

Primjena linearnih stohastičkih modela na dnevne vrijednosti meteoroloških parametara

The Application of Linear Stochastic Models on Daily Value Meteorological Parameters

KREŠO PANDŽIĆ

Republički hidrometeorološki zavod SR Hrvatske, Zagreb

Sažetak: Izvršena je primjena stohastičkih modela na vremenske nizove dnevnih vrijednosti prizemne temperature, apsolutne topografije 500 mbar plohe i relativne topografije 500/1000 mbar. Korišteni su podaci iz 1975/76 s meteorološke stanice Zagreb — 130. Ustanovljeno je da su za sva tri slučaja najpogodniji modeli autoregresije. Provjera ispravnosti pridjeljenih modela izvršena je χ^2 testom.

Ključne riječi: Stohastičke modeli, prizemna temperatura, Zagreb.

Abstract: The application of stochastic models is done on a time — series of daily values of absolute topography 500 mbar surface, the relative topography 500/1000 mbar and surface temperature. Data from 1975/76 for Zagreb — 130 are used. It is stated that autoregressive models were the most convenient for all three cases. The test accuracy of these models is realized with a χ^2 test.

Key words: Stochastic models, Surface temperature, Zagreb.

1. UVOD

U području materijalnog svijeta postoji pojam »sistem«. To je prostor s određenim svojstvima. Jedan sistem može predstavljati atom, čestica zraka ili pak cijeli svemir. Često se u znanosti koristi i pojam zatvorenog sistema koji je manje ili više izoliran od svih vanjskih utjecaja odnosno drugih sistema.

Tokom vremena stanja sistema (njegova svojstva) neprestano se mijenjaju što pokazuje dugogodišnje ljudsko iskustvo. Promjena stanja sistema naziva se proces. U sadašnjoj znanosti razlikuju se dva tipa procesa. Procesi kod kojih je moguće jednoznačno prdvidjeti stanje sistema u budućnosti, koji se nazivaju determiniranim, na primjer rotacija i revolucija Zemlje, predstavljaju jednu skupinu, a procesi kod kojih nije moguće, na današnjem stupnju znanosti jednoznačno predviđanje stanja sistema u budućnosti, nazivaju se stohastičkim procesima i predstavljaju drugu skupinu procesa, na primjer Brownovo gibanje. Riječ **stohastičan** je grčkog porijekla i znači naslučivati, a upotrebljava se kao sinonim za vjero-

jatnost. Budući da u prirodi procesi često sadrže zajedno i determiniranu i stohastičku komponentu, radi jednostavnosti, pogodno ih je promatrati razložene na komponente, determiniranu i stohastičku (na primjer promjena temperature zraka u umjerenim širinama može se razložiti na determiniranu i stohastičku komponentu). U ovom radu težište će biti na stohastičkoj komponenti promatranih procesa. Za opis stohastičkih procesa koristi se modificirana klasična statistička teorija u kojoj se poklanja posebna pažnja vremenskom slijedu generiranih podataka. Umjesto klasičnog uzorka upotrebljava se skup vrijednosti koji generira neki proces u ograničenom vremenskom intervalu. Taj uzorak naziva se vremenski niz. Zato se ova grana statistike katkada naziva i teorijom vremenskih nizova ili pak teorijom Markovljevih procesa, prema ruskom matematičaru Markovu, koji se bavio ovom problematikom.

Teorija vremenskih nizova datira od početka dvadesetog stoljeća, a njena primjena u meteorologiji zamjetna je tek u posljednjih nekoliko desetljeća. Među najistaknutije radove iz ovog područja ubraja se rad Boxa i Jenkinsa (1970),

u kojem je prikazano niz mogućnosti praktične primjene spomenute teorije.

Među najranije radove koji opisuju meteorološke vremenske nizove, spadaju radovi Jonesa (1964) i Norda (1966). Nešto kasnije pojavljuje se nekoliko radova i na našem jeziku koji razmatraju gornju problematiku (B. Penzar, 1976; K. Pandžić, 1982).

2. MATEMATIČKI OPIS STOHAŠTIČKIH PROCESA

Iz prethodnog slijedi da se stanje nekog sistema može smatrati funkcijom vremena

$$Z_t = f(t) \quad (1)$$

gdje Z_t označava stanje sistema u trenutku t . Budući da nije isključena pojava determinirane komponente, koja može biti periodička i/ili neperiodička (polinomna), (1) se može pisati u obliku

$$Z_t = f_{\text{per}}(t) + f_{\text{pol}}(t) + \tilde{Z}_t \quad (2)$$

gdje je $f_{\text{per}}(t)$ periodička, $f_{\text{pol}}(t)$ polinomna neperiodička i \tilde{Z}_t stohastička komponenta. U slučaju čisto determiniranih procesa, bio bi ispunjen uvjet

$$\tilde{Z}_t = 0, \quad (3)$$

a u slučaju čisto stohastičkih procesa bio bi ispunjen uvjet

$$f_{\text{per}}(t) = f_{\text{pol}}(t) = 0 \quad (4)$$

U ovom radu bit će razmatran slučaj

$$Z_t = f_{\text{per}}(t) + \tilde{Z}_t \quad (5)$$

tj. slučaj kada se pojavljuje periodički trend (godišnji hod promatranih meteoroloških parametara). Taj trend se može eliminirati tako da se od stvarnih vrijednosti oduzmu vrijednosti srednjeg godišnjeg hoda Z_t :

$$Z_t - Z_t = \tilde{Z}_t \quad (6)$$

Kako najjednostavnije i najvjernije matematički izraziti funkciju vremena \tilde{Z}_t ? Na to pitanje daje odgovor teorija linearnih stohastičkih modela koju su razradili Box i Jenkins (1970), (vidi Pandžić 1982). Jedni od najprikladnijih za upotrebu u meteorologiji su modeli autoregresije oblika

$$\phi(B) \tilde{Z}_t = a_t \quad (7)$$

gdje je

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$B^p \tilde{Z}_t = \tilde{Z}_{t-p}$$

i p red modela autoregresije, te $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ koeficijenti (parametri) promatranog modela. Veličine a_t nazivaju se bijeli šum, a pripadaju normalnoj razdiobi sa srednjakom $E(a_t) = 0$, varijancijom $E(a_t) = \delta_a^2 = \text{const}$. One su dakle međusobno nezavisne.

