

18 SEP. 1986

DELAI D'ATTENTE MOYEN POUR
LES FILES D'ATTENTE $E_l/E_k/l$

Gilles Deslauriers
Luc Langlois
Daniel McInnis

EPM/RT-86-33

(1986)

EPM/RT-86-33

DELAI D'ATTENTE MOYEN POUR
LES FILES D'ATTENTE $E_a/E_b/1$

Gilles Deslauriers
Luc Langlois
Daniel McInnis

Département de mathématiques appliquées

Ecole Polytechnique de Montréal
Septembre 1986

DELAI D'ATTENTE MOYEN POUR LES FILES D'ATTENTE $E_k/E_k/1$

*

G. Deslauriers, L. Langlois et D. McInnis

Ecole Polytechnique, Montréal

1. INTRODUCTION

Les applications de la théorie des files d'attente se sont diversifiées de plus en plus depuis plusieurs années. Cette théorie voulait donner ou construire des modèles générales afin de résoudre certains problèmes pratiques. On s'est vite rendu compte que les hypothèses utilisées ne correspondaient pas toujours à la réalité ou bien que le calcul des différentes quantités était beaucoup trop laborieux pour les utilisateurs.

On a donc chercher à améliorer les modèles par des approximations. Une de ces approximations consiste à approcher la loi du temps aléatoire entre deux arrivées successives de clients (clients pris au sens large) par une loi de Erlang. Il en est de même pour la loi du temps de service de clients qui sera également approchée par une loi de Erlang.

Certaines quantités que l'on ne pouvait pas obtenir par l'intermédiaire de formules analytiques ont été calculées numériquement sur ordinateur et misent en table, permettant

* Une partie des subventions du professeur François Soumis a servi à défrayer le salaire d'été de l'étudiant L. Langlois, nous l'en remercions.

ainsi aux utilisateurs de cette théorie de s'en servir sans en connaître tout les détails mathématiques de calculs. Une table ne peut-être complète, surtout si un des paramètres varie continuement, les quantités manquantes sont généralement obtenues par interpolation linéaire.

C'est ce que nous avons voulu faire pour le calcul du délai d'attente moyen dans une file d'attente à un serveur. Il existe déjà des tables donnant certains paramètres des files d'attente, entre autre, "tables for multiple-server queueing systems involving Erlang distributions" [2], mais elles ne donnent pas directement ce délai d'attente moyen.

Le lecteur trouvera dans les pages qui suivent les explications nécessaires à l'élaboration et à l'utilisation de cette table: c'est-à-dire qu'après avoir résumé les formules analytiques connues pour certains files d'attente, nous expliquerons comment nous avons calculé numériquement, pour certaines valeurs, ce délai moyen.

En plus de donner cette table, nous avons voulu rendre accessible rapidement et sans effort son utilisation.

Pour cela, la table fut mise sur une disquette et par "accès direct" aux données, un programme d'interpolation linéaire donne directement une approximation du délai d'attente moyen pour les paramètres non-tabulés.

Cette disquette est accessible à la demande et fonctionne sur un ordinateur IBM-PC.

2. CALCUL DU DELAI D'ATTENTE MOYEN

Rappelons brièvement ce qu'indique les symboles utilisés dans une file d'attente $E_\lambda/E_k/i$.

E_λ et E_k représentent respectivement la loi du temps entre deux arrivées successives de clients et le temps de service.

La fonction de densité d'une variable aléatoire T du type Erlang avec paramètre k , notée E_k , est:

$$f_T(t) = \begin{cases} \frac{(k\mu)^k t^{k-1} e^{-k\mu t}}{(k-1)!} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Cette loi est une "Gamma" de paramètres k (entier) et $\mu > 0$.

La moyenne est $1/\mu$ et la variance est $1/k\mu^2$. On voit immédiatement que l'on peut facilement approcher statistiquement k en prenant le quotient de la valeur moyenne au carré et de la variance.

Nous noterons par $W(\lambda, k)$ le délai moyen d'attente dans la file. En fait, si T_q est la variable aléatoire représentant le temps d'attente passé par un client dans la file (queue) $E_\lambda/E_k/i$, $W(\lambda, k) = E[T_q]$.

A- Formule analytique

Nous résumons ici les résultats analytiques connus.

Lorsque $\lambda = 1$, on a $W(1, k) = (k+1)\lambda / 2k\mu(\mu-\lambda)$ où $\lambda > 0$ est le nombre moyen d'arrivées de clients et où $1/\mu$ est le temps moyen de service. Ce résultat se retrouve dans la majorité des livres sur les files d'attente.

On peut le démontrer assez directement en déterminant la fonction génératrice de la variable T_k comme cela est fait dans le livre "Fundamentals of Queueing Theory" [1]. Nous pouvons également le démontrer en déterminant la solution spectrale de l'équation intégrale de Lindley [3]. Nous indiquons ici les étapes pour obtenir ce résultat à l'aide de cette méthode. Le choix de cette dernière s'explique facilement; c'est cette méthode que nous utiliserons pour calculer numériquement le délai.

Notons par $A(s)$, $B(s)$ et $W(s)$ la transformée de Laplace des fonctions de densité respectives du temps entre l'arrivée successive de deux clients, du service et du délai d'attente.

Dans le cas $E_1/E_k/1$ on a

$$A(s) = \frac{\lambda}{\lambda+s}, \quad B(s) = \left(\frac{k\mu}{k\mu+s}\right)^k$$

et on sait [3] que

$$W(s) = \frac{s(1 - \frac{\lambda}{\mu})}{\psi_+(s)}$$

où

$$\psi_+(s) = (1 - A(-s) B(s)) \psi_-(s).$$

La fonction

$$\psi_+(s) = \frac{\lambda(k\mu)^k - (\lambda-s)(s+k\mu)^k}{(s+k\mu)^k}$$

est analytique et n'a aucune racine dans le domaine du plan complexe $\operatorname{Re}(s) > 0$ et $\psi_-(s) = \lambda - s$ est analytique et n'a aucune racine dans le domaine $\operatorname{Re}(s) < 0$.

Ainsi

$$W(s) = \frac{s(1 - \frac{\lambda}{\mu})}{\lambda a(s) - \lambda + s}$$

avec $a(s) = (\frac{s}{k\mu} + 1)^{-k}$.

Le lecteur vérifiera facilement que

$$-W'(0) = W(1, k) = \frac{k+1}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)},$$

résultat annoncé précédemment.

Le temps de passage moyen pour un client dans le système est alors $W(1, k) + 1 = W$. Par la formule de Little on obtient le nombre moyen de clients dans la file, noté $L_q = \lambda W(1, k)$ et le nombre moyen de clients dans le système, noté, $L = \lambda W$.

Remarquons que $W(1,k)$ est une fonction décroissante en k qui tend vers $1/2 \lambda/\mu(\mu-\lambda)$ lorsque k tend vers l'infini; c'est-à-dire

$$W(1,1) < W(1,k) < W(1,+\infty).$$

B- Résultats numériques

Dans le cas où $\lambda > 1$, pour les files d'attente $E_k/E_k/1$, on ne peut donner de formule analytique du délai moyen d'attente. Nous le calculerons numériquement. Nous pouvons utiliser la solution spectrale de l'équation intégrale de Lindley [3] pour obtenir $W(s)$, cependant, dans un article publié en 1969 [4], on a obtenu

$$W(s) = \frac{(1-p)s \prod_{i=1}^{k-1} (1-s/s_i)^{-1}}{1-(A(-s)B(s))^{-1}}$$

où s_1, s_2, \dots, s_{k-1} sont les $k-1$ racines avec partie réelle positive de $A(-s)B(s) = 1$. Les auteurs ont utilisé comme "unité de temps", le temps d'inter-arrivée de sorte que le temps moyen de service est p .

Le délai d'attente moyen devra donc être multiplié par le temps d'inter-arrivée si nous voulons faire disparaître cette "unité de temps".

De plus, comme le temps de service est du type E_k on a

$$W(s) = \prod_{i=k+1}^{k+\ell} (1-s/s_i)^{-1} \quad \text{où } s_{k+1}, s_{k+2}, \dots, s_{k+\ell}$$

sont les ℓ racines avec partie réelle négative de

$A(-s)B(s) = 1$. Dans ces conditions le délai d'attente moyen est :

$$W(\lambda, k) = -W'(0) = \sum_{i=k+1}^{k+\lambda} \frac{1}{s_i}$$

Ceci montre que nous devons numériquement déterminer les λ racines, avec partie réelle négative, de l'équation $A(-s)B(s)-1 = 0$.

