



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

# **Teräsrakenteisten katsomoiden värähtelymitoitus**

Alexi Määttä

RAKENNUS- JA YHDYSKUNTATEKNIikka

Diplomityö

Elokuu 2021

# TIIVISTELMÄ

Teräsrakenteisten katsomoiden värähtelymitoitus

Alexi Määttä

Oulun yliopisto, Rakennus- ja yhdyskuntatekniikan tutkinto-ohjelma

Diplomityö 2021, 84 s. + 2 liitettä

Työn ohjaaja yliopistolla: Matti Kangaspuoskari

Tämän työn tarkoituksena on tutkia ihmisten aiheuttaman teräsrakenteisten katsomoiden värähtelyn mitoitusta. Ihmisten toiminnan aiheuttama dynaaminen kuormitus voi aiheuttaa katsomorakenteissa merkittäviä värähtelyjä, jotka voivat johtaa ongelmiin rakenteen käytettävyyden tai turvallisuuden osalta. Tästä syystä katsomorakenteiden värähtelytasoja on rajoitettava rakenteen toiminnallisuuden varmistamiseksi. Tässä työssä on selvitetty katsomorakenteille soveltuvia mitoitushjeita rakenteiden kelpoisuuden varmistamiseksi värähtelyn osalta sekä tutkittu staattisen mitoituksen taipuman yhteyttä värähtelymitoituksen tuloksiin.

Kirjallisuustutkimusta hyödyntäen on työssä tarkasteltu ihmisen aiheuttamaa dynaamista kuormitusta, rakenteiden värähtelyn yleistä teoriaa, rakenteiden värähtelytehtävien ratkaisumenetelmiä sekä katsomorakenteille soveltuvia värähtelymitoitushjeita. Kirjallisuustutkimuksen perusteella on suoritettu FEM-laskentaa hyödyntäen värähtelymitoitus 36 katsomorakenteelle, minkä tuloksia on verrattu tapausten staattisen mitoituksen taipuman arvoihin.

Kirjallisuustutkimuksen avulla on tässä tutkimuksessa löydetty kaksi katsomorakenteille soveltuvaa värähtelymitoitushjettä. Lisäksi laskennallisen tutkimuksen tulosten perusteella voidaan todeta, että staattisen mitoituksen taipuman arvon ja värähtelymitoituksen tuloksen välille voidaan johtaa yhteys. Staattisen mitoituksen taipuman arvoa on näin ollen mahdollista käyttää katsomorakenteen värähtelytasojen arvioinnissa rakenteen jänneväli ja mitoitusten massasuhde ottaen huomioon. Tutkimusten tuloksena saatuja sallitun taipuman arvoja voidaan hyödyntää tutkitulla alueella kevytrakenteisin tasoin ja yksinkertaisella pilari-palkkirakenteella toteutettujen tavanomaisten teräksisten katsomorakenteiden värähtelyteknisen toiminnan huomioon ottamiseksi esimerkiksi hankkeen esisuunnitteluvaiheessa.

*Asiasanat: teräsrakenteet, katsomo, värähtely*

# ABSTRACT

The vibration design of steel-built grandstands

Alexi Määttä

University of Oulu, Degree Programme of Civil Engineering

Master's thesis 2021, 84 pp. + 2 Appendixes

Supervisor at the university: Matti Kangaspuoskari

The purpose of this thesis is to research vibration design of steel-built grandstands for human induced vibrations. Dynamic loadings induced by human actions can cause significant vibrations in grandstands which can lead problems with usability or safety. For this reason, it is important to limit the vibration levels in grandstands to secure the structure performance. In this thesis is discovered proper design guides to ensure serviceability of grandstands for vibrations and researched connections between bending value of static design and vibrations design results.

In literary research there has been studied human induced dynamic loading, basic vibration theory of structures, solution methods for structure vibration problems and proper design guides for grandstands vibration design. Based on the literature research there has been done 36 vibration design analyses using finite element method and compared the results with deflections of static design.

In this thesis has been found two vibration design guides for grandstands by literary research. From the results of calculation research can be noted in addition that there is connection between the deflection of static design and results of the vibration design. Thus, it is possible to use static design deflection value to estimate human induced vibration levels of the structure taking account of span length and designs mass ratio. The static design deflection limits of this research can be exploited for example preliminary design of conventional grandstands when it is built of simple beam-column steel structure with light weight surface.

*Keywords: steel structure, grandstand, vibration*

# ALKUSANAT

Tämä työ on tehty A-Insinöörit Suunnittelu Oy:lle. Työn tarkoituksena on ollut löytää ja tuoda suunnittelijoille tiedoksi soveltuvia tapoja varmistaa teräsrakenteisten katsomoiden toiminnallisuus ihmisen aiheuttaman dynaamisen kuormituksen alaisena ja tutkia lisäksi mahdollisuuksia hyödyntää staattisen mitoituksen taipuman arvoa katsomorakenteiden värähtelyteknisen toimivuuden arvioimisessa.

Haluan kiittää työni ohjaajia DI Ville Lainetta ja TkL Matti Kangaspuoskaria kaikesta opastuksesta, kommentteista ja kannustuksesta työni aikana sekä A-Insinöörien Oulun toimiston yksikönjohtajaa DI Ville Jaatista, joka on mahdollistanut työskentelyn täysipainoisesti tämän työn parissa.

Kiitokset suuresti myös ystävilleni, jotka ovat tukeneet minua ja kulkeneet kanssani tämän matkan opintojen suorittamiseksi. Kaikkein suurimmat kiitokset haluan kuitenkin osoittaa perheelleni, erityisesti vanhemmilleni kaikesta siitä tuesta mitä olen koko opintojeni aikana saanut sekä rakkaalle vaimolleni Kaisalle, joka on jaksanut kärsivällisesti kannustaa ja tukea minua opinnoissani etenkin tämän työn aikana.

Oulu, 8.8.2021



Aleksi Määttä

# SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

ALKUSANAT

SISÄLLYSLUETTELO

MERKINNÄT JA LYHENTEET

1 JOHDANTO .....	8
2 KATSOMORAKENTEIDEN VÄRÄHTELY .....	9
2.1 Katsomorakenteiden värähtelyn aiheuttajat ja seuraukset .....	10
2.2 Katsomorakenteiden suunnittelun ohjeistukset.....	10
3 IHMISEN AIHEUTTAMA DYNAAMINEN KUORMITUS .....	13
3.1 Herätteet .....	13
3.2 Ihmisen aiheuttaman herätteen matemaattinen malli.....	15
3.3 Katsomorakenteiden kuormitusfunktiot.....	18
3.3.1 AISC .....	19
3.3.2 ISO .....	20
3.3.3 IStructE .....	22
4 RAKENTEIDEN VÄRÄHTELYN PERUSTEET .....	26
4.1 Ominaisvärähtely .....	27
4.2 Pakkovärähtely .....	32
4.3 Rakenteiden dynaamiset ominaisuudet.....	40
4.3.1 Massa ja jäykkyys.....	41
4.3.2 Vaimennus .....	41
5 RAKENTEIDEN VÄRÄHTELYTEHTÄVÄN RATKAISU .....	45
5.1 FEM-laskenta .....	46
5.2 Ominaisvärähtelytehtävän ratkaisu .....	47
5.3 Pakkovärähtelytehtävän ratkaisu.....	48
6 KATSOMORAKENTEIDEN VÄRÄHTELYMITOITUS .....	52
6.1 Rakenteiden värähtelymitoitus käyttörajatilassa.....	52
6.1.1 Ominaisaajuuteen perustuva mitoitus.....	52
6.1.2 Värähtelytasoihin perustuva mitoitus .....	53
6.2 Käyttörajatilan raja-arvot katsomorakenteissa.....	55
6.3 Katsomorakenteiden käyttörajatilan mitoituspolku eri lähteiden mukaisesti .....	57
6.3.1 AISC .....	57
6.3.2 IStructE .....	60

7 ESIMERKKITAPAUKSIA KATSOMORAKENTEEN VÄRÄHTELYMITOITUKSESTA .....	64
7.1 Tarkasteltava rakenteet ja tapaukset.....	64
7.2 Staattinen mitoitus.....	65
7.3 Värähtelymitoitus .....	66
7.3.1 Ominaisaajuudet ja -muodot.....	67
7.3.2 Taajuusvasteanalyysi .....	67
7.3.3 Rakenteen kokonaiskiihtyvyys ja mitoitus .....	68
7.4 Tulokset.....	69
7.5 Tulosten tarkastelu ja johtopäätökset .....	76
8 YHTEENVETO .....	80
LÄHDELUETTELO .....	83
LIITEET	
LIITE 1 RAKENNEMALLIT JA STAATTISEN MITOITUKSEN KUORMAT	
LIITE 2 VÄRÄHTELYMITOITUKSEN KUORMAT JA VASTESPEKTRIT	

## MERKINNÄT JA LYHENTEET

$a$	kiihtyvyys
$a_p$	kokonaiskiihtyvyys
$a_{p,i}$	yksikkökuormituksen huippukiihtyvyys
$C$	vaimennusmatriisi
$C(N)$	koordinaatiokerroin ryhmälle
$C_{1,2}$	vakio
$c$	vaimennus
$c_k$	kriittinen vaimennuskerroin
$F$	ulkoisen herätteen amplitudi
$F(t)$	kuormitusfunktio
$F(t)_N$	kuormitusfunktio ryhmälle
FEM	elementtimenetelmä (finite element method)
FRF	taajuusvastefunktio (frequency response function)
$f$	taajuus
$f_n$	ominaistaajuus
$G_i$	generoitu kuormakerroin
$g$	painovoima
$h$	harmonisten tekijöiden lukumäärä
$i$	harmonisen tekijän numero
$K$	jäykkyysmatriisi
$k$	jäykkyys
$M$	massamatriisi
$m$	massa
$P(t)$	kuormitusfunktio
PEAK	kiihtyvyyden huippuarvo
$Q$	staattinen kuorma
$R_i$	harmonisen tekijän aiheuttaman kiihtyvyyden RMS-arvo
$R_T$	kokonaiskiihtyvyyden RMS-arvo
RMS	neliöllinen keskiarvo (root mean square)
$s$	vakio
$T$	jaksonaika

$t$	aika
$w_p$	staattinen pinta-alakuorma
$X$	amplitudi
$x$	siirtymä
$x_h(t)$	ominaisvärähtelyn siirtymä
$x_t(t)$	yksityisratkaisun siirtymä
$\dot{x}$	nopeus
$\ddot{x}$	kiihtyvyys
$\alpha_i$	dynaaminen kerroin
$\zeta$	suhteellinen vaimennuskerroin
$\zeta_1$	rakenteen suhteellinen vaimennuskerroin
$\zeta_2$	kalustuksen ja asennusten suhteellinen vaimennuskerroin
$\rho$	kuormitustaajuuden tehokkuuskerroin
$\phi$	vaihekulma
$\phi_i$	vaihekulma
$\Omega$	herätteen kulmataajuus
$\omega$	kulmataajuus



# 1 JOHDANTO

Ihmisten liikehdinnästä aiheutuva dynaaminen kuormitus voi aiheuttaa merkittäviä värähtelyitä monissa rakenteissa, kuten esimerkiksi katsomoissa. Euroopassa yleisimmin suunnitteluperusteena käytettävä Eurokoodi-järjestelmä ja sen kansalliset liitteet antavat hyvin vähän ohjeistusta ihmisten toiminnasta aiheutuvan rakenteiden värähtelyn tarkastelemiseen. Tämän vuoksi on tarpeen tutkia ja koota yhteen katsomorakenteiden värähtelyyn vaikuttavia tekijöitä ja mitoitusohjeita.

Tutkimuksen tavoitteena on tarkastella katsomorakenteiden värähtelymitoitusta käyttäjien aiheuttamalle dynaamiselle kuormitukselle. Tutkimuksessa käydään läpi ihmisestä aiheutuvat dynaamiset kuormitukset, värähtelyyn vaikuttavat rakenteiden dynaamiset ominaisuudet, dynaamisten tapausten ratkaisumenetelmät ja katsomorakenteiden värähtelymitoitus.

Tutkimus toteutetaan kaksiosaisena, perehtyen ensin katsomorakenteiden värähtelyn tarkasteluun kirjallisuustutkimuksen kautta. Tutkimuksen toisessa osassa suoritetaan kirjallisuustutkimuksen pohjalta värähtelymitoitus valituille katsomorakenteille FEM-laskentaa hyödyntäen, missä tutkitaan lisäksi staattisen mitoituksen taipuman suhdetta värähtelyanalyysin vasteeseen.

Tässä tutkimuksessa käsitellään ainoastaan ihmisistä aiheutuvien dynaamisten kuormitusten vaikutuksia pysyviin teräsrakenteisiin katsomoihin ja tarkastellaan värähtelymitoitusta käyttörajatilassa. Laskennallinen osuus toteutetaan ainoastaan FEM-laskentaa hyödyntäen.

## 2 KATSOMORAKENTEIDEN VÄRÄHTELY

Katsomo on katsojille tarkoitettu tila istuimet mukaan lukien teatterissa, urheilukentällä tai muussa vastaavassa esittämiseen tarkoitettussa paikassa (Jokiniemi ja Davies 2012, s. 105). Katsomoiden rakenne koostuu yleensä peräkkäisistä porrasteisesti korotetuista riveistä, jotta näkyvyys esityspaikkaan säilyy mahdollisimman hyvin. Suurten katsomoiden tapauksessa katsomokapasiteettia voidaan kasvattaa rakentamalla katsomoita osittain päällekkäin, jolloin kyse on parvekkeellisista katsomoista. Runkomateriaalina katsomorakenteissa käytetään kohteen mukaan kaikkia yleisimpiä materiaaleja: puuta, betonia, terästä ja alumiinia. Esimerkki teräsrunkoisesta katsomosta on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1. Rakasilan tekojäähän katsomo Oulussa (JVK-Arkkitehdit Ky, kuvan käyttö tekijänoikeuden haltijan luvalla).

## **2.1 Katsomorakenteiden värähtelyn aiheuttajat ja seuraukset**

Katsomorakenteissa staattisen kuormituksen lisäksi voi esiintyä myös dynaamista kuormitusta, mikä voi aiheuttaa rakenteen värähtelyä. Ulkotiloissa tuuli voi aiheuttaa rakenteen värähtelyä erityisesti katetuissa katsomorakenteissa. Ihmisiä kannattelevan katsomorakenteen pääasiallinen värähtelyn aiheuttaja on katsojien itse liikkumisella aiheuttama värähtely. Tässä työssä keskitytään ihmisten aiheuttamaan rakenteiden värähtelyyn.

Ihmisten aiheuttama rakenteen värähtely voi aiheuttaa katsomoissa ongelmia mukavuuden ja turvallisuuden suhteen. Mukavuuden kärsiminen voi aiheuttaa valituksia katsomon tai katsomoiden yhteydessä olevien muiden tilojen käyttäjiltä. Rakenteiden turvallisuus taas voi vaarantua värähtelytason noustessa niin suureksi, että se aiheuttaa käyttäjissä paniikkia tai jopa rakenteen sortumisen. (ISO 10137, s. vi, 36; IStructE 2008.)

Ihmisten liikehdinnästä aiheutuvista katsomorakenteiden värähtelyongelmista on useita esimerkkejä ympäri maailman. Pääosin ongelmalliset katsomorakenteet ovat suuria stadionrakenteita, joita kuormittaa ihmisten liikehdintä urheilu- tai musiikkitapahtumassa. Näissä tapauksissa rakenteita kuormittaa suuri ihmisjoukko, joka liikkuu samaan tahtiin. Joissain tapauksissa katsomorakenteiden käyttöä on jouduttu rajoittamaan värähtelyjen hallitsemiseksi, esimerkiksi pop-konserteissa. (Browning G.G. 2011, s. 40-42.)

## **2.2 Katsomorakenteiden suunnittelun ohjeistukset**

Pysyvät katsomot luokitellaan Suomessa yleensä Maankäyttö- ja rakennuslain alaisiksi rakennuksiksi johtuen niiden laajuudesta ja suuresta henkilömäärästä. Pysyvien katsomoiden rakentaminen vaatii näin ollen rakennusluvan ja katsomoiden suunnittelu sekä toteutus vaatii maankäyttö- ja rakennuslain kokoontumistiloja koskevien määräysten noudattamista. (Maankäyttö- ja rakennuslaki, 5.2.1999/132.)

Euroopassa ja Suomessa yleisimmin suunnitteluperusteena käytetään Eurokoodi-järjestelmää kansallisine liitteineen. Tällöin kantavien rakenteiden olennaiset tekniset vaatimukset ja sitä myötä Maankäyttö- ja rakennuslain vaatimukset rakenteiden lujuuden ja vakauden osalta voidaan todeta täytetyksi (Ympäristöministeriön asetus kantavista rakenteista, §3, 17.6.2014/477). Eurokoodi vaatii, että murtorajatilassa staattisen mitoituksen lisäksi rakenteelle on suoritettava dynaaminen analyysi ja väsymismitoitus, jos dynaamiset kuormitukset ovat merkittäviä (SFS-EN 1990, s. 54). Teräsrakenteille on lisäksi määriteltä, että väsymismitoitus on suoritettava aina rakenteen värähdellessä ihmisjoukon vaikutuksesta (SFS-EN 1993-1-1, s. 29). Käyttörajatilassa on varmistettava, ettei dynaamisesta kuormituksesta aiheutuva rakenteiden värähtely aiheuta epämukavuutta käyttäjissä tai vaaranna rakenteiden käyttökelpoisuutta (SFS-EN 1990, s. 54).

Edellä mainittujen tarkasteluiden suorittamiseen rakennusten osalta Eurokoodi kuitenkin antaa hyvin vaihtelevasti konkreettisia ohjeita. Väsymismitoitukseen ja tuulen aiheuttaman dynaamisen kuormituksen tarkastelemiseen on olemassa selkeät ohjeet, mutta ihmisen aiheuttaman dynaamisen kuormituksen ja värähtelyn tarkasteluun ohjeistus on hyvin vähäinen. Sovellettava ohjeistus käsittää lähinnä yleisiä ohjeita dynaamisen analyysin suorittamiseen ja tarkasteltavia ominaisuuksia käyttörajatilassa (SFS-EN 1990, s. 66, 68, 96). Eurokoodin kansallisissa liitteissä ihmisen aiheuttamaa värähtelyä käsitellään muun muassa Suomen ja Tanskan kansallisissa liitteissä, mutta hyvin suppeasti. Suomen kansallinen liite antaa ohjeen ainoastaan yksinkertaisten välipohjarakenteiden värähtelytarkasteluun kävelykuormituksella asuin- ja toimistotiloissa, mikä ei sovellu katsomorakenteille (Suomen rakennusmääräyskokoelma, rakenteiden lujuus ja vakaus, Teräsrakenteet). Tanskan kansallinen liite antaa ohjeellisia raja-arvoja käyttörajatilan mitoitukseen laajemmin eri rakenteille ja kuormitustilanteille mukaan lukien katsomorakenteet, mutta ei ohjeista lainkaan itse tarkastelua (Danish Standards foundation, EN 1990 DK NA, s. 8).

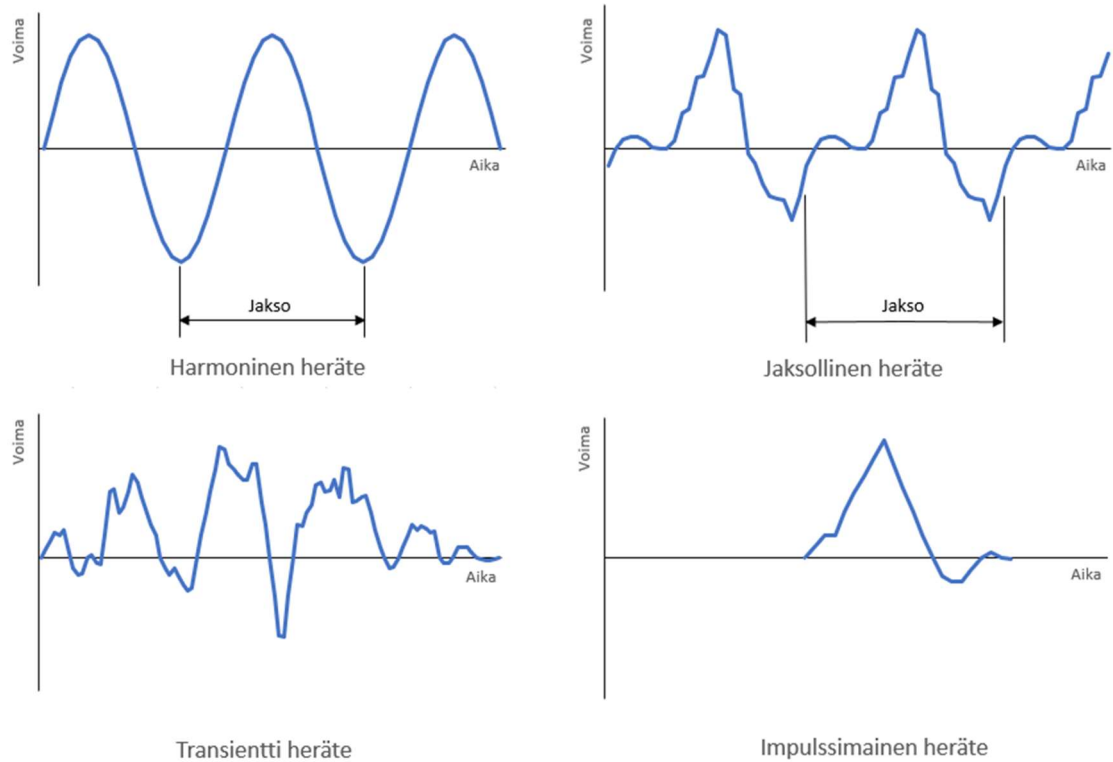
Ihmisten aiheuttamien dynaamisten kuormitusten tarkastelua ja mitoitusta eri tilanteissa on ohjeistettu huomattavasti kattavammin Eurokoodin ulkopuolisissa standardeissa ja suunnitteluohjeissa. Tässä työssä tutkitaan teräsrakenteisille katsomoille sovellettavia standardeja ja mitoitushjeita hyödyntäen muun muassa AISC:n, IStructE:n ja ISO:n julkaisemia dokumentteja.