Da bi se izvršila procjena gornjih parametara i odredio red modela koriste se vrijednosti i svojstva funkcija autokorelacije i parcijalnih autoko-

relacija stohastičkih procesa koji se promatraju. Vrijednosti tih funkcija mogu se dobiti na osnovi raspoloživih vremenskih nizova. Vrijednost funkcije autokorelacije za k vremenskih koraka je data izrazom

$$\rho_k = \frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} \tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t+k} \quad (8)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, K$$

a vrijednost funkcije parcijalne autokorelacije za isti pomak

$$\phi_{kk} = \frac{N-1}{K-1} \frac{\sum_{j=1}^{N-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{K-1} \phi_{k-1,j} \rho_j} \quad (9)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, K$$

N je broj podataka u vremenskom nizu i K maksimalan broj vremenskih koraka. Sustav (8) i (9) su speoban oblik jednadžbi Julea i Walkera i mogu poslužiti za ocjenu reda i koeficijenata u modelu (7).

Navedene funkcije imaju specifična obilježja kod stacionarnih vremenskih nizova. Stacionarni vremenski nizovi imaju vremenski nepromjenljiv srednjak i varijancu, a to znači da svi generirani podaci pripadaju istoj populaciji. To ujedno i povećava općenitost modela koji se pridjeljuju takvim nizovima jer njihov oblik veži i za druge vremenske nizove (uzorke) iz iste populacije. Dakle, u slučaju stacionarnih vremenskih nizova zanimaju nas svojstva funkcija autokorelacije i parcijalnih autokorelacija. Da bi primjena modela autoregresije za opis nekog stohastičkog procesa bila efikasna, treba biti ispunjeno slijedeće:

(i) vrijednosti funkcije autokorelacije trebaju težiti ka nuli valovito i/ili eksponencijalno.

(ii) vrijednosti funkcije parcijalne autokorelacije trebaju biti nula za $k > p$.

U slučaju da ovo nije ispunjeno primjena ovih modela ne bi bila efikasna jer bi trebalo uvesti beskonačno velik broj koeficijenata. Kad se ocijene koeficijenti i red modela, treba provjeriti ispravnost ocjene reda. U tu svrhu koristi se veličina

$$Q = N \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{a}) \quad (10)$$

koja je razdijeljena po $X^2(\nu)$ razdiobi, gdje je $\nu = K - p$ broj stupnjeva slobode i $r_k(\hat{a})$, $k = 1, 2, \dots, K$ korelacije između rezidualnih pogrešaka.

Ako se na (8) djeluje prognostičkim operatorom koji osigurava uvjet

$$E(\tilde{Z}_{t+L} - \tilde{Z}_t(L))^2 = \min \quad (11)$$

dobiva se prognostička jednadžba oblika

$$\tilde{Z}_t(L) = \phi_{1i} \tilde{Z}_t(L-1) + \phi_{2i} \tilde{Z}_t(L-2) + \dots + \phi_{pi} \tilde{Z}_t(L-p) \quad (12)$$

gdje "..." označava prognozirane vrijednosti, a L je broj koraka za koje se prognoza vrši.

Na kraju se može ocijeniti interval povjerenja oko prognozirane vrijednosti u kojem se može očekivati stvarna vrijednost, prema izrazu

$$\hat{Z}_{t+L}(\pm) = \hat{Z}_t(L) \pm u_c \left(1 + \sum_{j=1}^L \Psi_j^2\right)^{1/2} \sigma_n \quad (13)$$

gdje se Ψ_j mogu dobiti iz izraza

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \phi_2 \psi_{j-2} + \dots + \phi_{p+d} \psi_{j-p} \quad (14)$$

$$j = 1, 2, \dots, L$$

i gdje su $u_c = 0.68; 1.65; 1.96; 2.55$, ovisno od toga da li se interval povjerenja traži na nivou vjerojatnosti 50, 90, 95 ili 99%. Veličina σ_n^2 je procjena varijance bijelog šuma.

3. VREMENSKI NIZOVI (AT), (RT) i (TP)

Vremenski nizovi apsolutne topografije (AT) 500 mbar plohe, relativne topografije (RT) 500/1000 mbar i prizemne temperature (TP), jesu periodičko-stohastički vremenski nizovi. Eliminacija periodičke komponente moguća je eliminacijom srednjeg godišnjeg hoda. Međutim, time se nije eliminirala nestacionarnost s obzirom na varijancu. Da bi se to izbjeglo jedan vremenski niz je uzet iz zimskog a drugi iz ljetnog dijela godine. Podaci su uzeti s meteorološke stanice Zagreb-130 i to iz 1975. i 76. godine. Uzeto je po 120 podataka za svaki uzorak. Osim tih, uzeto je i po dvanaest podataka iz siječnja i srpnja 1975, na kojima je izvršena primjena modela koji su pridjeljeni gornjim nizovima. Svi korišteni podaci se odnose na termin 1200 GMT. Grafički prikaz tih nizova dat je na slici 1 i to pod a) za zimski i b) za ljetni uzorak.

Kao što je pretpostavljeno postoji izvjestan negativni trend od studenog prema siječnju u slučaju a), te blagi pozitivni trend u veljači. U stanovitom smislu obrnuta je situacija u slučaju ljetnog uzorka, pozitivni trend jače je izražen u svibnju, a zatim u kolovozu blagi pad. Ovi trendovi mogu se smatrati dijelovima periodičke komponente koja je do sada spominjana.