C'est ce que nous avons fait pour certaines valeurs des paramètres λ, k, λ et μ . Comme en pratique le coefficient d'utilisation λ/μ doit-être plus près de un que de zéro, nous avons limité nos calculs à $\lambda/\mu \geq 1/2$. Nous avons donc construit une table. Les 24 dernières pages montrent une table à 8 colonnes; les colonnes 1 et 5 indiquent l'entier λ , les colonnes 2 et 6, l'entier k , les colonnes 3 et 7, la valeur de λ/μ et finalement les colonnes 4 et 8, le résultat (en "unité de temps d'inter-arrivée") qu'il faudra diviser par λ pour obtenir le délai moyen d'attente.

Il est évident que cette table n'est pas complète. Les entiers λ et k prennent les valeurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20 et 40 et λ/μ varie entre 1/2 et 1 par saut de 0,04.

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction cette table fut mise sur une disquette. Un programme d'interpolation linéaire permet de calculer les quantités manquantes.

Après avoir inséré la disquette dans le lecteur et tapé "INTERPO" voici, à titre indicatif, ce que vous verrez à l'écran d'un IBM-PC.

interpo

QUELLE EST LA VALEUR DE L,K,LAMBDA ET MU
2,1,1,2

POUR L= 2. ,LAMBDA= 1.0000

ET POUR K= 1. ,MU= 2.0000

LE TEMPS D'ATTENTE DANS LA FILE EST .30902

D'AUTRES VALEURS (OUI OU NON)?

OUI

QUELLE EST LA VALEUR DE L,K,LAMBDA ET MU
2 6 .5 1

POUR L= 2. ,LAMBDA= .5000

ET POUR K= 6. ,MU= 1.0000

LE TEMPS D'ATTENTE DANS LA FILE EST .24560

D'AUTRES VALEURS (OUI OU NON)?

OUI

QUELLE EST LA VALEUR DE L,K,LAMBDA ET MU
1 13 12.3 14.7

POUR L= 1. ,LAMBDA= 12.3000

ET POUR K=13. ,MU= 14.7000

LE TEMPS D'ATTENTE DANS LA FILE EST .19195

D'AUTRES VALEURS (OUI OU NON)?

NON

Stop - Program terminated.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Gross, D. and Harris, C.M. (1974). Fundamentals of queueing theory. Wiley, New York, p. 166.
- [2] Hillier, F.S. and Lo, F.D. (1971). Tables for multiple-server queueing systems involving Erlang distributions. Technical Report No. 31. Departments of Operations Research Stanford University, Stanford, California.
- [3] Kleinrock, L. (1975). Queueing systems, Vol. I: Theory. Wiley, New York (chap. 8).
- [4] Kotiah, T.C.T., Thompson, J.W., O'N. Waugh (1969). Use of Erlangian distributions for single-server queueing systems. J. Appl. Prob. 6, p. 584-593.

9	50	16627	16	1	50	14913
9	50	06952	16	2	50	05576
9	50	04198	16	3	50	03030
9	50	02973	16	4	50	01946
9	50	02302	16	5	50	01379
9	50	01886	16	6	50	01042
9	50	01607	16	7	50	00824
9	50	01408	16	8	50	00675
9	50	01260	16	9	50	00568
9	50	01146	16	10	50	00488
9	50	00983	16	12	50	00379
9	50	00872	16	14	50	00309
9	50	00793	16	16	50	00261
9	50	00733	16	18	50	00226
9	50	00687	16	20	50	00200
9	50	00494	16	40	50	00104
9	50	16233	18	1	50	14670
9	50	06632	18	2	50	05386
9	50	03922	18	3	50	02872
9	50	02727	18	4	50	01812
9	50	02077	18	5	50	01261
9	50	01678	18	6	50	00937
9	50	01412	18	7	50	00730
9	50	01223	18	8	50	00589
9	50	01083	18	9	50	00489
9	50	00976	18	10	50	00414
9	50	00824	18	12	50	00314
9	50	00722	18	14	50	00250
9	50	00649	18	16	50	00207
9	50	00594	18	18	50	00177
9	50	00552	18	20	50	00154
9	50	00380	18	40	50	00072
9	50	15646	20	1	50	14475
9	50	06159	20	2	50	05235
9	50	03517	20	3	50	02748
9	50	02370	20	4	50	01706
9	50	01755	20	5	50	01169
9	50	01382	20	6	50	00856
9	50	01136	20	7	50	00658
9	50	00963	20	8	50	00523
9	50	00837	20	9	50	00429
9	50	00742	20	10	50	00359
9	50	00608	20	12	50	00266
9	50	00519	20	14	50	00208
9	50	00456	20	16	50	00169
9	50	00410	20	18	50	00142
9	50	00375	20	20	50	00122
9	50	00235	20	40	50	00052
9	50	15229	40	1	50	13608
9	50	05824	40	2	50	04565
9	50	03236	40	3	50	02209
9	50	02125	40	4	50	01260
9	50	01536	40	5	50	00791
9	50	01183	40	6	50	00531
9	50	00953	40	7	50	00374
9	50	00794	40	8	50	00274
9	50	00678	40	9	50	00206
9	50	00591	40	10	50	00159
9	50	00471	40	12	50	00100
9	50	00393	40	14	50	00068
9	50	00338	40	16	50	00048
9	50	00299	40	18	50	00035
9	50	00269	40	20	50	00027
9	50	00153	40	40	50	00005

1	54	63391	54	26625
1	54	47544	54	13254
1	54	42261	54	09181
1	54	39620	54	07263
1	54	38034	54	06160
1	54	36978	54	05450
1	54	36224	54	04955
1	54	35658	54	04591
1	54	35218	54	04314
1	54	34866	54	04095
1	54	34338	54	03772
1	54	33960	54	03546
1	54	33676	54	03378
1	54	33457	54	03250
1	54	33280	54	03148
1	54	32489	54	02702
1	54	40198	54	25145
1	54	25555	54	11967
1	54	20815	54	08005
1	54	18484	54	06160
1	54	17098	54	05109
1	54	16183	54	04437
1	54	15531	54	03972
1	54	15046	54	03634
1	54	14669	54	03375
1	54	14367	54	03173
1	54	13918	54	02876
1	54	13598	54	02669
1	54	13358	54	02517
1	54	13173	54	02401
1	54	13024	54	02309
1	54	12358	54	01909
1	54	32607	54	24092
1	54	18587	54	11062
1	54	14160	54	07187
1	54	12017	54	05399
1	54	10759	54	04390
1	54	09934	54	03749
1	54	09351	54	03309
1	54	08918	54	02990
1	54	08585	54	02748
1	54	08319	54	02559
1	54	07924	54	02284
1	54	07644	54	02093
1	54	07435	54	01954
1	54	07273	54	01847
1	54	07144	54	01764
1	54	06569	54	01404
1	54	28856	54	23306
1	54	15223	54	10391
1	54	11002	54	06585
1	54	08988	54	04845
1	54	07819	54	03871
1	54	07060	54	03256
1	54	06527	54	02836
1	54	06133	54	02533
1	54	05831	54	02305
1	54	05591	54	02127
1	54	05237	54	01870
1	54	04986	54	01693
1	54	04801	54	01564
1	54	04658	54	01466
1	54	04544	54	01389
1	54	04040	54	01064