### **3 IHMISEN AIHEUTTAMA DYNAAMINEN KUORMITUS**

Dynamiikka on osa-alue mekaniikassa, mikä tutkii liikettä sekä systeemiin vaikuttavien voimien ja niiden aiheuttamien liikkeiden riippuvuuksia (Salmi ja Virtanen 2006, s. 15). Värähtely taas on yksi dynamiikan osa-alue, missä käsitellään toistuvaa liikettä (Smith et al. 2009, s. 4). Ihmisten erilainen liikkuminen aiheuttaa dynaamista kuormitusta rakenteille, mikä johtaa rakenteiden värähtelyyn. Dynaamiseksi kuormitukseksi kutsutaan tilannetta, missä kuorman suuruus muuttuu ajan suhteen. Tätä rakenteisiin vaikuttavaa dynaamista kuormitusta kutsutaan värähtelyanalyysissä herätteeksi (Salmi ja Virtanen 2006, s. 385).

#### **3.1 Herätteet**

Herätteitä voi olla erilaisia tapauksen mukaan ja ne jaotellaan yleensä neljään luokkaan. Impulssimaiset herätteet ovat kertaluontoisia yksittäisiä tapahtumia, kuten esimerkiksi yksittäinen hyppäys tasolle. Jaksolliset herätteet ovat jatkuvia, missä kuormitus toistuu saman tyyppisenä tietyn ajanjakson välein. Tällaisen herätteen voi aiheuttaa esimerkiksi jokin ihmisten rytmisen liikunta, kuten tanssiminen. Harmoninen heräte on yksi jaksollisen herätteen muoto, missä kuormituksen vaihtelu noudattaa jotain matemaattista yhtälöä ja on hyvin yleinen pyörivien laitteiden aiheuttamissa herätteissä. Transienttiheräte on myös jatkuva, mutta siinä kuormitus muuttuu täysin epäsäännöllisesti ilman toistuvuutta. Herätteiden muodot aikatasossa on esitetty kuvassa 2. (AISC: Design guide 11, s. 2.)



Kuva 2. Herätemuodot (AISC: Design guide 11 mukailten).

Ihmisten rakenteisiin aiheuttama heräte on yleensä jaksollista tai lähes jaksollista. Herätteiden muodot ovat kuitenkin melko monimutkaisia ja mittaustuloksista saadut herätteet eivät ole yleensä käyttökelpoisia värähtelyanalyysin suorittamiseen. Tämä johtuu siitä, että pienetkin muutokset herätteen aaltomuodossa aiheuttavat suuria muutoksia analyysin lopputulokseen, jolloin yleispätevää todellista herätespektriä ei voida käyttää. Tämän vuoksi ihmisen aiheuttaman jaksollisen heräte esitetään analyysissä matemaattisena mallina Fourier-sarjakehitelmän avulla. (AISC: Design guide 11, s. 6, 8.)

### 3.2 Ihmisen aiheuttaman herätteen matemaattinen malli

Ihmisen rakenteelle aiheuttama jatkuva heräte voidaan esittää kuormitusfunktiona Fourier-sarjana, missä kuormitus esitetään sinifunktioiden summana. Herätteen kuormitusfunktio on muotoa

$$F(t) = Q \left( 1 + \sum_{i=1}^h \alpha_i \sin(2\pi i f t + \phi_i) \right) \quad (1)$$

missä

$Q$  on staattinen kuorma ihmisistä [kN tai kN/m<sup>2</sup>],

$h$  on huomioon otettavien harmonisten tekijöiden määrä,

$i$  on harmonisen tekijän numero,

$\alpha_i$  on dynaaminen kerroin harmoniselle tekijälle  $i$ ,

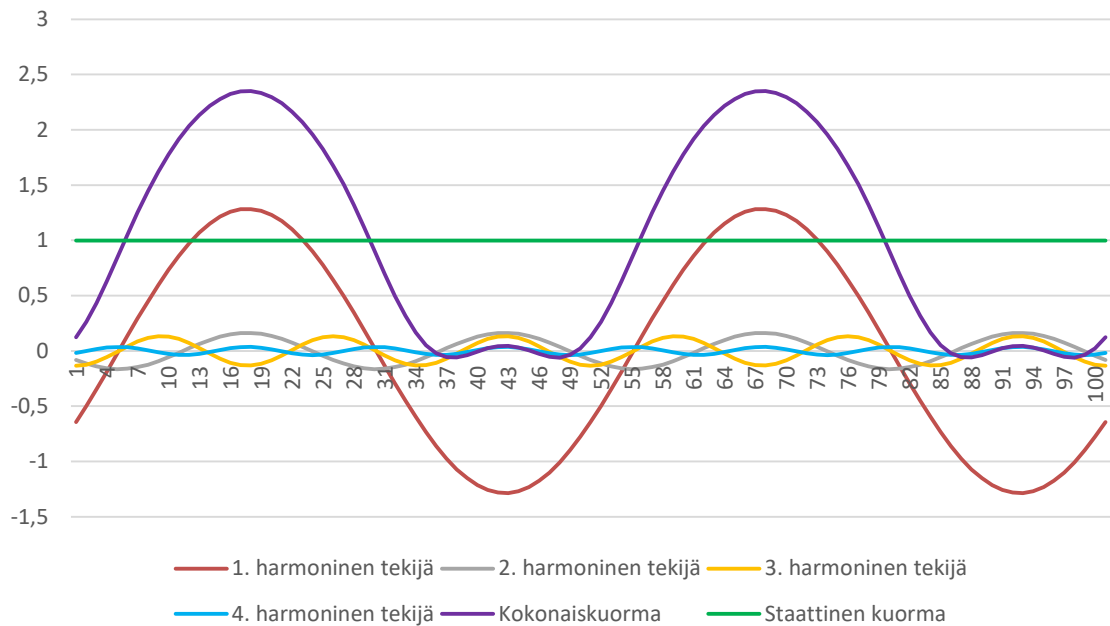
$f$  on kuormituksen taajuus [Hz],

$t$  on aika [s] ja

$\phi_i$  on vaihekulma harmoniselle tekijälle  $i$  (ISO 10137, s. 20-21).

Esimerkki ihmisen aiheuttaman kuormituksen harmonisista tekijöistä, kokonaiskuormasta ja niiden suuruudesta suhteessa staattiseen kuormaan aerobic-ryhmäliikunnan tapauksessa on esitetty kuvassa 3.





Kuva 3. Esimerkki aerobicin kuormitusfunktiosta (Smith et al. 2009 mukailten).

Staattisen kuorman arvo valitaan niin, että se vastaa mahdollisimman hyvin todellista kuormitusta. Staattinen kuorma voidaan esittää joko piste- tai pinta-alakuormana ja sen suuruus riippuu kuormituksen luonteesta (AISC: Design guide 11, s. 8–9). Esimerkkejä käytetyistä kuormituksista on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1. Kaavan (1) staattisen kuorman Q arvoja eri lähteistä.

	Kuormitus Q
<b>Yksittäisen ihmisen kuormitus</b>	
-AISC: Design guide 11	748 N
-SCI: P354	746 N
-IstructE	785 N
<b>Ryhmien kuormitukset</b>	
Konsertti tai urheilutapahtuma -AISC: Design guide 11 -ISO 10137 <sup>(1)</sup> -IstructE	1484 N/m <sup>2</sup> 1 hlö/paikka 1 hlö/paikka
Aerobic -AISC: Design guide 11	201 N/m <sup>2</sup>
Hyppiminen -AISC: Design guide 11 -ISO 10137 <sup>(2)</sup>	201 N/m <sup>2</sup> 0,8 hlö/m <sup>2</sup>
<sup>(1)</sup> Koskee ainoastaan istuimellisia tiloja.	
<sup>(2)</sup> Sisältää tanssimisen ja rytmiset harjoitteet (vrt. AISC aerobic) istuimettomassa tilassa.	

Harmoniset tekijät ovat kuormituksen taajuuden monikertoja ja kuormitusfunktion tarkkuus paranee, mitä useampi harmoninen tekijä otetaan mukaan sarjakehitelmään. Harmonisten tekijöiden vaikutus kuitenkin pienenee, mitä korkeammasta monikerrasta on kysymys ja taajuusanalyysin avulla on saatu selville, että vain muutama ensimmäinen monikerta on merkittävä rakenteiden värähtelyn kannalta. Kuormitusfunktiossa huomioidaan yleensä kuormitustilanteesta ja sen monimutkaisuudesta riippuen 2-4 ensimmäistä harmonista tekijää. (AISC: Design guide 11, s. 6-9, ISO 10137, s. 21.)

Taajuus osoittaa kuinka monta kertaa kuormituksen jakso toistuu sekunnin aikana. Ihmisen aiheuttamat kuormitukset, riippumatta kuormituksen luonteesta, ovat hyvin vaihtelevia ja voivat tapahtua usealla eri taajuudella. Tämän vuoksi taajuuksille on määriteltä tutkimusten perusteella vaihteluväli, millä taajuudella kyseinen kuormitus voi vaikuttaa. Lopullinen värähtelymitoituksessa käytettävä taajuuden arvo vaihteluvälin sisältä määritellään analysoitavan rakenteen dynaamisten ominaisuuksien perusteella. (AISC: Design guide 11, s. 8.)

Dynaamisella kertoimella otetaan huomioon kuormituksen luonteesta riippuva harmonisen tekijän kuormituksen suuruus suhteessa staattiseen kuormaan jokaiselle huomioon otettavalle monikerralle erikseen. Monikertojen kasvaessa niiden vaikutus värähtelyyn muuttuu vähäisemmäksi, joten myös dynaamiset kertoimet pienenevät merkittävästi, mitä korkeammasta monikerrasta on kyse. (AISC: Design guide 11, s. 6, 8.)

Vaihekulma kuvaa yksittäisten harmonisten tekijöiden siniaallon vaihe-eroa. Vaihekulman arvoilla voidaan siirtää yksittäisten harmonisten tekijöiden vaiheita niin, että ne joko vahvistavat tai heikentävät toisiaan. Tällöin kuormitusfunktioista saadaan halutun muotoinen, jotta se vastaa mahdollisimman hyvin haluttua kuormitustyyppiä. Ensimmäisen harmonisen tekijän taajuuksia, dynaamisia kertoimia ja vaihekulmia eri lähteistä on esitetty taulukossa 2.

Taulukko 2. Kuormitusfunktion (1) laskentaparametreja.

	1. harmonisen tekijän Taajuus f	Dynaamiset kertoimet huomioon otettaville harmonisille tekijöille	Vaihekulma
<b>Yksittäisen ihmisen kuormitus</b>			
Kävely -ISO 10137 -SCI: P354	1,2- 2,4 Hz 1,8- 2,2 Hz	0,37(f-1,0); 0,1; 0,06; 0,06 <sup>(1)</sup> ; 0,06 <sup>(1)</sup> 0,436(f-0,95); 0,006(f+12,3); 0,007(f+5,2); 0,007(f+2,0)	$\pi/2$ ; $\pi/2$ ; $\pi/2$ <sup>(2)</sup> 0; $-\pi/2$ ; $\pi$ ; $\pi/2$
Juoksu -AISC: Design guide 11 -ISO 10137	1,6- 4,0 Hz 2,0- 4,0 Hz	1,4; 0,4; 0,2; 0,1 1,4; 0,4; 0,1	- $\pi/2$ ; $\pi/2$ ; $\pi/2$ <sup>(2)</sup>
Portaiden laskeutuminen -AISC: Design guide 11 -ISO 10137	1,6- 4,0 Hz 1,2- 4,5 Hz	1,1; 0,2; 0,09; 0,06 1,1; 0,22	- -
<b>Ryhmien kuormitukset</b>			
Konsertti tai urheilutapahtuma -AISC: Design guide 11 -IstructE, (2008)	1,5-3,0 Hz -	0,25; 0,05 0,375; 0,095; 0,026 <sup>(3)</sup>	- 0; 0; 0 <sup>(4)</sup>
Aerobic -AISC: Design guide 11	2,0-2,75 Hz	1,5; 0,6; 0,1	-
Hyppiminen -AISC: Design guide 11 -ISO 10137 <sup>(5)</sup>	1,5- 2,8 Hz 1,5- 3,5 Hz	1,8; 1,3; 0,7; 0,2 2,1-0,15(f); 1,9-0,17(2f); 1,25- 0,11(3f)	- 0; 0; 0
<sup>(1)</sup> Jätetään yleensä huomioimatta, jos raja-arvona ihmisten mukavuus. <sup>(2)</sup> Konservatiivinen arvo rakenteen resonanssitaajuuden alapuolella oleville harmonisille tekijöille. <sup>(3)</sup> Tapaus 4, Minimissään 50 henkilön ryhmä, koordinaatiovaikutus huomioitu. <sup>(4)</sup> Laskettaessa voiman, siirtymän tai kiihtyvyyden RMS-arvoja. <sup>(5)</sup> Sisältää tanssimisen ja rytmiset harjoitteet (vrt. AISC aerobic) istuimettomassa tilassa.			

### 3.3 Katsomorakenteiden kuormitusfunktiot

Katsomorakenteita kuormittaa ihmisjoukon synkronoidusta liikkeestä aiheutuva dynaaminen kuormitus. Kuormituksen määrittelyyn vaikuttaa katsomon tyyppi ja käyttötarkoituksesta riippuva ihmisten todennäköinen käyttäytyminen. Katsomoiden kuormitukset voidaan jaotella näiden perusteella, mutta eri lähteiden luokittelu, ja sen myötä suositellut laskenta-arvot, sekä kuormitusfunktion tarkennukset poikkeavat toisistaan. Kuormitusfunktioiden parametreissa tai tarkennuksissa voidaan lähdekohtaisesti ottaa huomioon ihmisten ja rakenteen kontaktin, ihmisjoukon lukumäärän sekä herätetaajuuden todennäköisyyden vaikutuksia kuormitukseen.

### 3.3.1 AISC

AISC Design guide 11 käsittelee katsomorakenteisiin soveltuvan kuormituksen osana yleistä rytmisten kuormitusten ohjeistusta ja kuormitusfunktio on muotoa

$$F(t) = \sum_{i=1}^h w_p \alpha_i \sin(2\pi i f t + \phi_i) \quad (2)$$

missä

$w_p$  on staattinen neliökuorma ihmisistä [psf],

$h$  on huomioon otettavien harmonisten tekijöiden määrä,

$i$  on harmonisen tekijän numero,

$\alpha_i$  on dynaaminen kerroin harmoniselle tekijälle  $i$ ,

$f$  on kuormituksen taajuus [Hz],

$t$  on aika [s] ja

$\phi_i$  on vaihekulma harmoniselle tekijälle  $i$  (AISC: Design guide 11, s. 9).

Suunnitteluohjeessa määritellyt katsomorakenteille soveltuvat kuormitusfunktion laskentaparametrit on esitetty taulukossa 3.

Taulukko 3. Katsomorakenteisiin sovellettavat kuormitusfunktion (2) parametrit (AISC: Design guide 11 mukaillen).

Kuormitusluokka	1. harmonisen tekijän Taajuus $f$	Väentiheys, staattinen neliökuorma $w_p$	Dynaamiset kertoimet huomioon otettaville harmonisille tekijöille $\alpha_i$	Vaihekulma
Eloisa konsertti tai urheilutapahtuma	1,5- 3,0	1484 N/m <sup>2</sup> <sup>(1)</sup>	$\alpha_1: 0,25; \alpha_2: 0,05$	-
<sup>(1)</sup> Yleinen suositusarvo kaikille rakenteille kyseisellä kuormituksella, tarkennettava vastaamaan todellista tilannetta tarvittaessa.				

### 3.3.2 ISO

ISO 10137 standardin kuormitusluokittelussa istuimellisille katsomorakenteille soveltuvia parametreja on määritelty kahdessa luokassa riippuen käyttötarkoituksesta. Pääosin istuvalle yleisölle on olemassa oma luokkansa ja aktiivisemmille yleisöille esimerkiksi urheilutapahtumissa tai pop-konserteissa käytetään koordinoitua hyppimisen luokkaa. Kuormitusfunktion suositellut arvot näissä luokissa on esitetty taulukossa 4. (ISO 10137, s. 21-22.)

Taulukko 4. Katsomorakenteisiin soveltuvat kuormitusfunktion (1) parametrit (ISO 10137).

Kuormitusluokka	1. harmonisen tekijän Taajuus f	Väentiheys, staattiseen kuormaan	Dynaamiset kertoimet huomioon otettaville harmonisille tekijöille $\alpha_i$	Vaihekulma
Istuva yleisö	1,5- 3,0	1 Hlö/paikka	$\alpha_1: 0,5; \alpha_2: 0,25; \alpha_3: 0,15$	$\pi/2; \pi/2; \pi/2^{(1)}$
Koordinoitu hyppiminen (aktiivinen yleisö)	1,5- 3,5	1 Hlö/paikka	$\alpha_1: 2,1-0,15(f);$ $\alpha_2: 1,9-0,17(2f);$ $\alpha_3: 1,25-0,11(3f)$	0; 0; 0
<sup>(1)</sup> Konservatiivinen arvo rakenteen resonanssitaajuuden alapuolella oleville harmonisille tekijöille.				

Tutkimuksissa on todettu, että ihmisjoukon koko vaikuttaa käänteisesti sen kykyyn liikkua synkronoidusti. Mitä suurempi ihmisjoukko on kyseessä, sitä todennäköisemmin sen liikkeen taajuudessa ja yhtäaikaisuudessa tapahtuu hajontaa. Ihmisjoukon dynaamisessa kuormituksessa liikkeiden yhtäaikaisuudella on suuri merkitys kuormituksen suuruuteen, joten ryhmäkoon kasvaessa on kuormitus pienempi kuin yksittäisten ihmisten aiheuttamien kuormitusten summa. (Ellis ja Ji 2004.)

ISO 10137 standardissa määritellyissä parametreissa ryhmäkoon vaikutusta ei ole otettu huomioon, joten ilmiö voidaan huomioida koordinaatiokertoimella  $C(N)$ , jolloin kuormitusfunktio on muotoa

$$F(t)_N = F(t) * C(N) \quad (3)$$

missä

$F(t)_N$  on kuormitusfunktio ryhmälle, jossa N henkilöä,

$F(t)$  on modifioimaton kuormitusfunktio ja

$C(N)$  on koordinaatiokerroin ryhmälle, jossa  $N$  henkilöä (ISO 10137, s. 22).

Koordinaatiokertoimiin vaikuttaa todennäköisten käyttäjien kyvyt liikkua synkronoidusti. Käyttäjät luokitellaan kolmeen ryhmään tarkasteltavan kuormituksen mukaan ja ne on esitetty taulukossa 5.

Taulukko 5. Koordinaatiokertoimien luokat ja kuvaukset.

Korkea	Ihmiset ryhmäliikunnassa: Kaikki ihmiset ovat hyväkuntoisia ja kokeneita koordinoitussa ryhmäliikunnassa.
Keskimääräinen	Yleisö urheilutapahtumissa: Vain osa ihmisistä on hyväkuntoisia, mutta suurin osa on kokeneita koordinoitussa ryhmäliikunnassa.
Matala	Yleisö pop-konserteissa: Vain osa ihmisistä on hyväkuntoisia ja suurin osa ei ole kokeneita koordinoitussa ryhmäliikunnassa.

Koordinaatiokertoimien arvot riippuvat kuormituksen luonteesta, käytettävästä mitoitusperusteesta ja ryhmän koosta. Koordinaatiokertoimet on määritelty hyppimisen jokaiselle harmoniselle tekijälle erikseen vähintään 50 hengen ryhmälle, kun mitoitusrajana käytetään passiivisten ihmisten mukavuutta ja on esitetty taulukossa 6.

Taulukko 6. Koordinaatiokertoimet  $C(N)$ ,  $N \geq 50$  ryhmälle hyppimiskuormituksella (ISO 10137 mukailten).

Koordinaatioluokka	1. harmoninen tekijä	2. harmoninen tekijä	3. harmoninen tekijä
Korkea	0,80	0,67	0,50
Keskimääräinen	0,67	0,50	0,40
Matala	0,50	0,40	0,30
Koordinaatiokertoimen arvot käytettävissä vain käyttörajatilamitoituksessa.			

Viiden hengen ryhmälle tulee käyttää arvoa 1 ja 5-50 hengen ryhmien koordinaatiokertoimet voidaan interpoloida lineaarisesti viiden ja 50 hengen ryhmän arvojen väliltä. Ihmisten paniikkirajaa käytettäessä mitoitusperusteena hyppimiskuormituksella tulee kaikille harmonisille tekijöille käyttää taulukossa määriteltyjä ensimmäisen harmonisen tekijän koordinaatiokertoimia ja muille kuin hyppimiskuormituksille käytetään koordinaatiokerrointa 1. (ISO 10137, s. 22.)

### 3.3.3 IStructE

IStructE:n katsomorakenteiden värähtelymitoitusta koskeva ohje jaottelee katsomot käyttötarkoituksen mukaan neljään tapausluokkaan. Tapauksille on annettu esimerkkejä kuormitustapahtumista, yleisön käyttäytymisestä ja todennäköisestä yleisön koostumuksesta. Tapausluokat ja niiden kuormitukseen liittyvät tarkennukset on esitetty taulukossa 7.

Taulukko 7. Katsomon kuormitustapausten luokittelu (IStructE 2008 mukailten).