Do vrijednosti srednjeg godišnjeg hoda došlo se korištenjem grafičkih prikaza nizova (AT), (RT) i (TP) iz arhive meteorološke stanice Zagreb-130 i to od 1975—79. Rezultati su prikazani na slici 2 i to pod a) za zimu i b) za ljeto. Pored trenda uočava se znatna razlika u nivoima osciliranja u ljetnom i zimskom dijelu godine. Tako, na primjer, visine AT 500 mbar zimi su u srednjem oko 5500 gpm, a ljeti oko 5700 gpm. Slične razlike, gledano u srazmjeru nalaze se i kod ostala dva niza. Kao osnovni podaci za ocjenu modela korištena su kolebanja oko srednjih trendova, odnosno vrijednosti $\hat{Z}_t = Z_t - \bar{Z}_t$. Ovi trendovi \bar{Z}_t su deterministička komponenta promatranih procesa i u vezi su s visinom Sunca.

4. FUNKCIJE AUTOKORELACIJE, PARCIJALNE AUTOKORELACIJE I MODELI VREMENSKIH NIZOVA (AT), (RT) i (TP)

Korištenjem jednadžbe (9) i (10) i raspoloživih podataka dobivene su vrijednosti funkcija autokorelacije i parcijalnih autokorelacija za promatrane nizove i to za $k = 1, 2, \dots, 20$ koraka, a rezultati su prikazani na slici 3. Primjećuje se da funkcije autokorelacije padaju prema nuli valovito i/ili eksponencijalno.

Promatraju li se svi nizovi bez obzira na godišnje doba, vidi se da je perzistentnost najjače izražena kod (RT) u ljetnom dijelu godine. Međutim, u zimskom dijelu godine perzistentnost je znatno slabija tj. vrijednosti funkcija autokorelacije brže padaju ka nuli kako k raste. To ukazuje na činjenicu da polje temperature u sloju između 500 i 1000 mbar plohe ima veću postojanost u toku ljeta nego zimi. Vjerojatno je to posljedica veće ovisnosti navedenog polja temperature o advekciji zimi nego ljeti (razlog su razlike u temperaturama na različitim geografskim širinama, koje su zimi jače izražene). Suprotna je situacija kod nizova (AT). Jača perzistentnost zimi mogla bi se objasniti većom postojanošću ciklona, odnosno anticiklona zimi nego ljeti. Kod prizemne temperature, u odnosu na prthodne nizove, postoji dosta jaka perzistentnost u oba godišnja doba. Na to bi mogli utjecati zagrijanost tla u toku ljeta, a u toku zime niska temperatura tla (perzistencija znači statističku tromost promjene).

Kod funkcija parcijalne autokorelacije ne opažaju se bitne razlike ovisno o godišnjem dobu. Inače, kod niza (AT) mogu se uzeti dva prva člana različita od nule i samo jedan kod nizova (RT) i (TP) (to pokazuju i dvostruka standardna odstupanja σ' što su slučajna odstupanja uz pretpostavku da su promatrane vrijednosti nula).

Kakvi bi modeli odgovarali ovim nizovima? Ako se osvrnemo na svojstva funkcija iz naslova ovog poglavlja, a koja su navedena u poglavlju 3, vidi se da se u slučaju niza (AT) može pridružiti model autoregresije drugog reda

$$\hat{Z}_t = \phi_1 \hat{Z}_{t-1} + \phi_2 \hat{Z}_{t-2} + a \quad (15)$$

te nizovima (RT) i (TP) model

$$\hat{Z}_t = \phi_1 \hat{Z}_{t-1} + a_t \quad (16)$$

Sada bi bilo potrebno izračunati i koeficijente ovih modela i izvršiti provjeru ispravnosti pridjeljenih modela. Parametri su:

niz par.	a — AT — b	a — RT — b	a — TP — b
ϕ_1	1.04	0.96	0.73
ϕ_2	-0.30	-0.28	0.75
			0.64
			0.65

Ako se navedene vrijednosti uvrste u jedn. (16) i (17) dobiva se:

— za niz (AT) zimi

$$\hat{Z}_t = 1.04 \hat{Z}_{t-1} - 0.30 \hat{Z}_{t-2} + a_t \quad (17)$$

i ljeti

$$\hat{Z}_t = 0.96\hat{Z}_{t-1} - 0.28\hat{Z}_{t-2} + a_t \quad (18)$$

— za niz (RT) zimi

$$\hat{Z}_t = 0.73\hat{Z}_{t-1} + a_t \quad (19)$$

i ljeti

$$\hat{Z}_t = 0.75\hat{Z}_{t-1} + a_t \quad (20)$$

— za niz (TP) zimi

$$\hat{Z}_t = 0.64\hat{Z}_{t-1} + a_t \quad (21)$$

i ljeti

$$\hat{Z}_t = 0.64\hat{Z}_{t-1} + a_t \quad (22)$$

Uobičajeno je da se, ovisno o redu modela, daju i nazivi procesima koje ti modeli opisuju. Tako se procesi (AT) mogu nazivati procesima autoregresije drugog reda (Markovljevim procesima drugog reda ili samo Yuleovim procesima), a procesi (RT) i (TP) procesima autoregresije prvog reda ili Markovljevim procesima. Da ne bi došlo do zabune dobro bi bilo sve stohastičke procese nazivati Markovljevim procesima određenog reda (općenito r-tog), a druge nazive po mogućnosti odbaciti.