9	54	.22695	16	.54	.20579
9	54	.09875	16	.54	.08110
9	54	.06126	16	.54	.04586
9	54	.04425	16	.54	.03042
9	54	.03479	16	.54	.02213
9	54	.02886	16	.54	.01711
9	54	.02484	16	.54	.01381
9	54	.02195	16	.54	.01150
9	54	.01978	16	.54	.00983
9	54	.01810	16	.54	.00856
9	54	.01568	16	.54	.00680
9	54	.01403	16	.54	.00564
9	54	.01283	16	.54	.00484
9	54	.01193	16	.54	.00425
9	54	.01122	16	.54	.00381
9	54	.00825	16	.54	.00210
9	54	.22210	16	.54	.20278
9	54	.09466	16	.54	.07862
9	54	.05765	16	.54	.04374
9	54	.04096	16	.54	.02857
9	54	.03175	16	.54	.02048
9	54	.02601	16	.54	.01560
9	54	.02213	16	.54	.01242
9	54	.01936	16	.54	.01022
9	54	.01729	16	.54	.00862
9	54	.01570	16	.54	.00743
9	54	.01341	16	.54	.00578
9	54	.01185	16	.54	.00471
9	54	.01074	16	.54	.00397
9	54	.00989	16	.54	.00344
9	54	.00924	16	.54	.00304
9	54	.00653	20	.40	.00154
9	54	.21483	20	.40	.20036
9	54	.08858	20	.40	.07667
9	54	.05232	20	.40	.04207
9	54	.03617	20	.40	.02711
9	54	.02734	20	.40	.01918
9	54	.02190	20	.40	.01443
9	54	.01827	20	.40	.01135
9	54	.01569	20	.40	.00923
9	54	.01378	20	.40	.00771
9	54	.01232	20	.40	.00657
9	54	.01025	20	.40	.00502
9	54	.00886	20	.40	.00402
9	54	.00788	20	.40	.00334
9	54	.00714	20	.40	.00285
9	54	.00658	20	.40	.00249
9	54	.00428	20	.40	.00116
9	54	.20967	40	.1	.18955
9	54	.08428	40	.1	.06797
9	54	.04860	40	.1	.03478
9	54	.03285	40	.1	.02086
9	54	.02432	40	.1	.01372
9	54	.01912	40	.1	.00960
9	54	.01566	40	.1	.00703
9	54	.01324	40	.1	.00532
9	54	.01146	40	.1	.00414
9	54	.01011	40	.1	.00330
9	54	.00821	40	.1	.00221
9	54	.00695	40	.1	.00157
9	54	.00606	40	.1	.00116
9	54	.00541	40	.1	.00089
9	54	.00491	40	.1	.00070
9	54	.00294	40	.1	.00015

9	12	3	4	5	6	7	8	9		58	30586	27968
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	13771	11529
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	08746	06745
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	06428	04599
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	05122	03423
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	04295	02698
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03729	02214
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03319	01871
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03011	01619
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02770	01427
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02421	01156
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02180	00975
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02006	00848
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01873	00753
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01769	00681
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01327	00396
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	29984	27606
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	13253	11218
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	08278	06469
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	05996	04350
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	04717	03196
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03911	02488
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03362	02018
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02966	01688
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02669	01445
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02438	01261
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02104	01003
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01876	00833
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01710	00714
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01585	00627
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01488	00561
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01076	00304
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	29087	27307
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	12484	10966
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	07589	06250
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	05365	04154
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	04128	03018
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03356	02324
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02834	01865
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02460	01545
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02182	01311
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01966	01134
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01658	00888
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01449	00727
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01299	00615
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01187	00533
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01100	00472
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	00740	00238
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	28447	25963
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	11937	09852
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	07103	05286
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	04923	03304
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	03721	02255
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02975	01634
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02473	01234
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	02117	00963
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01853	00771
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01651	00630
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01363	00442
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01170	00327
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	01032	00251
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	00930	00199
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	00851	00162
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	58	00532	00044

1	01158	.62	.46777
1	75868	.62	.24274
1	67439	.62	.17235
1	63224	.62	.13861
1	60696	.62	.11899
1	59008	.62	.10620
1	57805	.62	.09725
1	56902	.62	.09063
1	56199	.62	.08555
1	55637	.62	.08152
1	54793	.62	.07556
1	54192	.62	.07136
1	53739	.62	.06825
1	53389	.62	.06585
1	53109	.62	.06394
1	51844	.62	.05551
1	66991	.62	.44556
1	43071	.62	.22267
1	35267	.62	.15351
1	31411	.62	.12062
1	29117	.62	.10161
1	27595	.62	.08930
1	26512	.62	.08070
1	25703	.62	.07438
1	25075	.62	.06954
1	24574	.62	.06572
1	23823	.62	.06009
1	23289	.62	.05613
1	22889	.62	.05321
1	22578	.62	.05096
1	22330	.62	.04918
1	21216	.62	.04136
1	55721	.62	.42967
1	32498	.62	.20843
1	25053	.62	.14027
1	21417	.62	.10805
1	19271	.62	.08954
1	17857	.62	.07761
1	16855	.62	.06931
1	16110	.62	.06324
1	15533	.62	.05860
1	15074	.62	.05495
1	14389	.62	.04959
1	13902	.62	.04584
1	13539	.62	.04308
1	13257	.62	.04096
1	13033	.62	.03929
1	12030	.62	.03200
1	50123	.62	.41789
1	27329	.62	.19785
1	20119	.62	.13047
1	16635	.62	.09881
1	14593	.62	.08070
1	13257	.62	.06908
1	12314	.62	.06104
1	11616	.62	.05517
1	11078	.62	.05070
1	10651	.62	.04720
1	10015	.62	.04207
1	09565	.62	.03849
1	09231	.62	.03587
1	08972	.62	.03387
1	08766	.62	.03230
1	07850	.62	.02547

9	1	.62	.40869	16	1	.62	.37655
9	2	.62	.18966	16	2	.62	.16141
9	3	.62	.12293	16	3	.62	.09722
9	4	.62	.09172	16	4	.62	.06786
9	5	.62	.07396	16	5	.62	.05151
9	6	.62	.06261	16	6	.62	.04127
9	7	.62	.05478	16	7	.62	.03435
9	8	.62	.04908	16	8	.62	.02941
9	9	.62	.04477	16	9	.62	.02573
9	10	.62	.04139	16	10	.62	.02290
9	12	.62	.03645	16	12	.62	.01885
9	14	.62	.03304	16	14	.62	.01613
9	16	.62	.03054	16	16	.62	.01419
9	18	.62	.02864	16	18	.62	.01274
9	20	.62	.02714	16	20	.62	.01162
9	40	.62	.02072	16	40	.62	.00709
10	1	.62	.40130	18	1	.62	.37198
10	2	.62	.18314	18	2	.62	.15743
10	3	.62	.11695	18	3	.62	.09364
10	4	.62	.08613	18	4	.62	.06458
10	5	.62	.06866	18	5	.62	.04846
10	6	.62	.05754	18	6	.62	.03842
10	7	.62	.04990	18	7	.62	.03165
10	8	.62	.04435	18	8	.62	.02684
10	9	.62	.04016	18	9	.62	.02328
10	10	.62	.03689	18	10	.62	.02054
10	12	.62	.03213	18	12	.62	.01666
10	14	.62	.02885	18	14	.62	.01406
10	16	.62	.02646	18	16	.62	.01222
10	18	.62	.02465	18	18	.62	.01085
10	20	.62	.02322	18	20	.62	.00980
10	40	.62	.01716	18	40	.62	.00562
12	1	.62	.39028	20	1	.62	.36833
12	2	.62	.17344	20	2	.62	.15424
12	3	.62	.10811	20	3	.62	.09080
12	4	.62	.07790	20	4	.62	.06198
12	5	.62	.06089	20	5	.62	.04606
12	6	.62	.05014	20	6	.62	.03617
12	7	.62	.04280	20	7	.62	.02955
12	8	.62	.03750	20	8	.62	.02484
12	9	.62	.03352	20	9	.62	.02137
12	10	.62	.03043	20	10	.62	.01872
12	12	.62	.02596	20	12	.62	.01497
12	14	.62	.02291	20	14	.62	.01248
12	16	.62	.02070	20	16	.62	.01072
12	18	.62	.01903	20	18	.62	.00942
12	20	.62	.01773	20	20	.62	.00843
12	40	.62	.01228	20	40	.62	.00455
14	1	.62	.38238	40	1	.62	.35203
14	2	.62	.16652	40	2	.62	.14008
14	3	.62	.10186	40	3	.62	.07822
14	4	.62	.07212	40	4	.62	.05062
14	5	.62	.05548	40	5	.62	.03568
14	6	.62	.04502	40	6	.62	.02658
14	7	.62	.03791	40	7	.62	.02062
14	8	.62	.03281	40	8	.62	.01648
14	9	.62	.02899	40	9	.62	.01350
14	10	.62	.02605	40	10	.62	.01127
14	12	.62	.02181	40	12	.62	.00822
14	14	.62	.01894	40	14	.62	.00629
14	16	.62	.01688	40	16	.62	.00499
14	18	.62	.01533	40	18	.62	.00407
14	20	.62	.01412	40	20	.62	.00339
14	40	.62	.00918	40	40	.62	.00110

