DOI: 10.24275/uama.6741.8138

Universidad Autónoma Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética

Control de velocidad de un motor de reluctancia variable de 4 fases y 6 polos, utilizando técnicas de control clásico

Tesis que presenta:
Jesús Daniel González San Román

Para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

Director de tesis:
Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro

Co-Director de tesis:
Dra. Irma Irasema Siller Alcalá

CBI DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
UAM - Azcapotzalco

Declaratoria

- Yo, Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

  Firma ______________________

- Yo, Dra. Irma Irasema Siller Alcalá, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

  Firma ______________________

- Yo, Ing. Jesús Daniel González San Román, doy mi autorización a la Coordinación de Servicios de Información de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, para publicar el presente documento en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

  Firma ______________________

Ciudad de México a 3 de noviembre de 2021

Jurado asignado:

Presidente: Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks

Secretario: M. en C. Eduardo Campero Littlewood

Vocal 1: Dr. Hoover Mújica Ortega

Vocal 2: Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro

Ciudad de México, México

Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro
Departamento de Electrónica, UAM-A

Nombre y firma del Director de la idónea comunicación de resultados

Dra. Irma Irasema Siller Alcalá
Departamento de Electrónica, UAM-A

Nombre y firma del Co-director de la idónea comunicación de resultados

Casa abierta al tiempo
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00008
Matrícula: 2193803755

Control de velocidad de un motor de reluctancia variable de 4 fases y 6 polos, utilizando técnicas de control clásico

En la Ciudad de México, se presentaron virtualmente a las 11:00 horas del día 3 del mes de noviembre del año 2021, los suscritos miembros del jurado:

DR. LUIS ANTONIO AMEZQUITA BROOKS
DR. JESUS ULISES LICEAGA CASTRO
DR. HOOVER MUJICA ORTEGA
MTRO. EDUARDO CAMPERO LITTLEWOOD

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTROMAGNETICA

DE: JESUS DANIEL GONZALEZ SAN ROMAN

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

APROBAR

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
DIRECCIÓN DE SISTEMAS ESCOLARES

JESUS DANIEL GONZALEZ SAN ROMAN
ALUMNO

REVISÓ
MTRA. ROSALÍA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTORA DE LA DIVISION DE CBI
DRA. TERESA MERCHAND HERNANDEZ

PRESIDENTE
DR. LUIS ANTONIO AMEZQUITA BROOKS

VOCAL
DR. JESUS ULISES LICEAGA CASTRO

VOCAL
DR. HOOVER MUJICA ORTEGA

SECRETARIO
MTRO. EDUARDO CAMPERO LITTLEWOOD

El presente documento cuenta con la firma –autógrafa, escaneada o digital, según corresponda- del funcionario universitario competente, que certifica que las firmas que aparecen en esta acta – Temporal, digital o dictamen- son auténticas y las mismas que usan los c.c. profesores mencionados en ella

A mis padres y hermanos

Jesús Daniel González San Román,
Ciudad de México, 2021

Agradecimientos

A mis padres que siempre me brindaron su apoyo y amor en todo momento.

A mi hermano Josué, con quien siempre compartí y debatí todo lo que aprendí en la maestría.

A mis asesores, el Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro y la Dra. Irma Irasema Siller Alcalá, por sus consejos y su guía, los cuales, fueron fundamentales en mi formación y en la realización de este trabajo.

A mis compañeros y profesores de la maestría, por compartir su conocimiento conmigo y por hacerme sentir parte de esta maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por brindarme un apoyo económico durante los últimos dos años.

Resumen

En este trabajo se presenta el análisis y diseño de un sistema de control de velocidad de un motor de reluctancia variable de seis polos y cuatro fases. El modelo no lineal de motor incluye la no linealidad de la fricción de Coulomb más la fricción viscosa. Se lleva a cabo el análisis estructural del modelo no lineal el cual es linealizado en el punto de operación establecido a las 2000rpm. Tanto el modelo no lineal como el lineal son comparados tanto en su estructura como en sus respuestas mediante simulaciones digitales encontrándose que bajo ciertas condiciones ambos tienen comportamientos similares.

Posteriormente, con base en el modelo lineal se diseña un controlador clásico PI y se somete a pruebas de regulación, seguimiento y variaciones del torque de carga. El diseño del controlador se realiza mediante la técnica de *Bode shaping* garantizando márgenes de ganancia y fase adecuados con un ancho de banda mayor al modo del subsistema mecánico. La robustez es verificada mediante la simulación digital del sistema de control utilizando el modelo no lineal, el cual es, además, sometido a variaciones de carga encontrándose que el controlador PI tiene excelente desempeño tanto en regulación como en seguimiento.

Por último, se proponen dos controladores adicionales: el primero se trata de un controlador PII, cuyo objetivo es reducir el efecto de la no linealidad llamada zona muerta presente en el motor en el arranque o a bajas velocidades. El segundo es un controlador PI que agrega una nueva técnica para la reducción del rizo presente en las respuestas de velocidad y torque, características de este tipo motor.

Abstract

In this work, the analysis and design of a speed control system of a variable reluctance motor with six poles and four phases is presented. The nonlinear motor model includes the nonlinearity of the Coulomb friction plus the viscous friction. The structural analysis of the non-linear model is carried out, which is linearized at the operating point established at 2000rpm. Both the non-linear and linear models are compared both in their structure and in their responses through digital simulations, finding that under certain conditions both have similar behaviors.

Subsequently, based on the linear model, a classic PI controller is designed and subjected to regulation, tracking and load torque variation tests. The controller design is carried out using the *Bode shaping* technique, guaranteeing adequate gain and phase margins with a higher bandwidth than the mechanical subsystem mode. The robustness is verified by means of the digital simulation of the control system using the non-linear model, which is also subjected to load variations, finding that the PI controller has excellent performance in both regulation and tracking.

Finally, two additional controllers are proposed: the first is a PII controller, the objective of which is to reduce the effect of the non-linearity called dead zone present in the motor at start-up or at low speeds. The second is a PI controller that adds a new technique for reducing the ripple present in the speed and torque responses, characteristics of this type of motor.

Contenido

Índice de Tablas

Índice de Figuras

1. Preliminares

A fin de establecer las bases de este trabajo, primero se da un breve resumen de las principales características, principio de funcionamiento del motor de reluctancia variable, topologías del circuito inversor, y se describen las características y herramientas de la teoría de control clásica. Posteriormente, se presenta el estado del arte citando algunos de los trabajos relacionados con el control de motores de reluctancia variable y finalmente, se plantea el problema y justificación, y se enlistan los objetivos del presente trabajo.

1.1. Introducción

1.1.1. Características del MRV

El motor de reluctancia variable o reluctancia conmutada, VRM o SRM por sus siglas en inglés, se distingue del resto de motores eléctricos debido a que el rotor carece tanto de devanados como de imanes permanentes y solo es excitado por los devanados del estator. Debido a esto, las pérdidas por la resistencia de conductores son únicamente en el estator, lo cual permite que el motor sea fácilmente enfriado externamente. De acuerdo con los polos del estator y rotor, el VRM puede clasificarse en dos tipos [1]:

Motor síncrono de reluctancia o de salientes simples: Este motor solo tiene polos salientes en el rotor, se asemeja en gran medida al motor síncrono excepto que este motor no posee devanados en el rotor y su movimiento resulta de su alineación con la posición de menor reluctancia.

Motor de doble saliencia o salientes dobles: En este tipo de motor tanto el estator como el rotor poseen polos salientes. Las fases del estator se alimentan con corrientes conmutadas mediante un circuito inversor alimentado con corriente directa a diferencia del motor síncrono de reluctancia que se alimenta con corriente alterna.

A pesar de la clasificación anterior, cuando se habla típicamente, de motores de reluctancia variable, se hace referencia al motor de salientes dobles. A diferencia de lo que ocurre en los motores de CD, en estos motores la rotación se produce gracias al campo magnético que aparece cuando se energiza cada una de las fases del estator. Cada fase consta de un devanado colocado en polos opuestos del estator, la cual, al ser energizada produce un campo magnético. Este campo tiende a fluir a través de los polos del rotor, que son las protuberancias o salientes que éste posee. El rotor naturalmente tiende a adoptar la posición donde exista menor reluctancia y por ende el flujo del campo sea el máximo.

Para lograr que este motor se mueva de forma continua es necesario alimentar cada una de sus fases de manera secuenciada, una tras otra. Por ejemplo, para mover el motor en sentido horario (sentido de las manecillas del reloj) ver la Figura 1.1. Primero se energiza la fase A de manera que el polo del rotor más cercano se alinee con A, posteriormente se debe apagar A y al mismo tiempo encender la fase B, provocando que el rotor gire una pequeña distancia en sentido horario hasta alinearse con B. Luego se apaga B y se enciende la fase C, con lo cual se avanza nuevamente en la misma dirección, finalmente se apaga C y se enciende D, a partir de este punto se vuelve a usar la misma secuencia para continuar con el giro en sentido horario.

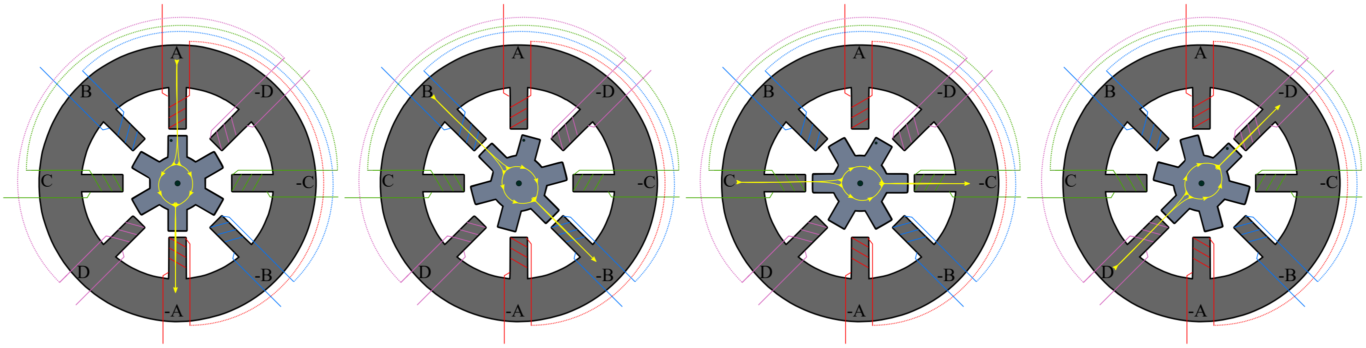


Figura 1.1: Secuencia de giro horario

Para el caso del giro antihorario simplemente se invierte la secuencia antes descrita.

El accionamiento del VRM depende de un circuito denominado circuito inversor, el cual se encarga de realizar la conmutación de las fases del motor. El circuito inversor debe cumplir con algunas características para el correcto funcionamiento del motor:

- Cada fase debe ser independiente, es decir, cada fase debe contar con su propio interruptor o transistor
- Capacidad de desmagnetizar las fases, para evitar que la corriente residual de las fases produzca fuerza contra electromotriz.

Es interesante que este motor posee gran cantidad de ventajas, como son las siguientes:

- Robusto ante la falla de una de sus fases, ya que puede seguir funcionando, aunque con deterioro en su desempeño.
- Logra alto torque a bajas velocidades [2].
- Baja inercia debido a la carencia de devanados en el rotor.
- Magnitud importante de la relación potencia/volumen. Para un mismo tamaño, un motor de reluctancia variable puede llegar a ser un 40 % más potente que un motor síncrono de imán permanente [3].
- La relación costo/beneficio es mayor que en motores síncronos de imanes permanentes. Esto es consecuencia inmediata de la ventaja anterior, dado que a menor tamaño menor es el costo debido al material empleado en su construcción.
- Torque constante independiente de la posición angular del rotor.
- Rango de velocidad de funcionamiento amplio, esto debido a que la velocidad de giro depende en gran medida de la velocidad a la que se conmuten las fases, así como del reducido peso del rotor. En algunos motores de reluctancia variable se puede llegar a obtener velocidades de hasta 100000 rpm [4].
- Diseño adecuado para lograr una eficiente conversión de energía, contrario a lo que ocurre con los motores a pasos, los cuales, están especialmente diseñados para mantener precisión e integridad en los pasos [1].

- Enfriamiento simple [5], como se mencionó anteriormente el estator es el principal responsable del calentamiento y resulta fácil extraer el calor de éste externamente.

Como es de esperarse también hay desventajas, en seguida se muestran algunos inconvenientes que presentan estos motores [6]

- Requiere de un elevado número de conexiones.
- Necesario conocer la posición del rotor. Como se mencionó en la sección anterior para operar estos motores se requiere de un inversor, el cual a su vez necesita saber la posición exacta del rotor, lo cual implica un sensor que puede resultar en costo adicional.
- Ruido. La naturaleza de conmutación de estos motores genera vibraciones mecánicas indeseables, que pueden llegar a ser audibles.
- La conmutación provoca que las formas de onda del torque y de la velocidad presenten rizo, provocando bajo desempeño al realizar tareas de regulación [7].

1.1.2. Circuito inversor

El accionamiento de esta máquina depende de un circuito denominado convertidor estático o circuito inversor, el cual se encarga de realizar la conmutación de las fases de la máquina. Todo convertidor debe cumplir con algunas características para el correcto funcionamiento de la máquina, las cuales son:

- Cada fase debe ser independiente, es decir, cada fase debe contar con su propio interruptor o transistor.
- Capacidad de desmagnetizar las fases.

Este circuito puede presentar distintas topologías, cada una lleva a cabo su función de forma distinta. A continuación, se da un breve resumen de algunas topologías del circuito inversor [6] [8], mismas que se ilustran en las figuras 1.2 a 1.6.

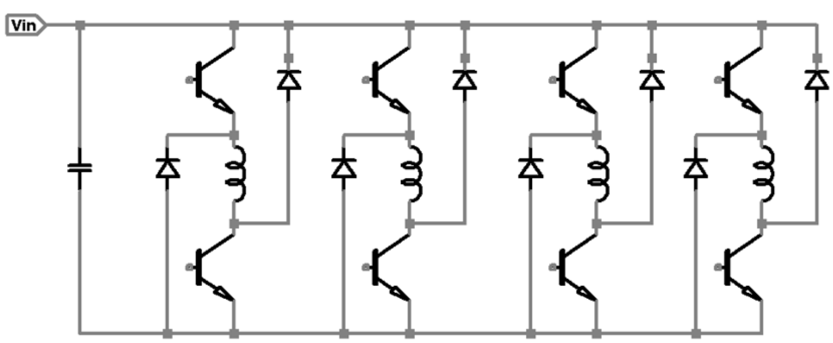


Figura 1.2: Convertidor de puente

Convertidor de puente o clásico: Cada fase posee dos transistores y un par de diodos que retornan la corriente almacenada a la fuente de alimentación. Cuando se desea energizar una fase, los dos transistores correspondientes a dicha fase se activan, permitiendo que el voltaje de entrada alimente directamente el bobinado de la fase. Una vez alcanzado el nivel de corriente deseado, se desactiva uno de los transistores de la fase, de manera que el bobinado entra en cortocircuito y la corriente remanente fluye a través del transistor restante y uno de los diodos, a este modo de operación se le conoce como circulación libre. Finalmente, para desenergizar la fase, ambos transistores de desactivan, logrando así, que la corriente fluya a través de ambos diodos y el voltaje aplicado a la fase se invierta, esto ayuda a que la corriente decaiga a mayor velocidad.

Convertidor de puente con transistor común o de Miller: Al sustituir los transistores superiores de cada fase por uno solo se obtiene esta configuración. Con esta configuración es posible realizar los mismos modos de operación que con el convertidor clásico, pero con un menor número de transistores. El único inconveniente es que no se puede desenergizar y energizar dos fases adyacentes, dado que esto requiere que el transistor común este activo para energizar y desactivado para desenergizar.

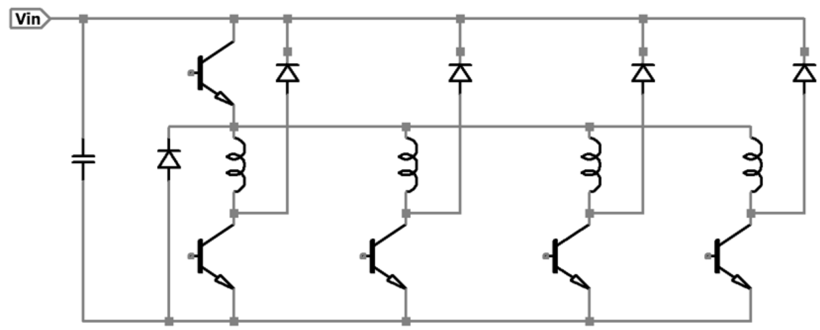


Figura 1.3: Convertidor de puente con transistor común

Convertidor de puente compacto: Esta topología surge de modificar la de puente convencional de manera que cada par de fases comparta un transistor, al igual que la configuración de transistor común, el número de transistores es reducido. Está configuración también comparte el mismo inconveniente que la configuración anterior, dado que es imposible desenergizar una fase adyacente a una que se esté energizando.

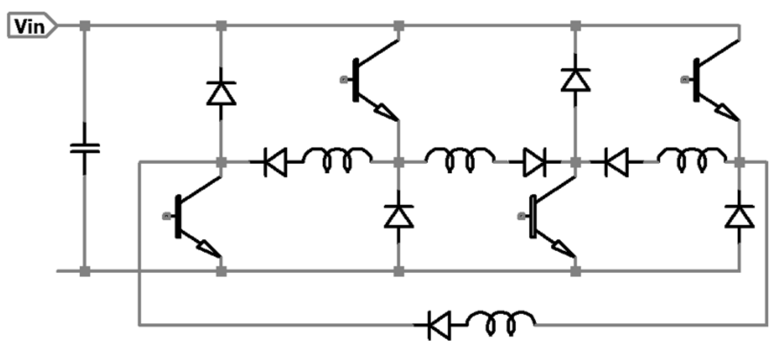


Figura 1.4: Convertidor de puente compacto

Convertidor con recuperación pasiva: Esta configuración consta únicamente de un transistor por fase. En este caso la energía no se devuelve a la fuente, en cambio, se disipa por una resistencia. Cuando se activa el transistor, la fase correspondiente se energiza con el voltaje de entrada. En el momento que se apaga el transistor la energía se disipa a través de la resistencia. El inconveniente de esta configuración es que es poco eficiente dado que la energía no se regresa a la fuente de alimentación, además, no es posible reducir la corriente rápidamente, energizando de forma invertida la fase.

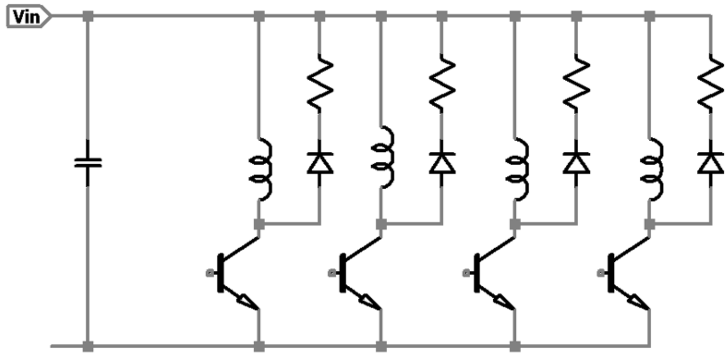


Figura 1.5: Convertidor con recuperación pasiva

Convertidor con fuente partida: En esta configuración la fuente de alimentación debe tener el doble del voltaje nominal del motor. Cuando se desconecta una fase, la corriente pasa a través del capacitor correspondiente, cargándolo.

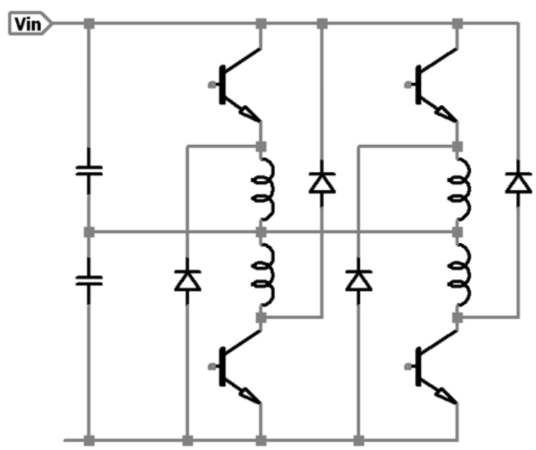


Figura 1.6: Convertidor con fuente partida

Durante la operación del motor a velocidades altas el nivel de corriente se regula mediante el tiempo de encendido y apagado de los transistores de potencia. Sin embargo, a velocidades medias y bajas la corriente se regula mediante el troceado de la corriente. Existen dos técnicas de troceado [8], los cuales se pueden implementar fácilmente mediante el convertidor clásico y se describen en seguida.

Soft chopping: Esta técnica consiste en encender y apagar solo uno de los transistores de la fase según se requiera subir o bajar el nivel de corriente, por otro lado, el transistor restante únicamente obedece la señal de conmutación. En esta técnica el voltaje aplicado a la fase puede ser el nominal o cero, como se muestra en la figura 1.7

Hard chopping: En este caso ambos transistores se activan o desactivan al mismo tiempo haciendo que al momento de apagar la fase, esta entre en modo de desmagnetización, de manera que el nivel de corriente decaerá con mayor velocidad; figura 1.8.

Ambas técnicas de troceado pueden ser implementadas dentro de cualquier técnica de regulación de corriente. Las más comunes son regulación de corriente por histéresis y por modulación del ancho de pulso, PWM por sus siglas en inglés [1].

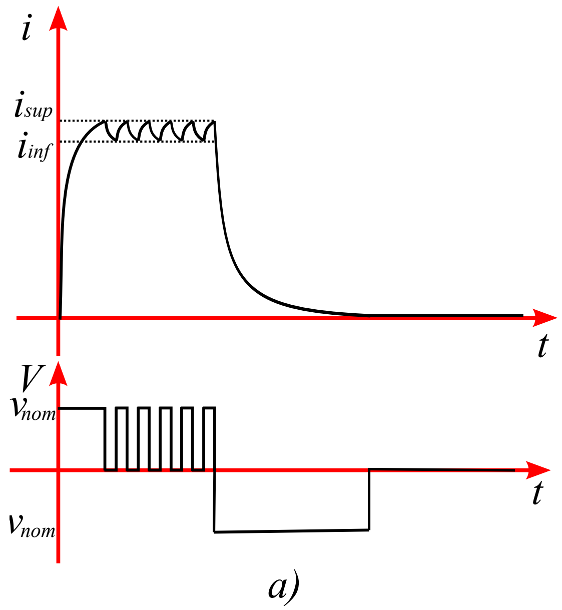


Figura 1.7: Técnicas de regulación de corriente con *Soft chopping*: a)Histéresis, b) PWM

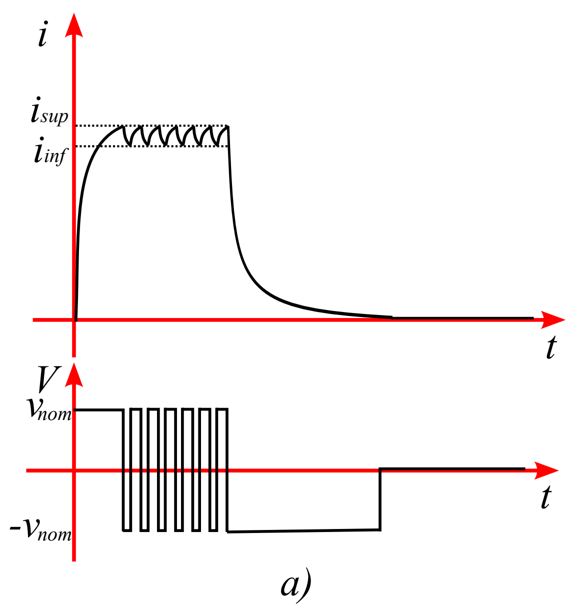


Figura 1.8: Técnicas de regulación de corriente con *Hard chopping*: a)Histéresis, b) PWM

Regulación por histéresis: En esta técnica al menos uno de los transistores se apaga cuando el nivel de corriente supera un valor máximo prestablecido. Cuando el nivel de corriente decae por debajo de un nivel de corriente mínimo, ambos transistores se encienden, permitiendo que la corriente vuelva a subir. De esta forma la corriente de la fase se mantiene dentro de una banda, denominada banda de histéresis como se muestra en las figuras 1.7 a) y 1.8 a). Lo anterior es posible siempre y cuando la fuerza contra electromotriz no sea muy grande, lo cual solo puede ocurrir a altas velocidades.

Regulación por PWM: Cuando se aplica está técnica al menos uno de los dos transistores de la fase se encenderá y apagará a una frecuencia de corte y con un ciclo de trabajo calculado de forma tal que el voltaje aplicado a la fase se "reduce" produciendo el nivel de corriente deseado, figuras 1.7 b) y 1.8 b). A diferencia de la regulación por histéresis, en PWM la regulación de corriente es a lazo abierto, por lo cual, no existe una retroalimentación de la corriente instantánea.

En cualquier combinación de las técnicas de troceado y regulación de corriente, al momento que la fase debe ser desactivada, esta puede ser simplemente apagada aplicando un voltaje de cero a la fase. La otra opción es desmagnetizar la fase aplicando un voltaje negativo de la magnitud del voltaje nominal hasta lograr que la corriente decaiga a cero, posteriormente el voltaje aplicado a la fase se hace igual a cero. En las figuras 1.7 y 1.8 se muestra el caso donde se aplica desmagnetización de las fases.

1.1.3. Teoría de control clásica

La teoría de control clásico forma parte del control lineal, la cual, ha demostrado a lo largo de los años eficacia y buen desempeño, al lograr controlar una gran diversidad de sistemas y procesos altamente no lineales, por ejemplo, control de posición, velocidad y torque de motores trifásicos tipo jaula de ardilla, control de levitadores magnéticos, control de giroscopios mecánicos, control de grúas transportadoras, control de posición de actuadores con efecto "stick-slip", control de sistemas aeronáuticos, entre muchos otros. Dichos sistemas de control no solo se limitan a problemas de regulación, donde se busca alcanzar un valor deseado constante, sino que también incluyen problemas de seguimiento, los cuales, permiten evaluar el desempeño del sistema de control en rangos de operación amplios. A pesar de existir otras estrategias para diseñar sistemas de control, una buena parte de ellas utilizan controladores sumamente complejos, por ende, su implementación puede resultar muy costosa y en ocasiones no realizable. Es en este punto que, el control clásico muestra una de sus ventajas ante otras estrategias, dado que, los controladores obtenidos mediante control clásico son baratos y altamente implementables, tanto en forma analógica como digital. Otra ventaja que presenta la teoría de control clásico es que posee un marco de análisis y diseño completo, lo que significa que cuenta con los marcos de referencia y herramientas necesarias para medir cualquier incertidumbre, perturbación o ruido. De manera que es posible diseñar un controlador capaz de reducir los efectos de dichos inconvenientes o en su defecto detectar la causa de alguna falla en el mismo controlador. Por otro lado, la teoría de control clásica también dispone de medidas de robustez, las cuales, se utilizan para asegurar que el sistema será controlado de forma efectiva ante variaciones paramétricas. Las técnicas de análisis básicas del control clásico son:

- Análisis de respuesta transitoria.
- Lugar geométrico de las raíces.
- Análisis en el dominio de la frecuencia.

Estas técnicas a su vez se valen de algunas herramientas de análisis, dentro de las cuales están las siguientes:

Análisis de respuesta transitoria: Este análisis plantea la excitación del sistema o proceso a través de una señal de entrada, generalmente estas pueden ser funciones impulso, escalón, rampa o parábola; y finalmente se observa el comportamiento del sistema y se obtienen mediciones de parámetros como tiempo de establecimiento, sobre impulso, período y frecuencia de oscilación [9].

Criterio de estabilidad de Routh-Hurtwitz: Esta herramienta de análisis brinda valiosa información acerca del número de polos de lazo cerrado que están en el semiplano izquierdo, derecho y sobre el eje imaginario, lo cual permite concluir acerca de la estabilidad en lazo cerrado del sistema sin necesidad de encontrar la ubicación de los polos [10].

Gráfico del lugar geométrico de las raíces: Esta herramienta permite analizar las trayectorias que pueden seguir las raíces de la ecuación característica de un sistema cuando un parámetro varía, por ejemplo, la ganancia. De esta forma es posible utilizar esta herramienta para conocer cuánto se puede variar un parámetro del sistema antes que éste se vuelva inestable o si es necesario agregar polos o ceros para estabilizar el sistema [11].

Diagramas de Bode: Formado por dos gráficos, el primero de magnitud en decibeles y el segundo de fase en grados, en ambos contra la frecuencia en escala logarítmica [9]. Estos gráficos son de gran utilidad para analizar la respuesta, en el dominio de la frecuencia, de un sistema. Esta herramienta es de gran utilidad en el diseño de pre compensadores y post compensadores tomando en cuenta márgenes de robustez.

Gráfico de Nyquist: Mediante este gráfico es posible definir la estabilidad que tendrá un sistema en lazo cerrado a partir de la función de transferencia en lazo abierto, mediante el criterio de estabilidad de Nyquist [9]. Este gráfico es útil para hallar el número de polos inestables de lazo cerrado, calcular los márgenes de robustez de frecuencia y ganancia, y al igual que los diagramas de Bode, para el diseño de pre compensadores y post compensadores.

1.2. Estado del arte

En 2019 se publicó el artículo *"A new control method based on DTC and MPC to reduce torque ripple in SRM"* [12], donde se propone una estrategia de control con el objetivo de reducir las oscilaciones del torque de un motor de reluctancia variable. Dicha estrategia de control se basa en el modelo de control predictivo de flujo MPFC (por sus siglas en inglés) y el esquema tradicional de control directo del torque DTC (por sus siglas en inglés). Los resultados experimentales presentados en dicho artículo se obtuvieron para un motor de reluctancia variable trifásico de 12/8 polos. El resultado más notorio de este trabajo fue que el enfoque de control utilizado puede superar las oscilaciones del torque mucho mejor que los métodos DTC y el control directo del torque instantáneo DITC (por sus siglas en inglés).

En el trabajo *"High speed SRM using vector control for electric vehicle"* [13] del año 2019, se propone el uso de control vectorial aplicado a un motor de reluctancia variable para impulsarlo en la región de alta velocidad con las especificaciones de bajo nivel de vibraciones, alta eficiencia del motor y amplio rango de conducción. El control desarrollado se aplicó a un motor de 20 polos y 30 ranuras logrando controlarlo hasta una velocidad máxima de 20000 rpm, reduciendo las vibraciones en la región de alta velocidad.

En 2017 se presentó un artículo donde se propone un control de velocidad para un motor de reluctancia variable mediante una simple ley de control, este trabajo es *"A new simplified control strategy for switched reluctance motor"* [14]. En esta estrategia, la corriente del sistema se controla a través de corte, para lo cual, un controlador PI genera la corriente de referencia. En la región de baja velocidad el ángulo de activación es fijo y el ángulo de desactivación se reduce a medida que aumenta la velocidad. En la región de alta velocidad, se usa el modo de control angular, en este modo, el ángulo se controla por un segundo controlador PI y no de la forma habitual basada en la tabla de búsqueda. El desempeño del sistema de control únicamente se puso a prueba mediante simulación a través del software Matlab/Simulink.

Algunos sistemas de control de velocidad que se han diseñado para el motor de reluctancia variable se basan en controladores PID de lógica difusa, como es el caso del control presentado en 2017 en el trabajo *"Research on switched reluctance motor speed control systems base on roboust control"* [15]. El control obtenido en este trabajo logró demostrar, mediante simulación, un comportamiento del sistema con menor sobre impulso, así como, tiempos de establecimiento reducidos, además de exhibir una gran robustez. Un resultado destacable de este artículo fue que el sistema de control desarrollado mostró un comportamiento similar al de un PID convencional a velocidades bajas y medias, mientras que a velocidades altas el desempeño del PID difuso es mucho mejor.

1.3. Planteamiento del Problema y Justificación

1.3.1. Planteamiento del problema

Se propone diseñar un control de velocidad de bajo costo para un motor de reluctancia variable de cuatro fases y seis polos, planteado con el enfoque de control clásico asegurando alto desempeño.

1.3.2. Justificación

Dado que los resultados publicados se basan principalmente en el problema de control de regulación, tanto en sus versiones lineales como no lineales, en este proyecto se pretende obtener un sistema de control de velocidad para este tipo de motores que satisfaga no solo condiciones de regulación sino de seguimiento, utilizando un enfoque de control clásico.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Diseñar un sistema de control de velocidad para un motor de reluctancia variable de cuatro fases y seis polos utilizando técnicas de control clásico.

1.4.2. Objetivos específicos

- Diseñar y simular un circuito inversor ideal.
- Analizar la estructura de los modelos no lineal y lineal del motor, utilizando parámetros reportados en literatura o por algún fabricante de motores. Los parámetros a utilizar serán la inductancia y resistencia de fase y el momento de inercia del rotor, el valor nominal de operación del motor se considera es de 6000 rpm a 24 volts de alimentación.
- Diseñar y simular el controlador lineal en las siguientes condiciones de operación:
  - Región de operación centrada alrededor de 2000 rpm.
  - Sin saturación magnética.
  - Para fines de seguimiento y rechazo a perturbaciones y variaciones paramétricas se selecciona un ancho de banda entre 1 y 10 rad/s.
  - Márgenes de robustez estándar: margen de fase $\geq 45°$ margen de magnitud ≥ 12 dB.
  - Sin torque de carga.

2. Modelos del motor de reluctancia variable 8/6

Como cualquier máquina electromecánica, la máquina de reluctancia variable se divide en dos subsistemas: mecánico y eléctrico. Las ecuaciones (2.1) y (2.2) representan dichos subsistemas correspondientemente:

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{1}{J}(\tau_e - \tau_l - \tau_f) \tag{2.1}$$

$$v_j = Ri_j + \frac{d}{dt}\psi_j \tag{2.2}$$

donde:

- ω = Velocidad angular del rotor.
- J = Momento de inercia.
- τ_e = Torque electromagnético.
- τ_l = Torque de carga.
- τ_f = Torque por fricción.
- v_j = Voltaje de la fase j.
- i_j = Corriente de la fase j.
- R = Resistencia de fase.
- ψ_j = Encadenamiento de flujo de la fase j.

El modelo seleccionado para representar el torque por fricción es el modelo de fricción viscosa más fricción de Coulomb [16] y [17], el cual, se muestra en (2.3).

$$\tau_f = D\omega + \Delta sgn(\omega) \tag{2.3}$$

Donde Δ es el coeficiente de fricción de Coulomb y D es el coeficiente de fricción viscosa.

2.1. Modelo simplificado

El análisis lineal supone que la inductancia no se ve afectada por la corriente: es decir, no hay saturación magnética. Por simplicidad, también ignoramos el efecto del flujo de franjas alrededor de las esquinas de los polos y asumimos que todo el flujo cruza el espacio de aire en la dirección radial. El acoplamiento mutuo entre fases normalmente es cero o muy pequeño y se ignora En resumen, para obtener un modelo simplificado del motor se deben tomar en cuenta una serie de consideraciones [18]:

- La inductancia mutua es despreciable.
- Las fases son idénticas
- La inductancia de fase es una función senoidal de la posición del rotor.
- No hay saturación magnética, por lo tanto, los encadenamientos de flujo de cada fase están dados por la ecuación (2.4).

$$\psi_j = L_j i_j \tag{2.4}$$

Sustituyendo (2.4) en (2.2) obtenemos:

$$v_j = Ri_j + L_j \frac{di_j}{dt} + \frac{dL_j}{d\theta}\omega i_j \tag{2.5}$$

Donde la inductancia de la fase j L_j o $f_j(\theta)$, está dada como una función de la posición θ del rotor [19], la cual se muestra en la ecuación (2.6).

$$L_j = f_j(\theta) = L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right) \tag{2.6}$$

Donde:

- L_0 = Autoinductancia de cada fase.
- L_1 = Inductancia dependiente de la posición del rotor.
- N_r = Número de dientes del motor.
- N = Número de fases.

Sustituyendo (2.6) en (2.5) y despejando la derivada de la corriente se obtiene lo siguiente:

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{v_j - i_jR - L_1 N_r i_j \omega \sin\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right)}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right)} \tag{2.7}$$

La ecuación anterior define al subsistema eléctrico. Por otro lado, la ecuación para el subsistema mecánico se obtiene mediante el método de co-energía, por lo tanto, se tiene que el torque generado por cada fase es:

$$\tau_j(\theta, i_j) = \frac{\partial W_j'}{\partial\theta} \tag{2.8}$$

La función de co-energía está dada por la siguiente ecuación:

$$W_j'(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(\theta, i_j) di_j \tag{2.9}$$

De las ecuaciones (2.4), (2.8) y (2.9), se obtiene el torque por cada fase. La suma de los pares de cada fase da como resultado el torque electromagnético; ecuación (2.10).

$$\tau_e = \frac{N_r L_1}{2} \sum_{j=1}^{N} i_j^2 \sin\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right) \tag{2.10}$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación (2.10) en la (2.1), se encuentra la expresión para la derivada de la velocidad; ecuación (2.11).

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{1}{J}\left[\frac{N_r L_1}{2}\sum_{j=1}^{N} i_j^2 \sin\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right) - \tau_l - \tau_f\right] \tag{2.11}$$

2.2. Modelo con saturación

Para obtener el modelo no lineal con saturación basta con tomar la relación no lineal de los encadenamientos de flujo y la corriente, de la ecuación (2.12). Cabe mencionar que dicha relación se obtiene de forma experimental y es ampliamente reconocida como valida [19] [20] y [21].

$$\psi_j(\theta, i_j) = \psi_s\left(1 - e^{-i_j f_j(\theta)}\right) \tag{2.12}$$

Donde ψ_s es el encadenamiento de flujo de saturado. Siguiendo el mismo procedimiento que en el desarrollo del modelo simplificado, se tiene lo siguiente:

$$v_j = Ri_j + \psi_s f_j(\theta) e^{-i_j f_j(\theta)}\frac{di_j}{dt} + \psi_s i_j e^{-i_j f_j(\theta)}\frac{df_j(\theta)}{d\theta}\omega$$

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{v_j - i_j\left[R + \psi_s \omega L_1 N_r e^{-i_j f_j(\theta)} \sin\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right)\right]}{\psi_s f_j(\theta) e^{-i_j f_j(\theta)}} \tag{2.13}$$

$$W_j'(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(\theta, i_j) di_j = \psi_s \int_0^{i_j}\left(1 - e^{-i_j f_j(\theta)}\right) di_j$$

$$\tau_j = \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)}\left\{L_1 N_r \sin\left(N_r\theta - \frac{(j-1)2\pi}{N}\right)\left[1 - e^{-i_j f_j(\theta)}\left(1 + i_j f_j(\theta)\right)\right]\right\} \tag{2.14}$$

De esta forma el modelo con saturación queda definido mediante las ecuaciones (2.13) y (2.14).

Ambos modelos no lineales simplificado y con saturación mostrados en este capítulo, son modelos que comúnmente se encuentran en la literatura [19].

2.3. Modelo lineal

Con la finalidad de diseñar un controlador lineal es necesario obtener un modelo lineal del motor, este debe ser lo más sencillo posible y debe relacionar la variable de velocidad y voltaje, por esta razón el grado de libertad correspondiente a la variable θ no es considerado, nótese que un modelo lineal que cuente con esta variable sería de gran utilidad para un control de posición. Para linealizar el modelo se consideró que la inductancia de la fase tiene un valor constante, el cual, se obtiene a su vez de considerar un valor constante de la posición del rotor $\theta = \Theta$. Para la selección del valor de Θ se compararon el modelo no lineal simplificado y el modelo lineal operando a una velocidad de 2000rpm y se escogió el valor en que ambos modelos se asemejaron más, este valor fue $\Theta = 2$.

En cuanto a la ecuación de la velocidad solo se considera la parte positiva, es decir, cuando $\omega > 0$, debido a que el punto de operación también es positivo. Como resultado de las consideraciones anteriores, el conjunto de ecuaciones a linealizar son las mostradas en la ecuación (2.15).

$$
\begin{aligned}
\frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L_0 - L_1\cos(N_r\Theta)}i - \frac{L_1 N_r \sin(N_r\Theta)}{L_0 - L_1\cos(N_r\Theta)}i\omega + \frac{1}{L_0 - L_1\cos(N_r\Theta)}v \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{N_r L_1 \sin(N_r\Theta)}{2J}i^2 - \frac{D}{J}\omega - \frac{\Delta}{J} - \frac{1}{J}\tau_l
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

Para simplificar el modelo y pasarlo al espacio de estados se define lo siguiente; ecuación (2.16).

$$
\begin{aligned}
a_1 &=: \frac{R}{L_0 - L_1\cos(N_r\Theta)}; & b_1 &= \frac{N_r L_1 \sin(N_r\Theta)}{2J}; \\
a_2 &=: \frac{L_1 N_r \sin(N_r\Theta)}{L_0 - L_1\cos(N_r\Theta)}; & b_2 &=: \frac{D}{J}; \\
a_3 &=: \frac{1}{L_0 - L_1\cos(N_r\Theta)}; & b_3 &=: \frac{\Delta}{J}; \\
& & b_4 &=: \frac{1}{J}; \\
x_1 &=: i & x_2 &=: \omega
\end{aligned}
\tag{2.16}
$$

Por lo anterior, el modelo en el espacio de estados queda definido por la ecuación (2.17) y escrito de forma matricial queda como se muestra en la ecuación (2.18).

$$
\begin{aligned}
\dot{x_1} &= -a_1x_1 - a_2x_1x_2 + a_3v \\
\dot{x_2} &= b_1x_1^2 - b_2x_2 - b_3 - b_4\tau_l
\end{aligned}
\tag{2.17}
$$

$$
\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1x_1 - a_2x_1x_2 + a_3v \\ b_1x_1^2 - b_2x_2 - b_3 - b_4\tau_l \end{pmatrix} = f(x,u)
\tag{2.18}
$$

Ahora se encuentra un punto de operación parametrizado para $x_2 = x_2^0$, de lo cual, se obtiene la ecuación (2.19).

$$
\begin{aligned}
x_1^0 &= \sqrt{\frac{b_2x_2^0 + b_3 + b_4\tau_l}{b_1}} \\
V &= \frac{x_1^0(a_1 + a_2x_2^0)}{a_3}
\end{aligned}
\tag{2.19}
$$

La forma matricial a, la cual, se desea llegar es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + Bu \\
y &= Cx
\end{aligned}
\tag{2.20}
$$

Al calcular cada una de las matrices se obtiene lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
A &= \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} -(a_1 + a_2x_2^0) & -a_2x_1^0 \\ 2b_1x_1^0 & -b_2 \end{pmatrix}; \\
B &= \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} a_3 & 0 \\ 0 & -b_4 \end{pmatrix}; \\
C &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.21}
$$

Donde los vectores de entrada y salida son:

$$u = \begin{pmatrix} v \\ \tau_l \end{pmatrix}, \qquad y = \omega(t) \tag{2.22}$$

Si se asume que el torque de carga es igual a cero, $\tau_l = 0$, se recalcula el punto de operación, matriz de entrada B y el vector de entrada.

$$\begin{aligned} x_1^0 &= \sqrt{\frac{b_2 x_2^0 + b_3}{b_1}}; \\ V &= \frac{x_1^0(a_1 + a_2 x_2^0)}{a_3}; \\ B &= \begin{pmatrix} a_3 \\ 0 \end{pmatrix}; \\ u &= v(t); \end{aligned} \tag{2.23}$$

A continuación, se calcula la función de transferencia mediante la ecuación (2.24), el desarrollo del cálculo se muestra en las ecuaciones (2.25) a (2.27).

$$G(s) = \frac{C\ Adj(sI - A)^T B}{det(sI - A)} \tag{2.24}$$

$$Adj(sI - A)^T = \begin{pmatrix} s + b_2 & -a_2 x_1^0 \\ 2b_1 x_1^0 & s + (a_1 + a_2 x_2^0) \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

$$det(sI - A) = (s + (a_1 + a_2 x_2^0)(s + b_2) + (2b_1 x_1^0)(a_2 x_1^0)$$

$$det(sI - A) = s^2 + (a_1 + a_2 x_2^0 + b_2)s + b_2(a_1 + a_2 x_2^0) + 2a_2 b_1 (x_1^0)^2 \tag{2.26}$$

$$G(s) = \frac{2a_3 b_1 x_1^0}{s^2 + (a_1 + a_2 x_2^0 + b_2)s + b_2(a_1 + a_2 x_2^0) + 2a_2 b_1 (x_1^0)^2} \tag{2.27}$$

Finalmente, considerando los parámetros ajustados del motor RA130135 del fabricante *System Tech* que se enlistan a continuación:

- $R = 1\Omega$
- L_0 =2.1 μH
- L_1 =1.3 μH
- $N = 4$
- $N_r = 6$
- $J = 3.9063{\times}10^{-5} Kgm^2$
- $D = 0.0001\ Nm/rad/s$
- $\Delta = 0.005\ Nm$

- $\Theta = 2$

Se sustituyeron los parámetros anteriores en la ecuación (2.27), se obtiene la función de transferencia de una sola fase del motor de reluctancia variable, mostrada en la ecuación (2.28). Dicha función de transferencia carece de ceros y tiene un par de polos sumamente separados. Por lo tanto, la función de transferencia obtenida coincide con lo que normalmente se obtiene en motores de corriente directa, en los cuales, se tiene un polo dominante proveniente del subsistema mecánico y un polo no dominante del subsistema eléctrico, como se corrobora en trabajos como [22], [23] y [24].

$$\begin{gathered} G(s) = \frac{283470}{s^2 + 1619.7s + 6740.2}; \\ polos = \{-4.2, -1615.5\}; \end{gathered} \tag{2.28}$$

3. Análisis de la estructura del modelo no lineal simplificado

Para realizar de forma adecuada el diseño del controlador de cualquier sistema, es imprescindible conocer a fondo este último. Por esta razón, es necesario analizar la estructura del modelo no lineal y posteriormente el modelo lineal, dado que ambos modelos son una de las principales fuentes de información sobre el motor. A fin de conocer a profundidad el modelo no lineal del motor, se llevó a cabo su linealización exacta con lo cual, se conoció el grado y el grado relativo del mismo, y se encontró una forma lineal y controlable que puede ser de utilidad en estudios posteriores de motor, que busquen emplear técnicas de control no lineal.

Es importante mencionar que este análisis únicamente se realizó para el modelo no lineal simplificado, dado que, como se concluirá más adelante en el capítulo 6, este modelo es casi idéntico al modelo con saturación, siempre y cuando el motor no se someta a saturación, caso en que se encuentra el control que se desea diseñar.

3.1. Linealización exacta

Como se mencionó anteriormente el conjunto de ecuaciones no lineales que modelan el motor, se muestran en la ecuación (3.1).

$$\begin{aligned}\frac{di_j}{dt} &= \frac{v_j - i_j R - L_1 N_r i_j \omega \sin\left(N_r\theta - \dfrac{(j-1)2\pi}{N}\right)}{L_0 - L_1\cos\left(N_r\theta - \dfrac{(j-1)2\pi}{N}\right)};\\ \tau_e &= \frac{N_r L_1}{2}\textstyle\sum_{j=1}^{N} i_j^2 \sin\left(N_r\theta - \dfrac{(j-1)2\pi}{N}\right);\\ \frac{d}{dt}\omega &= \frac{1}{J}(\tau_e - \tau_l - D\omega - \Delta sgn(\omega));\end{aligned} \tag{3.1}$$

Dado que una de las consideraciones que toma en cuenta el modelo es que cada una de las fases son idénticas y en vista que cada una de ellas se activa de forma secuencial, es decir, en ningún momento dos fases o más se encontrarán activas, solo se analizó una fase. De lo anterior y considerando el torque de carga como una perturbación del sistema y no como una entrada, fue posible trabajar con un sistema de una entrada y una salida en lugar de un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas, SISO y MIMO correspondientemente, por sus siglas en inglés. Para analizar el sistema es necesario reescribirlo en el espacio de estados, cuya forma se muestra en la ecuación (3.2).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u\\ y &= h(x)\end{aligned} \tag{3.2}$$

Del motor se sabe que la variable de entrada u es el voltaje y, dado que, se desea controlar la velocidad del motor, esa es la variable de salida. Para definir por completo el estado del sistema es necesario tomar en cuenta la posición del rotor, por lo tanto, se define el siguiente cambio de variable para los estados del sistema; ecuación (3.3).

$$\begin{aligned} x_1 &=: i \\ x_2 &=: \theta \\ x_3 &=: \omega \end{aligned} \tag{3.3}$$

El modelo de una sola fase en el espacio de estados se muestra en la ecuación (3.4).

$$\begin{pmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{x_1 R + L_1 N_r x_1 x_3 \sin(N_r x_2)}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)} \\ x_3 \\ \dfrac{N_r L_1}{2J} x_1^2 \sin(N_r x_2) - \dfrac{1}{J}[D x_3 + \Delta sgn(x_3)] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dfrac{1}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \tag{3.4}$$
$$y = x_3$$

Para comenzar la linealización exacta, se debe comprobar que el sistema es transformable a uno lineal y controlable, lo cual, es posible si y solo si se cumplen las siguientes condiciones [25]:

- La matriz $\left[g(x_0), \quad ad_f g(x_0), \cdots, ad_f^{n-1} g(x_0)\right]$ tiene rango n.
- La distribución $D = \left\{g, \quad ad_f g, \cdots, ad_f^{n-2} g\right\}$ es involutiva cerca de x_0.

Ahora se procede a calcular cada uno de los elementos de la matriz y la distribución, como se observa en las ecuaciones (3.5) a (3.8).

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} -\dfrac{R + L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)} & -\dfrac{L_1 N_r [L_0 N_r x_1 x_3 \cos(N_r x_2) - x_1 R \sin(N_r x_2) - L_1 N_r x_1 x_3]}{(L_0 - L_1 \cos(N_r x_2))^2} & -\dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)} \\ 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{N_r L_1}{J} x_1 \sin(N_r x_2) & \dfrac{N_r^2 L_1}{2J} x_1^2 \cos(N_r x_2) & -\dfrac{D}{J} \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{L_1 N_r \sin(N_r x_2)}{(L_0 - L_1 \cos(N_r x_2))^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

$$ad_f g(x) = \begin{pmatrix} -\dfrac{L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\dfrac{R + L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \\ 0 \\ \dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{R}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \\ 0 \\ -\dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial ad_f g}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{2RL_1 N_r \sin(N_r x_2)}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{L_1 N_r \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} & \dfrac{N_r^2 L_1 x_1}{J}\dfrac{L_1 - L_0\cos(N_r x_2)}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$ad_f^2 g(x) = \begin{pmatrix} -\dfrac{2RL_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^3} \\ 0 \\ \dfrac{N_r L_1 \sin(N_r x_2)(x_1 R + L_1 N_r x_1 x_3 \sin(N_r x_2))}{J(L_1 - L_0\cos(N_r x_2))^2} + \dfrac{N_r^2 L_1 x_1 x_3}{J}\dfrac{L_1 - L_0\cos(N_r x_2)}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \end{pmatrix} -$$

$$\begin{pmatrix} -\dfrac{R(R + L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2))}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^3} + \dfrac{1}{J}\left(\dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{L_0 - L_1\cos(N_r x_2)}\right)^2 \\ -\dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \\ \dfrac{L_1 N_r R x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} + \dfrac{DL_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J^2(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \end{pmatrix}$$

$$ad_f^2 g(x) = \begin{pmatrix} \dfrac{JR[R - L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)] - [L_0 - L_1\cos(N_r x_2)]L_1^2 N_r^2 x_1^2 \sin^2(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^3} \\ \dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \\ \dfrac{J[L_1^2 N_r^2 x_1 x_3 \sin^2(N_r x_2) - L_1 L_0 N_r^2 x_1 x_3 \cos(N_r x_2) + L_1 N_r x_1 R \sin(N_r x_2) + L_1^2 N_r^2 x_1 x_3]}{[J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))]^2} \\ -\dfrac{[L_0 - L_1\cos(N_r x_2)]DN_r L_1 x_1 \sin(N_r x_2)}{[J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))]^2} \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Se comprueba, que al evaluar las ecuaciones (3.6) a (3.8) en x_0, la matriz mantiene rango n igual a 3. Enseguida se observa que la distribución D tiene rango 2, por tanto, solo resta comprobar que el rango de la matriz $(g, ad_f g, [g, ad_f g])$ sea el mismo que el de la distribución D. En la ecuación (3.9) se muestra cómo se obtiene $[g, ad_f g]$.

$$[g, ad_f g] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{L_1 N_r \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{L_1 N_r \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Con ayuda de la ecuación anterior fácilmente se comprueba que la matriz $(g, ad_f g, [g, ad_f g])$ tiene rango 2 y, por lo tanto, la distribución D es involutiva, lo cual, a su vez demuestra que el sistema es transformable a un sistema lineal y controlable. Ahora se calcula el grado relativo r del sistema para determinar si es necesario obtener una función de salida distinta a la original. Se dice que el sistema tiene grado relativo r en el punto x_0 si se cumple lo siguiente [25]:

- $L_g L_f^k h(x) = 0$ para toda x en la vecindad de x_0 y toda $k < r - 1$.
- $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$

En las ecuaciones (3.10) a (3.14) se muestran las operaciones realizadas para encontrar el grado relativo.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0, & 0, & 1 \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

$$L_g h(x) = \begin{pmatrix} 0, & 0, & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{1}{L_0 - L_1\cos(N_r x_2)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \tag{3.11}$$

$$L_f h(x) = \frac{N_r L_1}{2J} x_1^2 \sin(N_r x_2) - \frac{1}{J}(D x_3 + \Delta sgn(x_3)) \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial L_f h}{\partial x} = \left(\frac{N_r L_1}{J} x_1 \sin(N_r x_2), \quad \frac{N_r^2 L_1}{2J} x_1^2 \cos(N_r x_2), \quad -\frac{D}{J} \right) \tag{3.13}$$

$$L_g L_f h(x) = \frac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1 \cos(N_r x_2))} \neq 0 \tag{3.14}$$

De la ecuación (3.14) se deduce que el grado relativo del sistema es igual a 2 para toda $x_1 \neq 0$ y $x_2 \neq k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Por lo tanto, es necesario buscar una función de salida lambda tal que $d\lambda(x)\left(g(x), \quad ad_f g(x), \cdots, ad_f^{n-2} g(x)\right) = 0$. Por consiguiente, se obtiene lo que se muestra en la ecuación (3.15).

$$\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial x_3}\right) \begin{pmatrix} \dfrac{1}{L_0 - L_1\cos(N_r x_2)} & \dfrac{R}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\frac{1}{L_0 - L_1\cos(N_r x_2)} \frac{\partial \lambda}{\partial x_1}, \quad \frac{R}{(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} - \frac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1\cos(N_r x_2))} \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} \right) \tag{3.15}$$

De la ecuación (3.15) se aprecia que es factible escoger como función de salida a x_2. Nuevamente se calcula el grado relativo para comprobar que este coincida con el grado del sistema, las operaciones necesarias para esta tarea se muestran en las ecuaciones (3.16) a (3.21).

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

$$L_g h(x) = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{1}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \tag{3.17}$$

$$L_f \lambda(x) = x_3 \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial L_f \lambda}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_g L_f \lambda(x) = 0 \tag{3.19}$$

$$L_f^2 \lambda(x) = \frac{N_r L_1}{2J} x_1^2 \sin(N_r x_2) - \frac{1}{J}(D x_3 + \Delta sgn(x_3)) \tag{3.20}$$

$$L_g L_f^2 \lambda(x) = \frac{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}{J(L_0 - L_1 \cos(N_r x_2))} \neq 0 \tag{3.21}$$

De la ecuación (3.21) se obtiene que el grado relativo es igual a 3 para toda $x_1 \neq 0$ y $x_2 \neq k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$ al igual que sucedió en el cálculo anterior. Es a partir de este punto que es posible realizar la linealización por retroalimentación de estado, para lo cual, se debe obtener la entrada u mediante la ecuación siguiente; ecuación (3.22).

$$u = \frac{-L_f^3 \lambda(x) + v}{L_g L_f^2 \lambda(x)} \tag{3.22}$$

El desarrollo realizado para hallar $L_f^3 \lambda(x)$ se muestra en la ecuación (3.23).

$$L_f^3 \lambda(x) = \begin{pmatrix} \dfrac{N_r L_1}{J} x_1 \sin(N_r x_2), & \dfrac{N_r^2 L_1}{2J} x_1^2 \cos(N_r x_2), & -\dfrac{D}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\dfrac{x_1 R + L_1 N_r x_1 x_3 \sin(N_r x_2)}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)} \\ x_3 \\ \dfrac{N_r L_1}{2J} x_1^2 \sin(N_r x_2) - \dfrac{1}{J}[D x_3 + \Delta sgn(x_3)] \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} L_f^3 \lambda(x) &= \frac{L_0 L_1 N_r^2 x_1^2 x_3 \cos(N_r x_2) - 2 L_1 N_r R x_1^2 \sin(N_r x_2) - L_1^2 N_r^2 x_1^2 x_3 (1 + \sin^2(N_r x_2))}{2J[L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)]} \\ &\quad - \frac{\dfrac{2D}{J}[L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)][L_1 N_r x_1^2 \sin(N_r x_2) - D x_3 - \Delta sgn(x_3)]}{2J[L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)]} \end{aligned} \tag{3.23}$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.21) y (3.23) en la ecuación (3.22), se obtiene la entrada u; ecuación (3.24).

$$u = \frac{-L_0 L_1 N_r^2 x_1^2 x_3 \cos(N_r x_2) + 2 L_1 N_r R x_1^2 \sin(N_r x_2) + L_1^2 N_r^2 x_1^2 x_3 (1 + \sin^2(N_r x_2))}{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)}$$

$$+\frac{\frac{2D}{J}[L_0 - L_1\cos(N_r x_2)][L_1 N_r x_1^2 \sin(N_r x_2) - Dx_3 - \Delta sgn(x_3)] + v}{L_1 N_r x_1 \sin(N_r x_2)} \tag{3.24}$$

Finalmente, el cambio de coordenadas se muestra en la ecuación (3.25).

$$\begin{aligned} z_1 &= \lambda(x) = x_2 \\ z_2 &= L_f\lambda(x) = x_3 \\ z_3 &= L_f^2\lambda(x) = \frac{N_r L_1}{2J}x_1^2\sin(N_r x_2) - \frac{1}{J}[Dx_3 + \Delta sgn(x_3)] \end{aligned} \tag{3.25}$$

3.2. Dinámica cero

En el análisis de sistemas no lineales es de gran utilidad conocer la dinámica cero, la cual, tiene un papel similar a los ceros en sistemas lineales. En este caso la dinámica cero es el conjunto de todos los estados x_0 y entradas $u(x_0)$, definidos para toda t en la vecindad de $t = 0$ que hagan que la salida sea idéntica a cero. El procedimiento para encontrar la dinámica cero de cualquier sistema consiste en hacer cero todos los estados $z_1, z_2, \cdots, z_{r-1}$, y z_r y sustituirlo en la dinámica del sistema. Para realizar dichos pasos, es necesario encontrar una transformación de coordenadas, como la realizada en la linealización exacta, pero en este caso respetando la función de salida $h(x)$, para ello tenemos lo siguiente; ecuación (3.26):

$$\begin{aligned} z_1 &= \phi_1(x) = h(x) = x_3 \\ z_2 &= \phi_2(x) = L_f h(x) = \frac{N_r L_1}{2J}x_1^2\sin(N_r x_2) - \frac{1}{J}[Dx_3 + \Delta sgn(x_3)] \\ z_3 &= \phi_3(x) \end{aligned} \tag{3.26}$$

Se busca una función ϕ_3 tal que $L_g\phi_3(x) = 0$, en consecuencia, se requiere lo siguiente; ecuación (3.27).

$$\frac{\partial\phi_3}{\partial x_1}\frac{1}{L_0 - L_1\cos(N_r x_2)} = 0 \tag{3.27}$$

Se propone que $\phi_3(x) = x_2$, ahora se comprueba que el Jacobiano de Φ, mostrado en la ecuación (3.28), no sea una matriz singular.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{N_r L_1}{J}x_1\sin(N_r x_2) & \frac{N_r^2 L_1}{2J}x_1^2\cos(N_r x_2) & -\frac{D}{J} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

Esto es fácilmente comprobable mediante su determinante; ecuación (3.29).

$$det\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) = \frac{N_r L_1}{J}x_1\sin(N_r x_2) \tag{3.29}$$

La transformación inversa está dada por la ecuación (3.30).

$$\begin{aligned} x_3 &= z_1 \\ x_2 &= z_3 \\ x_1 &= \sqrt{\frac{2[Jz_2 + Dz_1 + \Delta sgn(z_1)]}{N_r L_1\sin(N_r z_3)}} \end{aligned} \tag{3.30}$$

Con el cambio de coordenadas la dinámica del sistema queda descrita por la ecuación (3.31).

$$\begin{aligned}
\dot{z_1} &= z_2 \\
\dot{z_2} &= b(z) + a(z)u \\
\dot{z_3} &= q_3(z)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

En donde:

$$\begin{aligned}
a(z) &= L_g L_f h\left(\Phi^{-1}(z)\right) \\
b(z) &= L_f^2 h\left(\Phi^{-1}(z)\right) \\
q_3(z) &= L_f \phi_3\left(\Phi^{-1}(z)\right)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

De las ecuaciones (3.14) y (3.30), se obtiene $a(z)$ mostrada en la ecuación (3.33).

$$a(z) = \frac{2N_r L_1 \sin(N_r z_3)[Jz_2 + Dz_1 + \Delta sgn(z_1)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)]} \tag{3.33}$$

Se calcula $L_f^2 h(x)$; ecuación (3.34).

$$\begin{aligned}
L_f^2 h(x) = &-\frac{N_r L_1 x_1^2 \sin(N_r x_2)[R + L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)]} + \frac{N_r^2 L_1}{2J} x_1^2 x_3 \cos(N_r x_2) \\
&- \frac{D}{J^2}[\frac{N_r L_1}{2} x_1^2 \sin(N_r x_2) - Dx_3 - \Delta sgn(x_3)]
\end{aligned} \tag{3.34}$$

De las ecuaciones (3.30) y (3.34) a encuentra $b(z)$; ecuación (3.35)

$$\begin{aligned}
b(z) = &-\frac{2[Jz_2 + Dz_1 + \Delta sgn(z_1)][R + L_1 N_r z_1 \sin(N_r z_3)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)]} \\
&+ \frac{N_r z_1 [Jz_2 + Dz_1 + \Delta sgn(z_1)] \cos(N_r z_3)}{J \sin(N_r z_3)} - \frac{D}{J} z_2
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Para hallar $q_3(z)$ se tiene lo siguiente; ecuación (3.36).

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}; \qquad L_f \phi_3(x) = x_3; \qquad q_3(z) = L_f \phi_3\left(\Phi^{-1}(z)\right) = z_1; \tag{3.36}$$

Se hace $z_1 = z_2 = 0$ y se sustituye en las ecuaciones (3.33) y (3.35), obteniendo las ecuaciones (3.37) y (3.38) correspondientemente.

$$a(z)|_{z_1=0, z_2=0} = \frac{2N_r L_1 \sin(N_r z_3)[\Delta sgn(z_1)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)]} \tag{3.37}$$

$$b(z)|_{z_1=0, z_2=0} = -\frac{2R[\Delta sgn(z_1)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)]} \tag{3.38}$$

La entrada u queda definida por la ecuación (3.39).

$$u = -\left.\frac{b(z)}{a(z)}\right|_{z_1=0, z_2=0} = \frac{R}{N_r L_1 \sin(N_r z_3)} \tag{3.39}$$

Dado que ninguna ecuación dinámica del sistema fue diferente de cero se dice que el sistema no tiene dinámica cero.

4. Programación del modelo no lineal simplificado

La programación del modelo del motor se dividió en seis bloques, dos correspondientes al circuito inversor, donde un bloque se encarga de manejar la lógica de conmutación, mientras que el otro cumple la función de la circuitería que regula la corriente mediante histéresis. Por otro lado, los cuatro bloques restantes corresponden al motor, el diagrama de bloques implementado en Simulink se muestra en la figura 4.1.

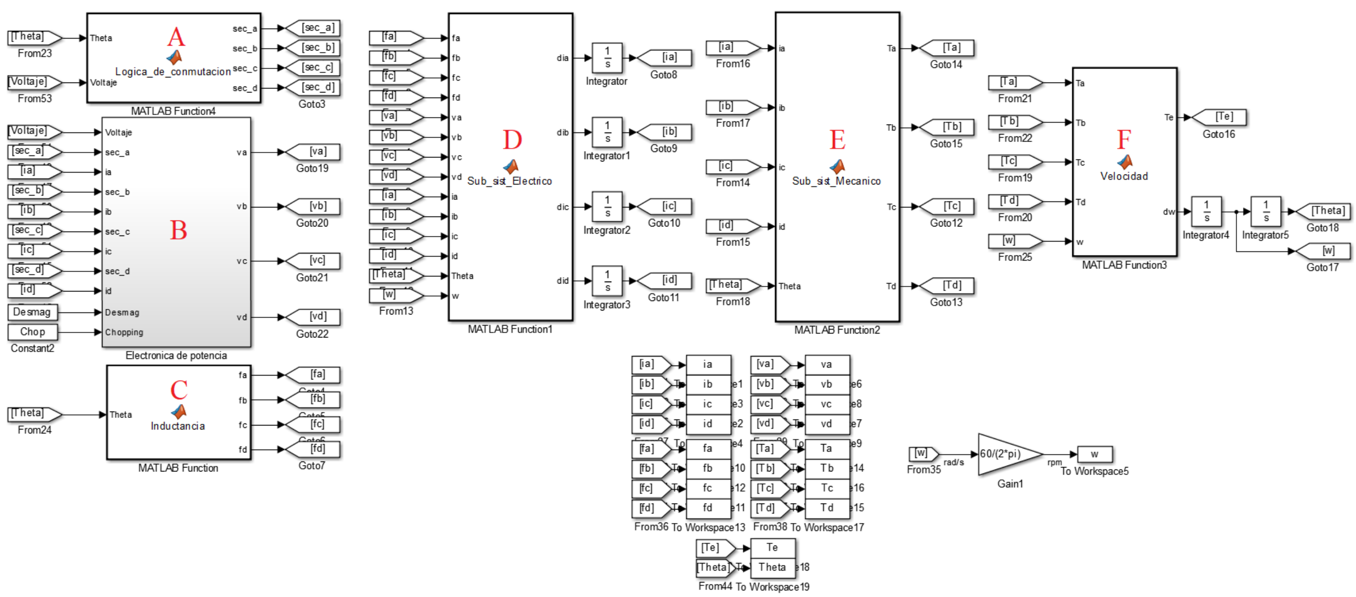


Figura 4.1: Diagrama de bloques del sistema completo del motor

En seguida se describe el contenido de cada uno de estos bloques y en el caso de los bloques del circuito inversor como operan estos.

4.1. Bloque A: Lógica de conmutación

De acuerdo con la ecuación (2.10) el signo del torque es independiente del signo de la corriente, y solo se ve afectado por el signo de la función senoidal, la cual, a su vez corresponde a la derivada de la inductancia. Es decir, el torque producido por cada fase será positivo siempre que la inductancia incremente y negativo cuando la inductancia decaiga. Por ello y debido al comportamiento de la inductancia de cada una de las fases, mostradas en la figura 4.2, se deduce la secuencia de activación de las fases para giro horario y antihorario las cuales, se muestran en las figuras 4.3 y 4.4 correspondientemente.

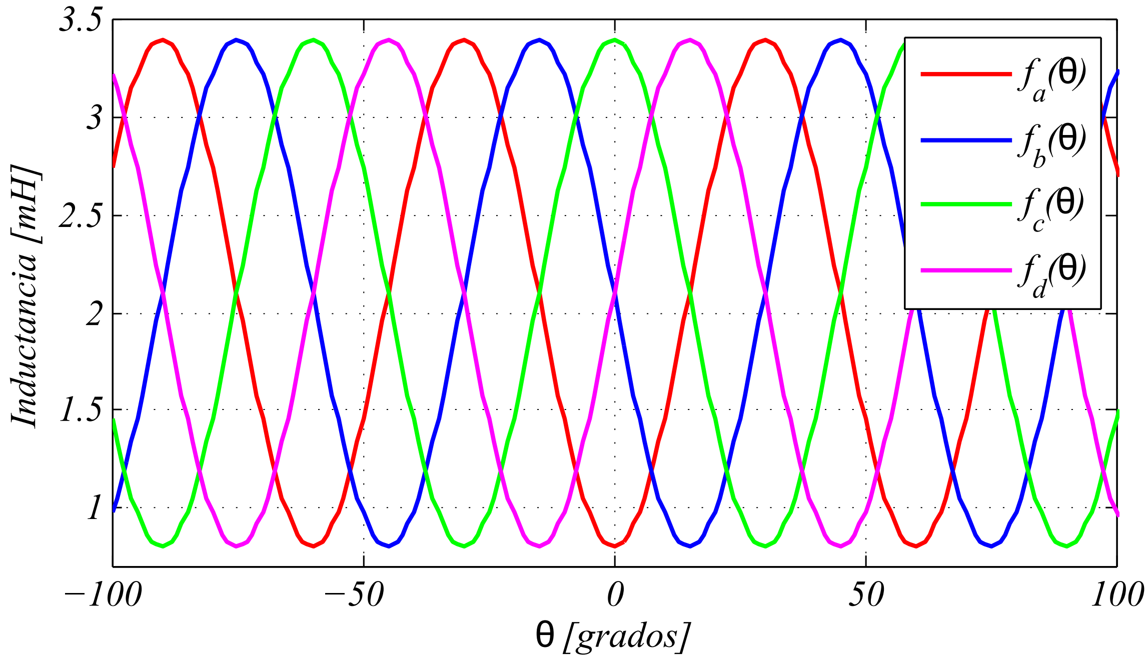


Figura 4.2: Inductancias de las fases del motor

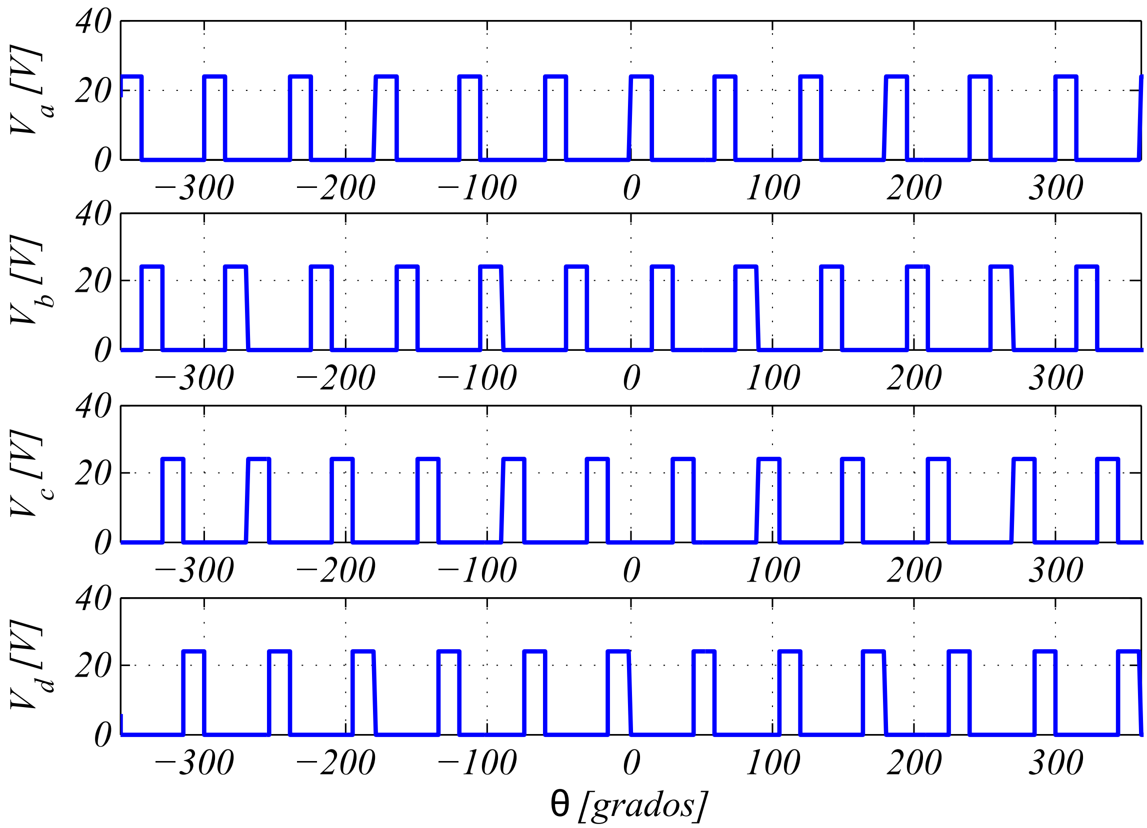


Figura 4.3: Secuencia para giro horario

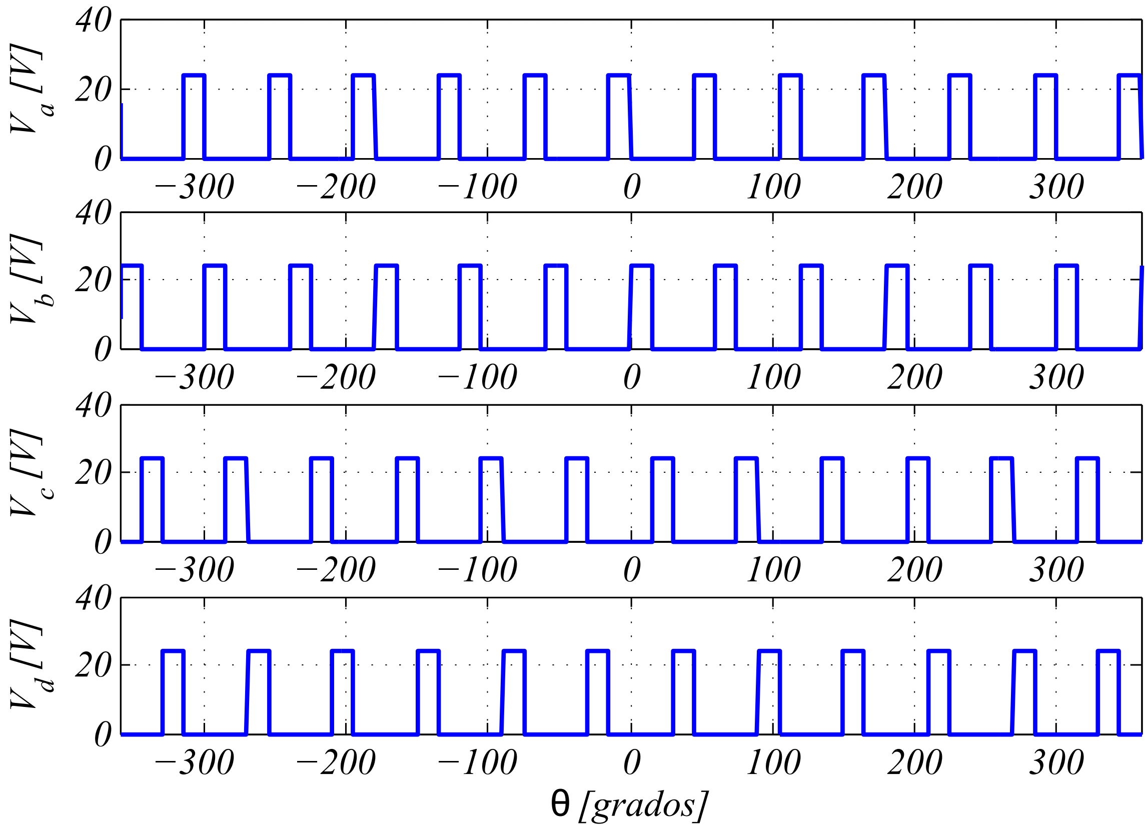


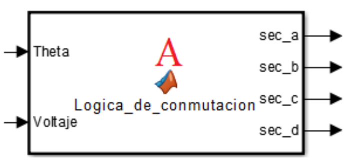
Figura 4.4: Secuencia para giro antihorario

Como se puede observar el ancho del pulso de cada señal es de 15°, lo cual, corresponde al ángulo de paso mismo que se puede calcular mediante la ecuación 4.1, de esto se puede deducir fácilmente que el motor conmuta 6 veces cada una de sus fases por cada vuelta.

$$\varepsilon = \frac{360°}{N \cdot N_r} \tag{4.1}$$

Generalmente un circuito convertidor posee una entrada de voltaje, un bit de dirección y retroalimentación de la posición. No obstante, para la programación del circuito en este proyecto se decidió integrar el bit de dirección con el voltaje, de manera tal que, al recibir voltajes negativos el circuito lo interprete como un giro en sentido antihorario. De esta forma será posible controlar la velocidad del motor con una única entrada.