Da bi se utvrdilo da li je red procesa dobro ocijenjen treba provjeriti tu ocjenu. To je učinjeno uz pomoć veličine Q iz (10). Za promatrane nizove dobivene su slijedeće vrijednosti za ovu veličinu:

niz	a — AT — b	a — RT — b	a — TP — b
Q	18	23	12

Ako se ove vrijednosti usporedbe s odgovarajućim vrijednostima slučajne varijable χ^2 (ν) na nivou signifikantnosti 0.05 i to s $\chi^2(18) = 28.9$ za niz (AT) i s $\chi^2(19) = 30.1$ za nizove (RT) i (TP), vidi se da su modeli od (17) do (22) ispravni. To se djelomično moglo zaključiti i iz slike 4, gdje su prikazane vrijednosti autokorelacija rezidualne pogreške, koje su praktično nula, što i jeste teoretska pretpostavka.

5. PROGNOZA BUDUĆIH ČLANOVA VREMENSKIH NIZOVA (AT), (RT) I (TP)

Pored upotrebe za analitičke svrhe, modeli od (17) do (22) mogli bi se iskoristiti u svrhu prognoze budućih članova. Prognostičke jednadžbe za nizove (AT), (RT) i (TP) su sukcesivno za zimu i ljetu:

$$\hat{Z}_t(L) = 1.04\hat{Z}_t(L-1) - 0.30\hat{Z}_t(L-2) \quad (24)$$

$$\hat{Z}_t(L) = 0.96\hat{Z}_t(L-1) - 0.28\hat{Z}_t(L-2) \quad (23)$$

$$\hat{Z}_t(L) = 0.73\hat{Z}_t(L-1) \quad (25)$$

$$\hat{Z}_t(L) = 0.75\hat{Z}_t(L-1) \quad (26)$$

$$\hat{Z}_t(L) = 0.64\hat{Z}_t(L-1) \quad (27)$$

$$\hat{Z}_t(L) = 0.65\hat{Z}_t(L-1) \quad (28)$$

gdje su $L = 1, 2, \dots$ koraci u vremenu (dani). Stvarne prognoziranje vrijednosti se dobiju sumiranjem gore navedenih prognoza sa srednjim godišnjim hodom. Dakle

$$Z_t(L) = Z_t + \hat{Z}_t(L) \quad (29)$$

Radi usporedbe, na slikama od 5 do 7 sukcesivno, prikazane su srednje, stvarne i prognoziranje vrijednosti gornjih nizova. Pod a) i b) prikazane su prognoze za jedan korak unaprijed, a pod a') i b') za $L = 1, 2, \dots, 10$ koraka unaprijed. Kao što se vidi sa slika, prognoze za jedan korak unaprijed su u skoro 100% slučajeva bolje od srednjaka, dok za veće korake to nije slučaj. Međutim, prognoze »kasne« za stvarnim promjenama što je osobito izraženo kod naglih promjena.

Konačno u donjoj tablici prikazani su devedesetpostotni intervali povjerenja (pogreške prognoze) za nizove (AT), (RT) i (TP). Pod a) dati su intervali za ljetu i pod b) za zimu, u oba slučaja u istim jedinicama kao i promatrani nizovi.

	korak	1	2	3	4	5	...
niz							
a		208	300	340	352	360	...
RT							
b		122	168	186	190	192	...
sred.		165	234	263	271	276	...
a		214	280	308	344	378	...
AT							
b		122	152	176	198	218	...
sred.		168	216	242	271	298	...
a		10	12	13	15	16	...
TP							
b		10	12	13	15	16	...
sred.		10	12	13	15	16	...

Iz ove tablice vidi se kako se intervali povjerenja šire kako broj koraka L raste, a to znači da su prognoze slabije što se ide na više vremenskih koraka (na više dana).

Za usporedbu, prikazana je ispod i tablica koja sadrži intervale povjerenja (opet devedesetpostotne), načinjene na osnovi standardnih devijacija promatranih nizova oko srednjeg godišnjeg hoda.

Stan. dev.	a — AT — b	a — RT — b	a — TP — b
σ	384	208	14
sred.	297	238	15

Rezultati iz ove dvije tablice prikazani su na slici 8. Kao što je vidljivo i iz te slike prognoze su slabije za korake veće od 2. To je posljedica prirode promatranih procesa. Da su procesi perzistentniji, i prognoze bi bile bolje. U ovakvim slučajevima, da bi se dobile bolje prognoze, trebalo bi promatrati istovremeno više procesa istog elementa na više lokacija i drugih elemenata na istoj i/ili drugim lokacijama. To se može riješiti teorijom multivarijantnih stohastičkih modela koja je znatno složenija od one koja je ovdje razmatrana.

Dane prognoze (iako slabe) s pripadnim intervalima povjerenja mogle bi se koristiti u kontroli podataka koji se pohranjuju u operativnoj meteorološkoj službi, radije nego intervali stvar-