9		.66	.54406	16	12	.66	.50439
9	2	.66	.25930	16	12	.66	.22373
9	3	.66	.17114	16	12	.66	.13823
9	4	.66	.12943	16	12	.66	.09848
9	5	.66	.10546	16	12	.66	.07602
9	6	.66	.09001	16	12	.66	.06180
9	7	.66	.07931	16	12	.66	.05208
9	8	.66	.07147	16	12	.66	.04508
9	9	.66	.06551	16	12	.66	.03982
10	10	.66	.06082	16	12	.66	.03574
10	12	.66	.05395	16	12	.66	.02986
10	14	.66	.04916	16	12	.66	.02586
10	16	.66	.04564	16	12	.66	.02297
10	18	.66	.04296	16	12	.66	.02080
10	20	.66	.04084	16	12	.66	.01912
10	40	.66	.03167	16	12	.66	.01215
10	1	.66	.53500	18	12	.66	.49889
10	2	.66	.25112	18	12	.66	.21872
10	3	.66	.16352	18	12	.66	.13363
10	4	.66	.12222	18	12	.66	.09419
10	5	.66	.09856	18	12	.66	.07198
10	6	.66	.08337	18	12	.66	.05796
10	7	.66	.07286	18	12	.66	.04842
10	8	.66	.06519	18	12	.66	.04157
10	9	.66	.05937	18	12	.66	.03643
10	10	.66	.05480	18	12	.66	.03246
10	12	.66	.04812	18	12	.66	.02676
10	14	.66	.04349	18	12	.66	.02290
10	16	.66	.04009	18	12	.66	.02013
10	18	.66	.03750	18	12	.66	.01806
10	20	.66	.03546	18	12	.66	.01646
10	40	.66	.02671	18	12	.66	.00992
12	1	.66	.52147	20	12	.66	.49436
12	2	.66	.23889	20	12	.66	.21470
12	3	.66	.15222	20	12	.66	.12995
12	4	.66	.11155	20	12	.66	.09079
12	5	.66	.08839	20	12	.66	.06880
12	6	.66	.07361	20	12	.66	.05494
12	7	.66	.06343	20	12	.66	.04555
12	8	.66	.05603	20	12	.66	.03881
12	9	.66	.05044	20	12	.66	.03378
12	10	.66	.04607	20	12	.66	.02990
12	12	.66	.03972	20	12	.66	.02436
12	14	.66	.03534	20	12	.66	.02062
12	16	.66	.03214	20	12	.66	.01795
12	18	.66	.02972	20	12	.66	.01596
12	20	.66	.02783	20	12	.66	.01443
12	40	.66	.01978	20	12	.66	.00826
14	1	.66	.51169	40	12	.66	.47432
14	2	.66	.23025	40	12	.66	.19676
14	3	.66	.14420	40	12	.66	.11370
14	4	.66	.10405	40	12	.66	.07580
14	5	.66	.08127	40	12	.66	.05485
14	6	.66	.06680	40	12	.66	.04185
14	7	.66	.05688	40	12	.66	.03320
14	8	.66	.04970	40	12	.66	.02709
14	9	.66	.04429	40	12	.66	.02261
14	10	.66	.04008	40	12	.66	.01922
14	12	.66	.03399	40	12	.66	.01449
14	14	.66	.02981	40	12	.66	.01141
14	16	.66	.02679	40	12	.66	.00928
14	18	.66	.02451	40	12	.66	.00774
14	20	.66	.02273	40	12	.66	.00660
14	40	.66	.01526	40	12	.66	.00246

9	70	72513	16	70	67622
9	70	35391	16	70	30896
9	70	23739	16	70	19524
9	70	18167	16	70	14158
9	70	14939	16	70	11092
9	70	12849	16	70	09130
9	70	11390	16	70	07778
9	70	10318	16	70	06796
9	70	09498	16	70	06053
9	70	08852	16	70	05474
9	70	07901	16	70	04632
9	70	07235	16	70	04053
9	70	06745	16	70	03633
9	70	06369	16	70	03314
9	70	06071	16	70	03066
9	70	04774	16	70	02020
10	70	71384	18	12	66895
10	70	34358	18	70	30263
10	70	22764	18	70	18932
10	70	17236	18	70	13600
10	70	14043	18	70	10559
10	70	11978	18	70	08620
10	70	10541	18	70	07286
10	70	09487	18	70	06320
10	70	08683	18	70	05591
10	70	08050	18	10	05023
10	70	07120	18	12	04202
10	70	06471	18	14	03638
10	70	05994	18	16	03231
10	70	05628	18	18	02924
10	70	05340	18	20	02685
10	70	04089	18	40	01689
12	70	69709	20	1	66348
12	70	32818	20	2	29752
12	70	21316	20	3	18460
12	70	15858	20	4	13155
12	70	12717	20	5	10137
12	70	10695	20	6	08215
12	70	09294	20	7	06898
12	70	08269	20	8	05944
12	70	07489	20	9	05227
12	70	06878	20	10	04670
12	70	05983	20	12	03865
12	70	05363	20	14	03316
12	70	04908	20	16	02920
12	70	04562	20	18	02622
12	70	04289	20	20	02391
12	70	03119	20	40	01438
14	70	68502	40	1	63822
14	70	31721	40	2	27477
14	70	20290	40	3	16355
14	70	14883	40	4	11185
14	70	11783	40	5	08278
14	70	09794	40	6	06450
14	70	08421	40	7	05211
14	70	07419	40	8	04327
14	70	06660	40	9	03670
14	70	06067	40	10	03166
14	70	05201	40	12	02452
14	70	04603	40	14	01979
14	70	04167	40	16	01644
14	70	03836	40	18	01399
14	70	03576	40	20	01214
14	70	02473	40	40	00509

1	74	2. 10618	.74	1. 08551
1	74	1. 57961	.74	.59098
1	74	1. 40410	.74	.43180
1	74	1. 31637	.74	.35409
1	74	1. 26371	.74	.30825
1	74	1. 22860	.74	.27810
1	74	1. 20352	.74	.25678
1	74	1. 18473	.74	.24093
1	74	1. 17010	.74	.22869
1	74	1. 15838	.74	.21896
1	74	1. 14085	.74	.20447
1	74	1. 12828	.74	.19420
1	74	1. 11891	.74	.18654
1	74	1. 11159	.74	.18063
1	74	1. 10574	.74	.17591
1	74	1. 07939	.74	.15489
1	74	1. 46701	.74	1. 04327
1	74	.95646	.74	.55112
1	74	.78838	.74	.39337
1	74	.70493	.74	.31664
1	74	.65511	.74	.27155
1	74	.62198	.74	.24197
1	74	.59839	.74	.22110
1	74	.58074	.74	.20563
1	74	.56701	.74	.19369
1	74	.55606	.74	.18422
1	74	.53964	.74	.17014
1	74	.52793	.74	.16018
1	74	.51916	.74	.15278
1	74	.51235	.74	.14705
1	74	.50689	.74	.14250
1	74	.48242	.74	.12229
1	74	1. 25481	.74	1. 01316
1	74	.75219	.74	.52274
1	74	.58833	.74	.36613
1	74	.50751	.74	.29020
1	74	.45947	.74	.24569
1	74	.42765	.74	.21657
1	74	.40504	.74	.19608
1	74	.38816	.74	.18090
1	74	.37507	.74	.16923
1	74	.36463	.74	.15997
1	74	.34903	.74	.14624
1	74	.33790	.74	.13655
1	74	.32960	.74	.12936
1	74	.32315	.74	.12381
1	74	.31799	.74	.11940
1	74	.29490	.74	.09991
1	74	1. 14894	.74	.99053
1	74	.65116	.74	.50156
1	74	.49004	.74	.34581
1	74	.41101	.74	.27053
1	74	.36422	.74	.22652
1	74	.33335	.74	.19778
1	74	.31147	.74	.17760
1	74	.29517	.74	.16269
1	74	.28255	.74	.15122
1	74	.27252	.74	.14216
1	74	.25752	.74	.12872
1	74	.24687	.74	.11927
1	74	.23893	.74	.11226
1	74	.23276	.74	.10686
1	74	.22785	.74	.10258
1	74	.20588	.74	.08373