Tapausluokka	Esimerkkitapahtuma	Yleisön käyttäytyminen	Todennäköinen yleisön koostumus
1	Katsomoa käytetään urheilun tai vastaavan tapahtuman seuraamiseen, missä vähän ihmisiä.	Rauhallinen tapahtuman seuraaminen, yksittäisiä spontaaneja reagoiteja tapahtumiin.	Pääasiassa istuvaa yleisöä.
2	Klassisen musiikin konsertti tai urheilutapahtuma tyypillisellä yleismäärällä.	Lähes poikkeuksetta istuva yleisö, hyvin vähäistä innostumista.	Pääasiassa istuvaa yleisöä.
3	Usein toistuvia tapahtumia kuten esimerkiksi: Korkean profiilin urheilutapahtumat, keskitempoiset musiikkikonsertit.	Todennäköisesti innostuva, ryhmäliikehdintään osallistuva väkijoukko.	Yleisö seisoo ja osallistuu ryhmäliikehdintään jossain vaiheessa tapahtumaa.
4	Äärimmäiset tapahtumat, energiset konsertit sisältäen toistuvaa korkean intensiteetin musiikkia.	Innostuva, suurimmilta osin seisova ja heiluva sekä jonkin verran hyppivä väkijoukko.	Pääosin nuorta ja aktiivista yleisöä, voimakasta osallistumista ryhmäliikehdintään.

Suunnitteluohjeessa käytetään kuormitusfunktioita hieman muista lähteistä poikkeavasti. Kuormitusta ei syötetä suoraan katsomorakenteelle vaan ihmisten ja rakenteen välinen vuorovaikutus otetaan huomioon syöttämällä kuormitus voimaparina ihmistä kuvaavalle kehoelementille. Kehoelementti on systeemi, jolle on määritelty tapausluokasta riippuvat sisäiset dynaamiset ominaisuudet. Kehoelementin värähtely välitetään tämän jälkeen soveltuvalla tavalla tarkasteltavalle rakenteelle. Kehoelementtiä käytettäessä kuormitusfunktion dynaamiset kertoimet on korvattu kuormakertoimilla, jotka on määritelty kuormitustapauksille 2-4. Kuormitustapaukselle 1 ei ole määritelty kuormitusfunktion parametreja, koska tarkastelua ei yleensä suoriteta. Kuormakertoimet ja vaihekulman parametrit on esitetty taulukossa 8. (IStructE 2008, s. 27-29.)

Taulukko 8. Kuormakertoimien ja vaihekulmien arvoja kuormitusfunktioon (6) (IStructE 2008).

Tapausluokka	Kuormakertoimet $G_i$	Vaihekulma $\phi_n$
1	-	-
2	$G_1: 0,12; G_2: 0,015; G_3: 0$	$0; 0; 0^*$
3	$G_1: 0,188; G_2: 0,047; G_3: 0,013$	$0; 0; 0^*$
4	$G_1: 0,375; G_2: 0,095; G_3: 0,026$	$0; 0; 0^*$
*Laskettaessa voiman, siirtymän tai kiihtyvyyden RMS-arvoja.		

Kuormakertoimissa on huomioitu ihmisryhmän koordinaatiovaikutus vähintään 50 henkilön ryhmille, mikä on suositeltu minimiryhmäkoko katsomorakenteiden tarkasteluun (IStructE 2008, s. 29).

Tarkasteltavaa herätetaajuusalueita ei ole määritelty suoraan taulukkoarvoina, vaan herätetaajuus tulee valita musiikin tai muun herätteen aiheuttajan taajuuden mukaan (IStructE 2008, s. 28). Kuormitusfunktioille on kuitenkin annettu tarkennuksena tehokkuuskertoimia riippuen kuormitustaajuudesta, joiden avulla voidaan rajata tarkasteltavaa herätetaajuusaluetta. Tapauksissa 2 ja 3 käytettävä tehokkuuskerroin määritellään

$$\rho(f) = e^{-2(f-1,8)^2} \quad (4)$$

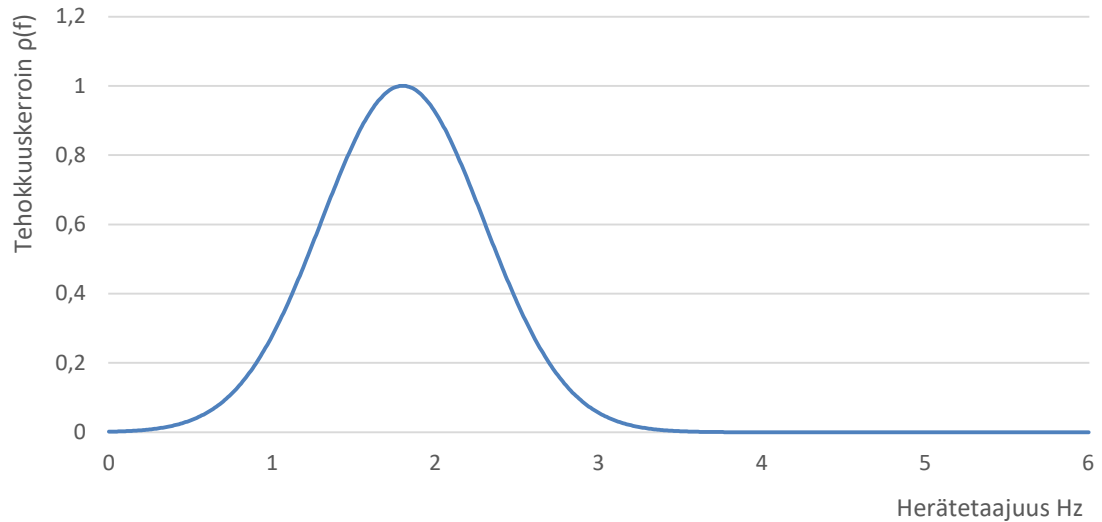
missä

$\rho(f)$  on kuormitustaajuuden  $f$  tehokkuuskerroin ja

$f$  on kuormitustaajuus [Hz] (IStructE 2008, s. 30-31).

Tehokkuuskertoimessa on tapauksissa 2 ja 3 otettu huomioon pop-musiikissa yleisimmin esiintyvät ja todennäköiset maksimiarvot laulujen tahtien mukaan (Litter 2003). Tehokkuuskertoimen suuruus herätetaajuuden mukaan tapauksissa 2 ja 3 on esitetty kuvassa 4.





Kuva 4. Tehokkuuskerroin tapauksissa 2 ja 3 (IStructE 2008 mukailten).

Tapauksessa 4 pienennyskertoimet on määritelty hyperbolisen sekantin avulla herätetaajuusalueelle 0-6 Hz. Tapauksessa 4 tehokkuuskerroin määritellään

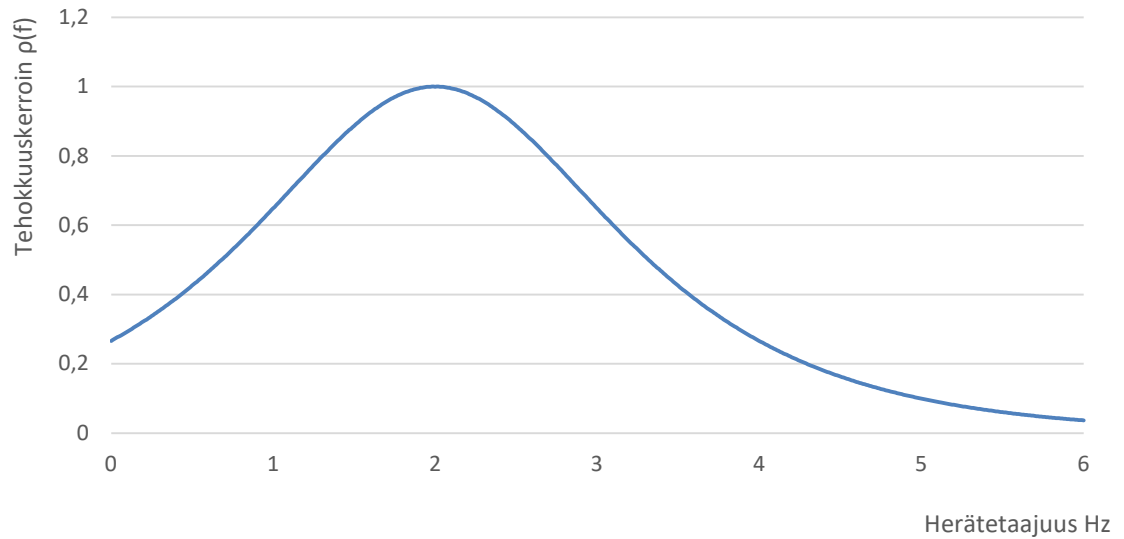
$$\rho(f) = \operatorname{sech}(f - 2) \quad (5)$$

missä

$\rho(f)$  on kuormitustaajuuden  $f$  tehokkuuskerroin ja

$f$  on kuormitustaajuus [Hz].

Tehokkuuskertoimessa on otettu huomioon herätetaajuuksien todennäköisyys, jolloin taajuusalueen ääripäiden kertoimet ovat matalammat johtuen pienemmästä esiintymistodennäköisyydestä. Tehokkuuskertoimen suuruus herätetaajuuden mukaan tapauksessa 4 on esitetty kuvassa 5. (IStructE 2008, s. 30.)



Kuva 5. Tehokkuuskerroin tapauksessa 4 (IStructE 2008 mukailten).

Tehokkuuskertoimet huomioon ottaen on kuormitusfunktio tällöin muotoa

$$P(t) = \rho m g \sum_{i=1}^h G_i \sin(2\pi i f t + \phi_i) \quad (6)$$

missä

$\rho$  on kuormitustaajuudesta riippuva tehokkuuskerroin,

$m$  on yhden henkilön massa, suositusarvo on 80 kg,

$g$  on kiihtyvyys painovoimasta 9,81 m/s<sup>2</sup>,

$h$  on huomioon otettavien harmonisten tekijöiden määrä,

$G_i$  on generoitu kuormakerroin harmoniselle tekijälle  $i$ ,

$i$  on harmonisen tekijän numero,

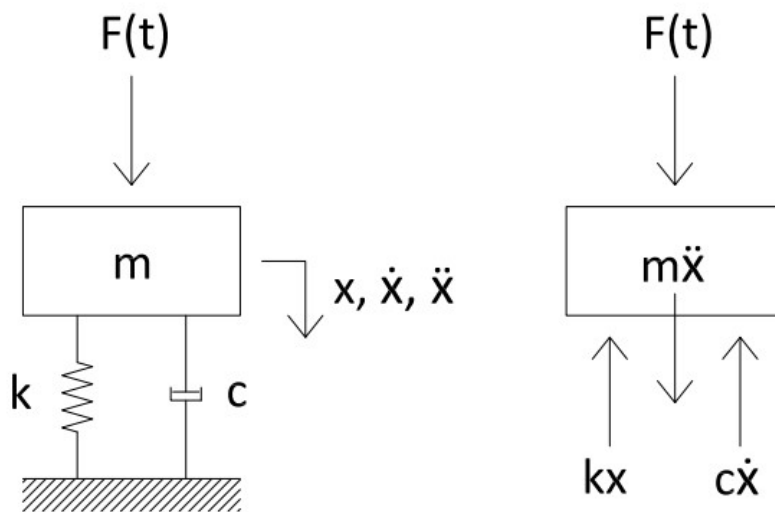
$f$  on kuormituksen taajuus [Hz],

$t$  on aika [s] ja

$\phi_i$  on vaihekulma harmoniselle tekijälle  $i$  (IStructE 2008, s. 28).

## 4 RAKENTEIDEN VÄRÄHTELYN PERUSTEET

Rakenteiden värähtelyn keskeiset parametrit ja periaatteet voidaan kuvata yleisesti yhden vapausasteen värähtelijän jousi-massa-systeemillä. Yhden vapausasteen värähtelijän systeemi on esitetty kuvassa 6.



Kuva 6. Yhden vapausasteen värähtelijän perusmalli (De Silva C. W. 2006, Salmi ja Virtanen 2006 mukailleen).

Newtonin toisen lain perusteella systeemin liikeyhtälön voidaan kirjoittaa muotoon

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (7)$$

missä

$m$  on massa,

$\ddot{x}$  on kiihtyvyys,

$c$  on vaimennus,

$\dot{x}$  on nopeus,

$k$  on jäykkyys,

$x$  on siirtymä ja

$F(t)$  ulkoinen heräte (Thomson ja Dahleh 1998, s. 17, 27).

Rakenteiden dynamiikkatehtävät voidaan jaotella kahteen ryhmään: Ominaisvärähtely- ja pakkovärähtelytehtäviin. Ominaisvärähtelytehtävässä ratkaistaan rakenteen ominaisuuksista riippuvaa luontaista käyttäytymistä, kun se poikkeutetaan tasapainoasemastaan. Pakkovärähtelyssä taas tutkitaan rakenteen käyttäytymistä ulkoisen herätteen vaikuttaessa siihen. (Salmi ja Virtanen, s. 373.)

#### 4.1 Ominaisvärähtely

Ominaisvärähtelytehtävässä ratkaistaan rakenteen massasta ja jäykkyydestä riippuvaisia ominaistajuuksia ja -muotoja. Ne kuvaavat miten rakenne pyrkii värähtelemään luontaisesti ilman herätteen huomioon ottamista. On todettu, että vaimennuksen merkitys rakenteen ominaistajuuden määrittelyssä on lähes merkityksetön, joten se jätetään yleensä ominaisvärähtelytehtävissä huomioimatta (Thomson ja Dahleh 1998, s. 16). Ominaisvärähtelytehtävän liikeyhtälö voidaan näin ollen kirjoittaa kaavan (7) mukaan muotoon

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (8)$$

missä

$m$  on massa,

$\ddot{x}$  on kiihtyvyys,

$k$  on jäykkyys ja

$x$  on siirtymä (Salmi ja Virtanen, s. 374).

Kun merkitään

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (9)$$

missä

$\omega$  on kulmataajuus,

$k$  on jäykkyys ja

$m$  on massa.

Voidaan yhtälö (8) kirjoittaa tällöin muotoon

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (10)$$

missä

$\ddot{x}$  on kiihtyvyys,

$\omega$  on kulmataajuus ja

$x$  on siirtymä,

joka on harmonisen värähdysliikkeen differentiaaliyhtälö (Salmi ja Virtanen, s. 374). Kyseessä on homogeeninen toisen asteen differentiaaliyhtälö, jonka yleinen ratkaisu on muotoa

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (11)$$

missä

$x(t)$  on siirtymä ajan hetkellä  $t$ ,

A on integrointivakio,

$\omega$  on kulmataajuus,

t on aika ja

B on integrointivakio.

Määrittelemällä integrointivakiot A ja B alkuehtojen mukaan  $\dot{x}(0)$  ja  $x(0)$  saadaan yhtälö (11) muotoon

$$x(t) = \frac{\dot{x}(0)}{\omega} \sin(\omega t) + x(0) \cos(\omega t) \quad (12)$$

missä

$x(t)$  on siirtymä ajan hetkellä t,

t on aika,

$\dot{x}(0)$  on nopeus ajan hetkellä 0,

$\omega$  on kulmataajuus ja

$x(0)$  on siirtymä ajan hetkellä 0.

Kun tiedetään, että sinifunktion perusjakso on  $2\pi$  ja sillä on olemassa yhteys

$$\omega T = 2\pi \quad (13)$$

missä

$\omega$  on kulmataajuus ja

T on jaksonaika,

voidaan kirjoittaa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (14)$$

ja edelleen

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (15)$$

missä

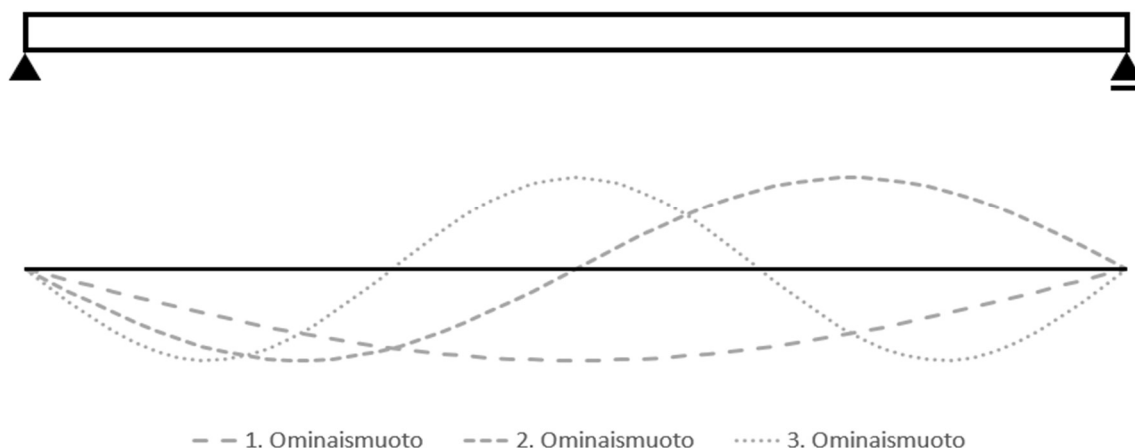
T on jaksonaika,

m on massa.

k on jäykkyys ja

$f_n$  on värähtelijän ominaistaajuus. (Thomson ja Dahleh 1998, s. 17-18.)

Todelliset rakenteet koostuvat aina useamman vapausasteen systeemeistä, joilla on useita ominaistaajuuksia ja niitä vastaavia siirtymiä kuvaavia ominaismuotoja. Esimerkki yksiaukkoisen palkin alimmista pystysuuntaisista ominaismuodoista on esitetty kuvassa 7.

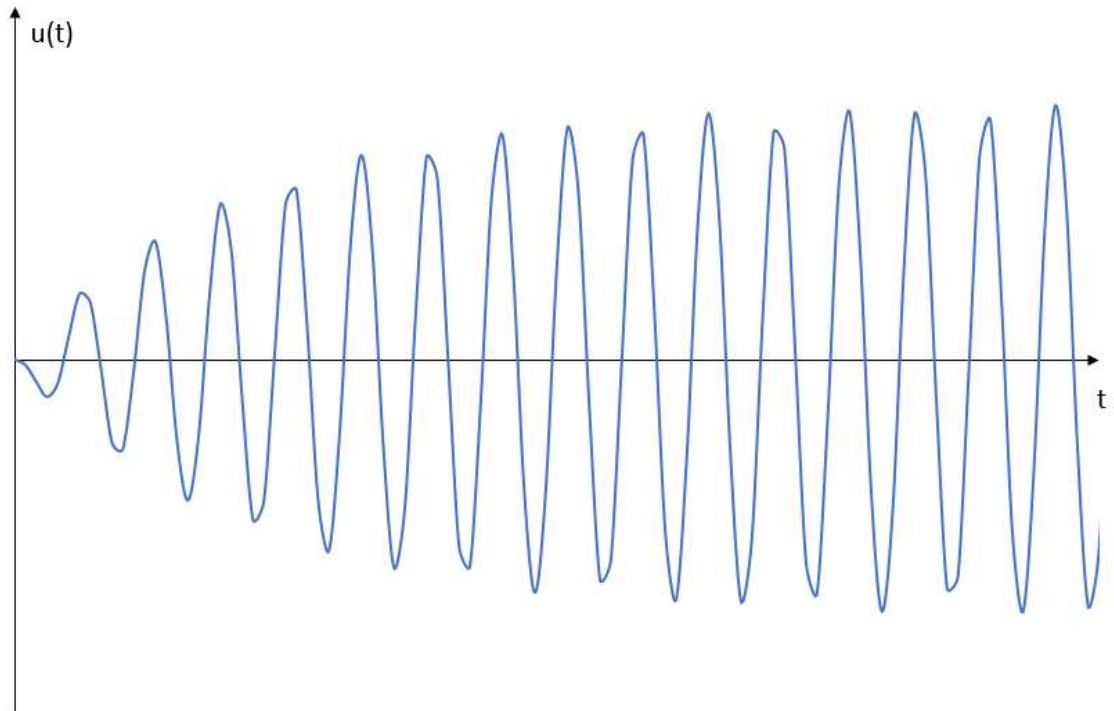


Kuva 7. Yksinkertaisesti tuetun palkin alimmat ominaismuodot (<https://www.steelconstruction.info> mukailten).

Rakenteiden ominaisvärähtelytehtävässä merkittävin tarkasteltava tekijä on rakenteen alin ominaistajuus, minkä perusteella voidaan jaotella rakenteita eri luokkiin ja arvioida miten rakenteen värähtelyä on syytä tarkastella (AISC: Design guide 11 s. 4,7). Rakenteet voidaan jaotella yleisesti alimman ominaistajuuden perusteella matala- ja korkeataajuuksisiin rakenteisiin. Korkeataajuuksisten rakenteiden ongelmat aiheutuvat yleensä impulssimaisista kuormituksista ja ovat hyvin pienessä osassa värähtelytarkastelussa, koska värähtelytasot ovat yleensä suhteellisen pieniä ja ongelmia esiintyy ainoastaan silloin kun värähtelyn raja-arvot ovat hyvin tiukat. Usein värähtelytarkastelussa tutkitaan matalataajuuksisten rakenteiden tapauksia, koska niissä mahdollisesti tapahtuva resonanssi-ilmiö voi aiheuttaa korkeita värähtelytasoja ja ne aiheuttavat lähes kaikki värähtelystä aiheutuvat ongelmat ihmisten mukavuuden suhteen (AISC: Design guide 11, s. 6-7). Katsomorakenteiden hyväksyttävät värähtelytasot ovat niin korkeita, että niille on tarpeen tarkastella ainoastaan matalataajuuksisten rakenteiden tilannetta.

Resonanssiksi sanotaan tilannetta, kun rakenteeseen vaikuttavan harmonisen herätteen tai jonkin sen monikerran taajuus on lähellä jotain rakenteen ominaistajuutta. Tällöin rakenteen värähtelyä rajoittaa ainoastaan rakenteen vaimennus ja värähtelytasot voivat kasvaa suuriksi. Esimerkki rakenteen resonanssivasteesta on esitetty kuvassa 8. (AISC: Design guide 11, s. 7; IStructE 2008 s. 34.)





Kuva 8. Esimerkki vaimennetun systeemin resonanssitilan vasteesta (Salmi ja Virtanen mukaillen).

Rakenteen alimman ominaistajuuden ollessa tarpeeksi korkea suhteessa herätteen taajuuteen voidaan todeta, että resonanssi-ilmiötä ei voi muodostua ja värähtely koostuu yksittäisistä impulssivasteista (AISC: Design guide 11, s. 7). Joissain tapauksissa värähtelyn raja-arvojen ollessa korkeampia voidaan tällöin todeta, että rakenteen värähtelyt pysyvät hyväksyttävällä tasolla eikä tarkempaa tarkastelua tarvita. Muussa tapauksessa on matalataajuuksista rakennetta syytä tarkastella pakkovärähtelytehtävän avulla (IStructE s. 1).