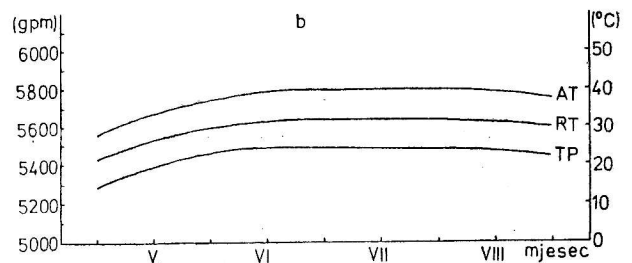
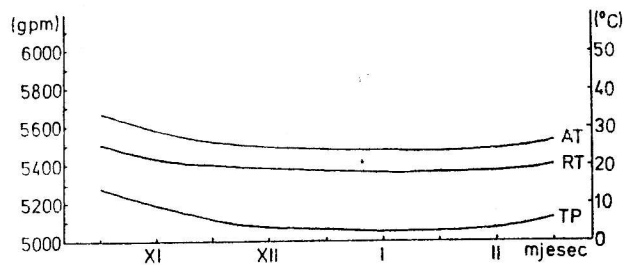
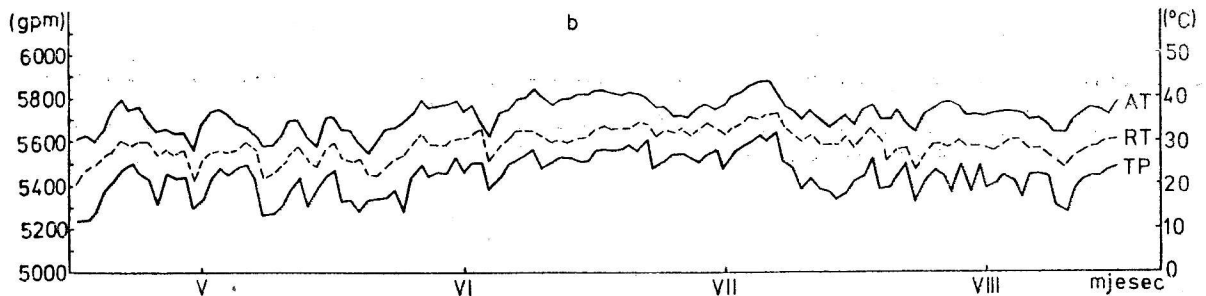
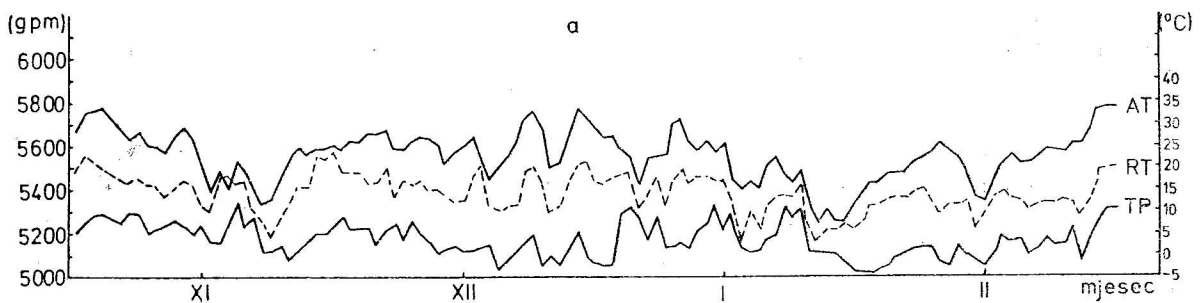
nih standardnih devijacija oko dugogodišnjeg srednjaka, jer su prvi uži za korake $L < 3$.

6. ZAKLJUČAK

Dobiveni modeli imaju vrlo jednostavne oblike, koji osim za analizu mogu biti korišteni i u kontroli podataka operativne meteorološke službe. Međutim s ovim rezultatima ne bi se mogli u potpunosti zadovoljiti. Uzimanjem u obzir istovremeno više varijabli, mogu se postići bolji rezultati, ali to prelazi okvire ovog rada.

Slika 1. Vremenski nizovi apsolutne topografije (AT) 500 mbar plohe, relativne topografije 500/1000 mbar (RT) i prizemne temperature (TP), mjereni u 1200 GMT na meteorološkom opservatoriju Zagreb — Maksimir:
a) zima 1975/76.
b) ljeto 1976.

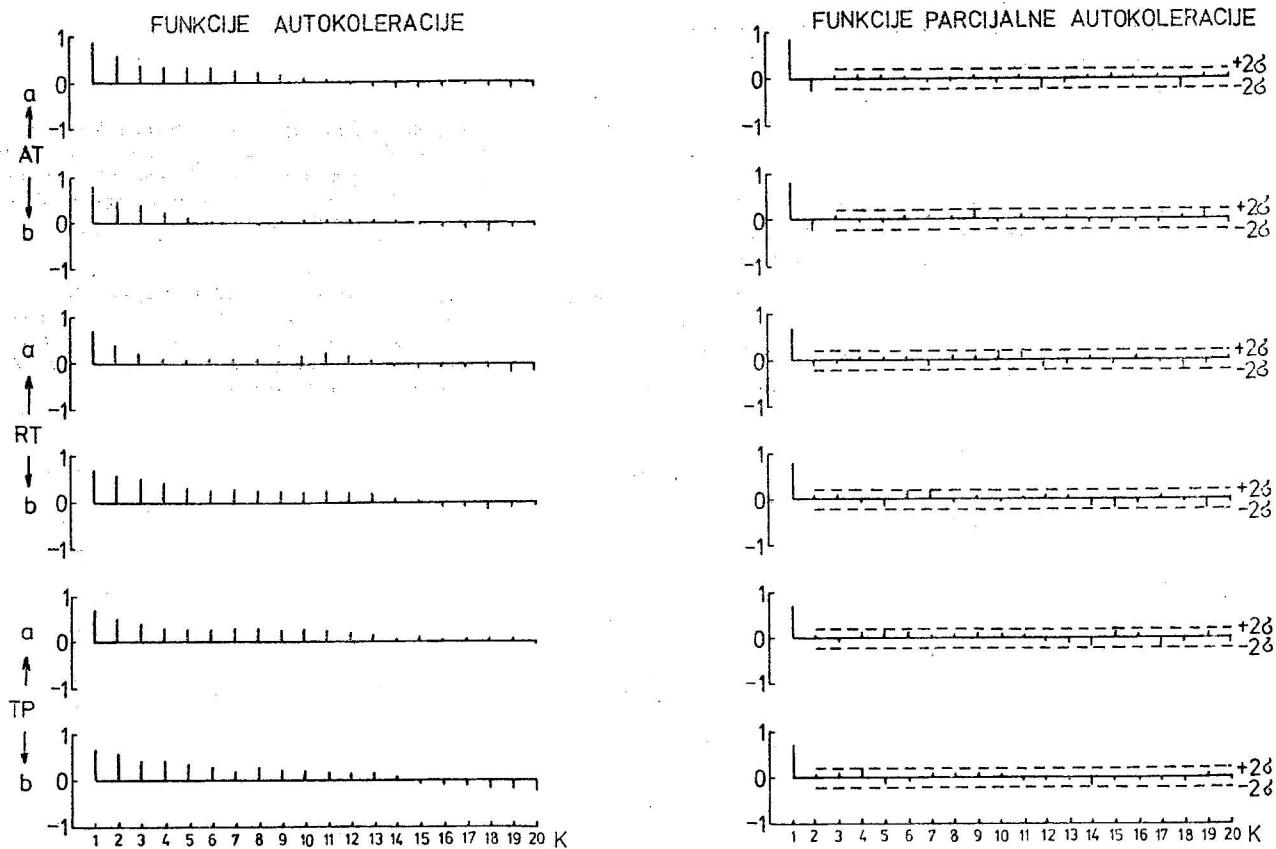
Figure 1. The time — series of absolute topography (AT) 500 mbar surface, the relative topography (RT) 500/1000 mbar and surface temperature (TP), measured in 1200 GMT on meteorological observatory Zagreb-Maksimir.