9	1	.74	.97302	16	1	.74	.91181
9	2	.74	.48509	16	2	.74	.42788
9	3	.74	.33012	16	3	.74	.27575
9	4	.74	.25537	16	4	.74	.20316
9	5	.74	.21175	16	5	.74	.16124
9	6	.74	.18333	16	6	.74	.13418
9	7	.74	.16342	16	7	.74	.11542
9	8	.74	.14873	16	8	.74	.10168
9	9	.74	.13746	16	9	.74	.09123
10	10	.74	.12855	16	10	.74	.08304
10	12	.74	.11538	16	12	.74	.07105
10	14	.74	.10612	16	14	.74	.06274
10	16	.74	.09928	16	16	.74	.05667
10	18	.74	.09402	16	18	.74	.05204
10	20	.74	.08985	16	20	.74	.04841
10	40	.74	.07155	16	40	.74	.03293
10	1	.74	.95886	18	1	.74	.90273
10	2	.74	.47198	18	2	.74	.41978
10	3	.74	.31759	18	3	.74	.26809
10	4	.74	.24328	18	4	.74	.19582
10	5	.74	.20003	18	5	.74	.15419
10	6	.74	.17189	18	6	.74	.12738
10	7	.74	.15222	18	7	.74	.10880
10	8	.74	.13771	18	8	.74	.09524
10	9	.74	.12660	18	9	.74	.08493
10	10	.74	.11783	18	10	.74	.07687
10	12	.74	.10489	18	12	.74	.06510
10	14	.74	.09582	18	14	.74	.05697
10	16	.74	.08912	18	16	.74	.05104
10	18	.74	.08398	18	18	.74	.04654
10	20	.74	.07991	18	20	.74	.04301
10	40	.74	.06213	18	40	.74	.02809
12	1	.74	.93787	20	1	.74	.89597
12	2	.74	.45234	20	2	.74	.41322
12	3	.74	.29893	20	3	.74	.26200
12	4	.74	.22534	20	4	.74	.18999
12	5	.74	.18265	20	5	.74	.14859
12	6	.74	.15496	20	6	.74	.12196
12	7	.74	.13566	20	7	.74	.10355
12	8	.74	.12146	20	8	.74	.09012
12	9	.74	.11062	20	9	.74	.07996
12	10	.74	.10209	20	10	.74	.07200
12	12	.74	.08953	20	12	.74	.06042
12	14	.74	.08077	20	14	.74	.05244
12	16	.74	.07432	20	16	.74	.04664
12	18	.74	.06938	20	18	.74	.04224
12	20	.74	.06548	20	20	.74	.03880
12	40	.74	.04860	20	40	.74	.02437
14	1	.74	.92274	40	1	.74	.86474
14	2	.74	.43836	40	2	.74	.38424
14	3	.74	.28566	40	3	.74	.23466
14	4	.74	.21262	40	4	.74	.16404
14	5	.74	.17035	40	5	.74	.12381
14	6	.74	.14303	40	6	.74	.09819
14	7	.74	.12401	40	7	.74	.08061
14	8	.74	.11008	40	8	.74	.06792
14	9	.74	.09945	40	9	.74	.05839
14	10	.74	.09111	40	10	.74	.05102
14	12	.74	.07886	40	12	.74	.04044
14	14	.74	.07035	40	14	.74	.03329
14	16	.74	.06410	40	16	.74	.02818
14	18	.74	.05933	40	18	.74	.02438
14	20	.74	.05558	40	20	.74	.02146
14	40	.74	.03945	40	40	.74	.00994

9		.78	1. 32442	16	1. 24618
9	3	.78	.67304	16	.59899
9	4	.78	.46400	16	.39290
9	5	.78	.36241	16	.29349
9	6	.78	.30276	16	.23564
9	7	.78	.26374	16	.19803
9	8	.78	.23626	16	.17175
9	9	.78	.21591	16	.15242
10		.78	.20027	16	.13765
10	10	.78	.18786	10	.12600
10	12	.78	.16947	12	.10888
10	14	.78	.15650	14	.09693
10	16	.78	.14688	16	.08814
10	18	.78	.13946	18	.08141
10	20	.78	.13358	20	.07611
10	40	.78	.10761	40	.05322
10	1	.78	1. 30847	10	1. 23507
10	2	.78	.65607	12	.58849
10	3	.78	.44769	14	.38278
10	4	.78	.34653	16	.28379
10	5	.78	.28725	18	.22622
10	6	.78	.24852	20	.18884
10	7	.78	.22127	22	.16278
10	8	.78	.20114	24	.14363
10	9	.78	.18566	26	.12900
10	10	.78	.17340	28	.11750
10	12	.78	.15526	30	.10062
10	14	.78	.14248	32	.08886
10	16	.78	.13302	34	.08022
10	18	.78	.12573	36	.07363
10	20	.78	.11995	38	.06844
10	40	.78	.09454	40	.04618
12	1	.78	1. 27970	1	1. 22588
12	2	.78	.63060	2	.58006
12	3	.78	.42323	3	.37480
12	4	.78	.32284	4	.27605
12	5	.78	.26417	5	.21870
12	6	.78	.22589	6	.18156
12	7	.78	.19905	7	.15565
12	8	.78	.17925	8	.13666
12	9	.78	.16405	9	.12218
12	10	.78	.15205	10	.11078
12	12	.78	.13432	12	.09410
12	14	.78	.12187	14	.08249
12	16	.78	.11267	16	.07400
12	18	.78	.10561	18	.06752
12	20	.78	.10002	20	.06243
12	40	.78	.07558	40	.04072
14	1	.78	1. 26061	1	1. 18603
14	2	.78	.61260	2	.54222
14	3	.78	.40589	3	.33884
14	4	.78	.30603	4	.24153
14	5	.78	.24782	5	.18538
14	6	.78	.20993	6	.14926
14	7	.78	.18338	7	.12422
14	8	.78	.16385	8	.10602
14	9	.78	.14888	9	.09222
14	10	.78	.13708	10	.08145
14	12	.78	.11967	12	.06585
14	14	.78	.10750	14	.05514
14	16	.78	.09852	16	.04741
14	18	.78	.09164	18	.04160
14	20	.78	.08620	20	.03708
14	40	.78	.06260	40	.01866

1	82	3.73548	82	2.03646
1	82	2.80165	82	1.13700
1	82	2.49035	82	.84356
1	82	2.33475	82	.69887
1	82	2.24138	82	.61299
1	82	2.17903	82	.55622
1	82	2.13457	82	.51592
1	82	2.10124	82	.48587
1	82	2.07528	82	.46259
1	82	2.05451	82	.44403
1	82	2.02339	82	.41632
1	82	2.00119	82	.39663
1	82	1.98452	82	.38192
1	82	1.97156	82	.37051
1	82	1.96115	82	.36141
1	82	1.91444	82	.32071
1	82	2.67275	82	1.96564
1	82	1.75618	82	1.06888
1	82	1.45310	82	.77694
1	82	1.30220	82	.63336
1	82	1.21197	82	.54830
1	82	1.15189	82	.49214
1	82	1.10905	82	.45235
1	82	1.07700	82	.42272
1	82	1.05207	82	.39977
1	82	1.03216	82	.38151
1	82	1.00226	82	.35426
1	82	.98095	82	.33492
1	82	.96499	82	.32049
1	82	.95256	82	.30931
1	82	.94263	82	.30040
1	82	.89802	82	.26064
1	82	2.31900	82	1.91521
1	82	1.41105	82	1.02036
1	82	1.11250	82	.72959
1	82	.96453	82	.58686
1	82	.87622	82	.50246
1	82	.81760	82	.44681
1	82	.77587	82	.40741
1	82	.74467	82	.37810
1	82	.72044	82	.35545
1	82	.70110	82	.33744
1	82	.67215	82	.31058
1	82	.65151	82	.29155
1	82	.63604	82	.27737
1	82	.62402	82	.26638
1	82	.61445	82	.25763
1	82	.57140	82	.21869
1	82	2.14243	82	1.87778
1	82	1.23954	82	.98403
1	82	.94393	82	.69422
1	82	.79785	82	.55217
1	82	.71099	82	.46830
1	82	.65340	82	.41305
1	82	.61247	82	.37401
1	82	.58191	82	.34498
1	82	.55823	82	.32257
1	82	.53932	82	.30477
1	82	.51104	82	.27825
1	82	.49092	82	.25948
1	82	.47588	82	.24550
1	82	.46420	82	.23470
1	82	.45488	82	.22610
1	82	.41308	82	.18789