## 4.2 Pakkovärähtely

Pakkovärähtelytehtävässä tarkastellaan systeemin värähtelyä ulkoisen herätteen vaikutuksesta. Ihmisen aiheuttama kuormitus tarkastellaan harmonisen herätteen avulla, joten tässä kappaleessa tarkastellaan pakkovärähtelytehtävän ratkaisua ainoastaan harmonisen herätteen tapauksessa, kun heräte  $F(0) = 0$  ja tarkastelu aloitetaan systeemin

ollessa levossa jolloin  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  ja  $\ddot{x}(0) = 0$ . Tällöin liikeyhtälö (7) voidaan esittää muodossa

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F\sin(\omega t) \quad (16)$$

missä

$m$  on massa,

$\ddot{x}$  on kiihtyvyys,

$c$  on vaimennus,

$\dot{x}$  on nopeus,

$k$  on jäykkyys,

$x$  on siirtymä,

$F$  ulkoisen herätteen amplitudi,

$\omega$  on kulmataajuus ja

$t$  on aika (Thomson ja Dahleh 1998, s. 49).

Liikeyhtälön täydellinen ratkaisu koostuu homogeeniyhtälön ratkaisusta ja yksityisratkaisusta. Homogeeniyhtälö on muotoa

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (17)$$

missä

$m$  on massa,

$\ddot{x}$  on kiihtyvyys,

$c$  on vaimennus,

$\dot{x}$  on nopeus,

$k$  on jäykkyys ja

$x$  on siirtymä.

Sijoittamalla  $x = e^{st}$  voidaan yhtälö kirjoittaa muotoon:

$$(ms^2 + cs + k)e^{st} = 0 \quad (18)$$

ja edelleen

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0 \quad (19)$$

missä

$m$  on massa,

$s$  on vakio,

$c$  on vaimennus,

$k$  on jäykkyys ja

$t$  on aika.

Kriittisen vaimennuskertoimen  $c_k$  tapauksessa karakteristisen yhtälön juuret yhtyvät, jolloin sen diskriminantti on nolla

$$\left(\frac{c_k}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad (20)$$

missä

$c_k$  on kriittinen vaimennuskerroin,

$m$  on massa ja

$k$  on jäykkyys.

Järjestämällä yhtälö uudelleen ja sijoittamalla yhtälö

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (21)$$

missä

$\omega$  on kulmataajuus,

$k$  on jäykkyys ja

$m$  on massa

saadaan

$$c_k = 2m\omega \quad (22)$$

missä

$c_k$  on kriittinen vaimennuskerroin,

$m$  on massa ja

$\omega$  on kulmataajuus.

Merkitsemällä suhteellinen vaimennuskerroin

$$\zeta = \frac{c}{c_k} \quad (23)$$

saadaan yhteys

$$\frac{c}{m} = \frac{\zeta c_k}{m} = 2\zeta\omega \quad (24)$$

missä

$c$  on vaimennuskerroin,

$m$  on massa,

$\zeta$  on suhteellinen vaimennuskerroin,

$c_k$  on kriittinen vaimennuskerroin ja

$\omega$  on kulmataajuus.

Yhtälö (19) voidaan nyt kirjoittaa

$$s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 = 0 \quad (25)$$

ja sen juuriksi saadaan

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega \quad (26)$$

missä

$s$  on vakio,

$\zeta$  on suhteellinen vaimennuskerroin ja

$\omega$  on kulmataajuus.

Rakenteet ovat alikriittisesti vaimennettuja, jolloin suhteellinen vaimennuskerroin  $\zeta < 1$ . Tällöin karakteristisen yhtälön juuret ovat kompleksisia liittolukuja ja yhtälö (26) saadaan muotoon

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm i\sqrt{1-\zeta^2})\omega \quad (27)$$

ja liikeyhtälön yleinen ratkaisu voidaan esittää

$$x_h(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \quad (28)$$

missä

$s$  on vakio,

$\zeta$  on suhteellinen vaimennuskerroin,

$\omega$  on kulmataajuus,

$t$  on aika,

$A$  on integrointivakio ja

$B$  on integrointivakio.

Sijoittamalla yhtälö (27) kaavaan (28) saadaan

$$x_h(t) = e^{-\zeta\omega t} (Ae^{i\sqrt{1-\zeta^2}\omega t} + Be^{-i\sqrt{1-\zeta^2}\omega t}) \quad (29)$$

joka voidaan kirjoittaa muotoon

$$x_h(t) = e^{-\zeta\omega t} (C_1 \sin\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + C_2 \cos\sqrt{1-\zeta^2}\omega t) \quad (30)$$

missä

$x_h(t)$  on liikeyhtälön homogeenisen osan ratkaisu,

$\zeta$  on suhteellinen vaimennuskerroin,

$\omega$  on kulmataajuus,

$t$  on aika,

$C_1$  on vakio ja

$C_2$  on vakio.

Määrittelemällä  $C_1$  ja  $C_2$  alkuehtojen mukaan  $\dot{x}(0)$  ja  $x(0)$  saadaan yhtälö (30) muotoon

$$x_h(t) = e^{-\zeta\omega t} \left[ \frac{\dot{x}(0) + \zeta\omega x(0)}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\sqrt{1-\zeta^2}\omega t + x(0)\cos\sqrt{1-\zeta^2}\omega t \right] \quad (31)$$

missä

$x_h(t)$  on liikeyhtälön homogeenisen osan ratkaisu,

$t$  on aika,

$\zeta$  on suhteellinen vaimennuskerroin,

$\omega$  on kulmataajuus,

$\dot{x}(0)$  on nopeus ajan hetkellä 0 ja

$x$  on siirtymä ajan hetkellä 0,

mistä saadaan vaimennetun ominaisvärähtelyn suuruus (Thomson ja Dahleh 1998, s. 27-30).

Yksityisratkaisun yhtälö voidaan kirjoittaa

$$x_t(t) = X \sin(\Omega t + \phi) \quad (32)$$

missä

$x_t(t)$  on yksityisratkaisun siirtymä,

$X$  on amplitudi,

$\Omega$  herätteen kulmataajuus,

$t$  on aika ja

$\phi$  on herätteen vaihekulma.

Amplitudi  $X$  ja vaihekulma  $\phi$  voidaan määrittellä

$$X = \frac{F}{k\sqrt{[1-(\Omega/\omega)^2]^2 + (2\zeta\Omega/\omega)^2}} \quad (33)$$

ja

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{-2\zeta\Omega/\omega}{1-(\Omega/\omega)^2} \right] \quad (34)$$

missä

$X$  on amplitudi,

$F$  on herätteen voima,

$k$  on jäykkyys,

$\Omega$  on herätteen kulmataajuus,



$\omega$  on kulmataajuus,

$\zeta$  on suhteellinen vaimennuskerroin ja

$\phi$  on herätteen vaihekulma,

jolloin yksityisratkaisu on

$$x_t(t) = \frac{F}{k\sqrt{[1-(\Omega/\omega)^2]^2 + (2\zeta\Omega/\omega)^2}} \sin(\Omega t + \tan^{-1} \left[ \frac{-2\zeta\Omega/\omega}{1-(\Omega/\omega)^2} \right]). \quad (35)$$

Liikkeyhtälön (16) yleinen ratkaisu on

$$x(t) = x_h(t) + x_t(t) \quad (36)$$

missä

$x(t)$  on liikkeyhtälön yleinen ratkaisu,

$x_h(t)$  on liikkeyhtälön homogeenisen osan ratkaisu ja

$x_t(t)$  on liikkeyhtälön yksityisratkaisu,

mistä saadaan herätteen rakenteelle aiheuttama kokonaissiirtymä aikatasossa, jota kutsutaan vasteeksi. Riippuen tilanteesta siirtymävasteen lisäksi voidaan tarkastella nopeus- ja kiihtyvyysvasteita. (Salmi ja Virtanen, s. 386, 393-394.)

### 4.3 Rakenteiden dynaamiset ominaisuudet

Liikkeyhtälöstä (7) voidaan todeta, että värähtelyyn vaikuttavia rakenteen ominaisuuksia ovat massa, vaimennus ja jäykkyys. Massa ja jäykkyys ovat laskettavissa olevia parametreja, mitkä voidaan määrittää rakenteen materiaaliominaisuuksien ja dimensioiden perusteella. Vaimennuksen arvon määrittely sen sijaan ei ole

määriteltävissä rakenteesta laskennallisesti vaan sen arvona on käytettävä tutkimusten mittaustulosten perusteella määriteltyjä suositusarvoja. (AISC: Design guide 11, s. 1-2.).

#### **4.3.1 Massa ja jäykkyys**

Massan vaikutus värähtelyanalyysin tuloksiin on merkittävä. Yhtälöstä (15) voidaan todeta, että massa vaikuttaa käänteisesti rakenteen ominaistajuuteen: eli mitä suurempi massa, sitä matalampi ominaistajuus. Analysoitavan rakenteen oma massa voidaan helposti määritellä sen dimensioiden ja tiheyden avulla. Värähtelyanalyysissä on kuitenkin otettava huomioon koko värähtelysystemin massa, jolloin tarkasteltavan rakenteen oman massan lisäksi huomioitavaan massan arvoon on lisättävä rakenteeseen pysyvästi vaikuttavat kuormitukset sekä tarkasteltavan tilanteen aikainen hyötykuorma lisämassana. Hyötykuorman suuruutena tulee käyttää mahdollisimman tarkasti arvioitua arvoa värähtelytilanteen aikaisesta kuormituksesta (AISC: Design guide 11, s. 6, 86).

Massan tavoin rakenteiden jäykkyys voidaan määrittää laskennallisesti ja sen voidaan todeta yhtälön (15) mukaisesti vaikuttavan suoraan rakenteen ominaistajuuteen: eli mitä suurempi jäykkyys sitä korkeampi ominaistajuus. Analysoitavan rakenteen jäykkyyteen voi vaikuttaa useat eri tekijät kuten: profiilien jäykkyydet, liitosten jäykkyydet, perustusten jousto ja ei-rakenteellisten osien mahdollisista jäykistävästä vaikutuksista. (AISC: Design guide 11.)

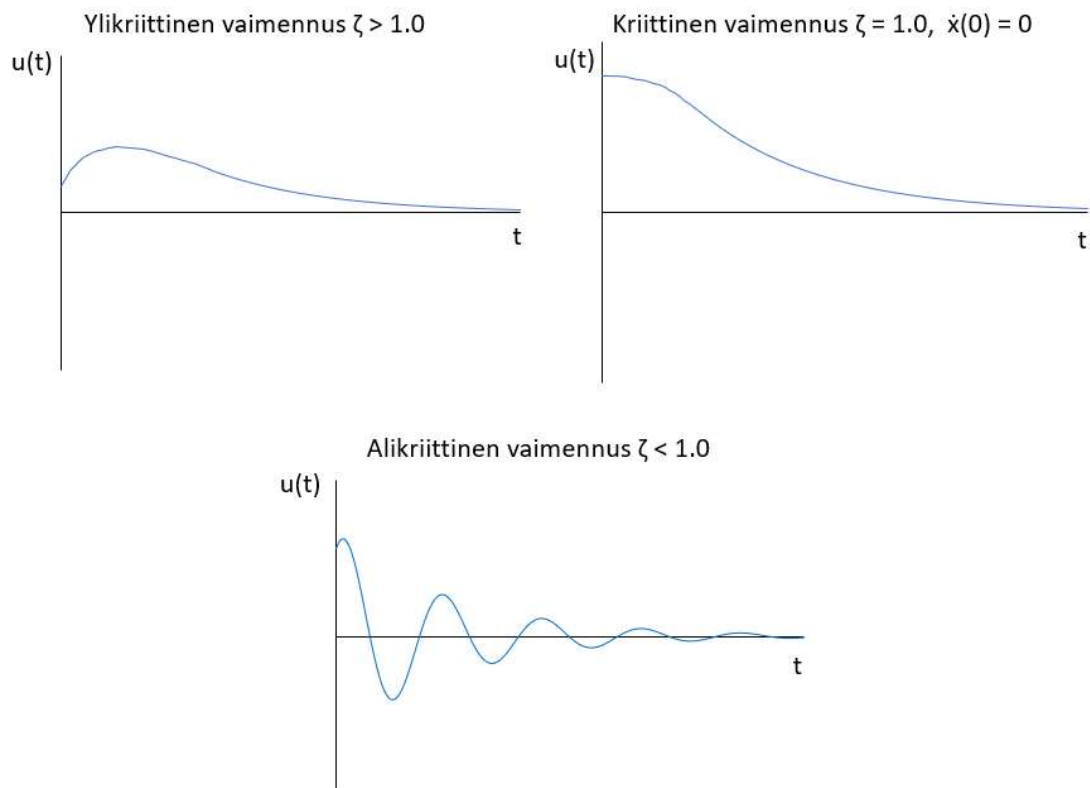
Massan ja jäykkyyden avulla voidaan vaikuttaa näin ollen rakenteen ominaistajuuteen ja herätteen aiheuttaman vasteen suuruuteen merkittävästi. Sallittujen värähtelytasojen ylittyessä massan muokkaaminen ei kuitenkaan yleensä ole tehokas tapa parantaa rakenteen toimivuutta. Suositeltavaa on pyrkiä nostamaan rakenteen ominaistajuutta lisäämällä rakenteen jäykkyyttä. (AISC: Design guide 11, s.118-119.)

#### **4.3.2 Vaimennus**

Vaimennus on ilmiö, missä mekaanista energiaa häviää dynaamisesta systeemistä ympäristöön yleensä kitkan ja muiden vastusten takia (De Silva C. W. 2006, s. 386; Thomson ja Dahleh 1998, s. 5; Salmi ja Virtanen, s. 373). Rakenteiden vaimennuksen määrittely on massaa ja jäykkyyttä vaikeampaa, koska sitä ei voida laskennallisesti

määrittellä rakenteiden tunnettujen ominaisuuksien tai dimensioiden perusteella. Tämän vuoksi se määritellään usein suhteellisella vaimennuskertoimella mittaustuloksista saatujen taulukkoarvojen avulla (AISC Design guide 11, s.2). Vaimennukset voidaan luokitella kolmeen eri luokkaan riippuen suhteellisen vaimennuskertoimen suuruudesta: kriittiseen, ylikriittiseen ja alikriittiseen vaimennukseen.

Kriittinen vaimennus kuvaa vaimennuksen suuruutta, jolloin tasapainoasemastaan poikkeutetun systeemin liike lähestyy asymptoottisesti sen tasapainoasemaa, eikä värähtelyä synny. Ylikriittisessä vaimennuksessa systeemi käyttäytyy samoin kuin kriittisesti vaimennetussa systeemissä, mutta se saavuttaa tasapainoasemansa kriittistä vaimennusta hitaammin. Vaimennuksen ollessa alikriittistä systeemi värähtelee tasapainoasemansa ympärillä jatkuvasti pienenevällä amplitudilla lähestyen tasapainoasemaansa. Systeemin liikettä erilaisilla vaimennuksilla on esitetty kuvassa 9. (Salmi ja Virtanen, s. 380-381.)



Kuva 9. Systeemin liike eri vaimennuksilla (Salmi ja Virtanen, s. 380-381 mukailten).

Rakenteiden vaimennus on lähes aina alikriittistä, jolloin niissä voi esiintyä värähtelyä (Chopra A. K. 2012). Kuten aiemmin todettua rakenteiden vaimennuksen määrittelyssä on käytettävä mittaustuloksista saatuja arvioita erilaisten rakenteiden vaimennuskertoimista, joita on esitetty taulukossa 9.

Taulukko 9. Suositeltuja rakenteiden vaimennuskertoimia eri lähteistä.

Lähde	Rakennetyyppi	Vaimennuskerroin $\zeta_1$
JRC (2009)	-Puurakenteet -Betonirakenteet -Teräsrakenteet -Komposiittirakenteet	0,06 0,02 0,01 0,01
AISC	-Teräsrunkoiset tasot -Teräsrunkoiset portaat	0,01 0,01-0,04
ISO 10137	-Teräspalkki/betonilaatta, yksinkertaisesti tuettu -Teräspalkki/betonilaatta, jatkuva laatta -Esijännitetty betonielementti -Puupalkkivälipohja	0,008–0,03 <sup>(1)</sup> 0,01–0,05 <sup>(1)</sup> 0,008–0,031 <sup>1)</sup> 0,015–0,04 <sup>(1)</sup>
IStructE	-Katsomorakenteet	0,02 <sup>(2)</sup>
<sup>(1)</sup> Tyypillinen vaihteluväli		
<sup>(2)</sup> Suositusarvo ellei tarkempaa tietoa ole saatavilla		

Tarkasteltavan rakenteen lisäksi on todettu, että systeemin vaimennuksen suuruuteen vaikuttaa oleellisesti myös rakenteen tilojen kiinteä kalustus ja muut asennukset. Eri käyttötarkoituksille ja tilanteille on tutkimusten perusteella annettu suositusarvoja, joita esitetty taulukossa 10. (JRC, s. 13.)

Taulukko 10. Suositusarvoja kalustuksesta aiheutuvan vaimennuksen huomioimiseksi eri tilanteissa.

Lähde	Rakennetyyppi	Vaimennuskerroin $\zeta_2$
JRC	-3 hengen toimistohuoneita väliseinillä -Paperiton toimisto -Avotoimisto -Kirjasto -Asuintalot -Koulut -Liikuntatilat	0,02 0 0,01 0,01 0,01 0 0
AISC	-Alakatto ja kanavistot -Elektroninen toimisto -Paperitoimisto -Kirkko, koulu tai ostoskeskus -Täyskorkeat väliseinät rakenteen tason jänneväliä	0,01 0,005 0,01 0 0,02–0,05

Värähtelyanalyysissä käytettävä systeemin suhteellinen kokonaisvaimennuskerroin voidaan summata rakenteen ja kalustuksen suhteellisten vaimennuskertoimien avulla

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 \quad (37)$$

missä

$\zeta$  on systeemin suhteellinen kokonaisvaimennuskerroin,

$\zeta_1$  on rakenteen suhteellinen vaimennuskerroin ja

$\zeta_2$  on kaluksesta ja asennuksista aiheutuva suhteellinen vaimennuskerroin (AISC: Design guide 11, s. 25).

Rakenteen ja kalustuksen vaimennuksen lisäksi myös rakennetta kuormittavat ihmiset vaikuttavat systeemin kokonaisvaimennuksen suuruuteen. Ryhmien aiheuttamien rytmisten kuormitusten tapauksissa mihin myös katsomorakenteiden kuormitukset lasketaan, voidaan ihmisistä aiheutuva lisävaimennus ottaa huomioon. Katsomorakenteille sovellettavia suhteellisia vaimennuskertoimia on esitetty taulukossa 11. (AISC: design guide 11, s. 59.)

Taulukko 11. Katsomorakenteille sovellettavia vaimennuskertoimia

Lähde	Kuormitus	Vaimennuskerroin $\zeta$
AISC	Ryhmän aiheuttama rytmisen kuormitus yleisesti	0,06
IStructE	Katsomorakenteiden rytmisen kuormitus	0,02 <sup>(1)</sup>
<sup>(1)</sup> Suositusarvo pelkälle rakenteelle, ellei tarkempaa tietoa ole saatavilla. Ihmisten aiheuttama lisävaimennus huomioidaan erikseen kehoelementin avulla, jonka suhteellinen vaimennuskerroin tapauksesta riippuen 0,25–0,4.		

## 5 RAKENTEIDEN VÄRÄHTELYTEHTÄVÄN RATKAISU

Todelliset rakenteet ovat aina useamman vapausasteen värähtelysteemeitä. Tällöin värähtelyanalyysi on suoritettava matriisimuodossa ja vaimennetun pakkovärähtelytehtävän liikeyhtälö on muotoa

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (38)$$

missä

$M$  on massamatriisi,

$\ddot{x}$  on kiihtyvyys,

$C$  on vaimennusmatriisi,

$\dot{x}$  on nopeus,

$K$  on jäykkyysmatriisi,

$x$  on siirtymä ja

$F(t)$  ulkoinen heräte (De Silva C. W. 2006, s. 265-266).

Usean vapausasteen systeemien ja erityisesti suurempien rakenteiden värähtelytehtävien ratkaiseminen analyyttisesti on hyvin raskasta. Lisäksi suunnitteluohjeiden yksinkertaistetut mitoitusmenetelmät asettavat yleensä rajoituksia tarkasteltavalle rakenteelle esimerkiksi geometrian suhteen, jolloin monimutkaisemmat tapaukset jäävät menetelmien ulkopuolelle. Tästä syystä suurempien ja monimutkaisempien rakenteiden tilanteiden, kuten katsomorakenteiden värähtelytehtävien ratkaisemisessa on syytä hyödyntää FEM-laskentaa. (Thomson ja Dahleh 1998, s. 287; AISC Design guide 11, s. 9, 83.)

## 5.1 FEM-laskenta

Suurempien ja monimutkaisempien rakenteiden värähtelyä voidaan analysoida tehokkaasti FEM-laskennan avulla. FEM [finite element method] on numeerinen laskentamenetelmä, minkä avulla voidaan ratkaista useisiin erilaisiin fysikaalisiin ilmiöihin kuten esimerkiksi lämmön siirtymiseen, akustiikkaan tai rakenteiden mekaniikkaan liittyviä tehtäviä. Analyysiä suoritettaessa on syytä kuitenkin ymmärtää, että numeerinen laskenta sisältää paljon oletuksia ja yksinkertaistuksia, mitkä voivat vaikuttaa merkittävästi tuloksiin. Lisäksi on hyvä tiedostaa, että vaikka tarkasteltavasta rakenteesta luotaisiin mahdollisimman tarkka laskentamalli, voivat värähtelyanalyysin tulokset siitä huolimatta poiketa todellisen rakenteen käyttäytymisestä. Tämän vuoksi oletuksia ja yksinkertaistuksia tehdessä on syytä ymmärtää niiden vaikutukset analyysin tuloksiin, ja pyrkiä konservatiiviseen arvioon rakenteen toiminnasta. Yleensä katsomorakenteiden tapauksissa tämä tarkoittaa sitä, että valinnat pyritään tekemään niin, että rakenteen ominaistajuudet ovat matalalla puolella. Esimerkkejä yksinkertaistusten ja valintojen vaikutuksista laskennallisiin ominaistajuuksiin esitetty taulukossa 12. (Liu G. R. 2014, s. 3-4, IStructE 2008, s. 33, 36-37.)