Para implementar el bloque correspondiente a la lógica de conmutación se programó un bloque Matlab *function*, para encender y apagar cada una de las fases para la secuencia de giro horario. En el caso del giro en sentido antihorario debido a la similitud de la secuencia de giro horario, únicamente se redireccionan las salidas para obtener la secuencia correcta. El bloque y el código programado se muestran en la figura 4.5, mientras que el diagrama de flujo, en el cual, se basa el código se puede observar en la figura 4.6.




```
function [sec_a,sec_b,sec_c,sec_d] = Logica_de_conmutacion(Theta,Voltaje)
Theta=Theta*180/pi;
Min_a=[-360,-300,-240,-180,-120,-60,0,60,120,180,240,300];
Max_a=Min_a+15;
Min_b=Max_a;
Max_b=Min_b+15;
Min_c=Max_b;
Max_c=Min_c+15;
Min_d=Max_c;
Max_d=Min_d+15;
sec_a=0;
sec_b=0;
sec_c=0;
sec_d=0;
if Theta>=0
    theta=mod(Theta,360);
else
    theta=-mod(-Theta,360);
end
for k=1:12
    if (theta>Min_a(k) &&  theta<=Max_a(k))
        sec_a=Voltaje;
        sec_b=0;
        sec_c=0;
        sec_d=0;
        break;
    elseif (theta>Min_b(k) &&  theta<=Max_b(k))
        sec_a=0;
        sec_b=Voltaje;
        sec_c=0;
        sec_d=0;
        break;
    elseif (theta>Min_c(k) &&  theta<=Max_c(k))
        sec_a=0;
        sec_b=0;
        sec_c=Voltaje;
        sec_d=0;
        break;
    elseif (theta>Min_d(k) &&  theta<=Max_d(k))
        sec_a=0;
        sec_b=0;
        sec_c=0;
        sec_d=Voltaje;
        break;
    end
end
if Voltaje<0
    k1=sec_a;
    sec_a=-sec_d;
    k2=sec_b;
    sec_b=-k1;
    k1=sec_c;
    sec_c=-k2;
    sec_d=-k1;
end
```

Figura 4.5: Bloque A y su código

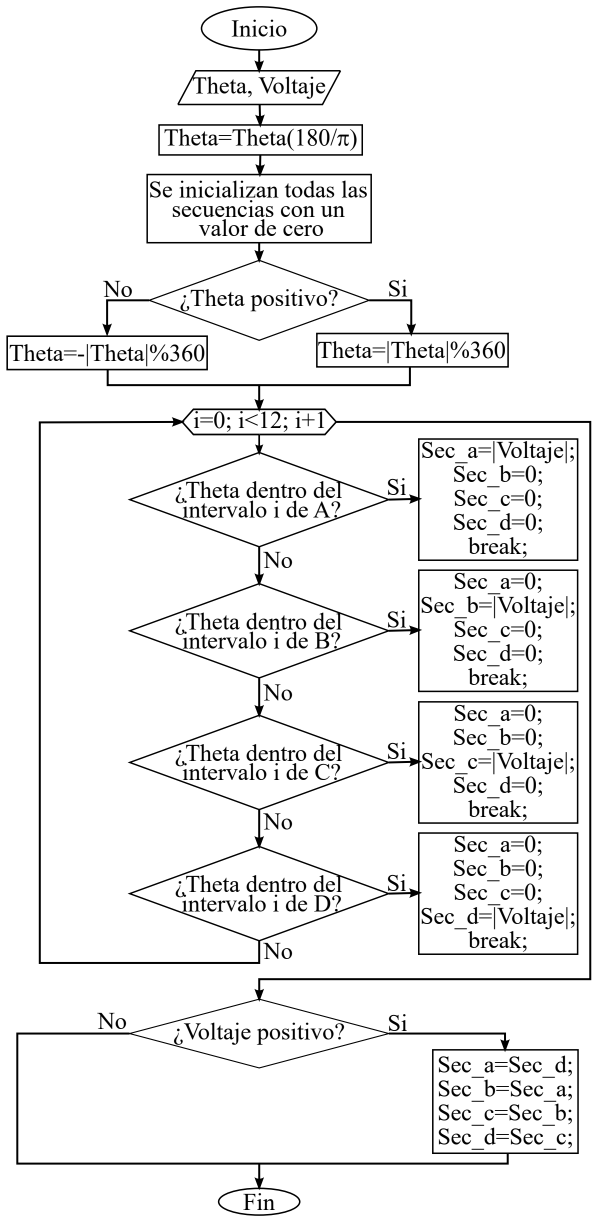


Figura 4.6: Diagrama de flujo del bloque A

4.2. Bloque B: Electrónica de potencia

Comúnmente cualquier convertidor implementa alguna técnica de regulación de corriente como una protección para el motor, dado que, la resistencia de las fases suele ser relativamente pequeña provocando una demanda de corriente que puede dañar al motor. Por esta razón se programó un bloque de regulación de corriente por histéresis ya que está técnica de regulación es de lazo cerrado y se considera más segura que la técnica por PWM, que no tiene retroalimentación de la corriente. El bloque se programó mediante un subsistema; figura 4.7, cuyas entradas y salidas son las siguientes:

- Entradas de corriente de cada fase.
- Entradas de voltajes de secuencia de cada fase.

- Entrada de voltaje del circuito inversor.
- Entrada del bit de desmagnetización (0 = sin desmagnetización, 1= con desmagnetización).
- Entrada del bit de troceado de corriente (0 = *Soft chopping*, 1 = *Hard chopping*).
- Salidas de voltaje de cada fase.

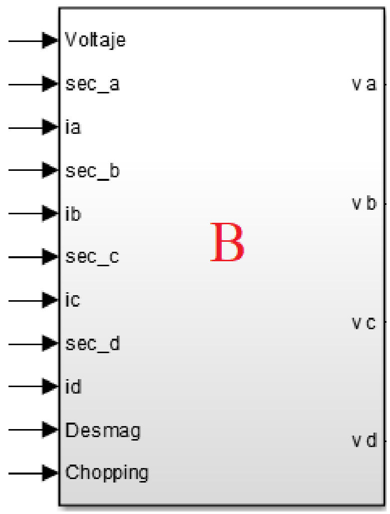
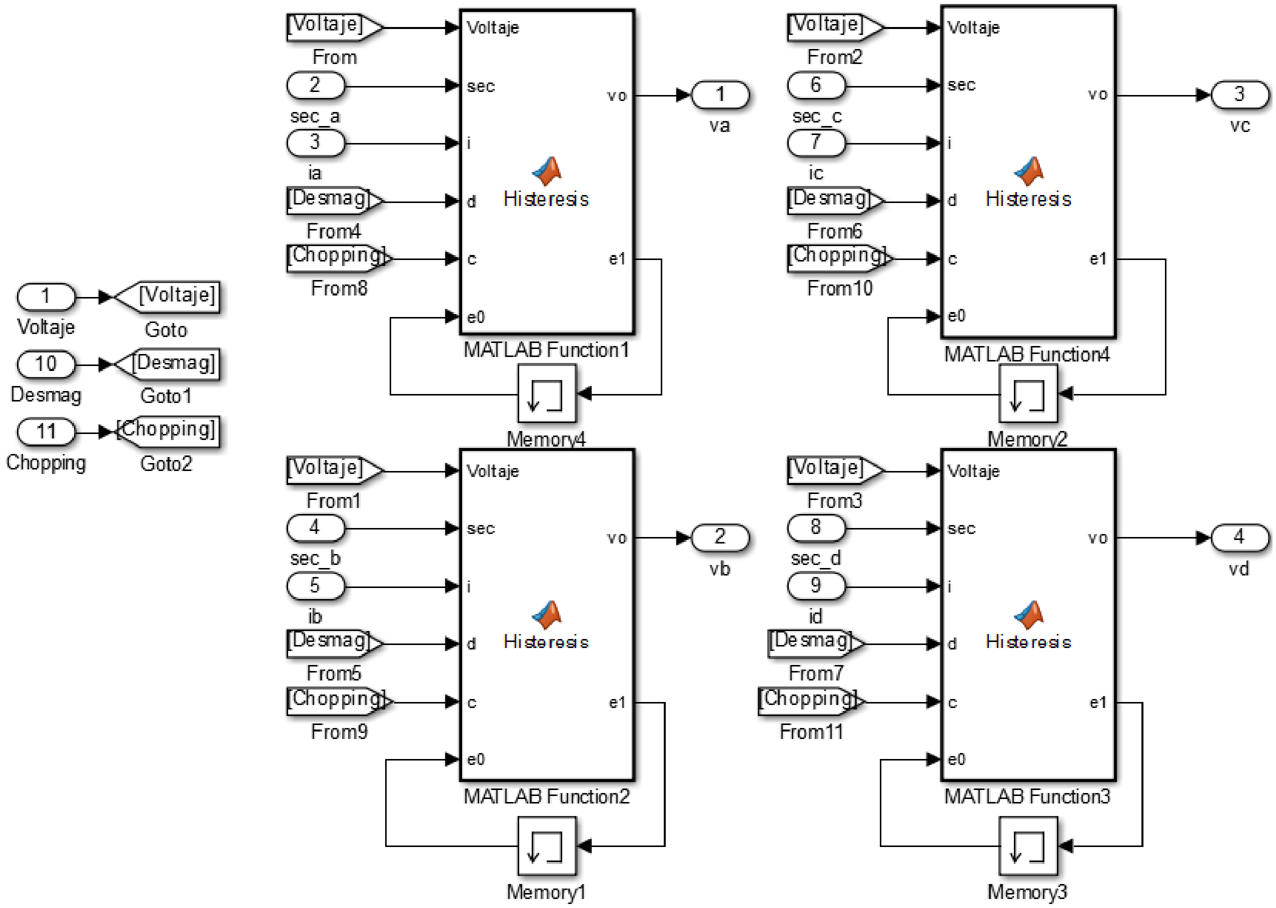


Figura 4.7: Bloque B

Internamente el subsistema cuenta con cuatro bloques de Matlab *function*, como se muestra en la figura 4.8, dichos bloques se encargan de verificar que la corriente de cada fase se encuentre dentro de la banda histéresis. Esto lo logra siguiendo el algoritmo representado en el diagrama de flujo de la figura 4.9. Del diagrama de flujo se tienen las siguientes variables:

- Voltaje = Voltaje de entrada del circuito inversor.
- sec = Voltaje de secuencia de la fase.
- i = Corriente de la fase.
- Isup = Límite superior de corriente.
- Iinf = Límite inferior de corriente.
- d = Bit de desmagnetización.
- c = Bit de troceado de corriente.
- e0 = Estado anterior.
- e1 = Estado actual.




```
function [vo,e1] = Histeresis(Voltaje,sec,i,Isup,Iinf,d,c,e0)
if sec==0
    if i>0
        vo=-d*abs(Voltaje);
    else
        vo=0;
    end
else%La salida de voltaje actual se decide a partir del estado anterior
    vo = abs(Voltaje)*(e0-(1-e0)*c);
end
if i>=Isup              %Si la corriente es mayor al valor maximo deseado...
    e1=0;               %El estado actual se iguala a cero
    elseif i<=Iinf      %Si la corriente es menor al valor minimo deseado...
        e1=1;           %El estado actual se iguala a 1
    else                %Si la corriente se encuentra en el rango deseado...
      e1=e0;            %El estado actual se iguala al estado anterior
end
```

Figura 4.8: Interior del bloque B

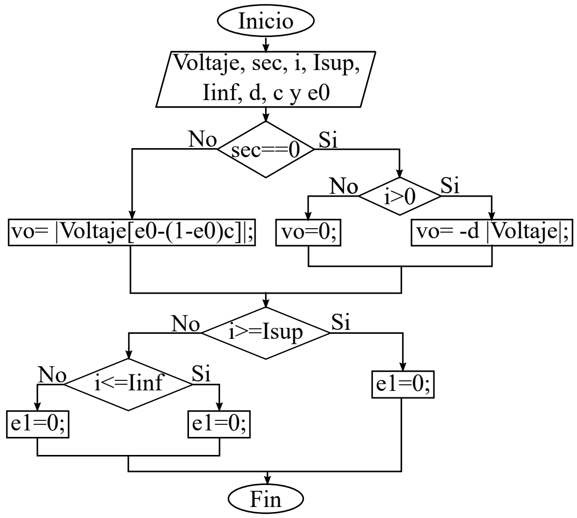
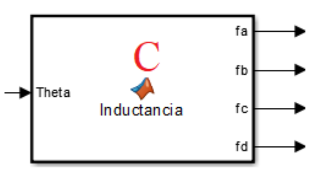


Figura 4.9: Diagrama de flujo del bloque B

4.3. Bloques del motor de reluctancia variable

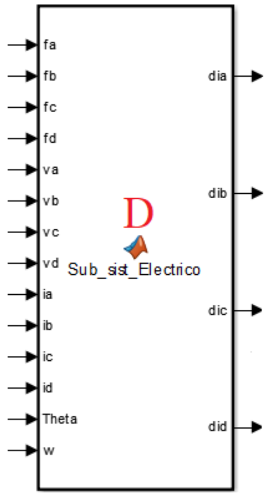
Para programar el motor de reluctancia variable se dividió este mismo en cuatro bloques de Matlab function para simplificar la búsqueda de errores, los bloques se enlistan a continuación:

- Bloque C: Inductancias, ecuación (2.5), figura 4.10.
- Bloque D: Subsistema eléctrico, ecuación (2.6), figura 4.11.
- Bloque E: Subsistema mecánico, ecuación (2.9), figura 4.12.
- Bloque F: Velocidad, ecuación (2.1) y ecuación (2.3), figura 4.13.



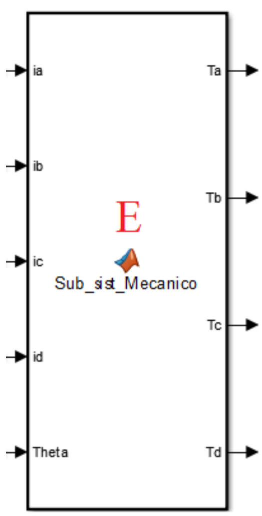

```
function [fa,fb,fc,fd] = Inductancia(L0,L1,Nr,N,Theta)
fa=L0-L1*cos(Nr*Theta);          %Función de la inductancia de la fase a
fb=L0-L1*cos(Nr*Theta-2*pi/N);   %Función de la inductancia de la fase b
fc=L0-L1*cos(Nr*Theta-4*pi/N);   %Función de la inductancia de la fase c
fd=L0-L1*cos(Nr*Theta-6*pi/N);   %Función de la inductancia de la fase d
```

Figura 4.10: Bloque de inductancias



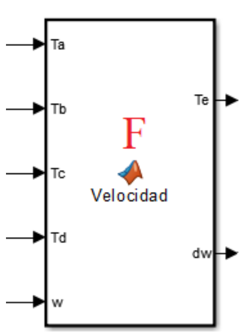

```matlab
function [dia,dib,dic,did] = Sub_sist_Electrico(fa,fb,fc,fd,va,vb,vc,vd,...
    ia,ib,ic,id,Theta,w,L1,Nr,N,R)
%Derivada de la corriente de la fase a
dia=(1/fa)*(va-ia*R-L1*Nr*ia*w*sin(Nr*Theta));
%Derivada de la corriente de la fase b
dib=(1/fb)*(vb-ib*R-L1*Nr*ib*w*sin(Nr*Theta-2*pi/N));
%Derivada de la corriente de la fase c
dic=(1/fc)*(vc-ic*R-L1*Nr*ic*w*sin(Nr*Theta-4*pi/N));
%Derivada de la corriente de la fase d
did=(1/fd)*(vd-id*R-L1*Nr*id*w*sin(Nr*Theta-6*pi/N));
```

Figura 4.11: Bloque del subsistema eléctrico




```matlab
function [Ta,Tb,Tc,Td] = Sub_sist_Mecanico(ia,ib,ic,id,Theta,L1,Nr,N)
Ta=(Nr*L1/2)*(ia^2)*sin(Nr*Theta);           %Par producido por la fase a
Tb=(Nr*L1/2)*(ib^2)*sin(Nr*Theta-2*pi/N);    %Par producido por la fase b
Tc=(Nr*L1/2)*(ic^2)*sin(Nr*Theta-4*pi/N);    %Par producido por la fase c
Td=(Nr*L1/2)*(id^2)*sin(Nr*Theta-6*pi/N);    %Par producido por la fase d
```

Figura 4.12: Bloque del subsistema mecánico




```matlab
function [Te,dw] = Velocidad(TL,J,Ta,Tb,Tc,Td,w,Delta,D)
Te=Ta+Tb+Tc+Td;                    %Par electromagnético producido
if w<0                             %Par por fricción de Columb mas vizcosa
    Tf=D*w-Delta;
elseif w>0
    Tf=D*w+Delta;
else
    Tf=0;
end
dw=(1/J)*(Te-TL-Tf);               %Derivada de la velocidad del motor
```

Figura 4.13: Bloque de velocidad

5. Simulación del modelo no lineal simplificado

Como primer paso para validar el modelo mediante su simulación, se introdujeron los parámetros proporcionados por el fabricante, los cuales, se enlistan abajo:

- $V_{max} = 24\ V_{cd}$
- $\omega_{max} = 6000\ rpm$
- $R = 3\Omega$
- L_0 =210 μH
- L_1 =130 μH
- $N = 4$
- $N_r = 6$
- $J = 3.9063{\times}10^{-5} Kgm^2$
- τ_l=0.01 Nm
- $D = 0.0001\ Nm/rad/s$
- $\Delta = 0.005\ Nm$

El motor se alimentó con un escalón de voltaje de amplitud igual al voltaje nominal por 1 segundo y posteriormente se invirtió la polaridad del pulso para provocar un cambio de giro en sentido antihorario. Con estos valores el motor no logra arrancar, por lo cual, se decidió ajustar los parámetros del motor principalmente las inductancias y la resistencia de fase hasta lograr alcanzar la velocidad nominal del motor cuando se aplican 24V a las fases. Nótese que todas estas pruebas se realizaron sin carga, es decir, con τ_l=0 y sin regulación de corriente. Después de varias pruebas se tomaron los siguientes parámetros los cuales, permitieron alcanzar una velocidad de 5700 rpm a 24V. Es importante resaltar que los datos del fabricante no son necesariamente incorrectos, simplemente se desconoce en qué condiciones fueron obtenidos.

- $R = 1\Omega$
- L_0 =2.1 mH
- L_1 =1.3 mH

En seguida en las figuras 5.1 y 5.2, se pueden observar las señales de corriente y torque de cada una de las fases del motor, por otra parte, en las figuras 5.3 y 5.4 se muestran las señales de velocidad y torque electromagnético total.

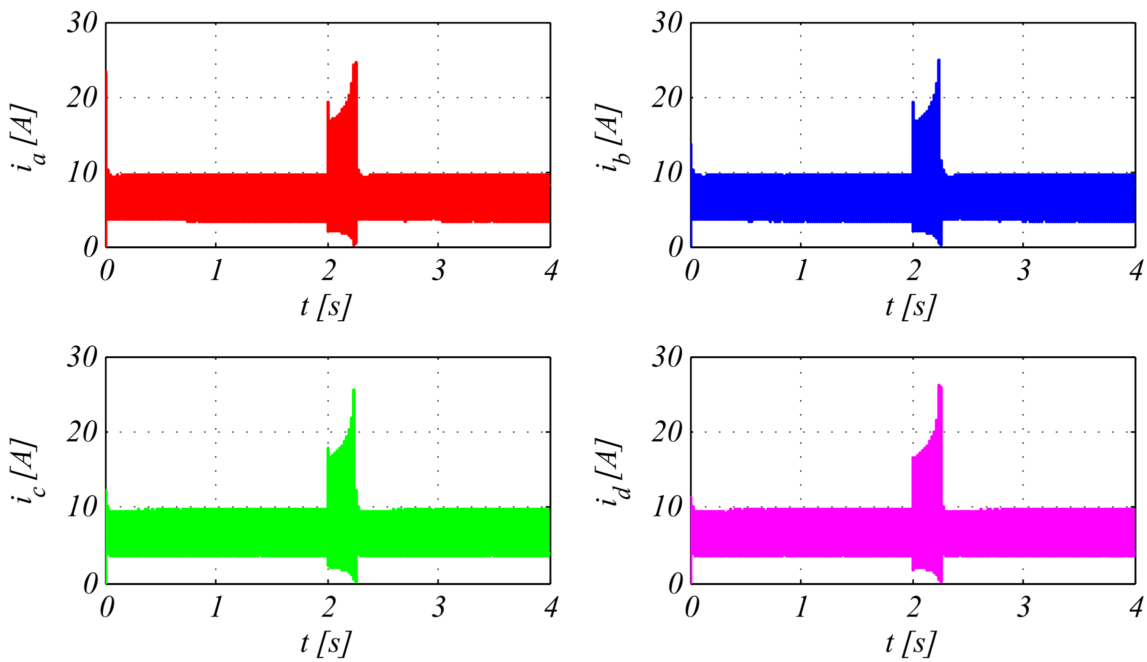


Figura 5.1: Corrientes de fase

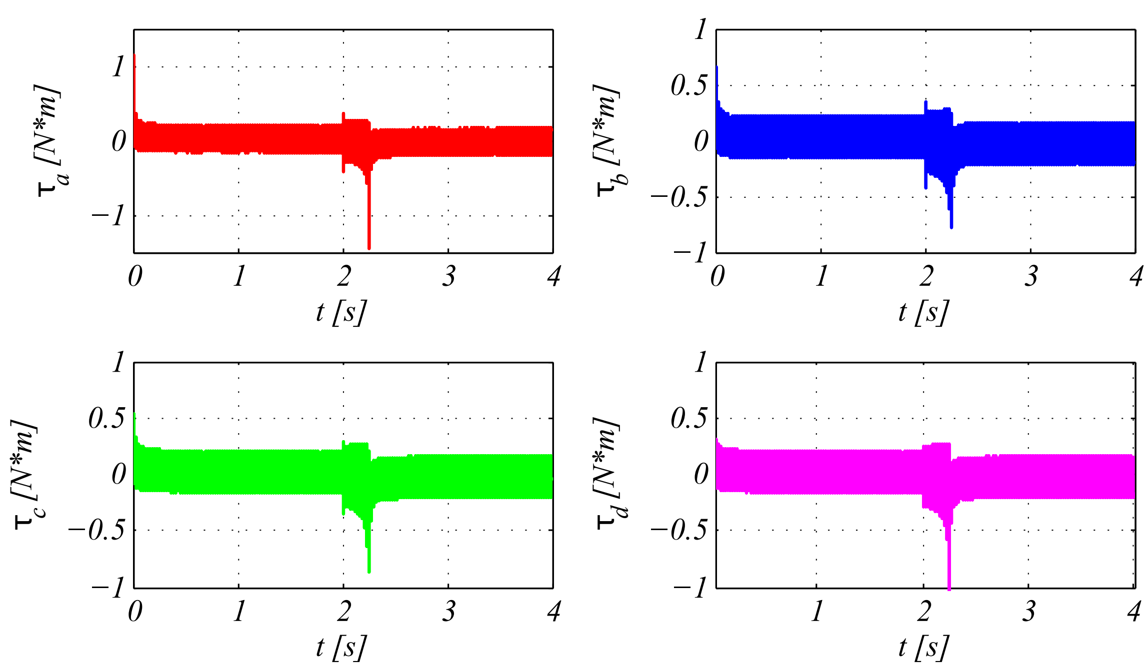


Figura 5.2: Torques de fase

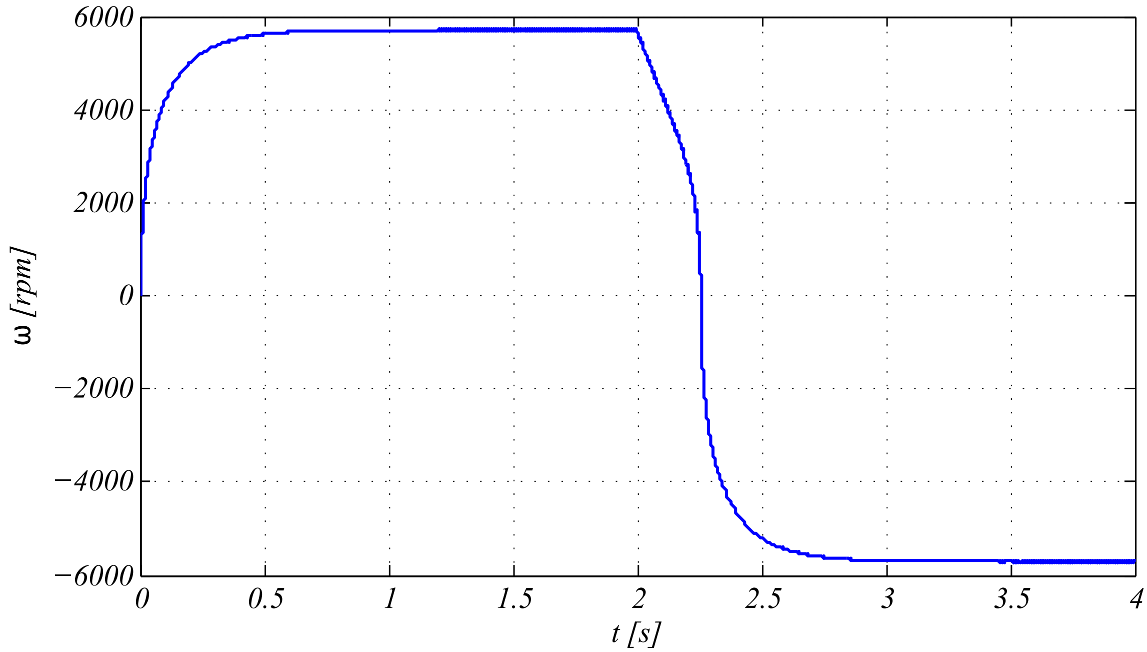


Figura 5.3: Velocidad del motor

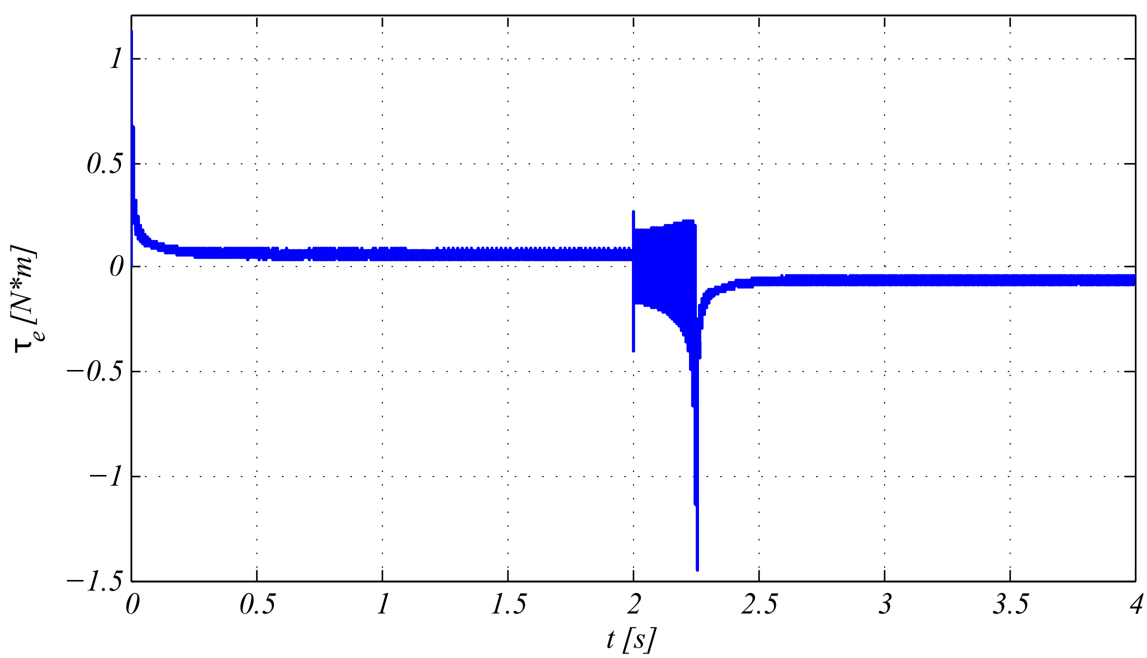


Figura 5.4: Torque total

5.1. Prueba del bloque: Lógica de conmutación

La simulación correspondiente al bloque de lógica de conmutación se presenta en las figuras 5.1 a 5.4 de la sección anterior, como se puede apreciar en dichas figuras, el motor pasa por una etapa de frenado ubicada entre los segundos 2 y 2.26 aproximadamente. Es fácil notar que al exigir un cambio abrupto en la dirección de giro el motor demanda una gran cantidad de corriente llegando a un pico de 25 A, mismo pico se puede observar en las gráficas de torque dado que el torque depende del cuadrado de la corriente. En el caso de la gráfica de velocidad, se aprecia como la velocidad decae de su valor nominal hasta llegar a cero en ese periodo de tiempo, posteriormente el motor alcanza la velocidad nominal en sentido antihorario. A fin de examinar con mayor detenimiento lo que ocurre con las corrientes al inicio y final de la etapa de frenado se deben observar las figuras 5.5 y 5.6. En la figura 5.5, se puede distinguir como a pesar de que el cambio de giro ya fue demandado al motor la secuencia continúa siendo para giro horario, es decir, A B C D; el único cambio apreciable en ese instante de tiempo es el incremento de la corriente.

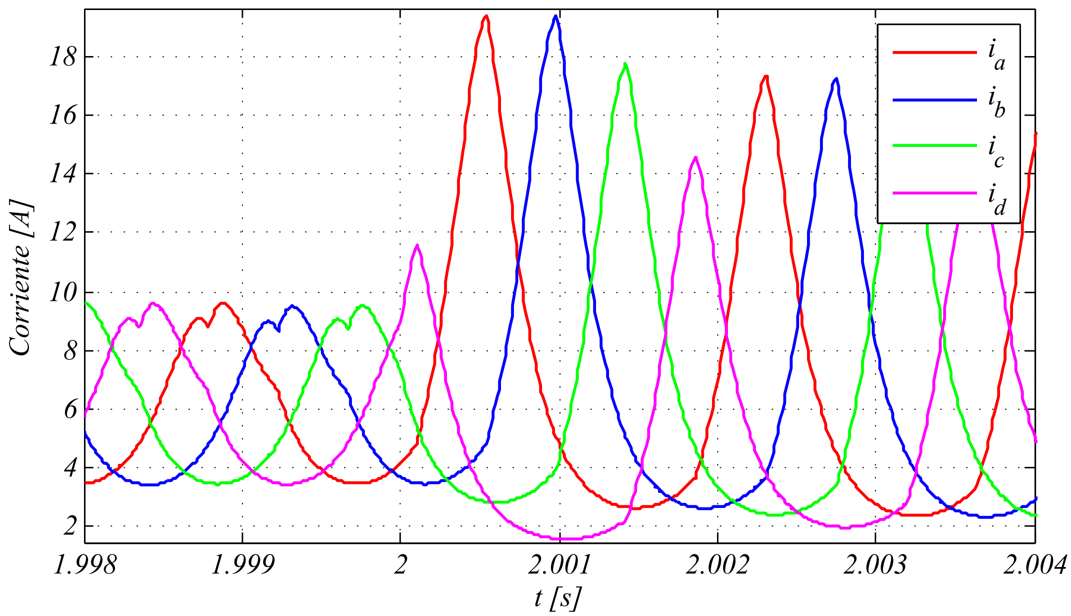


Figura 5.5: Corrientes de fase, inicio de la etapa de frenado

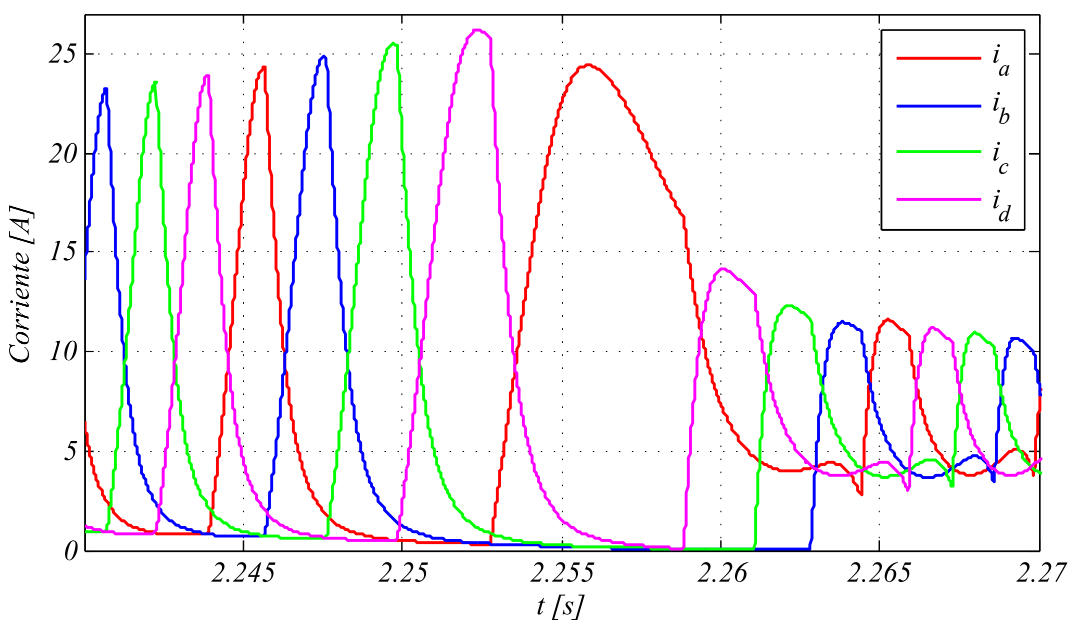


Figura 5.6: Corrientes de fase, fin de la etapa de frenado

En cambio, al finalizar la etapa de frenado la secuencia de las fases cambia de la siguiente forma A B C B A D C B, con lo cual, se obtiene la secuencia de giro antihorario, al mismo tiempo que el nivel de corriente vuelve a reducirse.

5.2. Prueba del bloque: Electrónica de potencia

Para poner a prueba este bloque del circuito inversor, primero se comprueba el funcionamiento del troceado de corriente. Se configuran los limites inferior y superior de corriente en 9 y 10A respectivamente y se aplica al motor 24V, durante dos segundos para asegurar que el motor ha llegado a su velocidad nominal. En las figuras 5.7 a 5.9 se muestran las respuestas de corriente de la fase A, torque y velocidad.

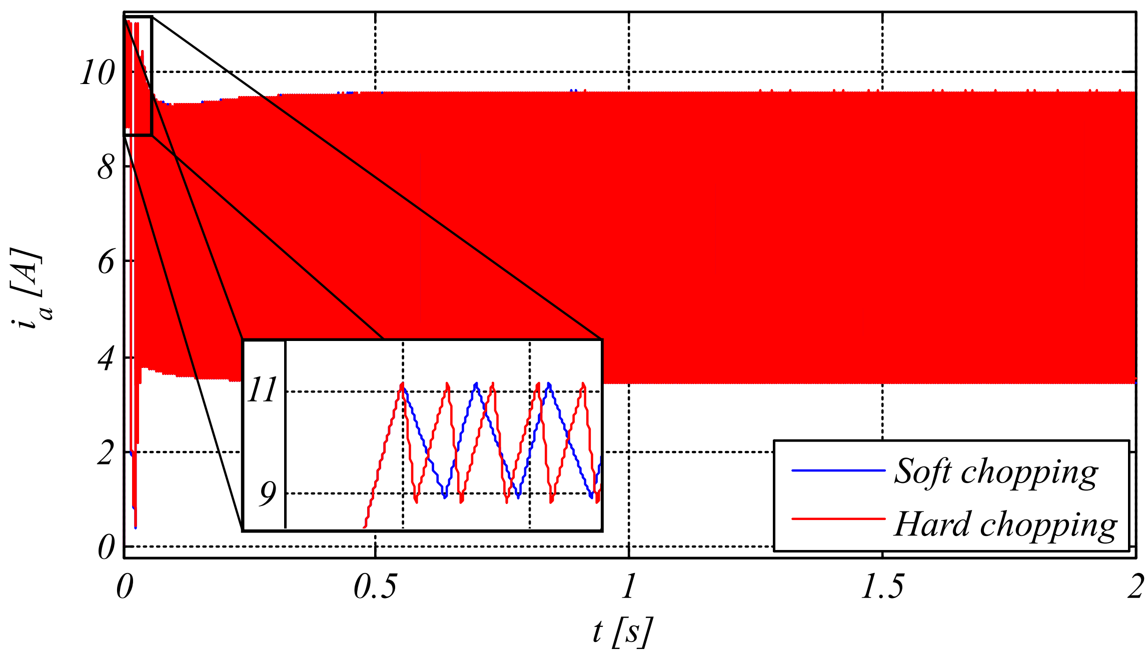


Figura 5.7: Corriente de la fase A, simulación del troceado de corriente

En la figura 5.7 se puede observar como la corriente efectivamente se mantiene dentro de la banda histéresis al inicio de la simulación, cuando la corriente demandada por el motor estaba alrededor de 20A. En esta misma gráfica se observa la diferencia entre el troceado de corriente *soft y hard chopping*. Donde claramente al caer con mayor velocidad el troceado *hard* alcanza una mayor frecuencia de troceado que el modo *soft*. El resto de la simulación la respuesta de corriente en ambos modos de troceado se mantiene idéntica, presentando únicamente un pequeño desfasamiento, provocado por la regulación del inicio. Como era de esperarse la respuesta de torque de la figura 5.8 fue similar en ambos modos de troceado de corriente, lo mismo ocurre con la respuesta de velocidad del rotor, figura 5.9.

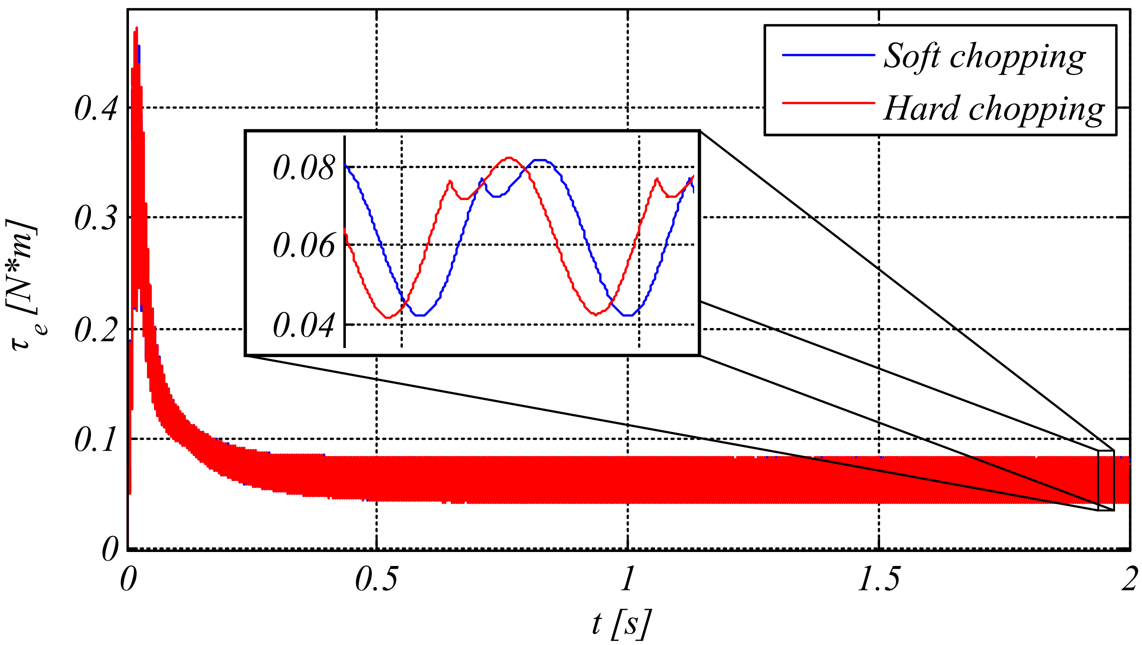


Figura 5.8: Torque total, simulación del troceado de corriente

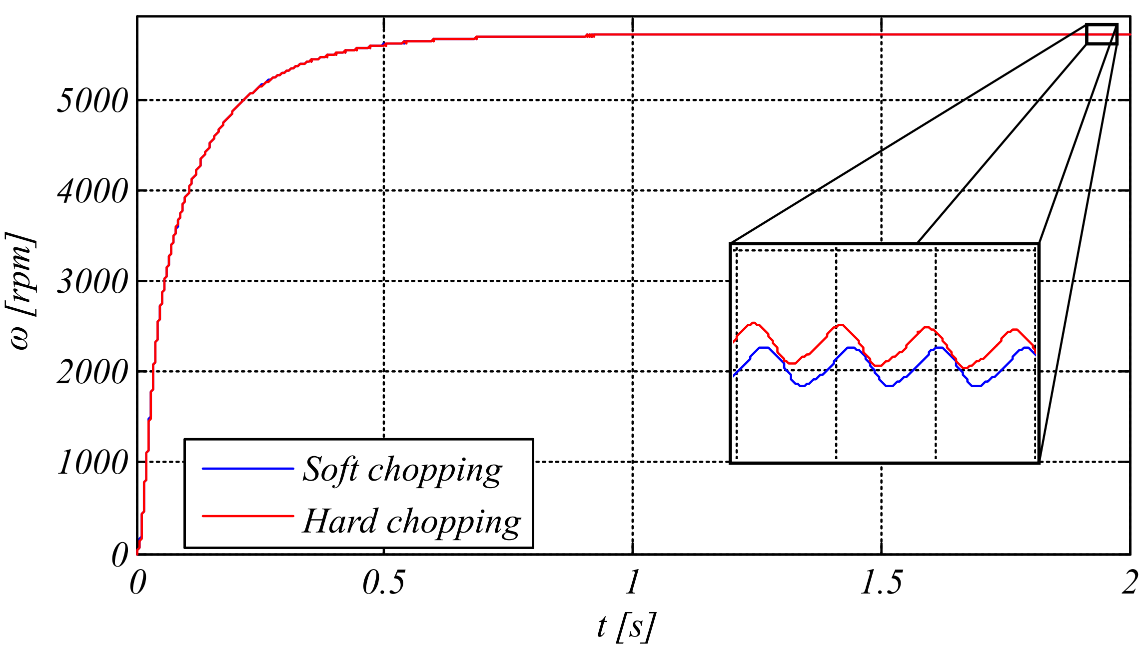


Figura 5.9: Velocidad del motor, simulación del troceado de corriente

Finalmente, la prueba del modo de desmagnetización de las fases consiste nuevamente en aplicar 24V al motor por dos segundos, mientras la regulación de corriente se mantiene inactiva. Las respuestas de corriente, torque y velocidad se pueden apreciar en las figuras 5.10 a 5.12.

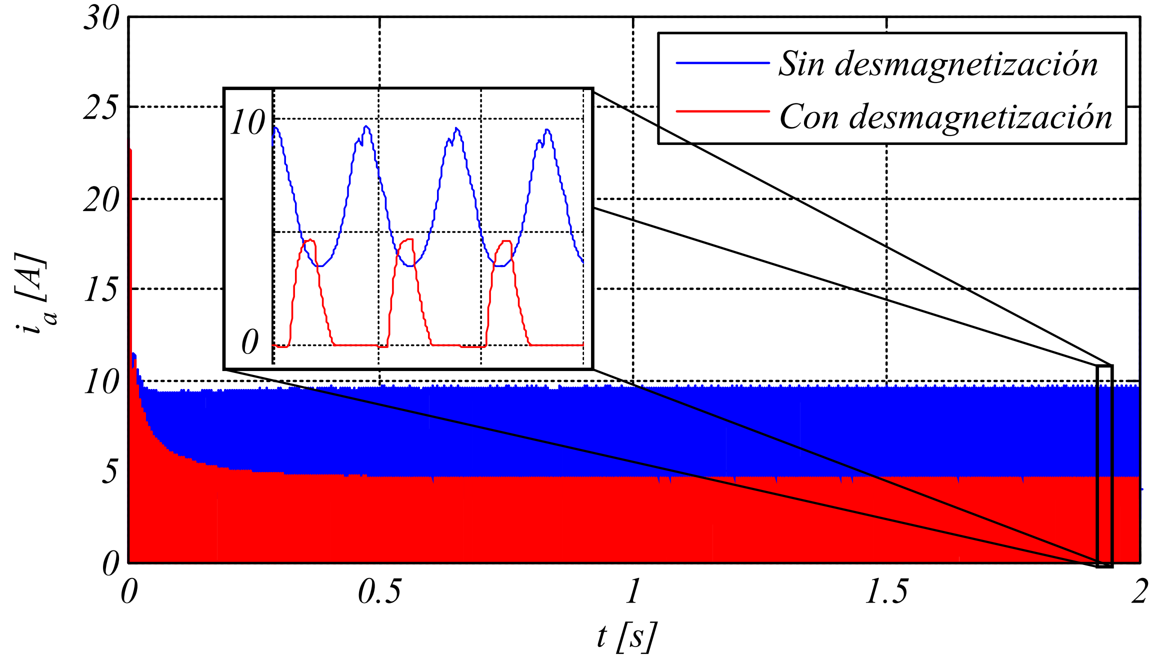


Figura 5.10: Corriente de la fase A, simulación de la desmagnetización

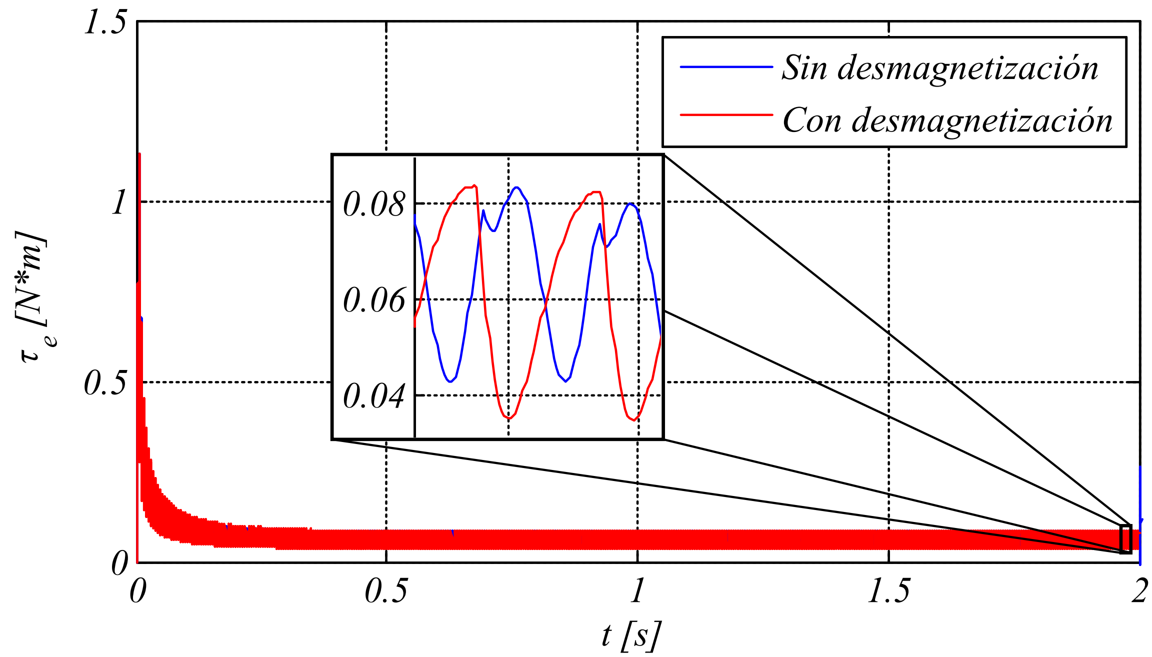


Figura 5.11: Torque total, simulación de la desmagnetización

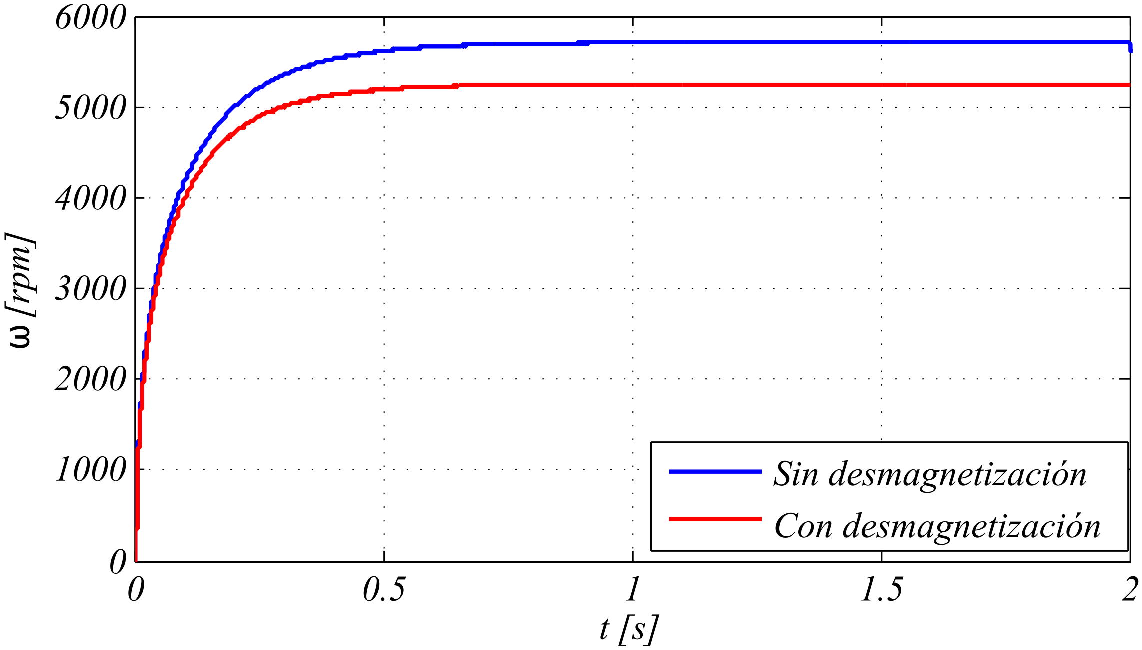


Figura 5.12: Velocidad del motor, simulación de la desmagnetización

Al comparar la operación del motor con y sin desmagnetización, es posible observar como las respuestas de corriente, mostradas en la figura 5.10, son notoriamente diferentes. Ya que en el caso sin desmagnetización la corriente no logra bajar a 0A y tiene un valor promedio mayor al visto en el caso con desmagnetización con una diferencia de 79 %, donde además si se alcanzan corrientes de 0A. De la figura 5.11 se aprecia como las respuestas de torque a pesar de ser ligeramente distintas, obtiene valores promedio similares difiriendo en un 7 %, mientras que en el caso de las respuestas de velocidad de la figura 5.12, los valores promedios obtenidos en ambos casos difieren en un 8 %, por lo tanto, el uso de la desmagnetización puede resultar favorable dado que el consumo de corriente visto en una de las fases del motor resultó ser mucho menor comparado al caso sin desmagnetización y las respuestas de torque y velocidad se ven poco afectadas.

6. Comparación de los modelos no lineales

A fin de comparar ambos modelos, primero se alimentó el motor de ambos modelos a 7V para intentar alcanzar una velocidad cercana a 2000rpm, alrededor de la cual, se piensa operar el motor, las gráficas obtenidas se muestran en las figuras 6.1 a 6.4. De estas graficas se puede observar que el motor alcanza una velocidad un poco menor a las 2000rpm con corrientes máximas de 8 A aproximadamente debido al cambio de giro, por lo tanto, la regulación de corriente no afectó el funcionamiento del motor. Al comparar las respuestas obtenidas del modelo con saturación, con las respuestas del modelo simplificado, es posible apreciar que en ambos modelos se llegan a resultados muy similares, con la única diferencia que los valores promedio obtenidos en la velocidad, donde se tiene una variación menor a 1rpm.

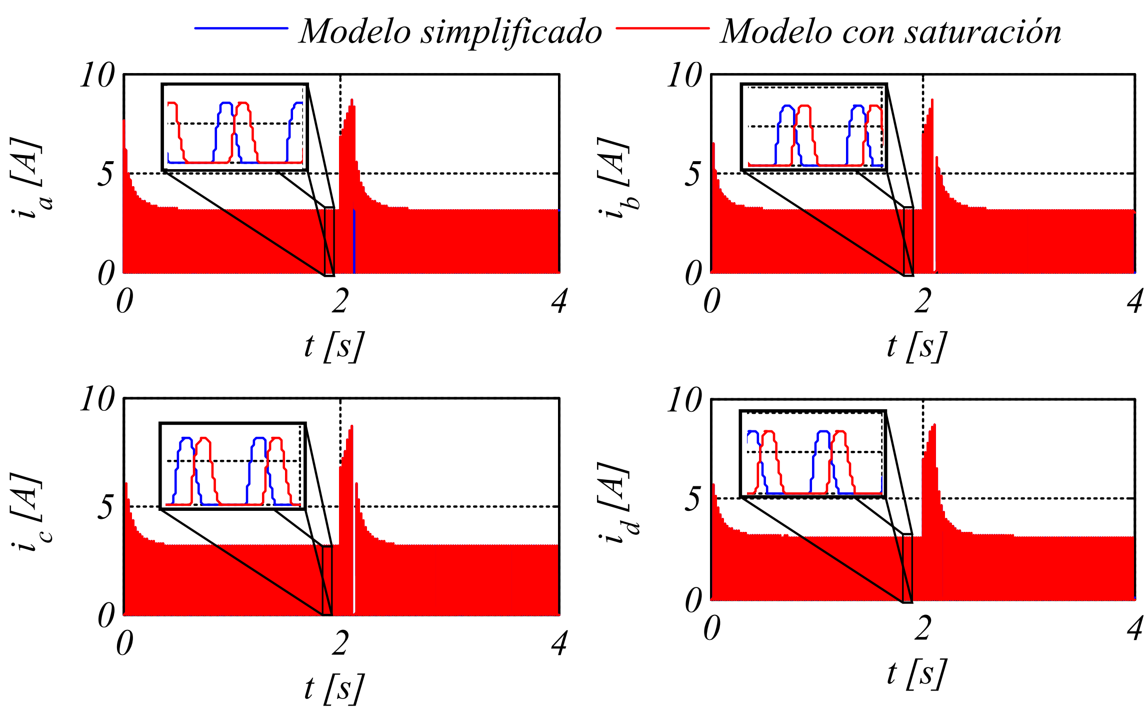


Figura 6.1: Corrientes de fase con v_i= 7V

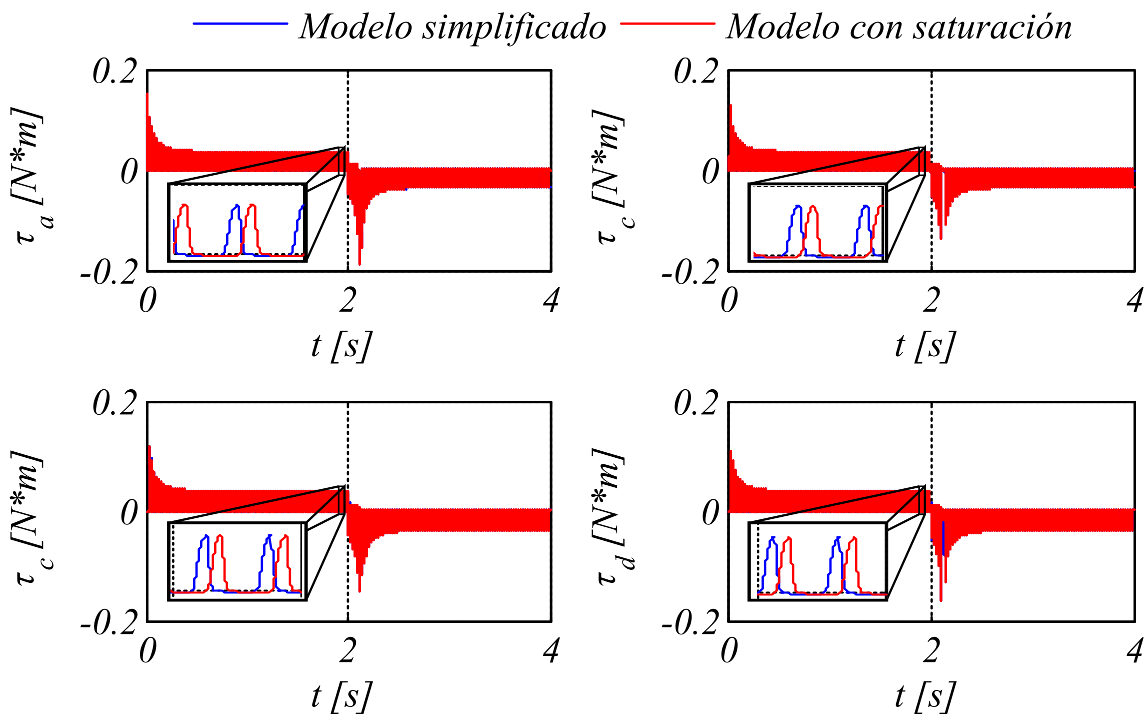


Figura 6.2: Torques de fase con v_i= 7V

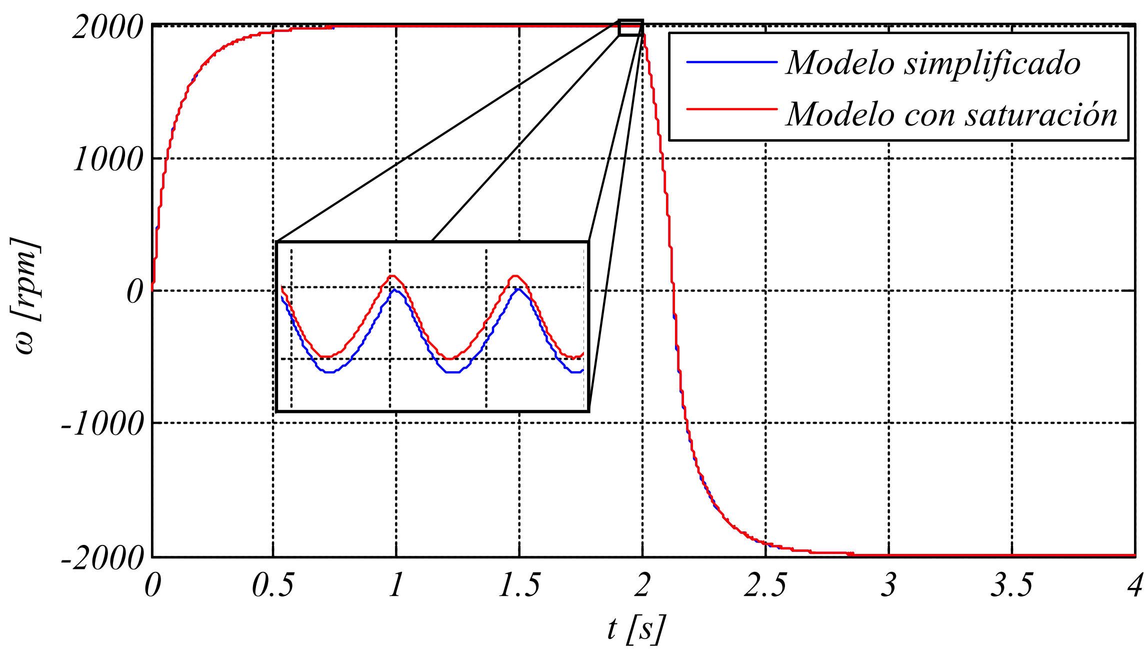


Figura 6.3: Velocidad del motor con v_i= 7V

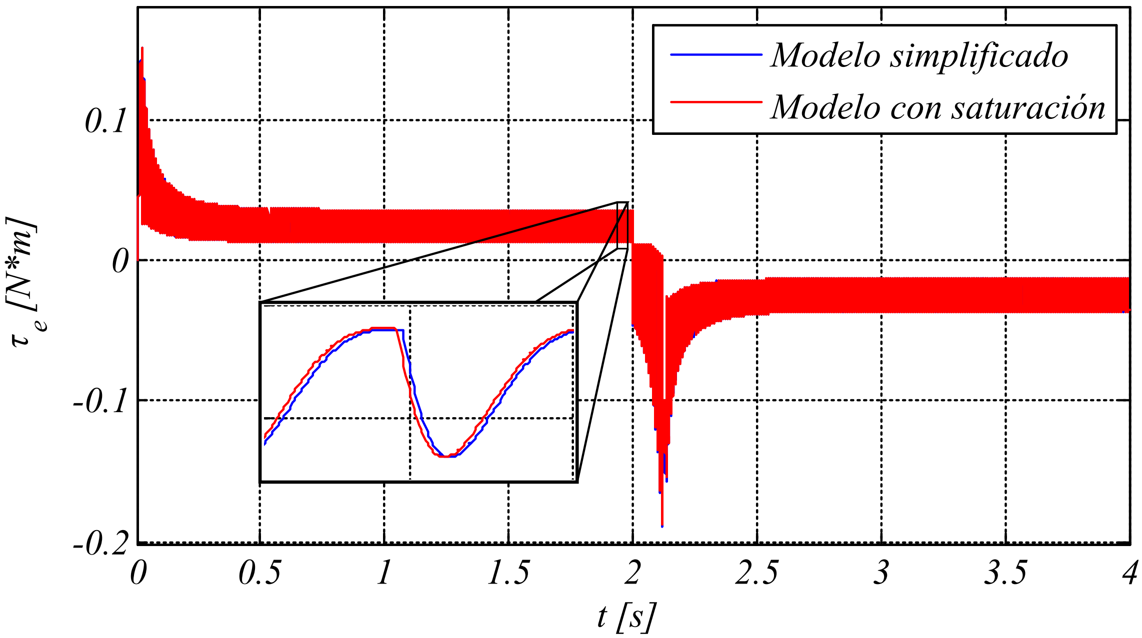


Figura 6.4: Torque total con v_i= 7V

A fin de observar el comportamiento de ambos modelos a voltaje nominal, para la siguiente prueba se aplica 24V a la entrada de voltaje. Nuevamente se muestran las respuestas de corriente, torque y velocidad del motor para ambos casos, figuras 6.5 a 6.8.

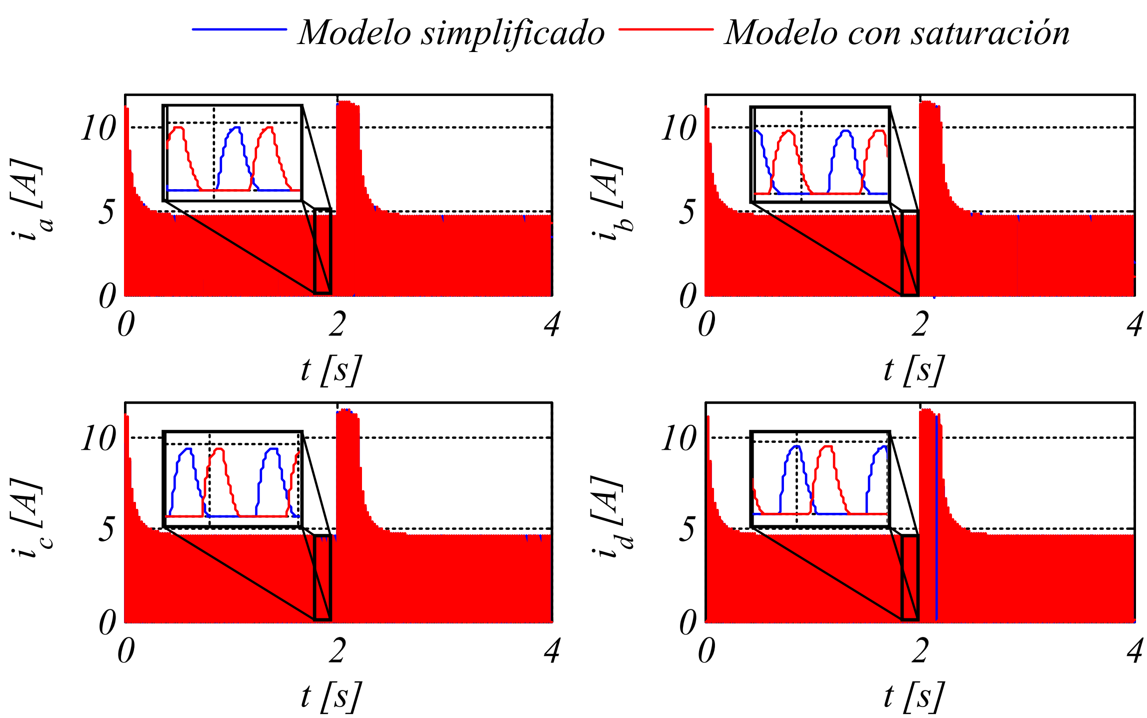


Figura 6.5: Corrientes de fase con v_i= 24V

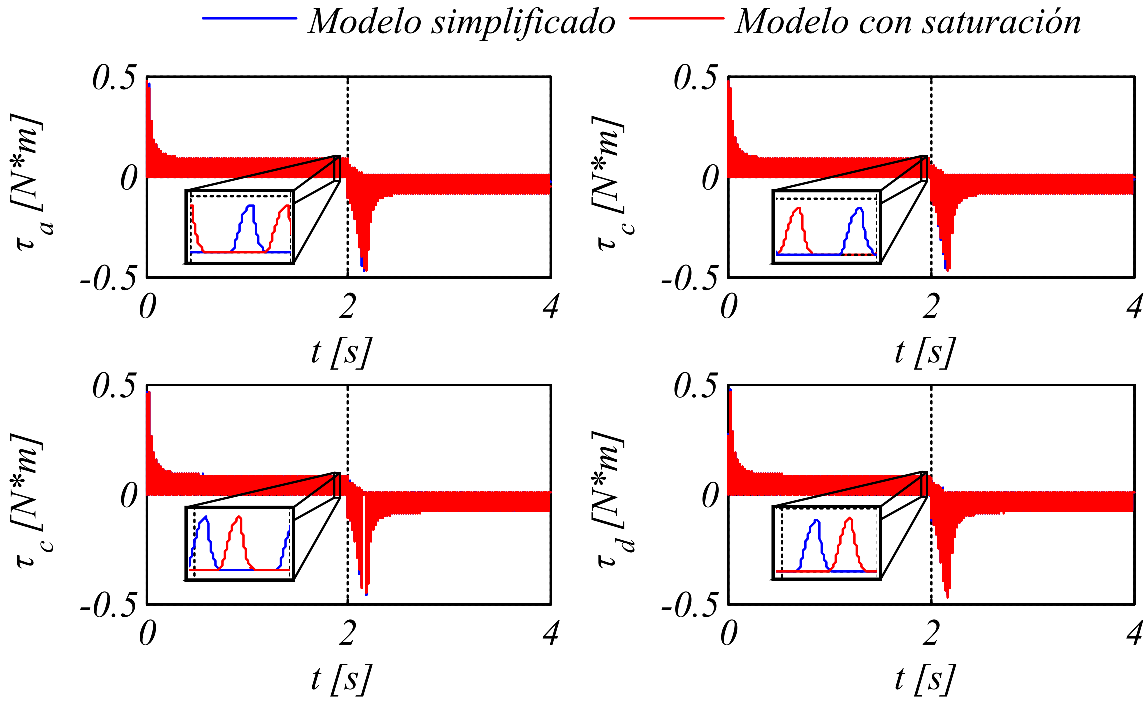


Figura 6.6: Torques de fase con v_i= 24V

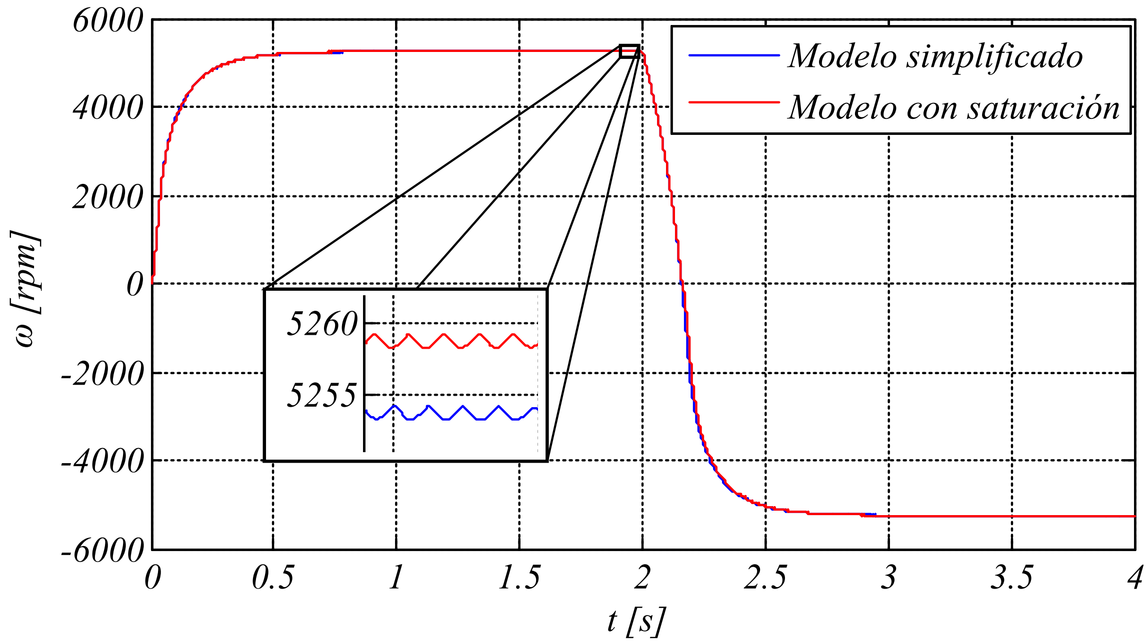


Figura 6.7: Velocidad del motor con v_i= 24V

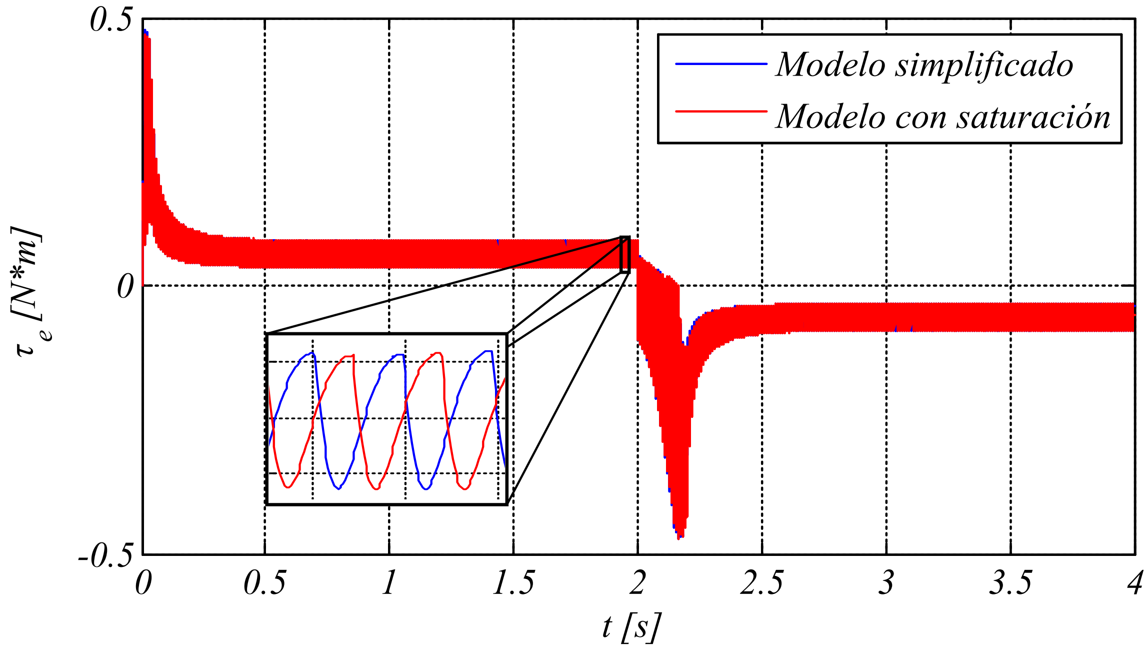


Figura 6.8: Torque total con v_i= 24V

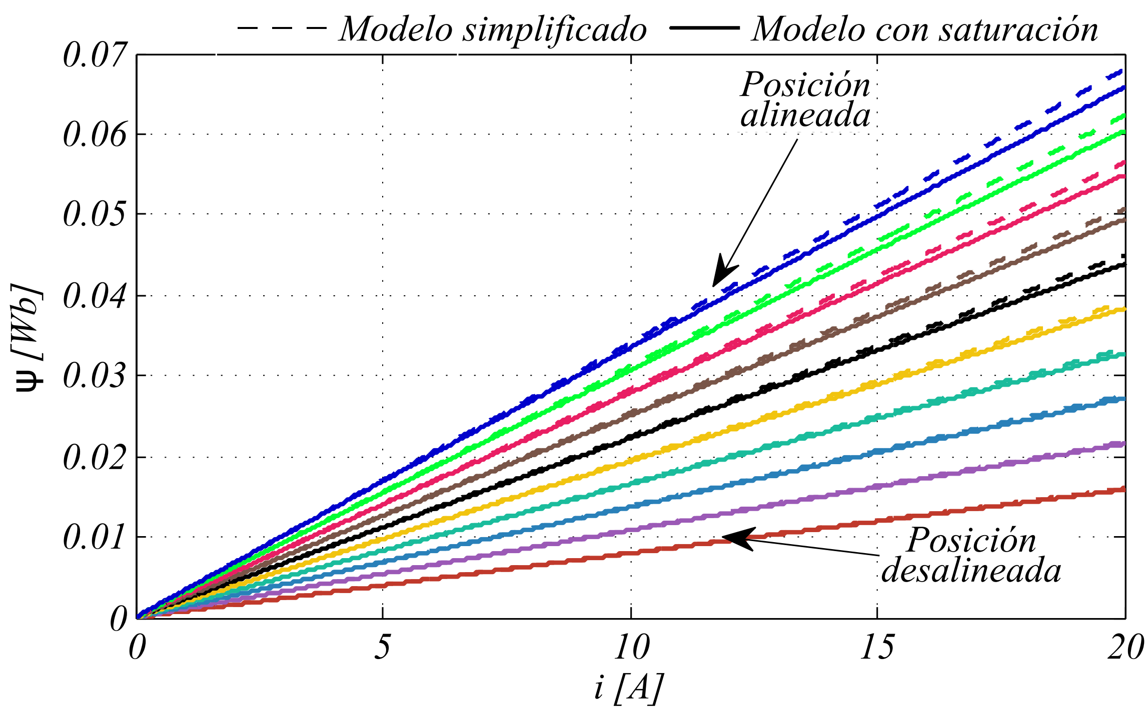


Figura 6.9: Encadenamientos de flujo

De las figuras anteriores se observa cómo, al igual que ocurrió al aplicar 7V, con voltaje nominal el comportamiento sigue siendo similar, nuevamente la diferencia más notoria se obtiene en la velocidad, donde se tiene una diferencia de 5rpm. Este resultado se debe a que a pesar de que el modelo incluye el efecto de la saturación del material, dicho efecto no es apreciable debido a la magnitud de la inductancia, que provoca que la saturación se manifieste a corrientes mayores a 10A.