Slika 2. Dijelovi srednjeg godišnjeg hoda vremenskih nizova (AT), (RT) i (TP)

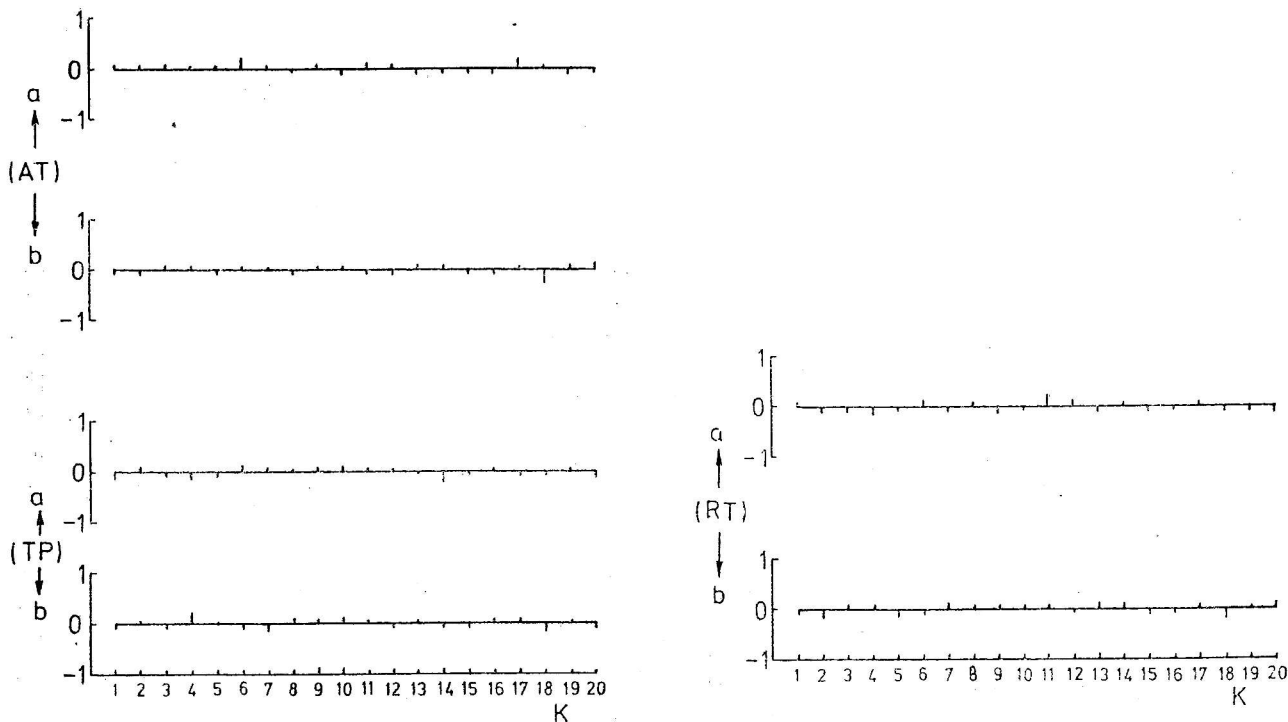
a) zima
b) ljeto.

Figure 2. Parts of averages annual flow of time-series (AT), (RT) i (TP).



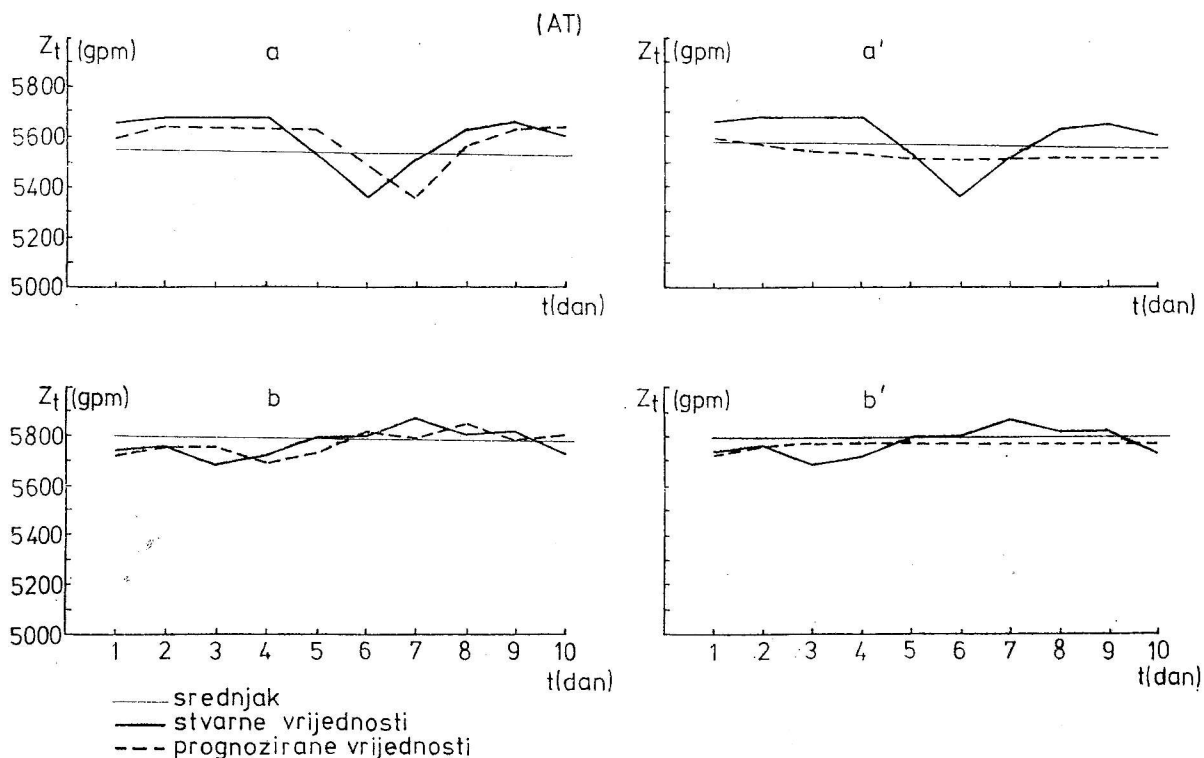
Slika 3. Funkcije autokorelacije i funkcije parcijalne autokorelacije kolebanja oko srednjeg godišnjeg hoda vremenskih nizova (AT), (RT) i (TP).