Taulukko 12. Yksinkertaistusten ja valintojen vaikutuksia laskettuihin ominaistajuuksiin (IStructE 2008 mukailten).

Yksinkertaistus/valinta	Laskennallinen ominaistajuus
Merkittävien massojen huomioimatta jättäminen (sisältäen myös ei rakenteelliset osat)	Liian korkea
Liitosten liiallinen jäykkyys	Liian korkea
Rakenteen osittainen mallinnus olettaen, että mallintamaton osa liikkumatonta ja jäykkää	Yleensä liian korkea, merkittävä ominaisuus voi jäädä löytämättä
Perustusten jouston huomioimatta jättäminen	Liian korkea
Liian harva elementtiverkko	Mahdollisesti liian korkea
Istuintason ja kannatinpalkkien vuorovaikutuksen huomioimatta jättäminen	Liian matala
Ei-rakenteellisten osien jäykistävän vaikutuksen huomioimatta jättäminen	Liian matala

FEM-laskennassa käytettävän rakennemallin rakentamiseen on olemassa hieman toisistaan poikkeavia ohjeistuksia tapauksesta ja lähteestä riippuen. Rakennemallin tyyppi ja riittävä laajuus riippuu hyvin pitkälti tarkasteltavasta rakenteesta sekä tilanteesta, ja tulee arvioida aina tapauskohtaisesti. Rakenteen koostuessa identtisistä kehistä voidaan rakennemalli jossain tapauksissa analysoida kaksiulotteisena, mutta

kolmiulotteinen malli on yleispätevämpi vaihtoehto. Rakennemallin laajuudeksi voidaan valita joko koko rakenne tai osia siitä. Koko rakenne on syytä mallintaa esimerkiksi silloin, jos sen tason kenttien tai kehien dimensiot tai massa- ja jäykkyysominaisuudet vaihtelevat. Osittaista rakennemallia voidaan hyödyntää esimerkiksi, jos rakenteessa on toistuvuutta tai heräte vaikuttaa vain pienellä alueella. Esimerkiksi monikerroksisen rakennuksen välipohjaa tarkasteltaessa malli voidaan luoda yleensä vain tarkasteltavasta kerroksesta pilarit huomioiden. Elementtikoko tulee valita mallin osille niin, että elementtikoon pienentäminen muuttaa laskettua ominaistajuutta korkeintaan 0,05-0,1 Hz. (AISC Design guide 11, s. 83-85; IStructE 2008, s. 33.)

FEM-ohjelmistoissa rakenteen oma massa otetaan huomioon analyysissä dimensioiden ja tiheyksien avulla, mutta pysyvät kuormat ja ei-rakenteelliset osat pitää määrittellä lisämassana mallin rakenteille. Riippuen ohjeistuksesta myös käyttäjien massa voidaan ottaa huomioon lisämassana. Massan lisäksi malliin sisällytettävien osien mahdollinen jäykistävä vaikutus voidaan ottaa huomioon jousien avulla. (AISC Design guide 11, s. 84-86.)

## **5.2 Ominaisvärähtelytehtävän ratkaisu**

Rakenteiden ominaisvärähtelytehtävä voidaan ratkaista useamman vapausasteen vaimentamattomana ominaisarvotehtävänä. Analyysin suorittamisessa voidaan tehdä valintoja yleensä ainakin käytettävän massamatriisin, ratkaisumenetelmän ja laskettavien ominaismuotojen määrän suhteen. Massamatriisin valinnalla voidaan vaikuttaa siihen, miten massa jaotellaan, ja minkä suuntaisia massan liikkeitä otetaan huomioon. Massamatriisin valinta vaikuttaa laskennassa saataviin ominaismuotojen ja -taajuuksien tuloksiin. Ratkaisumenetelmän valinnalla taas ei ole juuri merkitystä laskennan tarkkuuteen, vaan sillä voidaan lähinnä vaikuttaa laskennan tehokkuuteen valitsemalla sopivin menetelmä mallin koon ja haluttujen ominaismuotojen määrän perusteella. Laskettavien ominaismuotojen ja -taajuuksien määrä riippuu tarkasteltavasta rakenteesta. Yleensä ominaismuotojen määrä on riittävä, kun kaikki tason kenttien yhteen suuntaan kaarevat muodot tulee otetuksi huomioon. Perussääntönä voidaan pitää, että analyysissä lasketaan kaikki ominaismuodot, joiden taajuus on alle kaksi kertaa alin ominaismuoto. (AISC Design guide 11, s. 86, Dlubal RF-DYNAM Pro Program Description, s. 17-19.)



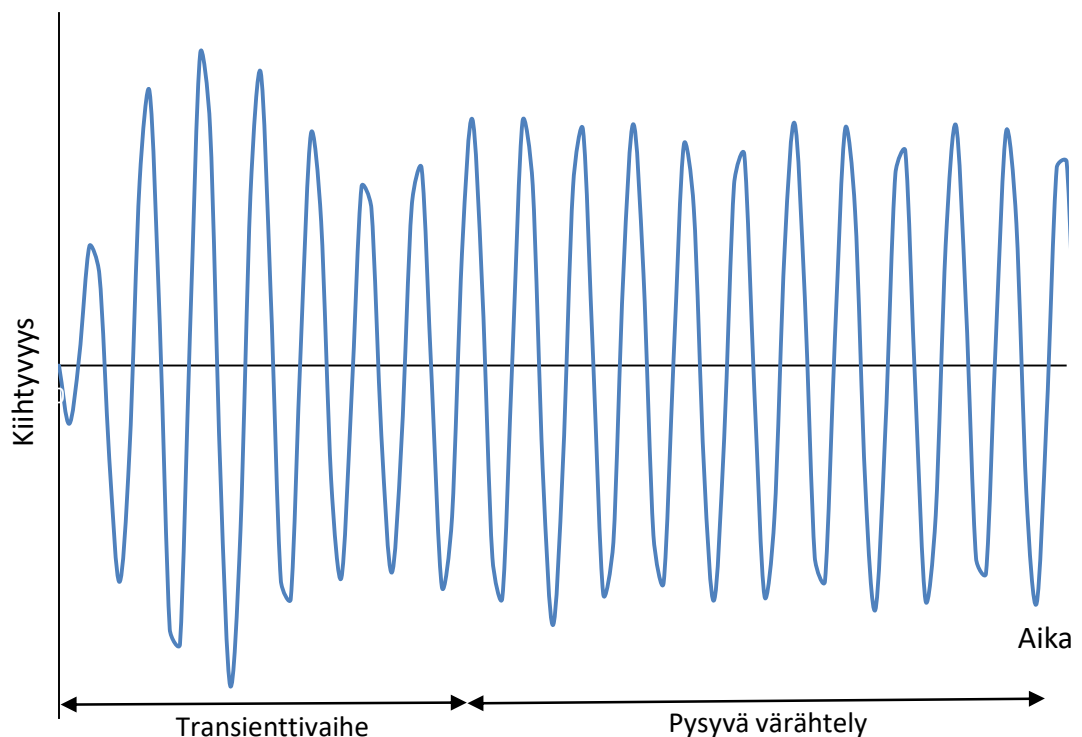
### 5.3 Pakkovärähtelytehtävän ratkaisu

Rakenteiden lineaaristen systeemien pakkovärähtelytehtäviä voidaan ratkaista joko suoralla aikaintegroinnilla tai ominaismuotopohjaista laskentaa käyttäen. Kumpaakin ratkaisumenetelmää voidaan hyödyntää värähtelyanalyysin suorittamiseen aika- tai taajuustasossa. Ihmisen aiheuttaman kuormituksen koostuessa useammasta harmonisesta tekijästä voidaan jokaisen harmonisen tekijän aiheuttama vaste laskea erikseen ja summata kokonaisvasteeksi tapaukseen soveltuvalla tavalla. (Chopra A. K. 1995, s. 358; De Silva C. W. 2006, s. 97; IStructE 2008, s. 22: AISC Design guide 11, s.87-100.)

Suoraa aikaintegrointia käytettäessä rakenteen kytketyt liikeyhtälöt ratkaistaan kaikkien vapausasteiden suhteen ajan hetkellä  $t$  aika-askeleen  $\Delta t$  välein. Suora aikaintegrointi voidaan jaotella explisiittiseen ja implisiittiseen aikaintegrointiin riippuen ratkaistaanko liikeyhtälöt ajan hetkellä  $t$  vai  $t + \Delta t$ . Aika-askel tulee suorassa aikaintegroinnissa valita tarpeeksi lyhyeksi, jotta laskennan stabiilisuus säilyy ja tuloksien tarkkuus on riittävä. Suora aikaintegrointi on melko tarkka ja soveltuu myös korkeampien herätetaajuuksien aiheuttamien värähtelyjen tarkasteluun, mutta on toisaalta laskennallisesti melko raskas ja aikaa vievä menetelmä. (Chopra A. K. 1995, s. 566-568; Laukkanen 2016.)

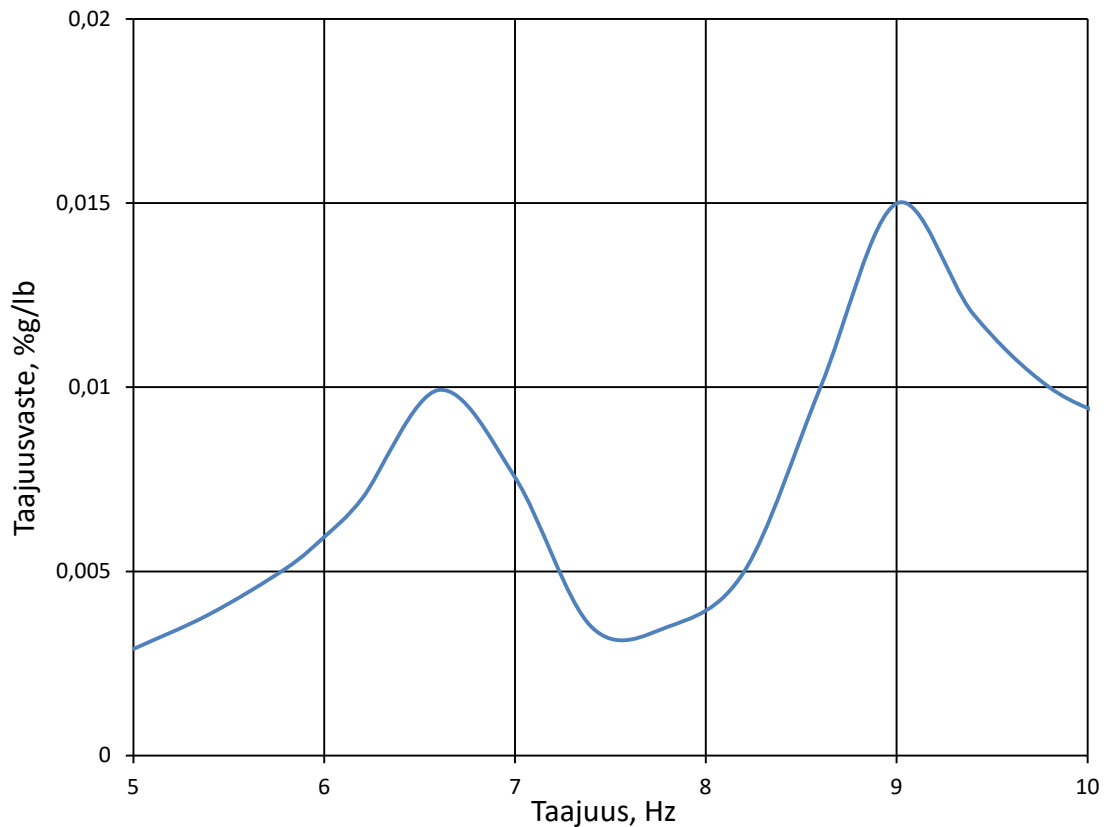
Ominaismuotopohjainen laskenta on tehokas vaihtoehtoinen ratkaisumenetelmä suoralle aikaintegroinnille, erityisesti kun kyse on suurista rakenteista ja herätetaajuudet ovat matalia. Menetelmässä hyödynnetään usein jo valmiiksi laskettuja ominaisvärähtelytehtävän ominaismuotoja ja -taajuuksia. Ratkaistavien liikeyhtälöiden määrää voidaan ominaismuotopohjaisessa laskennassa vähentää merkittävästi käsittelemällä jokaista ominaismuotoa erikseen yhden vapausasteen värähtelijän tavoin, jolloin tehtävän ratkaisu on suoraa aikaintegrointia nopeampaa. Liikeyhtälöt ja herätteen aiheuttama vaste lasketaan jokaiselle ominaismuodolle erikseen aikaintegrointia käyttäen, ja ne voidaan tämän jälkeen summata systeemin kokonaisvasteeksi. Tulosten tarkkuutta voidaan parantaa huomioon otettavien ominaismuotojen määrää kasvattamalla. (Chopra A. K. 1995, s. 357; De Silva C. W. 2006, s. 223; Laukkanen 2016.)

Rakenteiden värähtelytehtäviä aikatasossa ratkaistaessa menetelmänä on aikahistoria-analyysi, minkä tuloksena saadaan kuormituksen aiheuttama vaste ajan suhteen. Aikahistoria-analyysissä tapauksen staattinen piste- tai aluekuormitus yhdistetään soveltuvan aikadiagrammin sekä dynaamisen kertoimen ja vaihekulman avulla ajasta riippuvaksi dynaamiseksi kuormaksi. Tämän jälkeen rakenteen liikeyhtälöt ratkaistaan joko suoraa aikaintegrointia tai ominaismuotopohjaista laskentaa käyttäen valitun aika-askeleen välein halutulla tarkasteluajalla. Aika-askeleiden vasteet tallennetaan ja voidaan yhdistää kuvaajiksi ajan suhteen tulosten tarkastelua varten. Esimerkki aikahistoria-analyysin kuvaajasta on esitetty kuvassa 10. Aikahistoria-analyysissä tuloksena saadaan suoraan kuormituksen aiheuttama vaste, mutta siinä voidaan tarkastella ainoastaan yhtä herätetaajuutta kerrallaan. Kun tiedetään, että herätetaajuus vaikuttaa vasteeseen ja ihmisen aiheuttaman kuormituksen herätetaajuus vaihtelee voi rakenteen värähtelyn tarkastelu olla tällöin edullisempaa suorittaa aikahistoria-analyysin sijaan taajuustason analyysinä. (Dlupal RF-DYNAM Pro Program Description, s. 37-39, 57-61; De Silva C. W. 2006, s. 19, 97.)



Kuva 10. Esimerkki aikahistoria-analyysin kiihtyvyysovasteesta (Smith et al. 2009 mukailten).

Taajuustason tarkastelussa rakenteiden värähtelytehtävän ratkaisumenetelmänä voidaan käyttää taajuusvasteanalyysiä hyödyntämällä taajuusvastefunktiota. Taajuusvastefunktiossa hyödynnetään Fourier-muunnosta, jonka avulla tarkastelu muunnetaan aikatasosta taajuustasoon. Lineaarille mekaaniselle systeemille taajuusvastefunktio on määritelty: aikatason vasteen Fourier-muunnos jaettuna aikatason herätteen Fourier-muunnoksella. Taajuusvasteanalyysin tuloksena saadaan rakenteen vastespektri, mikä kuvaa sinimuotoisen yksikkökuormituksen aiheuttamaa vastetta suhteessa herätetaajuuteen. Esimerkki vastespektristä on esitetty kuvassa 11. (AISC Design guide 11, s. 83, 87-100; Meirovitch 1975.)



Kuva 11. Esimerkki taajuusvasteanalyysin vastespektristä (AISC Design guide 11 mukaillen).

Vastespektrin avulla saadaan kokonaiskuva rakenteen käyttäytymisestä eri herätetaajuuksilla, jolloin sen perusteella voidaan valita suurimman vasteen aiheuttavat herätetaajuudet ja skaalata ne kuormituksen aiheuttamaksi vasteeksi huomioimalla

dynaaminen kerroin ja kuormituksen suuruus sekä tapauksesta riippuen muut mahdolliset huomioon otettavat parametrit. Kaikki kaupalliset FEM-ohjelmistot eivät sisällä taajuusvastefunktion laskentaominaisuutta, mutta taajuustason tarkastelussa tarvittava vastespektri voidaan tarvittaessa luoda myös suorittamalla riittävä määrä aikahistoria-analyysyjä halutulla herätetaajuusalueella. (AISC Design guide 11, s. 83, 87-100.)

## 6 KATSOMORAKENTEIDEN VÄRÄHTELYMITOITUS

Tässä kappaleessa tarkastellaan matalataajuisten rakenteiden värähtelymitoitusta käyttörajatilassa. Käyttörajatilan värähtelymitoituksessa mitoitavana tekijänä voi tapauksesta riippuen toimia ihmisten mukavuustekijät sekä jossain tapauksissa myös väkijoukon paniikkireaktion estäminen, rakennuksessa sijaitsevien herkkien laitteiden ja prosessien toiminnan varmistaminen tai rakennusten rakenteiden vaurioitumisen estäminen. (AISC Design guide 11, s. 1; ISO 10137, s. 1, 14.)

Käyttörajatilan lisäksi rakenteiden värähtelymitoitus voi olla syytä toteuttaa myös murtorajatilan ja väsymismitoituksen osalta erityisesti kuormitusten ollessa äärimmäisiä. Useat suunnitteluohjeet kuitenkin toteavat, että monessa tapauksessa käyttörajatilamitoituksen ollessa hyväksyttävä ei väsymisen pitäisi muodostua yleensä ongelmaksi. Tarvittavat mitoitukset ja mahdolliset lisäkuormitukset ovat kuitenkin riippuvaisia käytettävästä standardista ja suunnitteluohjeesta. Huomioitavaa on, että Eurokoodijärjestelmä edellyttää väsymismitoituksen teräksestä valmistetuille rakenneosille, jotka värähtelevät ihmisjoukon vaikutuksesta. (ISO 10137, s. vi; AISC Design guide 11, s. 57; IStructE s. 15-16, 18; SFS-EN 1993-1-1, s. 29.)

### 6.1 Rakenteiden värähtelymitoitus käyttörajatilassa

Rakenteiden värähtelymitoitus käyttörajatilassa voidaan ohjeistuksesta riippuen toteuttaa kahdella eri tavalla. Perinteinen ja yksinkertaisempi menetelmä on mitoittaa rakenne sen alimman ominaistaajuuden perusteella ominaisvärähtelytehtävää hyödyntäen. Vaihtoehtoinen tapa on käyttää tapaukseen soveltuvaa dynaamista kuormitusta ja tarkastella sen aiheuttaman värähtelytason suuruutta rakenteessa pakkovärähtelytehtävän avulla. (Browning G.G 2011, s. 1; IStructE 2008, s. 1.)

#### 6.1.1 Ominaistaajuuteen perustuva mitoitus

Osa standardeista ja suunnitteluohjeista antaa mahdollisuuden suorittaa rakenteen värähtelymitoitus alimman ominaistaajuuden avulla. Alimman ominaistaajuuden ollessa mitoitavana tekijänä perusperiaatteena on, että rakenteen alimman ominaistaajuuden

ollessa riittävän korkea suhteessa herätetaajuuteen ei resonanssi-ilmiötä voi muodostua, ja rakenteen värähtelytasot pysyvät todennäköisesti hyväksyttävällä tasolla. Raja-arvot alimmalle ominaistajuudelle poikkeavat hyvin paljon toisistaan riippuen käytettävästä ohjeistuksesta ja mitoitettavasta tapauksesta. Joissain tapauksissa tulee pystysuuntaisen ominaistajuuden lisäksi tarkastella myös rakenteen alinta vaakasuuntaista ominaistajuutta. Esimerkkejä alimman ominaistajuuden raja-arvoista on esitetty taulukossa 13. (SFS-EN 1990, s. 90; Browning G.G. 2011, s. 1; Smith et al. 2009, s. 1.)

Taulukko 13. Raja-arvoja alimmalle ominaistajuudelle eri lähteistä.

EN 1990, Tanskan kansallinen liite: -Katsomot, liikuntatilat ja julkiset tilat -Asuinrakennukset -Toimistotilat	10 Hz <sup>(1)</sup> 8 Hz <sup>(1)</sup> 8 Hz <sup>(1)</sup>
EN 1991-1, Iso-Britannian kansallinen liite: -Rytmissen tanssin tai hyppimisen kuormittamat välipohjat	8,4 Hz (vaakasuuntaan 4 Hz)
IStructE 2008, katsomorakenteet: -Tapausluokka 1 ja 2 -Tapausluokka 3 ja 4	3,5 Hz (vaakasuuntaan 1,5 Hz <sup>(2)</sup> ) 6 Hz (vaakasuuntaan 1,5 Hz <sup>(2)</sup> )
<sup>(1)</sup> Normaalisti riittävä ominaistajuus hyväksyttävien rakenteiden saavuttamiseksi. Ei takaa aina hyväksyttävyyttä, erityisesti jos rakenteessa pitkät jänneväliä tai kyseessä kevytrakenteinen heikosti vaimennettu systeemi. <sup>(2)</sup> Vaakasuuntaisen ominaistajuuden raja-arvon lisäehtona ohjeen mukaisten lisävaakavoimien käyttö staattisessa mitoituksessa.	

Rakenteen alimman ominaistajuuden ollessa raja-arvoa matalampi tai jos käytetty standardi ei anna ohjeistusta ominaistajuuden perusteella mitoitamiseen, tulee rakenteen värähtelymitoitus suorittaa tarkastelemalla kuormituksen aiheuttamia värähtelytasoja rakenteessa. (SFS-EN 1990, s. 90; IStructE 2008, s. 1, 3.)