Para observar con detenimiento lo antes mencionado, en la figura 6.9 se muestran los encadenamientos de flujo para corrientes de 0 a 20A, cada curva corresponde a las inductancias cuando los polos del rotor y estator se encuentran en una posición totalmente desalineada, alineada y en posiciones intermedias. Para concluir esta sección es importante mencionar que el modelo con saturación utilizado en este proyecto demostró ser útil como una primera aproximación al fenómeno de saturación ya que el control de velocidad de este proyecto opera al motor con corrientes suficientemente bajas para evitar entrar en saturación. Sin embargo, si lo que se desea es operar el motor en saturación, el modelo deja de ser fiable y dista más del comportamiento esperado en un motor real, por esta razón se recomienda hacer uso de modelos más precisos como puede ser un modelo de elemento finito.

7. Comparación de los modelos lineal y no lineal

En esta sección se muestran las simulaciones, a las cuales, se sometieron ambos modelos del motor con la finalidad de comparar los efectos que tienen el considerar desmagnetización de las fases y variar en el modo de operación de troceado de corriente para definir en qué condiciones de funcionamiento el modelo lineal es una buena aproximación del no lineal. Posteriormente, se observará el comportamiento de los modelos al aplicarse escalones de voltaje y variaciones senoidales a la entrada.

7.1. Simulación en los modos de troceado de corriente y desmagnetización

Las pruebas realizadas para esta sección se dividen en dos, en la primera parte no se considera desmagnetización de las fases y solo se varía entre el modo de troceado de corriente *soft* y *hard chopping* con una banda de histéresis entre 6 y 7A, las curvas de velocidad y torque obtenidas se muestran en las figuras 7.1 a 7.4.

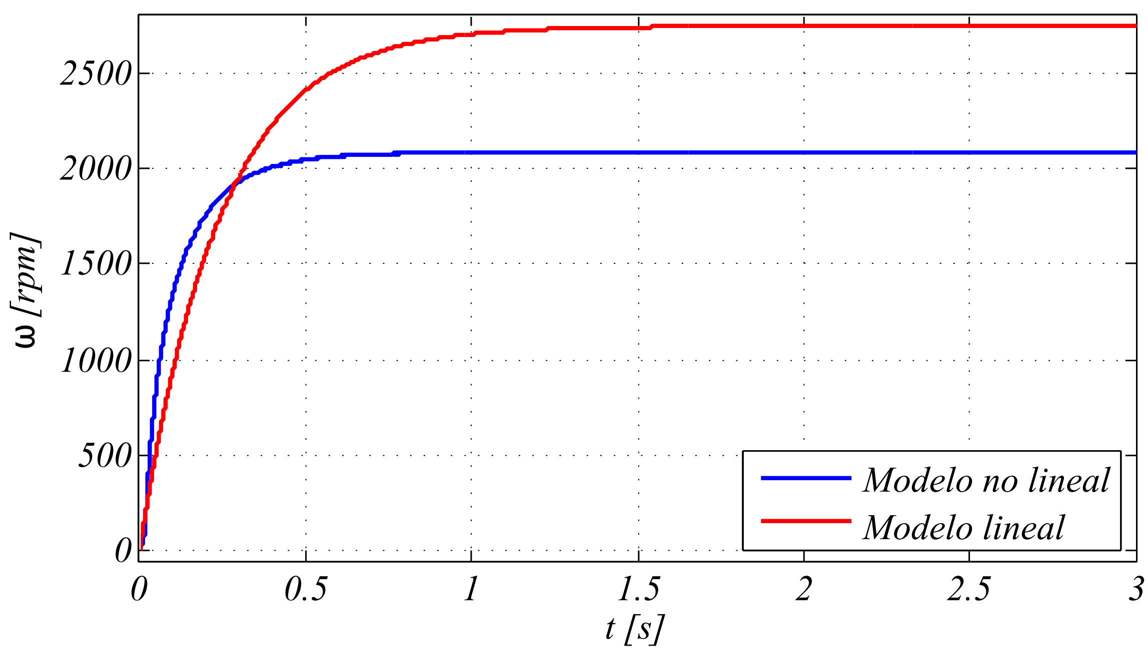


Figura 7.1: Velocidad, sin desmagnetización y *soft chopping*

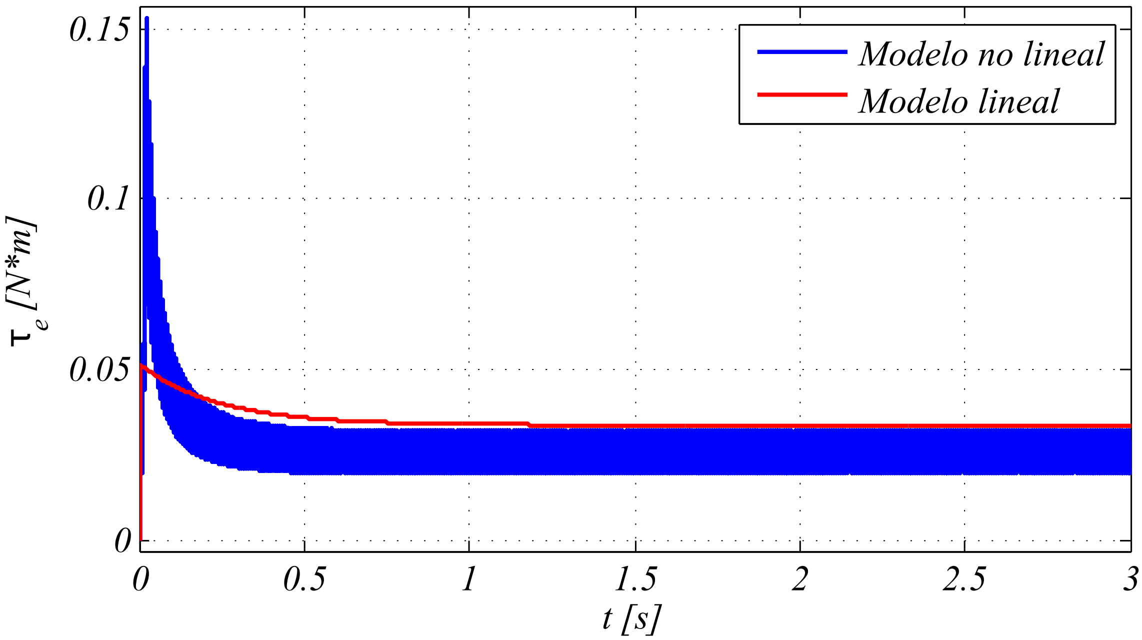


Figura 7.2: Torque total, sin desmagnetización y *soft chopping*

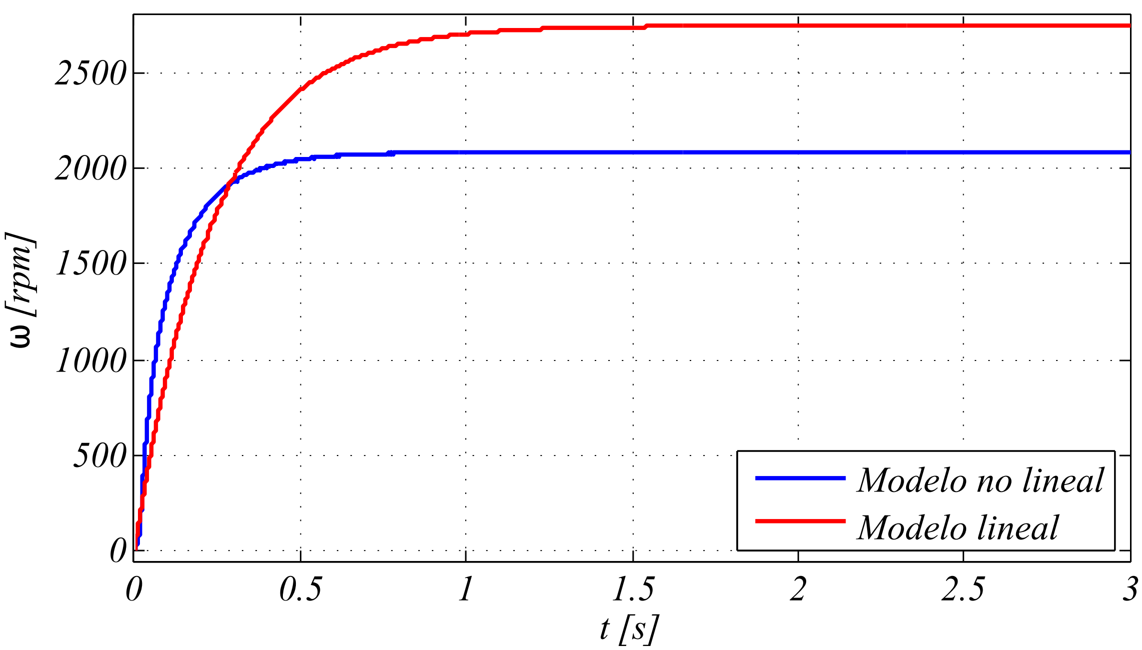


Figura 7.3: Velocidad, sin desmagnetización y *hard chopping*

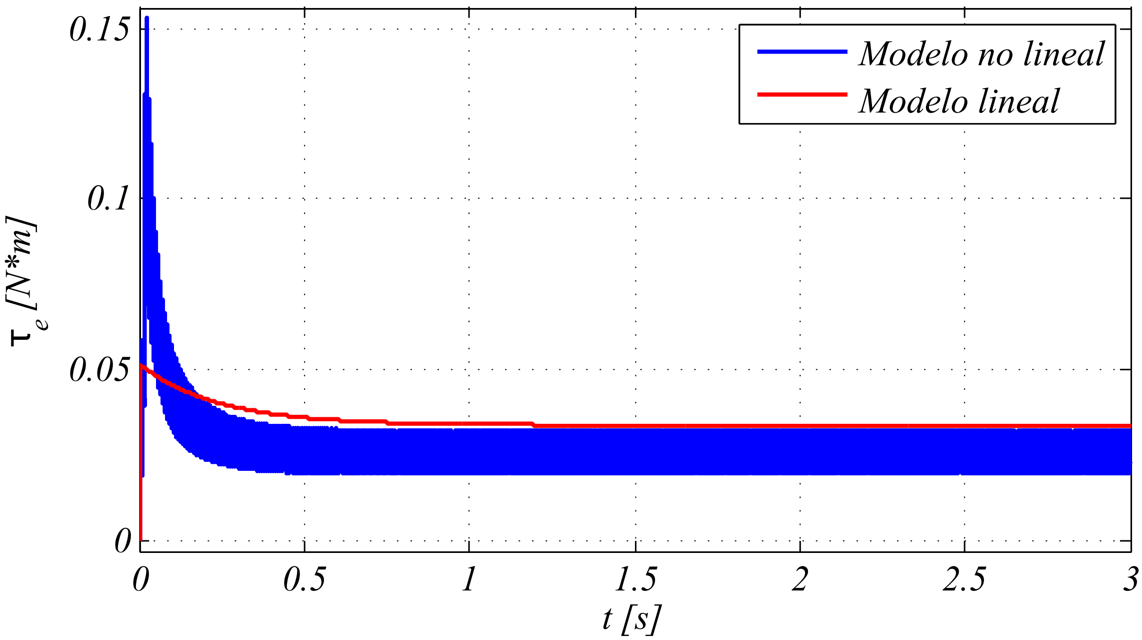


Figura 7.4: Torque total, sin desmagnetización y *hard chopping*

De esta prueba se puede observar como el modelo lineal, al considerar la inductancia constante, no logra reproducir las oscilaciones en las curvas de torque y en consecuencia tampoco en las curvas de velocidad. Esto ocurre, dado que, al momento en que se apaga una fase y enciende la fase siguiente, la curva de descarga y carga correspondientes se compensan provocando que el torque electromagnético total sea continuo.

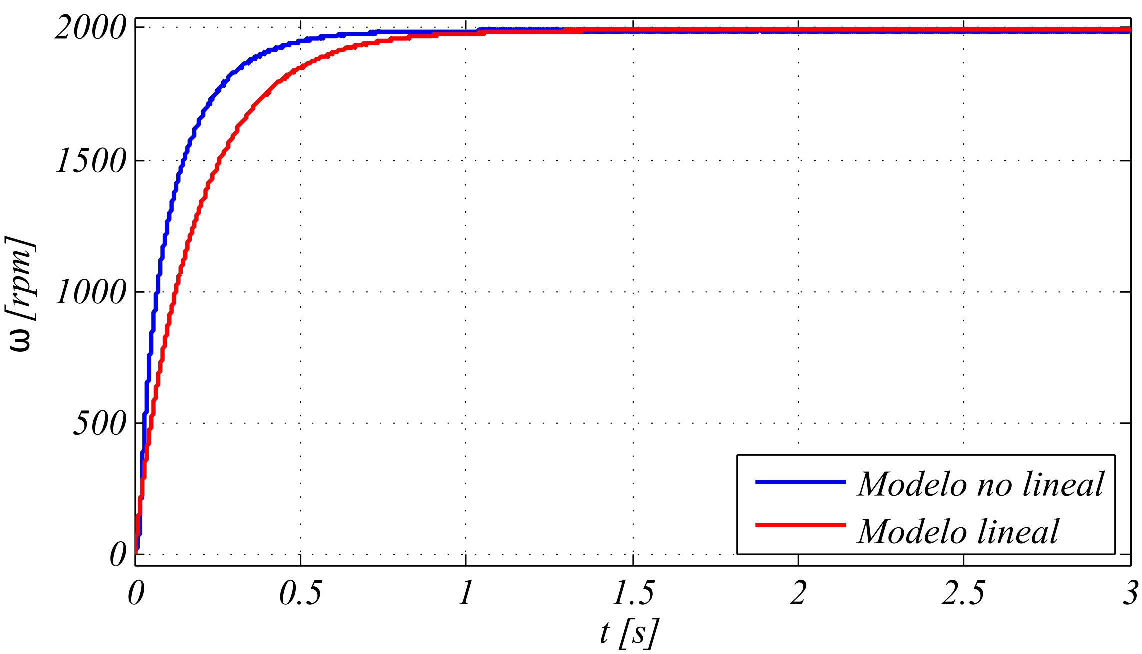


Figura 7.5: Velocidad, con desmagnetización y *soft chopping*

Para la siguiente prueba se aplicó desmagnetización para comparar el comportamiento con las pruebas anteriores, las gráficas obtenidas de velocidad, y torque se pueden apreciar en las figuras 7.5 a 7.8.

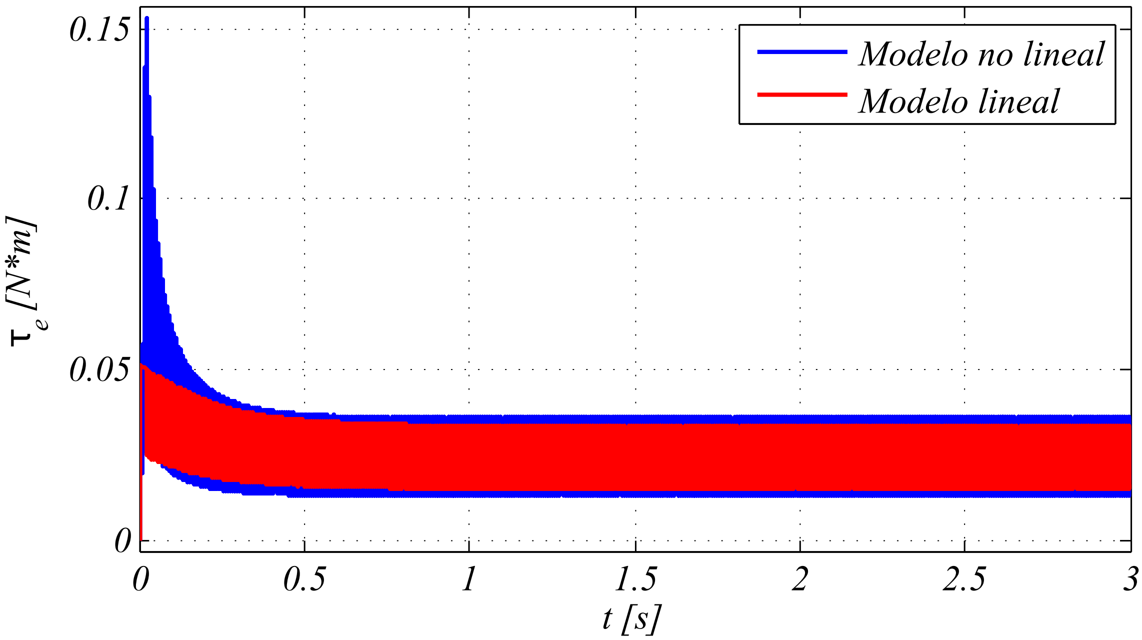


Figura 7.6: Torque total, con desmagnetización y *soft chopping*

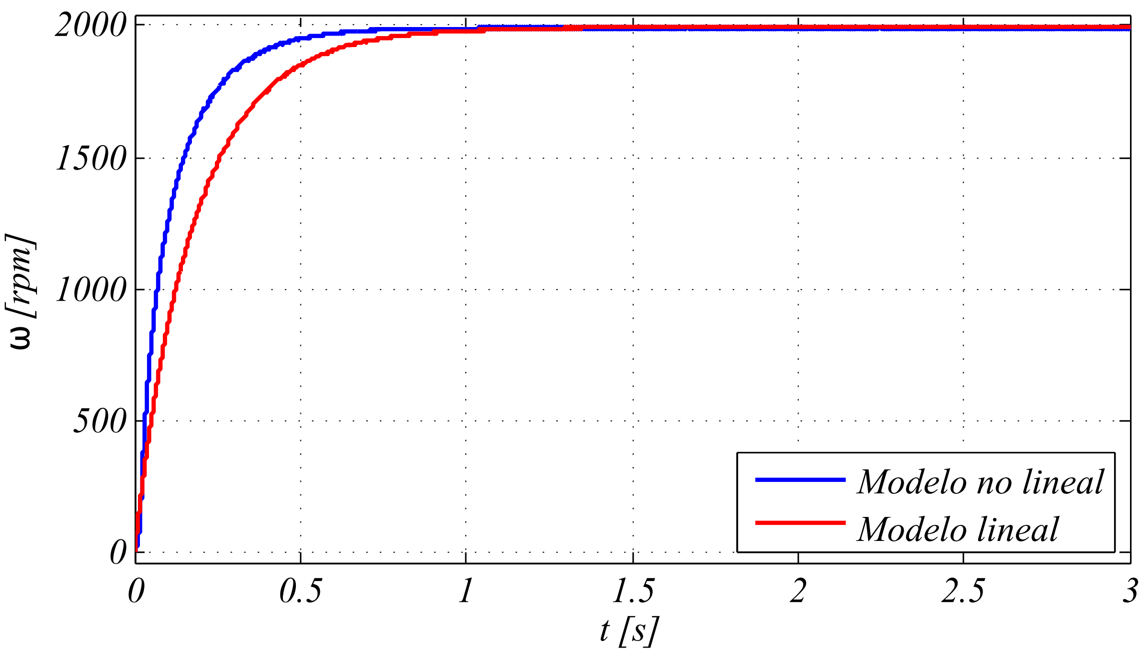


Figura 7.7: Velocidad, con desmagnetización y *hard chopping*

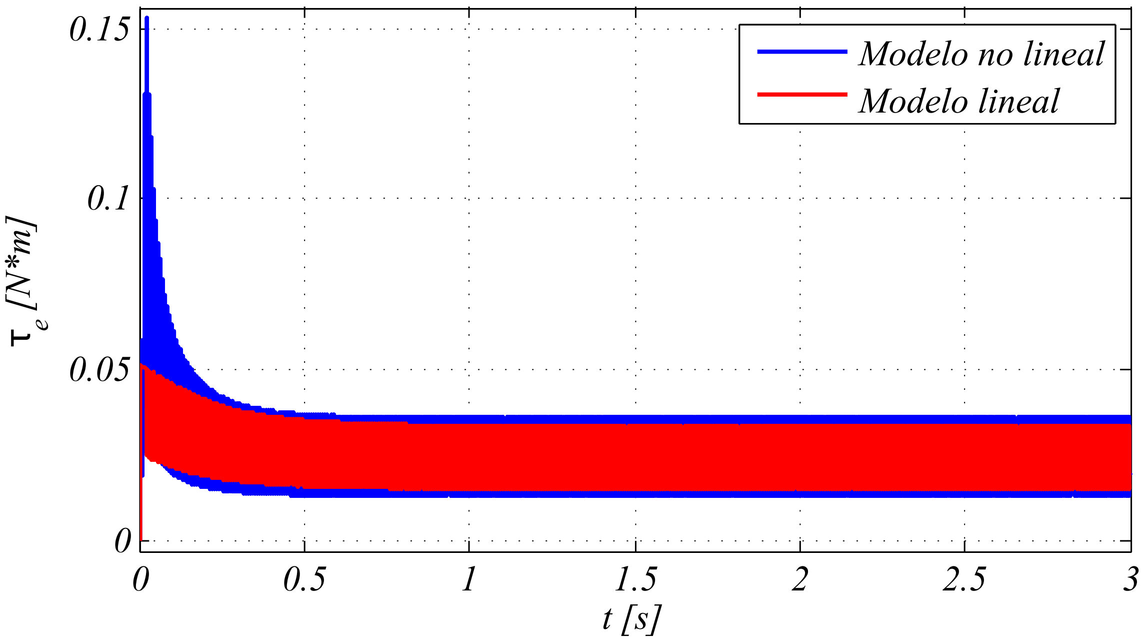


Figura 7.8: Torque total, con desmagnetización y *hard chopping*

De las figuras anteriores se observa como gracias a la desmagnetización de las fases ambos modelos demuestran un comportamiento similar en las curvas de velocidad y torque. No obstante, la diferencia del comportamiento se aprecia en las curvas de corriente durante los primeros 30ms, mostradas en las figuras 7.9 y 7.10 , en estas figuras se aprecia que la corriente máxima que alcanza el modelo lineal no supera los 7A, por tanto, no presenta troceado de corriente.

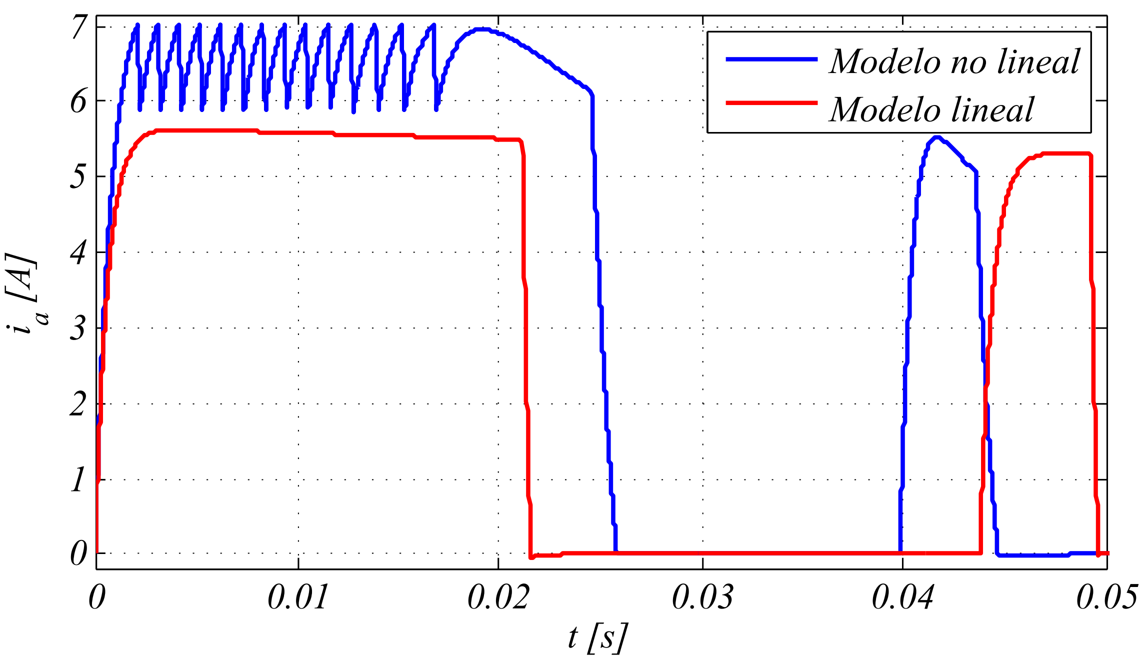


Figura 7.9: Transitorio de corriente de la fase a, con desmagnetización y *soft chopping*

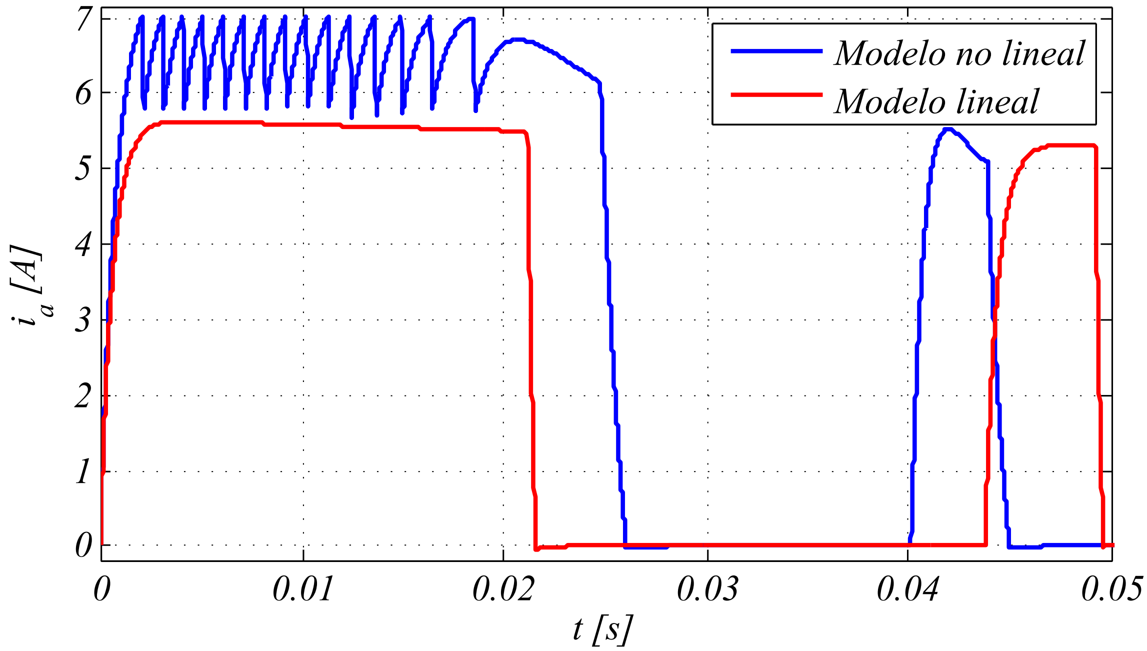


Figura 7.10: Transitorio de corriente de la fase a, con desmagnetización y *hard chopping*

Por otro lado, el modelo no lineal presenta troceado de corriente en ambos casos, de estas gráficas es importante notar como, con el troceado de corriente *soft chopping*, la frecuencia de troceado disminuye en comparación a la obtenida con *hard chopping*. Dicho resultado era esperado dado que en *hard chopping* decae la corriente a mayor velocidad.

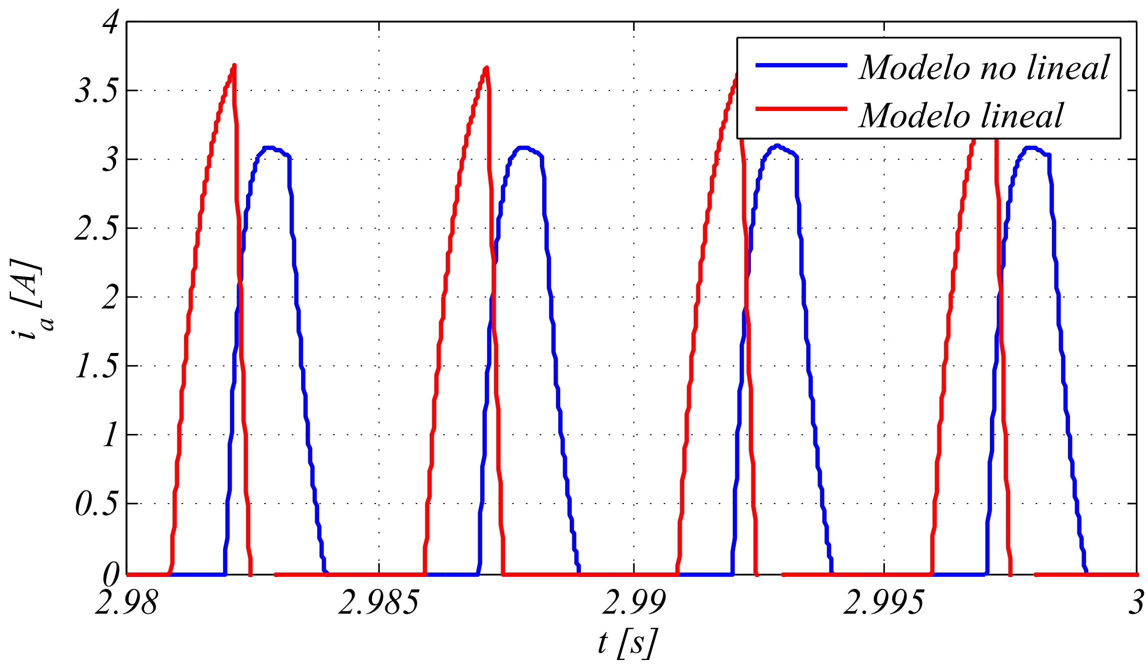


Figura 7.11: Corriente de la fase a en estado estable, con desmagnetización y *soft chopping*

Como comentario final sobre estas pruebas, se observa que las corrientes en estado estable obtenidas de ambos modelos considerando desmagnetización, son mucho más parecidas entre sí, como se aprecia en la 7.11, que las obtenidas cuando no se considera este efecto; figura 7.12. Esto se debe a que el efecto de la fuerza contraelectromotriz se reduce en gran media por la desmagnetización.

Además, con base en los resultados mostrados en esta sección se decidió que todas las pruebas que se realizarán a partir de este punto deberán incluir *soft chopping* y desmagnetización, dado que este modo de troceado de corriente requiere una frecuencia de troceado menor que *hard chopping* y, por lo tanto, es menos exigente para los transistores del circuito inversor, mientras que la desmagnetización es necesaria para que ambos modelos sean similares.

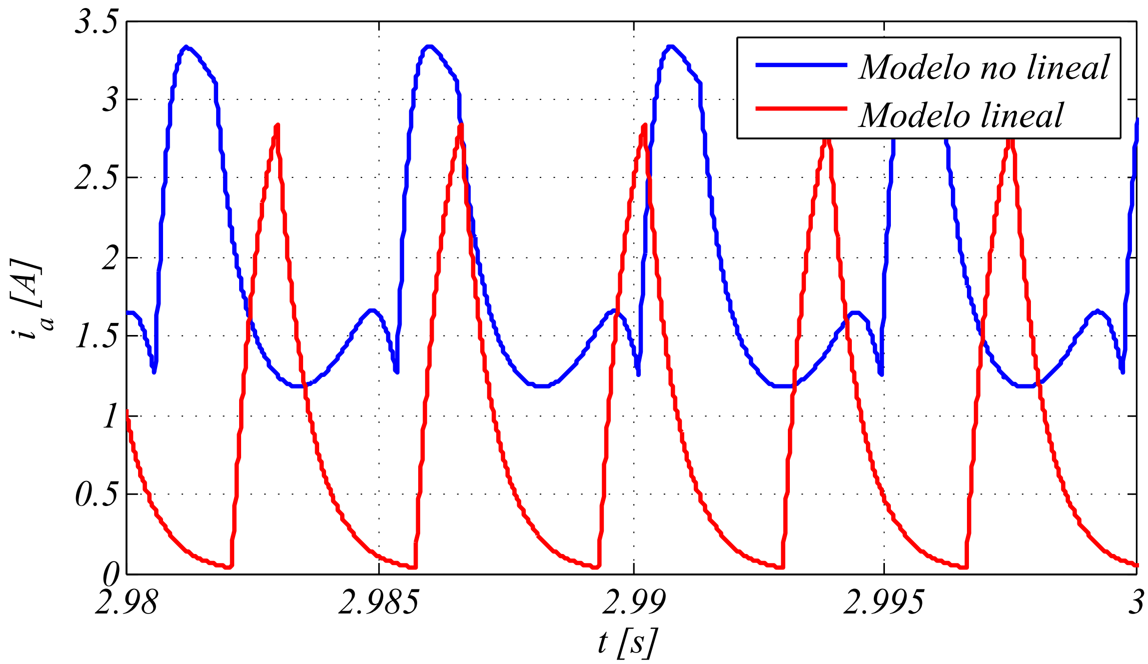


Figura 7.12: Corriente de la fase a en estado estable, sin desmagnetización y *soft chopping*

7.2. Simulación con entrada tipo escalón

Para comparar el comportamiento de ambos modelos del motor alrededor del punto de operación, estos se sometieron a simulación considerando desmagnetización de las fases y operando en el modo *soft chopping*. En cada una de las pruebas se estabilizan ambos modelos en una velocidad de 2000rpm por 2 segundos y posteriormente se aplica un escalón a la entrada de voltaje para variar la velocidad a 1000, 1500, 2500 y 3000rpm durante 2 segundos. En las figuras 7.13 a 7.20 se pueden apreciar las curvas de velocidad y torque de cada una de las pruebas.

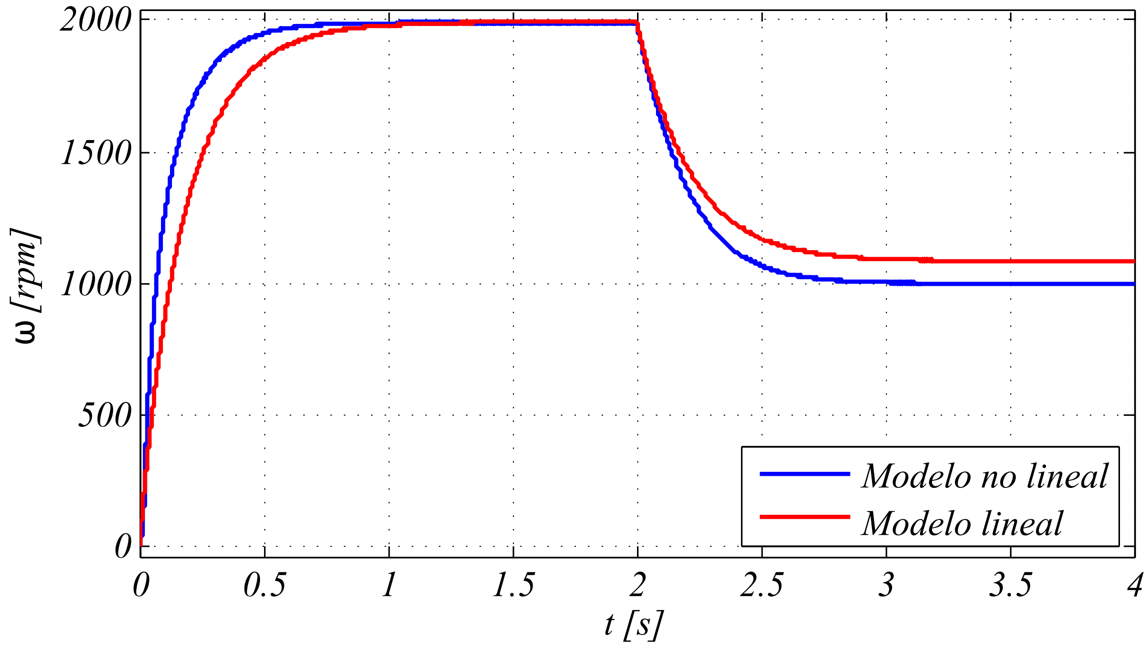


Figura 7.13: Velocidad con escalón a 1000rpm

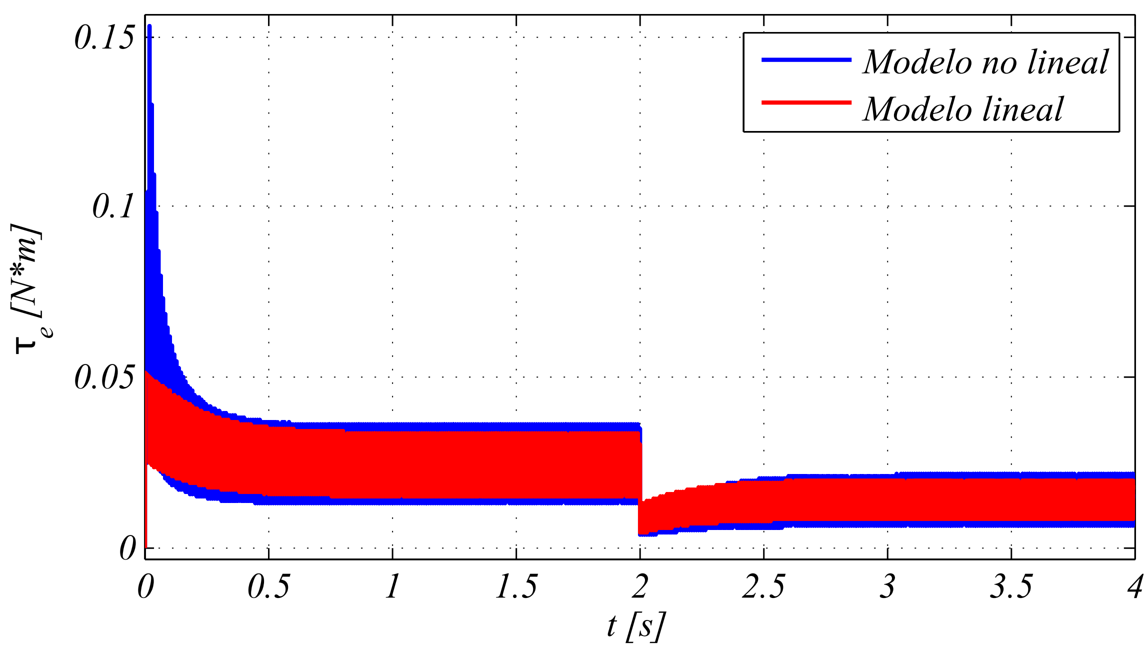


Figura 7.14: Torque con escalón a 1000rpm

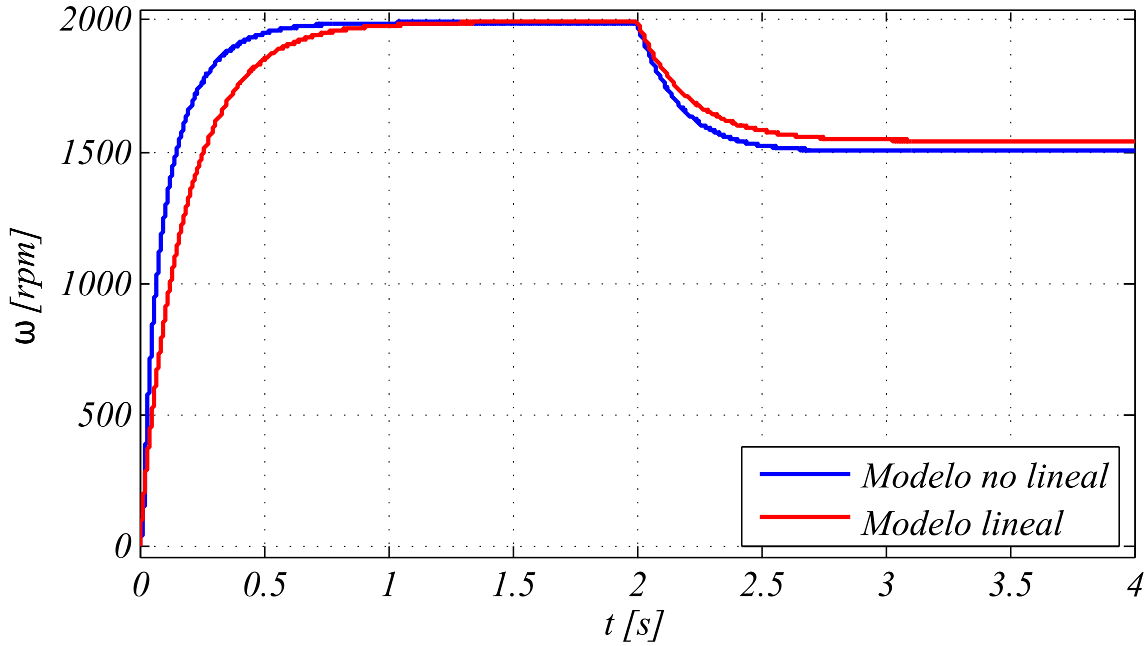


Figura 7.15: Velocidad con escalón a 1500rpm

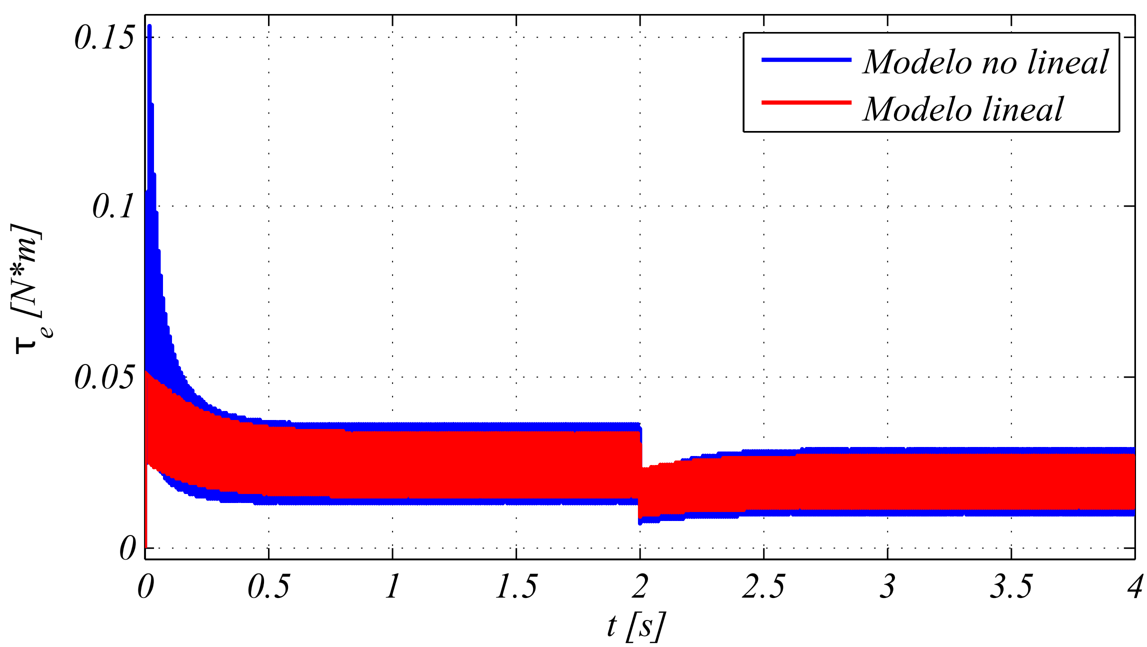


Figura 7.16: Torque con escalón a 1500rpm

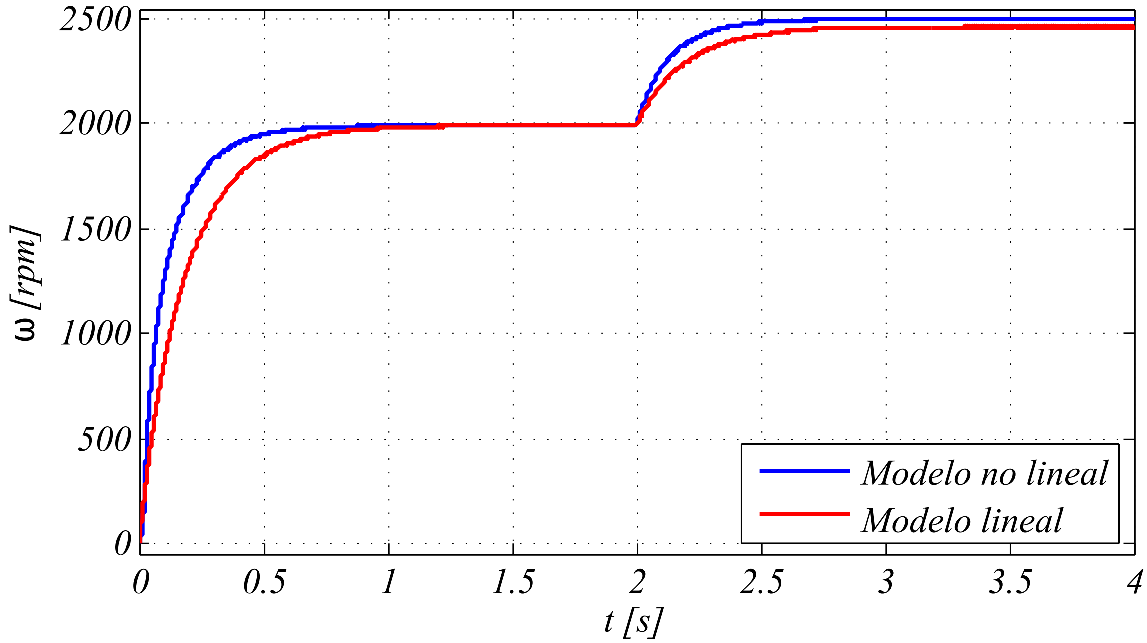


Figura 7.17: Velocidad con escalón a 2500rpm

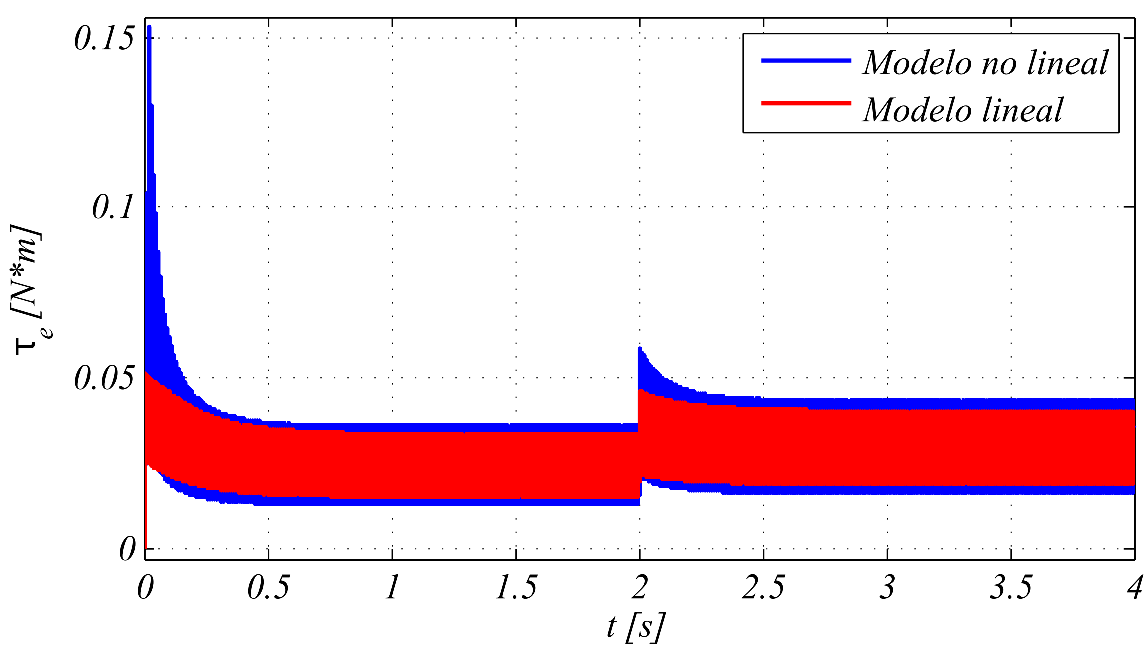


Figura 7.18: Torque con escalón a 2500rpm

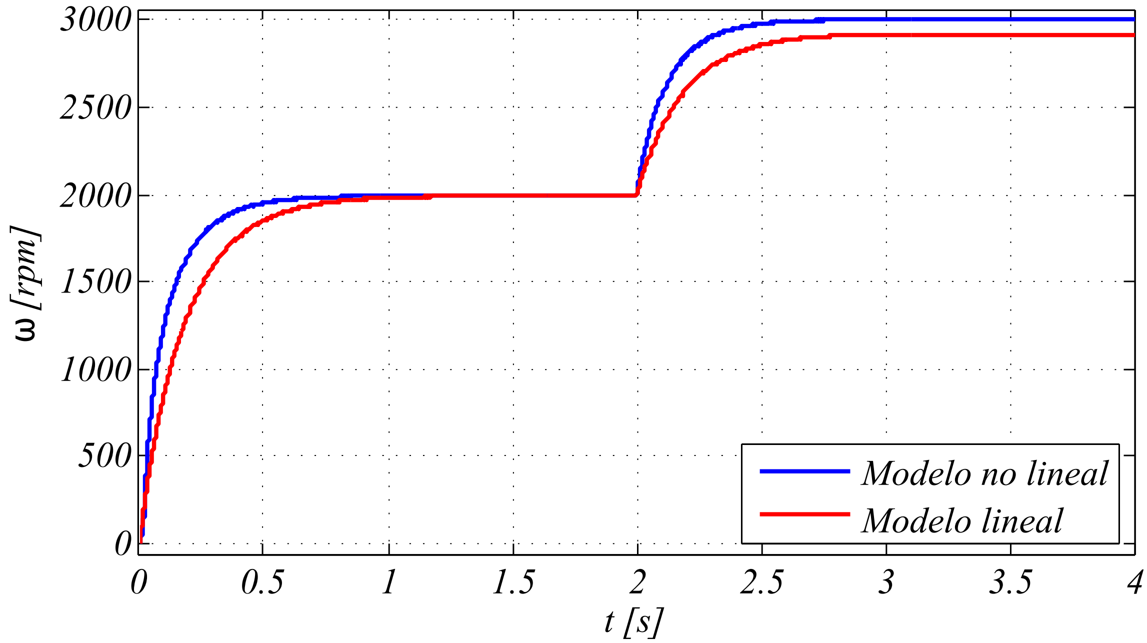


Figura 7.19: Velocidad con escalón a 3000rpm

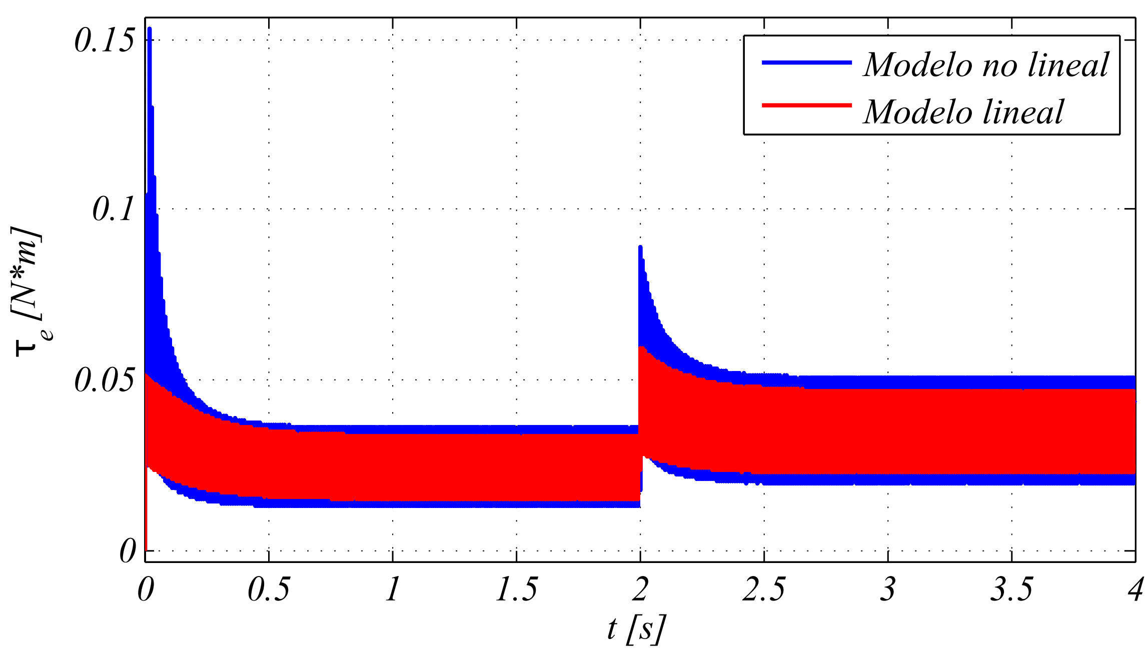


Figura 7.20: Torque con escalón a 3000rpm

De las gráficas anteriores es apreciable como, tanto las curvas de velocidad, como la de torque del modelo lineal se asemejan en gran medida a las obtenidas del modelo no lineal, sin embargo, en el caso de las curvas de torque, la diferencia entre ambos modelos se centra en los puntos en que el voltaje de entrada cambia de forma abrupta, lo cual, ocurre al inicio de la simulación y en el segundo 2. En cada una de las pruebas se midió el valor promedio de velocidad y torque obtenido en los dos modelos y se calculó el error porcentual. Los datos recabados se resumen en la tabla 7.1. Como se observa en la tabla I el error obtenido, variando el punto de operación del motor en un rango del 100 % del punto de operación original, se mantiene por debajo del 10 %, obteniendo mayor error a velocidades por debajo del punto de operación.

Velocidad de operación [rpm]	Error de velocidad [%]	Error de torque [%]
1000	8.4	2.8
1500	2.7	0.4
2500	1.5	0.8
3000	2.7	1.2

Tabla 7.1: Error alrededor del punto de operación

7.3. Simulación con entrada senoidal

A fin de observar el comportamiento de los modelos a variaciones oscilatorias, se simularon ambos modelos al igual que en la prueba anterior, considerando desmagnetización y *soft chopping*. Por 2 segundos se opera a 2000rpm y posteriormente se aplica una señal senoidal con distintas frecuencias, pasando por 0.25, 0.5, 0.75 y 1 rad/s. Para la primera prueba se varía el punto de operación de 1400 a 2500rpm como se muestra en las figuras 7.21 a 7.28.

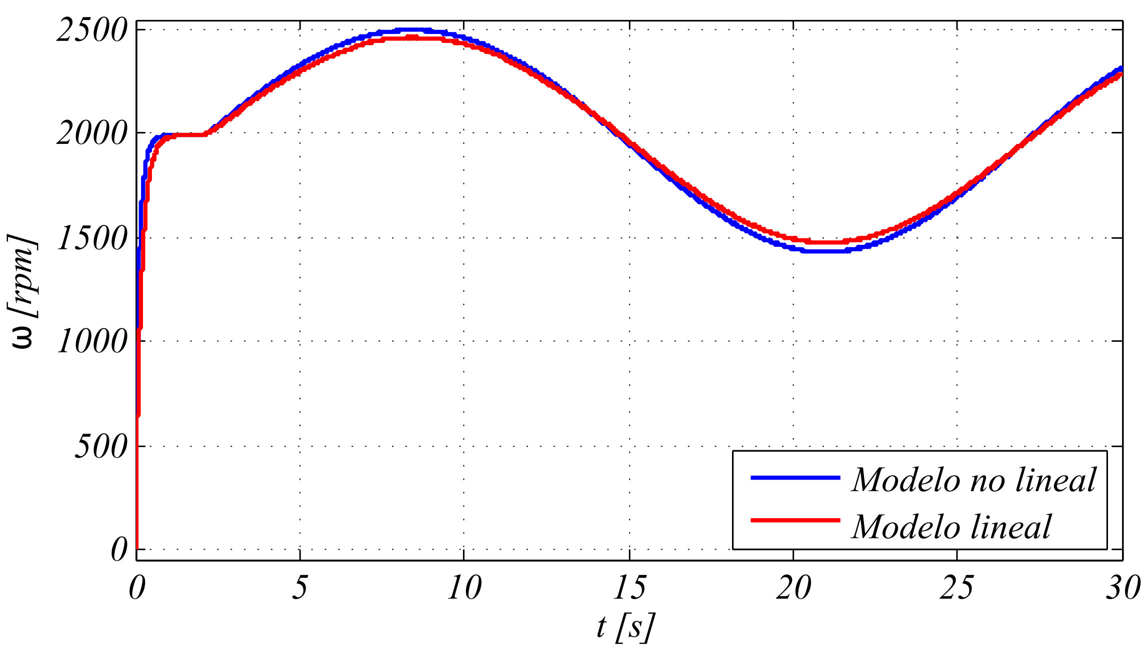


Figura 7.21: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(0.25t)$

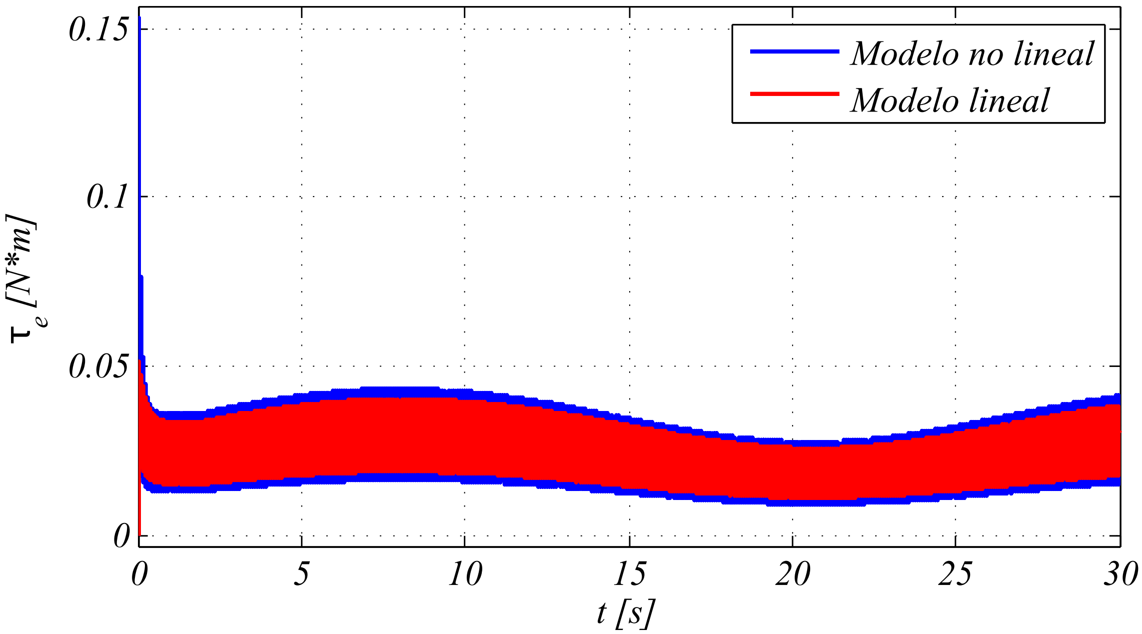


Figura 7.22: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(0.25t)$

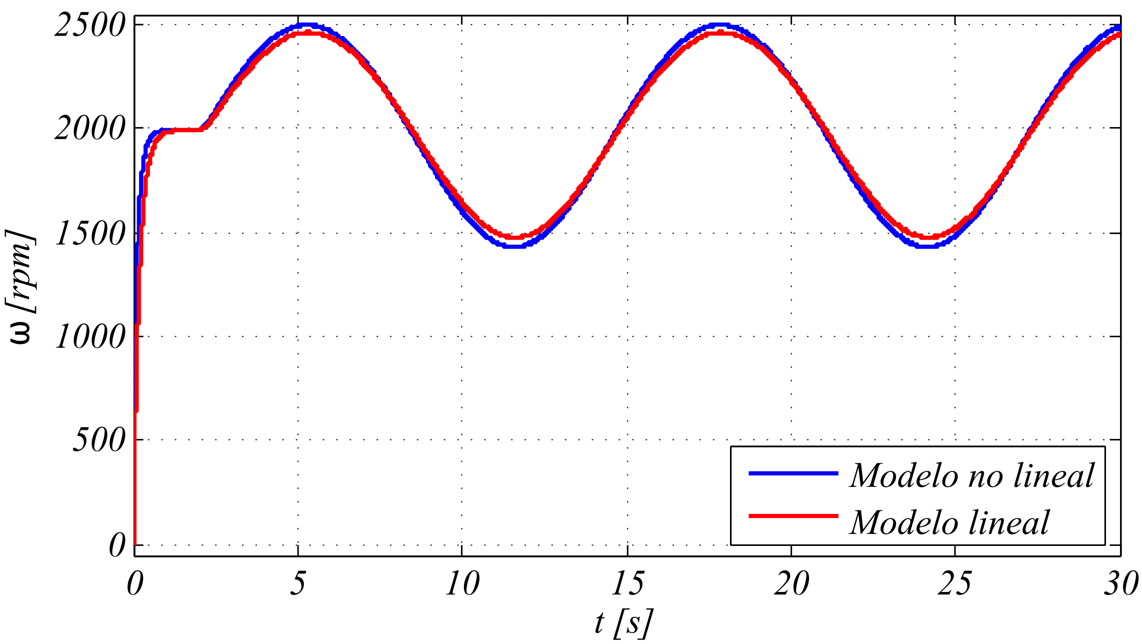


Figura 7.23: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(0.5t)$

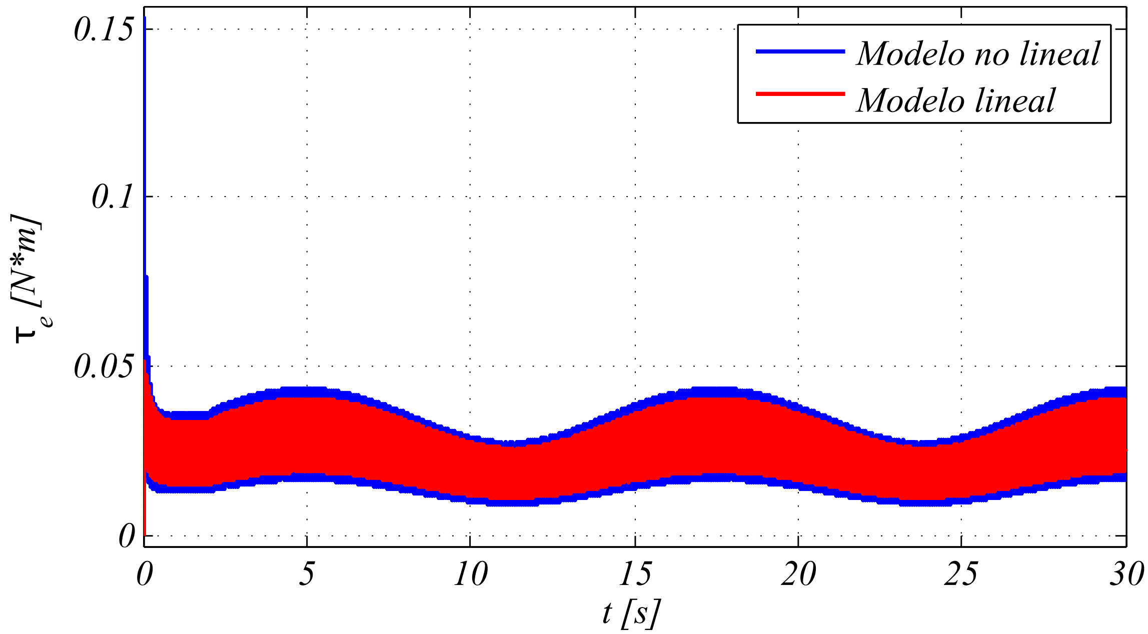


Figura 7.24: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(0.5t)$

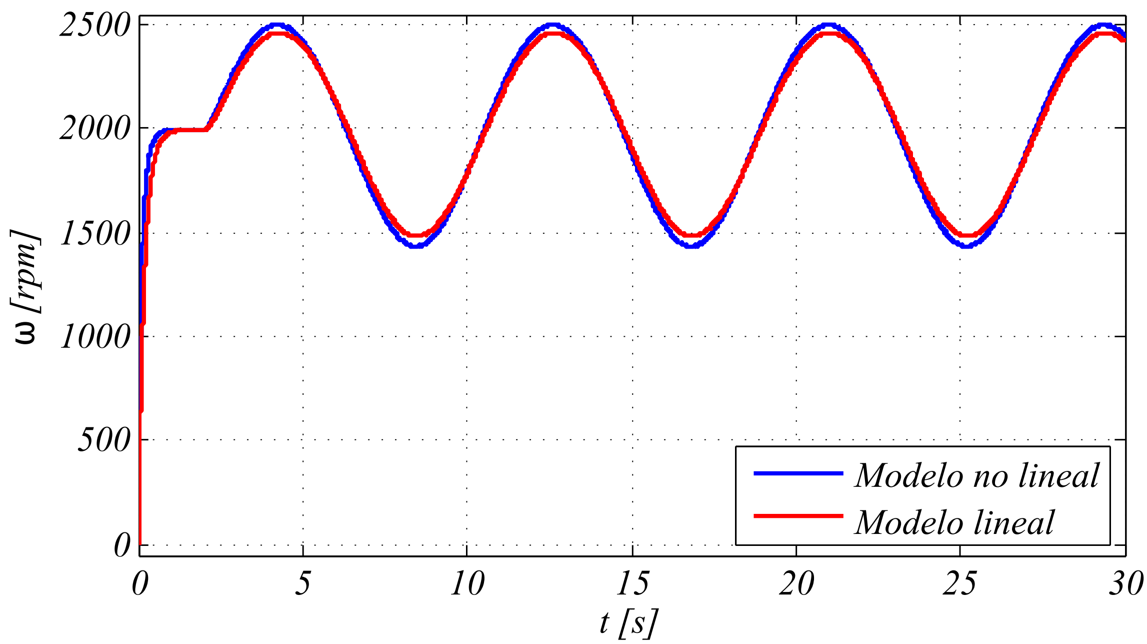


Figura 7.25: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(0.75t)$

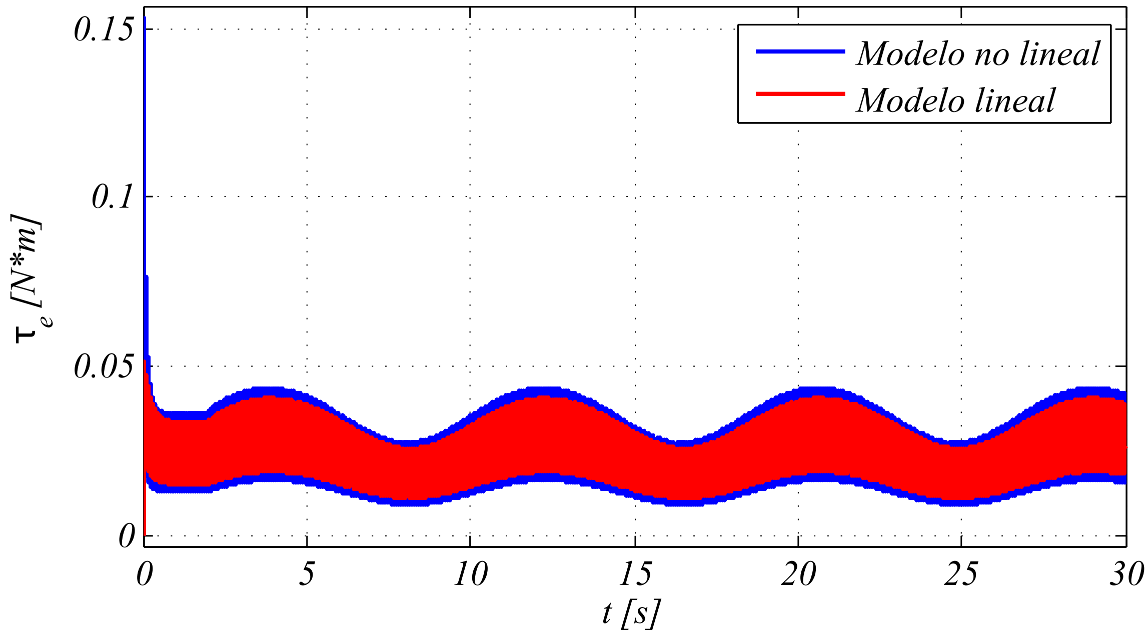


Figura 7.26: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(0.75t)$

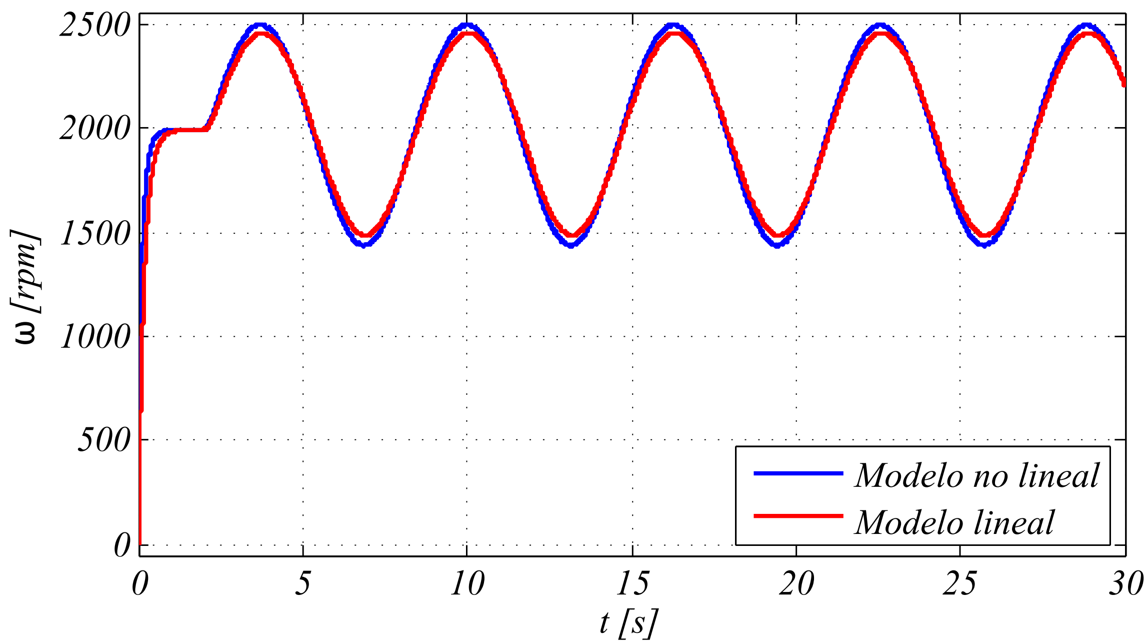


Figura 7.27: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(t)$

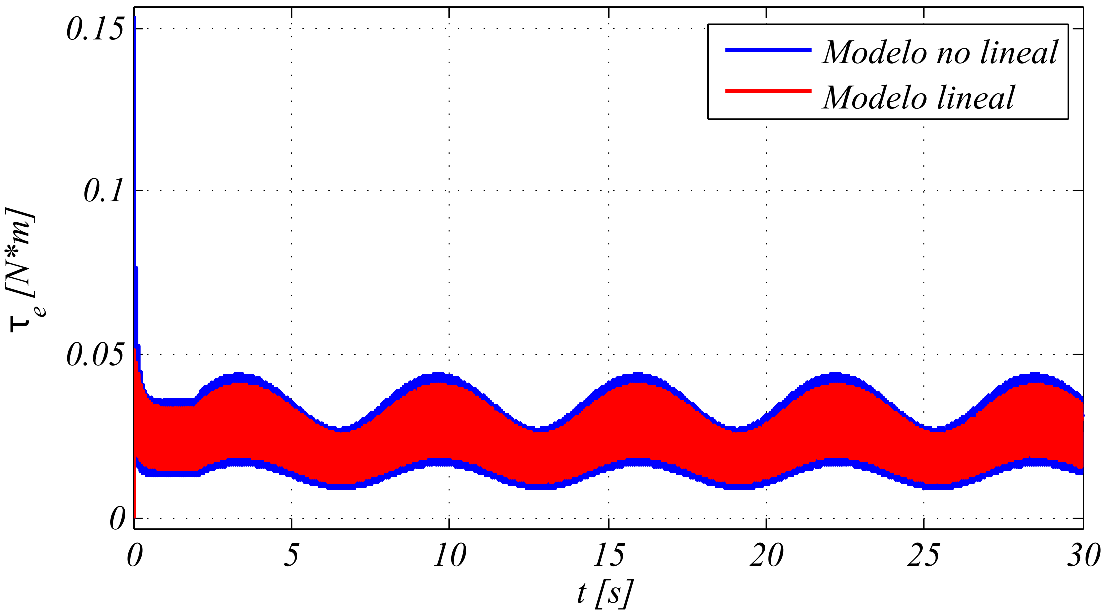


Figura 7.28: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(t)$

De las figuras anteriores se puede apreciar como el modelo lineal logra replicar el comportamiento del no lineal en las curvas de velocidad, manteniendo un error máximo del 3 % en los picos de las oscilaciones, esto sin cambiar de forma significativa el comportamiento al variar la frecuencia. En cuanto al torque, a diferencia de lo que ocurría en las pruebas con escalones, las curvas obtenidas son más parecidas, dado que, no hay cambios abruptos de voltaje de entrada. Ahora en la siguiente prueba se varía el punto de operación de 700 a 3000rpm, los resultados obtenidos se pueden apreciar en las figuras 7.29 a 7.36.

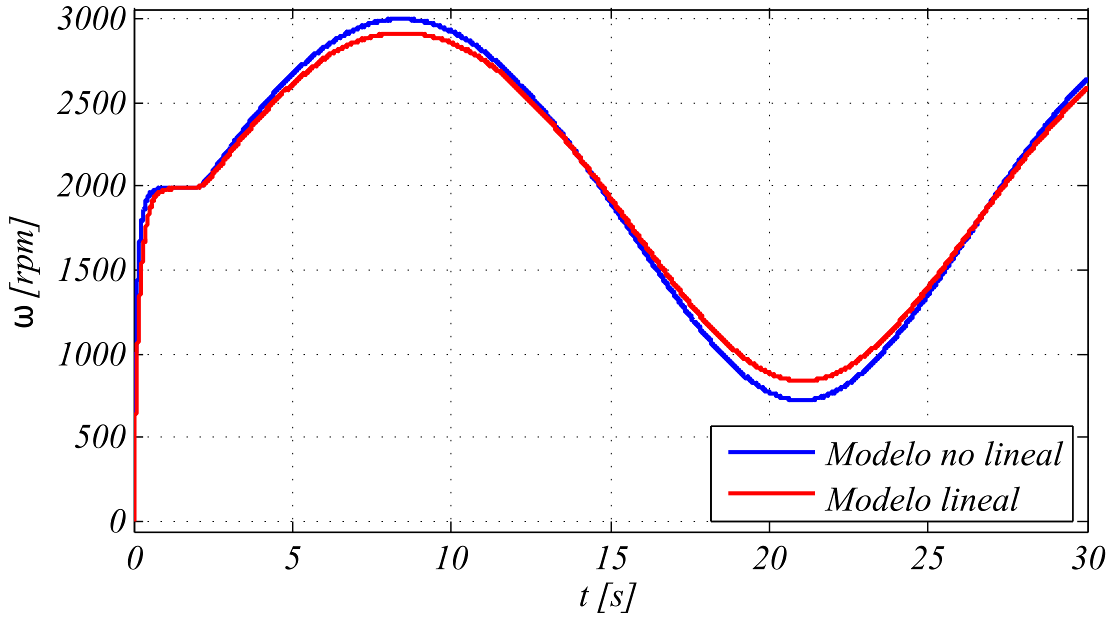


Figura 7.29: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.25t)$

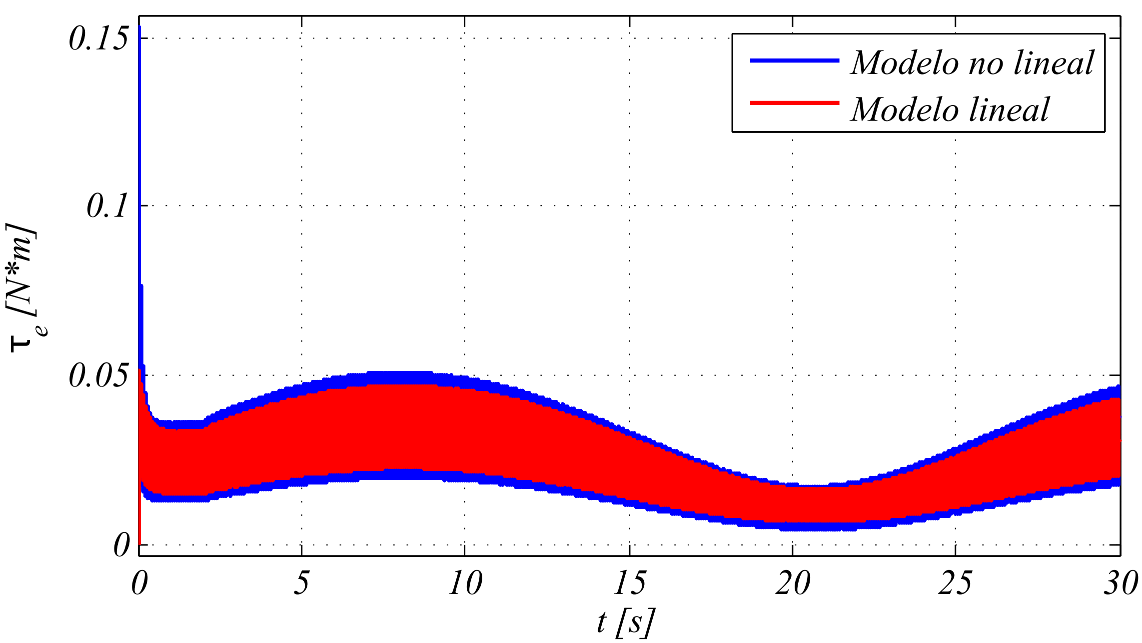


Figura 7.30: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.25t)$

De las pruebas anteriores se puede observar que la única diferencia que resulta de variar el punto de operación es que el error que se obtiene en los picos de las oscilaciones, lo cual, es de esperar, ya que, al igual que las pruebas con escalones se aleja más del punto de operación, por tanto, el modelo lineal en cierto punto deja de ser una representación fiable del modelo. Finalmente, se agrega una prueba con una frecuencia de 5rad/s, la cual, es relativamente alta, para observar si ambos modelos son capaces de llegar a las velocidades mínima y máxima, los resultados se muestran en las figuras 7.37 y 7.38.