9	1	.82	1.	84838	16	1	.82	1.	74572
9	2	.82	.	95579	16	2	.82	.	85737
9	3	.82	.	66672	16	3	.82	.	57127
9	4	.82	.	52531	16	4	.82	.	43213
9	5	.82	.	44184	16	5	.82	.	35048
9	6	.82	.	38697	16	6	.82	.	29712
9	7	.82	.	34824	16	7	.82	.	25961
9	8	.82	.	31946	16	8	.82	.	23189
9	9	.82	.	29724	16	9	.82	.	21060
10	10	.82	.	27962	16	10	.82	.	19379
10	12	.82	.	25340	16	12	.82	.	16891
10	14	.82	.	23486	16	14	.82	.	15144
10	16	.82	.	22106	16	16	.82	.	13853
10	18	.82	.	21041	16	18	.82	.	12862
10	20	.82	.	20193	16	20	.82	.	12078
10	40	.82	.	16440	16	40	.82	.	08656
10	1	.82	1.	82479	18	1	.82	1.	73085
10	2	.82	.	93324	18	2	.82	.	84332
10	3	.82	.	64479	18	3	.82	.	55764
10	4	.82	.	50385	18	4	.82	.	41893
10	5	.82	.	42080	18	5	.82	.	33763
10	6	.82	.	36625	18	6	.82	.	28447
10	7	.82	.	32775	18	7	.82	.	24720
10	8	.82	.	29916	18	8	.82	.	21967
10	9	.82	.	27714	18	9	.82	.	19855
10	10	.82	.	25966	18	10	.82	.	18186
10	12	.82	.	23371	18	12	.82	.	15723
10	14	.82	.	21538	18	14	.82	.	13998
10	16	.82	.	20176	18	16	.82	.	12725
10	18	.82	.	19124	18	18	.82	.	11746
10	20	.82	.	18288	18	20	.82	.	10975
10	40	.82	.	14594	18	40	.82	.	07620
12	1	.82	1.	78936	20	1	.82	1.	71858
12	2	.82	.	89934	20	2	.82	.	83208
12	3	.82	.	61208	20	3	.82	.	54687
12	4	.82	.	47185	20	4	.82	.	40841
12	5	.82	.	38942	20	5	.82	.	32735
12	6	.82	.	33533	20	6	.82	.	27440
12	7	.82	.	29724	20	7	.82	.	23730
12	8	.82	.	26902	20	8	.82	.	20993
12	9	.82	.	24730	20	9	.82	.	18896
12	10	.82	.	23009	20	10	.82	.	17241
12	12	.82	.	20457	20	12	.82	.	14800
12	14	.82	.	18659	20	14	.82	.	13091
12	16	.82	.	17325	20	16	.82	.	11831
12	18	.82	.	16297	20	18	.82	.	10866
12	20	.82	.	15481	20	20	.82	.	10105
12	40	.82	.	11892	20	40	.82	.	06811
14	1	.82	1.	76393	40	1	.82	1.	66540
14	2	.82	.	87523	40	2	.82	.	78146
14	3	.82	.	58874	40	3	.82	.	49839
14	4	.82	.	44912	40	4	.82	.	36138
14	5	.82	.	36711	40	5	.82	.	28156
14	6	.82	.	31343	40	6	.82	.	22967
14	7	.82	.	27567	40	7	.82	.	19353
14	8	.82	.	24772	40	8	.82	.	16695
14	9	.82	.	22626	40	9	.82	.	14668
14	10	.82	.	20925	40	10	.82	.	13080
14	12	.82	.	18408	40	12	.82	.	10751
14	14	.82	.	16637	40	14	.82	.	09138
14	16	.82	.	15327	40	16	.82	.	07961
14	18	.82	.	14319	40	18	.82	.	07068
14	20	.82	.	13521	40	20	.82	.	06369
14	40	.82	.	10021	40	40	.82	.	03438

9		.86	2.69272	16	.86	2.55183
9	1	.86	1.41458	16	.86	1.27764
9	2	.86	.99749	16	.86	.86363
9	3	.86	.79213	16	.86	.66059
9	4	.86	.67043	16	.86	.54079
9	5	.86	.59006	16	.86	.46200
9	6	.86	.53314	16	.86	.40638
9	7	.86	.49080	16	.86	.36511
9	8	.86	.45803	16	.86	.33328
9	9	.86	.43194	16	.86	.30806
9	10	.86	.39309	16	.86	.27058
9	12	.86	.36552	16	.86	.24415
9	14	.86	.34497	16	.86	.22455
9	16	.86	.32908	16	.86	.20943
9	18	.86	.31641	16	.86	.19743
9	20	.86	.26004	16	.86	.14461
9	40	.86	2.66002	18	.86	2.53057
10		.86	1.38331	18	.86	1.25821
10	1	.86	.96676	18	.86	.84465
10	2	.86	.76193	18	.86	.64189
10	3	.86	.64065	18	.86	.52242
10	4	.86	.56063	18	.86	.44388
10	5	.86	.50398	18	.86	.38852
10	6	.86	.46178	18	.86	.34741
10	7	.86	.42921	18	.86	.31579
10	8	.86	.40330	18	.86	.29069
10	9	.86	.36470	18	.86	.25348
10	10	.86	.33737	18	.86	.22727
10	12	.86	.31700	18	.86	.20785
10	14	.86	.30123	18	.86	.19288
10	16	.86	.28870	18	.86	.18100
10	18	.86	.23296	18	.86	.12892
10	20	.86	2.61214	20	.86	2.51448
10	40	.86	1.33648	20	.86	1.24241
12		.86	.92086	20	.86	.82941
12	1	.86	.71679	20	.86	.62703
12	2	.86	.59613	20	.86	.50776
12	3	.86	.51661	20	.86	.42943
12	4	.86	.46034	20	.86	.37425
12	5	.86	.41855	20	.86	.33332
12	6	.86	.38630	20	.86	.30182
12	7	.86	.36066	20	.86	.27690
12	8	.86	.32254	20	.86	.23992
12	9	.86	.29555	20	.86	.21389
12	10	.86	.27550	20	.86	.19459
12	12	.86	.25998	20	.86	.17976
12	14	.86	.24766	20	.86	.16800
12	16	.86	.19305	20	.86	.11656
12	18	.86	2.57717	40	.86	2.44149
12	20	.86	1.30289	40	.86	1.17213
12	40	.86	.88816	40	.86	.76118
14		.86	.68465	40	.86	.56016
14	1	.86	.56444	40	.86	.44221
14	2	.86	.48532	40	.86	.36505
14	3	.86	.42946	40	.86	.31079
14	4	.86	.38790	40	.86	.27070
14	5	.86	.35590	40	.86	.23998
14	6	.86	.33048	40	.86	.21570
14	7	.86	.29274	40	.86	.17991
14	8	.86	.26606	40	.86	.15490
14	9	.86	.24623	40	.86	.13648
14	10	.86	.23094	40	.86	.12240
14	12	.86	.21879	40	.86	.11132
14	14	.86	.16514	40	.86	.06381

