richard.pdf , pristup: 2.12.2019
5. Durtschi, C., Hillison, W., Pacini, C., (2004). The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data. J. Forensic Account. 5.
6. Mark J. Nigrini, Joseph T. Wells, Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection, 2012
7. Papić, M., Vudrić, N., Jerin, K., Benfrodov zakon i njegova primjena u forenzičkom računovodstvu, zbornik sveučilišta Libertas, 1-2, Zagreb, 2017., str. 161.
8. Rezaee Z., Riley R.: Prijevara u financijskim izvještajima – sprječavanje i otkrivanje, MATE, Zagreb, 2014.

APPLICATION OF BENFORD'S LAW IN DETECTION OF ACCOUNTING FRAUDS

Abstract: Benford's law or Law of the first digit was first discovered in 1881. According to Benford, leading numbers in many datasets often follow logarithmic distribution rather than a uniform one meaning that digits 1 and 9 in same datasets won't have the same probability of occurrence. In 1992, Mark Nigirini was first to use Bedford's law on a case as a measure of detecting ongoing accounting fraud. Accounting frauds and manipulations are a result of human „intervention in numbers" and those numbers will never be selected randomly but instead on purpose with a set goal in mind, and thus will not follow Benford's distribution. The aim of this paper was to theoretically explain how Benford's law can be used to detect fraud and number manipulations and to show it all on a practical example. Also, to empirically investigate whether company „ABC" manipulates its incoming bills. The results of the case study were tested by the Hi-square test, Z-score test and the maximum absolute deviation test and showed large deviation from Benford's distribution. Further analysis reveals suspicious bills that need further investigation.

Key words: *Benford's law, law of the first digit, accounting fraud, accounting manipulations, audit, accounting forensic*