De las figuras anteriores se aprecia como al incrementar tanto la frecuencia de oscilación del voltaje de entrada ambos modelos no son capaces de llegar a las velocidades mínima y máxima en ninguna de las pruebas. Además, la curva de velocidad del modelo lineal comienza a mostrar diferencia de la obtenida del modelo no lineal, justo antes de llegar a los picos máximo y mínimo, en contraste a lo que ocurría en las pruebas a frecuencias menores. La gráfica obtenida variando la velocidad de 1400 a 2500rpm obtuvo como máximo errores de 4.7 % en picos, mientras que, a variaciones de 700 a 3000rpm se obtuvieron errores del 10 %, por lo que, se puede concluir que el error incremento un 2 % en comparación al resto de pruebas.

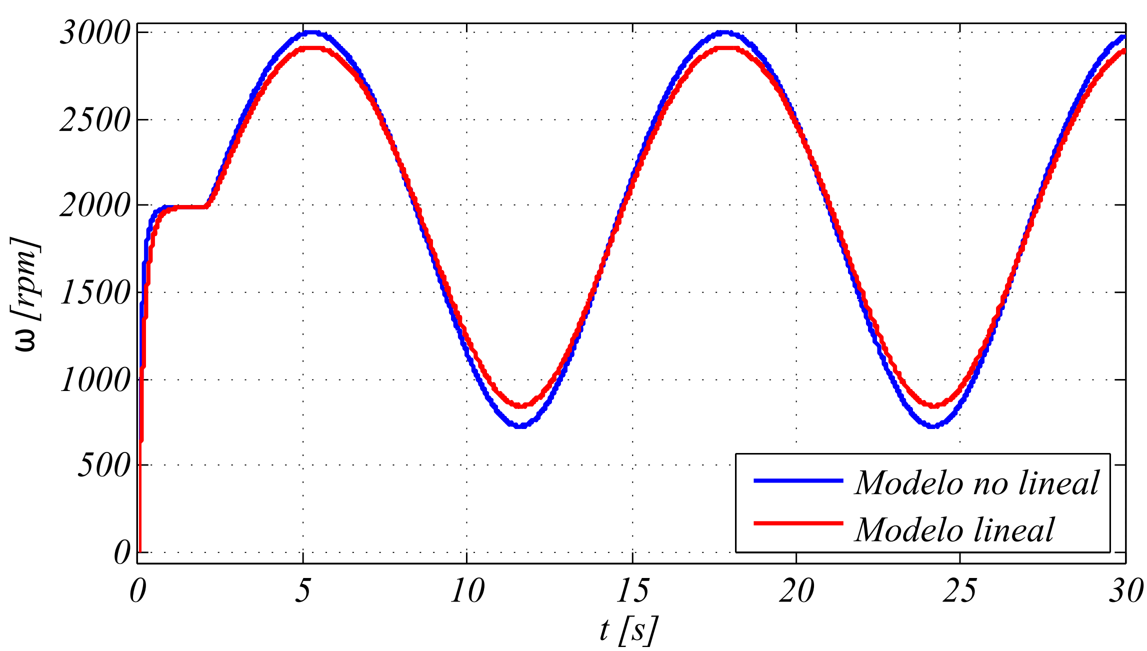


Figura 7.31: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.5t)$

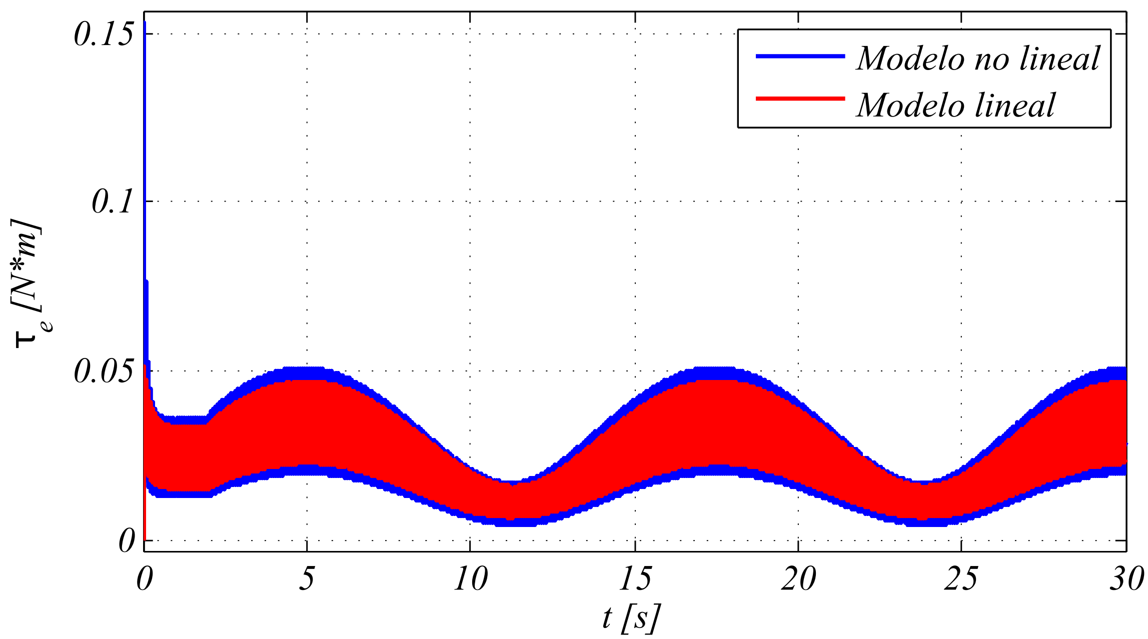


Figura 7.32: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.5t)$

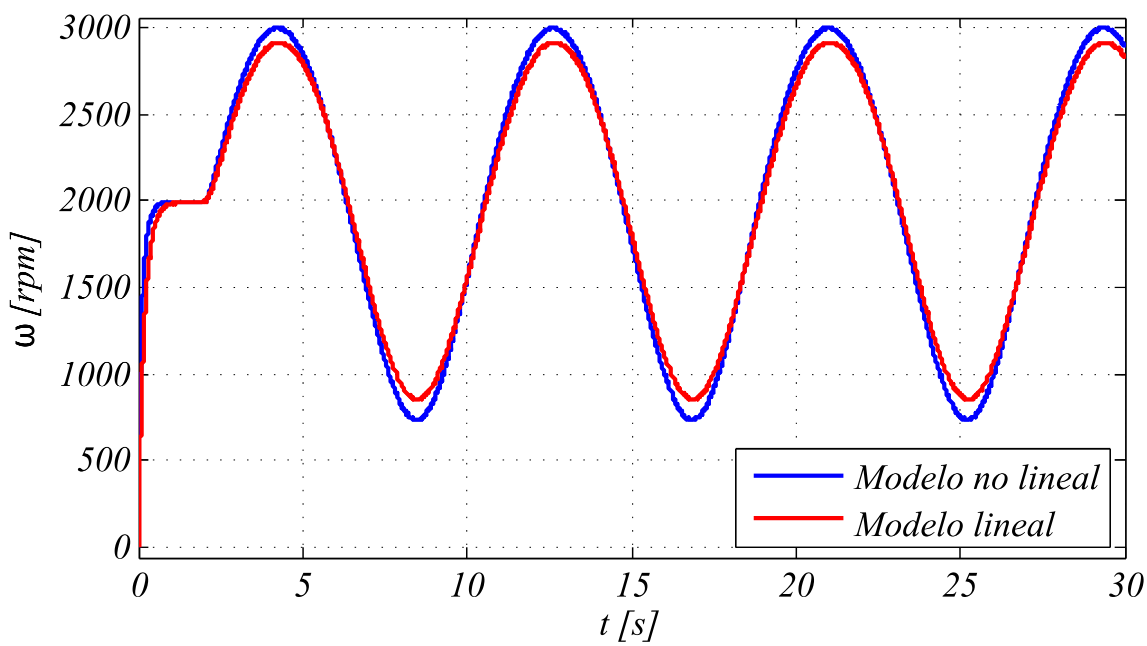


Figura 7.33: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.75t)$

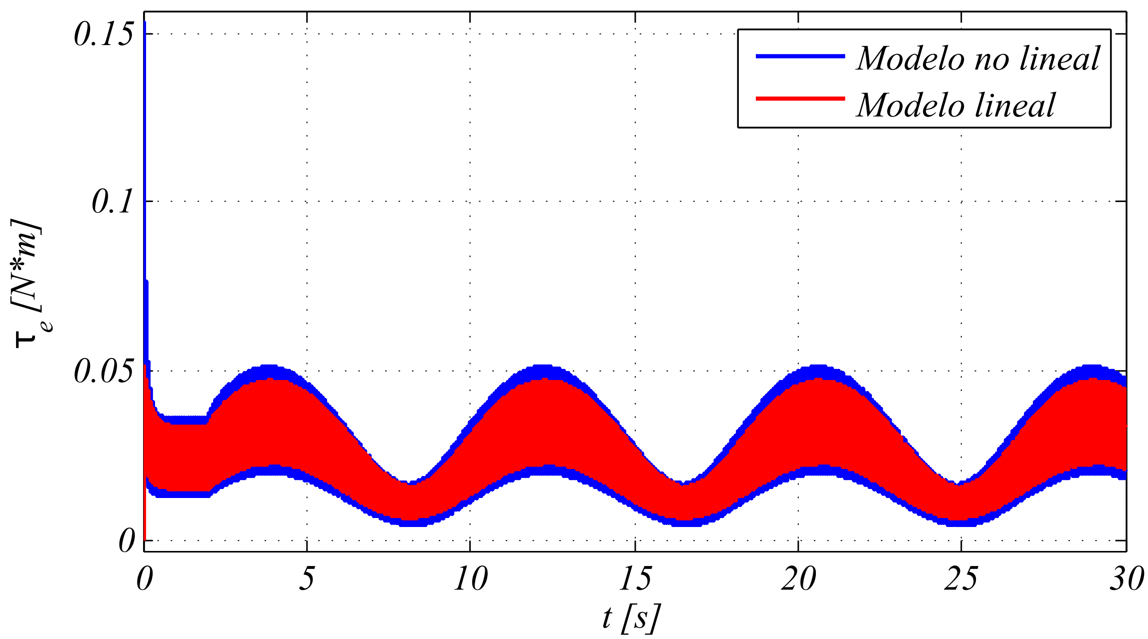


Figura 7.34: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.75t)$

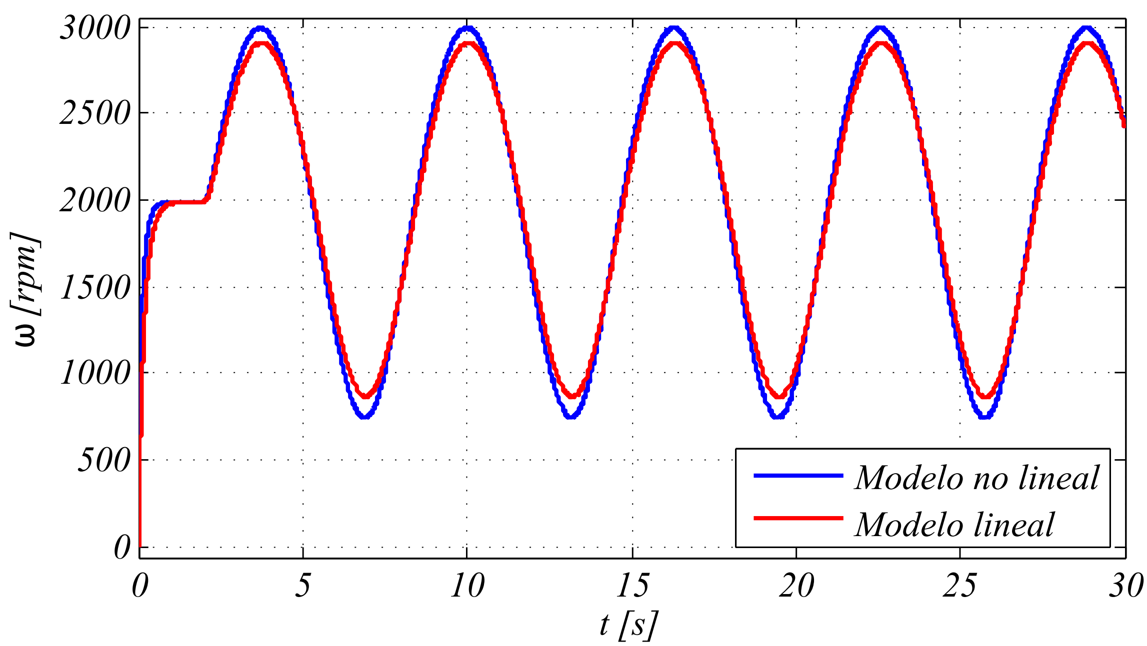


Figura 7.35: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(t)$

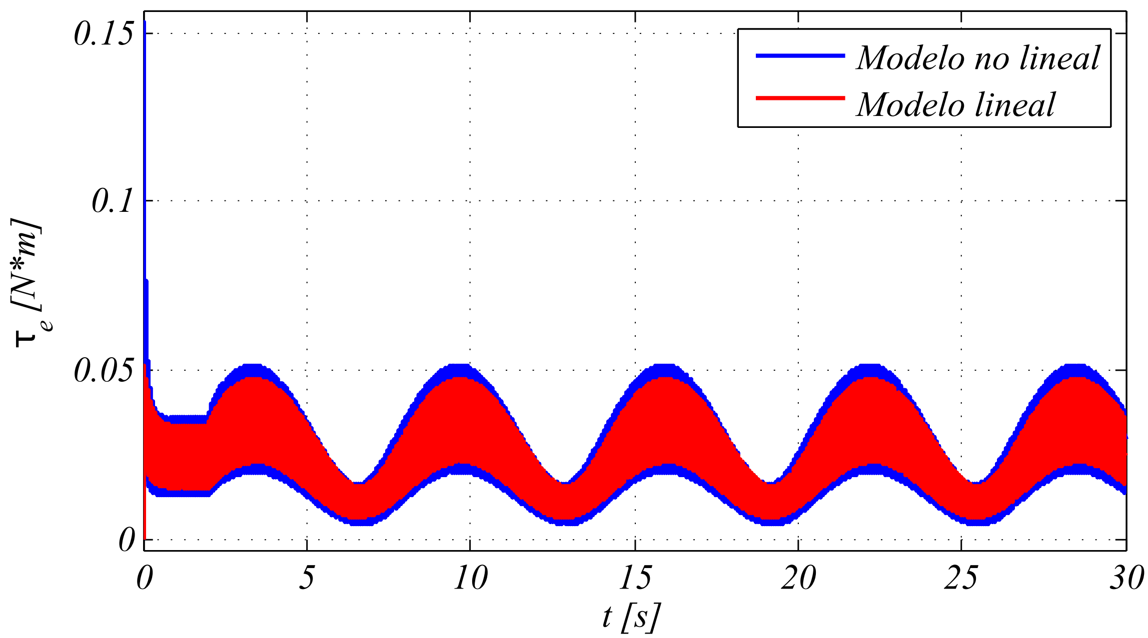


Figura 7.36: Respuesta de torque de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(t)$

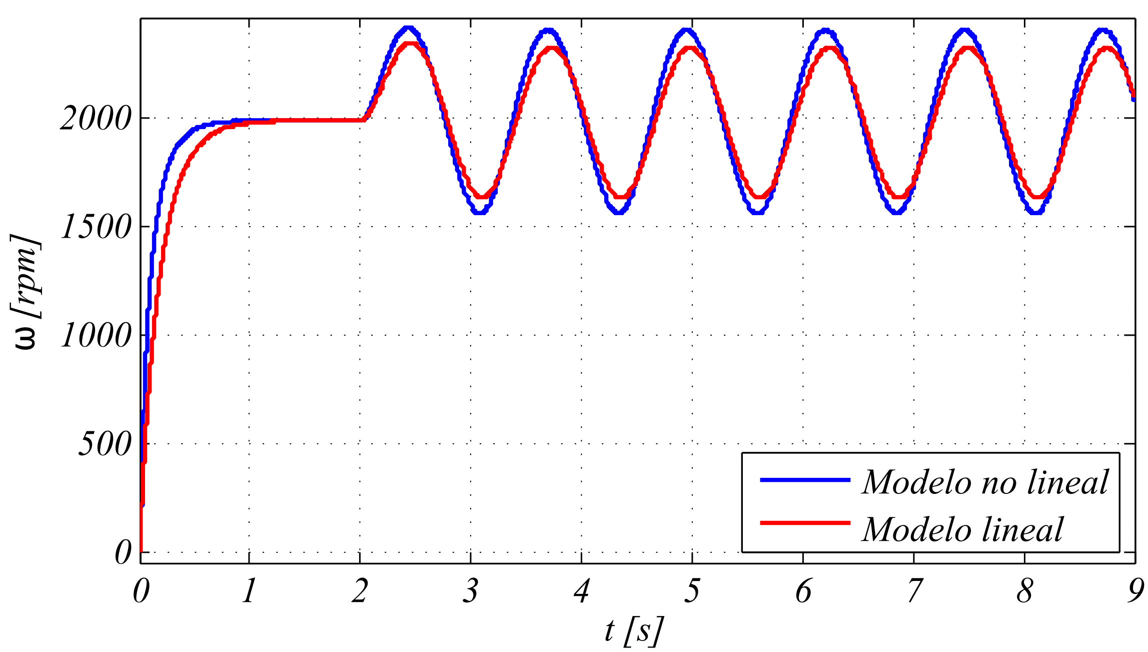


Figura 7.37: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 500sen(5t)$

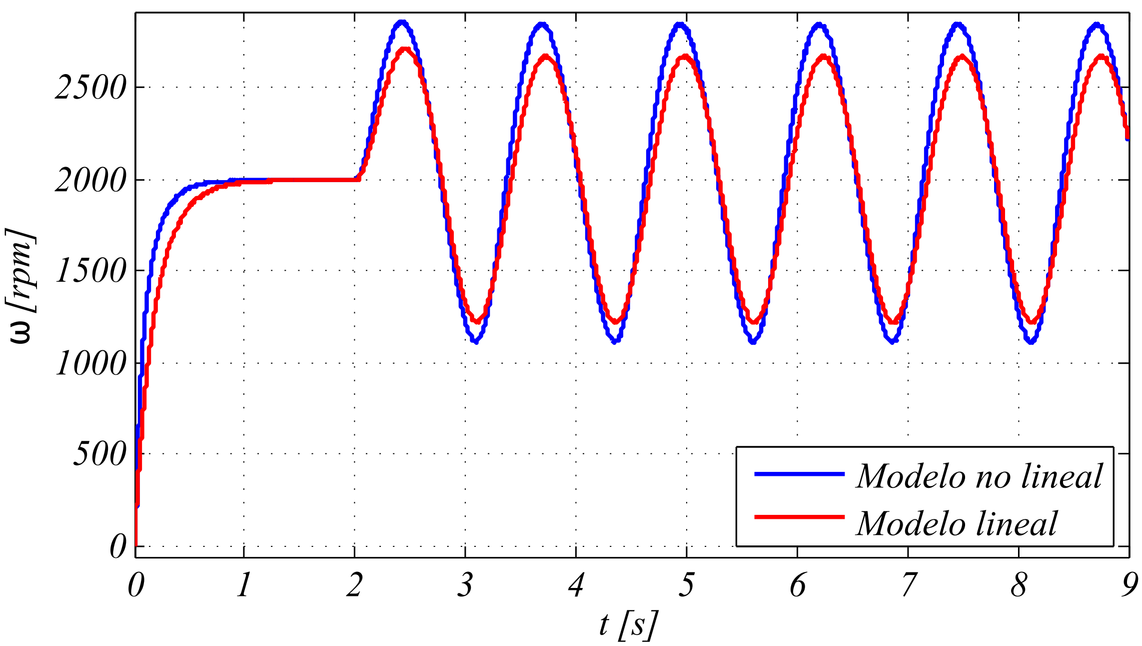


Figura 7.38: Respuesta de velocidad de los modelos lineal y no lineal a una señal de referencia $2000 + 1000sen(5t)$

8. Controlador PI

8.1. Diseño del controlador PI

En la actualidad existen diversas técnicas de control aplicadas a motores de reluctancia variable, las cuales, tienen distintos propósitos, algunos ejemplos de dichas técnicas son, el control directo del torque instantáneo [26] y [27], control vectorial [13] y [28], control de lógica difusa [29] y [30], entre muchas otra. Sin embargo, la mayoría de las técnicas anteriores pueden llegar a ser muy complejas y difíciles de implementar, por lo cual, en la industria se prefiere utilizar controladores clásicos tales como el PI, por su fácil implementación, efectividad y precio. Por este motivo, gran parte de la investigación actual sobre el control de este tipo de motores buscan mejorar este controlador o diseñar nuevas técnicas de control tomando como marco de referencia el controlador PI [31], [32] y [33]. El controlador clásico que se agregará al motor tiene la tarea de controlar la velocidad del motor satisfaciendo las especificaciones de diseño siguientes; ancho de banda de 8 rad/s, margen de ganancia infinito y margen de fase$\geq$60°. El controlador propuesto se diseñó mediante la técnica de *Bode shaping* [34] y [35], de esta forma es posible ajustar poco a poco tanto el margen de ganancia como el margen de fase agregando polos o ceros y variando su ganancia y frecuencia de ubicación, hasta obtener un diagrama de Bode que refleje los márgenes deseados.

Como se puede observar en (2.27). la función de transferencia posee dos polos sumamente separados, por lo cual, puede ser simplificada por dominancia de polos [9], la función resultante se muestra en (8.1).

$$G(s) = \frac{176.64}{s + 4.2} \tag{8.1}$$

A partir de la función anterior y aplicando la técnica de *Bode shaping*, se obtiene la siguiente función de transferencia del controlador PI.

$$C(s) = \frac{0.0474(s + 4)}{s} \tag{8.2}$$

Bode shaping se realiza analizando el lazo cerrado del sistema C(s)G(s) trazando el diagrama de Bode de magnitud y fase; figura 8.1. En este diagrama se puede observar fácilmente como el sistema controlado cumple con las especificaciones de diseño, obteniendo un margen de ganancia infinito, un margen de fase de 90.7 grados y un ancho de banda en 8.25 rad/s.

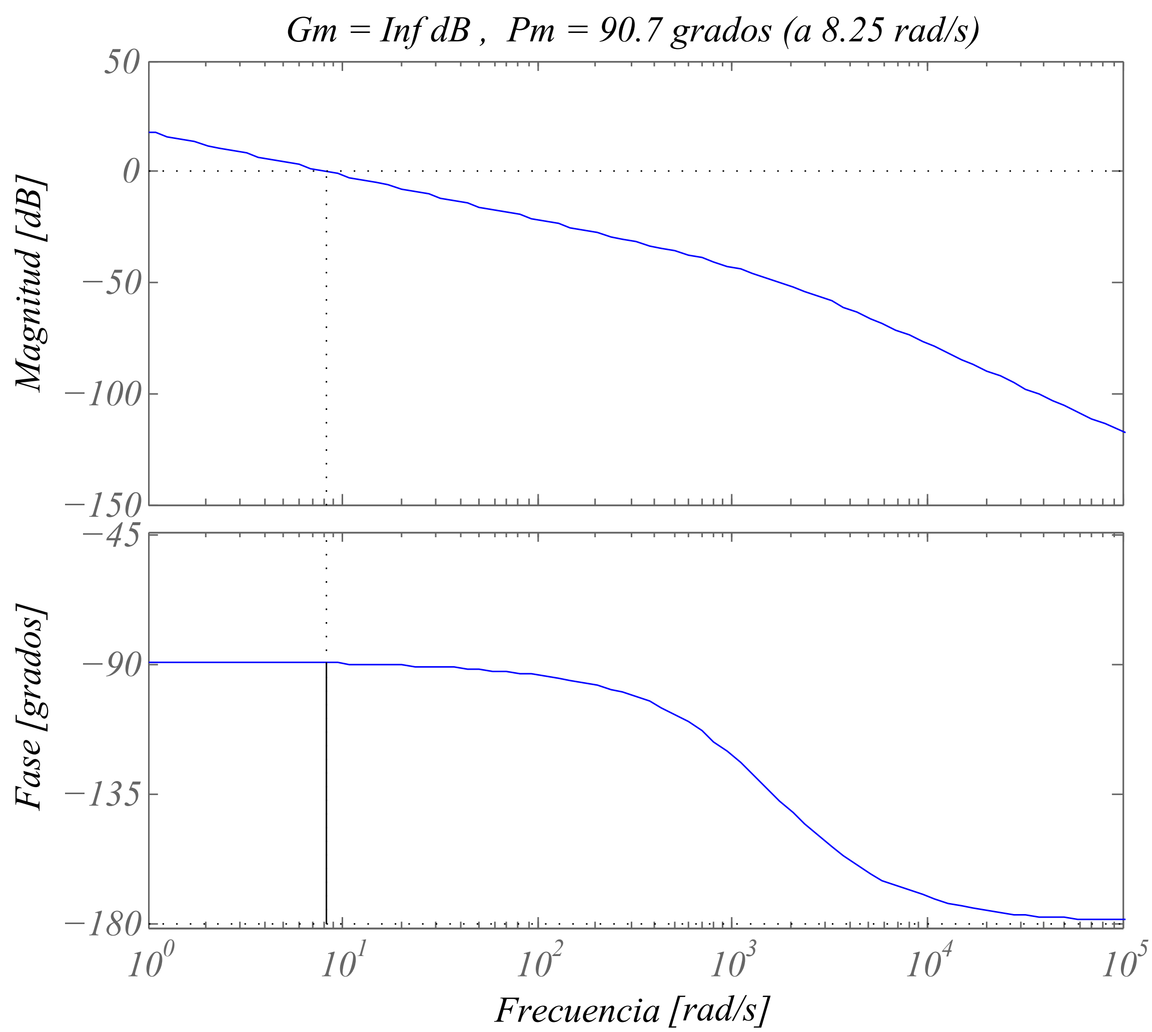


Figura 8.1: Diagrama de Bode del sistema de control PI

8.2. Simulaciones

Para poner a prueba el desempeño del controlador PI se llevaron a cabo tres pruebas donde se evalúa el comportamiento del sistema de control en problemas de regulación y seguimiento sobre un amplio rango de operación.

8.2.1. Pruebas de regulación

Como primera prueba se aplica una señal de referencia cuadrada que va de 1500 a 2500 rpm durante 15 segundos. En las figuras 8.2 a 8.5 se muestran las respuestas de velocidad del rotor, entrada de control, torque electromagnético y corriente de cada fase.

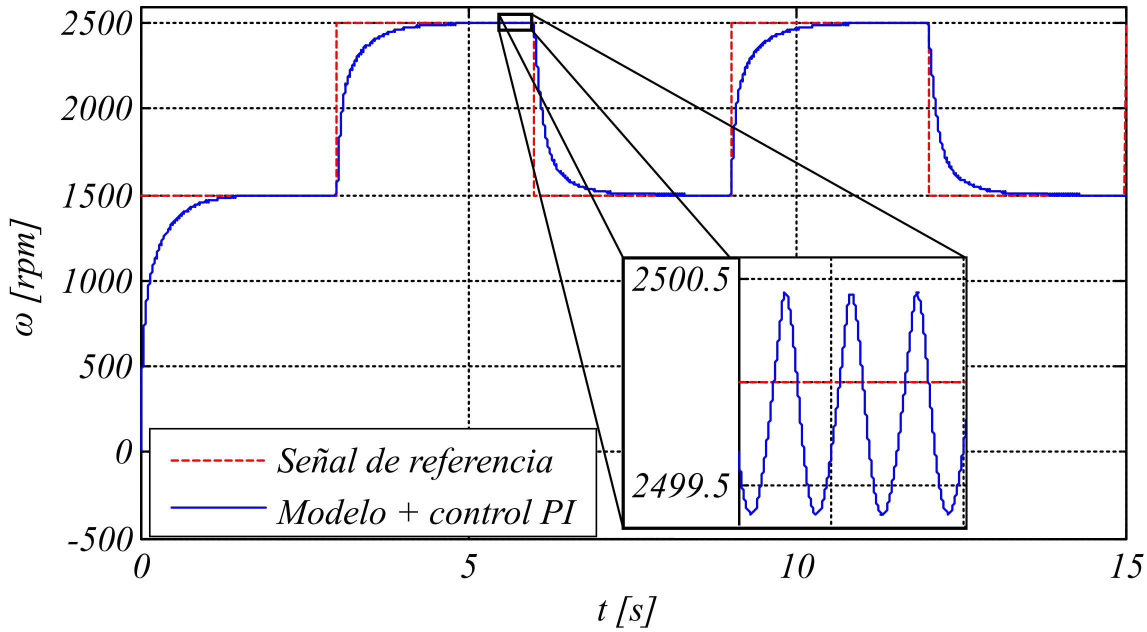


Figura 8.2: Respuesta de velocidad a la señal de referencia de 1500 a 2500 rpm

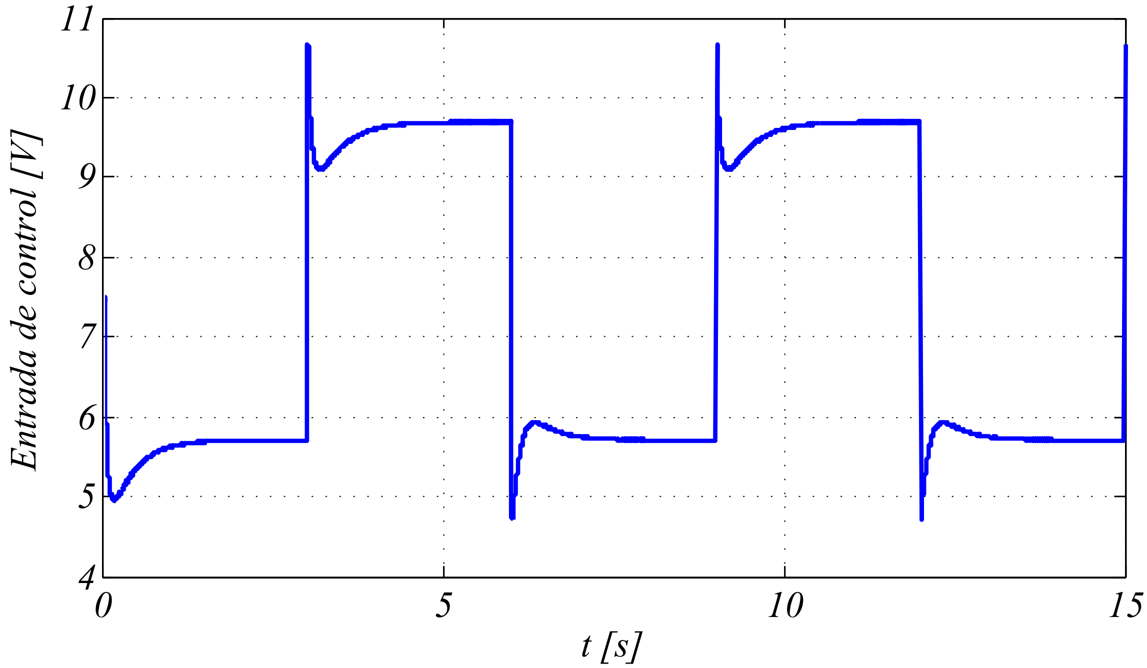


Figura 8.3: Respuesta de la entrada de control a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

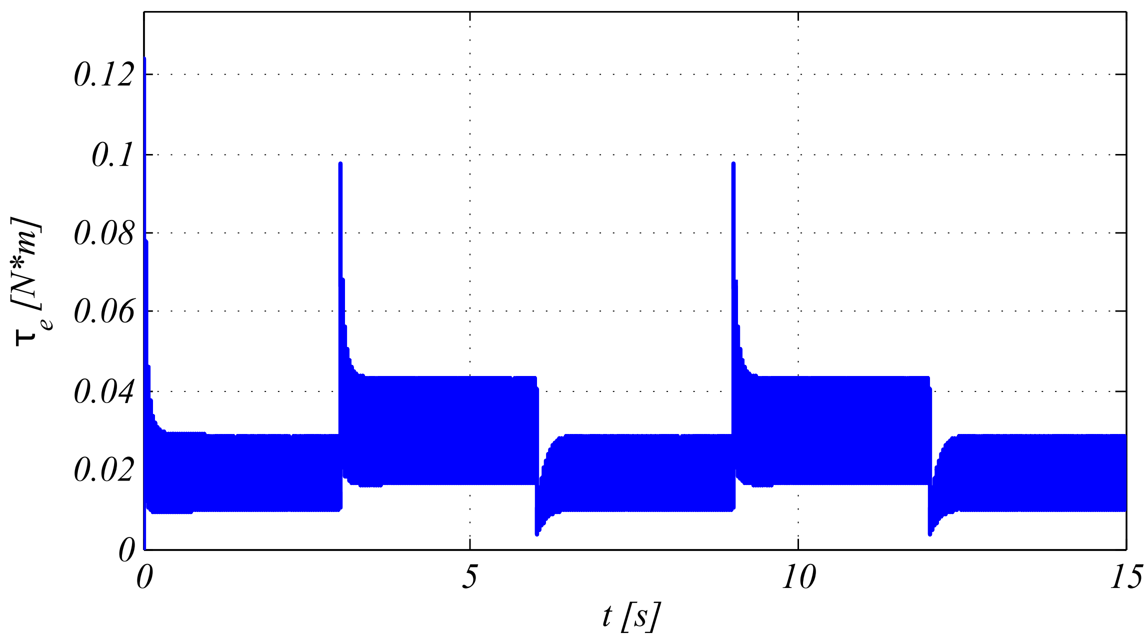


Figura 8.4: Respuesta del torque total a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

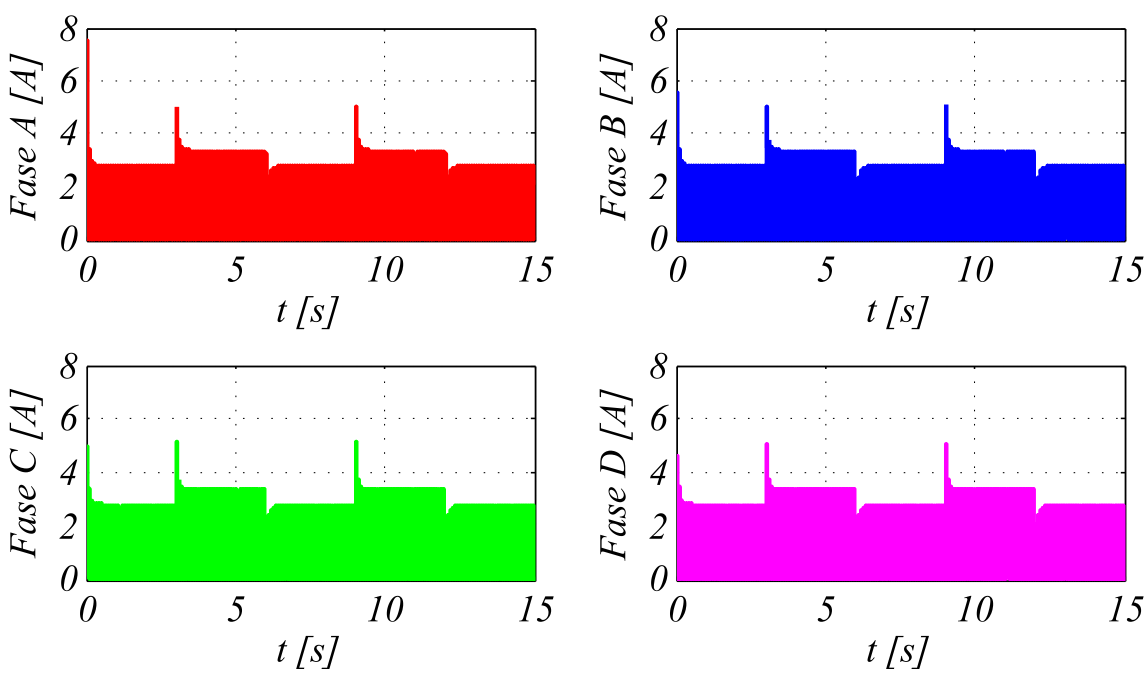


Figura 8.5: Respuestas de corrientes de fase a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

De la figura 8.2 se observa como el sistema de control logra establecer la respuesta de la velocidad del rotor al valor de la señal de referencia con un tiempo de establecimiento de 1 segundo, la respuesta de velocidad alcanza una amplitud de rizo máxima de 2 rpm, lo cual, corresponde a un rizo de 0.13 %. De la respuesta de entrada de control de la figura 8.3, se observa como el voltaje obtiene valores mínimo y máximo de 4.7 y 10.7V respectivamente, los cuales, son alcanzados cuando la señal de referencia cambia de forma abrupta entre las 1500 y 2500rpm.

En cuanto a la respuesta de torque observada en la figura 8.4 se nota como al inicio de la prueba cuando cambia abruptamente la señal de control, este cambio produce un pico máximo de torque que llega 0.189 Nm y posteriormente, picos máximos de 0.1 Nm y mínimos de 0.004 Nm. De la figura 8.5 se observan las respuestas de corriente de cada fase, las cuales son muy similares entre sí. Es importante resaltar como incluso en los instantes en que cambia de forma abrupta la entrada de control, los valores máximos de corriente solo alcanzan los 5A.

Como segunda prueba se aplica una señal de referencia cuadrada que provoque giros en sentido horario y antihorario a 2000 rpm, esto es, variando la velocidad de operación de -2000 a 2000 rpm. Al igual que en la prueba anterior se observan las respuestas de velocidad, entrada de control, torque electromagnético y corriente de cada fase, mostradas en las figuras 8.6 a 8.9.

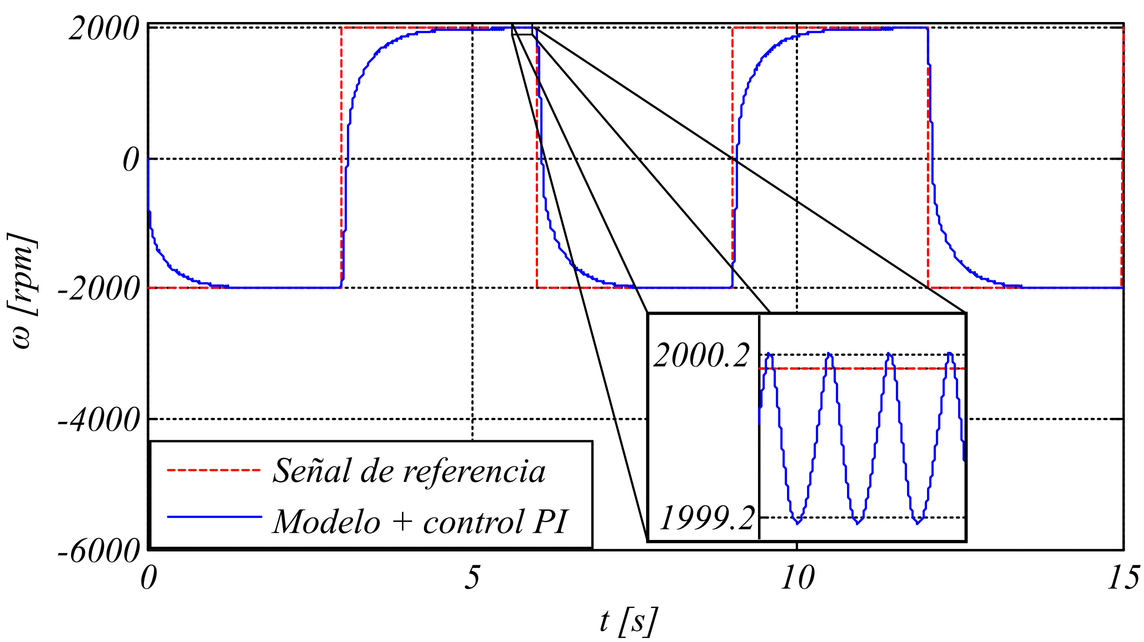


Figura 8.6: Respuesta de velocidad a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

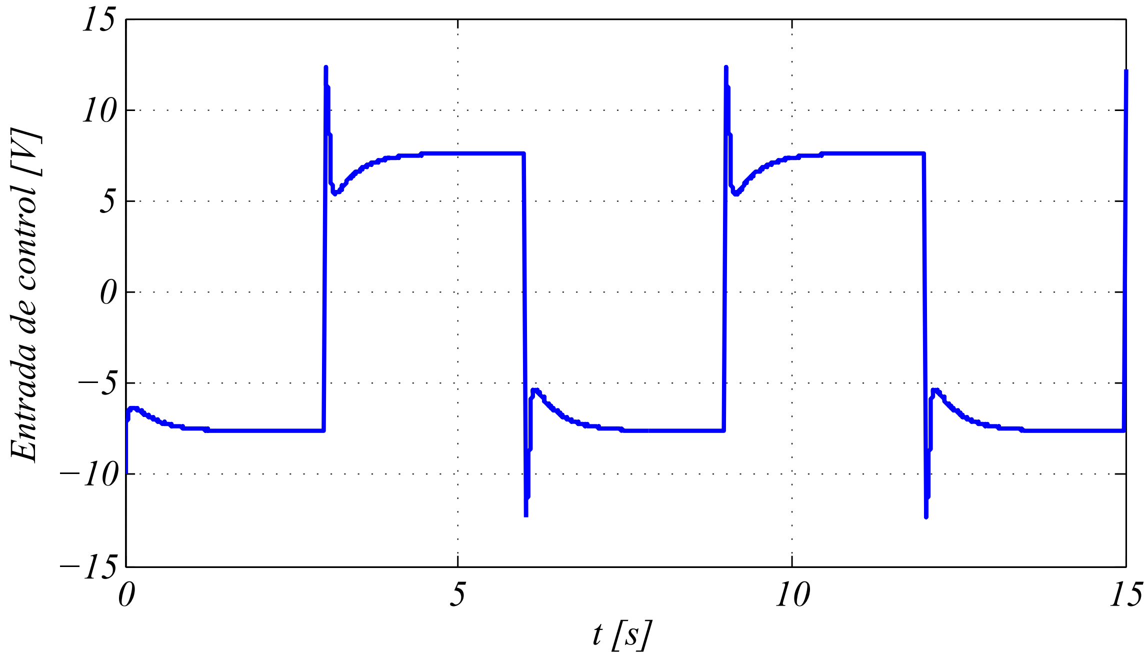


Figura 8.7: Respuesta de la entrada de control a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

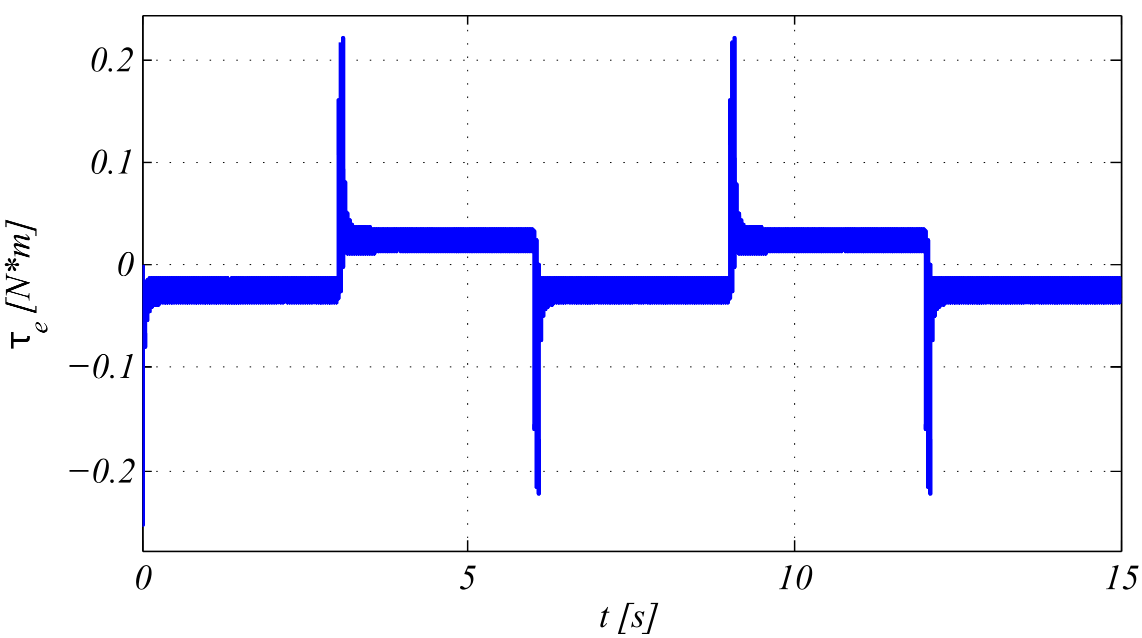


Figura 8.8: Respuesta del torque total a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

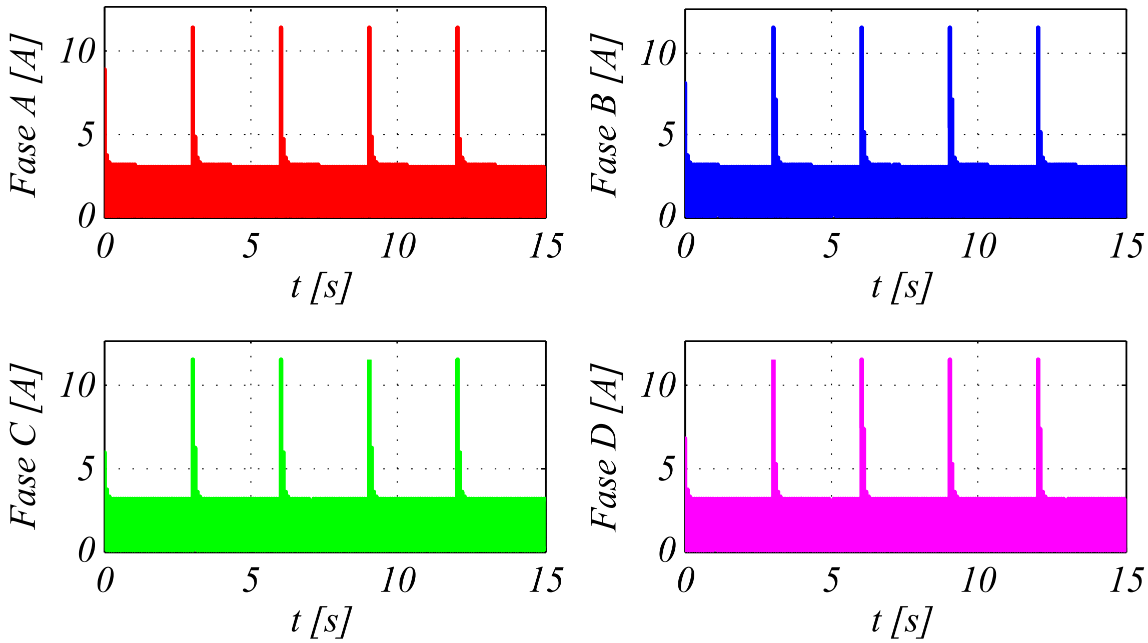


Figura 8.9: Respuestas de corrientes de fase a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

De la figura 8.6 se observa como la velocidad del rotor alcanza los valores finales de la señal de referencia incluso cuando la referencia se encuentra en -2000 rpm, al igual que la prueba anterior el tiempo de establecimiento es de 1 segundo, en este caso la amplitud de rizo alcanzo un valor máximo de 1.2 rpm, esto es, 0.06 % de rizo. Este resultado es esperado dado que, a pesar de operar en un rango mucho más amplio, los limites inferior y superior se encuentran más cerca del punto de operación a 2000 rpm establecido para este sistema, y en el caso en que la señal de referencia se encuentra en -2000 rpm el comportamiento del sistema es sumamente similar a cuando se encuentra en 2000 rpm, por lo cual, se obtienen rizo de amplitud similar.

En la figura 8.7 se observa la respuesta de la entrada de control la cual, obtiene picos mínimos de -12.28V y máximos de 12.11V, logrando una señal casi simétrica con respeto al eje del tiempo, una vez más, esto se debe a que el comportamiento del sistema en sentido horario y en sentido antihorario son bastante similares. En la figura 8.8 se observa la respuesta del torque electromagnético del motor, se puede apreciar como en esta prueba los valores máximo y mínimo que alcanza el torque son de 0.1816 Nm y -0.1825 Nm, lo cual indica que al igual que ocurre con la entrada de control, la respuesta de torque se vuelve prácticamente simétrica respecto al eje del tiempo. Es importante remarcar que, a pesar de observarse cantidades negativas en la respuesta de torque, estas se deben a que el torque se mide respecto a un marco de referencia. Donde cantidades positivas representan torque positivo cuando se gira en sentido horario y cantidades negativas representan torque positivo, pero en sentido antihorario.

Finalmente, de las respuestas de corriente de fase mostradas en la figura 8.9, se observa como todas las fases alcanzan un valor máximo de corriente de 7 A, debido a la regulación de corriente del circuito inversor con que cuenta el modelo del motor. Sin esta característica la corriente de las fases podría haber incrementado hasta 8 A o más, lo cual, dependiendo de la resistencia de los devanados del motor, podría dañar estos. Es por esta razón que incluso si el motor cuenta con un sistema de control de posición, velocidad o torque, resulta necesario contar con una protección contra incrementos de corriente dañinos, que en este caso regula la corriente mediante histéresis.

8.2.2. Pruebas de seguimiento

Para este experimento se aplica al sistema una señal de referencia senoidal que varía entre 1000 y 3000 rpm a una frecuencia de 0.5 rad/s, esta frecuencia de oscilación es coherente con el ancho de banda del sistema, el cual, se obtuvo es de 8.25 rad/s. En las figuras 8.10 a 8.13 se muestran las correspondientes respuestas de velocidad, entrada de control, torque y corrientes de fase.

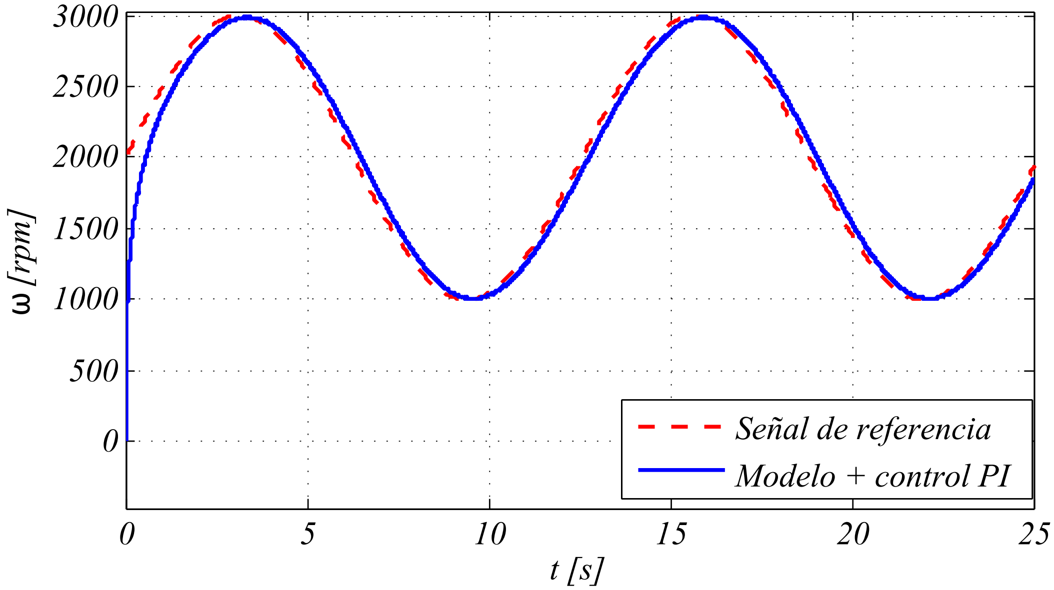


Figura 8.10: Respuesta de velocidad del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.5t)$

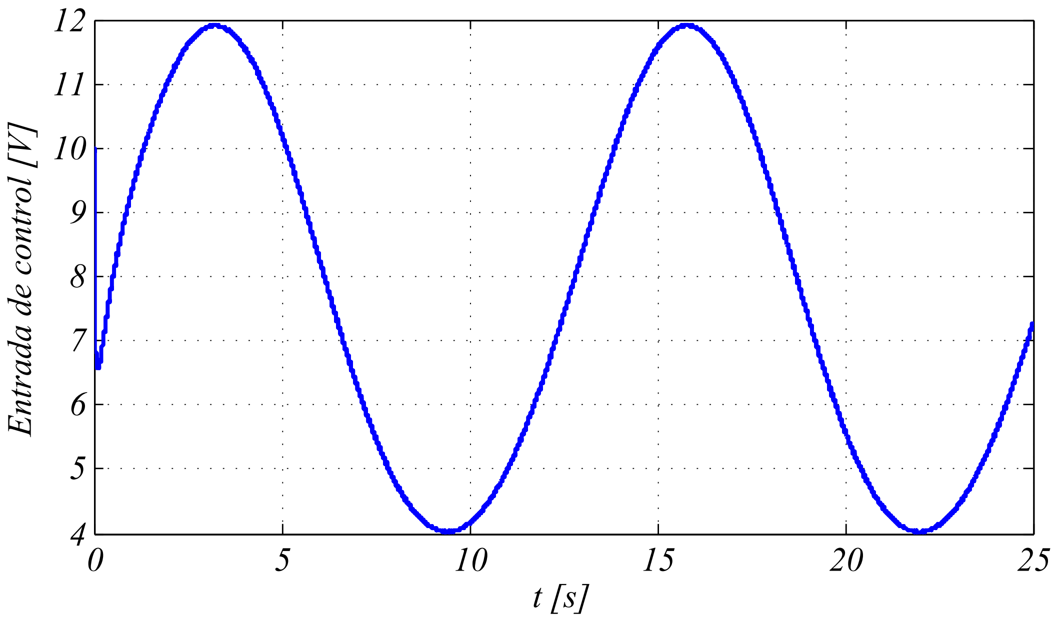


Figura 8.11: Respuesta de la entrada de control del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.5t)$

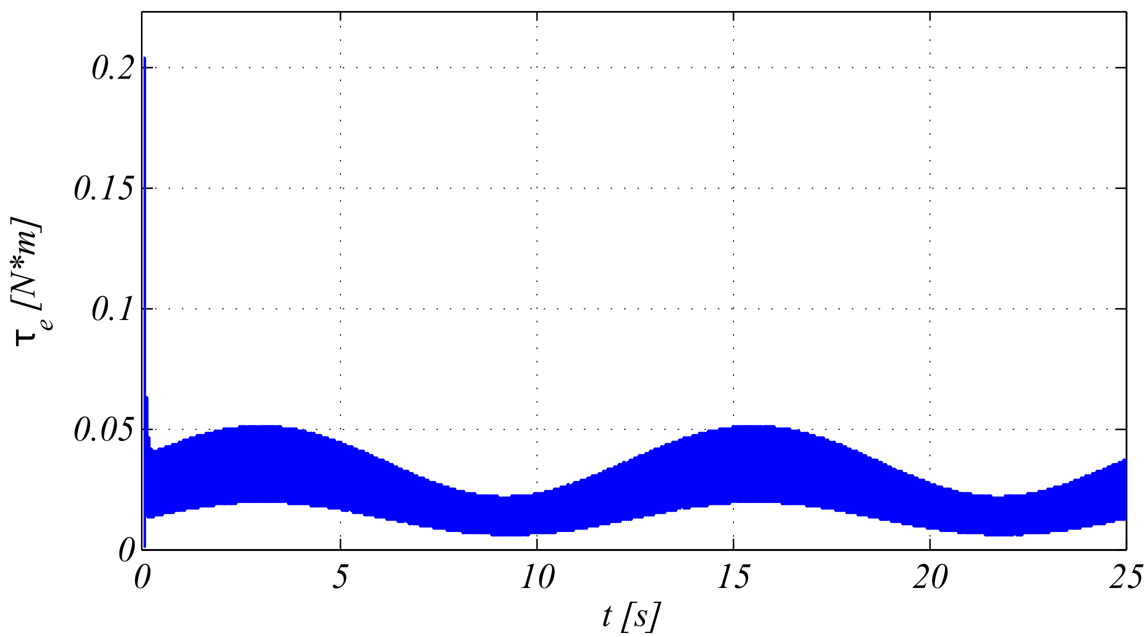


Figura 8.12: Respuesta del torque total del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.5t)$

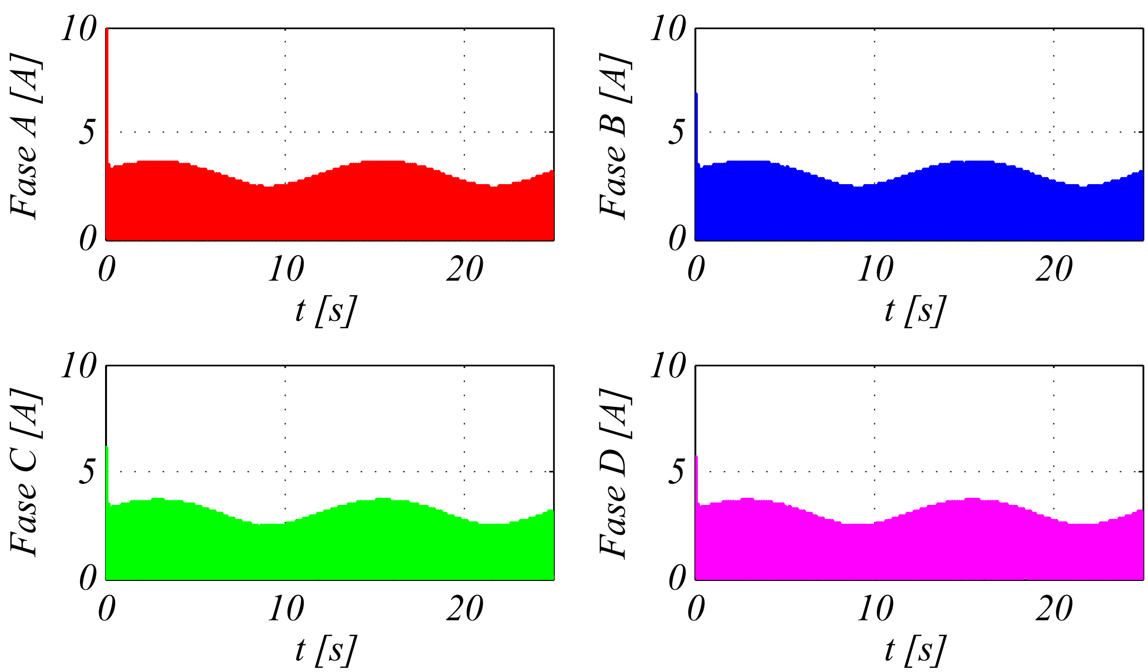


Figura 8.13: Respuestas de corrientes de fase del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(0.5t)$

En la figura 8.10 se logra observar como el motor es capaz de seguir de forma satisfactoria la señal de referencia con desfase despreciable, con un error máximo de 0.6 % en los picos de las oscilaciones de la señal de referencia. La amplitud máxima de rizo que se obtiene es de 1.7 rpm, lo cual, corresponde a un rizo del 0.06 %.

De la figura 8.11 se observa como al tratarse de una prueba de seguimiento, en este caso de una señal senoidal, la entrada de control tiende adoptar la forma de la señal de referencia dado que no existen cambios abruptos y el sistema demuestra seguir de forma efectiva la referencia.

De la figura 8.12 se observa como el torque del motor adquiere una forma senoidal al igual que la entrada de control, presentando un solo pico al inicio debido a la demanda repentina de velocidad que inicia en 2000rpm.

Para finalizar, de la figura 8.13 se observan las respuestas de corriente de cada una de las fases, en ellas se nota que el valor máximo que alcanzan las corrientes no supera los 4 A y el valor promedio es cercano a los 2 A, por lo cual, se puede decir que el consumo de corriente del sistema en seguimiento es apenas un poco mayor al visto en las pruebas de regulación donde se obtuvo un valor promedio de aproximadamente 1.5 A.

En la siguiente prueba se aumenta la frecuencia de la señal de referencia a 1 rad/s para observar el comportamiento del sistema con frecuencia mayores al ancho de banda. Las gráficas obtenidas se muestran en las figuras 8.14 a 8.17.

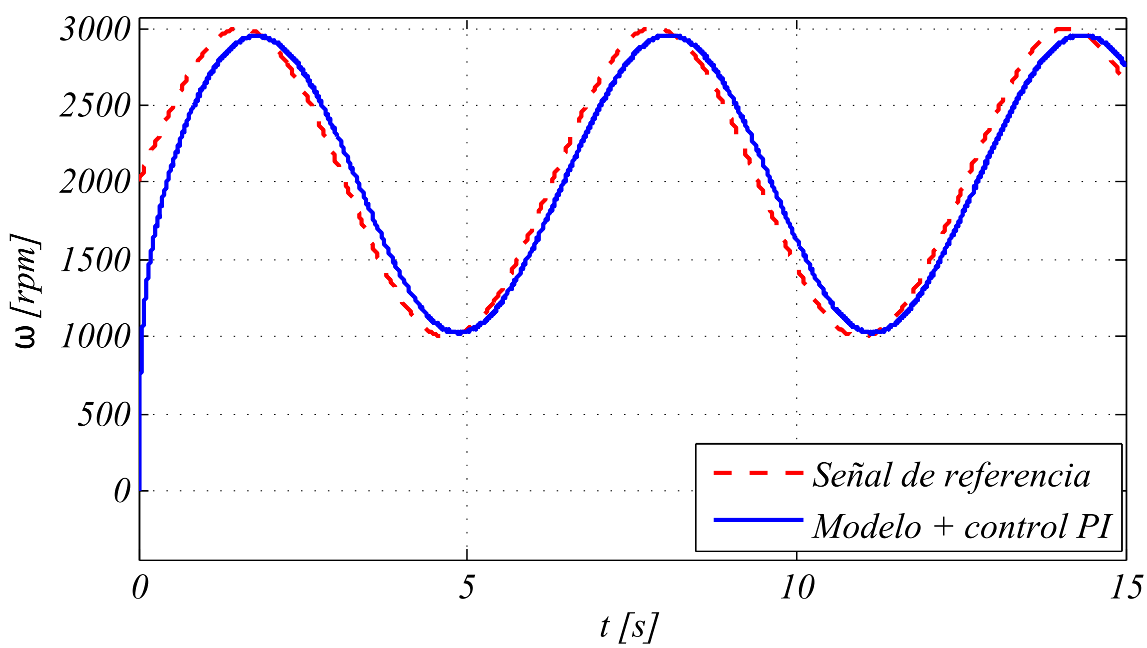


Figura 8.14: Respuesta de velocidad del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(t)$

En la figura 8.14 se muestran la respuesta de velocidad del rotor, donde se observa como esta no logra alcanzar los valores pico de la señal de referencia obteniendo velocidades máximas de 2950rpm y mínimas de 1025 rpm que corresponden a un valor error de 1.67 % y 2.5 %, respectivamente. Además, se observa que hay un desfase en tiempo de aproximadamente a 0.2 segundos. Esta respuesta de velocidad es esperada debido a que la frecuencia de la señal de referencia es de 1 rad/s muy cercana a la frecuencia del ancho de banda, por este motivo, la ganancia del sistema se reduce y se presenta un desfase.

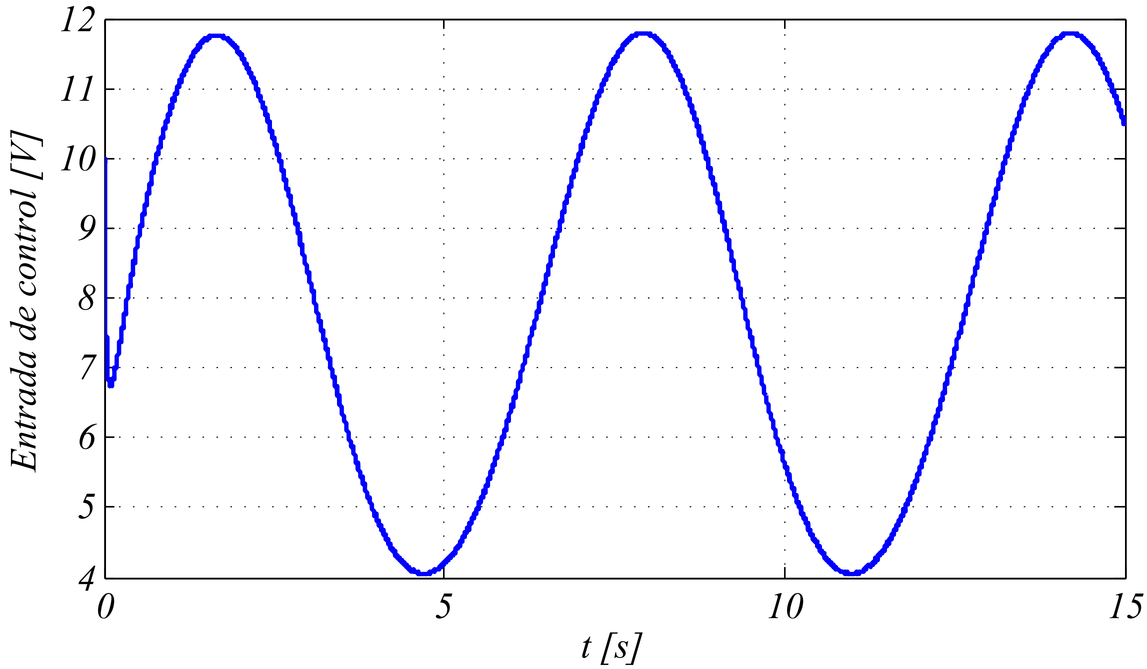


Figura 8.15: Respuesta de la entrada de control del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(t)$

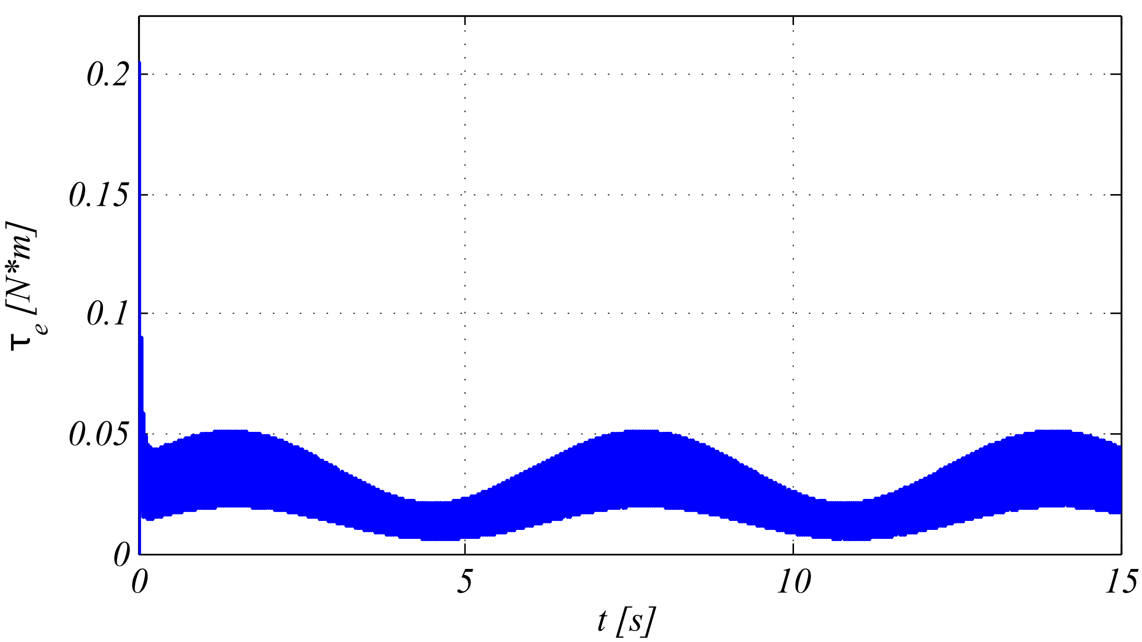


Figura 8.16: Respuesta del torque total del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000sen(t)$

Por otro lado, en el caso de las respuestas de entrada de control, torque y corrientes de fase, las diferencias obtenidas respecto a la prueba anterior son mínimas. Esto es, la entrada de control obtiene valores pico muy similares a la prueba anterior, mientras el torque difiere en el pico obtenido al inicio de la simulación, esto se debe a que la señal de referencia es el doble de rápida que señal anterior. Por último, de las respuestas de corriente, estas tienen un comportamiento idéntico al obtenido de la prueba anterior, obteniendo un consumo de promedio de 2 A.

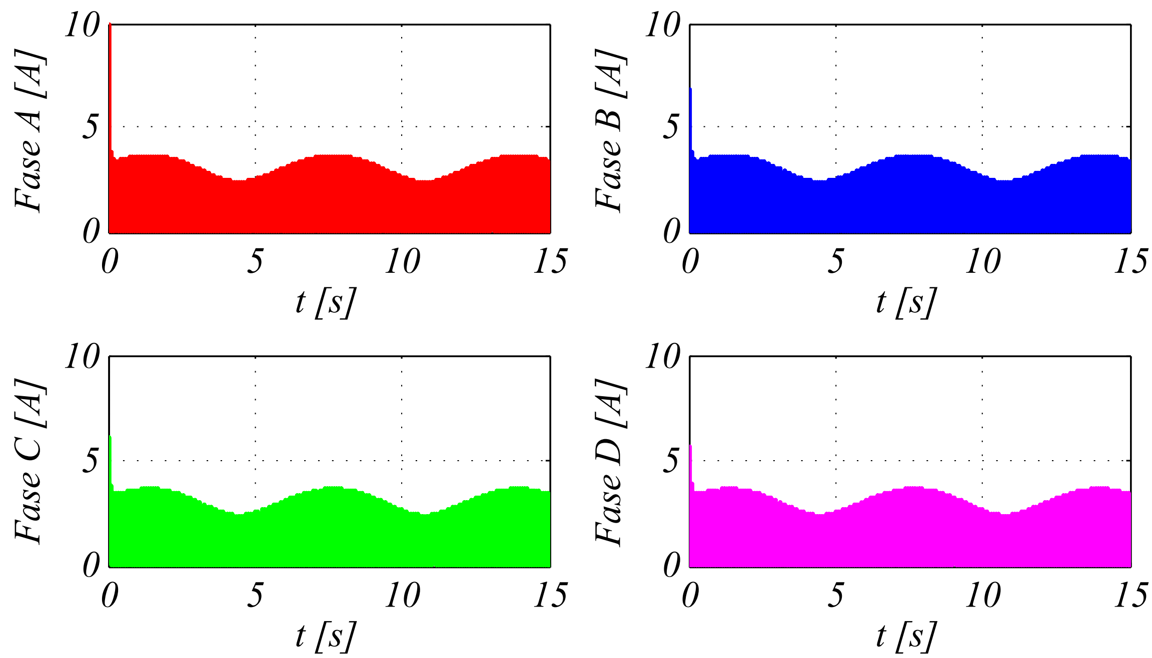


Figura 8.17: Respuestas de corrientes de fase del controlador PI a una señal de referencia $2000 + 1000 sen(t)$

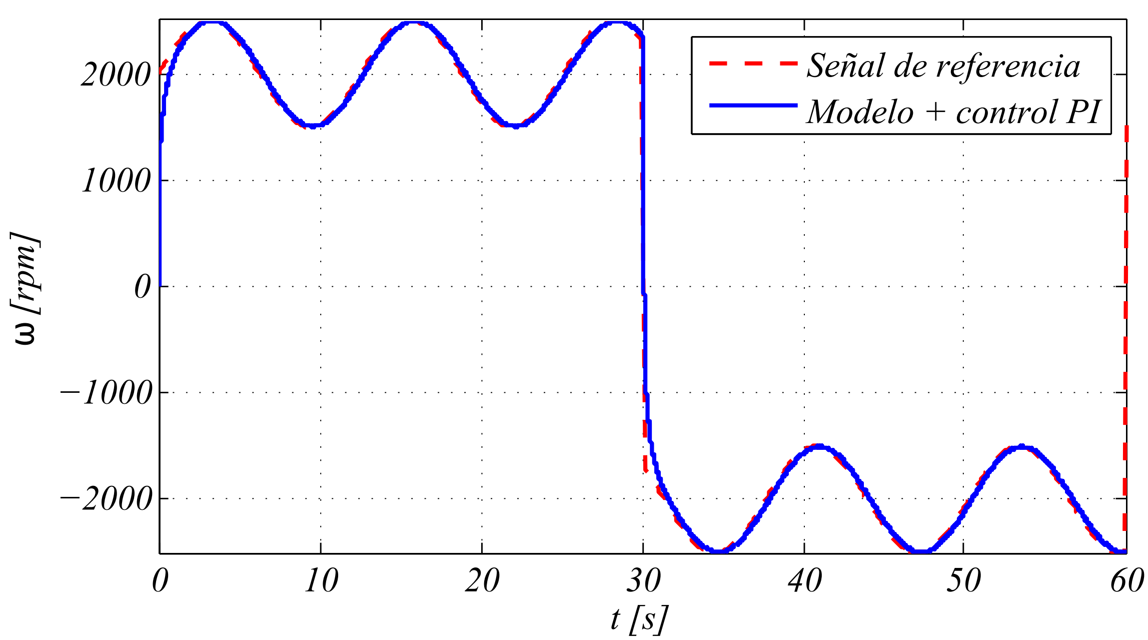


Figura 8.18: Respuesta de velocidad del controlador PI a una señal de referencia combinada

Como prueba final se da una señal de referencia que oscila alrededor de 2000 rpm con una amplitud de 500 rpm y una frecuencia de 0.5 rad/s durante 30 segundos, posteriormente lo repite lo anterior pero alrededor de 2000 rpm. Con esta señal de referencia será posible observar el comportamiento del controlador en una prueba de seguimiento más exigente. Las respuestas obtenidas se muestran en las figuras 8.18 a 8.21.