### 6.1.2 Värähtelytasoihin perustuva mitoitus

Värähtelytasoihin perustuvassa mitoituksessa tapaukseen soveltuva heräte syötetään rakenteelle ja tarkastellaan sen aiheuttamien värähtelytasojen suuruutta. Yleisimmin mitoitus toteutetaan tarkastelemalla herätteen aiheuttamaa rakenteen kiihtyvyyttä ja vertaamalla sitä tapaukseen sovellettaviin raja-arvoihin. Tarkasteltava ihmisen aiheuttama dynaaminen kuormitus on yleensä jatkuvaa, jolloin värähtelyn muodostuminen rakenteessa vaatii aikaa. Tällöin mitoituksessa on syytä tarkastella

rakenteen pysyvän värähtelyn arvoja, ja värähtelyn käynnistymis- eli transienttivaihe jätetään tarkastelun ulkopuolelle. Transienttivaihe ja pysyvä värähtely on esitetty kuvassa 10. (Browning G.G. 2011, s. 1-2, 104.)

Värähtelytasoihin perustuvaa mitoitusta suorittaessa ja erityisesti sen ihmisen sietoisuuteen perustuvia raja-arvoja käytettäessä on syytä tiedostaa, että kyse on hyvin monimutkaisesta ja subjektiivisesta ilmiöstä. Erilaiset ihmiset kokevat värähtelyn eri tavalla ja lisäksi vallitseva ympäristö sekä ihmisen sen hetkinen toiminta, kuten myös värähtelyn toistuvuus ja tietoisuus värähtelyn aiheuttajasta vaikuttavat kuinka suuret kiihtyvyydet koetaan häiritseviksi. Asuin- ja toimistorakennuksissa jo pienet värähtelytasot voidaan kokea häiritsevinä. Kun taas värähtelyn aiheuttamaan rytmiseen liikkeeseen osallistuvat ihmiset esimerkiksi katsomoissa voivat sietää hyvinkin suuria kiihtyvyyksiä. Tästä syystä mitoituksessa käytettävät raja-arvot vaihtelevat suuresti riippuen tilan tai rakenteen käyttötarkoituksesta. Pääsääntöisesti raja-arvot määritellään yleensä ainoastaan tilan käyttötarkoituksen perusteella, mutta esimerkiksi ISO 10137 -standardissa on raja-arvoissa otettu huomioon lisäksi värähtelyn toistuvuus, vuorokaudenaika ja taajuus. Riippuen lähteestä raja-arvot voidaan antaa joko pysyvän värähtelyn kiihtyvyyden huippuarvoina [PEAK] tai valitun tarkastelujakson kiihtyvyyden neliöllisenä keskiarvona [RMS]. RMS raja-arvo sallii rakenteelle vastaavaa PEAK raja-arvoa huomattavasti suuremman värähtelytason, koska rakenteen RMS kiihtyvyys on merkittävästi kiihtyvyyden huippuarvoa pienempi. Esimerkiksi puhtaalle siniaallolle huippukiihtyvyydsarvoa  $a$  vastaava RMS kiihtyvyyden arvo on  $a/\sqrt{2}$ . Lisäksi kiihtyvyyden raja-arvot voidaan esittää lähteestä riippuen joko suoraan rakenteen kiihtyvyyden arvona  $m/s^2$  tai kiihtyvyyden arvon prosentuaalisena osuutena painovoiman kiihtyvyydestä, jolloin raja-arvo on annettu muodossa %g. Kiihtyvyyden raja-arvoja eri lähteistä on esitetty taulukossa 14. (AISC Design guide 11, s. 5, 11, 57; ISO 10137, s. 34-37; IStructE 2008, s. 25.)

Taulukko 14. Pystysuuntaisen kiihtyvyyden raja-arvoja ihmisten sietoisuuden toimiessa mitoittavan tekijänä.

EN 1990, Tanskan kansallinen liite: -Asuinrakennukset -Toimistotilat -Katsomot, liikuntatilat ja julkiset tilat	0,1 %g 0,2 %g 10 %g
AISC Design guide 11: -Toimistot, asunnot, kirkot ja koulut -Ostoskeskukset -Portaat -Ruokailutilat -Tila missä ainoastaan rytmistä aktiviteettia	PEAK: 0,5 %g 1,5 %g 1,7-4,5 %g 1,5-2,5 %g 4-7 %g
ISO 10137: -Herkät työskentelytilat, sairaalan operaatiohuoneet tai herkäät laboratoriot -Asunnot ja sairaalat -Hiljaiset toimistot, avoin pohjaratkaisu -Koulut ja tavalliset toimistot	RMS: <sup>(1)</sup> 0,005 m/s <sup>2</sup>  0,01-0,02 m/s <sup>2</sup> 0,01 m/s <sup>2</sup> 0,02 m/s <sup>2</sup>
<sup>(1)</sup> Alimmat raja-arvot jatkuvalla tai ajoittaisella värähtelyllä päivällä.	

## 6.2 Käyttörajan raja-arvot katsomorakenteissa

Huomioitavaa katsomorakenteiden värähtelymitoituksessa ja erityisesti sen raja-arvoissa on se, että niistä on tehty tutkimusta melko vähän. Tämä johtuu mahdollisesti tapauksen poikkitieteellistä osaamista vaativasta luonteesta, missä tulee ottaa sekä tekniset että psykologiset osa-alueet huomioon. Lisäksi ilmiön kokeellinen tutkimus on melko haastavaa toteuttaa. Edellä mainituista syistä suurin osa lähteissä annetuista raja-arvoista pohjautuukin hyvin pitkälti yhteen M. Kasperskin tutkimukseen. Raja-arvojen määrittämisen monimutkaisuus ja jatkotutkimuksen tarve eri tilanteissa muun muassa täysmittakaavakokein onkin todettu myös myöhemmin tehdyssä G.G. Browningin tutkimuksessa. (Browning s. 38, 49, 58, 324-325.)

Ominaistaajuusrajoja katsomorakenteille on kirjallisuudessa määritelty melko vähän, annettujen raja-arvojen painottuessa rakenteen sallittuihin kiihtyvyyksiin. Katsomorakenteiden kiihtyvyyden raja-arvoja on määritelty lähteissä kahdesta eri näkökulmasta. Raja-arvoksi voidaan valita mukavuusraja tai turvallisuuteen perustuva raja. Mukavuusraja määritellään yleensä passiivisten värähtelyn syntyyn osallistumattomien katsojien mukaisesti, jotka havaitsevat värähtelyn herkemmin kuin värähtelyn aiheuttamiseen osallistuvat aktiiviset katsojat. Turvallisuuteen perustuva raja



taas on rakenteen ylin sallittu värähtelyn raja-arvo, jotta värähtely ei aiheuta passiivissa tai aktiivisissa katsojissa liian suurta turvattomuuden tunnetta. Tämän tarkoituksena on estää värähtelytasojen kasvaminen niin suureksi, että se johtaisi väkijoukon paniikkireaktioon, joka voi vaarantaa käyttäjien turvallisuuden. Katsomorakenteisiin sovellettavia raja-arvoja on koottu taulukkoon 15. (ISO 10137, s. 36; IStructE 2008, s. 3, 18.)

Taulukko 15. Katsomorakenteisiin sovellettavia käyttörajatilamitoituksen raja-arvoja.

<b>Alimman ominaistajuuden mitoitusrajat</b>	
EN 1990, Tanskan kansallinen liite: -Katsomot, liikuntatilat ja julkiset tilat	10 Hz <sup>(1)</sup>
IStructE 2008, katsomorakenteet: -Tapausluokka 1 ja 2 -Tapausluokka 3 ja 4	3,5 Hz (vaakasuuntaan 1,5 Hz <sup>(2)</sup> ) 6 Hz (vaakasuuntaan 1,5 Hz <sup>(2)</sup> )
<b>Rakenteen kiihtyvyyden raja-arvot</b>	
EN 1990, Tanskan kansallinen liite: -Katsomot, liikuntatilat ja julkiset tilat	10 %g
AISC Design guide 11: -Tila missä ainoastaan rytmistä aktiviteettia (mukavuusraja)	PEAK: 4-7 %g
ISO 10137: -Stadionit ja kokoontumistilat (mukavuusraja) -Stadionit ja kokoontumistilat (turvallisuusraja)	RMS: 1 m/s <sup>2</sup> <sup>(3)</sup> 2 m/s <sup>2</sup> <sup>(4)</sup>
IStructE: -Tapausluokka 1 (mukavuusraja) -Tapausluokka 2 (mukavuusraja) -Tapausluokka 3 (mukavuusraja) -Tapausluokka 4 (turvallisuusraja)	RMS: - 3 %g <sup>(5)</sup> 7,5 %g <sup>(5)</sup> 20 %g <sup>(5)</sup>
<sup>(1)</sup> Normaalisti riittävä ominaistajuus hyväksyttävän rakenteet saavuttamiseksi. Ei takaa aina hyväksyttävyyttä, erityisesti jos rakenteessa pitkät jännevälit tai kyseessä kevytrakenteinen heikosti vaimennettu systeemi. <sup>(2)</sup> Vaakasuuntaisen ominaistajuuden raja-arvon lisäehtona ohjeen mukaisten lisävaakavoimien käyttö staattisessa mitoituksessa. <sup>(3)</sup> Suositeltu RMS tarkastelu aika 10 sekuntia, käytetään yhdessä turvallisuusrajan kanssa. <sup>(4)</sup> Suositeltu RMS tarkastelu aika 1 sekuntia, käytetään yhdessä mukavuusrajan kanssa. <sup>(5)</sup> RMS tarkastelu aika yleensä 10 sekuntia, lisäehtona dynaamisen komponentin aiheuttama taipuma korkeintaan 7 mm RMS.	

### **6.3 Katsomorakenteiden käyttörajatilan mitoituspolku eri lähteiden mukaisesti**

Kuten edellä olevista kappaleista voidaan todeta, katsomorakenteiden kuormitukset ja raja-arvot poikkeavat toisistaan eri lähteiden välillä. Lisäksi suunnitteluohjeiden soveltuvuudessa ja mitoistavoissa sekä mitoitusmenettelyn sisäisissä valinnoissa ja suosituksissa on myös merkittäviä eroavaisuuksia. Tämän vuoksi tähän kappaleeseen on koottu AISC:n ja IStructE:n ohjeiden pääpiirteet ja keskeiset valinnat mitoituksen osalta. ISO-standardia ei käsitellä tässä kappaleessa, koska mitoituksen osalta se ohjaa tutustumaan IStructE:n antamiin mitoitusohjeisiin. (AISC Design guide 11; IStructE 2008; ISO 10137, s. 36.)

#### **6.3.1 AISC**

AISC Design guide 11 ei käsittele katsomorakenteita erikseen ohjeessaan, vaan tavanomaisiin katsomorakenteisiin voidaan soveltaa rytmisesti kuormitetuille teräsrunkoisille välipohjille ja parvekkeille luotua ohjeistusta. Suunnitteluohje ei sovellu stadionolosuhteisiin suunniteltavien katsomoiden käsittelyyn, vaan tällöin on syytä soveltaa IStructE:n laatimaa suunnitteluohjetta. (AISC Design guide 11, s. 57, 100-104.)

AISC:n mukaisessa mitoituksessa lähdetään liikkeelle rakenteen ominaistuuksien ja -muotojen määrittelystä ilman vaimennusta. Ominaisarvottehtävän laskennassa tulee ottaa huomioon käyttäjien massat täyden katsomon tilanteessa. Laskettujen ominaismuotojen perusteella valikoidaan kriittisimmät tapaukset taajuusvastetarkastelua varten. Kuormitusalat ja vasteen tarkastelupiste taajuusvastetarkasteluun valitaan ominaismuodon mukaisesti niin, että tuloksena saadaan konservatiivinen arvo kiihtyvyydestä. Tämän jälkeen suoritetaan taajuusvastetarkastelu valitulla menetelmällä, minkä tuloksena saadaan rakenteen kiihtyvyysspektri yksikkökuormituksella. Vastespektrin perusteella valikoidaan tarkasteltavat harmonisten tekijöiden herätetaajuudet, jotka aiheuttavat suurimman kiihtyvyyssasteen. Rakenteen ominaistajuuden ollessa korkeampi kuin toisen harmonisen tekijän suurin herätetaajuus, voidaan tarkasteluun valita herätetaajuuden maksimiarvot. Tarkasteltavien herätetaajuuksien kiihtyvyydet skaalataan kuormitusta vastaavaksi vasteeksi erikseen molemmille harmonisille tekijöille kaavalla

$$a_{p,i} = FRF(if_{step})\alpha_i w_p \quad (39)$$

missä

$a_{p,i}$  on harmonisen tekijän  $i$  aiheuttama yksikkökuormituksen huippukiihtyvyys %g,

$FRF(if_{step})$  on harmonisen tekijän  $i$  herätetaajuudella  $f_{step}$  saatu taajuusvasteanalyysin huippukiihtyvyys %g/(kg/m<sup>2</sup>),

$\alpha_i$  on harmonisen tekijän  $i$  dynaaminen kerroin ja

$w_p$  on ihmisten pinta-alakuormitus kg/m<sup>2</sup>. (AISC Design guide 11, s. 83-100.)

Harmonisten tekijöiden skaalatut kiihtyvyydet voidaan summata kokonaisvasteeksi 1,5 voimasäännöllä

$$a_p = \left[ \sum_i (a_{p,i})^{1,5} \right]^{1/1,5} \quad (40)$$

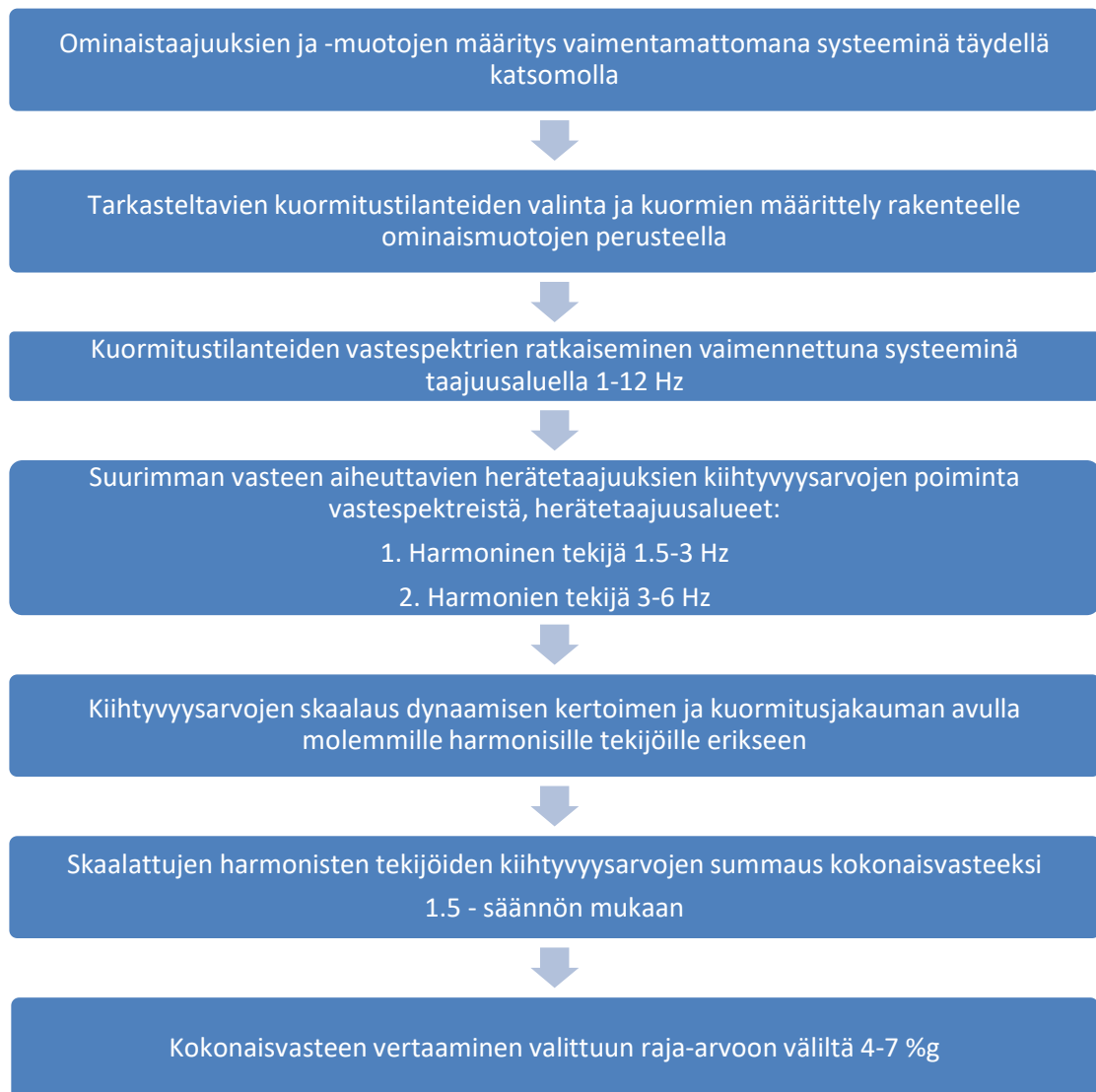
missä

$a_p$  on kokonaiskiihtyvyys,

$i$  on harmoninen tekijä ja

$a_{p,i}$  on harmonisen tekijän  $i$  aiheuttama huippukiihtyvyys.

Tämän jälkeen tarkastetaan, että saatu kokonaiskiihtyvyyden arvo ei ylitä valittua raja-arvoa väliltä 4-7 %g. Mitoitusprosessin pääkohdat AISC Design guide 11:n mukaisesti on esitetty kuvassa 15. (AISC Design guide 11, s. 83-100.)



Kuva 15. Katsomorakenteen värähtelymitoituksen kulku AISC Design guide 11:n mukaisesti.

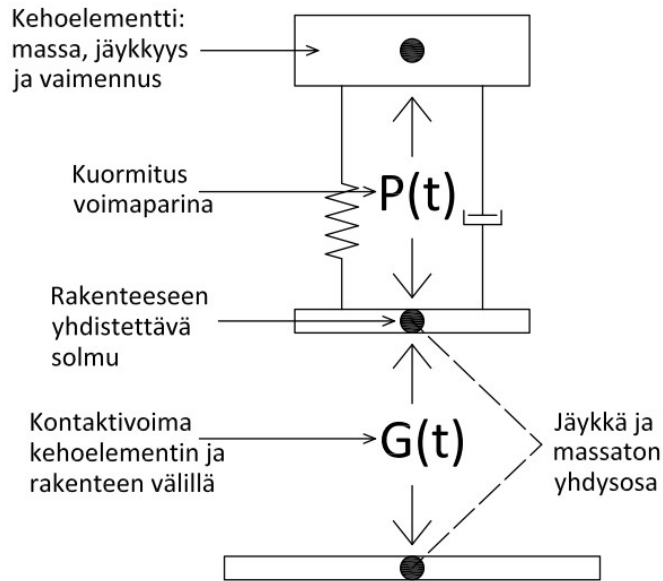
### 6.3.2 IStructE

IStructE:n ohjeistus on pysyville katsomorakenteille laadittu ohjeistus yleisön dynaamisesti kuormittamien katsomoiden hyväksyttävyyden varmistamiseksi. Ohje soveltuu teräs- ja teräsbetonirakenteille sekä jännitetyille betonirakenteille tai niiden yhdistelmille. Ohjeen on todettu olevan soveltuva katsomorakenteille, joiden istuintason jänneväli on vähintään 6 metriä tai tason ulokkeen pituuden ollessa yli 2,5 metriä. (IStructE 2008, s. 1.)

IStructE:n ohjeistusta käytettäessä on ensimmäisenä tehtävänä katsomon käyttötarkoituksen arviointi, jonka perusteella valitaan kohteeseen soveltuva tapausluokka. Tapausluokka vaikuttaa merkittävästi rakenteen tarkastelussa käytettyihin kuormituksiin sekä mitoituksen raja-arvoihin. (IStructE 2008, s. 2-3.)

Tapausluokan valinnan jälkeen voidaan suorittaa rakenteen ominaismuotojen ja ominaistajuuksien määrittely ilman käyttäjien massaa. Katsomorakenne voidaan tämän jälkeen mitoittaa sen alimman ominaistajuuden perusteella tapausluokalle määritellyn raja-arvon mukaisesti. Jos tapausluokan ominaistajuuteen perustuva mitoitusehto lisävaatimuksineen ei toteudu, tulee rakenne mitoittaa värähtelytasoihin perustuvan mitoituksen avulla. (IStructE 2008, s. 1, 3.)

Värähtelytasoihin perustuvassa mitoituksessa ihmisten ja rakenteen väliset vuorovaikutukset tulee ottaa huomioon yleisöä kuvaavan kehoelementin avulla. Kehoelementit ovat yhden vapausasteen vaimennettuja jousi-massa-systeemejä, jotka yhdistetään rakenteeseen massattomien ja jäykkien osien avulla. Tämän jälkeen tapaukseen soveltuva dynaaminen kuormitus syötetään kehoelementille vastakkaisiin suuntiin vaikuttavan elementtiä laajentavan voimaparin avulla, jonka aiheuttama liike siirtyy massattomien ja jäykkien osien välityksellä kontaktivoimaksi rakenteelle. Kehoelementin avulla pyritään kuvaamaan tarkemmin ihmisten ja rakenteen muodostaman systeemin toimintaa ja sen käytön on todettu vaikuttavan pakkovärähtelytehtävän kiihtyvyyksiin laskevasti verrattuna ihmisten aiheuttaman kuormituksen perinteiseen käsittelytapaan lisämassan ja ulkoisen voiman avulla. Kehoelementin ja siihen syötettävän kuormituksen periaatteet on esitetty kuvassa 16. (IStructE 2008, s. 19, 22-23, 27-28.)



Kuva 16. Kehoelementti ja kuormitus (IStructE 2008 mukailten).