Figure 3. The functions autocorrelation and functions partial autocorrelation of disturbances time-series (AT), (RT) i (TP) about averages annual flow.



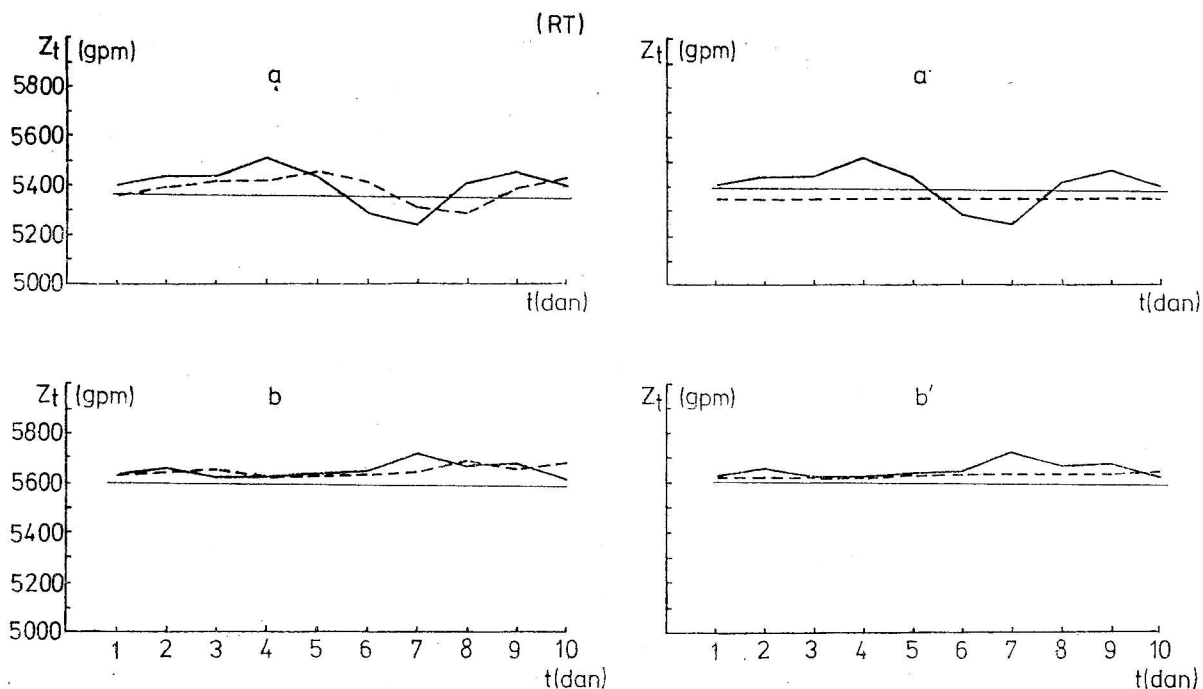
Slika 4. Funkcije autokorelacije rezidualne pogreške $r_k(\hat{a})$ za kolebanja oko srednjeg godišnjeg hoda vremenskih nizova (AT), (RT) i (TP)
 a) zima
 b) ljeto

Figure 4. The autocorrelation functions residuals $r_k(\hat{a})$ of disturbances time-series (AT), (RT) i (TP) about averages annual flow