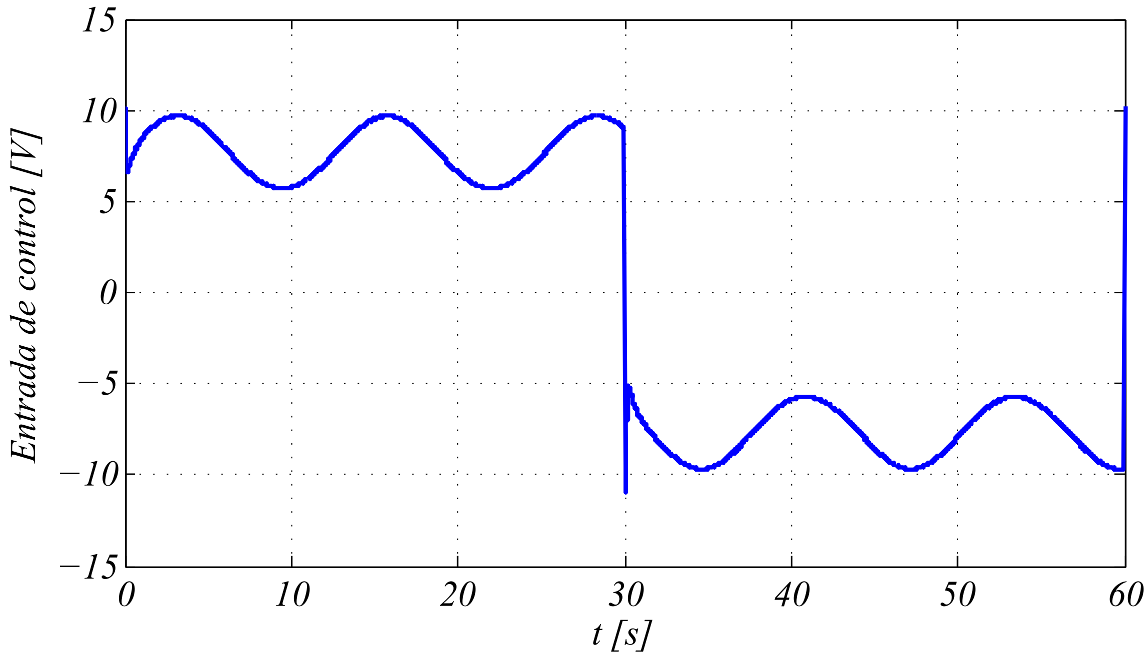


Figura 8.19: Respuesta de la entrada de control del controlador PI a una señal de referencia combinada

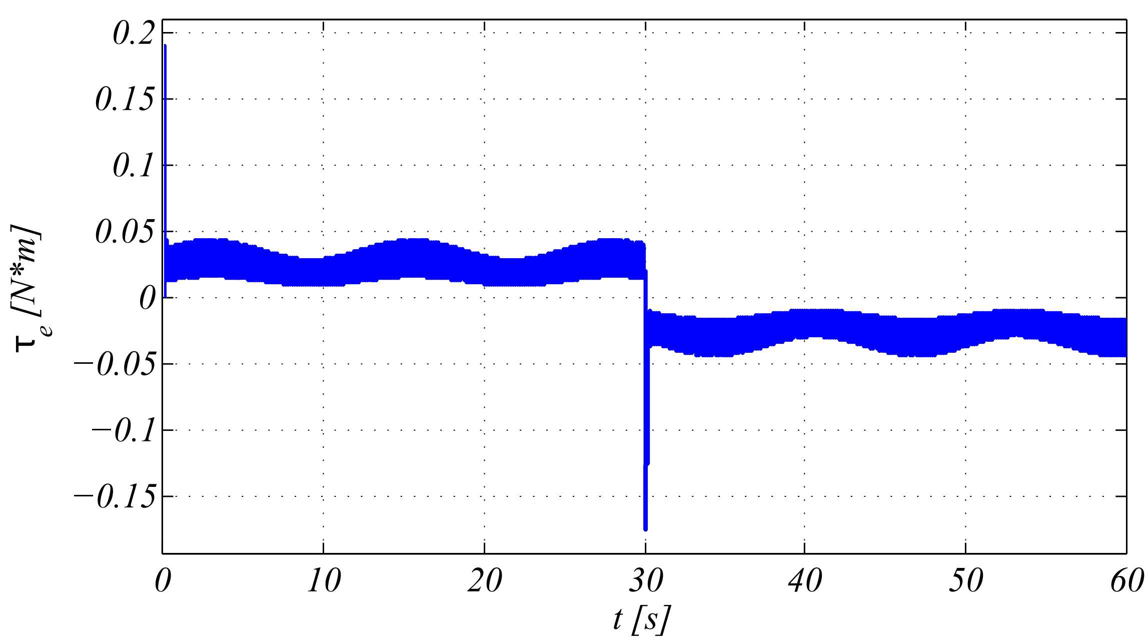


Figura 8.20: Respuesta del torque total del controlador PI a una señal de referencia combinada

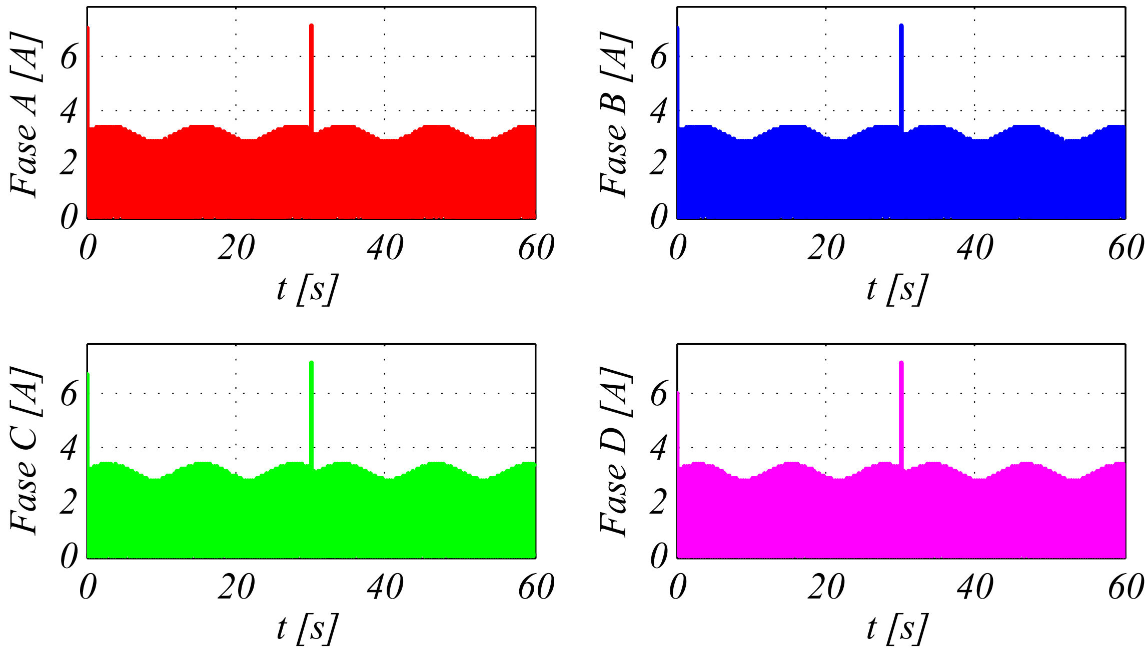


Figura 8.21: Respuestas de corrientes de fase del controlador PI a una señal de referencia combinada

En la figura 8.18 se observa como la velocidad del rotor sigue la señal de referencia de forma que ambas señales son casi idénticas durante toda la prueba, excepto en los instantes en que se producen cambios considerables de velocidad. En el caso de la entrada de control de la figura 8.19, se observa como esta oscila de forma simétrica alcanzando picos de voltaje de aproximadamente 10V, en los cambios abruptos de velocidad. Lo mismo ocurre tanto en la respuesta de torque como en la de corriente.

8.2.3. Pruebas con variación del torque

En esta sección se busca observar el comportamiento del sistema de control a variaciones del torque, para ello como primera prueba se da una referencia de 2000rpm durante 2 segundos con torque de carga $\tau_L = 0$ y el momento de inercia con valor nominal, inmediatamente después sus valores se multiplican 50 y 5 respectivamente, es decir,$\tau_L = 5\tau_L$ y $J = 50J$. Las respuestas de velocidad, entrada de control, torque y corrientes de fase se muestran en las figuras 8.22 a 8.25.

De la figura 8.22 se observa como el escalón provoco un transitorio que vario la velocidad un máximo del 10 %, después de 5.4 segundos el sistema se estabiliza. Por otro lado, la respuesta de la entrada de control de la figura 8.23 también presento un transitorio cuyo valor máximo llego a 15V aproximadamente, posteriormente se estabilizo en un valor 13V. En el caso de las corrientes de fase y torque total, estas respuestas obtuvieron valores máximos de 6.3A y 0.148Nm, y se establecieron en valores promedio de 1.37A y 0.0757Nm respectivamente.

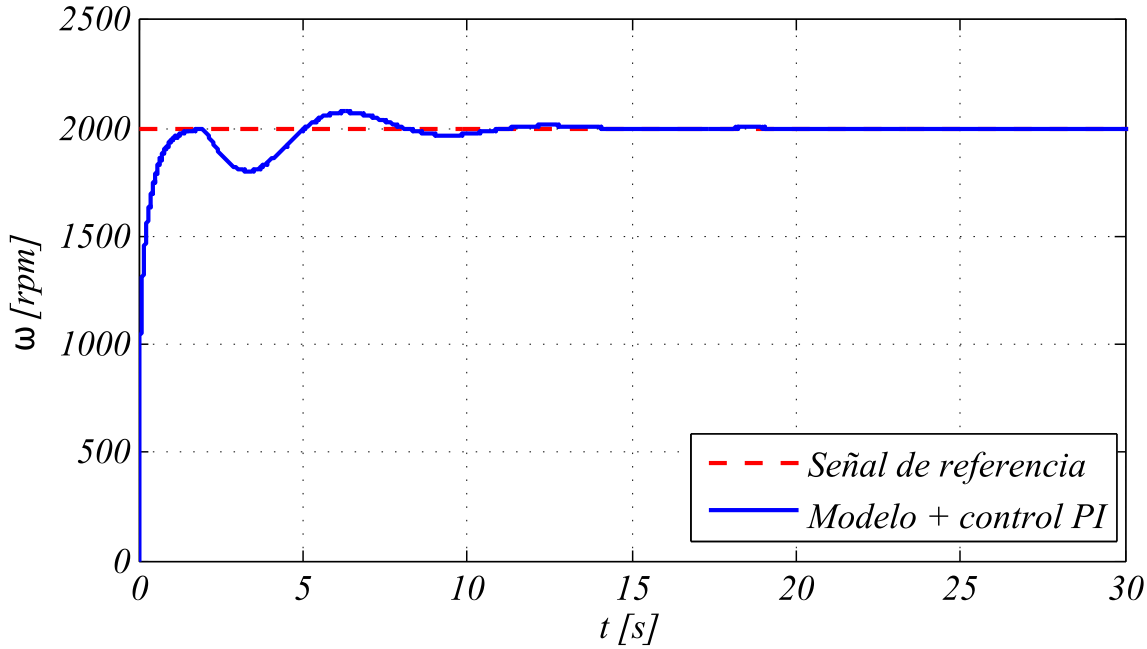


Figura 8.22: Respuesta de velocidad a escalón de $5\tau_L$ y $50J$

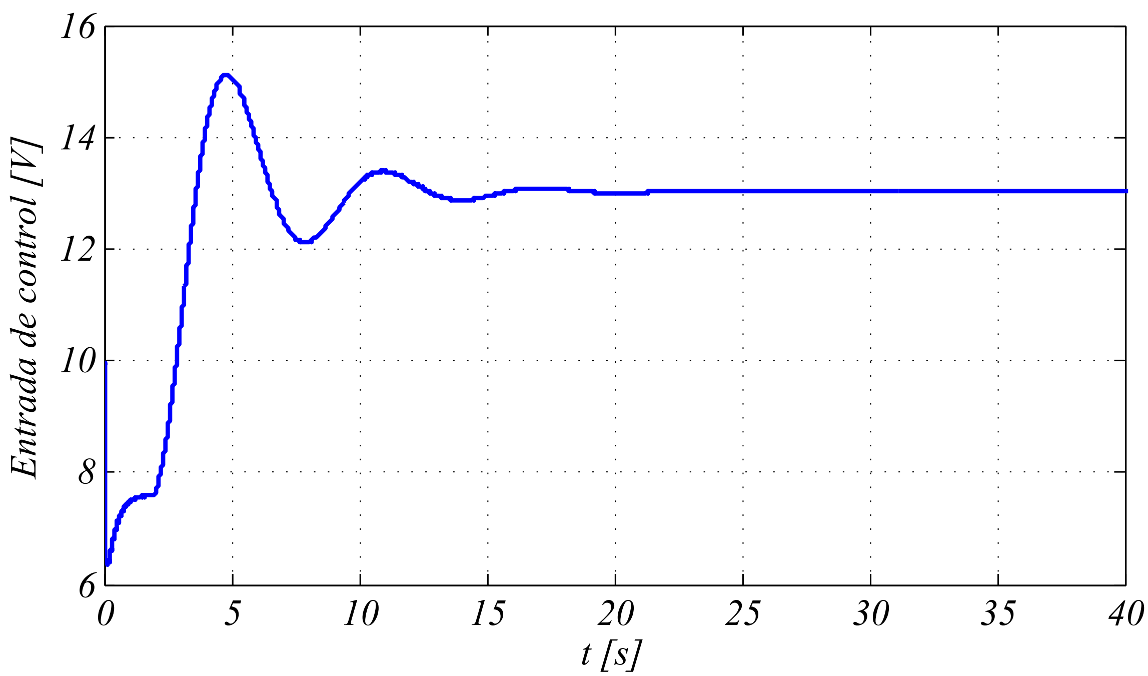


Figura 8.23: Respuesta de la entrada de control a escalón de $5\tau_L$ y $50J$

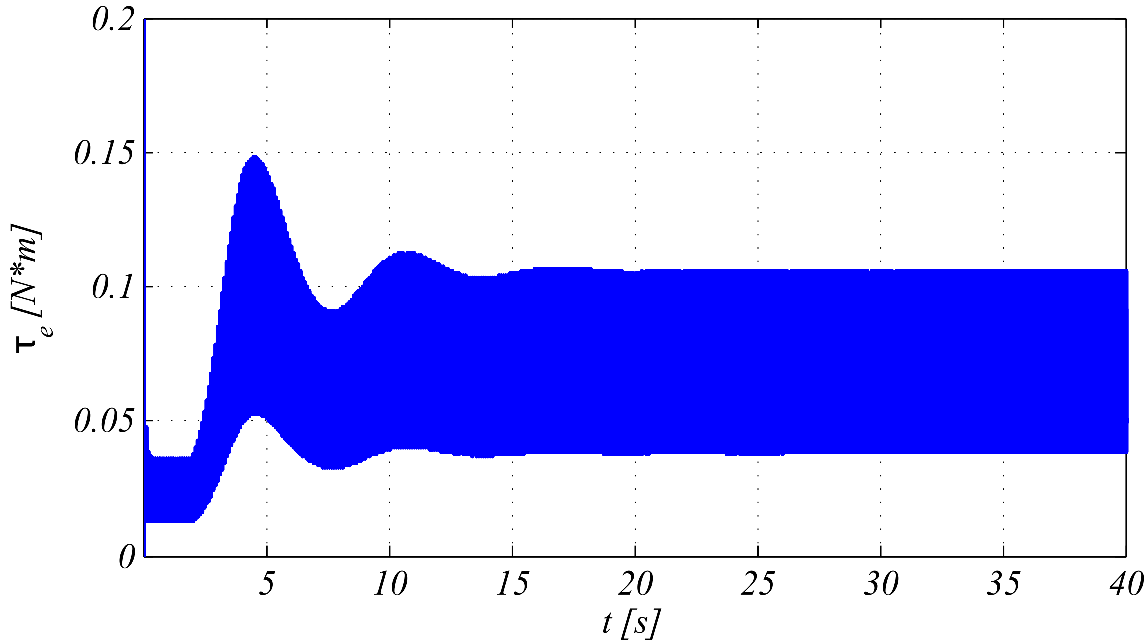


Figura 8.24: Respuesta del torque total a escalón de $5\tau_L$ y $50J$

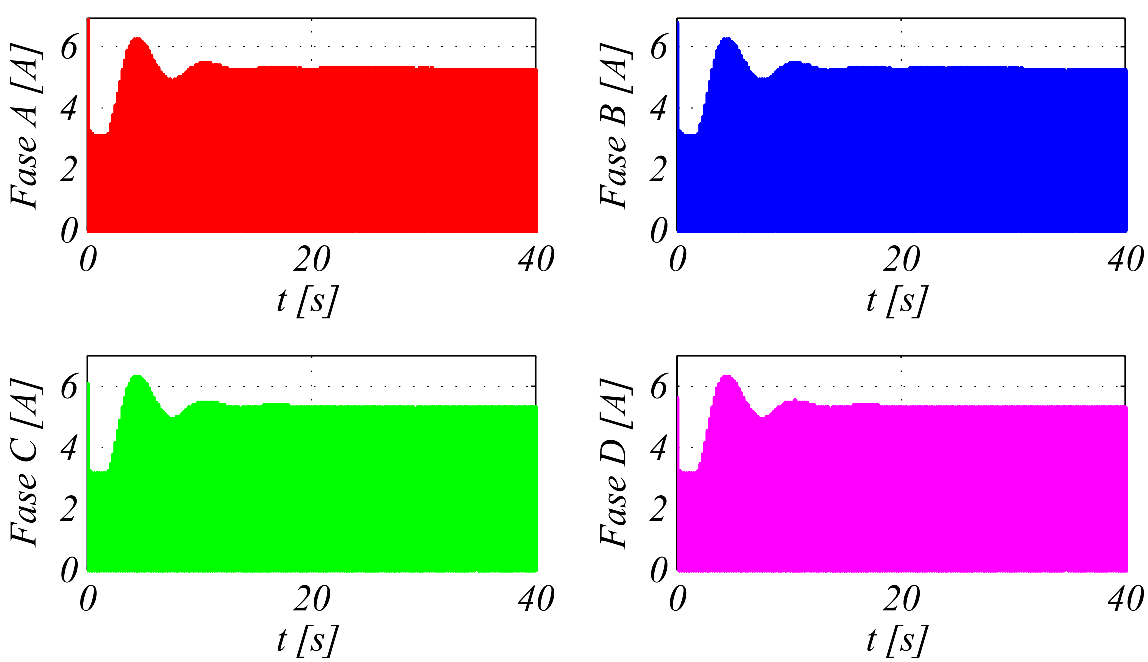


Figura 8.25: Respuestas de corrientes de fase a escalón de $5\tau_L$ y $50J$

Finalmente, con el objetivo de exigir lo más posible al sistema de control, se realizan dos pruebas más con un escalón de torque de carga y momento de inercia de $10\tau_L$ y $100J$, y $20\tau_L$ y $200J$. Las respuestas correspondientes se muestran en las figuras 8.26 a 8.33.

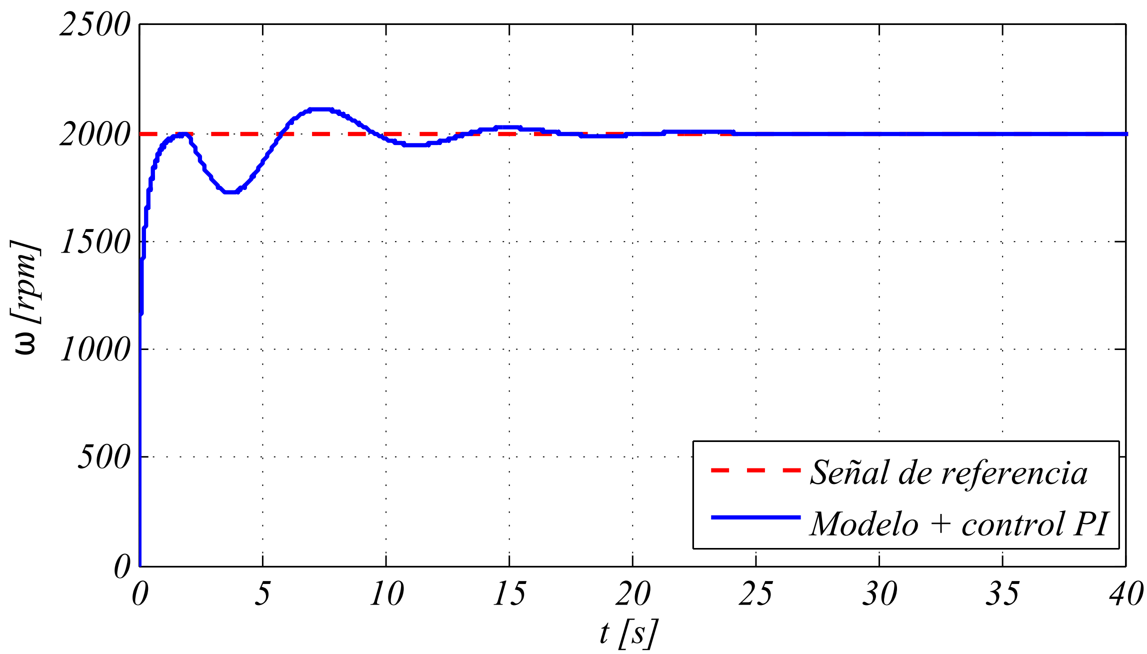


Figura 8.26: Respuesta de velocidad a escalón de $10\tau_L$ y $100J$

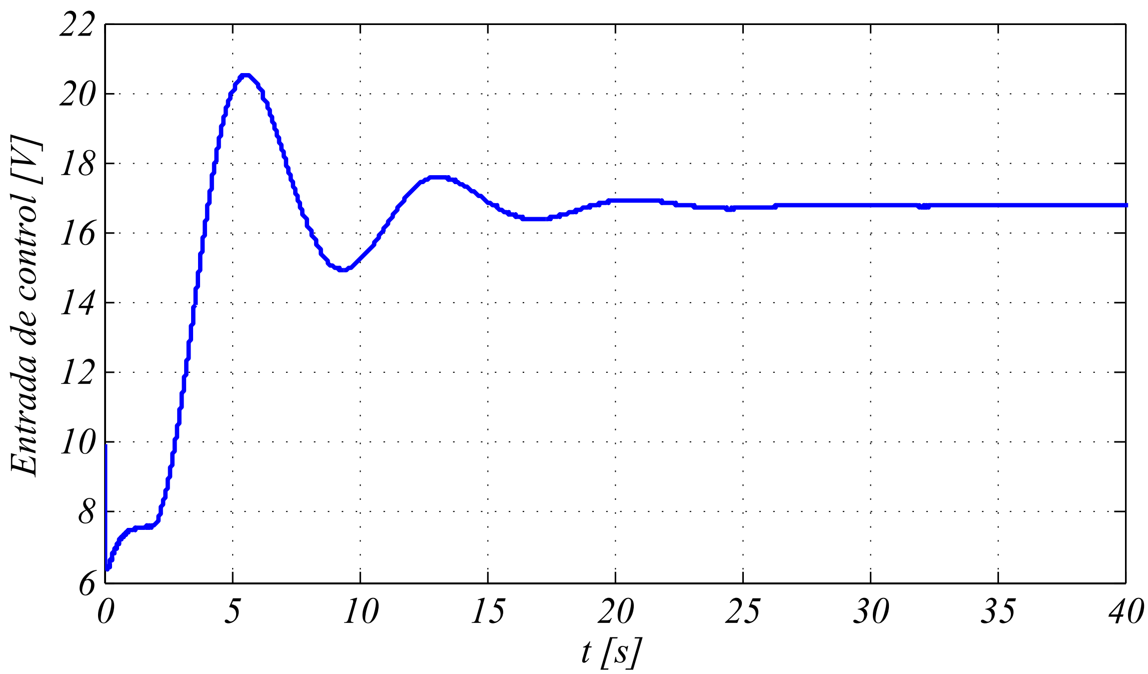


Figura 8.27: Respuesta de la entrada de control a escalón de $10\tau_L$ y $100J$

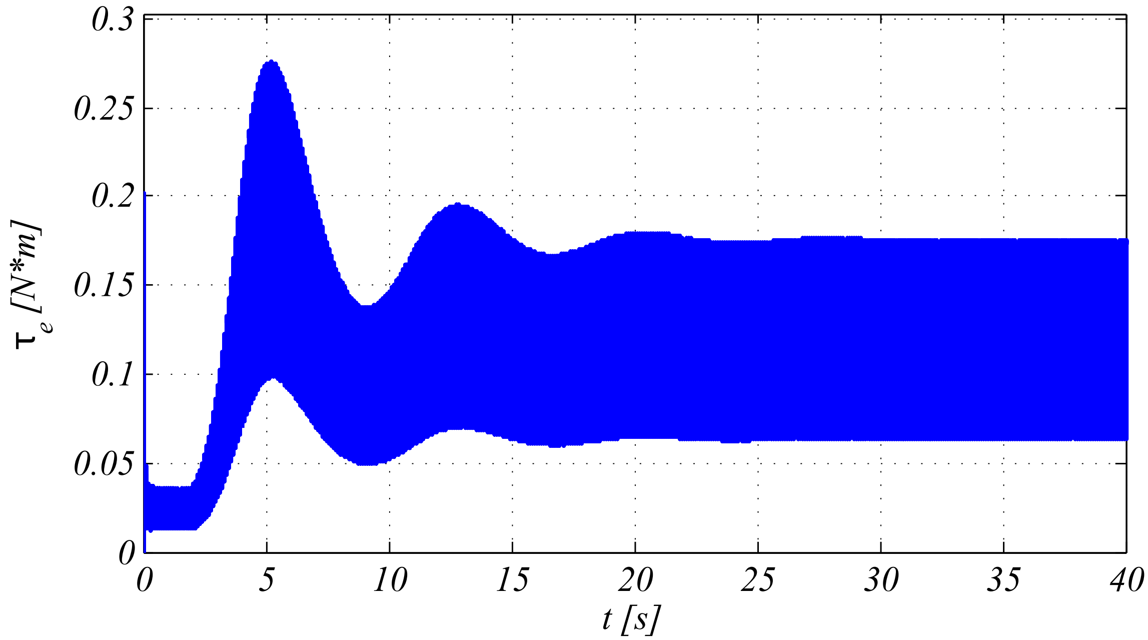


Figura 8.28: Respuesta del torque total a escalón de $10\tau_L$ y $100J$

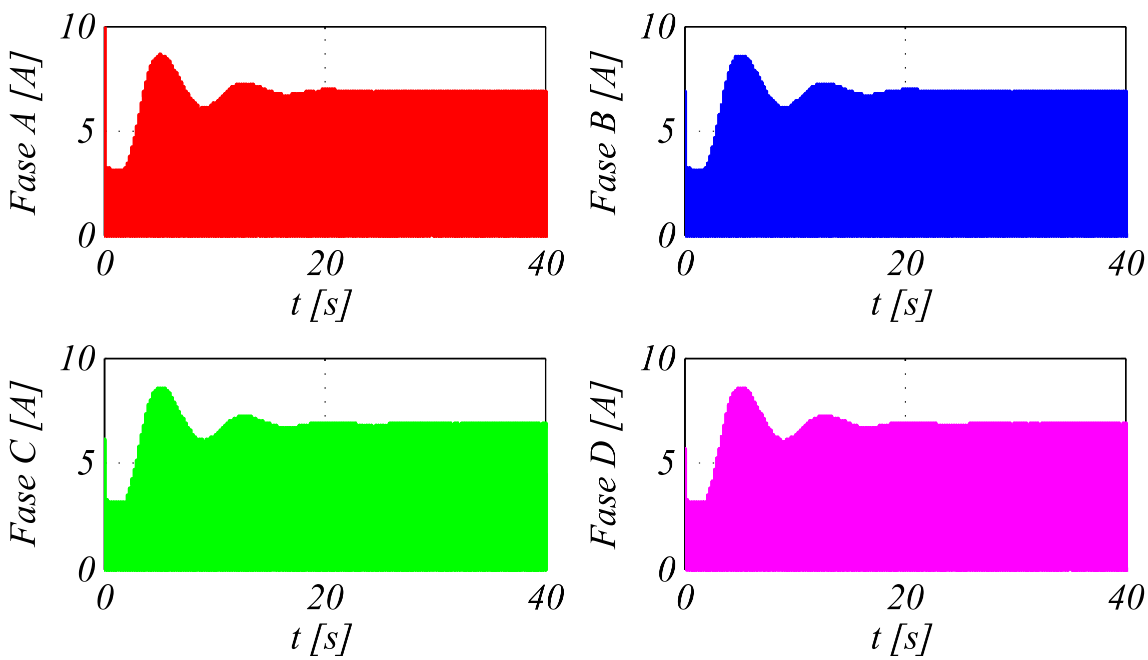


Figura 8.29: Respuestas de corrientes de fase a escalón de $10\tau_L$ y $100J$

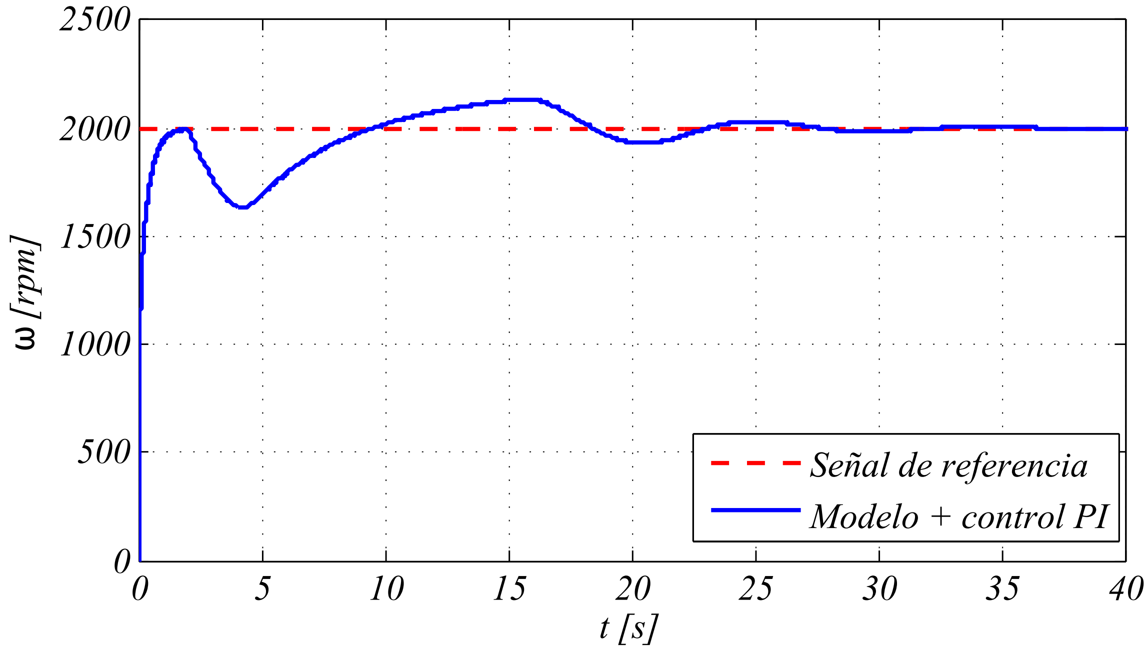


Figura 8.30: Respuesta de velocidad a escalón de $20\tau_L$ y $200J$

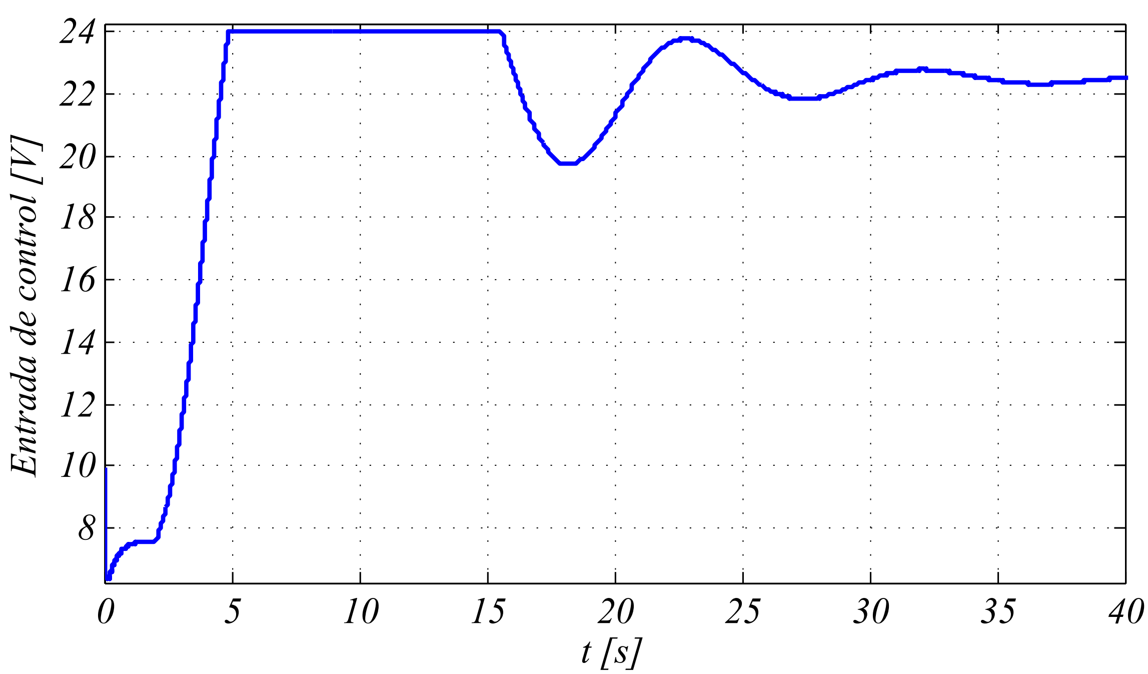


Figura 8.31: Respuesta de la entrada de control a escalón de $20\tau_L$ y $200J$

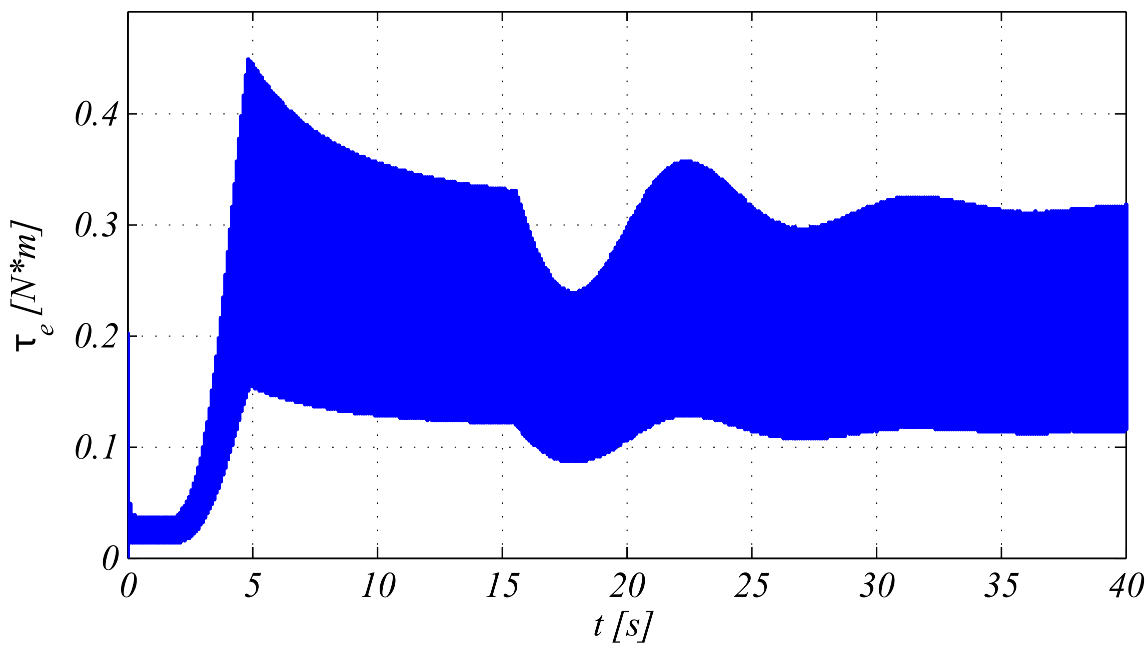


Figura 8.32: Respuesta del torque total a escalón de $20\tau_L$ y $200J$

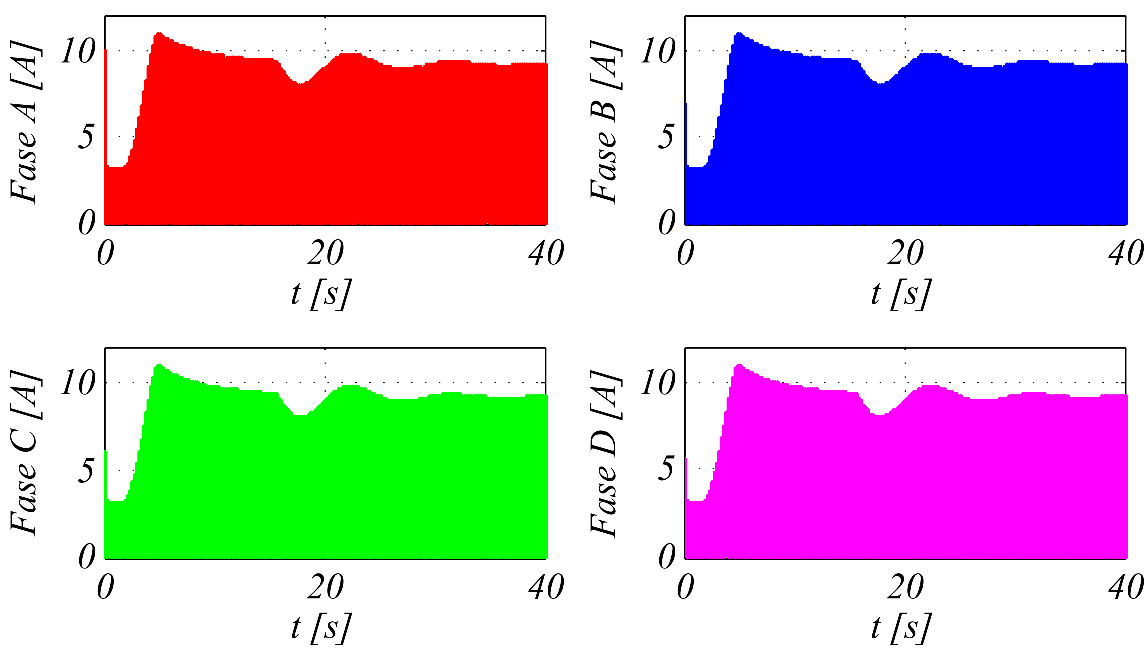


Figura 8.33: Respuestas de corrientes de fase a escalón de $20\tau_L$ y $200J$

Las respuestas mostradas en las figuras 8.26 a 8.29, se observa un comportamiento muy similar al mostrado en la primera prueba. Por otra parte, en la última prueba es importante resaltar como al imponer una carga tan grande al motor, este tiende a demandar una gran cantidad de voltaje para llevar la velocidad del motor a la referencia lo antes posible. Sin embargo, por seguridad del motor se limitó el voltaje máximo a 24V, por esta razón, el desempeño del motor se ve comprometido llegando a tiempo de establecimiento mayores. Para resumir los resultados obtenidos estas pruebas, el tiempo de establecimiento y valores promedio del voltaje de la entrada de control, la corriente por fase y el torque total; se muestran en la tabla 8.1.

Prueba	ts [s]	Entrada de control[V]	Corriente por fase [A]	Toque total [Nm]
1	5.4	13	1.4	0.076
2	7	16.8	1.8	0.126
3	12.8	22.4	2.4	0.225

Tabla 8.1: Variación de parámetros a distintos escalones del torque de carga

9. Controlador PII

9.1. Diseño del controlador PII

Como se observó en el capítulo anterior el controlador PI demostró un excelente desempeño en regulación, seguimiento y a variaciones del torque de carga, cumpliendo con los parámetros de diseño y garantizando robustes. Sin embargo, como ocurre con otros motores eléctricos, se presenta el fenómeno no lineal llamado zona muerta.

El fenómeno de zona muerta es aquel que se manifiesta en algunos sistemas dinámicos, donde la salida del sistema es cero hasta que la entrada supera un determinado valor [16]. En el caso de los motores eléctricos, la zona muerta se presenta debido a la fricción estática del rotor, la cual, impide que este comience a girar en cualquier dirección hasta que el voltaje aplicado al motor genere un torque lo suficientemente grande como para vencer la fuerza de dicha fricción.

Por lo anterior, la zona muerta provoca que sea difícil operar el motor a bajas velocidades principalmente en el arranque, o en los casos que se desee operar el motor en ambas direcciones a bajas velocidades. Por este motivo, en este capítulo se diseña un controlador proporcional con doble efecto integral o PII, el cual, como se ha demostrado en [24], puede minimizar el efecto de zona muerta.

La técnica para diseñar este controlador nuevamente es mediane *Bode shaping*, en este caso se parte del controlador PI ya diseñado y se agregan un integrador o polo en 0, un cero a baja frecuencia para levantar la fase y garantizar este margen, finalmente se ajusta la ganancia para obtener el ancho de banda deseado. La función de transferencia resultante para el controlador PII se muestra en la ecuación (9.1).

$$C(s) = \frac{0.057828(s+4)(s+0.05)}{s^2} \tag{9.1}$$

El diagrama de Bode con márgenes de robustez se muestra en la figura 9.1. De este diagrama se aprecia como el margen de ganancia permanece infinito como en el controlador PI, mientras que el margen de fase obtuvo un valor de 90.2°. Es importante resaltar que el único parámetro de diseño que fue necesario modificar fue el ancho de banda, el cual, se incrementó a 10.1 rad/s, esto es debido a que la ganancia necesaria para mantener el ancho de banda original reducía en gran medida el efecto integral del controlador, por lo tanto, fue necesario aumentar la ganancia de manera que se conservara el efecto integral y el ancho de banda no cambiara notablemente.

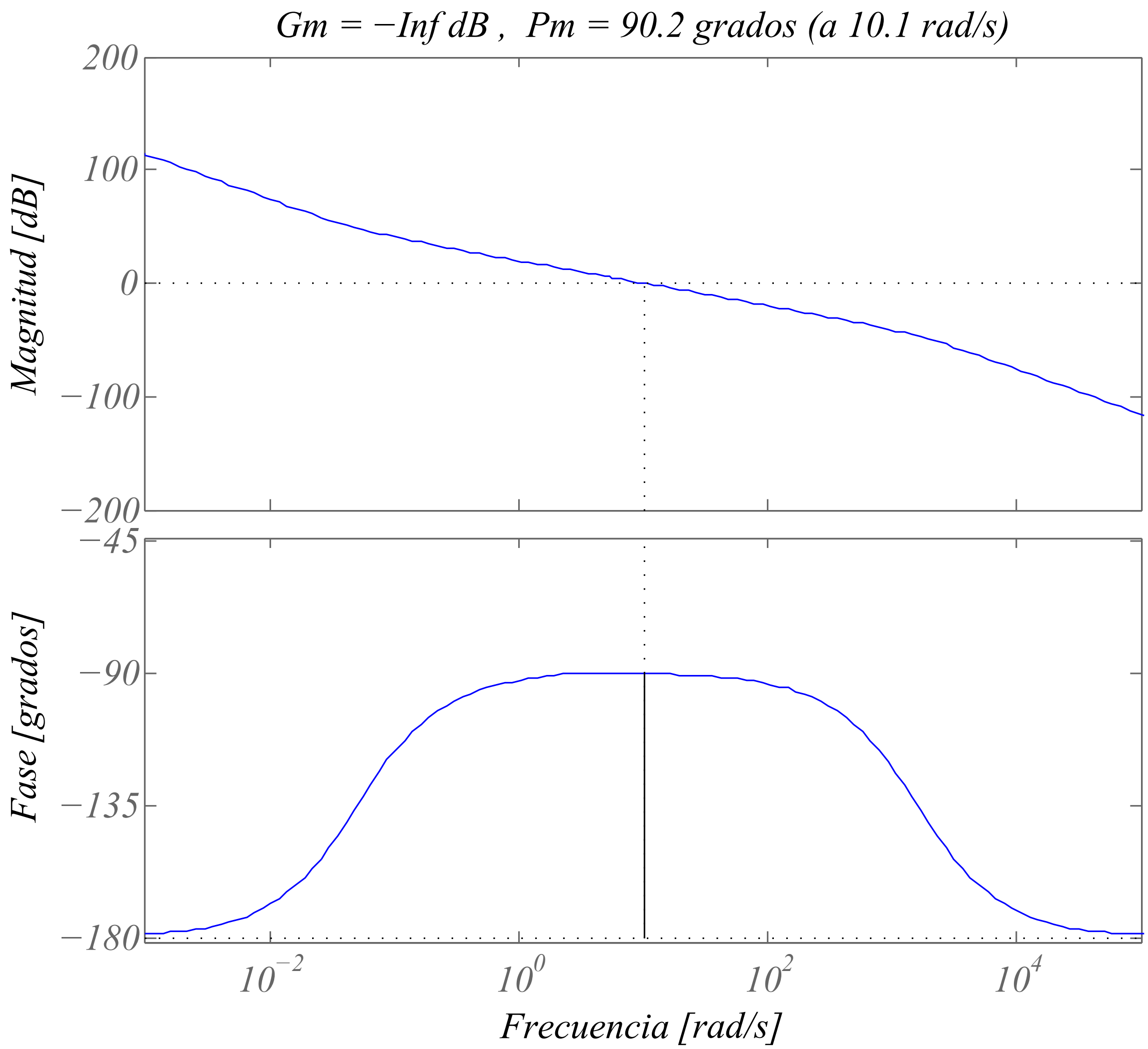


Figura 9.1: Diagrama de Bode del sistema de control PII

9.2. Simulaciones

Para probar el desempeño del controlador PII se somete el motor a operar a bajas velocidades en regulación, (para este motor por debajo de 600rpm), y se comparan las respuestas con las obtenidas con el controlador PI. Para la primera prueba se aplica una señal de referencia a -500 a 500rpm, las gráficas comparativas se muestran en las figuras 9.2 a 9.5.

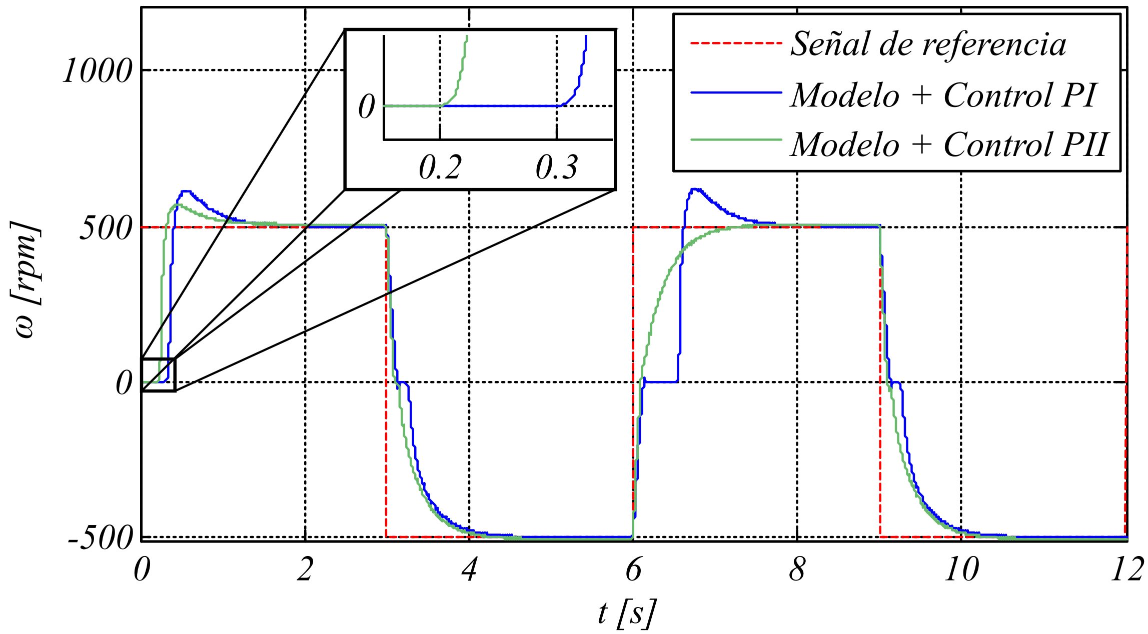


Figura 9.2: Respuesta de velocidad a la señal de referencia de -500 a 500rpm

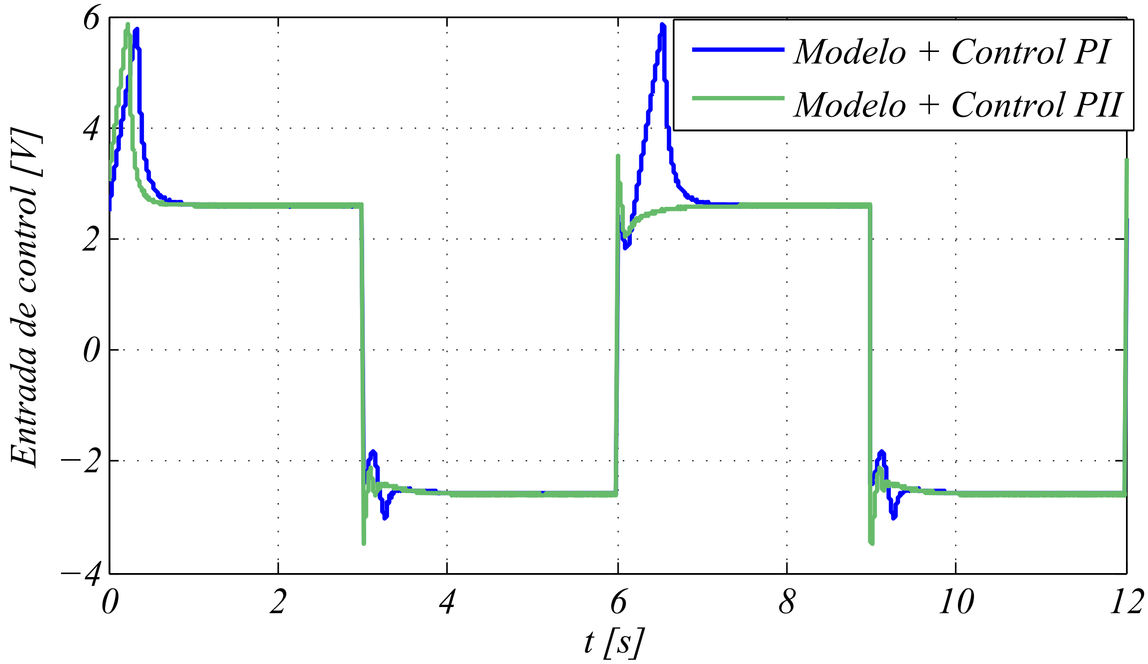


Figura 9.3: Respuesta de la entrada de control a la señal de referencia de -500 a 500rpm

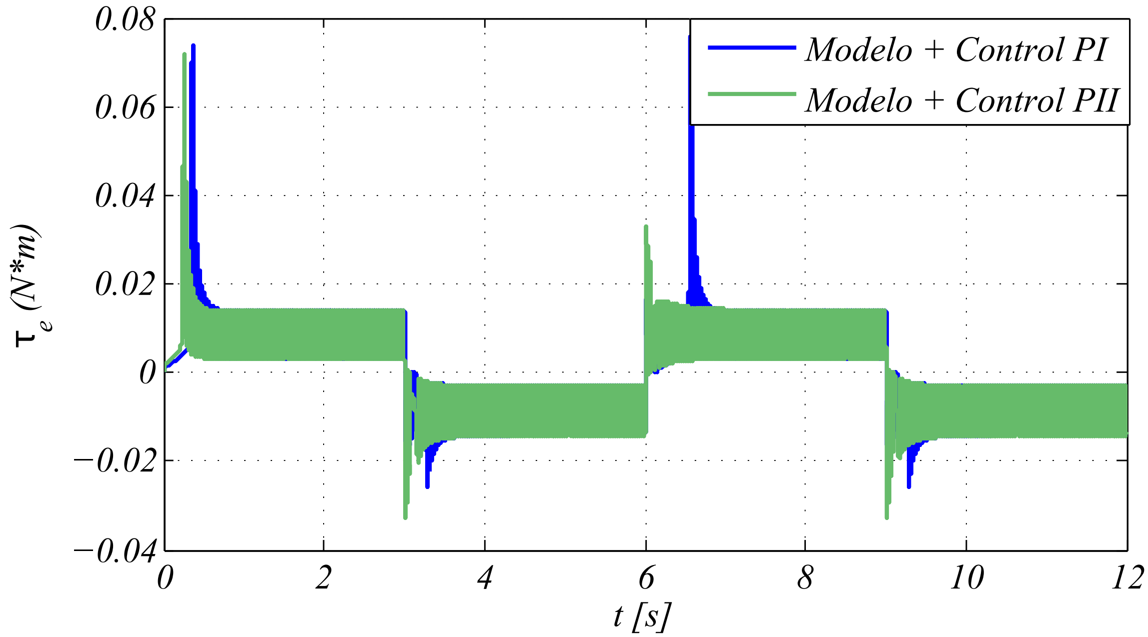


Figura 9.4: Respuesta del torque total a la señal de referencia de -500 a 500rpm

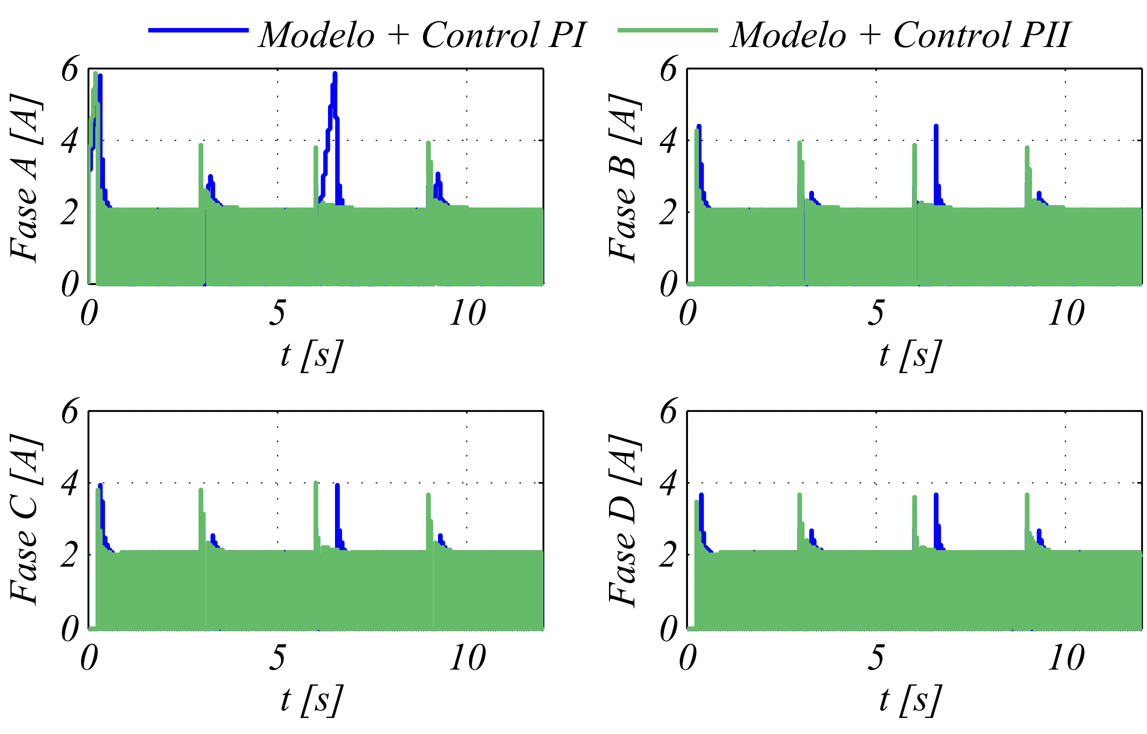


Figura 9.5: Respuestas de corrientes de fase a la señal de referencia de -500 a 500rpm

De esta prueba, en la figura 9.2, se observa como en las respuestas de velocidad, existe una zona muerta al inicio de la simulación, que para el caso del controlador PI dura 0.3 segundos, mientras que para el PII el tiempo se reduce a 0.2 segundos, los errores obtenidos por los controladores son de 0.9 % para el PII y de 0.01 % para el PI. De esta misma figura se aprecia como el controlador PII logra eliminar la zona muerta del motor, mientras que el PI sigue mostrando este fenómeno. Nótese, que en el segundo ciclo de la señal de referencia el control PI muestra una mayor zona muerta, esto puede deberse a varios factores, principalmente la velocidad o la posición. En el caso de este último factor, afecta su vez la inductancia y por lo tanto el torque. Por esta razón, es posible que el fenómeno de zona muerta pueda afectar de forma distinta al motor dependiendo de estos factores e independientemente del controlador aplicado al motor. En la figura 9.3 se aprecia como la entrada de control sube con mayor velocidad en el caso del PII, por este motivo el motor alcanza la referencia más rápido que el caso del control PI, posteriormente ambas respuestas se establecen en el mismo voltaje. En el caso del torque y de las corrientes de fase, las respuestas del PII siguen un comportamiento muy parecido a las respuestas del PI, con la diferencia fundamental que las respuestas del primero se establecen antes.

Como última prueba se cambia el valor de la referencia, de manera que se demanda al motor operar entre -200 y 200 rpm, las respuestas obtenidas se muestran en las figuras 9.6 a 9.9.

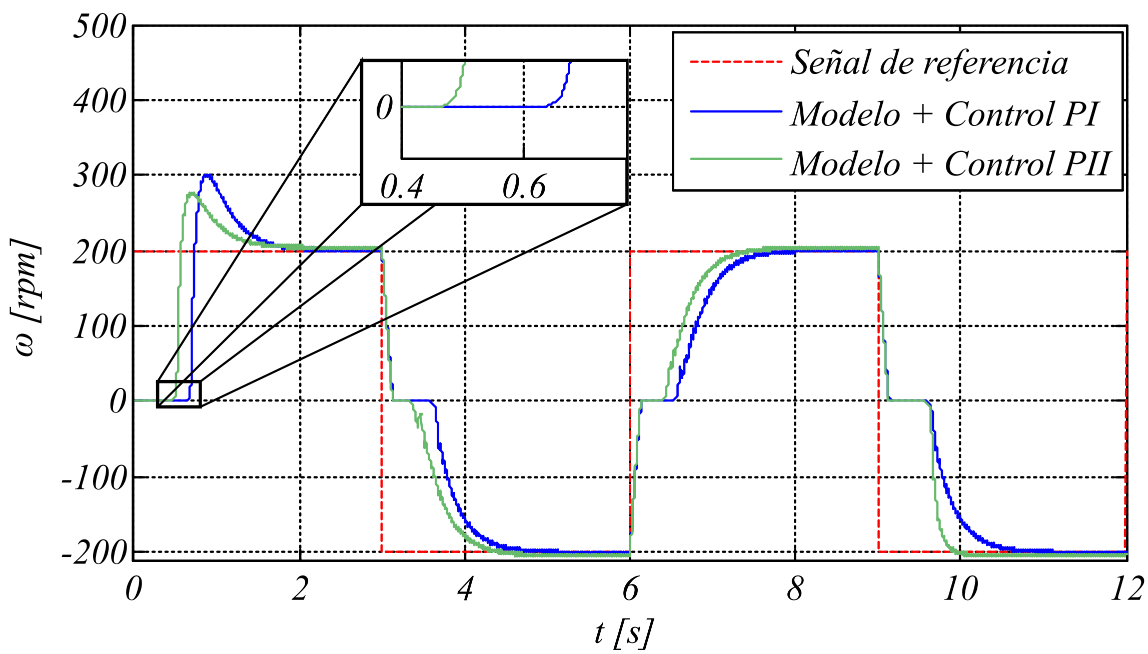


Figura 9.6: Respuesta de velocidad a la señal de referencia de -200 a 200rpm

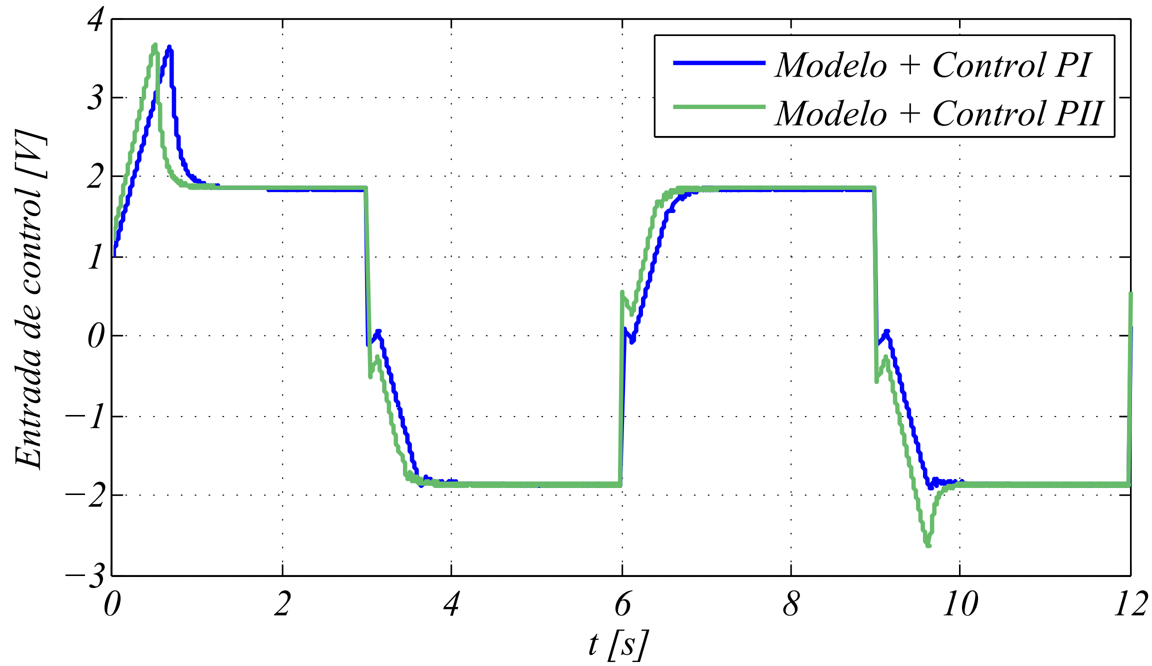


Figura 9.7: Respuesta de la entrada de control a la señal de referencia de -200 a 200rpm

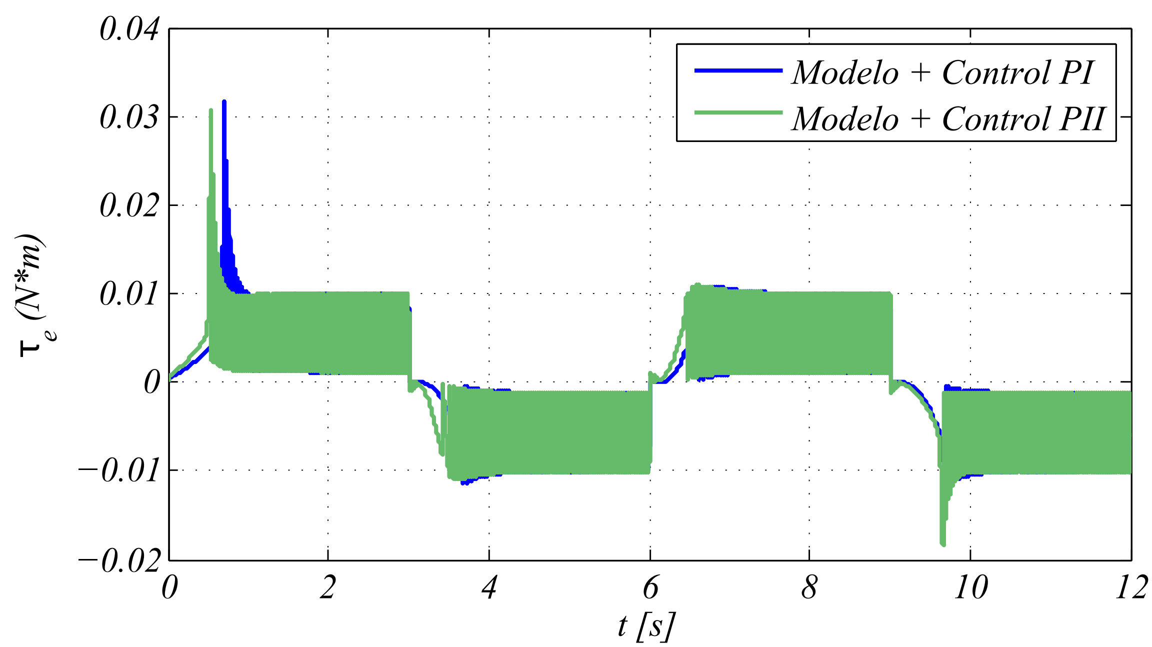


Figura 9.8: Respuesta del torque total a la señal de referencia de -200 a 200rpm

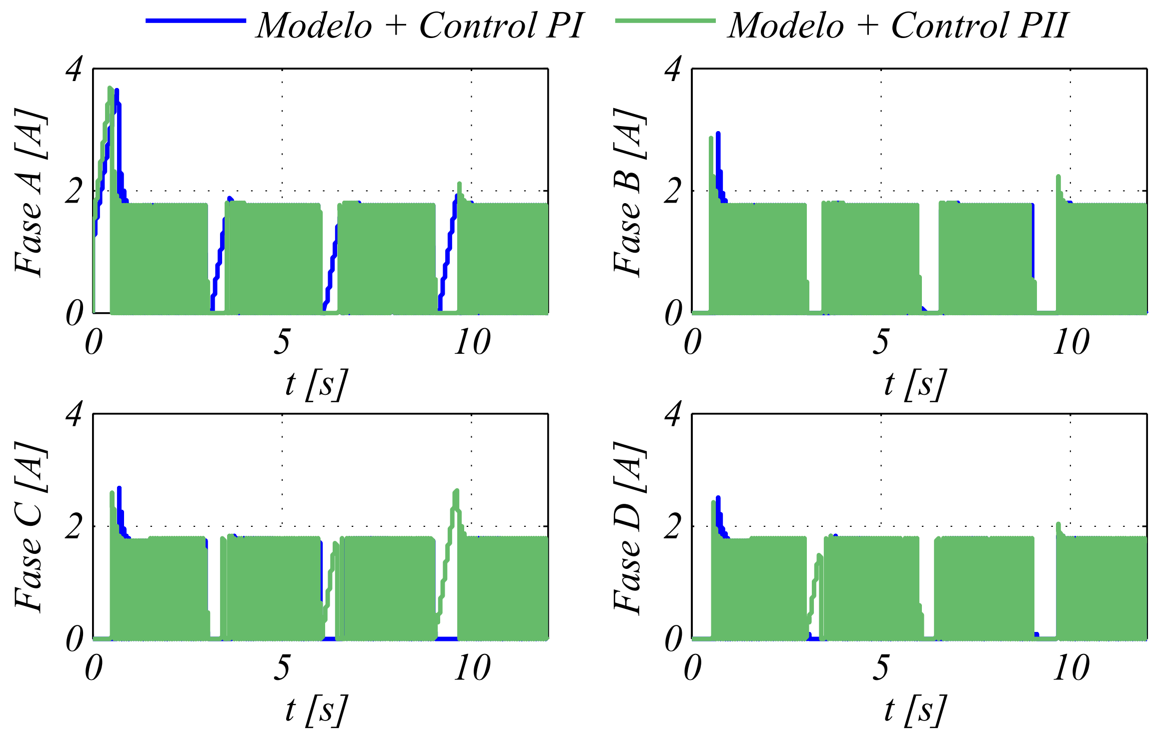


Figura 9.9: Respuestas de corrientes de fase a la señal de referencia de -200 a 200rpm

En la figura 9.6 se observa como nuevamente el controlador PII logra mover el rotor en menor tiempo que el PI, obteniendo 0.46 y 0.63 segundos correspondientemente. No obstante, el controlador PII obtiene un error 1.7 %, mientras que el PI alcanza un error de 0.05 %. Además, como se mencionó en la prueba anterior, es posible la aparición de zonas muertas como la que se presentó entre los segundos 9.1 y 9.6, donde ambos controladores mostraron una zona muerta de duración similar, nuevamente esto ocurre porque el comportamiento del motor depende en gran medida de las condiciones de velocidad y posición. En el caso de las respuestas de entrada de control, torque y corrientes de fase muestran un comportamiento similar a las obtenidas en la prueba anterior. Con base a los resultados obtenidos de las pruebas anteriores se observa que efectivamente el controlador PII desmostó un mejor desempeño al lidiar con el fenómeno de zona muerta, reduciendo esta en al menos un 27 % en el arranque y en algunos casos, en plena operación, la zona muerta fue reducida en su totalidad como se observó en la figura 9.2. Como es de esperarse cuanto más baja sea la velocidad de operación más difícil es lidiar con la zona muerta.

10. Controlador PI + Reductor de rizo

10.1. Diseño del Controlador PI + Reductor de rizo

Una de las principales características del motor de reluctancia variable, son las oscilaciones o rizo en las respuestas de torque y velocidad, lo cual, es una característica indeseable puesto que estas oscilaciones pueden provocar vibraciones mecánicas e incluso ruido audible, así como también bajo desempeño en regulación. Por esta razón, en esta sección se propone una técnica para reducir el rizo, que consiste en asumir que el rizo de la respuesta de velocidad es ruido que se encuentra en la entrada del motor $G(s)$, como se observa en la figura 10.1, el cual, es representado por δ. La técnica mostrada en esta sección se nombró Reductor de rizo (RR), y esta se basa en los observadores de perturbaciones con reducción de ruido *(NR-DOB)* [36], por sus siglas en inglés. Esta técnica se encarga de reducir el ruido del sensor y el ruido de baja frecuencia mientras que el RR se centra en reducir el rizo de alta frecuencia.

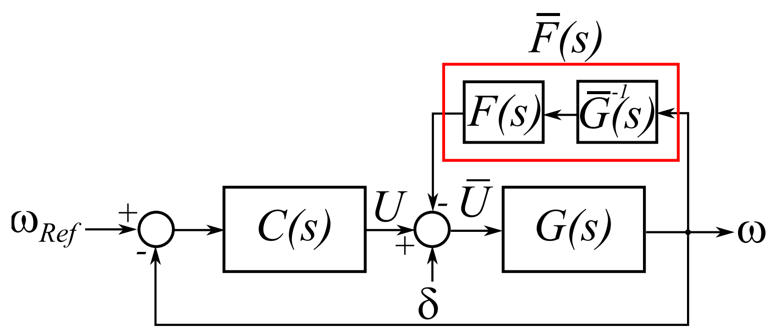


Figura 10.1: Diagrama a bloques del controlador PI+ Reductor de rizo

Lo que se desea es lograr es $\bar{U} = U$, para ello es necesario recuperar el ruido a partir de la salida ω, para hacer eso último se pasa ω a través de un filtro $\bar{F}(s)$ formado por la función inversa del modelo del motor $\bar{G}^{-1}(s)$ y $F(s)$, el cual, en conjunto debe ser causal para garantizar que es implementable. El filtro $\bar{F}(s)$ es del tipo pasa banda con ganancia K y frecuencias inferior y superior ω_{f1} y ω_{f2} respectivamente. Calculando las funciones de transferencia ω/ω_{Ref} y ω/δ, se obtienen las ecuaciones (10.1) y (10.2).

$$\frac{\omega}{\omega_{Ref}}(s) = \frac{CG}{1 + FG\bar{G}^{-1} + CG} \tag{10.1}$$

$$\frac{\omega}{\delta}(s) = \frac{G}{1 + FG\bar{G}^{-1} + CG} \tag{10.2}$$

Analizando las ecuaciones anteriores, dentro y fuera de la banda del filtro, se obtiene lo que se muestra en las ecuaciones (10.3) y (10.4).

$$\begin{aligned} &Si \quad \omega_{f1} < \omega < \omega_{f2} \quad \Rightarrow \quad |F| \approx K \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_{Ref}}(s) \approx \frac{CG}{1 + K + CG} \\ &Si \quad \omega \notin (\omega_{f1}, \omega_{f2}) \quad \Rightarrow \quad |F| \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_{Ref}}(s) \approx \frac{CG}{1 + CG} \end{aligned} \tag{10.3}$$

$$
\begin{aligned}
&Si \quad \omega_{f1} < \omega < \omega_{f2} \quad \Rightarrow \quad |F| \approx K \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{\delta}(s) \approx \frac{G}{1+K+CG} \approx \frac{G}{1+K} \\
&Si \quad \omega \notin (\omega_{f1}, \omega_{f2}) \quad \Rightarrow \quad |F| \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{\delta}(s) \approx \frac{G}{1+CG}
\end{aligned}
\tag{10.4}
$$

De la ecuación (10.3) se observa como dentro de la banda de frecuencias del filtro, el sistema de control tiene un pequeño deterioro debido al denominador, muy similar al comportamiento esperado del lazo cerrado de cualquier sistema de control. Este comportamiento si se obtiene fuera de la banda de frecuencia. Por lo tanto, el comportamiento del sistema de control se mantiene muy similar al normal.

Por otro lado, el comportamiento del sistema respecto al ruido, dentro de la banda, la atenuación del ruido se ve directamente afectada por el motor mismo, dado que el controlador en estas frecuencias tiene una ganancia aproximadamente de 0. Fuera de la banda de frecuencia, particularmente a bajas frecuencias, el comportamiento del sistema respecto al ruido tiende a cero, debido a que el controlador tiene gran ganancia en esas frecuencias, este es el caso de las frecuencias de la señal de referencia.

Es importante resaltar que, para garantizar estabilidad interna, como se puede apreciar en (10.1) y (10.2), el modelo del motor $\bar{G}$ debe ser estable y de fase mínima, por lo tanto, el motor también debe cumplir con estas características.