9		.90	4.24293	16	1	.90	4.03115
9		.90	2.26128	16	2	.90	2.05514
9		.90	1.61007	16	3	.90	1.40727
9		.90	1.28810	16	4	.90	1.08723
9		.90	1.09623	16	5	.90	.89739
9		.90	.96926	16	6	.90	.77204
9		.90	.87902	16	7	.90	.68310
9		.90	.81173	16	8	.90	.61695
9		.90	.75958	16	9	.90	.56584
9		.90	.71799	16	10	.90	.52511
9		.90	.65588	16	12	.90	.46444
9		.90	.61175	16	14	.90	.42149
9		.90	.57879	16	16	.90	.38948
9		.90	.55322	16	18	.90	.36474
9		.90	.53280	16	20	.90	.34506
9		.90	.44173	16	40	.90	.25771
10	1	.90	4.19451	18	1	.90	4.00283
10	2	.90	2.21418	18	2	.90	2.02589
10	3	.90	1.56373	18	3	.90	1.37828
10	4	.90	1.24197	18	4	.90	1.05861
10	5	.90	1.05062	18	5	.90	.86911
10	6	.90	.92405	18	6	.90	.74397
10	7	.90	.83410	18	7	.90	.65540
10	8	.90	.76700	18	8	.90	.58947
10	9	.90	.71498	18	9	.90	.53842
10	10	.90	.67357	18	10	.90	.49786
10	12	.90	.61174	18	12	.90	.43750
10	14	.90	.56785	18	14	.90	.39474
10	16	.90	.53503	18	16	.90	.36295
10	18	.90	.50963	18	18	.90	.33836
10	20	.90	.48938	18	20	.90	.31880
10	40	.90	.39896	18	40	.90	.23224
12	1	.90	4.12221	20	1	.90	3.97755
12	2	.90	2.14374	20	2	.90	2.00222
12	3	.90	1.49400	20	3	.90	1.35478
12	4	.90	1.17300	20	4	.90	1.03584
12	5	.90	.98233	20	5	.90	.84661
12	6	.90	.85625	20	6	.90	.72172
12	7	.90	.76680	20	7	.90	.63328
12	8	.90	.70005	20	8	.90	.56743
12	9	.90	.64840	20	9	.90	.51660
12	10	.90	.60728	20	10	.90	.47617
12	12	.90	.54594	20	12	.90	.41608
12	14	.90	.50241	20	14	.90	.37352
12	16	.90	.46992	20	16	.90	.34186
12	18	.90	.44479	20	18	.90	.31739
12	20	.90	.42472	20	20	.90	.29795
12	40	.90	.33551	20	40	.90	.21208
14	1	.90	4.07023	40	1	.90	3.87002
14	2	.90	2.09280	40	2	.90	1.89627
14	3	.90	1.44418	40	3	.90	1.25111
14	4	.90	1.12392	40	4	.90	.93348
14	5	.90	.93375	40	5	.90	.74550
14	6	.90	.80812	40	6	.90	.62160
14	7	.90	.71891	40	7	.90	.53428
14	8	.90	.65247	40	8	.90	.46927
14	9	.90	.60112	40	9	.90	.41920
14	10	.90	.56022	40	10	.90	.37952
14	12	.90	.49926	40	12	.90	.32062
14	14	.90	.45603	40	14	.90	.27912
14	16	.90	.42382	40	16	.90	.24836
14	18	.90	.39889	40	18	.90	.22471
14	20	.90	.37903	40	20	.90	.20596
14	40	.90	.29080	40	40	.90	.12426

1	12	.94	14.72675	1	.94	8.58948
1	3	.94	11.04516	1	.94	4.94629
1	4	.94	9.81767	1	.94	3.73854
1	5	.94	9.20451	1	.94	3.13778
1	6	.94	8.83640	1	.94	2.77787
1	7	.94	8.59056	1	.94	2.53861
1	8	.94	8.41552	1	.94	2.36810
1	9	.94	8.28371	1	.94	2.24018
1	10	.94	8.18149	1	.94	2.14116
1	12	.94	8.09964	1	.94	2.06179
1	14	.94	7.97734	1	.94	1.94306
1	16	.94	7.88952	1	.94	1.85811
1	18	.94	7.82379	1	.94	1.79479
1	20	.94	7.77178	1	.94	1.74536
1	40	.94	7.73117	1	.94	1.70603
1	12	.94	7.54845	1	.94	1.52881
1	22	.94	10.89053	1	.94	8.33540
1	33	.94	7.22874	1	.94	4.69296
1	44	.94	6.01050	1	.94	3.48731
1	55	.94	5.40253	1	.94	2.88728
1	66	.94	5.03764	1	.94	2.52859
1	77	.94	4.79486	1	.94	2.29004
1	88	.94	4.62174	1	.94	2.11993
1	99	.94	4.49162	1	.94	1.99280
10	10	.94	4.39046	1	.94	1.89383
12	12	.94	4.30968	1	.94	1.81496
14	14	.94	4.18821	1	.94	1.69667
16	16	.94	4.10176	1	.94	1.61237
18	18	.94	4.03667	1	.94	1.54918
20	20	.94	3.98619	1	.94	1.50006
40	40	.94	3.94579	1	.94	1.46088
1	21	.94	3.76394	1	.94	1.28476
2	22	.94	9.61206	1	.94	8.15244
3	23	.94	5.95948	1	.94	4.51307
4	24	.94	4.74674	1	.94	3.30789
5	25	.94	4.14184	1	.94	2.70876
6	26	.94	3.77940	1	.94	2.35109
7	27	.94	3.53808	1	.94	2.11291
8	28	.94	3.36597	1	.94	1.94333
9	29	.94	3.23685	1	.94	1.81641
10	30	.94	3.13645	1	.94	1.71789
12	32	.94	3.05634	1	.94	1.63920
14	34	.94	2.93616	1	.94	1.52136
16	36	.94	2.85019	1	.94	1.43741
18	38	.94	2.78587	1	.94	1.37454
20	40	.94	2.73587	1	.94	1.32571
40	40	.94	2.69576	1	.94	1.28665
1	41	.94	2.51599	1	.94	1.11150
2	42	.94	8.97392	1	.94	8.01390
3	43	.94	5.32583	1	.94	4.37741
4	44	.94	4.11639	1	.94	3.17388
4	45	.94	3.51353	1	.94	2.57518
4	46	.94	3.15271	1	.94	2.21776
4	47	.94	2.91246	1	.94	1.98029
4	48	.94	2.74141	1	.94	1.81115
4	49	.94	2.61300	1	.94	1.68452
4	50	.94	2.51333	1	.94	1.58628
4	51	.94	2.43345	1	.94	1.50782
4	52	.94	2.31409	1	.94	1.39032
4	53	.94	2.22902	1	.94	1.30675
4	54	.94	2.16510	1	.94	1.24406
4	55	.94	2.11543	1	.94	1.19543
4	56	.94	2.07577	1	.94	1.15648
4	57	.94	1.89727	1	.94	.98235

9	1	.94	7.90767	16	1	.94	7.53834
9	2	.94	4.27288	16	2	.94	3.90315
9	3	.94	3.06906	16	3	.94	2.70374
9	4	.94	2.47151	16	4	.94	2.10892
9	5	.94	2.11449	16	5	.94	1.75366
9	6	.94	1.87724	16	6	.94	1.51833
9	7	.94	1.70861	16	7	.94	1.35088
9	8	.94	1.58213	16	8	.94	1.22559
9	9	.94	1.48413	16	9	.94	1.12864
9	10	.94	1.40590	16	10	.94	1.05128
9	12	.94	1.28880	16	12	.94	.93572
9	14	.94	1.20533	16	14	.94	.85354
9	16	.94	1.14289	16	16	.94	.79211
9	18	.94	1.09447	16	18	.94	.74450
9	20	.94	1.05577	16	20	.94	.70652
9	40	.94	.88231	16	40	.94	.53696
10	1	.94	7.82249	18	1	.94	7.48364
10	2	.94	4.18742	18	2	.94	3.85071
10	3	.94	2.98609	18	3	.94	2.65242
10	4	.94	2.38846	18	4	.94	2.05762
10	5	.94	2.03173	18	5	.94	1.70225
10	6	.94	1.79489	18	6	.94	1.46706
10	7	.94	1.62647	18	7	.94	1.29995
10	8	.94	1.50051	18	8	.94	1.17502
10	9	.94	1.40257	18	9	.94	1.07813
10	10	.94	1.32450	18	10	.94	1.00102
10	12	.94	1.20768	18	12	.94	.88565
10	14	.94	1.12453	18	14	.94	.80380
10	16	.94	1.06221	18	16	.94	.74250
10	18	.94	1.01401	18	18	.94	.69506
10	20	.94	.97540	18	20	.94	.65724
10	40	.94	.80267	18	40	.94	.48851
12	1	.94	7.69796	20	1	.94	7.44127
12	2	.94	4.06191	20	2	.94	3.80867
12	3	.94	2.86066	20	3	.94	2.61020
12	4	.94	2.26392	20	4	.94	2.01566
12	5	.94	1.90819	20	5	.94	1.66141
12	6	.94	1.67177	20	6	.94	1.42651
12	7	.94	1.50365	20	7	.94	1.25941
12	8	.94	1.37800	20	8	.94	1.13453
12	9	.94	1.28058	20	9	.94	1.03793
12	10	.94	1.20279	20	10	.94	.96077
12	12	.94	1.08647	20	12	.94	.84567
12	14	.94	1.00364	20	14	.94	.76399
12	16	.94	.94180	20	16	.94	.70299
12	18	.94	.89371	20	18	.94	.65563
12	20	.94	.85542	20	20	.94	.61792
12	40	.94	.68390	20	40	.94	.44992
14	1	.94	7.60525	40	1	.94	7.25204
14	2	.94	3.97156	40	2	.94	3.62059
14	3	.94	2.77118	40	3	.94	2.42375
14	4	.94	2.17555	40	4	.94	1.82993
14	5	.94	1.82004	40	5	.94	1.47674
14	6	.94	1.58391	40	6	.94	1.24296
14	7	.94	1.41619	40	7	.94	1.07712
14	8	.94	1.29079	40	8	.94	.95310
14	9	.94	1.19371	40	9	.94	.85734
14	10	.94	1.11624	40	10	.94	.78103
14	12	.94	1.00022	40	12	.94	.66727
14	14	.94	.91774	40	14	.94	.58657
14	16	.94	.85610	40	16	.94	.52639
14	18	.94	.80830	40	18	.94	.47993
14	20	.94	.77015	40	20	.94	.44289
14	40	.94	.59971	40	40	.94	.27930