Kehoelementeille on määritelty omat dynaamiset ominaisuudet yleisön todennäköisen toiminnan perusteella. Kehoelementtien suositellut parametrit on esitetty taulukossa 16. (IStructE 2008, s. 23, 28.)

Taulukko 16. Kehoelementtien suositellut parametrit (IStructE 2008 mukailten).

Yleisö	Tapausluokka	Ominaistaajuus Hz	Vaimennuskerroin $\zeta$
Pääosin istuva	2	5	0,4
Aktiivinen ja pääosin seisova	3 ja 4	2,3	0,25
Kehoelementin jousen jäykkyys $k$ voidaan määrittellä massan $m$ ja ominaistaajuuden $n$ avulla kaavalla $k = 4\pi^2 n^2 m$ .			

Kuten aiemmin todettua on herätetaajuudella suuri merkitys vasteeseen, joten kehoelementin luomisen jälkeen tulee systeemille suorittaa taajuusvasteanalyysi merkittävimpien herätetaajuuksien löytämiseksi. Tämän jälkeen voidaan valita merkittävimmän vasteen tuottavat herätetaajuudet ja syöttää kuormitusfunktiot niiden mukaisesti kehoelementeille. Jokainen harmoninen tekijä voidaan tarkastella erikseen ja summata niiden RMS kiihtyvyydvasteet rakenteen kokonaisvasteeksi kaavalla

$$R_T = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2} \quad (41)$$

missä

$R_T$  on rakenteen kokonaiskiihtyvyyden RMS-arvo,

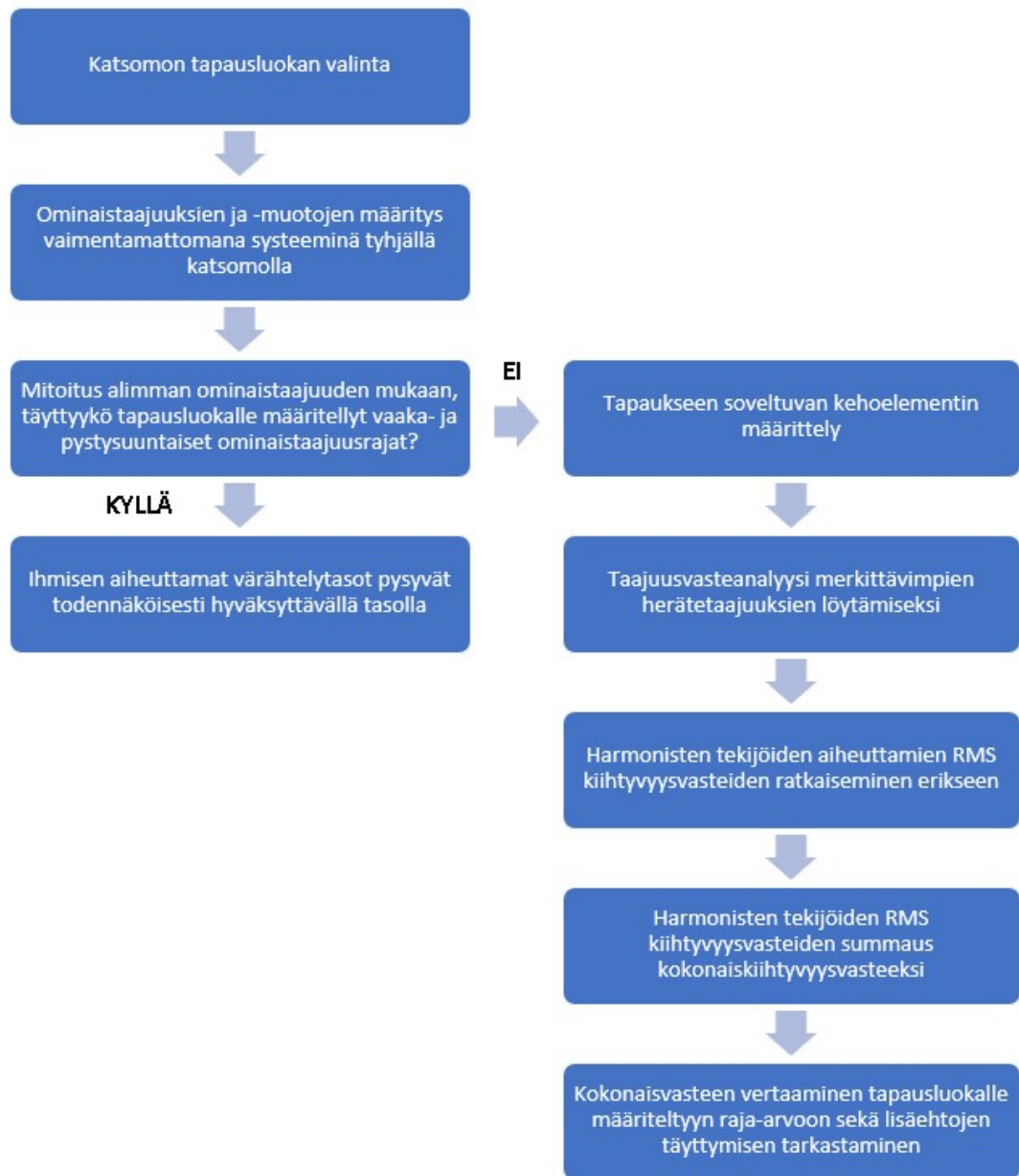
$R_1$  on ensimmäisen harmonisen tekijän aiheuttama kiihtyvyyden RMS-arvo,

$R_2$  on toisen harmonisen tekijän aiheuttama kiihtyvyyden RMS-arvo ja

$R_3$  on kolmannen harmonisen tekijän aiheuttama kiihtyvyyden RMS-arvo.

(IStructE 2008, s. 25-26.)

Ratkaistua kokonaiskiihtyvyyden arvoa verrataan tämän jälkeen tapausluokalle määriteltyyn kiihtyvyyusraja-arvoon rakenteen hyväksyttävyyden tarkastamiseksi. Mitoitusprosessin pääkohdat IStructE:n ohjeen mukaisesti on esitetty kuvassa 17.



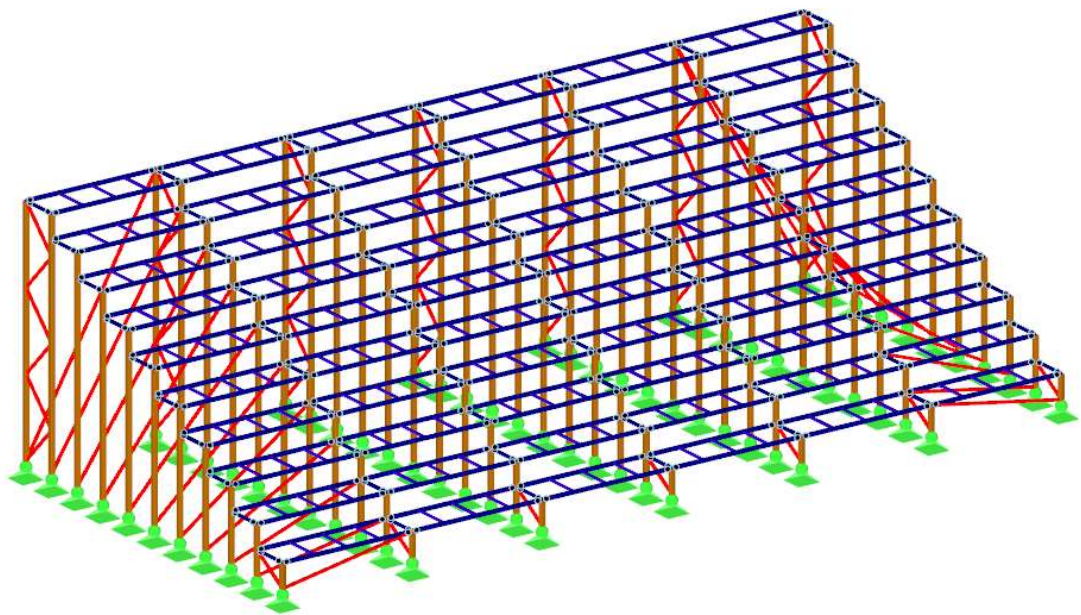
Kuva 17. Katsomorakenteen värähtelymitoituksen kulku IStructE:n mukaisesti.



## 7 ESIMERKKITAPAUKSIA KATSOMORAKENTEEN VÄRÄHTELYMITOITUKSESTA

### 7.1 Tarkasteltava rakenteet ja tapaukset

Esimerkkitapauksissa on tarkasteltu 18 metriä leveää ja kymmenen rivistä 300 henkilön teräsrakenteista katsomoa, joka sijaitsee sisätiloissa. Katsomo on toteutettu pilari-palkkijärjestelmällä ja jäykistetty vinositein kumpaankin vaakasuuntaan. Katsomon tasot ovat vanerilevyä kuten myös etureunan pystyosien verhous, ja tasojen etureunassa on kiinteät istuimet. Esimerkki tarkasteltujen katsomoiden rakennejärjestelmä on esitetty kuvassa 18.



Kuva 18. Esimerkki tarkasteltavien katsomorakenteiden rakennejärjestelmästä.

Leveydeltään, korkeudeltaan, rivimäärältään ja rakennejärjestelmältään identtisiä mitoitettavia rakennemalleja on luotu yhteensä 36 kappaletta. Tarkastelluissa tapauksissa on käytetty kolmea eri palkiston jänneväliä, missä kussakin neljää eri tasoleveyttä ja neljää eri taipuman arvoa. Rakennemallit eri jänneväleillä ja tasoleveyksillä on esitetty liitteessä 1.

Laskenta on suoritettu Dlubal RFEM -laskentaohjelmistolla hyödyntäen lisäksi sen RF-STEEL EC3 ja DYNAM-PRO lisämoduuleja. Rakennemalli on toteutettu sauva- ja palkkielementeillä. Teräsosien liitokset toisiinsa sekä perustusten tuet on mallinnettu nivelellisinä, lukuun ottamatta vierekkäisiä tasopalkkeja yhdistäviä sauvoja, jotka on kiinnitetty jäykästi tasopalkkeihin. Rakenneosat ovat putkiprofiileja ja materiaalina on käytetty S355-luokan terästä. Tasojen ja verhoilujen vanerilevyt on huomioitu laskennoissa ainoastaan kuormituksina tai lisämassoina, jolloin niiden jäykistävää vaikutusta ei oteta analyseissä huomioon. Rakenneosien elementtien koot on valittu niin, että elementtien pienentäminen aiheuttaisi enää alle 0,1 Hz muutoksen rakenteen ominaistaajuuteen.

## 7.2 Staattinen mitoitus

Rakennemallien staattinen mitoitus murtorajatilassa on toteutettu eurokoodijärjestelmän mukaisesti ja rakenteiden mitoituksessa on käytetty seuraamusluokkaa CC2. Taipuman laskennassa on käytetty kuormituksena ominaiskuormayhdistelmiä. Kuormat on syötetty tasopalkkeille viivakuormina, joiden arvot on esitetty liitteessä 1. Staattisen mitoituksen kuormat yleisesti on esitetty taulukossa 17. Tarkastellut tapaukset ja niiden tasopalkkien staattisen mitoituksen taipumat on esitetty taulukossa 18.

Taulukko 17. Staattisessa mitoituksessa käytetyt ominaiskuormat teräsrakenteen oman painon lisäksi.

<b>Pysyvät kuormat</b>	
-Vanerilevytasot ja -verhoilu	0,1825 kN/m <sup>2</sup>
-Kiinteät istuimet	0,082 kN/m
<b>Hyötykuormat</b>	
-Hyötykuorma käyttäjistä	5,0 kN/m <sup>2</sup>
-Vaakasuntainen lisäkuorma tasoille molempiin suuntiin erikseen	0,5 kN/m <sup>2</sup>

Taulukko 18. Tarkastelutapaukset ja niiden taipumat.

Palkiston jänneväli, mm	Tason leveys, mm	Staattisen mitoituksen taipuma, mm
3000	700	14,3
		12,4
		9,9
		8,5
	850	15,4
		12,3
		10,6
		9,5
	1000	16,2
		13,8
		12,3
		11,2
6000	700	11,9
		10,4
		9,3
		8,5
	850	14,6
		12,7
		11,5
		9,4
	1000	16,2
		13,7
		12,8
		11,2
9000	700	11,9
		10,4
		9,6
		8,7
	850	14,2
		12,3
		11,4
		10,2
	1000	15,7
		13,5
		12,5
		11,2

### 7.3 Värähtelymitoitus

Rakenteiden värähtelymitoitukseen on valittu käytettäväksi AISC Design guide 11:n ohjeistusta. Ohjeistus on soveltuva tässä tapauksessa tarkastellun tavanomaisen katsomorakenteen mitoitukseen ja toteutettavissa tehokkaasti useilla kaupallisilla laskentaohjelmistoilla.

### 7.3.1 Ominaisaajuudet ja -muodot

Ominaisaajuuksien laskennassa on ohjeistuksen mukaisesti analyysissä rakenteen massa huomioitu pysyvät kuormat ja käyttäjien kuorma lisämässana tasopalkeille. Käyttäjien lisämässana on käytetty tilannetta, jossa katsomo on täynnä. Värähtelymitoituksessa käytetyt lisämässat on esitetty taulukossa 19.

Taulukko 19. Värähtelymitoituksessa käytetyt lisämässat.

Lisämässat	
-Vanerilevytasot ja -verhoilu	18,6 kg/m <sup>2</sup>
-Kiinteät istuimet	8,33 kg/m
-Käyttäjien massa	22 860 kg

Ominaisaajuuksien ja -muotojen laskenta on suoritettu ohjeistuksen mukaisesti ilman vaimennusta. Laskennassa on valittu käytettäväksi konsistenttia massamatriisia ja ratkaisumenetelmänä on käytetty Lanczosin menetelmää. Laskettavien ominaisaajuuksien ja -muotojen määrä on valittu mallikohtaisesti. Huomioon on otettu kaikki ominaismuodot, joiden ominaisaajuus on alle kaksi kertaa rakenteen alin ominaisaajuus.

### 7.3.2 Taajuusvasteanalyysi

Taajuusvasteanalyysi on toteutettu osassa tapauksissa täydellisenä suorittamalla 31 aikahistoria-analyysiä rakenteesta taajuusvälillä 1–12 Hz, mutta suurimmassa osassa tapauksia on tarkasteltu ainoastaan taulukosta 3 valittu ensimmäisen harmonisen tekijän taajuuden maksimiarvo 3 Hz, ja sitä vastaava toisen harmonisen tekijän taajuus 6 Hz. Tämä johtuu siitä, että rakenteen vaste on suurimmillaan herätetaajuuden ollessa lähellä rakenteen ominaisaajuutta. Rakenteen alimman ominaisaajuuden ollessa tarkasteltavaa herätetaajuusalueita korkeampi, ovat herätetaajuuden maksimiarvot tällöin lähimpänä rakenteen ominaisaajuutta ja aiheuttavat näin ollen suurimman vasteen. Aikahistoria-analyysi on toteutettu lineaarisella moodianalyysillä hyödyntäen jo laskettuja ominaismuotoja. Laskennan aika-askeleeksi on valittu 0,02 sekuntia ja jokaisen aika-askeleen vasteen arvo on tallennettu. Tarkasteluajaksi on valittu 8 sekuntia. Vaimennus on huomioitu suhteellisena viskoosivaimennuksena käyttäen ohjeistuksen suositusarvoa 0,06 taulukosta 11.

Kuormituksen analyysissä on käytetty sinimuotoista harmonista herätettä, minkä amplitudin suuruudeksi on asetettu  $9,81 \text{ N/m}^2$ . Eri tasoleveyksillä käytetyt kuorman arvot on esitetty liitteessä 2. Herätteen kuormitusala ja tarkasteltava vastepiste on valittu ominaismuotoanalyysin perusteella ratkaistun rakenteen alimman ominaismuodon mukaisesti. Kuormitusalat ja vastepisteet eri jänneväleillä on esitetty liitteessä 2.

Aikahistoria-analyysin tuloksena saadut kiihtyvyydvasteen arvot on tallennettu ja jälkikäsitelty taulukkolaskentaohjelmalla. Jokaisen aikahistoria-analyysin alusta on leikattu pois 3 sekuntia transienttivaiheen poistamiseksi. Jäljelle jääneestä pysyvän värähtelyn osuudesta on poimittu huippukiihtyvyyden arvo ja muunnettu se prosentuaaliseksi arvoksi suhteessa painovoiman aiheuttamaan kiihtyvyyteen. Täydellisten taajuusvasteanalyysien tapauksessa, saatujen arvojen ja niitä vastaavien herätetaajuuksien avulla on tämän jälkeen piirretty lisäksi rakenteen vastespektri. Luodut vastespektrit on esitetty liitteessä 2.

### 7.3.3 Rakenteen kokonaiskiihtyvyys ja mitoitus

Suurimman vasteen tuottavien herätetaajuuksien yksikkömuunnetut huippukiihtyvyydet on skaalattu harmonisen tekijän aiheuttamaksi kiihtyvyydeksi kertomalla yksikkömuunnetut arvot taulukosta 3 saatavalla dynaamisella kertoimella ja katsomotason leveydestä riippuvalla käyttäjien pinta-alakuormituksella kaavalla 39. Käytetyt skaalausarvot on esitetty taulukossa 20.

Taulukko 20. Harmonisten tekijöiden skaalauskerroimet.

Dynaamiset kertoimet	$\alpha_i$
1. Harmoninen tekijä	0,25
2. Harmoninen tekijä	0,05
Käyttäjien pinta-alakuorma, tasoleveydet	$w_p$
700 mm	181,43 kg/m <sup>2</sup>
850 mm	149,41 kg/m <sup>2</sup>
1000 mm	127,00 kg/m <sup>2</sup>

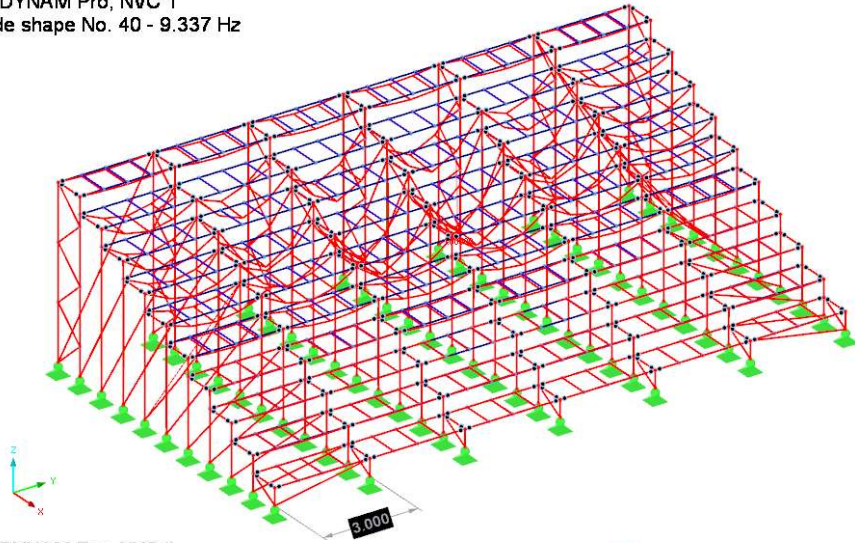
Harmonisten tekijöiden aiheuttamat skaalatut kiihtyvyydet on summattu rakenteen kokonaiskiihtyvyydeksi ohjeessa määritellyllä 1,5 voimasäännöllä kaavalla 40. Kokonaiskiihtyvyyksien arvoa on tämä jälkeen verrattu valittuun mitoitus raja-arvoon 7 %g.

## 7.4 Tulokset

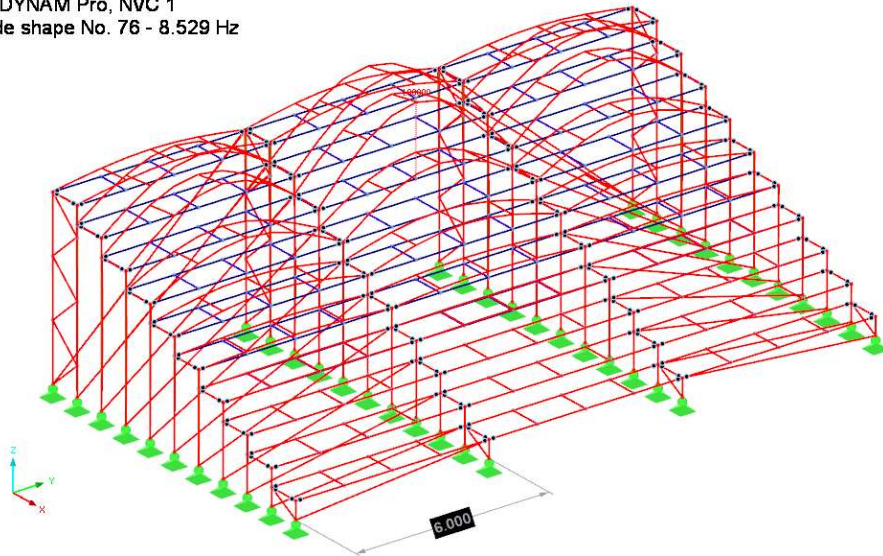
Tässä kappaleessa on esitetty kirjallisuustutkimuksen perusteella löydetyn katsomorakenteiden värähtelymitoituksen suunnitteluohjeen avulla toteutettujen esimerkkitapausten värähtelymitoitusten tulokset. Lisäksi kappaleessa on esitetty valitun taipuman sekä mitoituspinnan vaikutuksia rakenteen hyväksyttävyyteen värähtelymitoituksessa.

Katsomorakenteiden tasojen alimpia ominaistajuuksia ja -muotoja on hyödynnetty taajuusvasteanalyysin kuormitusalan määrittämisessä ja ominaismuotopohjaisessa laskennassa käytettävien muotojen määrän valinnassa. Esimerkkejä tasojen alimmista ominaismuodoista ja -taajuuksista eri jänneväleillä on esitetty kuvassa 19. Kaikkien tapausten vastaavat alimmat ominaistajuudet on esitetty taulukossa 21.