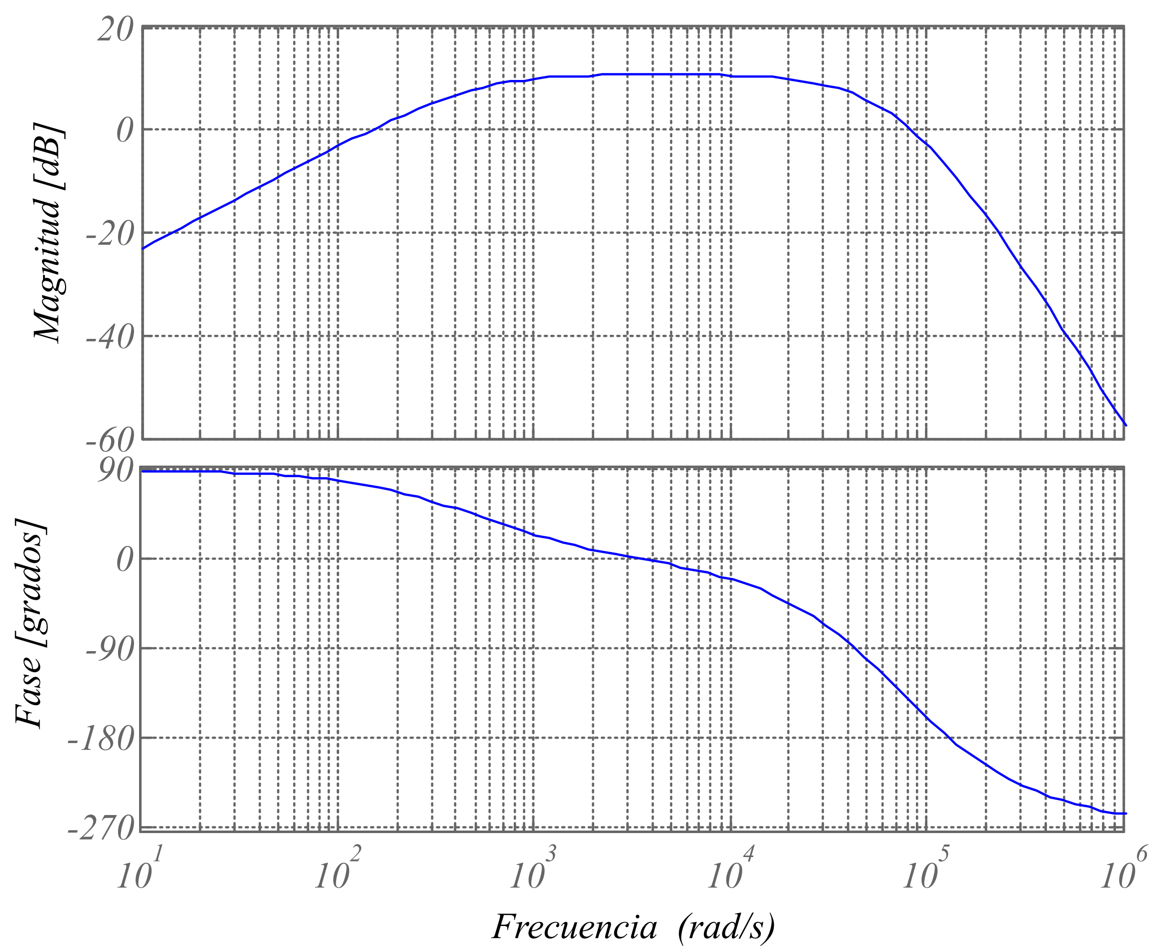


Figura 10.2: Diagrama de Bode del filtro $F(s)$

El diseño del filtro $F(s)$ consta de un derivador o cero en frecuencia 0 y cuatro polos, el primer polo se coloca a una década antes de la frecuencia del rizo mientras que los tres restantes se colocan a frecuencia mayores a una década después. Para $\bar{G}(s)$ se toma la función de transferencia obtenida en el capítulo 2; ecuación (2.28). La frecuencia del rizo se calcula el producto del número de conmutaciones del motor por revolución, multiplicado por la frecuencia angular del rotor; (10.5), para este filtro se seleccionó la velocidad nominal.

$$f_{rizo} = 24 f_{rotor} \Rightarrow f_{rizo} = 5026.6 rad/s; \tag{10.5}$$

La función de transferencia obtenida para el filtro $F(s)$ se muestra en la ecuación (10.6), mientras que su diagrama de Bode se muestra en la figura 10.2

$$F(s) = \frac{0.007s}{(s+500)(s+60000)(s+70000)(s+100000)} \tag{10.6}$$

Nótese, que los valores de los polos son muy grandes debido a la velocidad en que se está operando el motor y, por lo tanto, la frecuencia del rizo. Esto puede implicar que el filtro no sea realizable, no obstante, lo mismo podría ocurrir con otras estrategias de control, ya que la alta frecuencia del rizo es la causante de los valores de los polos.

10.2. Simulaciones

Para probar esta técnica se realizaron dos pruebas, donde se somete el sistema de control a regulación, primero se da como señal de referencia una señal cuadrada oscilando entre 1500 y 2500rpm, para observa el comportamiento del motor, justo alrededor del punto de operación, las respuestas del sistema de control se muestran en las figuras 10.3 a 10.6.

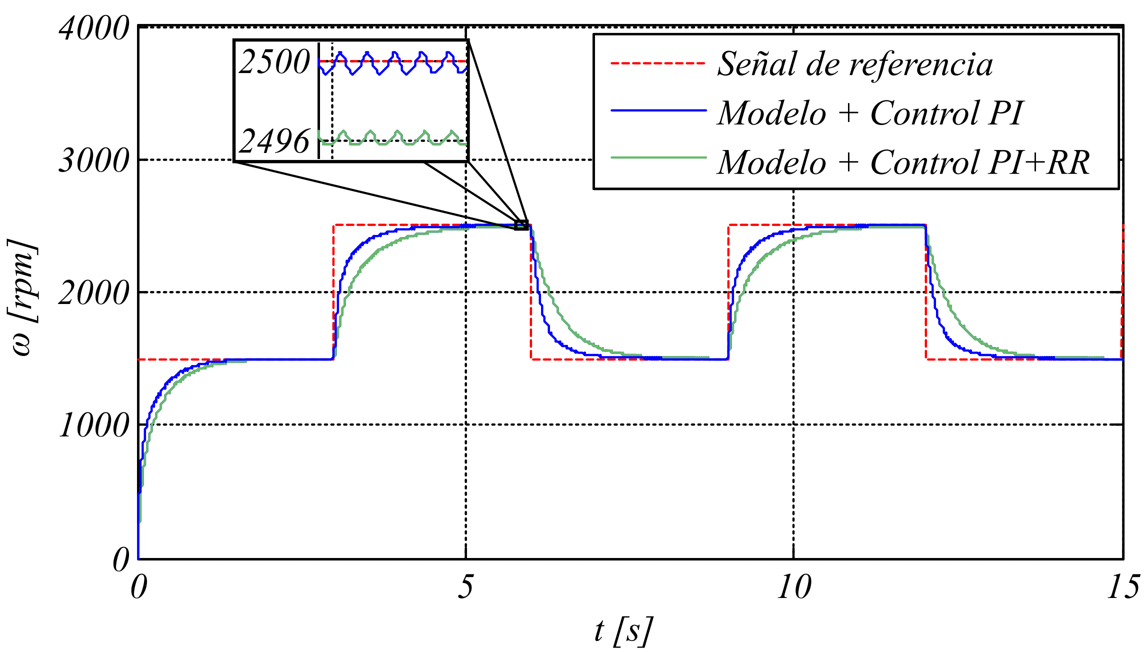


Figura 10.3: Reducción de Rizo, Respuesta de velocidad a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

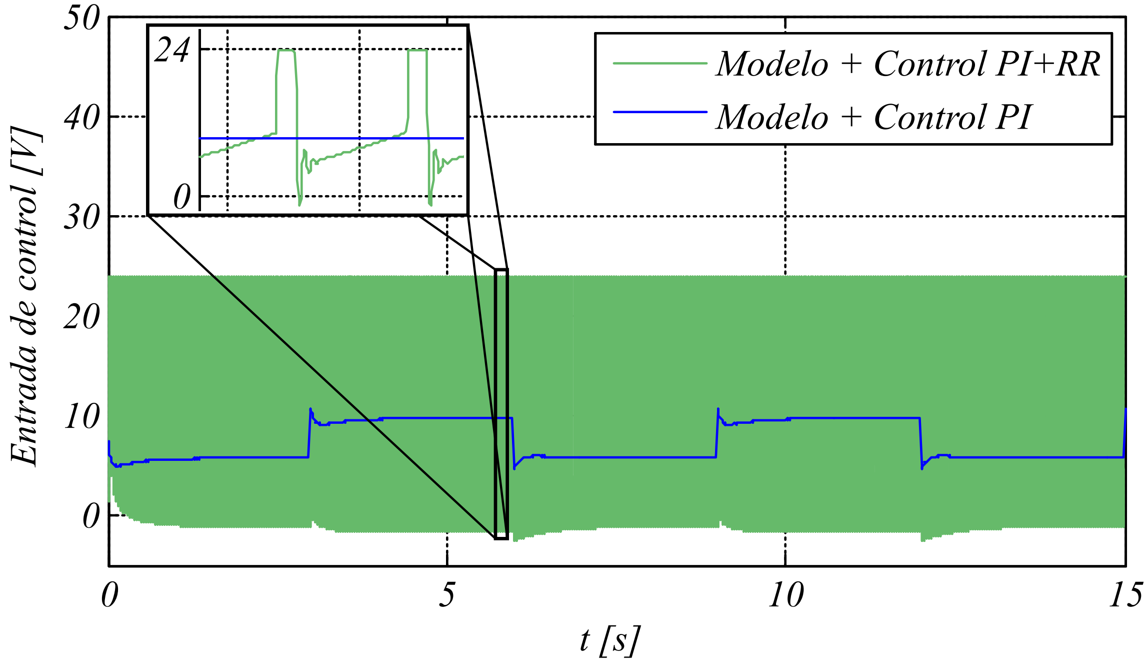


Figura 10.4: Reducción de Rizo, Respuesta de la entrada de control a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

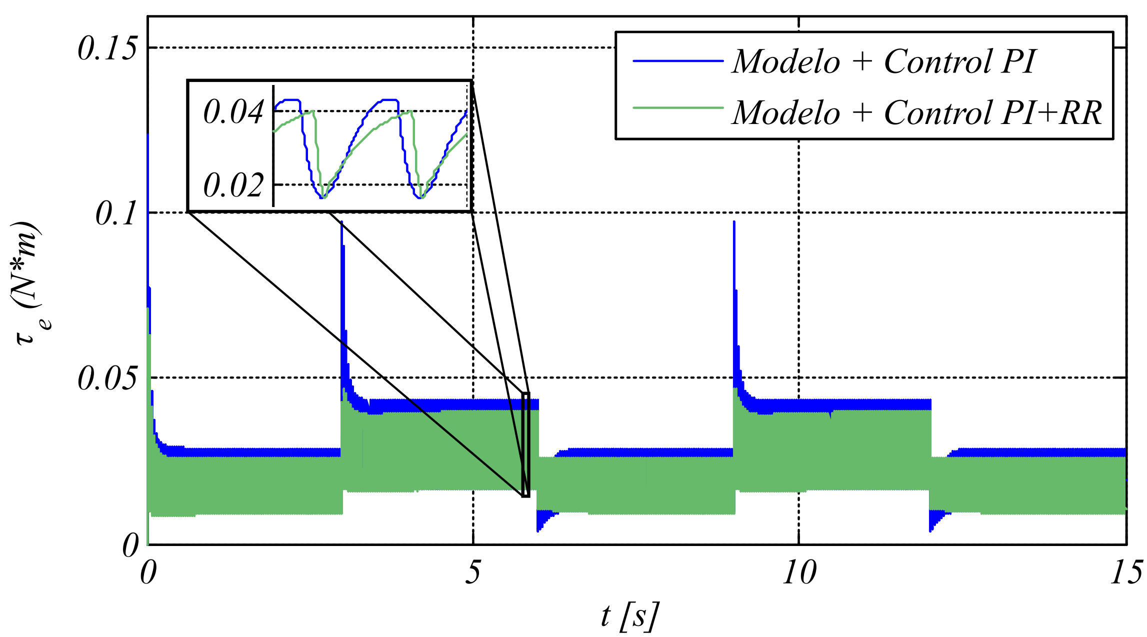


Figura 10.5: Reducción de Rizo, Respuesta del torque total a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

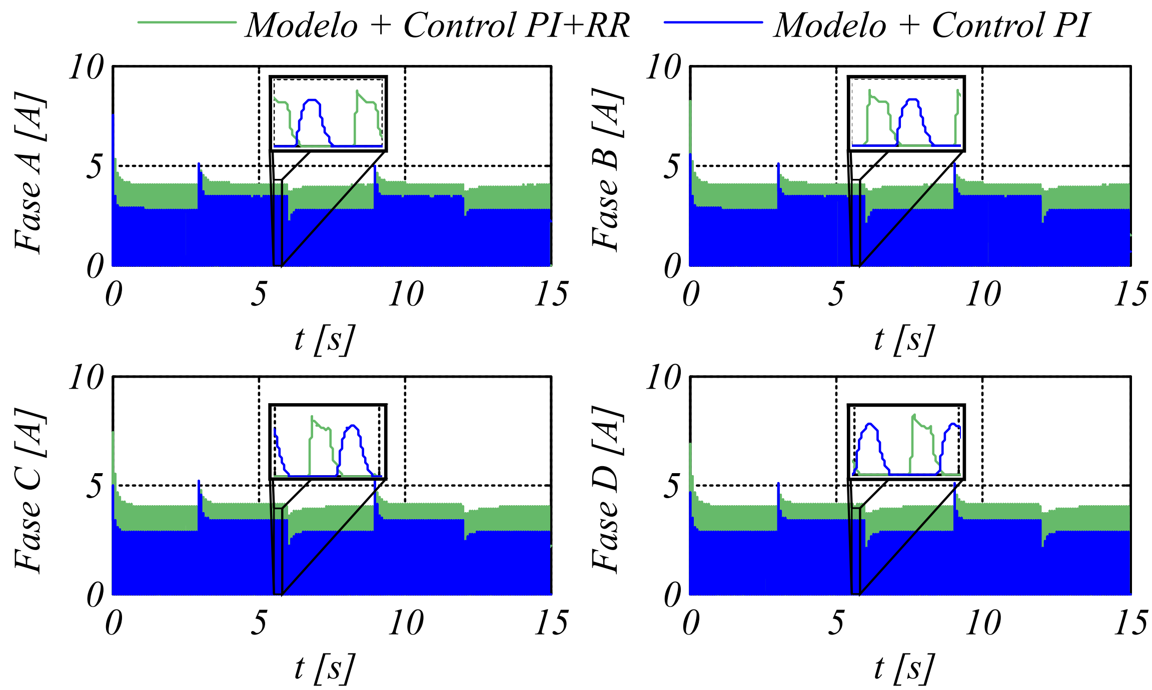


Figura 10.6: Reducción de Rizo, Respuestas de corrientes de fase a la señal de referencia de 1500 a 2500rpm

En la figura 10.3 se observa como la respuesta de velocidad del control PI+RR se establece a la velocidad de referencia con un error mínimo y a su vez, obtiene un rizo de 0.05 % mientras que el rizo del PI tiene un valor de 0.08 %, por tanto, la reducción del rizo es del 37.5 % para velocidades de 1500rpm. En cuanto a velocidades de 2500rpm los valores de rizo de 0.03 % y 0.04 % para el PI+RR y el PI respectivamente, con una reducción del 25 %. Para el caso de la respuesta del torque, figura 10.5, el rizo obtenido fue de 80.7 % para el PI+RR y de 92.7 % con una reducción del 12.9 % para velocidades de 1500rpm mientras que para velocidades de 2500 los datos obtenidos fueron 75.8 %, 87.1 % y 13 %. En la figura 10.4 se observa como la señal de entrada de control del control PI+RR es notablemente distinta que la obtenida del PI, esto se debe a que el control PI+RR necesita aplicar voltajes de entrada al motor tan grandes como sea posible para ser capaz de contrarrestar las oscilaciones de la velocidad. Como se aprecia en esta misma figura el valor máximo se encuentra limitado a 24V, a fin de proteger el motor y mantener a este mismo en una operación normal. Finalmente, en la figura 10.6, las respuestas de corriente mantienen un valor promedio muy similar en ambos sistemas de control, con un sutil cambio en la forma de los picos, provocado por los repentinos cambios de voltaje de la entrada de control.

Para la siguiente prueba la señal de referencia oscila entre -2000 y 2000rpm, una vez más las respuestas de ambos sistemas de control se muestran a continuación, en las figuras 10.7 a 10.10.

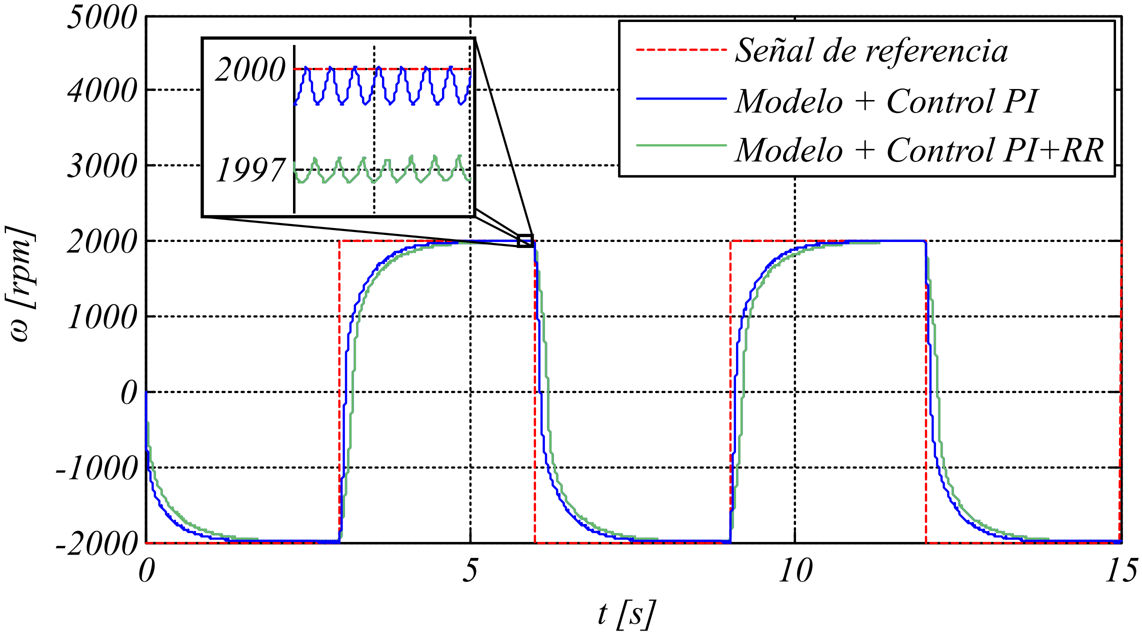


Figura 10.7: Reducción de Rizo, Respuesta de velocidad a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

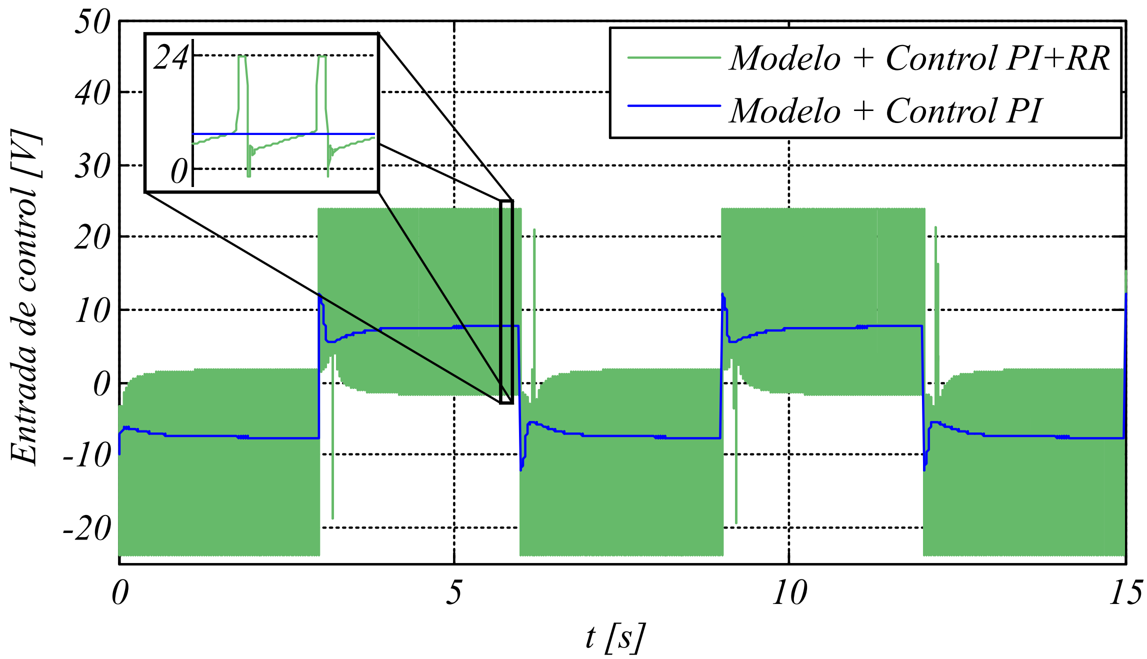


Figura 10.8: Reducción de Rizo, Respuesta de la entrada de control a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

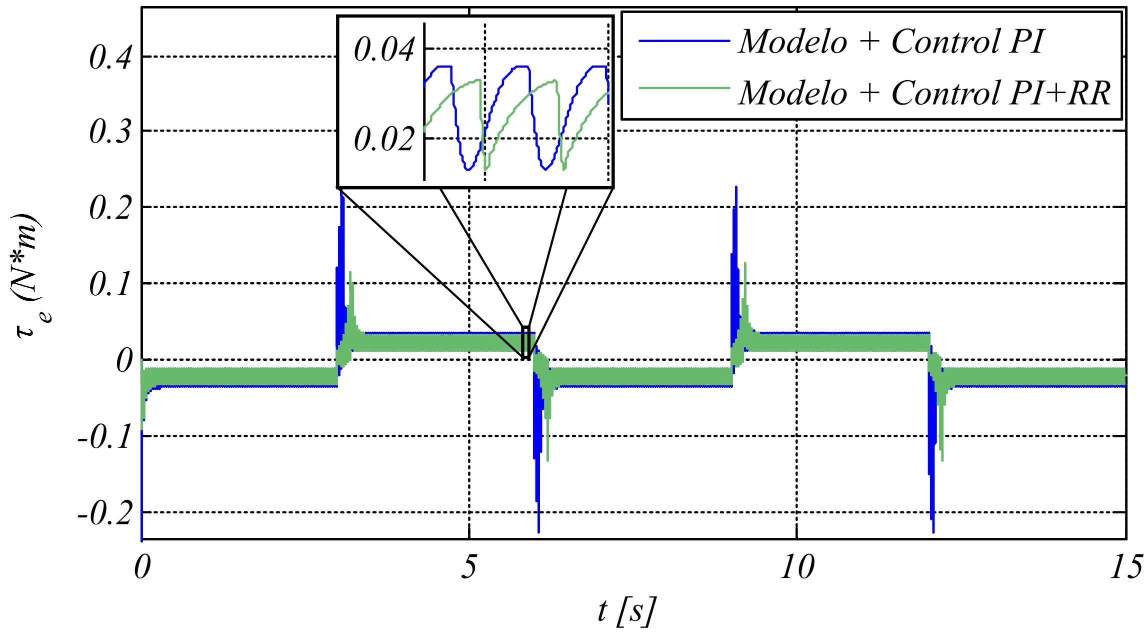


Figura 10.9: Reducción de Rizo, Respuesta del torque total a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

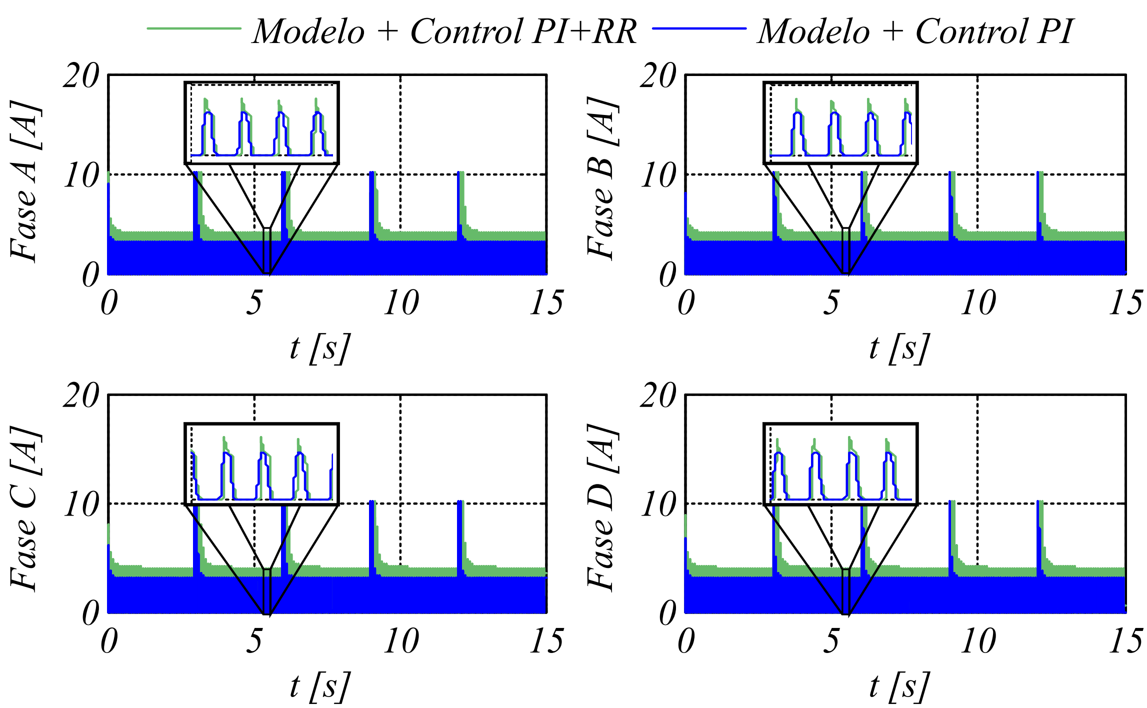


Figura 10.10: Reducción de Rizo, Respuestas de corrientes de fase a la señal de referencia de -2000 a 2000rpm

El comportamiento de ambos sistemas de control es similar al mostrado en la prueba anterior, únicamente con cambios mínimos. Los resultados de reducción de rizo en velocidad y torque se resumen en la tabla 10.1.

Velocidad [rpm]	Reducción del rizo de ω [%]	Reducción del rizo de τ_e [%]
1500	37.5	12.9
2000	33.3	14.4
2500	25	13

Tabla 10.1: Porcentaje de reducción de rizo alrededor del punto de operación

De los resultados de esta sección se demostró que el controlador PI+RR logra reducir de forma efectiva el rizo tanto en velocidad como en torque. Sin embargo, dada la naturaleza pasa bajas del motor, las oscilaciones en ambas respuestas son más notorias a bajas velocidades, por tanto, esta técnica de reducción de rizo solo será necesaria si se desea operar el motor a velocidades reducidas, por lo tanto, la característica de alta velocidad de estos motores no sería aprovechada.

11. Resultados

Durante la realización de este trabajo de tesis se obtuvieron diversos resultados, a través de los cuales, poco a poco se cumplieron los objetivos del trabajo, dichos resultados se enlistan a continuación:

- Se obtuvieron dos modelos no lineales para el motor de reluctancia variable de 6 polos y 4 fases. El primer modelo considera la no linealidad del material, llamada saturación, mientras que el otro, considera lineal la relación entre encadenamientos de flujo, inductancia y corriente, y se le conoce como modelo simplificado, ambos modelos cuentan también con la no linealidad del torque de fricción modelado mediante la fricción de Coulomb más fricción viscosa.

- Se realizó el programa de simulación de ambos modelos, la cual, cuenta con circuito inversor ideal basado en la topología de convertidor clásico. Este circuito inversor provee las señales de voltaje al motor a partir de la posición del rotor y la dirección deseada, la cual, obtiene del voltaje de alimentación, giro horario para voltajes positivos y giro antihorario para voltajes negativos. Además, es posible operar la regulación de corriente por histéresis, con troceado de corriente *soft o hard chopping* y en desmagnetización o apagado de las fases.

- Se obtuvo la función transferencia de una sola fase del motor, mediante la linealización del modelo simplificado alrededor de un punto de operación establecido en 2000rpm, además se programó su simulación.

- Se diseño un controlador clásico PI, a partir de la función de transferencia, con margen de fase de 90.7°, margen de ganancia infinito y un ancho de banda de 8.25 rad/s. Este controlador se sometió a rigurosas pruebas de regulación, seguimiento y variación del torque, de las cuales, se obtuvieron excelentes resultados.

- Posteriormente a partir del diseño previo del controlador PI, se diseño un controlador PII, con la finalidad de reducir el efecto de zona muerta a bajas manifestado en el motor a bajas velocidades. Este controlador tiene un margen de fase de 90.2°, un margen de ganancia infinito y un ancho de banda 10.1 rad/s. Este controlador demostró reducir de forma efectiva la zona muerta respecto a los resultados obtenidos solo con el controlador PI.

- Con el objetivo de reducir el rizo de velocidad y toque, característico de estos tipos de motores, se propuso y diseño una técnica de control llamada reductor de rizo, la cual, opera en conjunto al controlador PI previamente diseñado. Los resultados de las pruebas realizadas a este controlador fueron satisfactorios.

12. Conclusiones y Trabajo Futuro

12.1. Conclusiones

- Se comprobó que en un régimen sin saturación ambos modelos no lineales demostraron un comportamiento dinámico de velocidad, torque y corrientes de fase con diferencias despreciables. Por lo tanto, es posible trabajar únicamente con el modelo simplificado, para su análisis y linealización. Claro está, para garantizar que el motor no llegue a saturación el punto de operación del motor se seleccionó a una velocidad que permita tener un nivel de corriente bajo.

- Se comprobó que la técnica de troceado de corriente no influye de forma significativa en el comportamiento de los modelos motor excepto en los picos de corriente que pueden ocurrir en cambios abruptos de la referencia. La selección de la técnica de troceado de corriente *soft chopping*, se debe a que se considera es una mejor opción, ya que, la frecuencia de conmutación es menor que en *hard chopping*y ,por lo tanto, el desgate de los transistores y fases de motor, del sistema real, disminuye.

- La función de transferencia obtenida del proceso de linealización concuerda con el análisis de la estructura del modelo no lineal, dado que, de este se concluyó que el modelo no lineal no tiene dinámica cero, por lo tanto, era de esperarse que la función de transferencia no tuviera ceros. Esto a su vez concuerda con lo obtenido en modelos de motores de corriente directa, en los cuales, además de carecer de ceros, existe un polo dominante debido al subsistema mecánico y un polo no dominante debido al subsistema eléctrico.

- De la comparación entre el modelo no lineal simplificado y el modelo lineal, se observó que es necesario desmagnetizar las fases del motor para garantizar que se asemejen los más posible entre ellos. Esto se debe a que, en el proceso de linealización del modelo, la fuerza contra electromotriz pierde su componente oscilatoria, provocando que ambos modelos difieran enormemente. Por esta razón, la desmagnetización se vuelve necesaria ya que esta disminuye en gran medida el efecto de la fuerza contra electromotriz en las corrientes. Además, otra ventaja que brinda desmagnetizar las fases es un consumo promedio de corriente mucho menor y una reducción mínima en la magnitud las respuestas de velocidad y torque. Esto favorece a que el motor se aleje aun más de la zona de saturación. De esto se concluye que es viable diseñar un controlador a partir del modelo lineal, si se considera desmagnetización de las fases.

- El controlador PI, demostró un gran desempeño y robustes tanto en tareas de regulación, seguimiento y ante variaciones de torque de carga satisfaciendo las condiciones de diseño. En particular de las pruebas de seguimiento se observó que el control cumplió con el ancho de banda mencionado, mostrando un desfase despreciable ante referencias de 0.5 y 1 rad/s. Por otro lado, en las pruebas de variación del torque de carga, se observo como el sistema de control respondió de forma adecuada aumentando el tiempo de establecimiento de 1 segundo a 12, considerando que la carga tuvo valor demasiado grande. En la mayoría de los casos en que se simuló el sistema de control, este demostró que el consumo de corriente por fase se mantuvo por debajo de los 5A, esto garantiza que el motor no entre en saturación y, por lo tanto, el control sea más efectivo.

- Posteriormente, de las pruebas de controlador PII, se observa como este logra reducir la zona muerta de forma efectiva en el arranque del motor, con una reducción de al menos un 27 % y en algunos casos la zona muerta fue eliminada por completo, cuando el motor se encontraba en plena operación.
- En las pruebas del control PI+RR, se observo como el porcentaje de rizo, en la respuesta de velocidad, disminuyo de forma importante respecto al rizo obtenido con el control PI alcanzando un porcentaje de reducción de al menos un 25 % mientras que en la respuesta del torque se redujo el rizo un 13 % como mínimo.
- Tanto de las pruebas del control PII como del PI+RR, se concluye que a pesar de que ambos controladores cumplieron con sus respectivos objetivos de reducción de la zona muerta y del rizo, no vale la pena hacer uso de ellos dado que su principal aplicación es dentro de una región de velocidades bajas, ya que, dentro de esta región ,tanto la zona muerta como el rizo, son mayores y pueden representar un problema para el usuario del motor. Hay que tomar en cuenta, que una de las ventajas de estos motores es su alta velocidad, por lo tanto, su aplicación se encuentra en regiones de velocidades mayores.

12.2. Trabajo futuro

Como se describió en la sección anterior el controlador PI diseñado en este trabajo demostró un excelente desempeño en todas las pruebas de simulación que se realizaron, no obstante, se considera importante comparar resultados con un modelo más completo a los presentado en este documento, por ejemplo, un modelo de elemento finito. Así como también, se debe incluir un modelo no ideal del circuito inversor del motor, para obtener resultados más aproximado a un sistema real. Claro está, el siguiente paso que se considera de vital importancia para continuar con esta investigación, es implementar el control en un motor real. Esto a su vez implica varios detalles que se deben cubrir, en primer lugar, se debe diseñar, construir y probar un circuito inversor con las características necesarias para impulsar el motor. También será necesario una estimación de parámetros lo suficientemente precisa. Y por supuesto será necesario pasar el control de este trabajo a una versión digital, así como hacer uso de una tarjeta de adquisición de datos. Este paso es muy importante ya que, con él es que se podrá validar de verdad el desempeño del controlador.

A. Artículos de congreso

Los artículos que se muestran en seguida, fueron aceptados y presentados en el ***25th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers***, el cual se celebró del 19 al 22 de Julio de 2021, via online.

Comparison of linear and nonlinear models of a switched reluctance motor 8/6

J. D. González-San Román
MCIE
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
al2193803755@azc.uam.mx, gonzalezjesus1500@gmail.com

J. U. Liceaga-Castro
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
julc@correo.azc.uam.mx

I. I. Siller-Alcalá
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
sai@azc.uam.mx

E. Campero-Littlewood
Departamento de Energía
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
ecl@azc.uam.mx

***Abstract*— This work presents the process of obtaining the simplified model of a switched reluctance motor (SRM) 8/6, and its respective linearization at an operating point set at 2000 rpm. The model includes Coulomb plus viscous friction nonlinearity and an ideal inverter circuit based on bridge converter topology. The simplified and linear models are simulated and compared in the Matlab® / Simulink software in order to validate the design of a classic controller using the linear model.**

Keywords—Switched reluctance motor (SRM), Simplified model, linear model, Inverter circuit.

I. Introduction

In the last decades, the switched reluctance motor has attracted the attention of researchers, as a high-performance device in industrial applications, due to its advantages such as high torque at low speeds, large power-to-size ratio, efficient energy conversion, wide range of operating speed and easy cooling.[1]-[4] However, to properly take advantage of these characteristics of the SRM, optimal excitation and control of the same is necessary. This is not easy to obtain experimentally and it can even be a difficult and time-consuming task, depending on the complexity of the controllers to implement the necessary tests. For this reason, computational simulation of proper SRM models and its control systems becomes essential for the analysis and design of controllers for any SRM.

There are several ways to simulate an SRM, among which the most common are simulation using the Finite Element Method, such as the simulations developed in [5] and [6], where a good approximation is obtained to the dynamics of the real SRM, however this type of simulation can consume a lot of simulation time and computing power, for this reason, evaluating a controller, which may require a lot of tests, can be impractical. Another way to simulate an SRM is using lookup tables resulting from a finite element analysis as seen in [7] and [8], in this case the simulation becomes faster since most of the computation time is consumed by the analysis of previous finite element. And finally, the least used way to simulate an SRM is by programming the dynamic equations of the motor, as is usually done with other dc motors [9]-[11], which may belong to a non-linear model that considered the saturation of the material, or a simplified model that disregarded this phenomenon.

In this paper, the simplified non-linear model of an SRM 8/6 motor is obtained and later it is linearized at an operating point. The linearization of the model is carried out in order to analyze the structure of the motor and obtain a transfer function that, in future work, allows applying linear control techniques for the design of a classic controller. In addition, the model has an ideal inverter circuit that allows the motor to be operated in a similar way to a dc motor where, by reversing the polarity of the input voltage, the motor rotates in the opposite direction. Finally, different simulations are presented where the behavior of both models is compared in order to verify that it is feasible to design a controller based on the linear model.

II. Mathematical model of the SRM

As in the modeling of other electromechanical machines, the starting point is the equations that govern the dynamics of the electrical sub-system (1) and the mechanical sub-system (2).

$$v_j = Ri_j + \frac{d\psi_j}{dt} \tag{1}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau} = (\tau_e - \tau_l - \tau_f)/J \tag{2}$$

Where, v_j, i_j, R, and ψ_j are the voltage, current, resistance and flow linkage of phase j, ω is the rotor's angular speed, J is the moment of inertia, τ_e, τ_l and τ_f are the corresponding electromagnetic, load and friction torque, the latter is represented by Coulomb plus viscous friction model [12] and [13], equation (3).

$$\tau_f = D\omega + \Delta\, sgn(\omega) \tag{3}$$

Where, D is the viscous coefficient and Δ is the Coulomb friction force. The model that is developed here is called the simplified model and considers the following [14]: here is no saturation of the material, therefore, the flux linkage are described by the product of the inductance and the phase current, the fringing effects are neglected, the mutual inductance is negligible, the motor phases are identical and the inductance is a function of the rotor position [15] given by (4).

$$L_j = L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta - \left(j-1\right)2\pi / N\right) \tag{4}$$

Where, θ is the position of the rotor, L_0 is the self-inductance of each phase, L_1 is the inductance dependent on the position of the rotor, N_r is the number of rotor poles and N is the number of phases. Substituting (4) in (1), we obtain the equation that represents the electrical subsystem (5).

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{v_j - Ri_j - L_1 N_r i_j \omega \sin\left(N_r\theta - \left(j-1\right)2\pi / N\right)}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta - \left(j-1\right)2\pi / N\right)} \tag{5}$$

The equation for the mechanical subsystem is obtained by the co-energy method, therefore, the torque generated by each phase is given by (6)

$$\tau_j(\theta, i_j) = \frac{\partial W_j'}{\partial \theta} \tag{6}$$

The co-energy function is given by (7)

$$W_j'(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(\theta, i_j) di_j \tag{7}$$

Solving (6) and (7), the torque of each phase is obtained. Finally, the electromagnetic torque is the sum of the individual torques, therefore, the mechanical subsystem is now described by (8)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\left[\frac{N_r L_1}{2}\sum_{j=1}^{N} i_j^2 \sin\left(N_r\theta - \left(j-1\right)\frac{2\pi}{N}\right) - \tau_l - \tau_f\right] \tag{8}$$

III. Model Linearization

To obtain the linearization of the model, it was considered that the inductance of the phase has a constant value, which is obtained by considering a constant value of the rotor position $\theta = \Theta$. Regarding the speed equation, only the positive part is considered, that is, when $\omega > 0$, because the operating point is at 2000rpm. The result of the previous considerations is the set of equations to linearize are those shown in (9).

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta\right)} i - \frac{L_1 N_r \sin\left(N_r\theta\right)}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta\right)} i\omega \\ &\quad + \frac{1}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta\right)} v \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{L_1 N_r \sin\left(N_r\theta\right)}{2J} i^2 - \frac{D}{J}\omega - \frac{\Delta}{J} - \frac{1}{J}\tau_l\end{aligned} \tag{9}$$

To simplify the model and pass it to the state space, the following is defined (10).

$$\begin{aligned} a_1 &=: \frac{R}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\Theta\right)}; & b_1 &=: \frac{L_1 N_r \sin\left(N_r\Theta\right)}{2J}; \\ a_2 &=: \frac{L_1 N_r \sin\left(N_r\Theta\right)}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\Theta\right)}; & b_2 &=: D / J; \\ a_3 &=: \frac{1}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\Theta\right)}; & b_3 &=: \Delta / J; \\ & & b_4 &=: 1 / J; \\ x_1 &=: i; & x_2 &=: \omega; \end{aligned} \tag{10}$$

Therefore, the model in the state space is defined by (11) and written in a matrix form, it is as shown in (12).

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -a_1 x_1 - a_2 x_1 x_2 + a_3 v \\ \dot{x}_2 &= b_1 x_1^2 - b_2 x_2 - b_3 - b_4 \tau_l\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{pmatrix}\dot{x}_1 \\ \dot{x}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-a_1 x_1 - a_2 x_1 x_2 + a_3 v \\ b_1 x_1^2 - b_2 x_2 - b_3 - b_4 \tau_l\end{pmatrix} = f\left(x, u\right); \\ y &= x_2 = h\left(x\right);\end{aligned} \tag{12}$$

Now we find a parameterized operating point for $x_2 = x_2^0$, from which we obtain (13).

$$\begin{aligned} x_1^0 &= \sqrt{\frac{b_2 x_2^0 + b_3 + b_4 \tau_l}{b_1}} \\ V &= \frac{x_1^0\left(a_1 + a_2 x_2^0\right)}{a_3}\end{aligned} \tag{13}$$

The matrix form, which we want to get to, is (14)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned} \tag{14}$$

When calculating each of the Jacobian matrices, we obtain (15).

$$\begin{aligned} A &= \left.\frac{\partial f\left(x,u\right)}{\partial x}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} -\left(a_1 + a_2 x_2^0\right) & -a_2 x_1^0 \\ 2b_1 x_1^0 & -b_2 \end{pmatrix}; \\ B &= \left.\frac{\partial f\left(x,u\right)}{\partial u}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} a_3 & 0 \\ 0 & -b_4 \end{pmatrix}; \\ C &= \left.\frac{\partial h\left(x\right)}{\partial x}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}; \end{aligned} \tag{15}$$

Where the input vector is (16)

$$u = \begin{pmatrix} v & \tau_l \end{pmatrix}^T \tag{16}$$

Assuming that the input torque is equal to zero, $\tau_l = 0$, the operating point and input matrix B are recalculated (17).

$$\begin{aligned} x_1^0 &= \sqrt{\frac{b_2 x_2^0 + b_3}{b_1}}; \\ V &= \frac{x_1^0 \left(a_1 + a_2 x_2^0\right)}{a_3}; \\ B &= \begin{pmatrix} a_3 \\ 0 \end{pmatrix}; \end{aligned} \tag{17}$$

Then the transfer function is calculated by (18), the calculation progress is shown from (19) to (21).

$$G(s) = \frac{C\ Adj(sI - A)^T\ B}{det(sI - A)} \tag{18}$$

$$Adj(sI - A)^T = \begin{pmatrix} s + b_2 & -a_2 x_1^0 \\ 2b_1 x_1^0 & s + \left(a_1 + a_2 x_2^0\right) \end{pmatrix} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} det(sI - A) &= s^2 + \left(a_1 + a_2 x_2^0 + b_2\right) s \\ &+ b_2 \left(a_1 + a_2 x_2^0\right) + 2a_2 b_1 \left(x_1^0\right)^2 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} G(s) &= 2a_3 b_1 x_1^0 / \Big[s^2 + \left(a_1 + a_2 x_2^0 + b_2\right) s \\ &+ b_2 \left(a_1 + a_2 x_2^0\right) + 2a_2 b_1 \left(x_1^0\right)^2 \Big] \end{aligned} \tag{21}$$

Finally, substituting in (21) the parameters of the SRM RA130135 from System Tech, with eight poles on the stator, six poles on the rotor (8/6) and four phases, given by:

- $Vmax$ =24 Vdc
- N = 4
- N_r = 6
- J = 3.9063 Kg m^2
- τ_l = 0.01 N m
- D = 0.0001 N m/rad/s
- Δ = 0.005 N m
- R = 1 Ω
- L_0 = 2.1 mH
- L_1 = 1.3 mH
- Θ = 2°.

the single-phase transfer function of the switched reluctance motor is obtained, shown in (22). This transfer function has no zeros and has a pair of widely separated poles. Therefore, the transfer function obtained coincides with what is normally obtained in direct current motors, in which there is a dominant pole from the mechanical sub-system and a non-dominant pole from the electrical sub-system, as corroborated in jobs like [16], [17], and [18].

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{283470}{s^2 + 1619.7s + 6740.2}; \\ poles &= \{-4.2,\ -1615.5\}; \end{aligned} \tag{22}$$

IV. Model Programming

Programming the motor model is simple thanks to the tools provided by Simulink in particular the Matlab function block, in which equations of the model are directly entered and through integrator blocks the variables are obtained and divided into six Matlab function blocks, four to the motor and two corresponding to the inverter circuit. The motor blocks were programmed using the equations obtained in the mathematical model section according to the following list:

- Block of inductances, equation (4).
- Electrical system block, equation (5).
- Mechanical system block, equation (6).
- Speed block, equation (2).

On the other hand, the inverter circuit that was programmed is based on the ideal classical converter or bridge converter topology [19], that is, the physical limitations of the transistors are not taken into account, only the logic in which they operate. Commonly, any inverter circuit implements some current regulation technique as a protection for the motor, since the resistance of the phases is usually relatively small causing a current demand that can damage the motor. In order to program this circuit, it was divided into two blocks: the first one handles the switching logic of the phases and the other regulates the current of the phases.

For the switching logic block, it is considered that, according to (8), the sign of the torque is independent of the sign of the current, and is only affected by the sinusoidal function, which corresponds to the derivative of inductance. That is, the torque produced by each phase will be positive whenever the inductance increases and negative when the inductance decreases. From the above, the activation sequences of the phases for clockwise and counter-clockwise rotation are deduced. The current regulation block implements the hysteresis technique [3] since it directly regulates the current by turning the phase on and off, keeping the current within a hysteresis window defined by a minimum and maximum current value, both blocks of the inverter circuit are programmed in the Matlab function.

The process described above was applied to the programming of the non-linear model of the motor, in the case of the linear model, only the inductance block is omitted and the equations of the blocks of the electrical and mechanical systems are exchanged for their linear counterpart.

V. Simulation and Comparison of the Models

A. Simulation with phases in shutdown and demagnetization

The first experiment that is presented consists of simulating both models at the operating point of 2000rpm with phase shutdown, that is, without demagnetization and with lower and upper current limits of 6 and 7A. The test lasts 3 seconds in which the speed and torque responses of the models reach a stable state, as shown in Fig. 1 and 2 respectively.

For the next test, the simulation is repeated, but now demagnetization is applied to the phases, again the speed and torque responses are observed, as shown in Fig. 3 and 4. Additionally, Fig. 5 and 6 show the current responses of phase A in steady state.

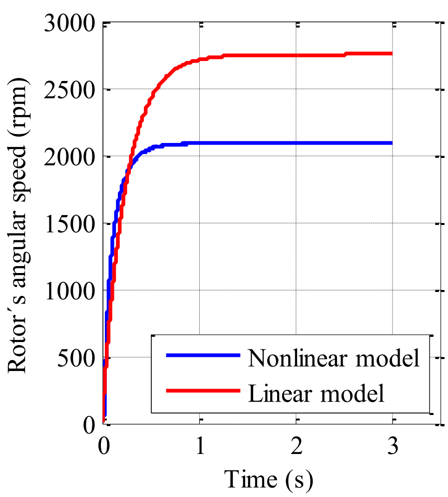


Fig. 1. Rotor’s angular speed response, without demagnetization.

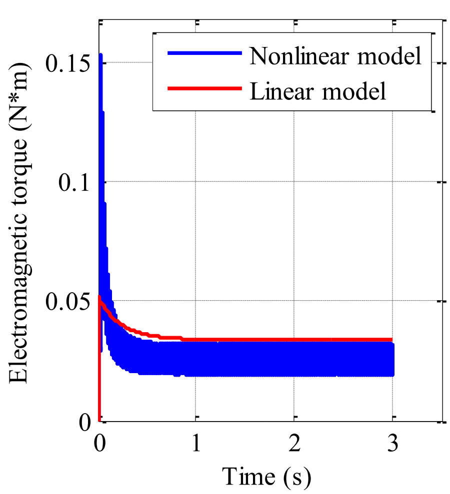


Fig. 2. Electromagnetic torque response, without demagnetization.

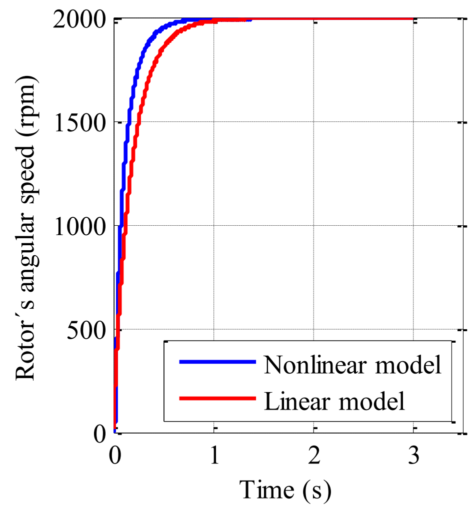


Fig. 3. Rotor’s angular speed response, with demagnetization.

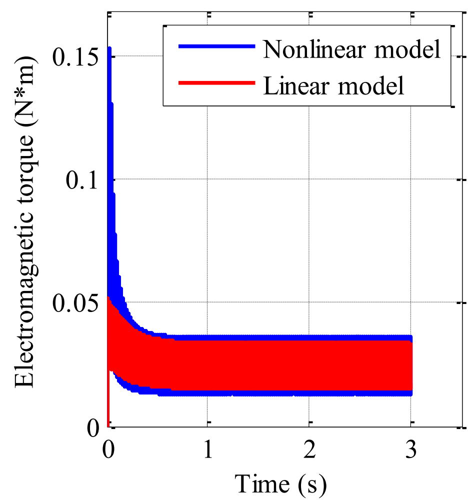


Fig. 4. Electromagnetic torque response, with demagnetization.

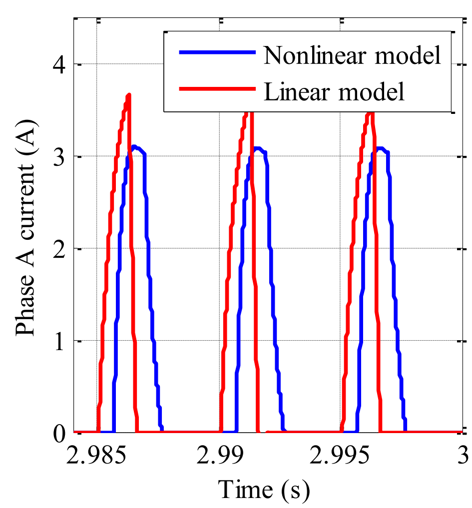


Fig. 5. Phase A current response, with demagnetization.

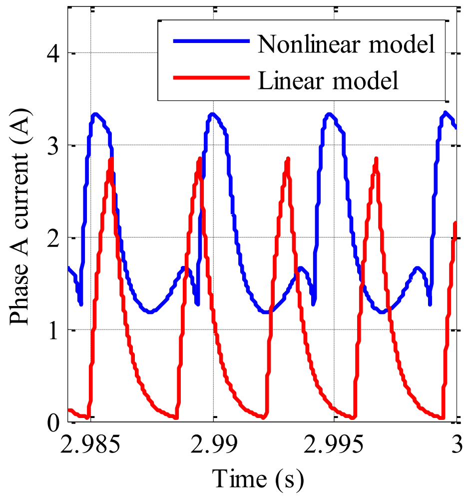


Fig. 6. Phase A current response, without demagnetization.

B. *Step input simulation*

For this experiment, the behavior of both models of the motor around the operating point are compared, considering demagnetization of the phases. In each of the tests, both models are stabilized at a speed of 2000rpm for 2 seconds and then a step is applied to the voltage input to vary the speed to 1000, 1500, 2500 and 3000rpm for 2 seconds and the behavior of the speed and torque responses is observed. Fig. 7 and 8 show the responses for the 1000rpm test. In each of the tests, the average values of speed and torque obtained in the two models were measured and the percentage error was calculated. The data collected is summarized in the table I.

TABLE I. ERROR AROUND THE OPERATING POINT

Operating speed (rpm)	**Speed error (%)**	**Torque error (%)**
1000	8.4	2.8
1500	2.7	0.4
2500	1.5	0.8
3000	2.7	1.2

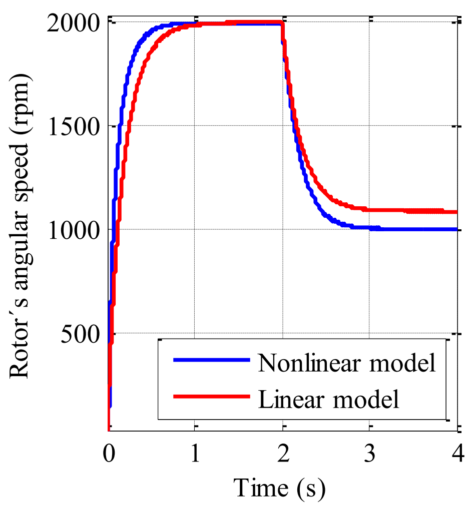


Fig. 7. Rotor's angular speed response, with step at 1000 rpm.

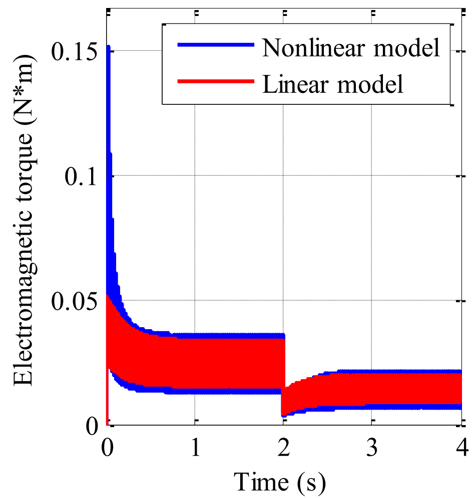


Fig. 8. Electromagnetic torque response, with step at 1000 rpm

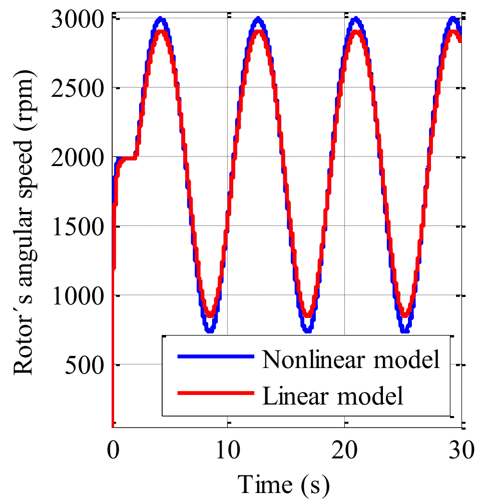


Fig. 9. Rotor's angular speed response, from 700 to 3000 rpm at 0.75 rad/s

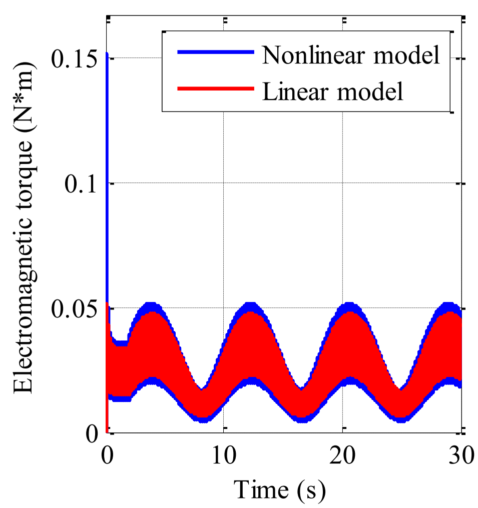


Fig. 10. Electromagnetic torque response, from 700 to 3000 rpm at 0.75 rad/s

C. *Simulation with sinusoidal input*

In order to observe the behavior of the models to oscillatory variations, both models were simulated as in the previous experiment, considering demagnetization. For 2 seconds it is operated at 2000rpm and then a sinusoidal signal is applied with different frequencies, passing through 0.25, 0.5, 0.75 and 1 rad/s and with an amplitude that varies the operating point from 700 to 3000rpm, the speed and torque responses for a frequency of 0.75 rad/s are shown in Fig. 9 and 10.

VI. Discussion of results

From the first experiment, we can see how the linear model fails to reproduce the oscillations in the torque curves and consequently the same happens in the speed curves. This occurs, since, at the moment in which one phase is turned off and the next phase is turned on, the corresponding discharge and charge curves are compensated causing the total electromagnetic torque to be continuous. On the other hand, it is observed how thanks to the demagnetization of the phases both models demonstrate a similar behavior in the speed and torque responses. This is due to the fact that the oscillating effect of the back EMF that differentiates both models is greatly reduced by demagnetization, since this causes the input voltage and voltage drop terms to be greater than the corresponding term. to the back EMF.

From the second experiment, we can see in table I, the error obtained, by varying the operating point of the motor in a range of 100% of the original operating point, remains below 8.4%, obtaining a greater error at speeds below the operating point.

From the last experiment, it is observed how the linear model manages to replicate the behavior of the non-linear in the speed responses, maintaining a maximum error of 8.5% in the peaks of the oscillations, this without significantly changing the behavior when varying the frequency. Regarding torque, unlike what happened in the step tests, the responses obtained are more similar, since there are no abrupt changes in input voltage.

VII. Conclusions

In this work, the modeling, linearization and simulation of a SRM 8/6 was presented considering Coulomb plus viscous friction and an ideal inverter circuit of bridge converter topology. From this work it was observed that the transfer function of the linear model agrees with what is normally obtained in models of direct current motors, in which there are extremely separated poles between the electrical and mechanical subsystems; also, no zeros are obtained. In addition, the linear model manages to reproduce the behavior of the non-linear model in a wide operating range, maintaining an error of less than 10%. Therefore, it is feasible to design a classic controller based on the linear model, if phase demagnetization is considered.

Some recommendations for future work may be to compare the linear model with a non-linear model that considers the saturation phenomenon to observe the differences when the motor is subjected to saturation. It is also recommended to replace the ideal circuit with a circuit that has the characteristics of diodes and transistors to obtain a more complete model.

References

[1] K. Kiyota, T. Kakishima, and A. Chiba, “Comparison of test result and design stage prediction of switched reluctance motor competitive with 60-kw rare-earth pm motor,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5712-5721, 2014.

[2] T. J. E. Miller, *Electronic control of switched reluctance machines.* Elsevier, 2001.

[3] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press, 2017.

[4] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

[5] X. Wang, R. Palka, and M. Wardach, “Nonlinear digital simulation models of switched reluctance motor drive,” *Energies*, vol. 13, no. 24, p. 6715, 2020.

[6] K. Aiso and K. Akatsu, “High speed srm using vector control for electric vehicle,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 61-68, 2020.

[7] C. Li, G. Wang, J. Liu, Y. Li, and Y. Fan, “A novel method for modeling the electromagnetic characteristics of switched reluctance motors,” *Applied Sciences*, vol. 8, no. 4, p. 537, 2018.

[8] P. Azer, S. Nalakath, B. Howey, B. Bilgin, and A. Emadi, “Dynamic vector modeling of three-phase mutually coupled switched reluctance machines with single dq-quadrant lookup tables,” *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 1, pp. 271-283, 2020.

[9] I. S. Sarwar, “Modelling and motion control of bldc motor for pan tilt platform.” *WSEAS Transactions on Systems and Control*, vol. 16, pp. 183-193, 2021.

[10] M. Tariq, T. Bhattacharya, N. Varshney, and D. Rajapan, “Fast response antiwindup pi speed controller of brushless dc motor drive: Modeling, simulation and implementation on dsp,” *Journal of electrical systems and information technology*, vol. 3, no. 1, pp. 1-13, 2016.

[11] C. Xiang, X. Wang, Y. Ma, and B. Xu, “Practical modeling and comprehensive system identification of a bldc motor,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, 2015.

[12] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.

[13] H. Olsson, K. J. Åström, C. C. De Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky, “Friction models and friction compensation,” *Eur. J. Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176-195, 1998.

[14] A. De la Guerra, “Observabilidad de motores de reluctancia conmutada,” Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2011.

[15] F. Khorrami, P. Krishnamurthy, and H. Melkote, *Modeling and adaptive nonlinear control of electric motors*. Springer Science & Business Media, 2003.

[16] J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá, J. Jaimes-Ponce, R. A. Alcántara-Ramírez, and E. Arévalo Zamudio, “Identification and real time speed control of a series dc motor,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2017, 2017.

[17] J. Jimenez-Gonzalez, F. Gonzalez-Montañez, V. M. Jimenez-Mondragon, J. U. Liceaga-Castro, R. Escarela-Perez, and J. C. Olivares-Galvan, “Parameter identification of bldc motor using electromechanical tests and recursive least-squares algorithm: Experimental validation,” in *Actuators*, vol. 10, no. 7. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2021, p. 143.

[18] C. A. Pérez-Gómez, J. U. Liceaga-Castro, and I. I. Siller-Alcalá, “Comparative study between classical controllers and inverse dead zone control for position control of a permanent magnet dc motor with dead zone,” in *TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS*, vol. 15. WSEAS, 2020.

[19] W. Piotr, *Dynamics and control of electrical drives.* Springer Science & Business Media, 2011.

Speed control of a switched reluctance motor 8/6 based on a non-linear simplified model

J. D. González-San Román
MCIE
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
al2193803755@azc.uam.mx,
gonzalezjesus1500@gmail.com

J. U. Liceaga-Castro
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
julc@correo.azc.uam.mx

I. I. Siller-Alcalá
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
sai@azc.uam.mx

E. Campero-Littlewood
Departamento de Energía
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX, México
ecl@azc.uam.mx

***Abstract*— This article presents the performance tests, by simulation, of a classic PI speed controller applied to a switched reluctance motor (SRM) 8/6. The motor is represented by a linearization of the simplified non-linear model at an operating point set at 2000rpm. The model includes Coulomb plus viscous friction nonlinearity and an ideal inverter circuit. Control system simulations are carried out in Matlab® / Simulink software.**

Keywords—Switched reluctance motor (SRM), speed control, PI controller, Linear control.

I. Introduction

The switched reluctance motor is a direct current double salient electric machine that lacks permanent magnets, brushes and rotor windings, its structure has salient poles in both the stator and rotor and concentrated stator windings located in diametrically opposite pairs. Unlike what happens in dc motors, in these motors the rotation occurs thanks to the magnetic field that appears when each phase of the stator is energized. The field tends to flow through the rotor poles causing it to adopt the position of minimum reluctance and consequently the field is maximum.

SRM has several advantages such as, simple and robust construction, high torque at low speeds, large power-to-size ratio, efficient energy conversion, wide operating speed range, and easy cooling [1] - [4]. For this reason, it has been used in different applications such as washing machines, electric vehicles, electric doors, compressors, vacuum cleaners, air conditioning, pumping, etc. [4] and [5]. However, the SRM also has some disadvantages that can limit its use, such as a large number of connections, audible noise in its operation, requires position sensors and drive circuit and curl in speed and torque signals [6].

To properly take advantage of these characteristics of the SRM, an optimal excitation and control of the same is necessary. This is not easy to obtain experimentally and it can even be a difficult and time-consuming task, depending on the complexity of the controllers, to implement the necessary tests. For this reason, computational simulation of proper SRM models and its control systems becomes essential for the analysis and design of controllers for any SRM.

In recent years, various control systems have been made for SRM for different purposes and implementing different control techniques. Some researches base their control systems on the technique of direct instantaneous torque control (DITC) [7] and [8], for example, in [8] where a DITC is proposed that replaces the torque hysteresis with a width modulation pulse control (PWM) to set the switching frequency, reducing torque oscillations. In other works, it is chosen to apply the vector control technique [9] and [10], in the latter this control technique is applied to drive an SRM in the high-speed region with the specifications of low vibration level, high motor efficiency and wide speed range. A commonly used control technique for SRM control is Fuzzy Logic Control (FLC) as implemented in [11] and [12]. In the work developed in [12] an FLC is implemented that determines the gains of a conventional proportional-integral controller executed by a programmable logic controller, the result is a speed control that eliminates overshoots and reduces settling times compared to a conventional proportional-integral controller.

In this work, a classic proportional-integral (PI) controller is proposed that guarantees stability and performance to parametric variations, for the speed control of an SRM around an operating point established at 2000 rpm. This article follows up on the SRM models comparison work presented in [13]. The ideal inverter circuit that implements the simulation allows the motor to rotate clockwise with positive voltages and with negative voltages the motor to rotate counterclockwise. This allows implementing a speed control through the input voltage variable, avoiding internal current control loops that are very common in the control of SRM's.

II. Mathematical model of the SRM

There are different models to represent the dynamics of the SRM, among which is the so-called simplified model, which considers the following [14]:

- There is no saturation of the material, therefore the flux linkages are described by the product of inductance and phase current.
- The fringing effects are neglected.
- Mutual inductance is negligible.
- The motor phases are identical in resistance and inductance.
- Inductance is a function of rotor position [15].

The equations that make up this model are (1) and (2), which represent the equations that govern the dynamics of the electrical subsystem and mechanical subsystem, respectively.

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{v_j - Ri_j - L_1 N_r i_j \omega \sin\left(N_r\theta - (j-1)2\pi / N\right)}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta - (j-1)2\pi / N\right)} \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\left[\frac{N_r L_1}{2}\sum_{j=1}^{N} i_j^2 \sin\left(N_r\theta - (j-1)\frac{2\pi}{N}\right) - \tau_l - \tau_f\right] \quad (2)$$

Where, v_j, i_j, and R, are the voltage, current, and resistance of phase j, L_0 is the self-inductance of each phase, L_1 is the inductance dependent on the position of the rotor, N_r is the number of poles of the rotor, N is the number of phases of the stator, θ is the rotor position, ω is the angular velocity, J is the moment of inertia, τ_e, τ_l and τ_f are the corresponding electromagnetic, load and friction torque, the latter is represented by Coulomb plus viscous friction model [16], equation (3).

$$\tau_f = D\omega + \Delta\, sgn(\omega) \quad (3)$$

Where, D is the viscous coefficient and Δ is the Coulomb friction force. Considering the parameters of the SRM RA130135 from System Tech, with eight poles in the stator, six poles in the rotor (8/6) and four phases, given by:

- $Vmax$ =24 Vdc
- $N = 4$
- $N_r = 6$
- $J = 3.9063$ Kg m^2
- $\tau_l = 0.01$ N m
- $D = 0.0001$ N m/rad/s
- $\Delta = 0.005$ N m
- $R = 1\ \Omega$
- $L_0 = 2.1$ mH
- $L_1 = 1.3$ mH
- $\Theta = 2°$.

The single-phase transfer function of a SRM, that relating rotor's speed to input voltage, is obtained and shown in (4).

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{283470}{s^2 + 1619.7s + 6740.2}; \quad (4)$$
$$poles = \{-4.2, -1615.5\};$$

As can be seen from (4) the transfer function has two extremely separated poles, thus, can be simplified by dominant pole [17], the resulting function is shown in (5).

$$G(s) = \frac{176.64}{s + 4.2} \quad (5)$$

III. Proposed PI controller

As mentioned above, the classic controller that we want to add to the SRM will be cheap and easy to implement, it also has the task of controlling the motor´s speed satisfying the following design specifications; bandwidth around to 8 rad/s, infinite gain margin and phase margin > 60 °. The proposed controller was designed using the Bode shaping [18]-[19] technique, in this way it is possible to gradually adjust both the gain margin and the phase margin by adding poles or zeros and varying its gain and location frequency, up to obtain a Bode plot that reflects the desired margins. The transfer function of the proposed PI controller is shown in (6)

$$C(s) = \frac{0.0474(s + 4)}{s} \quad (6)$$

Bode shaping is performed by analyzing the closed loop of the C(s)G(s) system by drawing the Bode diagram of magnitude and phase, Fig. 1.

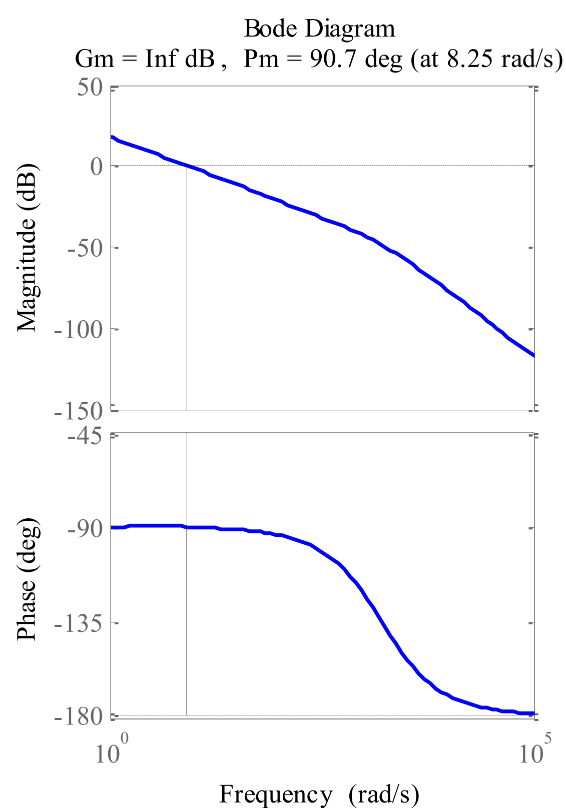


Fig. 1. Control system Bode diagram.

In this diagram it can be easily observed how the controlled system satisfies the design specifications, obtaining an infinite gain margin, a phase margin of 90.7° and a bandwidth of 8.25 rad/s.

IV. SIMULATIONS

The linear model of the motor that was simulated was programmed in Matlab / Simulink and whose ideal inverter circuit has: Bridge converter topology, demagnetization of the phases, hysteresis current regulation technique, soft chopping technique and the negative voltages are interpreted as counterclockwise turns.

To test the performance of the PI controller, three tests were carried out to evaluate the behavior of the control system in regulation and tracking problems over a wide operating range.

A. Regulation test

As a first test, a square reference signal is applied from 1500 to 2500 rpm for 15 seconds. In the Fig. 2 to 5 rotor´s speed, control input, electromagnetic torque, and current responses for each phase are shown.

From the Fig. 2 It is observed how the control system manages to establish the response of the rotor´s speed to the reference signal value with an establishment time of 1 second, the speed response reaches a maximum curl amplitude of 1.1 rpm, which corresponds at a curl of 0.07%.

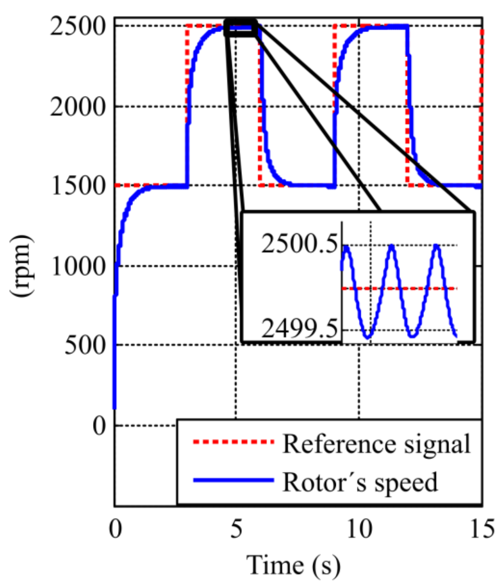


Fig. 2. Rotor´s speed response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

From the control input response of the Fig. 3, It is observed how the voltage obtains minimum and maximum values of 4.7 and 10.7V respectively, which are reached when the reference signal changes abruptly between 1500 and 2500rpm.

Regarding the torque response observed in the Fig. 4 It is noted how at the beginning of the test when the control signal changes abruptly, this change produces a maximum peak of torque that reaches 0.189 Nm and later, maximum peaks of 0.1 Nm and minimum of 0.004 Nm.

From the Fig. 5 the current responses of each phase are observed, which are very similar to each other. It is important to highlight how even in the instants in which the control input changes abruptly, the maximum current values only reach 5A.

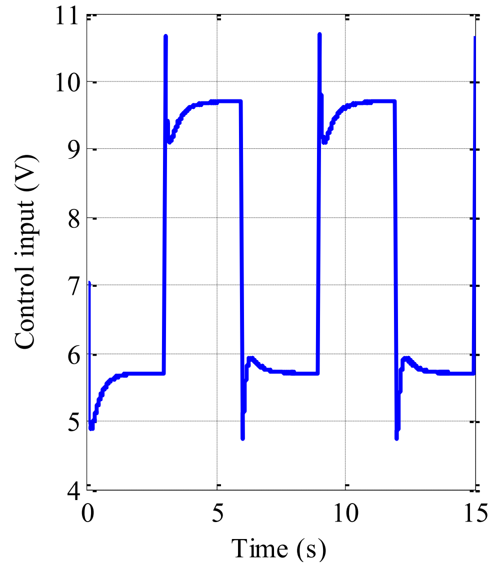


Fig. 3. Control input response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

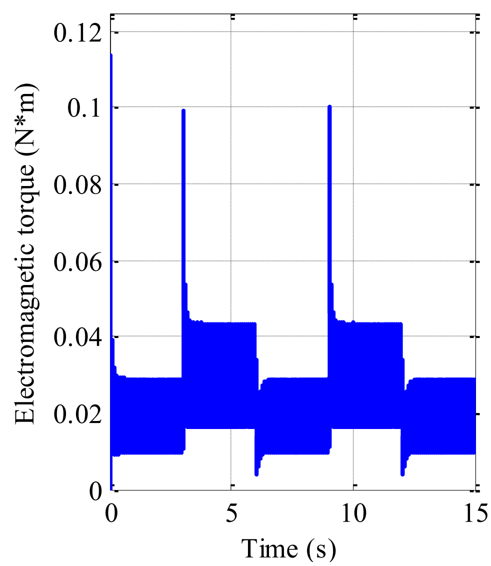


Fig. 4. Torque response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

As a second test, a square reference signal is applied that causes clockwise and anti-clockwise turns at 2000 rpm, that is, varying the operating speed from -2000 to 2000 rpm. As in the previous test, the responses of speed, control input, electromagnetic torque and current of each phase are observed, shown in the Fig. 6 to Fig. 9.

From Fig. 6 it is observed how the rotor speed reaches the final values of the reference signal even when the reference is at -2000 rpm, like the previous test, the establishment time is 1 second, in this case the curl amplitude reached a maximum value of 1.2 rpm, that is, 0.06% of curl. This result is expected given that, despite operating in a much wider range, the lower and upper limits are closer to the operating point at 2000 rpm established for this system, and in the case where the reference signal is at -2000 rpm, the behavior of the system is extremely similar to when it is at 2000 rpm, thus curls of similar amplitude are obtained.

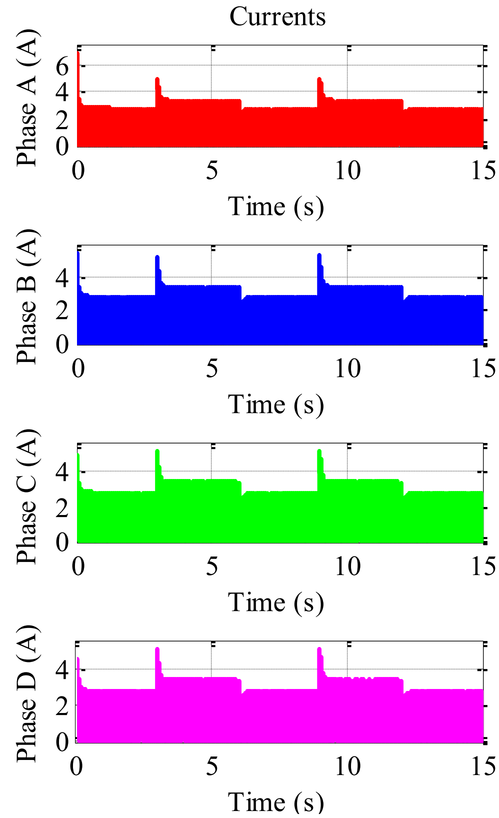


Fig. 5. Phase currents responses to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

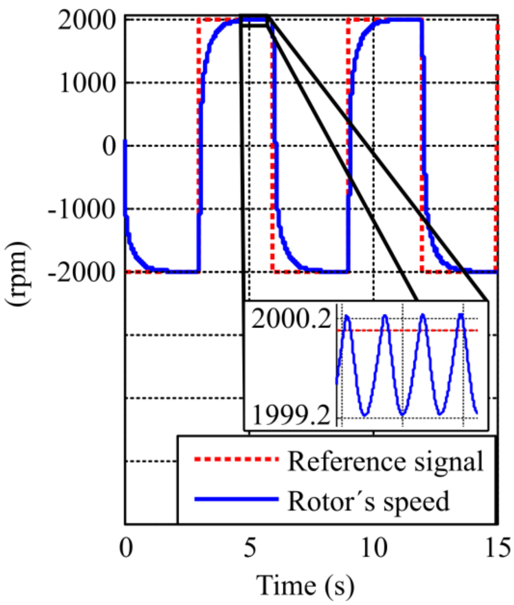


Fig. 6. Rotor´s speed response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

In Fig. 7 the response of the control input is observed, which obtains minimum peaks of -12.28V and maximum of 12.11V, achieving an almost symmetric signal with respect to the time axis, once again this is due to the fact that the clockwise and counterclockwise system behavior are quite similar.