1	98	48.02556	1	98	28.54997
1	98	36.01262	1	98	16.58202
1	98	32.01661	1	98	12.60746
1	98	30.01259	1	98	10.61674
1	98	28.81338	1	98	9.42611
1	98	28.01325	1	98	8.63126
1	98	27.44141	1	98	8.06446
1	98	27.00664	1	98	7.63942
1	98	26.68432	1	98	7.30926
1	98	26.41101	1	98	7.04451
1	98	26.01152	1	98	6.64804
1	98	25.71898	1	98	6.36622
1	98	25.52438	1	98	6.15351
1	98	25.35506	1	98	5.98926
1	98	25.19833	1	98	5.85737
1	98	24.60978	1	98	5.26341
1	98	35.86145	1	98	27.75555
1	98	23.87029	1	98	15.77912
1	98	19.87372	1	98	11.80101
1	98	17.87893	1	98	9.80925
1	98	16.68264	1	98	8.62041
1	98	15.88724	1	98	7.82807
1	98	15.31517	1	98	7.26127
1	98	14.88870	1	98	6.83765
1	98	14.55625	1	98	6.50611
1	98	14.29129	1	98	6.24365
1	98	13.89274	1	98	5.84689
1	98	13.60793	1	98	5.56425
1	98	13.39139	1	98	5.35298
1	98	13.23089	1	98	5.18918
1	98	13.09478	1	98	5.05600
1	98	12.49093	1	98	4.46467
1	98	31.79977	1	98	27.14865
1	98	19.81751	1	98	15.19975
1	98	15.83624	1	98	11.22318
1	98	13.84462	1	98	9.23418
1	98	12.64960	1	98	8.04677
1	98	11.85114	1	98	7.25337
1	98	11.28221	1	98	6.68839
1	98	10.85682	1	98	6.26362
1	98	10.52697	1	98	5.93360
1	98	10.25878	1	98	5.66988
1	98	9.86323	1	98	5.27577
1	98	9.57810	1	98	4.99302
1	98	9.36709	1	98	4.78251
1	98	9.20131	1	98	4.61800
1	98	9.06745	1	98	4.48507
1	98	8.46904	1	98	3.89523
1	98	29.76843	1	98	26.71016
1	98	17.80355	1	98	14.76698
1	98	13.81191	1	98	10.78820
1	98	11.82719	1	98	8.80704
1	98	10.63278	1	98	7.61435
1	98	9.83725	1	98	6.82137
1	98	9.27176	1	98	6.25650
1	98	8.84454	1	98	5.83488
1	98	8.51425	1	98	5.50480
1	98	8.24942	1	98	5.24152
1	98	7.85382	1	98	4.84648
1	98	7.56934	1	98	4.56577
1	98	7.35729	1	98	4.35374
1	98	7.19201	1	98	4.18985
1	98	7.06030	1	98	4.05846
1	98	6.46564	1	98	3.46882

9	1	.98	26.39945	16	1	.98	25.23365
9	2	.98	14.42762	16	1	.98	13.24362
9	3	.98	10.45507	16	1	.98	9.28168
9	4	.98	8.47036	16	1	.98	7.29674
9	5	.98	7.28160	16	1	.98	6.10839
9	6	.98	6.48751	16	1	.98	5.31889
9	7	.98	5.92397	16	1	.98	4.75561
9	8	.98	5.49936	16	1	.98	4.33513
9	9	.98	5.17197	16	1	.98	4.00589
10	10	.98	4.90828	16	1	.98	3.74336
10	12	.98	4.51463	16	1	.98	3.35016
10	14	.98	4.23237	16	1	.98	3.07021
10	16	.98	4.02134	16	1	.98	2.86135
10	18	.98	3.85733	16	1	.98	2.69789
10	20	.98	3.72670	16	1	.98	2.56755
10	40	.98	3.13677	16	1	.98	1.98238
10	1	.98	26.13100	18	1	.98	25.06255
10	2	.98	14.15997	18	1	.98	13.08894
10	3	.98	10.18605	18	1	.98	9.11594
10	4	.98	8.19933	18	1	.98	7.12802
10	5	.98	7.01457	18	1	.98	5.94146
10	6	.98	6.22270	18	1	.98	5.15346
10	7	.98	5.65622	18	1	.98	4.59015
10	8	.98	5.23355	18	1	.98	4.16807
10	9	.98	4.90372	18	1	.98	3.84082
10	10	.98	4.64233	18	1	.98	3.57836
10	12	.98	4.24783	18	1	.98	3.18469
10	14	.98	3.96661	18	1	.98	2.90548
10	16	.98	3.75579	18	1	.98	2.69519
10	18	.98	3.59208	18	1	.98	2.53312
10	20	.98	3.46082	18	1	.98	2.40262
10	40	.98	2.87262	18	1	.98	1.81844
12	1	.98	25.73767	20	1	.98	24.87836
12	2	.98	13.76431	20	1	.98	12.95527
12	3	.98	9.78229	20	1	.98	8.97990
12	4	.98	7.80002	20	1	.98	6.99498
12	5	.98	6.60935	20	1	.98	5.80904
12	6	.98	5.82199	20	1	.98	5.01989
12	7	.98	5.25577	20	1	.98	4.45701
12	8	.98	4.83257	20	1	.98	4.03361
12	9	.98	4.50381	20	1	.98	3.70601
12	10	.98	4.24244	20	1	.98	3.44599
12	12	.98	3.84933	20	1	.98	3.05350
12	14	.98	3.56824	20	1	.98	2.77288
12	16	.98	3.35824	20	1	.98	2.56361
12	18	.98	3.19391	20	1	.98	2.40036
12	20	.98	3.06388	20	1	.98	2.27105
12	40	.98	2.47581	20	1	.98	1.68712
14	1	.98	25.41849	40	1	.98	24.33517
14	2	.98	13.46200	40	1	.98	12.33150
14	3	.98	9.49944	40	1	.98	8.37182
14	4	.98	7.51192	40	1	.98	6.39628
14	5	.98	6.32587	40	1	.98	5.20475
14	6	.98	5.53493	40	1	.98	4.42124
14	7	.98	4.97172	40	1	.98	3.85958
14	8	.98	4.54710	40	1	.98	3.43643
14	9	.98	4.22086	40	1	.98	3.11013
14	10	.98	3.95784	40	1	.98	2.84868
14	12	.98	3.56432	40	1	.98	2.45794
14	14	.98	3.28424	40	1	.98	2.17944
14	16	.98	3.07374	40	1	.98	1.97009
14	18	.98	2.91025	40	1	.98	1.80821
14	20	.98	2.77964	40	1	.98	1.67980
14	40	.98	2.19332	40	1	.98	1.10049

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00289446 5