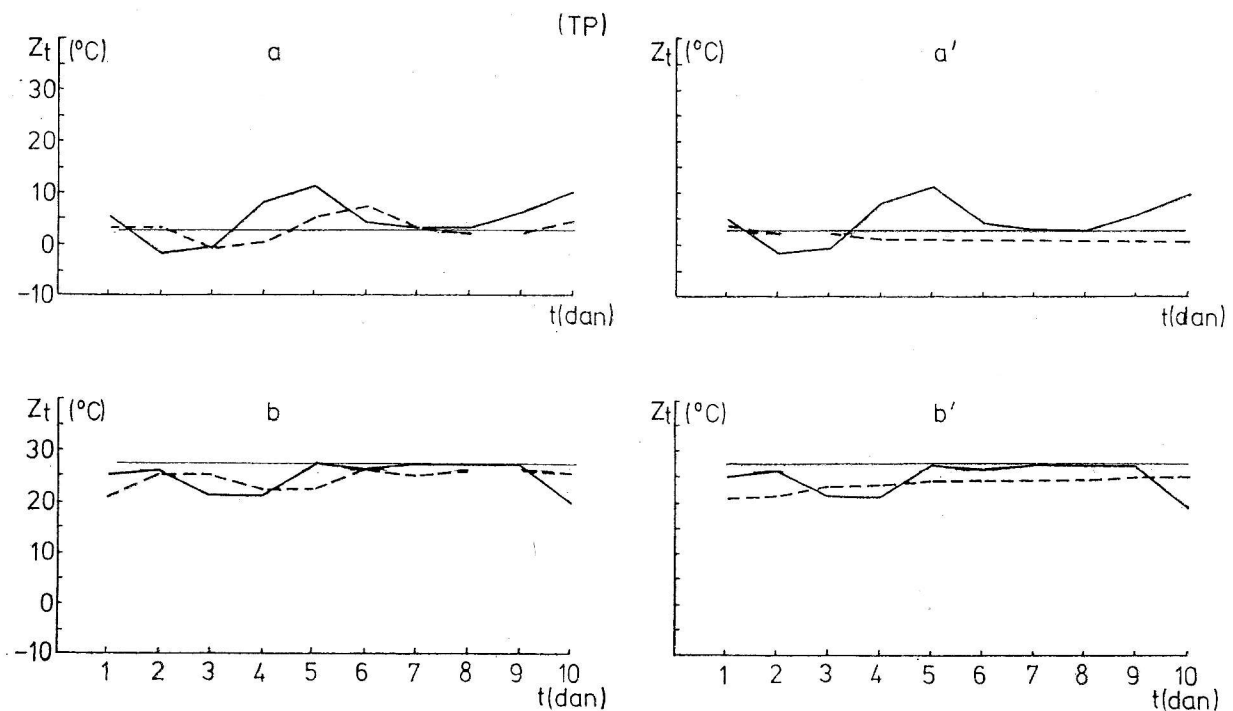
Slika 5. Prognozirane visine apsolutne topografije 500 mbar plohe u zimskom (a) i (a'), i ljetnom (b) i (b') dijelu godine. Slike pod (a) i (b) odnose se na prognoze za $L = 1$ korak unaprijed, a slike pod (a') i (b') na prognoze za $L = 1, 2, \dots, 10$ koraka.

Figure 5. The prediction altitudes of absolute topography 500 mbar surface in winter (a) and (a') and in summer (b) and (b'). Figures (a) and (b) represent the predictions for $L = 1$ step, and figures (a') and (b') for $L = 1, 2, \dots, 10$ steps.



Slika 6. Prognoze relativne topografije 500/1000 mbar (RT) (ostalo kao na slici 5).

Figure 6. Predictions of relative topography 500/1000 mbar (RT) (the other as on figure 5).



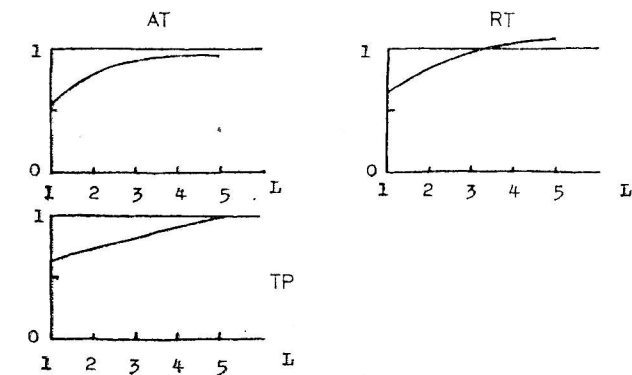
Slika 7. Prognoze prizemne temperature (TP). (ostalo kao na slici 5).
Figure 7. Predictions of surface temperature (TP). (other as on figure 5).

LITERATURA

- Anderson, T. W., 1971: The statistical analysis of time series. John Wiley and sons, Inc. New York.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., 1970: The time series analysis forecasting and control. Holden-Day, San Francisco.
- Fernandez, R. O., Garcia, M., 1979: Markov chains applied to solar energy storage calculations. International congress, Atlanta, USA.
- Jones, R., H., 1964: Prediction of multivariate time series. J. Appl. Meteor., 3, 285—289.
- Jones, R., H., 1975: Estimating of variance of time averages. J. Appl. Meteor. 15, 159—163.
- Kendall, M. G., 1976: The advanced theory of statistics. Vol. 3. Charles Griffin. London.
- Nordo, J., 1966: Significance of statistical relation derived from geophysical data. Tellus, 18, 39—53.
- Pandžić, K., 1982. Linearni parametarski modeli stohastičkih procesa i mogućnost njihove primjene u meteorologiji. Magistarski rad. PMF. Zagreb, 75 str.
- Penzar, B., 1976: Indeksi suhoće za Zagreb i njihova statistička prognoza. Rep. hidromet. zavod SRH, Rasprave i prikazi br. 13. Zagreb, 3—58.

SUMMARY

The application of stochastic models is considered on a time-series of daily values of absolute topography 500 mbar surface (AT), the relative topography 500/1000 mbar (RT) and surface temperature (TP). Characteristics of functions of autocorrelations and those of partial autocorrelation indicate that the autoregressive model of the second order fits the time-series (RT) and (TP). This is checked using a X^2 test. Confidence intervals for prediction of future terms of the time-series for one or more days were made. It is stated that prediction accuracy decreases as the number of steps are increased (Figs 5—8). It is concluded that these models could be used in operative meteorology for data control.



Slika 8. Devedesetpostotni intervali povjerenja vremenskih nizova (AT), (RT) i (TP) u usporedbi s odgovarajućim intervalima standardne devijacije.

Figure 8. 90% confidence intervals of time-series (AT), (RT) and (TP) compared with standard deviation intervals.

ZAHVALA

Ovo istraživanje je sufinancirala Republička zajednica za znanstveni rad SRH (SIZ.III).