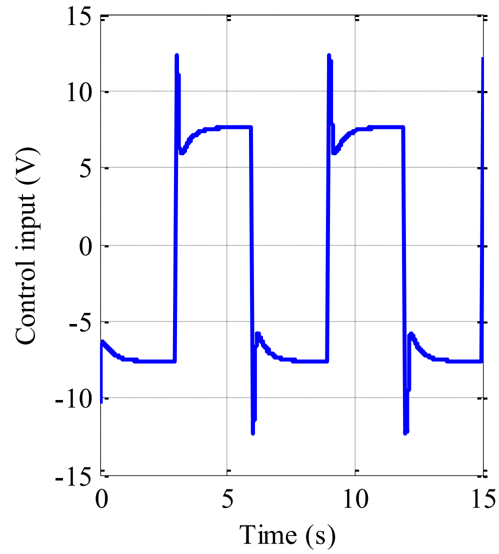


Fig. 7. Control input response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

Fig. 8 shows the response of the electromagnetic torque of the motor, it can be seen how in this test the maximum and minimum values reached by the torque are 0.1816 Nm and -0.1825 Nm, which indicates that as with the input control, the torque response becomes practically symmetrical respect to the time axis. It is important to note that despite observing negative quantities in Fig. 8, these are due to the fact that the torque is measured with respect to a reference frame.

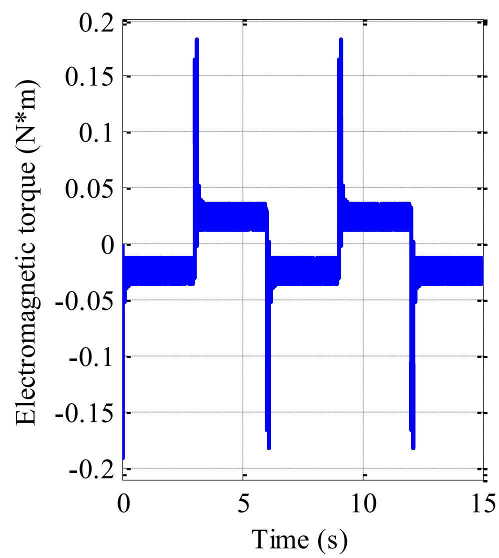


Fig. 8. Torque response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

Finally, from the phase current responses shown in Fig. 9, it is observed how all phases reach a maximum current value of 7 A, due to the current regulation of the inverter circuit that the SRM model has. Without this feature, the phase current could have increased to 8 A or more, which, depending on the resistance of the motor windings, could damage them. It is for this reason that even if the SRM has a position, speed or torque control system, it is necessary to have protection against harmful current increases, which in this case regulates the current through hysteresis.

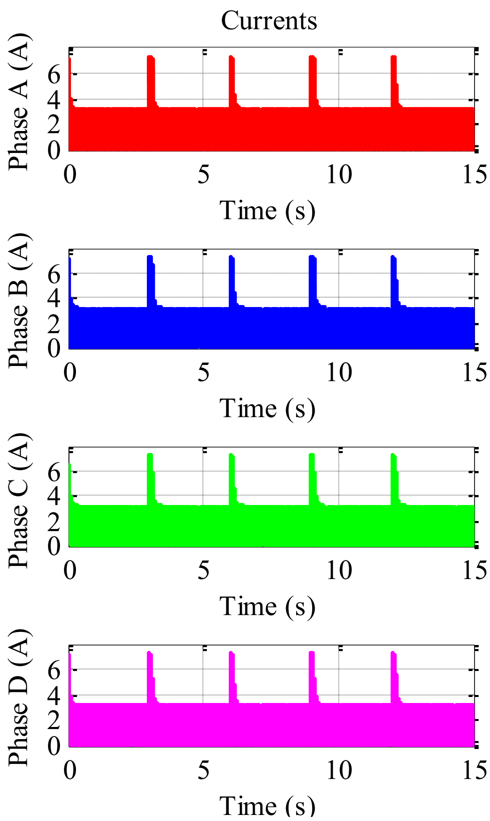


Fig. 9. Phase currents responses to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

B. *Tracking test*

For this test, a sinusoidal reference signal is applied to the system that varies between 1000 and 3000 rpm at a frequency of 0.5 rad/s, this oscillation frequency is coherent with the bandwidth of the system, which was obtained is 8.25 rad/s. Fig. 10 to Fig. 13 show the corresponding responses for speed, control input, torque, and phase currents.

In the Fig. 10 is possible to observe how the SRM is able to satisfactorily follow the reference signal with negligible lag, with a maximum error of 0.6% in the peaks of the reference signal oscillations. The maximum amplitude of the curl obtained is 1.7 rpm, which corresponds to a curl of 0.06%.

From the Fig. 11 it can be seen how, as it is a tracking test, in this case of a sinusoidal signal, the control input tends to adopt the shape of the reference signal since there are no abrupt changes and the system shows to follow effectively the reference.

From the Fig. 12 it is observed how the motor torque acquires a sinusoidal shape like the control input, presenting a single peak at the beginning due to the sudden demand for speed that starts at 2000rpm.

Finally, from the Fig. 13, the current responses of each of the phases are observed, in them it is noted that the maximum value that the currents reach does not exceed 4 A and the average value is close to 2 A.

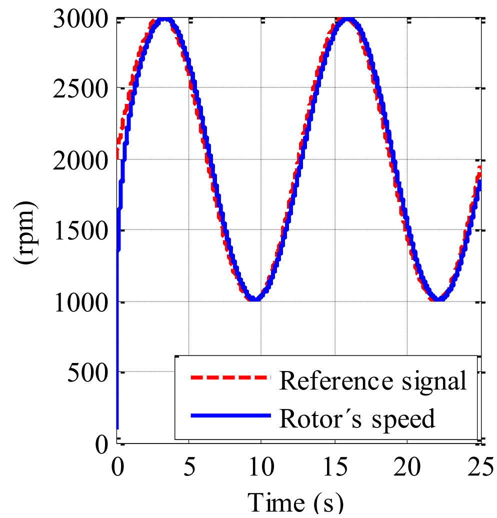


Fig. 10. Rotor´s speed response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm.

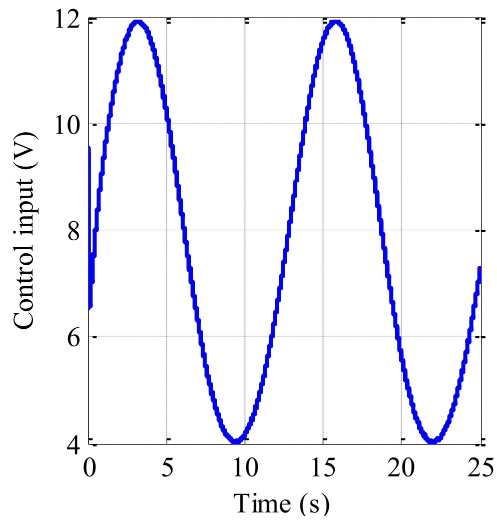


Fig. 11. Control input response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm.

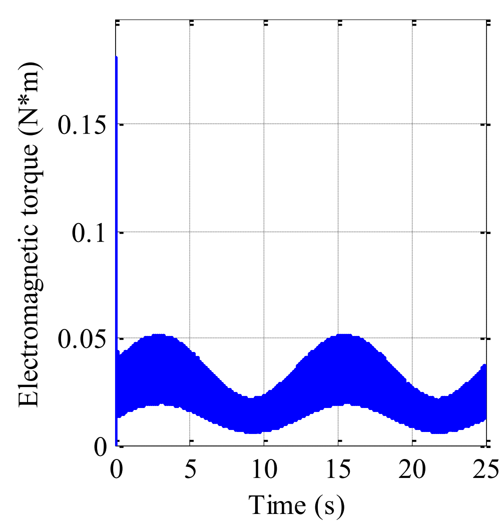


Fig. 12. Torque response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm.

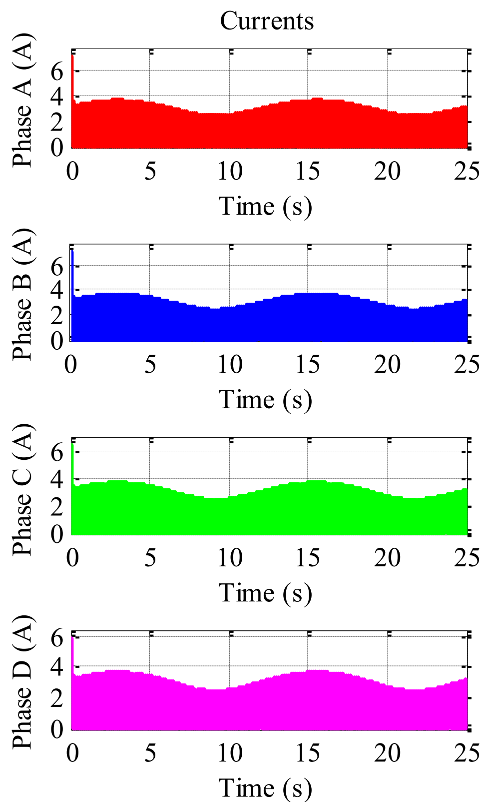


Fig. 13. Phase currents responses to sinusoidal to reference signal from 1000 to 3000 rpm.

V. CONCLUSIONS

In this document, a robust PI controller was proposed for the speed control of an SRM 8/6, designed from the linear model, since the great advantage that this model offers over others is the applicability of linear control techniques. The simulation considers an ideal inverter circuit and Coulomb plus viscous friction. From the tests carried out, it was observed that the proposed controller proved to have a performance both in regulation and in tracking, in a wide operating range, thus proving that it is possible to design high performance and robust controllers for this type of motors from a linear model. Some of practical applications for this controller can be some of those mentioned in the introduction, such as washing machines, electric doors, vacuum cleaners, air conditioning, etc. The main limitation of the use of this controller is directly related to the region of operation and the error that can be admitted in the speed response, this is determined by the SRM application.

Some recommendations for future work are to apply the controller to a more complete SRM model, such as the nonlinear model with saturation of the material or a model using the finite element method, in this way more precise answers could be obtained that help to predict the results of applying this controller to a real motor. On the other hand, it is necessary to implement some control strategy that allows reducing undesirable oscillations in the rotor speed response.

REFERENCES

[1] K. Kiyota, T. Kakishima, and A. Chiba, “Comparison of test result and design stage prediction of switched reluctance motor competitive with 60 kw rare-earth pm motor,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5712-5721, 2014.

[2] T. J. E. Miller, *Electronic control of switched reluctance machines.* Elsevier, 2001.

[3] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

[4] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press, 2017.

[5] J.-W. Ahn and G. F. Lukman, “Switched reluctance motor: Research trends and overview,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, no. 4, pp. 339-347, 2018.

[6] J. Villegas and P. Vázquez, “Diseño de un sistema de control predictivo para el accionamiento de la máquina de reluctancia conmutada de un sistema de almacenamiento cinético para la mejora de la eficiencia en la edificación,” Ph.D. dissertation, Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, 2009.

[7] L. Liu, M. Zhao, X. Yuan, and Y. Ruan, “Direct instantaneous torque control system for switched reluctance motor in electric vehicles,” *The Journal of Engineering*, vol. 2019, no. 16, pp. 1847-1852, 2019.

[8] S. Wang, Z. Hu, and X. Cui, “Research on novel direct instantaneous torque control strategy for switched reluctance motor,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 66 910-66 916, 2020.

[9] M. Ma, Z. Wang, Q. Yang, S. Yang, and X. Zhang, “Vector control strategy of a t-type three-level converter driving a switched reluctance motor,” *Chinese Journal of Electrical Engineering*, vol. 5, no. 4, pp. 15-21, 2019.

[10] K. Aiso and K. Akatsu, “High speed SRM using vector control for electric vehicle,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 61-68, 2020.

[11] H. Haq and H. I. Okumus, “Flc-dtc method for torque ripples minimization of 8/6 switched reluctance motors drive,” *JAREE (Journal on Advanced Research in Electrical Engineering*), vol. 4, no. 1, 2020.

[12] A. Uysal, S. Gokay, E. Soylu, T. Soylu, and S. Çaşka, “Fuzzy proportional-integral speed control of switched reluctance motor with matlab/simulink and programmable logic controller communication,” *Measurement and Control*, vol. 52, no. 7-8, pp. 1137-1144, 2019.

[13] J. D. González-San Román, J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá and E. Campero-Littlewood " Comparison of linear and nonlinear models of a switched reluctance motor 8/6," *Accepted for publication in 2020 25th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC)*.

[14] A. De la Guerra, “Observabilidad de motores de reluctancia conmutada,” Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2011.

[15] F. Khorrami, P. Krishnamurthy, and H. Melkote, *Modeling and adaptive nonlinear control of electric motors*. Springer Science & Business Media, 2003.

[16] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.

[17] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2010, vol. 5.

[18] B. Saidi, M. Amairi, S. Najar, and M. Aoun, “Bode shaping-based design methods of a fractional order pid controller for uncertain systems,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 80, no. 4, pp. 1817-1838, 2015.

[19] N. Zhuo-Yun, Z. Yi-Min, W. Qing-Guo, L. Rui-Juan, and X. Lei-Jun, “Fractional-order pid controller design for time-delay systems based on modified bode's ideal transfer function,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 103 500-103 510, 2020.

B. Artículos de revista

Los artículos que se muestran en seguida, fueron aceptados y publicados en las siguientes revistas indizadas en Scopus:

- *"Structural analysis of 8/6 switched reluctance motor linear and non-linear models"*, publicado en la revista ***International Journal of Circuits, Systems ans Signal Processing***
- *"Performance tests of a PI speed controller applied in a non-linear model of a switched reluctance motor 8/6"* publicado en la revista ***Transactions on Systems and Control***
- *"Speed ripple and dead zone effects reduction in an 8/6 switched reluctance motor based on classical control strategies"* publicado en la revista ***Transactions on Computers***

Structural analysis of 8/6 switched reluctance motor linear and non-linear models

J. D. González-San Román, J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá, E. Campero-Littlewood,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco,
Av. San Pablo Xalpa 180, Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, Ciudad de México, 02200
México

Received: June 30, 2021. Revised: September 13, 2021. Accepted: September 15, 2021.
Published: September 17, 2021.

Abstract—This work presents the process of obtaining the simplified model of a switched reluctance motor (SRM) 8/6. Subsequently, the structure of the single-phase model is analyzed, obtaining an exact linearization and zero dynamics of the system. Finally, the model is linearized at an operating point set at 2000 rpm The model includes Coulomb plus viscous friction nonlinearity and an ideal inverter circuit based on bridge converter topology. The simplified and linear models are simulated and compared in the Matlab®/Simulink software in order to validate the design of a classic controller using the linear model.

Keywords—. Switched reluctance motor (SRM), Simplified model, linear model, Exact l linearization, Zero dynamics.

I. Introduction

In the last decades, the switched reluctance motor has attracted the attention of researchers, as a high-performance device in industrial applications, due to its advantages such as high torque at low speeds, large power-to-size ratio, efficient energy conversion, wide range of operating speed and easy cooling.[1]-[4] However, to properly take advantage of these characteristics of the SRM, optimal excitation and control of the same is necessary. This is not easy to obtain experimentally and it can even be a difficult and time-consuming task, depending on the complexity of the controllers to implement the necessary tests. For this reason, computational simulation of proper SRM models and its control systems becomes essential for the analysis and design of controllers for any SRM.

There are several ways to simulate an SRM, among which the most common are simulation using the Finite Element Method, such as the simulations developed in [5] and [6], where a good approximation is obtained to the dynamics of the real SRM, however this type of simulation can consume a lot of simulation time and computing power, for this reason, evaluating a controller, which may require a lot of tests, can be impractical. Another way to simulate an SRM is using lookup tables resulting from a finite element analysis as seen in [7] and [8], in this case the simulation becomes faster since most of the computation time is consumed by the analysis of previous finite element. And finally, the least used way to simulate an SRM is by programming the dynamic equations of the motor, as is usually done with other dc motors [9]-[11], which may belong to a non-linear model that considered the saturation of the material, or a simplified model that disregarded this phenomenon.

In this paper, the simplified non-linear model of an SRM 8/6 motor is obtained and later it is linearized at an operating point. The linearization of the model is carried out in order to analyze the structure of the motor and obtain a transfer function that, in future work, allows applying linear control techniques for the design of a classic controller. In addition, the model has an ideal inverter circuit that allows the motor to be operated in a similar way to a dc motor where, by reversing the polarity of the input voltage, the motor rotates in the opposite direction. Finally, different simulations are presented where the behavior of both models is compared in order to verify that it is feasible to design a controller based on the linear model.

This paper is organized as follows: section II shows the obtaining of the simplified non-linear model of the SRM. Section III shows the analysis of the structure of the single-phase non-linear model, where an exact linearization of the motor is obtained and subsequently its zero dynamics is found. Then, in section IV a linearization of the model is obtained at an operating point set at 2000 rpm, as well as its transfer function. In section V some general aspects for programming both models in Matlab/Simulink software are discussed. Section VI shows the simulation and comparison of both models in three different tests: first the behavior of the models in shutdown and demagnetization of the motor phases is observed, then a step type voltage input is applied and finally an input is applied sinusoidal type voltage. The discussion of results is presented in section VII and finally, section VIII shows the conclusions obtained from the work carried out.

II. MATHEMATICAL MODEL OF THE SRM

As in the modeling of other electromechanical machines, the starting point is the equations that govern the dynamics of the electrical sub-system (1) and the mechanical sub-system (2).

$$v_j = Ri_j + \frac{d\psi_j}{dt} \tag{1}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau} = (\tau_e - \tau_l - \tau_f)/J \tag{2}$$

Where, v_j, i_j, R, and ψ_j are the voltage, current, resistance and flow linkage of phase j, ω is the rotor's angular speed, J is the moment of inertia, τ_e, τ_l and τ_f are the corresponding electromagnetic, load and friction torque, the latter is represented by Coulomb plus viscous friction model [12] and [13], equation (3).

$$\tau_f = D\omega + \Delta\, sgn(\omega) \tag{3}$$

Where, D is the viscous coefficient and Δ is the Coulomb friction force. The model that is developed here is called the simplified model and considers the following [14]: here is no saturation of the material, therefore, the flux linkage are described by the product of the inductance and the phase current, the fringing effects are neglected, the mutual inductance is negligible, the motor phases are identical and the inductance is a function of the rotor position [15] given by (4).

$$L_j = L_0 - L_1 \cos\left(N_r\theta - (j-1)2\pi/N\right) \tag{4}$$

Where, θ is the position of the rotor, L_0 is the self-inductance of each phase, L_1 is the inductance dependent on the position of the rotor, N_r is the number of rotor poles and N is the number of phases. Substituting (4) in (1), we obtain the equation that represents the electrical subsystem (5).

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{v_j - Ri_j - L_1 N_r i_j \omega \sin\left(N_r\theta - (j-1)2\pi/N\right)}{L_0 - L_1\cos\left(N_r\theta - (j-1)2\pi/N\right)} \tag{5}$$

The equation for the mechanical subsystem is obtained by the co-energy method, therefore, the torque generated by each phase is given by (6)

$$\tau_j(\theta, i_j) = \frac{\partial W_j'}{\partial\theta} \tag{6}$$

The co-energy function is given by (7)

$$W_j'(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(\theta, i_j)\,di_j \tag{7}$$

Solving (6) and (7), the torque of each phase is obtained. Finally, the electromagnetic torque is the sum of the individual torques, therefore, the mechanical subsystem is now described by (8)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\left[\frac{N_r L_1}{2}\sum_{j=1}^{N} i_j^2 \sin\left(N_r\theta - (j-1)\frac{2\pi}{N}\right) - \tau_l - \tau_f\right] \tag{8}$$

III. STRUCTURE ANALYSIS OF THE NONLINEAR MODEL

To properly design the controller of any system, it is essential to know the latter thoroughly. For this reason, it is necessary to analyze the structure of the non-linear model and subsequently the linear model, since both models are one of the main sources of information about the motor. In order to know in depth, the non-linear model of the motor, its exact linearization was carried out with which, the degree and relative degree of it was known, and a linear and controllable form was found that can be useful in subsequent studies that seek to employ nonlinear control techniques.

From the simplified model obtained above, it can be noted that the complete model of an SRM 8/6 consists of eight equations in total, where there are four voltage inputs, one for load torque, and two outputs, one for torque and one for speed. Therefore, an SRM 8/6 is a multiple input multiple output system (MIMO), the structural analysis of which becomes extremely extensive and complex. On the other hand, if it is considered that each of the phases are activated sequentially and independently, the load torque is a disturbance of the system and remembering that the phases are identical, it is possible to analyze a single motor phase, where there is only one voltage input and one speed output, that is, a system one input one output (SISO).

A. *Exact linearization*

To analyze the system, it is necessary to rewrite it in the state space, whose form is shown in (9).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{9}$$

To pass the model to the state space, the following is defined (10)

$$\begin{aligned} x_1 &=: i \\ x_2 &=: \theta \\ x_3 &=: \omega \end{aligned} \tag{10}$$

The single-phase model in state space is shown in (11).

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\dfrac{x_1R+L_1N_rx_1x_3\sin\left(N_rx_2\right)}{L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)}\\ x_3\\ \dfrac{N_rL_1x_1^2}{2J}\sin\left(N_rx_2\right)-\dfrac{Dx_3+\Delta sgn\left(x_3\right)}{J}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\dfrac{1}{L_0-L_1\cos(N_rx_2)}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}u \quad (11)$$

$$y=x_3$$

To start the exact linearization, it must be verified that the system is transformable to a linear and controllable one, which is possible if and only if the following conditions are met [16]:

- The matrix $[g(x_0), ad_f g(x_0), \ldots, ad_f^{n-1} g(x_0)]$ has rank n.
- The distribution $D = \{g, ad_f g, \ldots, ad_f^{n-2} g\}$is involutive near x_0.

Now we proceed to calculate each of the elements of the matrix and the distribution, as seen from (12) to (14)

$$\frac{\partial g}{\partial x}=\begin{pmatrix}0 & -\dfrac{L_1N_r\sin(N_rx_2)}{(L_0-L_1\cos(N_rx_2))^2} & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad (12)$$

$$ad_f g\left(x\right)=\begin{pmatrix}\dfrac{R}{\left(L_0-L_1\cos\right)^2}\\ 0\\ -\dfrac{L_1N_rx_1\sin\left(N_rx_2\right)}{J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)}\end{pmatrix} \quad (13)$$

$$ad_f^2 g(x)=\begin{pmatrix}\dfrac{JR\left[R-L_1N_rx_3\sin\left(N_rx_2\right)\right.}{J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)^3} & & \\ \dfrac{L_1N_rx_1\sin\left(N_rx_2\right)}{J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)} & & \\ \dfrac{J\left[L_1^2N_r^2x_1x_3\sin^2\left(N_rx_2\right)-L_1L_0N_r^2x_1x_3\cos\left(N_rx_2\right)\right.}{\left[J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)\right]^2} & & \end{pmatrix}\cdots$$

$$\cdots\begin{matrix}\dfrac{-\left[L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right]L_1^2N_r^2x_1^2\sin^2\left(N_rx_2\right)\right]}{J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)^3}\\ 0\\ \dfrac{+L_1N_rx_1R\sin\left(N_rx_2\right)+L_1^2N_r^2x_1x_3\right]}{\left[J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)\right]^2}\end{matrix}\cdots\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -\dfrac{\left[L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right]DN_rL_1x_1\sin\left(N_rx_2\right)}{\left[J\left(L_0-L_1\cos\left(N_rx_2\right)\right)\right]^2}\end{pmatrix} \quad (14)$$

It is verified that when evaluating (12) to (14) at x_0, the matrix maintains rank n equal to 3. Next, it is observed that the distribution D has rank 2, therefore, it only remains to verify that the rank of the matrix (g, ad_f g, [g, ad_f g]) is the same that of the distribution D. Equation (15) shows the result of the operation [g, ad_f g].

$$\left[g,ad_f g\right]=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -\dfrac{L_1N_r\sin(N_rx_2)}{J(L_0-L_1\cos(N_rx_2))^2}\end{pmatrix} \quad (15)$$

With the help of (15) it can easily be verified that the matrix (g, ad_f g, [g, ad_f g]) has rank 2 and, therefore, the distribution D is involutive, which shows that the system is transformable to a linear and controllable system. Now the relative degree r of the system is calculated to determine if it is necessary to obtain an output function different from the original one. The system is said to have relative degree r at point x_0 if the following is satisfied [16]:

- $L_gL^k_f\, h(x) = 0$ for all x in a neighborhood of x_0 and all $k < r-1$.
- $L_gL^{r-1}_f\, h(x) \neq 0$.

In (16) are shown the corresponding operations.

$$\begin{gathered}L_gh\left(x\right)=0;\\ L_gL_fh\left(x\right)=\frac{L_1N_rx_1\sin\left(N_rx_2\right)}{J\left(L_0-L_1\cos N_rx_2\right)}\neq 0;\end{gathered} \quad (16)$$

From (16) it follows that the relative degree of the system is equal to 2 for all $x_1 \neq 0$ and $x_2 \neq k\pi$ with $k \in \mathbb{Z}$. Since $r \neq n$, it is necessary to look for an output function λ such that $d\lambda(x)(g(x)$, ad_f $g(x)$, …, $ad^{n-2}{}_f\, g(x)) = 0$, whose development is shown in (17).

$$\left(\frac{1}{L_0 - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)} \frac{\partial \lambda}{\partial x_1}, \quad \frac{R}{\left(L_0 - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)\right)^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \right.$$
$$\left. - \frac{L_1 N_r x_1 \sin\left(N_r x_2\right)}{J\left(L_0 - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)\right)} \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} \right) \tag{17}$$

From (17) it can be seen that it is feasible to choose x_2 as the output function. Again, the relative degree is calculated to verify that it coincides with the degree of the system, the operations necessary for this task are shown in (18).

$$\begin{gathered} L_g \lambda\left(x\right) = 0; \\ L_g L_f \lambda\left(x\right) = 0; \\ L_g L_f^2 \lambda\left(x\right) = \frac{L_1 N_r x_1 \sin\left(N_r x_2\right)}{J\left(L_0 - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)\right)} \neq 0; \end{gathered} \tag{18}$$

From (18) it is obtained that the relative degree is equal to 3 for all $x_1 \neq 0$ and $x_2 \neq k$ with $k \in \mathbb{Z}$ as it happened in the previous calculation. It is from this point that it is possible to perform the linearization via state feedback, for which, the input u must be obtained through (19).

$$u = \frac{-L_f^3 \lambda(x) + v}{L_g L_f^2 \lambda(x)} \tag{19}$$

Where $L_g L_f^2 \lambda(x)$ is taken from (18) and $L_f^3 \lambda(x)$ is shown in (20).

$$\begin{aligned} L_f^3 \lambda\left(x\right) = & \left\{ L_0 L_1 N_r^2 x_1^2 x_3 \cos\left(N_r x_2\right) \right. \\ & - 2 L_1 N_r R x_1^2 \sin\left(N_r x_2\right) \\ & - L_1^2 N_r^2 x_1^2 x_3 \left(1 + \sin^2\left(N_r x_2\right)\right) - \frac{2D}{J}\left[L_0\right. \\ & \left. - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)\right] \left[L_1 N_r x_1^2 \sin\left(N_r x_2\right) \right. \\ & \left.\left. - D x_3 - \Delta sgn\left(x_3\right)\right]\right\} / 2J\left[L_0 - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)\right] \end{aligned} \tag{20}$$

The input u obtained is shown in (21).

$$\begin{aligned} u = & \left\{ -L_0 L_1 N_r^2 x_1^2 x_3 \cos\left(N_r x_2\right) \right. \\ & + 2 L_1 N_r R x_1^2 \sin\left(N_r x_2\right) \\ & + L_1^2 N_r^2 x_1^2 x_3 \left(1 + \sin^2\left(N_r x_2\right)\right) + \frac{2D}{J}\left[L_0\right. \\ & \left. - L_1 \cos\left(N_r x_2\right)\right] \left[L_1 N_r x_1^2 \sin\left(N_r x_2\right) \right. \\ & \left.\left. - D x_3 - \Delta sgn\left(x_3\right)\right] + v\right\} / L_1 N_r x_1 \sin\left(N_r x_2\right) \end{aligned} \tag{21}$$

Finally, the coordinates transformation is shown in (22).

$$\begin{gathered} z_1 = \lambda\left(x\right) = x_2 \\ z_2 = L_f \lambda\left(x\right) = x_3 \\ z_3 = L_f^2 \lambda\left(x\right) = \frac{N_r L_1}{2J} x_1^2 \sin\left(N_r x_2\right) \\ - \frac{1}{J}\left[D x_3 + \Delta sgn\left(x_3\right)\right] \end{gathered} \tag{22}$$

B. Zero dynamics

In the analysis of non-linear systems, it is very useful to know the zero dynamics, which has a similar role to the zeros in linear systems. In this case, zero dynamics is the set of all states x_0 and inputs $u(x_0)$, defined for all t in the neighborhood of $t = 0$ that make the output identical to zero. The procedure to find the zero dynamics of any system consists of zeroing all the states z_1, z_2, …, z_{r-1}, and z_r and substituting it in the dynamics of the system. To perform these steps, it is necessary to find a coordinate transformation, such as the one obtained in the exact linearization, but in this case respecting the output function $h(x)$, for this we have the following (23).

$$\begin{gathered} z_1 = \phi_1\left(x\right) = h\left(x\right) = x_3 \\ z_2 = \phi_2\left(x\right) = L_f h\left(x\right) = \frac{N_r L_1}{2J} x_1^2 \sin\left(N_r x_2\right) \\ - \frac{1}{J}\left[D x_3 + \Delta sgn\left(x_3\right)\right] \\ z_3 = \phi_3\left(x\right) \end{gathered} \tag{23}$$

We are looking for a function $\phi_3(x)$ such that $L_g \phi_3(x) = 0$, it is proposed that $\phi_3(x) = x_2$, now it is verified that the Jacobian of Φ is not a singular matrix, this is easy to do through its determinant (24).

$$det\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \frac{N_r L_1}{J} x_1 \sin\left(N_r x_2\right) \tag{24}$$

The inverse transformation is given by (25).

$$\begin{gathered} x_3 = z_1 \\ x_2 = z_3 \\ x_1 = \sqrt{\frac{2\left[J z_2 + D z_1 + \Delta sgn\left(z_1\right)\right]}{N_r L_1 \sin\left(N_r z_3\right)}} \end{gathered} \tag{25}$$

With the coordinate transformation, the dynamics of the system is described by (26).

DOI: 10.46300/9106.2021.15.159 Volume 15, 2021

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2\\ \dot{z}_2 &= b(z)+a(z)u\\ \dot{z}_3 &= q_3(z)\end{aligned}\qquad(26)$$

Where:

$$\begin{aligned}a(z) &= L_g L_f h\left(\Phi^{-1}(z)\right)\\ b(z) &= L_f^2 h\left(\Phi^{-1}(z)\right)\\ q_3(z) &= L_f \phi_3\left(\Phi^{-1}(z)\right)\end{aligned}\qquad(27)$$

From (16) and (25), you get $a(z)$ shown in (28).

$$\begin{aligned}a(z) = \{&2N_r L_1 \sin(N_r z_3)[Jz_2 + Dz_1\\ &+\Delta sgn(z_1)]\} / J\left[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)\right]\end{aligned}\qquad(28)$$

Calculate $L_f^2 h(x)$ (29)

$$\begin{aligned}L_f^2 h(x) = &-\frac{N_r L_1 x_1^2 \sin(N_r x_2)\left[R + L_1 N_r x_3 \sin(N_r x_2)\right]}{L_0 - L_1 \cos(N_r x_2)}\\ &+\frac{N_r^2 L_1}{2J} x_1^2 x_3 \cos(N_r x_2) - \frac{D}{J^2}\left[\frac{N_r L_1}{2} x_1^2 \sin(N_r x_2)\right.\\ &\left.-Dx_3 - \Delta sgn(x_3)\right]\end{aligned}\qquad(29)$$

From (25) and (29) is found b (z) as shown in (30)

$$\begin{aligned}b(z) = &\{-2\left[Jz_2 + Dz_1 + \Delta sgn(z_1)\right]\left[R +\right.\\ &\left.L_1 N_r z_1 \sin(N_r z_3)\right]\} / J\left[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)\right] +\\ &\frac{N_r z_1\left[Jz_2 + Dz_1 + \Delta sgn(z_1)\right]\cos(N_r z_3)}{J \sin(N_r z_3)} - \frac{D}{J} z_2\end{aligned}\qquad(30)$$

To find q_3 (z) we have the following (31)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi_3}{\partial x} &= (0, \quad 1, \quad 0);\\ L_f \phi_3(x) &= x_3;\\ q_3(z) &= L_f \phi_3\left(\Phi^{-1}(z)\right) = z_1;\end{aligned}\qquad(31)$$

We make $z_1 = z_2 = 0$ and substitute in (28) and (30), obtaining (32) and (33) correspondingly.

$$a(z)\big|_{z_1=0,z_2=0} = \frac{2N_r L_1 \sin(N_r z_3)[\Delta sgn(x_3)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)]}\qquad(32)$$

$$b(z)\big|_{z_1=0,z_2=0} = -\frac{2R[\Delta sgn(x_3)]}{J[L_0 - L_1 \cos(N_r z_3)]}\qquad(33)$$

The input u is defined by (34).

$$u = -\frac{b(z)}{a(z)}\bigg|_{z_1=0,z_2=0} = \frac{R}{N_r L_1 \sin(N_r z_3)}\qquad(34)$$

Since no dynamic equation of the system was different to zero, it is said that the system does not have zero dynamics.

IV. Model linearization

To obtain the linearization of the model, it was considered that the inductance of the phase has a constant value, which is obtained by considering a constant value of the rotor position $\theta = \Theta$. Regarding the speed equation, only the positive part is considered, that is, when $\omega > 0$, because the operating point is at 2000rpm. The result of the previous considerations is the set of equations to linearize are those shown in (35).

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L_0 - L_1 \cos(N_r \theta)} i - \frac{L_1 N_r \sin(N_r \theta)}{L_0 - L_1 \cos(N_r \theta)} i\omega\\ &\quad+\frac{1}{L_0 - L_1 \cos(N_r \theta)} v\\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{L_1 N_r \sin(N_r \theta)}{2J} i^2 - \frac{D}{J}\omega - \frac{\Delta}{J} - \frac{1}{J}\tau_l\end{aligned}\qquad(35)$$

To simplify the model and pass it to the state space, the following is defined (36).

$$\begin{aligned}&a_1 =: \frac{R}{L_0 - L_1 \cos(N_r \Theta)}; \quad && b_1 =: \frac{L_1 N_r \sin(N_r \Theta)}{2J};\\ &a_2 =: \frac{L_1 N_r \sin(N_r \Theta)}{L_0 - L_1 \cos(N_r \Theta)}; && b_2 =: D/J;\\ &a_3 =: \frac{1}{L_0 - L_1 \cos(N_r \Theta)}; && b_3 =: \Delta / J;\\ & && b_4 =: 1/J;\\ &x_1 =: i; && x_2 =: \omega;\end{aligned}\qquad(36)$$

Therefore, the model in the state space is defined by (37) and written in a matrix form, it is as shown in (38).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 - a_2 x_1 x_2 + a_3 v \\ \dot{x}_2 &= b_1 x_1^2 - b_2 x_2 - b_3 - b_4 \tau_l \end{aligned} \quad (37)$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 x_1 - a_2 x_1 x_2 + a_3 v \\ b_1 x_1^2 - b_2 x_2 - b_3 - b_4 \tau_l \end{pmatrix} = f(x,u); \quad (38)$$
$$y = x_2 = h(x);$$

Now we find a parameterized operating point for $x_2 = x_2^0$, from which we obtain (39).

$$x_1^0 = \sqrt{\frac{b_2 x_2^0 + b_3 + b_4 \tau_l}{b_1}};\ V = \frac{x_1^0\left(a_1 + a_2 x_2^0\right)}{a_3}; \quad (39)$$

The matrix form, which we want to get to, is (40)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (40)$$

When calculating each of the Jacobian matrices, we obtain (41).

$$A = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} -\left(a_1 + a_2 x_2^0\right) & -a_2 x_1^0 \\ 2 b_1 x_1^0 & -b_2 \end{pmatrix};$$
$$B = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} a_3 & 0 \\ 0 & -b_4 \end{pmatrix}; \quad (41)$$
$$C = \left.\frac{\partial h(x)}{\partial x}\right|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Where the input vector is (42)

$$u = \begin{pmatrix} v & \tau_l \end{pmatrix}^T \quad (42)$$

Assuming that the input torque is equal to zero, $\tau_l = 0$, the operating point and input matrix B are recalculated (43).

$$x_1^0 = \sqrt{\frac{b_2 x_2^0 + b_3}{b_1}};\ V = \frac{x_1^0\left(a_1 + a_2 x_2^0\right)}{a_3};$$
$$B = \begin{pmatrix} a_3 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (43)$$

Then the transfer function is calculated by (44), the calculation progress is shown from (45) to (47).

$$G(s) = \frac{C\ Adj\left(sI - A\right)^T B}{det\left(sI - A\right)} \quad (44)$$

$$Adj\left(sI - A\right)^T = \begin{pmatrix} s + b_2 & -a_2 x_1^0 \\ 2 b_1 x_1^0 & s + \left(a_1 + a_2 x_2^0\right) \end{pmatrix} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} det\left(sI - A\right) &= s^2 + \left(a_1 + a_2 x_2^0 + b_2\right)s \\ &+ b_2\left(a_1 + a_2 x_2^0\right) + 2 a_2 b_1 \left(x_1^0\right)^2 \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} G(s) &= 2 a_3 b_1 x_1^0 / \Big[s^2 + \left(a_1 + a_2 x_2^0 + b_2\right)s \\ &+ b_2\left(a_1 + a_2 x_2^0\right) + 2 a_2 b_1 \left(x_1^0\right)^2 \Big] \end{aligned} \quad (47)$$

Finally, substituting in (47) the parameters of the SRM RA130135 from System Tech, Fig. 1, with eight poles on the stator, six poles on the rotor (8/6) and four phases, given by:

- *Vmax* =24 Vdc
- $N = 4$
- $N_r = 6$
- $J = 3.9063$ Kg·m^2
- $\tau_l = 0.01$ N·m
- $D = 0.0001$ N·m/rad/s
- $\Delta = 0.005$ N·m
- $R = 1\ \Omega$
- $L_0 = 2.1$ mH
- $L_1 = 1.3$ mH
- $\Theta = 2°$.

Fig. 1. Switched reluctance motor.

the single-phase transfer function of the switched reluctance motor is obtained, shown in (22). This transfer function has no zeros and has a pair of widely separated poles. Therefore, the transfer function obtained coincides with what is normally obtained in direct current motors, in which there is a dominant pole from the mechanical sub-system and a non-dominant pole

DOI: 10.46300/9106.2021.15.159 Volume 15, 2021

from the electrical sub-system, as corroborated in jobs like [17], [18], and [19].

$$G(s)=\frac{283470}{s^2+1619.7s+6740.2};\quad poles=\{-4.2,\ -1615.5\}; \tag{22}$$

V. Model programming

Programming the motor model is simple thanks to the tools provided by Simulink in particular the Matlab function block, in which equations of the model are directly entered and through integrator blocks the variables are obtained and divided into six Matlab function blocks, four to the motor and two corresponding to the inverter circuit. The motor blocks were programmed using the equations obtained in the mathematical model section according to the following list:

- Block of inductances, equation (4).
- Electrical system block, equation (5).
- Mechanical system block, equation (6).
- Speed block, equation (2).

On the other hand, the inverter circuit that was programmed is based on the ideal classical converter or bridge converter topology [20], that is, the physical limitations of the transistors are not taken into account, only the logic in which they operate. Commonly, any inverter circuit implements some current regulation technique as a protection for the motor, since the resistance of the phases is usually relatively small causing a current demand that can damage the motor. In order to program this circuit, it was divided into two blocks: the first one handles the switching logic of the phases and the other regulates the current of the phases.

For the switching logic block, it is considered that, according to (8), the sign of the torque is independent of the sign of the current, and is only affected by the sinusoidal function, which corresponds to the derivative of inductance. That is, the torque produced by each phase will be positive whenever the inductance increases and negative when the inductance decreases. From the above, the activation sequences of the phases for clockwise and counter-clockwise rotation are deduced. The current regulation block implements the hysteresis technique [3] since it directly regulates the current by turning the phase on and off, keeping the current within a hysteresis window defined by a minimum and maximum current value, both blocks of the inverter circuit are programmed in the Matlab function.

The process described above was applied to the programming of the non-linear model of the motor, in the case of the linear model, only the inductance block is omitted and the equations of the blocks of the electrical and mechanical systems are exchanged for their linear counterpart.

VI. Simulation and comparison of the models

A. *Simulation with phases in shutdown and demagnetization*

The first experiment that is presented consists of simulating both models at the operating point of 2000rpm with phase shutdown, that is, without demagnetization and with lower and upper current limits of 6 and 7A. The test lasts 3 seconds in which the speed and torque responses of the models reach a stable state, as shown in Fig. 2 and 3 respectively.

For the next test, the simulation is repeated, but now demagnetization is applied to the phases, again the speed and torque responses are observed, as shown in Fig. 4 and 5. Additionally, Fig. 6 and 7 show the current responses of phase A in steady state.

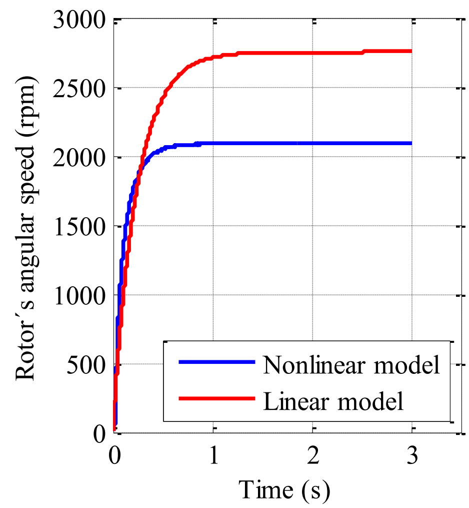


Fig. 2. Rotor’s angular speed response, without demagnetization.

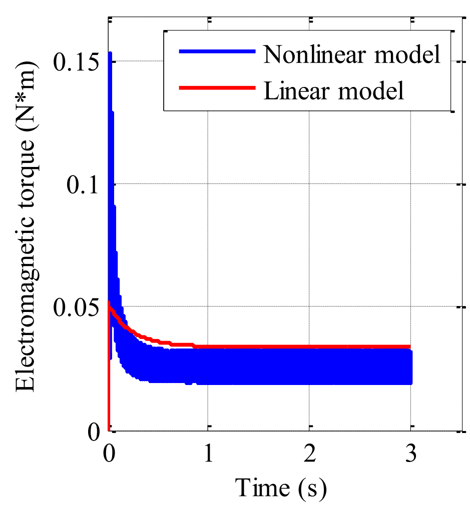


Fig. 3. Electromagnetic torque response, without demagnetization.

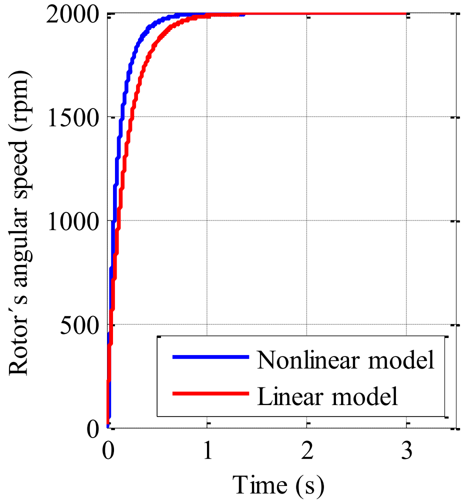


Fig. 4. Rotor's angular speed response, with demagnetization.

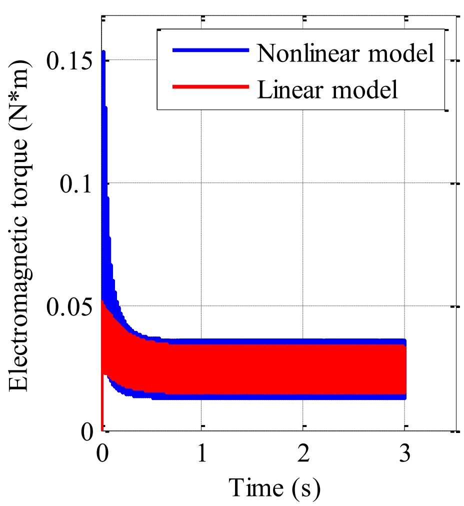


Fig. 5. Electromagnetic torque response, with demagnetization.

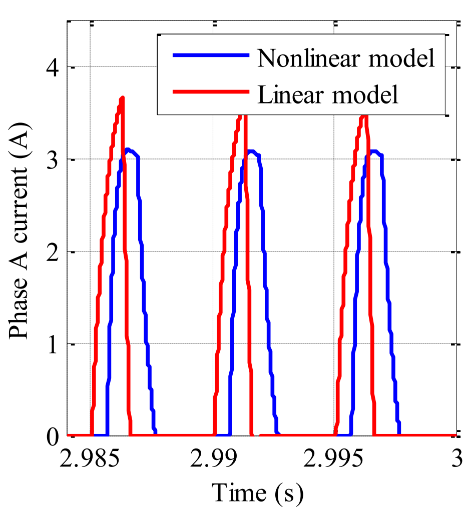


Fig. 6. Phase A current response, with demagnetization.

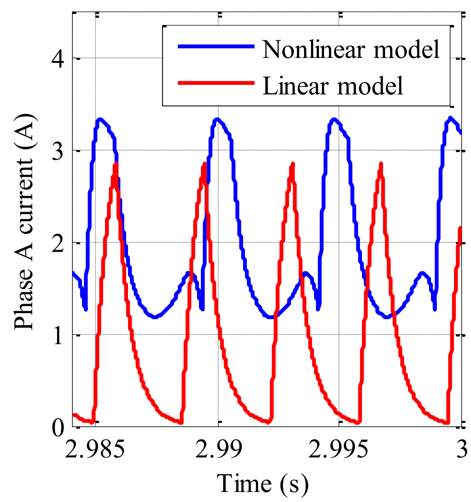


Fig. 7. Phase A current response, without demagnetization.

B. *Step input simulation*

For this experiment, the behavior of both models of the motor around the operating point are compared, considering demagnetization of the phases. In each of the tests, both models are stabilized at a speed of 2000rpm for 2 seconds and then a step is applied to the voltage input to vary the speed to 1000, 1500, 2500 and 3000rpm for 2 seconds and the behavior of the speed and torque responses is observed. Fig. 8 and 15. In each of the tests, the average values of speed and torque obtained in the two models were measured and the percentage error was calculated. The data collected is summarized in the table I.

TABLE I. ERROR AROUND THE OPERATING POINT

Operating speed (rpm)	Speed error (%)	Torque error (%)
1000	8.4	2.8
1500	2.7	0.4
2500	1.5	0.8
3000	2.7	1.2

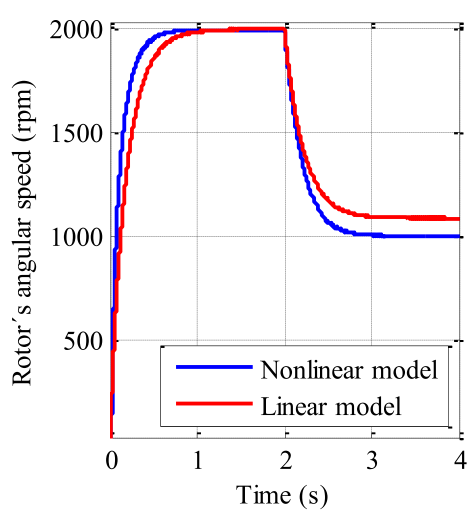


Fig. 8. Rotor's angular speed response, with step at 1000 rpm.

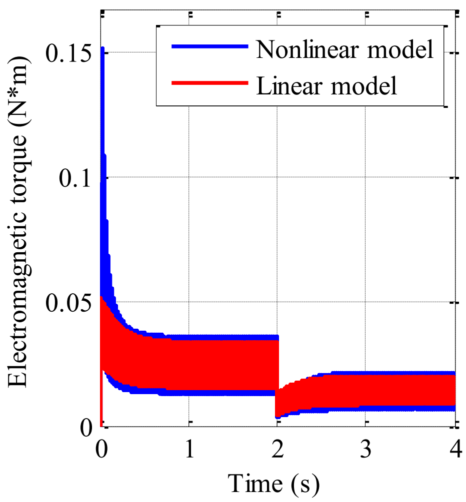


Fig. 9. Electromagnetic torque response, with step at 1000 rpm.

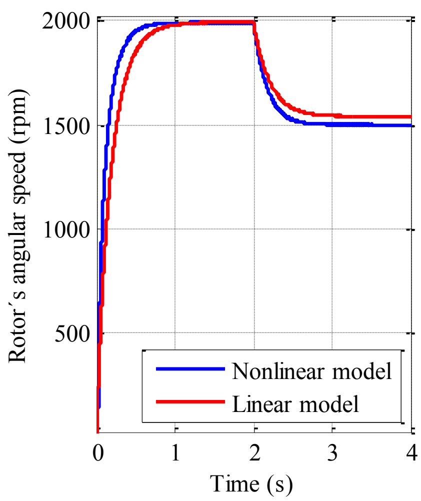


Fig. 10. Rotor’s angular speed response, with step at 1500 rpm.

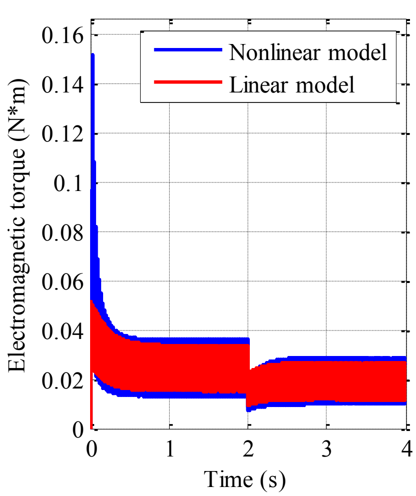


Fig. 11. Electromagnetic torque response, with step at 1500 rpm.

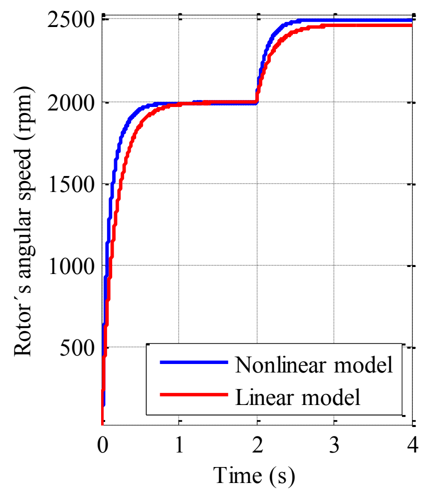


Fig. 12. Rotor’s angular speed response, with step at 2500 rpm.

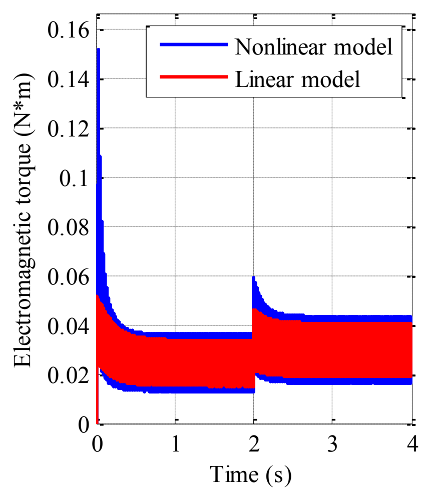


Fig. 13. Electromagnetic torque response, with step at 2500 rpm.

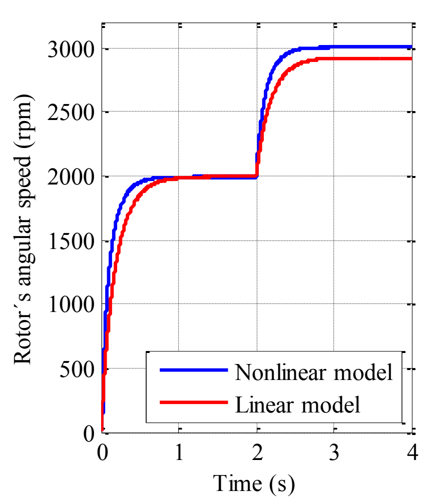


Fig. 14. Rotor’s angular speed response, with step at 3000 rpm.

DOI: 10.46300/9106.2021.15.159 Volume 15, 2021

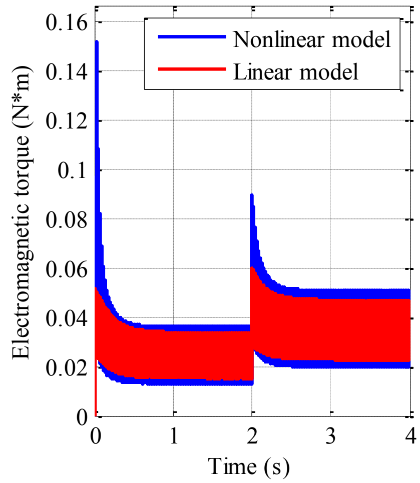


Fig. 15. Electromagnetic torque response, with step at 3000 rpm.

C. Simulation with sinusoidal input

In order to observe the behavior of the models to oscillatory variations, both models were simulated as in the previous experiment, considering demagnetization. For 2 seconds it is operated at 2000rpm and then a sinusoidal signal is applied with different frequencies, passing through 0.25, 0.5, 0.75 and 1 rad/s and with an amplitude that varies the operating point from 700 to 3000rpm, the speed and torque responses for a frequency of 0.75 rad/s are shown in Fig. 16 and 17.

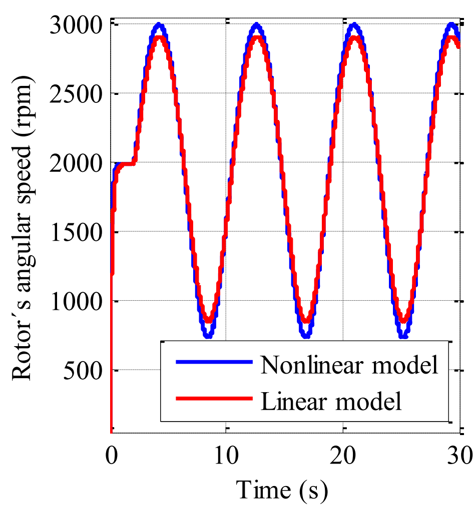


Fig. 16. Rotor’s angular speed response, from 700 to 3000 rpm at 0.75 rad/s.

VII. Discussion of Results

From the first experiment, we can see how the linear model fails to reproduce the oscillations in the torque curves and consequently the same happens in the speed curves. This occurs, since, at the moment in which one phase is turned off and the next phase is turned on, the corresponding discharge and charge curves are compensated causing the total electromagnetic torque to be continuous. On the other hand, it

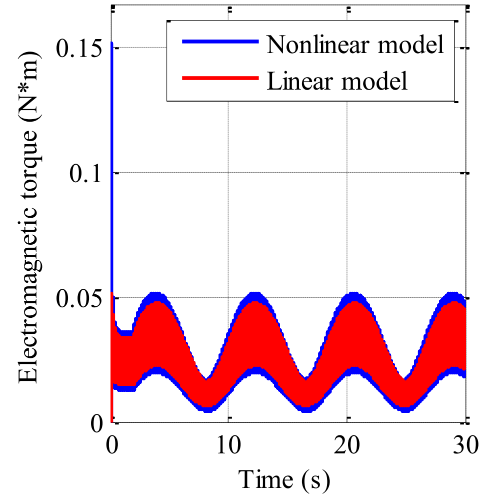


Fig. 17. Electromagnetic torque response, from 700 to 3000 rpm at 0.75 rad/s.

is observed how thanks to the demagnetization of the phases both models demonstrate a similar behavior in the speed and torque responses. This is due to the fact that the oscillating effect of the back EMF that differentiates both models is greatly reduced by demagnetization, since this causes the input voltage and voltage drop terms to be greater than the corresponding term. to the back EMF.

From the second experiment, we can see in table I, the error obtained, by varying the operating point of the motor in a range of 100% of the original operating point, remains below 8.4%, obtaining a greater error at speeds below the operating point.

From the last experiment, it is observed how the linear model manages to replicate the behavior of the non-linear in the speed responses, maintaining a maximum error of 8.5% in the peaks of the oscillations, this without significantly changing the behavior when varying the frequency. Regarding torque, unlike what happened in the step tests, the responses obtained are more similar, since there are no abrupt changes in input voltage.

VIII. Conclusion

In this work, the modeling, analysis, linearization and simulation of a SRM 8/6 was presented considering Coulomb plus viscous friction and an ideal inverter circuit of bridge converter topology. From this work it was observed in the analysis part that, when trying to obtain an exact linearization of the system, to carry out a possible control using non-linear techniques, the result obtained is a linearization that would be useful only for position control, because it was necessary to change the output function. On the other hand, the transfer function of the linear model agrees with what is normally obtained in models of direct current motors, in which there are extremely separated poles between the electrical and mechanical subsystems; also, no zeros are obtained, just like expected from the zero dynamics of the nonlinear model. In addition, the linear model manages to reproduce the behavior of the non-linear model in a wide operating range, maintaining an error of less than 10%. Therefore, it is feasible to design a classic controller based on the linear model, if phase demagnetization is considered.

Some recommendations for future work may be to compare the linear model with a non-linear model that considers the saturation phenomenon to observe the differences when the motor is subjected to saturation. It is also recommended to replace the ideal circuit with a circuit that has the characteristics of diodes and transistors to obtain a more complete model.

References

[1] K. Kiyota, T. Kakishima, and A. Chiba, “Comparison of test result and design stage prediction of switched reluctance motor competitive with 60-kw rare-earth pm motor,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5712-5721, 2014.

[2] T. J. E. Miller, *Electronic control of switched reluctance machines.* Elsevier, 2001.

[3] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press, 2017.

[4] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

[5] X. Wang, R. Palka, and M. Wardach, “Nonlinear digital simulation models of switched reluctance motor drive,” *Energies*, vol. 13, no. 24, p. 6715, 2020.

[6] K. Aiso and K. Akatsu, “High speed srm using vector control for electric vehicle,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 61-68, 2020.

[7] C. Li, G. Wang, J. Liu, Y. Li, and Y. Fan, “A novel method for modeling the electromagnetic characteristics of switched reluctance motors,” *Applied Sciences*, vol. 8, no. 4, p. 537, 2018.

[8] P. Azer, S. Nalakath, B. Howey, B. Bilgin, and A. Emadi, “Dynamic vector modeling of three-phase mutually coupled switched reluctance machines with single dq-quadrant lookup tables,” *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 1, pp. 271-283, 2020.

[9] I. S. Sarwar, “Modelling and motion control of bldc motor for pan tilt platform.” *WSEAS Transactions on Systems and Control*, vol. 16, pp. 183-193, 2021.

[10] M. Tariq, T. Bhattacharya, N. Varshney, and D. Rajapan, “Fast response antiwindup pi speed controller of brushless dc motor drive: Modeling, simulation and implementation on dsp,” *Journal of electrical systems and information technology*, vol. 3, no. 1, pp. 1-13, 2016.

[11] C. Xiang, X. Wang, Y. Ma, and B. Xu, “Practical modeling and comprehensive system identification of a bldc motor,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, 2015.

[12] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.

[13] H. Olsson, K. J. Åström, C. C. De Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky, “Friction models and friction compensation,” *Eur. J. Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176-195, 1998.

[14] A. De la Guerra, “Observabilidad de motores de reluctancia conmutada,” Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2011.

[15] F. Khorrami, P. Krishnamurthy, and H. Melkote, *Modeling and adaptive nonlinear control of electric motors*. Springer Science & Business Media, 2003.

[16] A. Isidori, E. Sontag, and M. Thoma, *Nonlinear control systems*. Springer, 1995, vol. 3.

[17] J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá, J. Jaimes-Ponce, R. A. Alcántara-Ramírez, and E. Arévalo Zamudio, “Identification and real time speed control of a series dc motor,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2017, 2017.

[18] J. Jimenez-Gonzalez, F. Gonzalez-Montañez, V. M. Jimenez-Mondragon, J. U. Liceaga-Castro, R. Escarela-Perez, and J. C. Olivares-Galvan, “Parameter identification of bldc motor using electromechanical tests and recursive least-squares algorithm: Experimental validation,” in *Actuators*, vol. 10, no. 7. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2021, p. 143.

[19] C. A. Pérez-Gómez, J. U. Liceaga-Castro, and I. I. Siller-Alcalá, “Comparative study between classical controllers and inverse dead zone control for position control of a permanent magnet dc motor with dead zone,” in *TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS*, vol. 15. WSEAS, 2020

[20] W. Piotr, *Dynamics and control of electrical drives.* Springer Science & Business Media, 2011.

Contribution of individual authors to the creation of a scientific article (ghostwriting policy)

Jesús D. González-San Román programmed the models, carried out the simulations and contributed to the theoretical analysis.
Jesús U. Liceaga-Castro and Irma I. Siller-Alcalá contributed to the theoretical analysis.
Eduardo Campero-Littlewood carried out the electrical motor’s analysis.

Sources of funding for research presented in a scientific article or scientific article itself

The project was funded by the UAM-Azc and by CONACYT scholarship grant to Jesús D. González-San Román

Creative Commons Attribution License 4.0 (Attribution 4.0 International , CC BY 4.0)

Performance tests of a PI speed controller applied in a non-linear model of a switched reluctance motor 8/6

J. D. GONZÁLEZ-SAN ROMÁN, J. U. LICEAGA-CASTRO, I. I. SILLER-ALCALÁ AND E. CAMPERO-LITTLEWOOD
Department of Electronic
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Av. San Pablo Xalpa 180, Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, C.P. 02200 Ciudad de México
MÉXICO

Abstract: - This article presents the performance tests, by simulation, of a classic PI speed controller applied to a switched reluctance motor (SRM) 8/6. The motor is represented by a linearization of the simplified non-linear model at an operating point set at 2000rpm. The model includes Coulomb plus viscous friction nonlinearity and an ideal inverter circuit. The control system simulations that are carried out are divided into two types: regulation tests and tracking tests, all simulations are carried out in Matlab® / Simulink software.

Key-Words: - Switched reluctance motor (SRM), speed control, PI controller, Linear control, Simplified model, Coulomb friction.

Received: July 30, 2021. Revised: September 10, 2021. Accepted: September 13, 2021. Published: September 16, 2021

1 Introduction

The switched reluctance motor is a direct current double salient electric machine that lacks permanent magnets, brushes and rotor windings, its structure has salient poles in both the stator and rotor and concentrated stator windings located in diametrically opposite pairs. Unlike what happens in dc motors, in these motors the rotation occurs thanks to the magnetic field that appears when each phase of the stator is energized. The field tends to flow through the rotor poles causing it to adopt the position of minimum reluctance and consequently the field is maximum.

SRM has several advantages such as, simple and robust construction, high torque at low speeds, large power-to-size ratio, efficient energy conversion, wide operating speed range, and easy cooling [1] - [4]. For this reason, it has been used in different applications such as washing machines, electric vehicles, electric doors, compressors, vacuum cleaners, air conditioning, pumping, etc. [4] and [5]. However, the SRM also has some disadvantages that can limit its use, such as a large number of connections, audible noise in its operation, requires position sensors and drive circuit and curl in speed and torque signals [6].

To properly take advantage of these characteristics of the SRM, an optimal excitation and control of the same is necessary. This is not easy to obtain experimentally and it can even be a difficult and time-consuming task, depending on the complexity of the controllers, to implement the necessary tests. For this reason, computational simulation of proper SRM models and its control systems becomes essential for the analysis and design of controllers for any SRM.

In recent years, various control systems have been made for SRM for different purposes and implementing different control techniques. Some researches base their control systems on the technique of direct instantaneous torque control (DITC) [7] and [8], for example, in [8] where a DITC is proposed that replaces the torque hysteresis with a width modulation pulse control (PWM) to set the switching frequency, reducing torque oscillations. In other works, it is chosen to apply the vector control technique [9] and [10], in the latter this control technique is applied to drive an SRM in the high-speed region with the specifications of low vibration level, high motor efficiency and wide speed range. A commonly used control technique for SRM control is Fuzzy Logic Control (FLC) as implemented in [11] and [12]. In the work developed in [12] an FLC is implemented that determines the gains of a conventional proportional-integral controller executed by a programmable logic controller, the result is a speed control that eliminates overshoots and reduces settling times compared to a conventional proportional-integral controller.

In this work, a classic proportional-integral (PI) controller is proposed that guarantees stability and performance to parametric variations, for the speed control of an SRM around an operating point established at 2000 rpm. This article follows up on the SRM models comparison work presented in [13]. The ideal inverter circuit that implements the simulation allows the motor to rotate clockwise with positive voltages and with negative voltages the motor to rotate counterclockwise. This allows implementing a speed control through the input voltage variable, avoiding internal current control loops that are very common in the control of SRM's.

2 Mathematical Model of the SRM

There are different models to represent the dynamics of the SRM, among which is the so-called simplified model, which considers the following [14]:

- There is no saturation of the material, therefore the flux linkages are described by the product of inductance and phase current.
- The fringing effects are neglected.
- Mutual inductance is negligible.
- The motor phases are identical in resistance and inductance.
- Inductance is a function of rotor position [15].

The equations that make up this model are (1) and (2), which represent the equations that govern the dynamics of the electrical subsystem and mechanical subsystem, respectively.

$$\frac{di_j}{dt}=\frac{v_j-Ri_j-L_1N_ri_j\omega sin\left(N_r\theta-\left(j-1\right)2\pi/N\right)}{L_0-L_1cos\left(N_r\theta-\left(j-1\right)2\pi/N\right)} \tag{1}$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{1}{J}\left[\frac{N_rL_1}{2}\sum_{j=1}^{N}i_j^2\,sin\left(N_r\theta-\left(j-1\right)\frac{2\pi}{N}\right)-\tau_l-\tau_f\right] \tag{2}$$

Where, v_j, i_j, and R, are the voltage, current, and resistance of phase j, L_0 is the self-inductance of each phase, L_1 is the inductance dependent on the position of the rotor, N_r is the number of poles of the rotor, N is the number of phases of the stator, q is the rotor position, ω is the angular velocity, J is the moment of inertia, τ_e, τ_l and τ_f are the corresponding electromagnetic, load and friction torque, the latter is represented by Coulomb plus viscous friction model [16], equation (3).

$$\tau_f=D\omega+\Delta\,sgn\left(\omega\right) \tag{3}$$

Where, D is the viscous coefficient and Δ is the Coulomb friction force. Considering the parameters of the SRM RA130135 from System Tech, with eight poles in the stator, six poles in the rotor (8/6) and four phases, given by:

- $Vmax$ =24 Vdc
- $N=4$
- $N_r=6$
- $J=3.9063$ Kg m^2
- $\tau_l=0.01$ N m
- $D=0.0001$ N m/rad/s
- $\Delta=0.005$ N m
- $R=1\ \Omega$
- $L_0=2.1$ mH
- $L_1=1.3$ mH
- $\Theta=2°$.

The single-phase transfer function of a SRM, that relating rotor's speed to input voltage, is obtained and shown in (4).

$$G\left(s\right)=\frac{\omega\left(s\right)}{V\left(s\right)}=\frac{283470}{s^2+1619.7s+6740.2}; \quad poles=\left\{-4.2,-1615.5\right\}; \tag{4}$$

As can be seen from (4) the transfer function has two extremely separated poles, thus, can be simplified by dominant pole [17], the resulting function is shown in (5).

$$G\left(s\right)=\frac{176.64}{s+4.2} \tag{5}$$

3 Proposed PI Controller

As mentioned above, the classic controller that we want to add to the SRM will be cheap and easy to implement, it also has the task of controlling the motor´s speed satisfying the following design specifications; bandwidth around to 8 rad/s, infinite gain margin and phase margin > 60 °. The proposed controller was designed using the Bode shaping [18]-[19] technique, in this way it is possible to gradually adjust both the gain margin and the phase margin by adding poles or zeros and varying its gain and location frequency, up to obtain a Bode plot that reflects the desired margins. The transfer function of the proposed PI controller is shown in (6)

$$C(s) = \frac{0.0474(s+4)}{s} \tag{6}$$

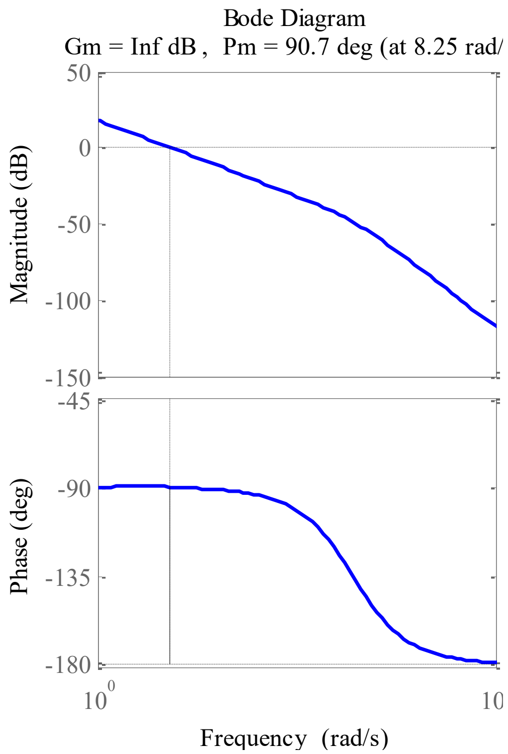


Fig. 1. Control system Bode diagram.

Bode shaping is performed by analyzing the closed loop of the C(s)G(s) system by drawing the Bode diagram of magnitude and phase, Fig. 1. In this diagram it can be easily observed how the controlled system satisfies the design specifications, obtaining an infinite gain margin, a phase margin of 90.7° and a bandwidth of 8.25 rad/s.

4 Simulations

The linear model of the motor that was simulated was programmed in Matlab / Simulink and whose ideal inverter circuit has: Bridge converter topology, demagnetization of the phases, hysteresis current regulation technique, soft chopping technique and the negative voltages are interpreted as counter clockwise turns.

To test the performance of the PI controller, three tests were carried out to evaluate the behavior of the control system in regulation and tracking problems over a wide operating range.

4.1 Regulation test

As a first test, a square reference signal is applied from 1500 to 2500 rpm for 15 seconds. In the Fig. 2 to 5 rotor´s speed, control input, electromagnetic torque, and current responses for each phase are shown.

From the Fig. 2 It is observed how the control system manages to establish the response of the rotor´s speed to the reference signal value with an establishment time of 1 second, the speed response reaches a maximum curl amplitude of 1.1 rpm, which corresponds at a curl of 0.07%.

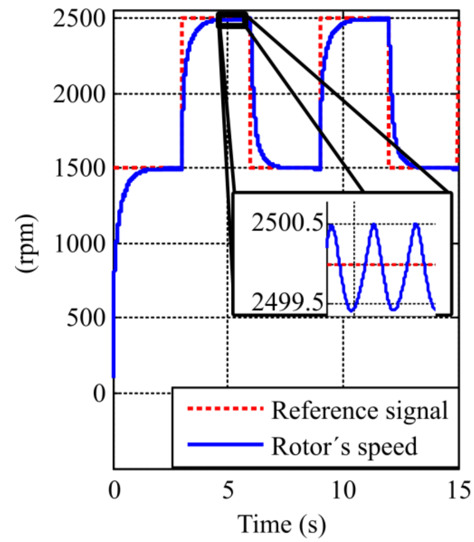


Fig. 2. Rotor´s speed response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

From the control input response of the Fig. 3, It is observed how the voltage obtains minimum and maximum values of 4.7 and 10.7V respectively, which are reached when the reference signal changes abruptly between 1500 and 2500rpm.

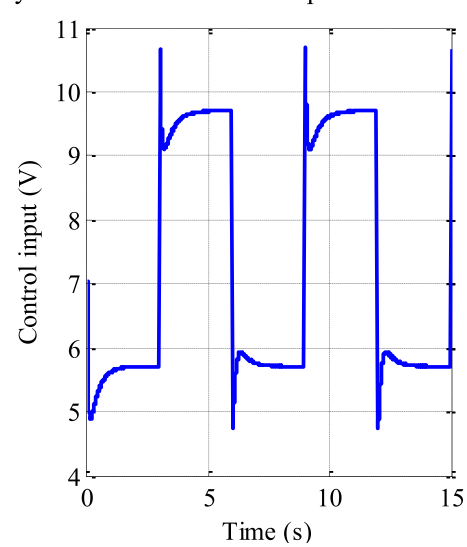


Fig. 3. Control input response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

Regarding the torque response observed in the Fig. 4 It is noted how at the beginning of the test when the control signal changes abruptly, this change produces a maximum peak of torque that reaches 0.189 Nm and later, maximum peaks of 0.1 Nm and minimum of 0.004 Nm.

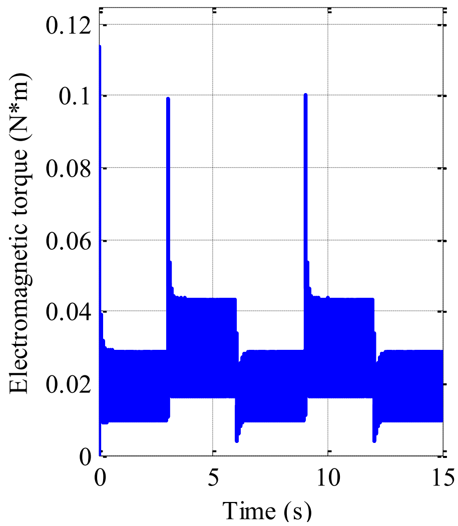


Fig. 4. Torque response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

From the Fig. 5 the current responses of each phase are observed, which are very similar to each other. It is important to highlight how even in the instants in which the control input changes abruptly, the maximum current values only reach 5A.

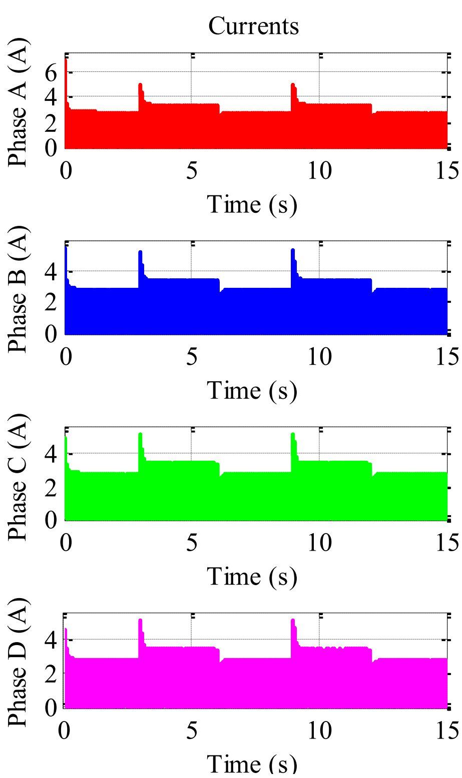


Fig. 5. Phase currents responses to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

As a second test, a square reference signal is applied that causes clockwise and anti-clockwise turns at 2000 rpm, that is, varying the operating speed from -2000 to 2000 rpm. As in the previous test, the responses of speed, control input, electromagnetic torque and current of each phase are observed, shown in the Fig. 6 to Fig. 9.

From Fig. 6 it is observed how the rotor speed reaches the final values of the reference signal even when the reference is at -2000 rpm, like the previous test, the establishment time is 1 second, in this case the curl amplitude reached a maximum value of 1.2 rpm, that is, 0.06% of curl. This result is expected given that, despite operating in a much wider range, the lower and upper limits are closer to the operating point at 2000 rpm established for this system, and in the case where the reference signal is at -2000 rpm, the behavior of the system is extremely similar to when it is at 2000 rpm, thus curls of similar amplitude are obtained.

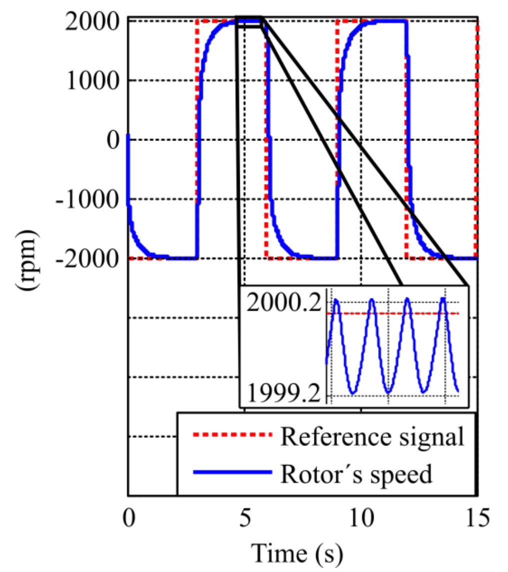


Fig. 6. Rotor´s speed response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

In Fig. 7 the response of the control input is observed, which obtains minimum peaks of -12.28V and maximum of 12.11V, achieving an almost symmetric signal with respect to the time axis, once again this is due to the fact that the clockwise and counter clockwise system behavior are quite similar.

Fig. 8 shows the response of the electromagnetic torque of the motor, it can be seen how in this test the maximum and minimum values reached by the torque are 0.1816 Nm and -0.1825 Nm, which indicates that as with the input control, the torque response becomes practically symmetrical respect to the time axis. It is important to note that despite observing negative quantities in Fig. 8, these are due to the fact that the torque is measured with respect to a reference frame.

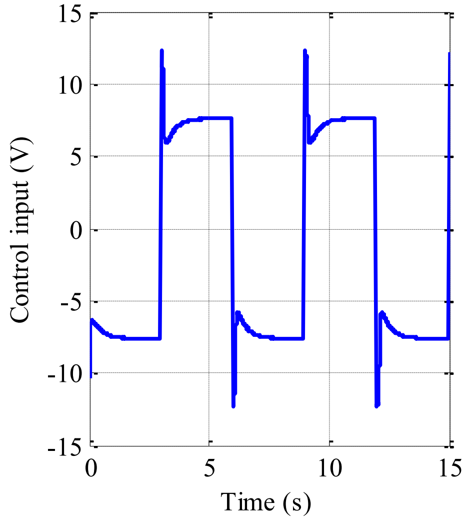


Fig. 7. Control input response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

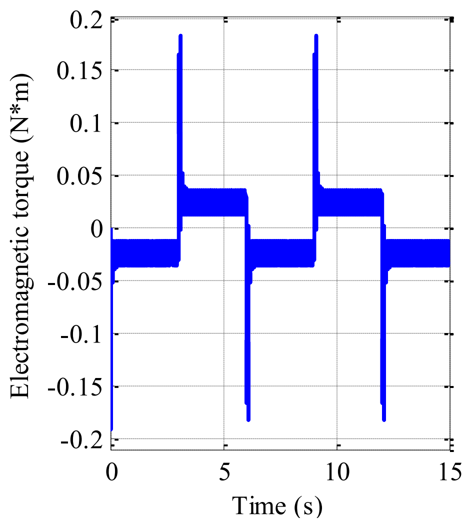


Fig. 8. Torque response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

Finally, from the phase current responses shown in Fig. 9, it is observed how all phases reach a maximum current value of 7 A, due to the current regulation of the inverter circuit that the SRM model has. Without this feature, the phase current could have increased to 8 A or more, which, depending on the resistance of the motor windings, could damage them. It is for this reason that even if the SRM has a position, speed or torque control system, it is necessary to have protection against harmful current increases, which in this case regulates the current through hysteresis.

To conclude the regulation tests, the previous experiment is repeated, but with a reference signal of -500 to 500rpm, in order to observe the behavior of the controller at low speeds. Motor responses are shown in Figs 10 to 13.

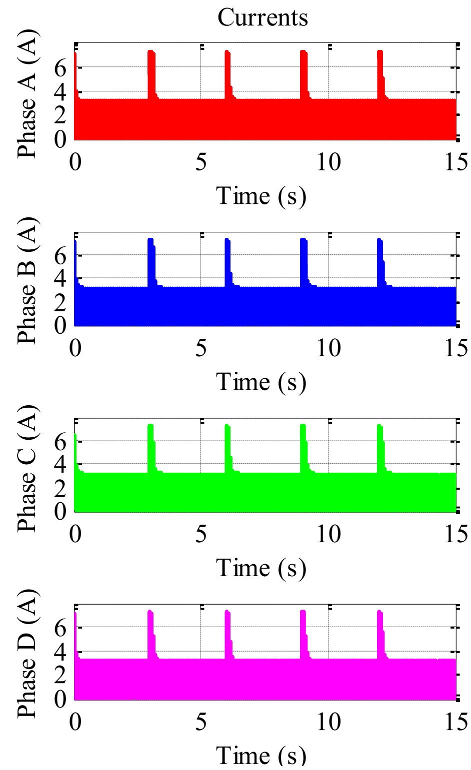


Fig. 9. Phase currents responses to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

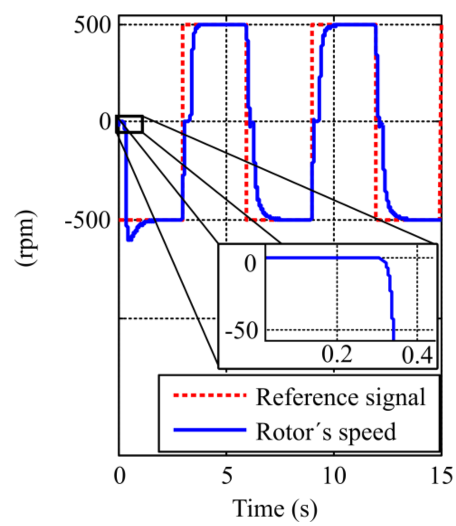


Fig. 10. Rotor´s speed response to reference signal from -500 to 500 rpm.

In Fig. 10 It is observed how the motor reaches the reference speed obtaining a curl greater than that seen in the previous tests with a value of 0.42%. However, the most remarkable thing about this test is the dead zone that the motor exhibits every time there is a sudden change of rotation. The dead zone occurs due to the friction of the motor, which prevents the rotor from turning with low voltages, this occurs when operating the motor at low speeds due to the low voltage demand. In the speed response we can see how the dead zone keeps the rotor without movement for approximately 0.3 seconds, this can cause poor motor performance in some applications that require operating the motor at low speeds. The dead zone problem can be reduced by using a proportional controller with double integral effect (PII), as demonstrated in the work done in [20].

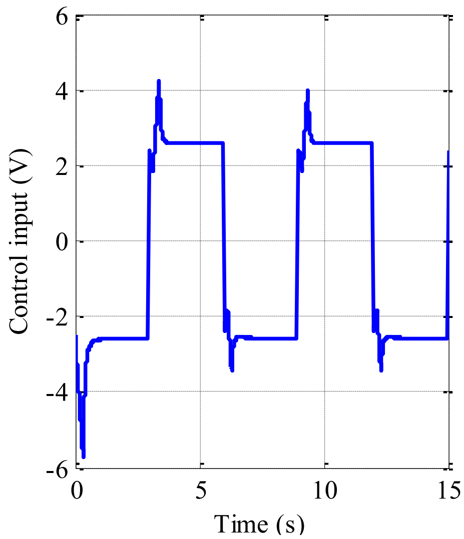


Fig. 11 Control input response to reference signal from -500 to 500 rpm.

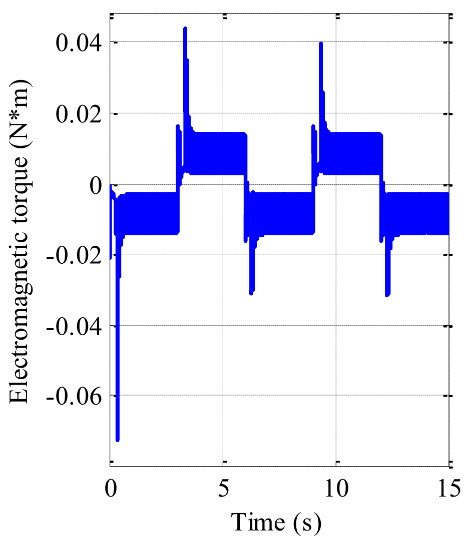


Fig. 12. Torque response to reference signal from -500 to 500 rpm.

From Fig. 11 It is observed how the response of the control input is established in symmetric voltages of approximately 2.57V, presenting voltage peaks in the changes of rotation. As expected, the largest peak is observed at the beginning of the simulation, because the rotor is at rest and, therefore, requires a higher torque to start moving and a higher voltage, compared to what occurs when the rotor is at rest. rotor is already in motion. A similar behavior is observed in the torque response shown in Fig. 12 Where the torque has a maximum peak at the beginning of the simulation.

Finally, in Fig.13 the current responses of the phases, it is observed that the steady state current has low consumption with an average value of 1 A. In a similar way to the control input in the changes of rotation, it is observed how the current increases from gradually, only phase A, this is only due to the fact that the change of rotation occurred when the phase was active.

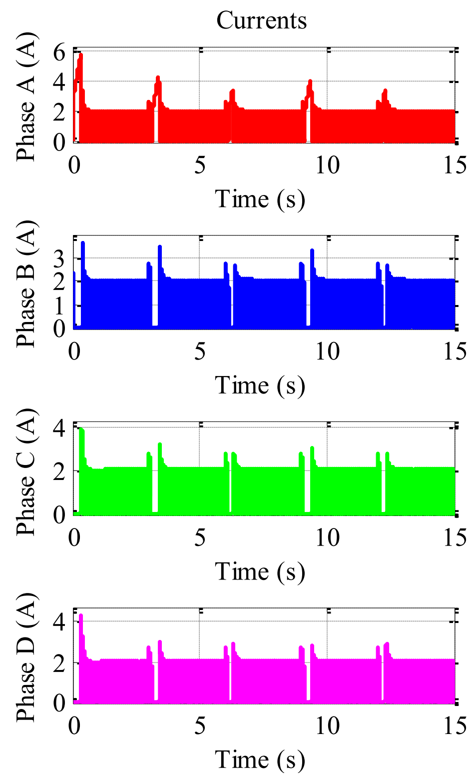


Fig. 13. Phase currents responses to reference signal from -500 to 500 rpm.

4.2 Tracking test

For this test, a sinusoidal reference signal is applied to the system that varies between 1000 and 3000 rpm at a frequency of 0.5 rad/s, this oscillation frequency is coherent with the bandwidth of the system, which was obtained is 8.25 rad/s. Fig. 14 to Fig. 17 show the corresponding responses for speed, control input, torque, and phase currents.

In the Fig. 14 is possible to observe how the SRM is able to satisfactorily follow the reference signal with negligible lag, with a maximum error of 0.6% in the peaks of the reference signal oscillations. The maximum amplitude of the curl obtained is 1.7 rpm, which corresponds to a curl of 0.06%.

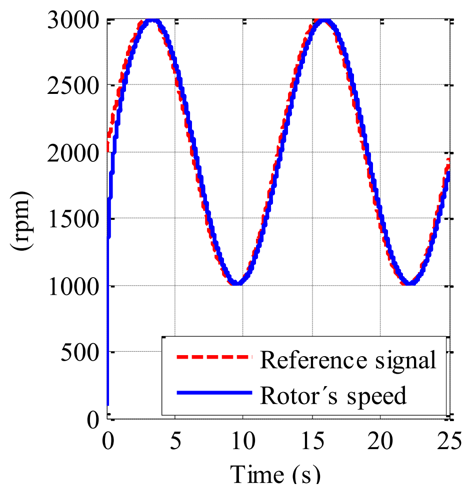


Fig. 14. Rotor´s speed response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm at 0.5 rad/s.

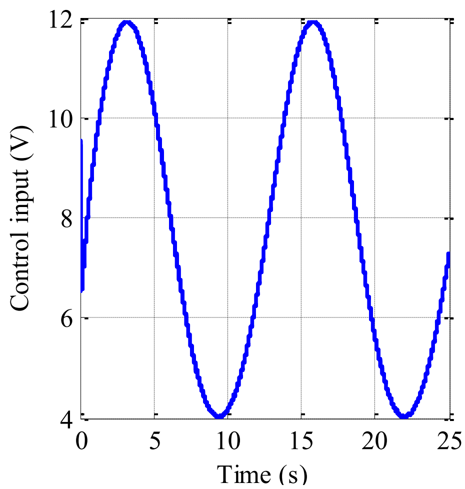


Fig. 15. Control input response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm at 0.5 rad/s.

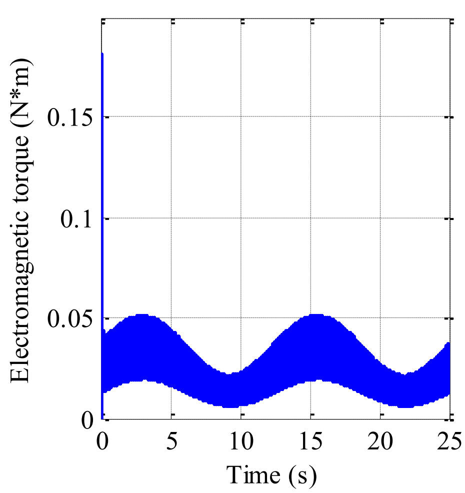


Fig. 16. Torque response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm at 0.5 rad/s.

From the Fig. 15 it can be seen how, as it is a tracking test, in this case of a sinusoidal signal, the control input tends to adopt the shape of the reference signal since there are no abrupt changes and the system shows to follow effectively the reference.

From the Fig. 16 it is observed how the motor torque acquires a sinusoidal shape like the control input, presenting a single peak at the beginning due to the sudden demand for speed that starts at 2000rpm.

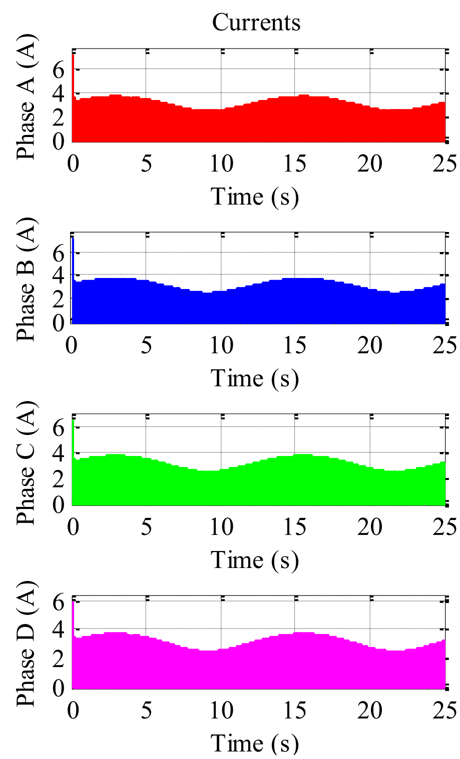


Fig. 17. Phase currents responses to sinusoidal to reference signal from 1000 to 3000 rpm at 0.5 rad/s.

Finally, from the Fig. 17, the current responses of each of the phases are observed, in them it is noted that the maximum value that the currents reach does not exceed 4 A and the average value is close to 2 A.

For the following test, the frequency of the reference signal is increased to 1 rad/s to observe the behavior of the system with frequencies close to the bandwidth. The graphs obtained are shown in Figs. 18 to 21.

In Fig. 18 The rotor speed response is shown, where it is observed how it fails to reach the peak values of the reference signal, obtaining maximum speeds of 2950rpm and minimum speeds of 1025 rpm that correspond to an error value of 1.67% and 2.5%, respectively. Furthermore, it is observed that there is a time lag of approximately 0.2 seconds. This speed response is expected because the frequency of the reference signal is 1 rad/s very close to the frequency of the bandwidth, for this reason, the gain of the system is reduced and an there is a time lag.

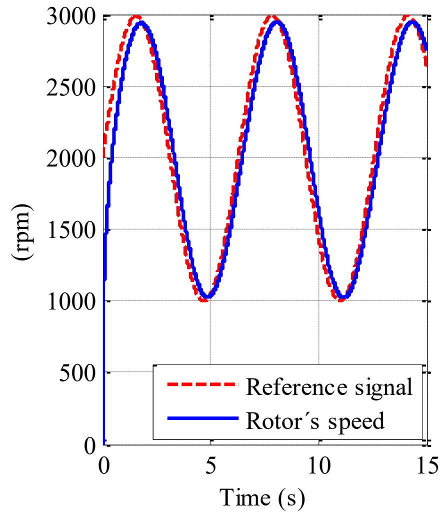


Fig. 18. Rotor´s speed response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm at 1 rad/s.

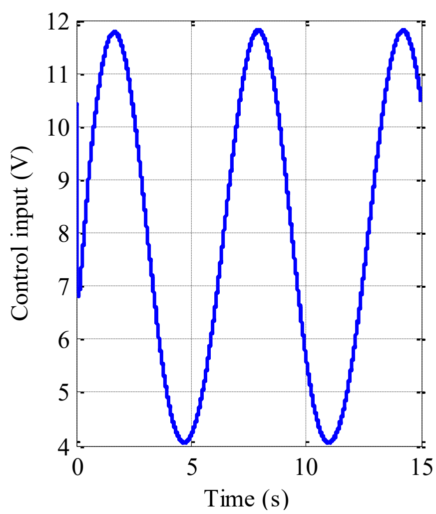


Fig. 19. Control input response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm at 1 rad/s.

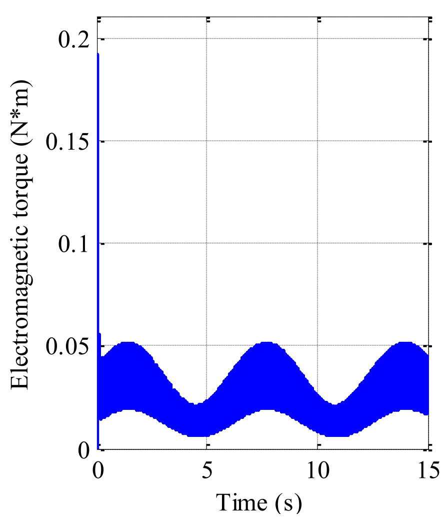


Fig. 20. Torque response to sinusoidal reference signal from 1000 to 3000 rpm at 1 rad/s.

On the other hand, in the case of the control input, torque and phase currents responses, the differences obtained with respect to the previous test are minimal. That is, the control input obtains peak values very similar to the previous test, while the torque only differs from the peak obtained at the beginning of the simulation, this is due to the fact that the reference signal is twice as fast as the previous signal. Finally, the current responses behave identical to that obtained from the previous test, obtaining an average consumption of 2 A.

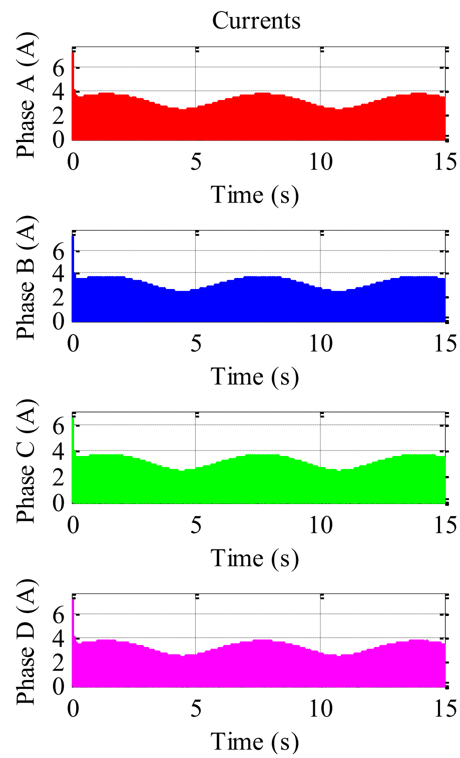


Fig. 21. Phase currents responses to sinusoidal to reference signal from 1000 to 3000 rpm at 1 rad/s.

As a final test, a reference signal is given that oscillates around 2000 rpm with an amplitude of 500 rpm and a frequency of 0.5 rad / s for 30 seconds, subsequently repeating the above but around 2000 rpm. With this reference signal it will be possible to observe the behavior of the controller in a more demanding follow-up test. The responses obtained are shown in Figs. 22 to 25.

In Fig. 22 it is observed how the rotor speed follows the reference signal in such a way that both signals are almost identical throughout the test, except in the instants in which there are considerable speed changes. In the case of the control input of Fig. 23, it is observed how it oscillates symmetrically, reaching voltage peaks of approximately 10V, in abrupt speed changes. The same happens in both the torque response and the current response.

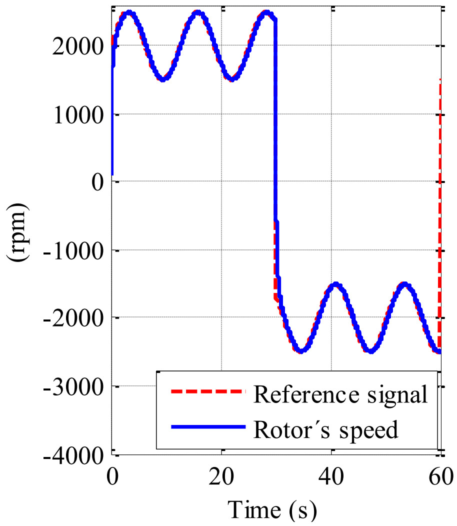


Fig. 22. Rotor´s speed response to combined reference signal.

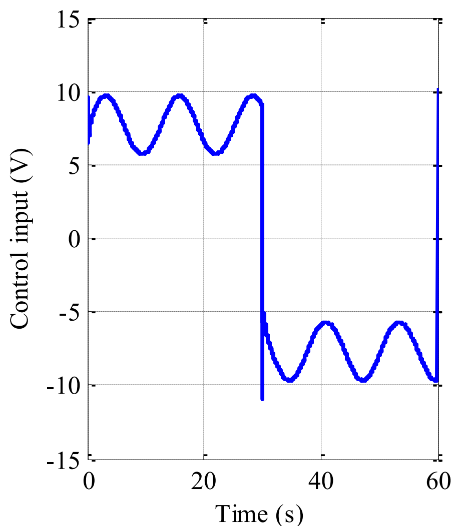


Fig. 23. Control input response to combined reference signal.

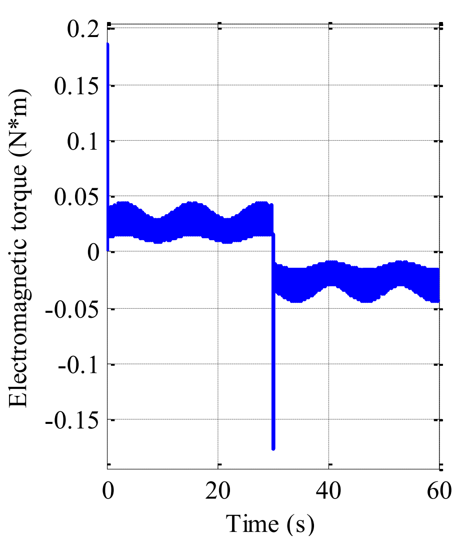


Fig. 24. Torque response to combined reference signal.

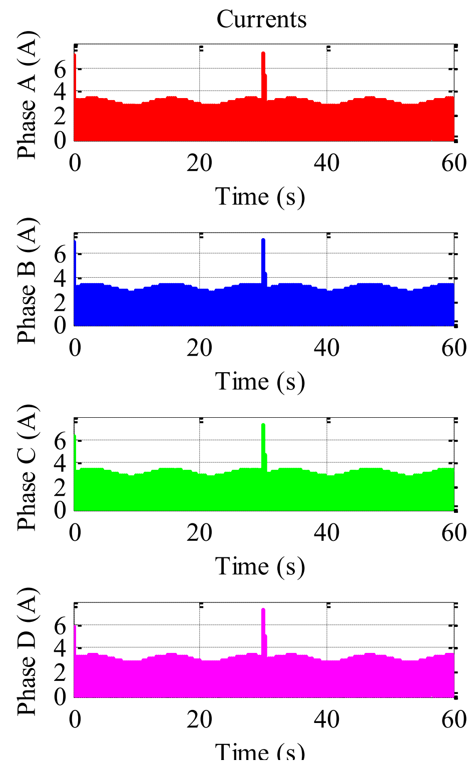


Fig. 25. Phase currents responses to combined reference signal.

5 Conclusion

In this document, a robust PI controller was proposed for the speed control of an SRM 8/6, designed from the linear model, since the great advantage that this model offers over others is the applicability of linear control techniques. The simulation considers an ideal inverter circuit and Coulomb plus viscous friction.
From the tests carried out, it was observed that the proposed controller proved to have a performance both in regulation and in tracking, in a wide operating range, thus proving that it is possible to design high performance and robust controllers for this type of motors from a linear model. Some of practical applications for this controller can be some of those mentioned in the introduction, such as washing machines, electric doors, vacuum cleaners, air conditioning, etc. The main limitation of the use of this controller is directly related to the region of operation and the error that can be admitted in the speed response, this is determined by the SRM application. Furthermore, when it is desired to operate the motor at low speeds the dead zone problem arises, causing the motor to respond adequately until the control input is large enough.

Some recommendations for future work are to apply the controller to a more complete SRM model, such as the nonlinear model with saturation of the material or a model using the finite element method, in this way more precise answers could be obtained that help to predict the results of applying this controller to a real motor. On the other hand, it is necessary to implement some control strategy that allows reducing undesirable oscillations in the rotor speed response. To reduce the effect of the dead zone it is recommended to implement a proportional controller with double integral effect (PII), since this controller has proven to be effective in other works

References:

[1] K. Kiyota, T. Kakishima, and A. Chiba, “Comparison of test result and design stage prediction of switched reluctance motor competitive with 60 kw rare-earth pm motor,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5712-5721, 2014.

[2] T. J. E. Miller, *Electronic control of switched reluctance machines.* Elsevier, 2001.

[3] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

[4] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press, 2017.

[5] J.-W. Ahn and G. F. Lukman, “Switched reluctance motor: Research trends and overview,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, no. 4, pp. 339-347, 2018.

[6] J. Villegas and P. Vázquez, “Diseño de un sistema de control predictivo para el accionamiento de la máquina de reluctancia conmutada de un sistema de almacenamiento cinético para la mejora de la eficiencia en la edificación,” Ph.D. dissertation, Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, 2009.

[7] L. Liu, M. Zhao, X. Yuan, and Y. Ruan, “Direct instantaneous torque control system for switched reluctance motor in electric vehicles,” *The Journal of Engineering*, vol. 2019, no. 16, pp. 1847-1852, 2019.

[8] S. Wang, Z. Hu, and X. Cui, “Research on novel direct instantaneous torque control strategy for switched reluctance motor,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 66 910-66 916, 2020.

[9] M. Ma, Z. Wang, Q. Yang, S. Yang, and X. Zhang, “Vector control strategy of a t-type three-level converter driving a switched reluctance motor,” *Chinese Journal of Electrical Engineering*, vol. 5, no. 4, pp. 15-21, 2019.

[10] K. Aiso and K. Akatsu, “High speed SRM using vector control for electric vehicle,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 61-68, 2020.

[11] H. Haq and H. I. Okumus, “Flc-dtc method for torque ripples minimization of 8/6 switched reluctance motors drive,” *JAREE (Journal on Advanced Research in Electrical Engineering*), vol. 4, no. 1, 2020.

[12] A. Uysal, S. Gokay, E. Soylu, T. Soylu, and S. Çaşka, “Fuzzy proportional-integral speed control of switched reluctance motor with matlab/simulink and programmable logic controller communication,” *Measurement and Control*, vol. 52, no. 7-8, pp. 1137-1144, 2019.

[13] J. D. González-San Román, J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá and E. Campero-Littlewood " Comparison of linear and nonlinear models of a switched reluctance motor 8/6," *Accepted for publication in 2020 25th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC)*.

[14] A. De la Guerra, “Observabilidad de motores de reluctancia conmutada,” Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2011.

[15] F. Khorrami, P. Krishnamurthy, and H. Melkote, *Modeling and adaptive nonlinear control of electric motors*. Springer Science & Business Media, 2003.

[16] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.

[17] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2010, vol. 5.

[18] B. Saidi, M. Amairi, S. Najar, and M. Aoun, “Bode shaping-based design methods of a fractional order pid controller for uncertain systems,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 80, no. 4, pp. 1817-1838, 2015.

[19] N. Zhuo-Yun, Z. Yi-Min, W. Qing-Guo, L. Rui-Juan, and X. Lei-Jun, “Fractional-order pid controller design for time-delay systems based on modified bode's ideal transfer function,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 103 500-103 510, 2020.

[20] C. A. Pérez-Gómez, J. U. Liceaga-Castro, and I. I. Siller-Alcalá, “Comparative study between classical controllers and inverse dead zone control for position control of a permanent magnet dc motor with dead zone,” in *TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS*, vol. 15. WSEAS, 2020.

Contribution of individual authors to the creation of a scientific article

Jesús D. González-San Román programmed the models, carried out the simulations and contributed to the theoretical analysis and design of the controller.
Jesús U. Liceaga-Castro and Irma I. Siller-Alcalá contributed to the theoretical analysis and design of the controller.
Eduardo Campero-Littlewood carried out the electrical motor's analysis.

Sources of funding for research presented in a scientific article or scientific article itself

The project was funded by the UAM-Azc and by CONACYT scholarship grant to Jesús D. González-San Román

Creative Commons Attribution License 4.0 (Attribution 4.0 International , CC BY 4.0)

Speed ripple and dead zone effects reduction in an 8/6 switched reluctance motor based on classical control strategies

J. D. GONZÁLEZ-SAN ROMÁN, J. U. LICEAGA-CASTRO, I. I. SILLER-ALCALÁ AND R. A ALCANTARA RAMIREZ
Department of Electronic
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Av. San Pablo Xalpa 180, Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, C.P. 02200 Ciudad de México
MÉXICO

Abstract: - This work presents two control strategies, with the objective of reducing the undesirable effects of ripple and dead zone in the speed response of a switched reluctance motor (SRM) 8/6. The first strategy aims to reduce the dead zone by applying a double integrator classical controller, while the second strategy proposes a new strategy to reduce the speed ripple, which works in conjunction with a classic PI controller. The strategy, based on digital simulations shows a reduction on the dead zone effect and speed ripple, the simulations were performed using the Matlab® / Simulink software and are based on a simplified non-linear model that has the non-linearity of Coulomb friction plus viscous friction, as well as an ideal inverter circuit.

Key-Words: - Switched reluctance motor (SRM), speed control, PI controller, PII controller, PI+ Ripple Reductor controller, Linear control.

Received: April 7, 2021. Revised: September 26, 2021. Accepted: October 10, 2021. Published: October 23, 2021.

1 Introduction

As can be corroborated in different research works [1]-[5], switched reluctance motors have several interesting features or advantages, such as, simple and robust construction, high torque at low speeds, efficient energy conversion, large power-to-size ratio, easy cooling, and wide operating speed range.

For this reason, it is desirable to be able to use this type of motor making the most of each of these advantages. However, to be able to do this you need to meet two important requirements. The first is to optimally drive the motor with an inverter circuit, which ensures the independence of each of the phases and can demagnetize the active phases. The second requirement is to implement a control technique that allows reaching the desired position or speed efficiently.

This last point has prompted researchers to develop various control techniques for SRMs, which have different purposes. Some examples of these techniques are direct control of instantaneous torque [6] and [7], vector control [8] and [9], fuzzy logic control [10] and [11], among many others. However, most of the previous techniques can become very complex and difficult to implement, therefore, in the industry it is preferred to use classic controllers such as PI, due to its easy implementation, effectiveness and price. For this reason, much of the current research on the control of this type of motors seeks to improve this controller or design new control techniques taking the PI controller as a reference framework [12], [13] and [14].

One of the main problems to be solved through the control of the SRM's is undoubtedly to eliminate or reduce the ripple that appears naturally in the speed and torque responses. On the other hand, an improvement to be made in the operation of some direct current motors is the reduction of the dead zone, which, as occurs with ripple, affects the performance of the motor at low speeds.

In this work, two control techniques are presented, the objective of which is to eliminate or reduce the two problems described above. For this, the article is organized as follows:

Section 2 shows the electrical and mechanical characteristics of the motor, which were used to program the SRM simulations, as well as the transfer function and a PI controller that was tested on this motor. Later, in section 3 a PII controller is designed and simulated to address the dead zone problem of the SRM. In section 4, a PI control plus a ripple reductor is proposed, designed and simulated, which aims to reduce speed and torque oscillations. Finally, the section presents the conclusions of the work.

2 Characteristics and transfer function of the SRM 8/6

The parameters used for the development of this work are taken from the motor with eight stator poles and six rotor poles model RA130135 from the manufacturer System Tech, which are listed below [15]:

- $Vmax$ =24 Vdc
- $N = 4$
- $N_r = 6$
- $J = 3.9063$ Kg m^2
- $\tau_l = 0.01$ N m
- $D = 0.0001$ N m/rad/s
- $\Delta = 0.005$ N m
- $R = 1\ \Omega$
- $L_0 = 2.1$ mH
- $L_1 = 1.3$ mH

Through an analysis of the non-linear structure of the motor model (degree, relative degree and zero dynamics) and a subsequent linearization at an operating point, the single-phase transfer function of the motor is (1), as can be verified on [15].

$$G(s) = \frac{283470}{s^2 + 1619.7s + 6740.2} \tag{1}$$

Due to the wide distance between the two poles of the transfer function (1), it is possible to simplify it by means of pole dominance [16], obtaining the transfer function shown in (2).

$$G(s) = \frac{176.64}{s + 4.2} \tag{2}$$

As demonstrated in [17] this type of motor is easily controllable by a PI controller, satisfying robustness margins greater than the typical margins of 12dB of gain and 45 ° of phase, the transfer function and Bode diagram of said controller are shown in (3) and Fig. 1.

$$C(s) = \frac{0.0474(s+4)}{s} \tag{3}$$

However, this controller exhibited the following two problems. Firstly, when operating at low speeds, approximately below 600rpm, motor performance was affected by dead zone non-linearity, causing starting difficulties and overshoots due to large increases in control input voltage. that the PI controller applied to the motor to get out of the dead zone.

The second problem that the control of this motor showed, was the ripple of the speed and torque signals, which are proven by the commutations of the motor, like the first problem, the ripple represents a problem for the user mainly to low speeds where the percentage of ripple can rise significantly.

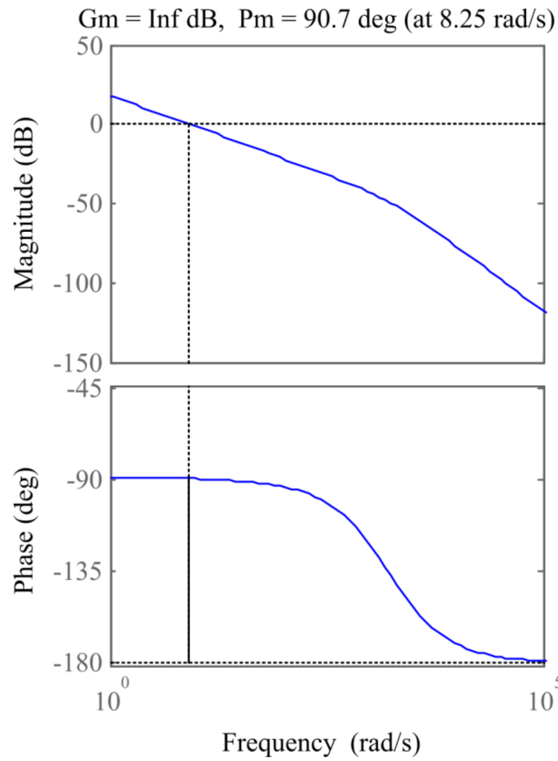


Fig. 1. PI Control system Bode diagram.

3 Proposed PII Controller

As demonstrated in [17] the PI controllers applied to SRM 8/6, it proved to have excellent performance in regulation and tracking, satisfying robust margins. However, as with other electric motors, the non-linear phenomenon called dead zone occurs, making it difficult to operate the motor at low speeds with the same performance. For this reason, in this section a proportional controller with double integral effect or PII is design, which, as demonstrated in [18], can minimize the dead zone effect.

The technique to design this controller is through Bode shaping, in this case we start from the already designed PI controller and add an integrator or pole at 0, a zero at low frequency to raise the phase and guarantee this margin, finally the gain is adjusted to get the desired bandwidth. The resulting transfer function for the PII controller is shown in (4).

$$C(s) = \frac{0.057828(s+4)(s+0.05)}{s^2} \tag{4}$$

The Bode plot with robustness margins is shown in Fig. 2. From this diagram it can be seen how the gain margin remains infinite as in the PI controller, while the phase margin obtained a value of 90.2 °. It is important to highlight that the only design parameter that was necessary to modify was the bandwidth, which was increased to 10.1 rad / s, this is because the gain necessary to maintain the original bandwidth greatly reduced the integral effect of the controller, therefore, it was necessary to increase the gain so that the integral effect was preserved, and the bandwidth did not change noticeably.

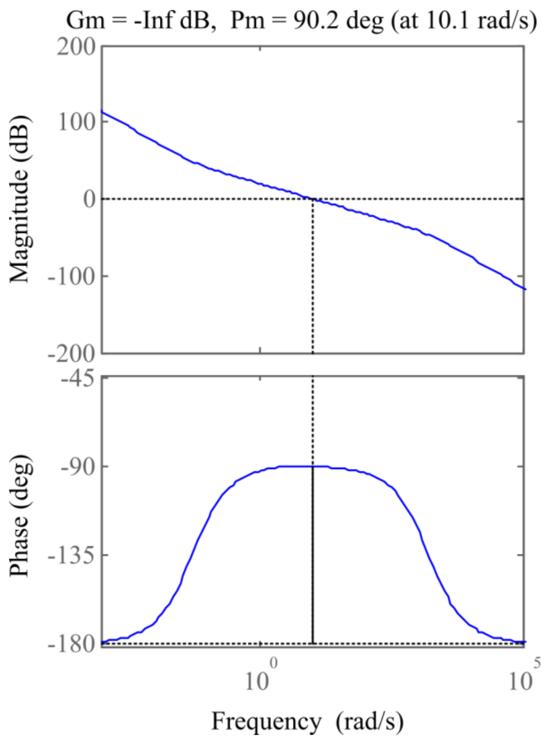


Fig. 2. PII Control system Bode diagram.

3.1 PII Simulations

To test the performance of the PII controller, the motor is run at low speeds in regulation and the responses are compared with those obtained with the PI controller. For the first test a reference signal is applied at -500 to 500rpm, the comparative graphs are shown in Fig. 3 to 6.

From this test, in Fig.3, it is observed how in the speed responses, there is a dead zone at the beginning of the simulation, which for the case of the PI controller lasts 0.3 seconds, while for the PII the time is reduced to 0.2 seconds, the errors obtained by the controllers are 0.9% for the PII and 0.01% for the PI. In addition, it is appreciated how the PII controller eliminate the dead zone of the motor, while the PI continues to show this phenomenon. Note that in the second cycle of the reference signal the PI control shows a greater dead zone, this can be due to several factors, mainly speed or position. In the case of this last factor, it affects the inductance and therefore the torque. For this reason, it is possible that the dead zone phenomenon may affect the motor differently depending on these factors and independently of the controller applied to the motor. In Fig. 4 it can be seen how the control input rises with greater speed in the case of the PII, for this reason the motor reaches the reference faster than in the case of the PI control, subsequently both responses are established at the same voltage.

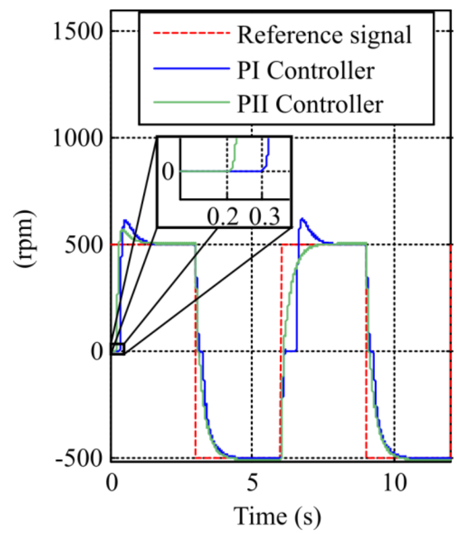


Fig 3. Rotor´s speed response to reference signal from -500 to 500 rpm.

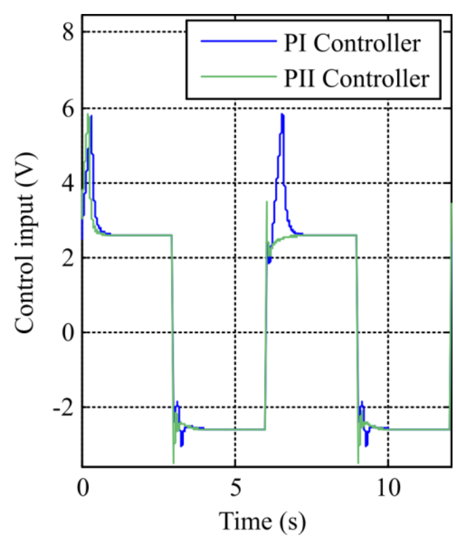


Fig. 4. Control input response to reference signal from -500 to 500 rpm.

In the case of torque and phase currents, Figs. 5 and 6, the responses of the PII follow a behavior very similar to the responses of the PI, with the fundamental difference that the responses of the first are established earlier.

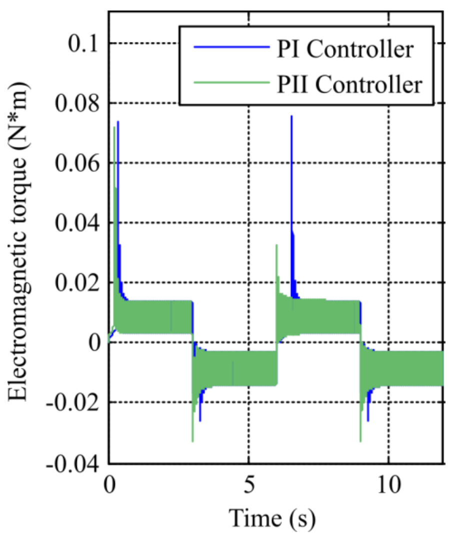


Fig. 5. Torque response to reference signal from -500 to 500 rpm.

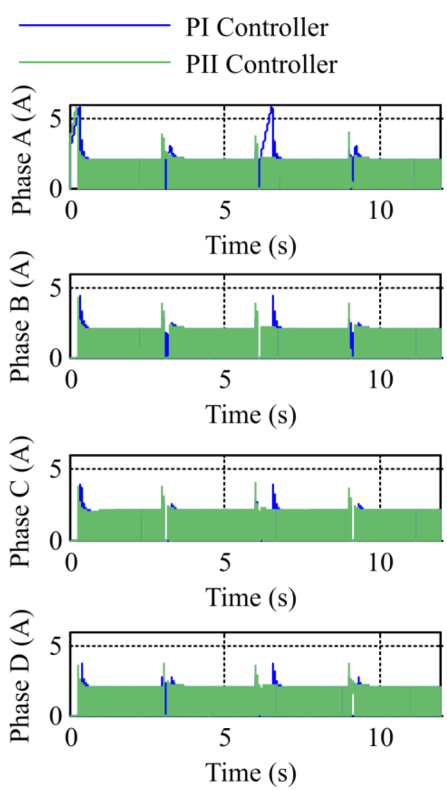


Fig. 6. Phase currents responses to reference signal from -500 to 500 rpm.

As a last test, the reference value is changed, so that the motor is required to operate between -200 and 200 rpm, the responses obtained are shown in Fig. 7 to 10.

In Fig. 7 it is observed how again the PII controller establish the motor in less time than the PI, obtaining 0.46 and 0.63 seconds correspondingly.

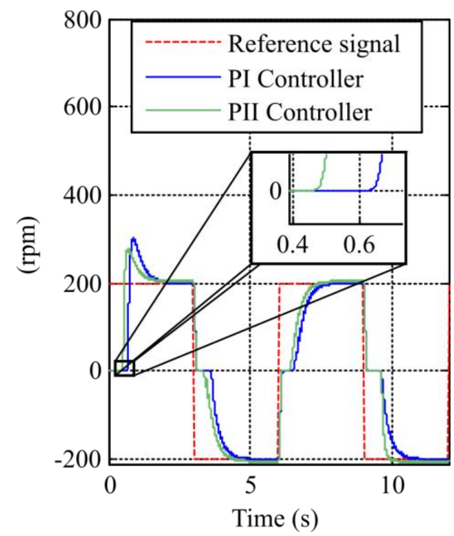


Fig 7. Rotor´s speed response to reference signal from -200 to 200 rpm.

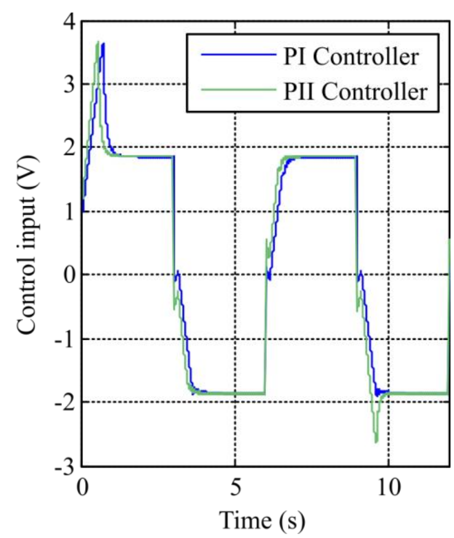


Fig. 8. Control input response to reference signal from -200 to 200 rpm.

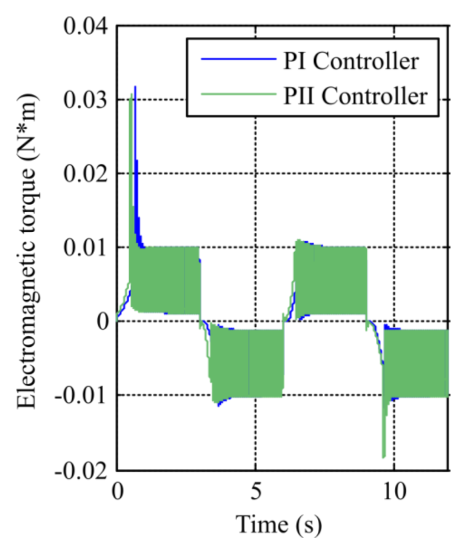


Fig. 9. Torque response to reference signal from -200 to 200 rpm.

However, the PII controller gets a 1.7% error, while the PI gets a 0.05% error. In addition, as mentioned in the previous test, it is possible the appearance of dead zones such as the one that occurred between seconds 9.1 and 9.6, where both controllers showed a dead zone of similar duration, again this occurs because the behavior of the motor depends on largely on speed and position conditions.

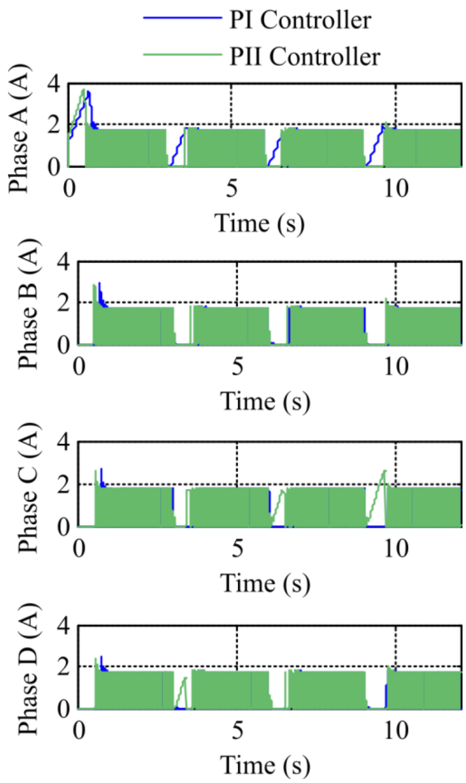


Fig. 10. Phase currents responses to reference signal from -200 to 200 rpm.

In the case of the control input responses, torque and phase currents, Fig.8, 9 and 10, those show a behavior like those obtained in the previous test. Based on the results obtained from the previous tests, it is observed that indeed the PII controller showed a better performance when dealing with the dead zone phenomenon, reducing this by at least 27% at startup and in some cases, in full operation, the dead zone was reduced in its entirety as observed in Fig. 9.2. As expected, the lower the operating speed the more difficult it is to deal with the dead zone.

4 Proposed PI+RR Controller

One of the main characteristics of the switched reluctance motor is the oscillations or ripple in the torque and speed responses, which is an undesirable characteristic since these oscillations can cause mechanical vibrations and even audible noise, as well as poor regulation performance. For this reason, in this section we propose a technique to reduce the ripple, which consists in assuming that the ripple of the speed response is noise located at the input of the motor *G(s)*, as observed in Fig. 11, which is represented by δ. The technique shown in this section was named Ripple Reductor (RR), it is based on noise reduction disturbance observers (NR-DOB) [19].

This technique is responsible for reducing sensor noise and low-frequency noise while RR focuses on reducing high-frequency ripple.

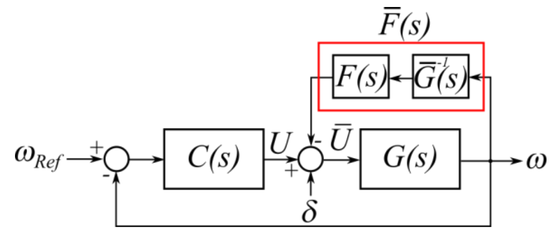


Fig. 11 PI+ Ripple Reductor Controller Block Diagram

It is desired to achieve is $\bar{U}=U$, for this it is necessary to recover the noise from the output ω, to do the latter ω is passed through a filter $\bar{F}(s)$ formed by the inverse function of the model of the motor $\bar{G}^{-1}(s)$ and *F(s)*, which together must be causal to guarantee that it is implementable. The filter $\bar{F}(s)$ is of the band pass type with *K* gain and lower and upper frequencies ω_{f1} and ω_{f2} respectively. Calculating the transfer functions ω/ω_{Ref} and ω/δ; (5) and (6).

$$\frac{\omega}{\omega_{Ref}}(s)=\frac{CG}{1+FG\bar{G}^{-1}+CG} \tag{5}$$

$$\frac{\omega}{\delta}(s)=\frac{G}{1+FG\bar{G}^{-1}+CG} \tag{6}$$

Analyzing (5) and (6), inside and outside the filter band, the following is obtained (7) and (8).

$$\begin{aligned} &Si\ \ \omega_{f1}<\omega<\omega_{f2} \ \Rightarrow\ |F|\approx K \\ &\Rightarrow\ \frac{\omega}{\omega_{Ref}}(s)\approx\frac{CG}{1+K+CG} \\ &Si\ \ \omega\notin(\omega_{f1},\omega_{f2}) \ \Rightarrow\ |F|\approx 0 \\ &\Rightarrow\ \frac{\omega}{\omega_{Ref}}(s)\approx\frac{CG}{1+CG} \end{aligned} \tag{7}$$

$$Si\ \ \omega_{f1} < \omega < \omega_{f2} \ \Rightarrow\ |F| \approx K$$
$$\Rightarrow\ \frac{\omega}{\delta}(s) \approx \frac{G}{1+K+CG} \approx \frac{G}{1+K}$$
$$Si\ \ \omega \notin (\omega_{f1}, \omega_{f2}) \ \Rightarrow\ |F| \approx 0 \qquad (8)$$
$$\Rightarrow\ \frac{\omega}{\delta}(s) \approx \frac{G}{1+CG}$$

From (7) it is observed that within the filter frequency band, the control system has a small deterioration due to the denominator, very similar to the expected behavior of the closed loop of any control system. This behavior if you get out of the frequency band. Therefore, the behavior of the control system remains very similar to normal. On the other hand, the behavior of the system with respect to noise, within the band, the attenuation of the noise is directly affected by the motor itself, since the controller at these frequencies has a gain of approximately 0. Outside the frequency band, particularly at low frequencies, the behavior of the system with respect to noise tends to zero, since the controller has great gain at these frequencies, this is the case of the frequencies of the reference signal. It is important to highlight that, to guarantee internal stability, as can be seen in (5) and (6), the motor model $\bar{G}$ must be stable and with minimum phase, therefore, the motor must also comply with these characteristics.

The design of the *F(s)* filter consists of a derivative or zero at frequency 0 and four poles, the first pole is placed one decade before the ripple frequency while the other three are placed at a frequency greater than one decade later. For $\bar{G}^{-1}(s)$ the transfer function of (1) is taken. The frequency of the ripple is calculated as the product of the number of commutations of the motor per revolution, multiplied by the angular frequency of the rotor; (9), for this filter the nominal speed was selected.

$$f_{rizo} = 24 f_{rotor} \Rightarrow f_{rizo} = 5026.6 rad/s; \qquad (9)$$

The transfer function obtained for the filter *F(s)* is shown in (10), while its Bode diagram is shown in Fig. 12

$$F(s) = \frac{0.007s}{(s+500)(s+60000)(s+70000)(s+100000)} \qquad (10)$$

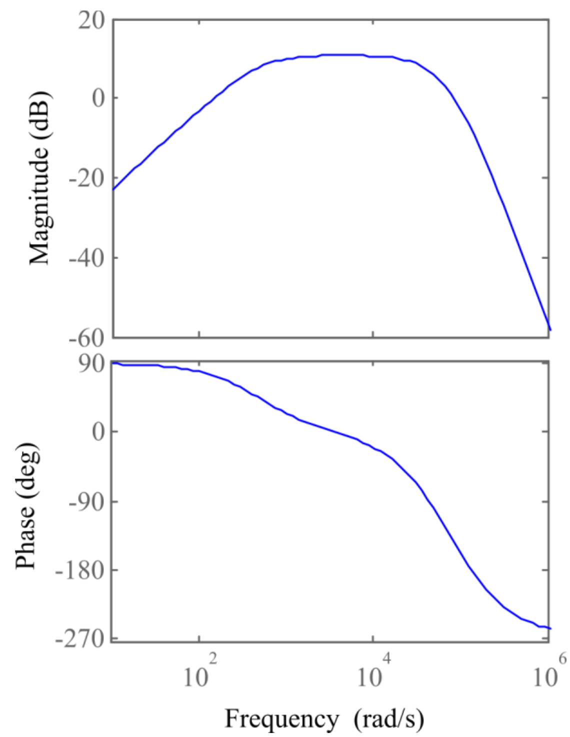


Fig. 12. Filter *F(s)* Bode diagram.

4.1 PII Simulations

To test this technique, two tests were carried out, where the control system is subjected to regulation, first a square signal is given as a reference signal oscillating between 1500 and 2500rpm, to observe the behavior of the motor, just around the operating point, the Control system responses are shown in Figs. 13 to 16.

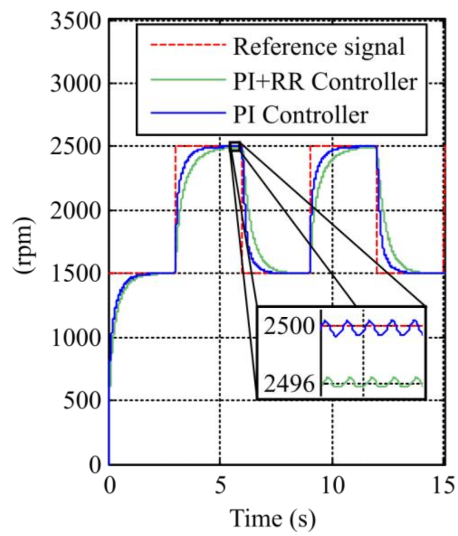


Fig 13. Rotor´s speed response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

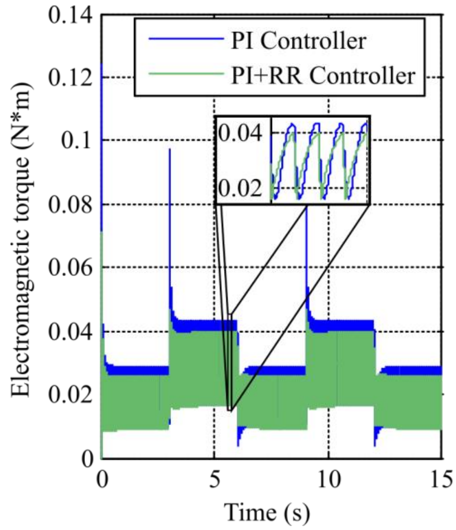


Fig. 14. Torque response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

In Fig. 13 it is observed how the speed response of the PI+RR control is established at the reference speed with a minimum error and obtains a 0.05% of ripple while the PI ripple has a value of 0.08% Therefore, the ripple reduction is 37.5% for speeds of 1500rpm. As for speeds of 2500rpm, the ripple values of 0.03% and 0.04% for the PI+RR and PI respectively, with a reduction of 25%.

For the case of the torque response, Fig. 14, the ripple obtained was 80.7% for the PI+RR and 92.7% with a reduction of 12.9% for speeds of 500 rpm while for speeds of 2500 rpm the data obtained, they were 75.8%, 87.1% and 13%.

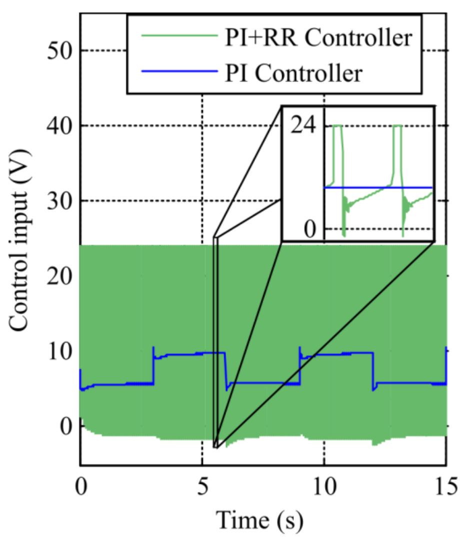


Fig. 15. Control input response to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

In Fig. 15 it is observed how the control input signal of the PI + RR control is notably different from that obtained from the PI; this is because the PI + RR control needs to apply high frequency input voltages to the motor as large as possible to be able to counteract high frequency ripple speed fluctuations. As can be seen in this same figure, the maximum value is limited to 24V, to protect the motor and keep it in normal operation.

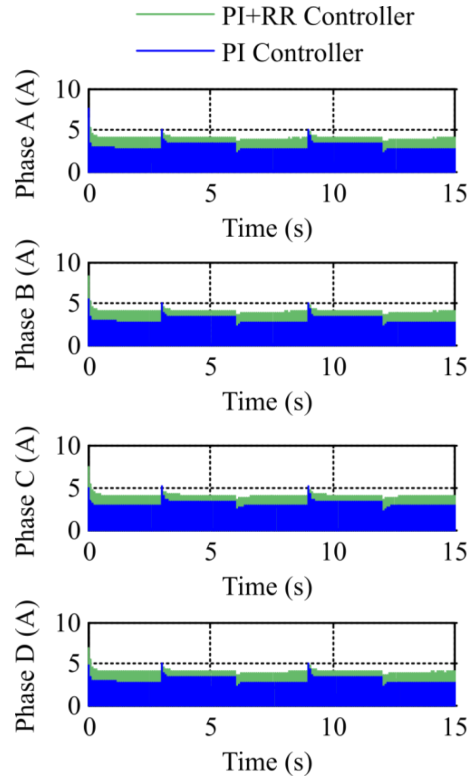


Fig. 16. Phase currents responses to reference signal from 1500 to 2500 rpm.

Finally, in Fig. 16, the current responses maintain a very similar average value in both control systems, with a subtle change in the shape of the peaks, caused by the sudden voltage changes of the control input.

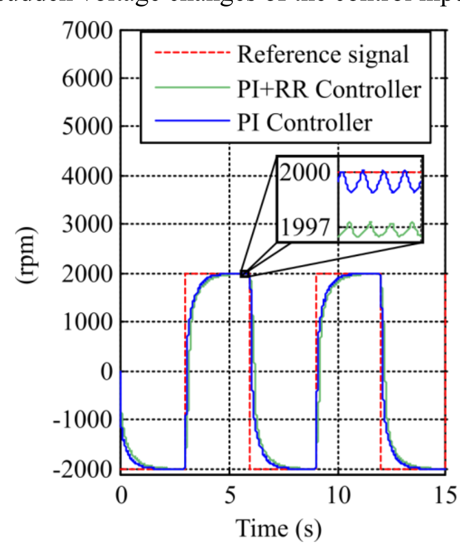


Fig 17. Rotor´s speed response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

For the next test the reference signal ranges between -2000 and 2000rpm, once again the responses of both control systems are shown below, in Figs. 17 to 20.

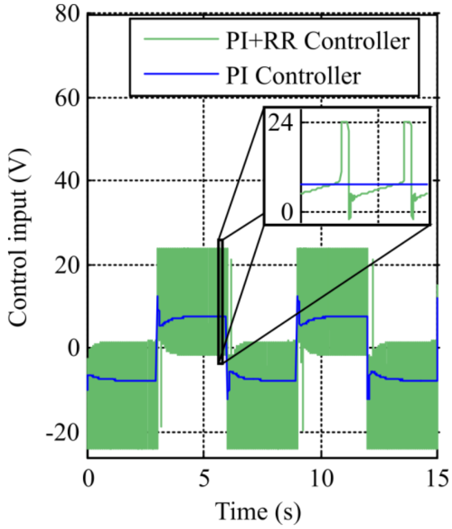


Fig. 18. Control input response to reference signal from -2000 to 2000 rpm.

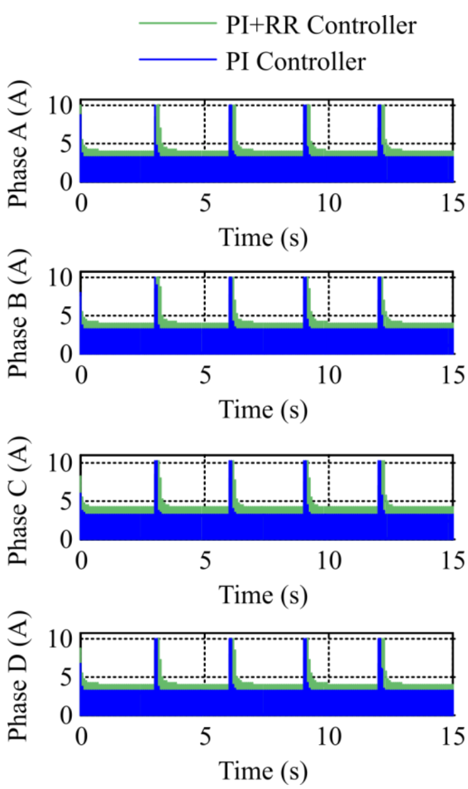


Fig. 19. Phase currents responses to reference signal from -200 to -200 rpm.

The behavior of both control systems is similar to that shown in the previous test, with only minimal changes. The results of ripple reduction in speed and torque are summarized in Table I.

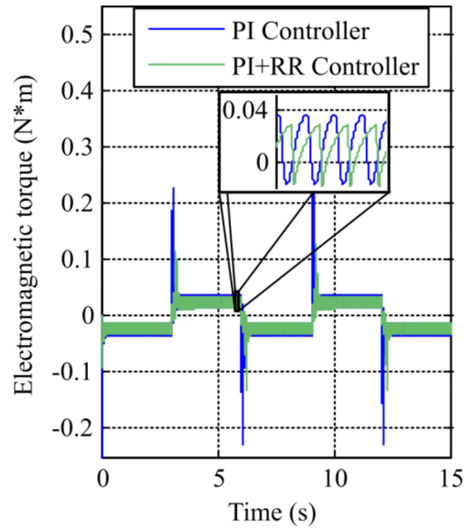


Fig. 20. Torque response to reference signal from -2000 to 2000 rpm

TABLE I RIPPLE REDUCTION PERCENTAGE AROUND THE OPERATING POINT

Rotor's speed (rpm)	**Ripple reduction of ω (%)**	**Ripple reduction of τ_e (%)**
1500	37.5	12.9
2000	33.3	14.4
2500	25	13

5 Conclusion

In this article, two solutions based on classical control strategies were presented in order to reduce two undesirable effects which usually appear in the speed response of any SRM known as ripple and dead zone. The simulations shown in this work are based on the simplified model of an SRM 8/6, which includes the non-linear model of Coulomb friction plus viscous friction and an ideal inverter circuit. The first controller shown is the PII controller from whose tests it is observed how this manages to reduce the time that the dead zone lasts by at least 27%, with respect to what was obtained from the PI controller. However, the PII controller obtains a steady state error greater than that obtained from the PI controller, this error increase is 1.65% in the worst case. On the other hand, the second controller presented was the PI + RR controller, in which the tests carried out showed that this controller manages to reduce the speed ripple magnitude by at least 25%, while in the case of torque the reduction obtained was 13%. The problem with the use of this control is that, when trying to reduce the rapid oscillations of the torque, the controller compensates for this by applying voltages as large as possible with very high frequency according to ripple frequency, for this reason, it was necessary to limit the supply voltage range of the drive motor. -24 to 24V, this can cause the motor to operate in its saturation region, therefore, it is necessary to use a model that contemplates this phenomenon for its correct simulation.

From both the PII and PI + RR control tests, it is concluded that although both controllers met their respective dead zone and ripple reduction objectives, they are not worth using them since their main application is within a region of low speeds, since, within this region, both the dead zone and the ripple are greater and can represent a problem for the motor user. It must be considered that one of the advantages of these motors is their high speed, therefore, their application is found in regions with higher speeds.

References:

[1] K. Kiyota, T. Kakishima, and A. Chiba, "Comparison of test result and design stage prediction of switched reluctance motor competitive with 60 kw rare-earth pm motor," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5712-5721, 2014.

[2] T. J. E. Miller, *Electronic control of switched reluctance machines.* Elsevier, 2001.

[3] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

[4] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press, 2017.

[5] P. F. Portells, "Diseño de un accionamiento de reluctancia autoconmutado orientado al control de par," *SRM*, vol. 8, p. 6, 2013.

[6] L. Liu, M. Zhao, X. Yuan, and Y. Ruan, "Direct instantaneous torque control system for switched reluctance motor in electric vehicles," *The Journal of Engineering*, vol. 2019, no. 16, pp. 1847-1852, 2019.

[7] S. Wang, Z. Hu, and X. Cui, "Research on novel direct instantaneous torque control strategy for switched reluctance motor," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 66 910-66 916, 2020.

[8] K. Aiso and K. Akatsu, "High speed SRM using vector control for electric vehicle," *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 61-68, 2020.

[9] M. Ma, Z. Wang, Q. Yang, S. Yang, and X. Zhang, "Vector control strategy of a t-type three-level converter driving a switched reluctance motor," *Chinese Journal of Electrical Engineering*, vol. 5, no. 4, pp. 15-21, 2019.

[10] H. Haq and H. I. Okumus, "Flc-dtc method for torque ripples minimization of 8/6 switched reluctance motors drive," *JAREE (Journal on Advanced Research in Electrical Engineering)*, vol. 4, no. 1, 2020.

[11] A. Uysal, S. Gokay, E. Soylu, T. Soylu, and S. Çaşka, "Fuzzy proportional-integral speed control of switched reluctance motor with matlab/simulink and programmable logic controller communication," *Measurement and Control*, vol. 52, no. 7-8, pp. 1137-1144, 2019.

[12] Z. Wei, M. Zhao, X. Liu, and M. Lu, "Speed control for srm drive system based on switching variable proportional desaturation pi regulator," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 69 735-69 746, 2021.

[13] N. Saha and S. Panda, "Speed control with torque ripple reduction of switched reluctance motor by hybrid many optimizing liaison gravitational search technique," *Engineering science and technology, an international journal*, vol. 20, no. 3, pp. 909-921, 2017.

[14] G. A. A. Aziz and M. Amin, "High-precision speed control of four-phase switched reluctance motor fed from asymmetric power converter," in *2017 Intl Conf on Advanced Control Circuits Systems (ACCS) Systems & 2017 Intl Conf on New Paradigms in Electronics & Information Technology (PEIT)*. IEEE, 2017, pp. 297-304.

[15] J. D. González-San Román, J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá and E. Campero-Littlewood, "Structural analysis of 8/6 switched reluctance motor linear and non-linear models," *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing,* vol. 15, pp. 1464-1474, 2021.

[16] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna.* Pearson Educación, 2010, vol. 5.

[17] . D. González-San Román, J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá and E. Campero-Littlewood, "Performance tests of a PI speed controller applied in a non-linear model of a switched reluctance motor 8/6," *Transactions on Systems and Control,* vol. 16, pp. 508-518, 2021.

[18] C. A. Pérez-Gómez, J. U. Liceaga-Castro, and I. I. Siller-Alcalá, "Comparative study between classical controllers and inverse dead zone control for position control of a permanent magnet dc motor with dead zone," in *Transactions on Power Systems*, vol. 15. WSEAS, 2020.

[19] J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá, and E. Liceaga-Castro, "Noise reduction disturbance observer global stability and robustness conditions based on the nyquist stability criteria," *International Journal of Engineering Research and Development*, vol. 14, 2020.

Contribution of individual authors to the creation of a scientific article

Jesús D. González-San Román programmed the models, carried out the simulations and contributed to the theoretical analysis and design of the controllers.
Jesús U. Liceaga-Castro and Irma I. Siller-Alcalá contributed to the theoretical analysis and design of the controllers.
Roberto A. Alcantara-Ramirez carried out the electrical motor's analysis.

Sources of funding for research presented in a scientific article or scientific article itself

The project was funded by the UAM-Azc and by CONACYT scholarship grant to Jesús D. González-San Román

Referencias

[1] T. J. E. Miller, *Electronic control of switched reluctance machines.* Elsevier, 2001.

[2] P. F. Portells, "Diseño de un accionamiento de reluctancia autoconmutado orientado al control de par," *SRM*, vol. 8, p. 6, 2013.

[3] K. Kiyota, T. Kakishima, and A. Chiba, "Comparison of test result and design stage prediction of switched reluctance motor competitive with 60-kw rare-earth pm motor," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5712–5721, 2014.

[4] S. D. Calverley, G. Jewell, and R. Saunders, "Design of a high speed switched reluctance machine for automotive turbo-generator applications," *SAE transactions*, pp. 3246–3255, 1999.

[5] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery.* McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

[6] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications.* CRC press, 2017.

[7] A. De la Guerra Carrasco, "Maqueta para la evaluación de controles no lineales." Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2009.

[8] W. Piotr, *Dynamics and control of electrical drives.* Springer Science & Business Media, 2011.

[9] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna.* Pearson Educación, 2010, vol. 5.

[10] N. S. Nise and J. H. Romo, *Sistemas de control para ingeniería.* Patria Cultural, 2002, vol. 3.

[11] B. C. Kuo, *Sistemas de control automático.* Pearson Educación, 1996, vol. 7.

[12] A. Xu, C. Shang, J. Chen, J. Zhu, and L. Han, "A new control method based on DTC and MPC to reduce torque ripple in SRM," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 68 584–68 593, 2019.

[13] K. Aiso and K. Akatsu, "High speed SRM using vector control for electric vehicle," *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 61–68, 2020.

[14] G. K. Sah, S. Jagwani, and L. Venkatesha, "A new simplified control strategy for switched reluctance motor," in *2017 Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE).* IEEE, 2017, pp. 241–244.

[15] Z. Su, C. Zhang, M. Wang, and Z. Dai, "Research on switched reluctance motor speed control system based on robust control," in *IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE, 2017, pp. 6229–6232.

[16] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.

[17] H. Olsson, K. J. Åström, C. C. De Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky, "Friction models and friction compensation," *Eur. J. Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176–195, 1998.

[18] A. De la Guerra Carrasco, "Observabilidad de motores de reluctancia conmutada." Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2011.

[19] F. Khorrami, P. Krishnamurthy, and H. Melkote, *Modeling and adaptive nonlinear control of electric motors*. Springer Science & Business Media, 2003.

[20] G. Espinosa-Pérez, P. Maya-Ortiz, M. Velasco-Villa, and H. Sira-Ramírez, "Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 3, pp. 439–448, 2004.

[21] M. Ilic, R. Marino, S. Peresada, D. Taylor *et al.*, "Feedback linearizing control of switched reluctance motors," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 5, pp. 371–379, 1987.

[22] J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá, J. Jaimes-Ponce, R. A. Alcántara-Ramírez, and E. Arévalo Zamudio, "Identification and real time speed control of a series dc motor," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2017, 2017.

[23] J. Jimenez-Gonzalez, F. Gonzalez-Montañez, V. M. Jimenez-Mondragon, J. U. Liceaga-Castro, R. Escarela-Perez, and J. C. Olivares-Galvan, "Parameter identification of bldc motor using electromechanical tests and recursive least-squares algorithm: Experimental validation," in *Actuators*, vol. 10, no. 7. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2021, p. 143.

[24] C. A. Pérez-Gómez, J. U. Liceaga-Castro, and I. I. Siller-Alcalá, "Comparative study between classical controllers and inverse dead zone control for position control of a permanent magnet dc motor with dead zone," in *TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS*, vol. 15. WSEAS, 2020.

[25] A. Isidori, E. Sontag, and M. Thoma, *Nonlinear control systems*. Springer, 1995, vol. 3.

[26] L. Liu, M. Zhao, X. Yuan, and Y. Ruan, "Direct instantaneous torque control system for switched reluctance motor in electric vehicles," *The Journal of Engineering*, vol. 2019, no. 16, pp. 1847–1852, 2019.

[27] S. Wang, Z. Hu, and X. Cui, "Research on novel direct instantaneous torque control strategy for switched reluctance motor," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 66 910–66 916, 2020.

[28] M. Ma, Z. Wang, Q. Yang, S. Yang, and X. Zhang, "Vector control strategy of a t-type three-level converter driving a switched reluctance motor," *Chinese Journal of Electrical Engineering*, vol. 5, no. 4, pp. 15–21, 2019.

[29] H. Haq and H. I. Okumus, "Flc-dtc method for torque ripples minimization of 8/6 switched reluctance motors drive," *JAREE (Journal on Advanced Research in Electrical Engineering)*, vol. 4, no. 1, 2020.

[30] A. Uysal, S. Gokay, E. Soylu, T. Soylu, and S. Çaşka, "Fuzzy proportional-integral speed control of switched reluctance motor with matlab/simulink and programmable logic controller communication," *Measurement and Control*, vol. 52, no. 7-8, pp. 1137–1144, 2019.

[31] Z. Wei, M. Zhao, X. Liu, and M. Lu, "Speed control for srm drive system based on switching variable proportional desaturation pi regulator," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 69 735–69 746, 2021.

[32] N. Saha and S. Panda, "Speed control with torque ripple reduction of switched reluctance motor by hybrid many optimizing liaison gravitational search technique," *Engineering science and technology, an international journal*, vol. 20, no. 3, pp. 909–921, 2017.

[33] G. A. A. Aziz and M. Amin, "High-precision speed control of four-phase switched reluctance motor fed from asymmetric power converter," in *2017 Intl Conf on Advanced Control Circuits Systems (ACCS) Systems & 2017 Intl Conf on New Paradigms in Electronics & Information Technology (PEIT)*. IEEE, 2017, pp. 297–304.

[34] B. Saidi, M. Amairi, S. Najar, and M. Aoun, "Bode shaping-based design methods of a fractional order pid controller for uncertain systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 80, no. 4, pp. 1817–1838, 2015.

[35] N. Zhuo-Yun, Z. Yi-Min, W. Qing-Guo, L. Rui-Juan, and X. Lei-Jun, "Fractional-order pid controller design for time-delay systems based on modified bode's ideal transfer function," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 103 500–103 510, 2020.

[36] J. U. Liceaga-Castro, I. I. Siller-Alcalá, and E. Liceaga-Castro, "Noise reduction disturbance observer global stability and robustness conditions based on the nyquist stability criteria," *International Journal Of Engineering Research And Development*, vol. 14, 2020.