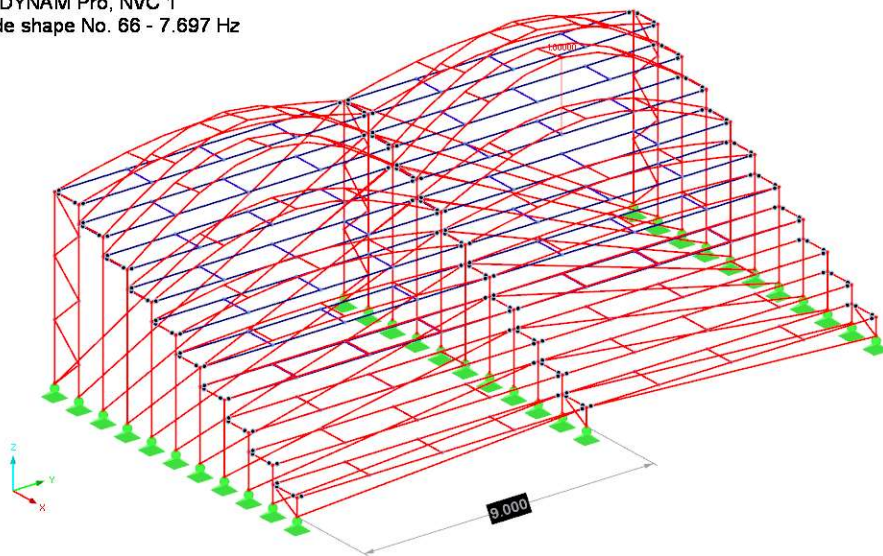
RF-DYNAM Pro, NVC 1  
Mode shape No. 40 - 9.337 Hz



RF-DYNAM Pro, NVC 1  
Mode shape No. 76 - 8.529 Hz



RF-DYNAM Pro, NVC 1  
Mode shape No. 66 - 7.697 Hz



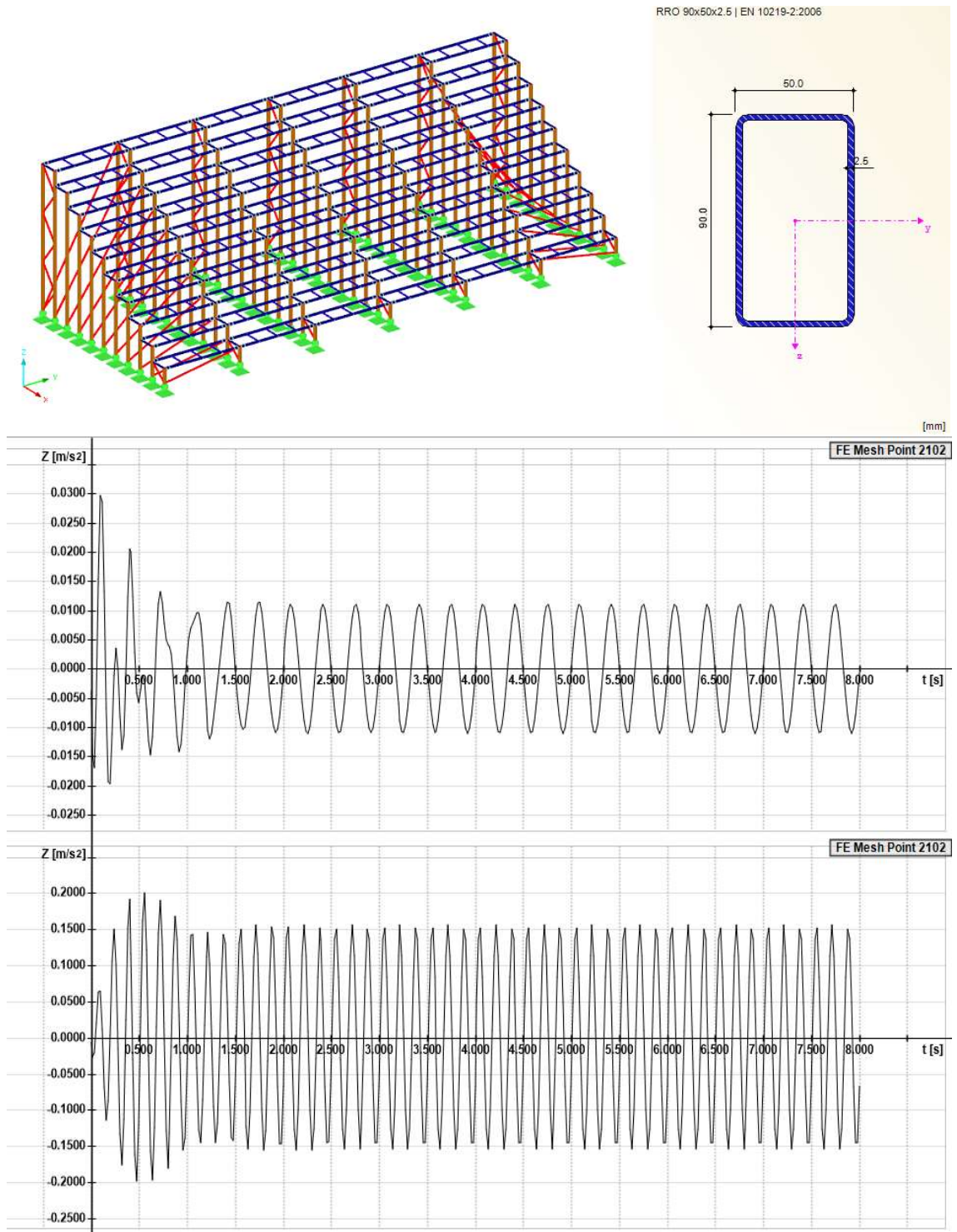
Kuva 19. Alimmat pystysuuntaiset ominaismuodot ja -taajuudet eri jänneväleillä tasoleveydellä 1000mm staattisen mitoituksen taipuman ollessa 11,2 mm.

Taulukko 21. Katsomoiden tasojen alimmat ominaistajuudet.

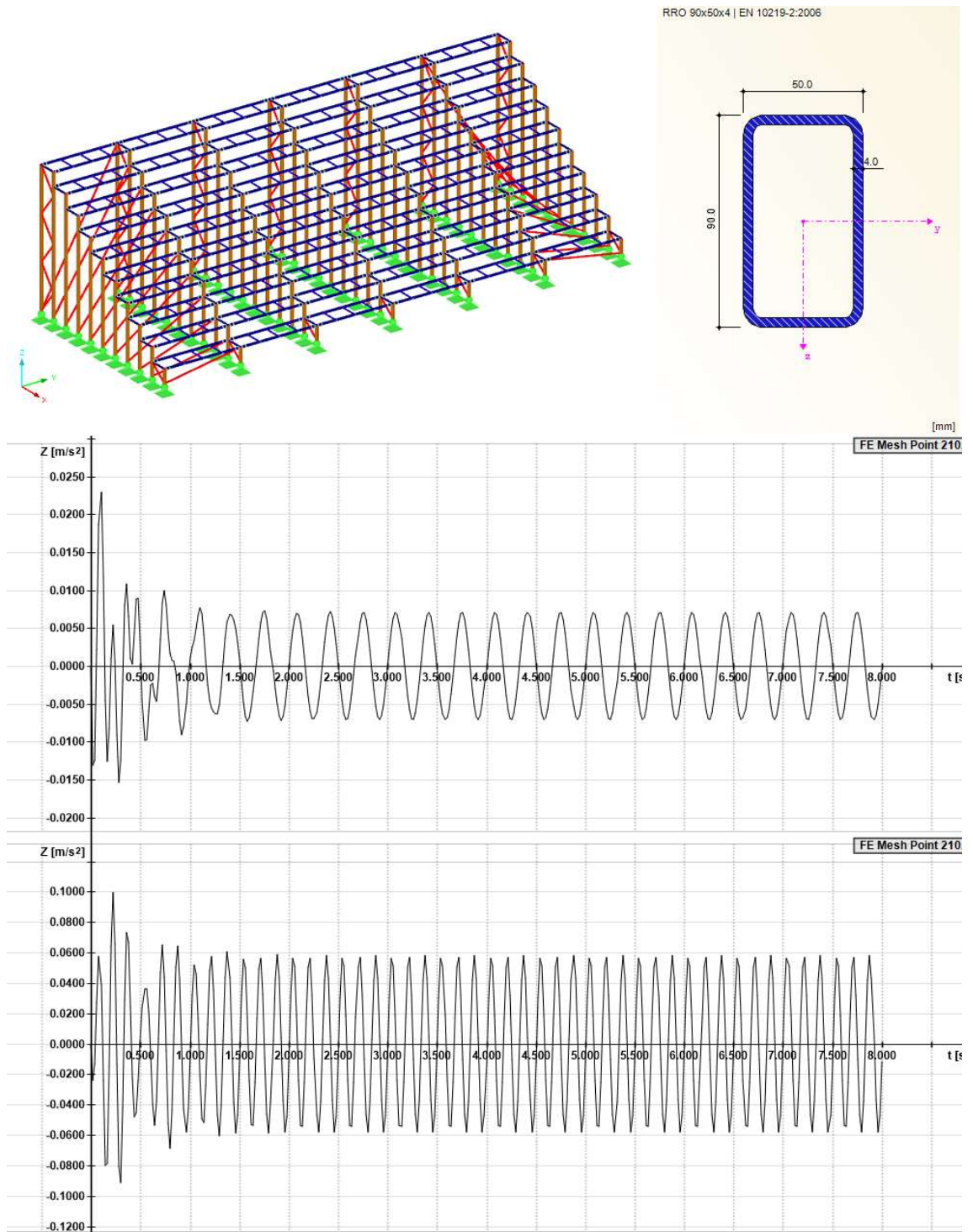
Palkiston jänneväli, mm	Tason leveys, mm	Taipuma, mm	Alin ominaistajuus, Hz
3000	700	14,3	7,189
		12,4	7,712
		9,9	8,552
		8,5	9,169
	850	15,4	7,631
		12,3	8,464
		10,6	9,075
		9,5	9,600
	1000	16,2	7,752
		13,8	8,382
		12,3	8,872
		11,2	9,337
6000	700	11,9	7,339
		10,4	7,923
		9,3	8,347
		8,5	8,779
	850	14,6	7,429
		12,7	7,862
		11,5	8,165
		9,4	8,801
	1000	16,2	7,313
		13,7	7,837
		12,8	8,108
		11,2	8,529
9000	700	11,9	7,034
		10,4	7,378
		9,6	7,561
		8,7	7,767
	850	14,2	6,992
		12,3	7,337
		11,4	7,522
		10,2	7,731
	1000	15,7	6,953
		13,5	7,300
		12,5	7,485
		11,2	7,697

Aikahistoria-analyysin avulla ratkaistut harmonisten tekijöiden aiheuttamat pysyvän värähtelyn kiihtyvyydet on skaalattu ja summattu rakenteen kokonaiskiihtyvyydeksi, joka on muunnettu mitoituksessa käytettävään yksikkömuotoon %g. Esimerkkejä aikahistoria-analyysin tuloksena saaduista käsittelemättömistä kiihtyvyydvasteista on esitetty kuvissa 20 ja 21. Mitoitusraja-arvoksi on valittu ohjeessa määritelty maksimiarvo 7 %g. Tarkasteltujen rakenteiden kokonaiskiihtyvyydet sekä niiden mitoitus ehdon toteutuminen on esitetty taulukossa 22.





Kuva 20. Rakenne k3000, tasoleveys 700 mm, staattisen mitoituksen taipuma 14,3 mm: tasopalkkien profiili ja skaalaamattomat harmonisten tekijöiden aiheuttamat kiihtyvyydvasteet.

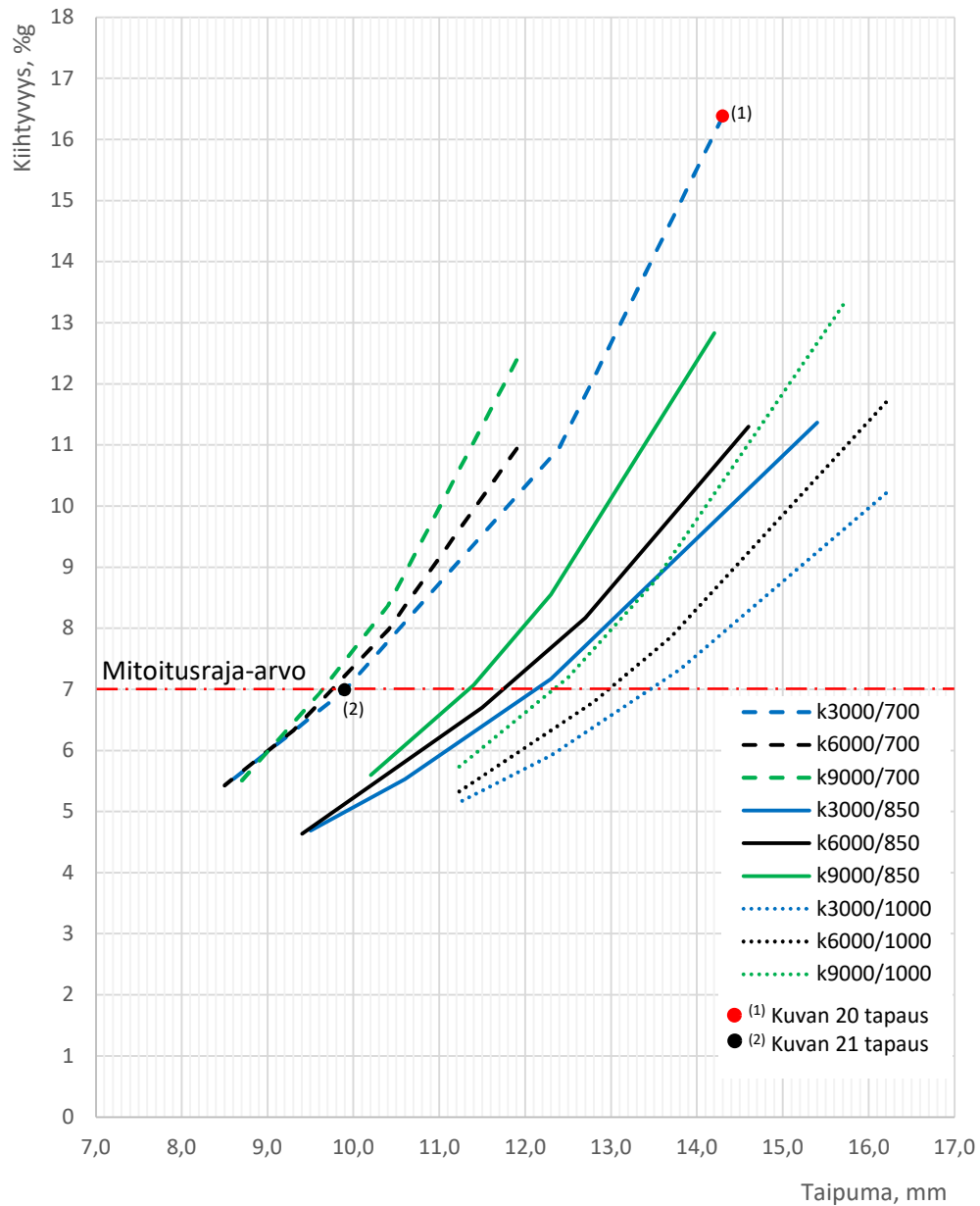


Kuva 21. Rakenne k3000, tasoleveys 700 mm, staattisen mitoituksen taipuma 9,9 mm: tasopalkkien profiili ja skaalaamattomat harmonisten tekijöiden aiheuttamat kiihtyvyydvasteet.

Taulukko 22. Rakenteiden kokonaiskiihtyvyydet ja mitoitus ehdon toteutuminen.

Palkiston jänneväli, mm	Tason leveys, mm	Taipuma, mm	Kokonaiskiihtyvyys $\alpha_p$ , %g	Mitoitusehdon toteutuminen
3000	700	14,3 <sup>(1)</sup>	16,38	EI
		12,4	10,96	EI
		9,9 <sup>(2)</sup>	6,99	KYLLÄ
		8,5	5,42	KYLLÄ
	850	15,4	11,37	EI
		12,3	7,17	EI
		10,6	5,53	KYLLÄ
		9,5	4,69	KYLLÄ
	1000	16,2	10,21	EI
		13,8	7,33	EI
		12,3	5,92	KYLLÄ
		11,2	5,13	KYLLÄ
6000	700	11,9	10,94	EI
		10,4	7,97	EI
		9,3	6,33	KYLLÄ
		8,5	5,43	KYLLÄ
	850	14,6	11,3	EI
		12,7	8,17	EI
		11,5	6,7	KYLLÄ
		9,4	4,64	KYLLÄ
	1000	16,2	11,7	EI
		13,7	7,86	EI
		12,8	6,8	KYLLÄ
		11,2	5,3	KYLLÄ
9000	700	11,9	12,39	EI
		10,4	8,37	EI
		9,6	6,93	KYLLÄ
		8,7	5,51	KYLLÄ
	850	14,2	12,83	EI
		12,3	8,55	EI
		11,4	7,07	EI
		10,2	5,6	KYLLÄ
	1000	15,7	13,29	EI
		13,5	8,76	EI
		12,5	7,2	EI
		11,2	5,7	KYLLÄ
<sup>(1)</sup> Kuvassa 20 esitetty esimerkkitapaus.				
<sup>(2)</sup> Kuvassa 21 esitetty esimerkkitapaus.				

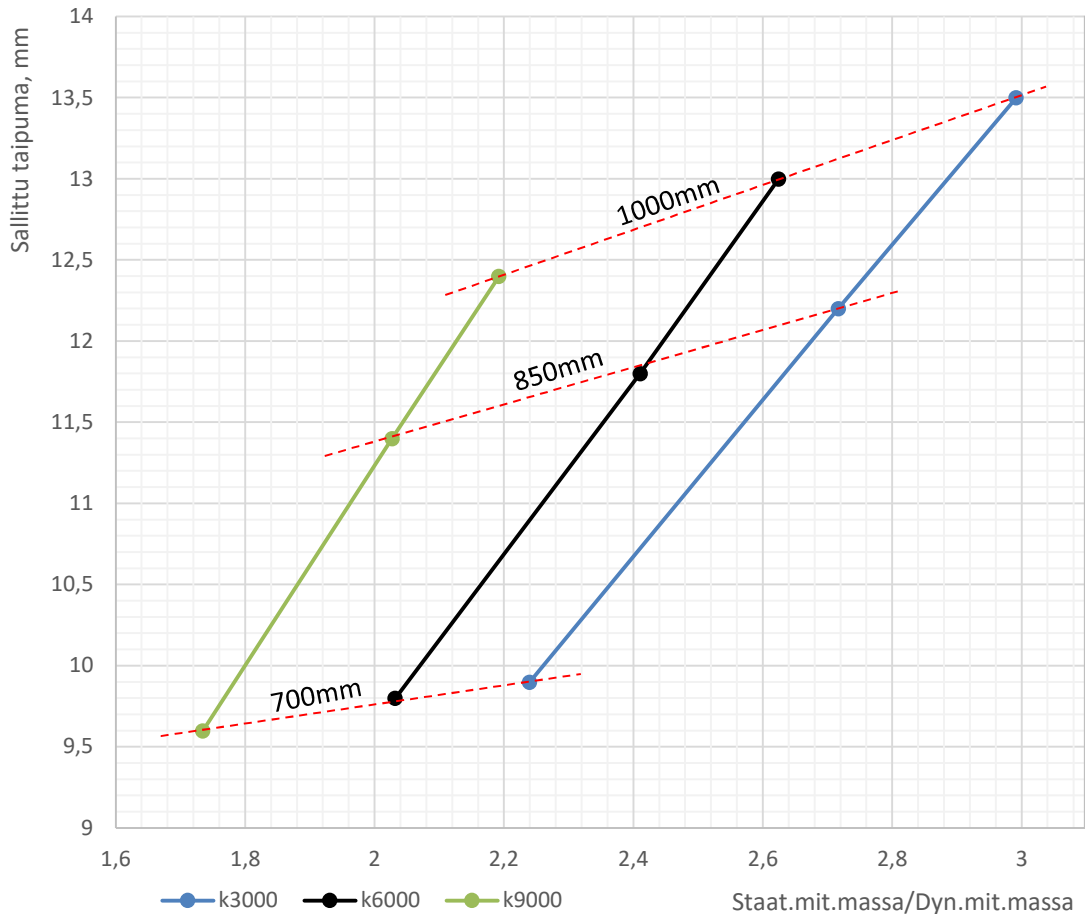
Värähtelymitoituksen lisäksi työn tavoitteena oli tutkia staattisen mitoituksen taipuman yhteyttä rakenteen kiihtyvyyteen. Kuvaaja tutkittujen rakenteiden kokonaiskiihtyvyyden suhteesta staattisen mitoituksen taipumaan eri jänneväleillä ja tasoleveyksillä on esitetty kuvassa 22.



Kuva 22. Kiihtyvyyden suhde staattisen mitoituksen taipumaan.

Värähtelymitoitusten tuloksena saatujen kiihtyvyyksien ja tapausten staattisten taipuman arvojen avulla on jokaiselle jännevälille ja tasoleveydelle interpoloitu sallittu taipuman arvo, jolloin rakenteen kiihtyvyydeksi saadaan raja-arvoksi valittu 7 %g. Lisäksi sallittua taipumaa vastaavat yhden tasopalkin staattisen ja dynaamisen mitoituksen kokonaismassat ilman varmuuskertoimia on interpoloitu tutkittujen tapausten perusteella

mitoitusten massasuhteiden määrittämiseksi. Interpoloitujen taipuman arvojen ja massasuhteiden suhteesta on tämän jälkeen piirretty kuvaaja. Kuvaaja sallitun taipuman suhteesta staattisen ja dynaamisen mitoituksen massasuhteeseen on esitetty kuvassa 23.



Kuva 23. Sallittu taipuma hyväksyttävän värähtelytason saavuttamiseksi suhteessa staattisessa ja dynaamisessa mitoituksessa käytettyjen ominaismassojen suhteeseen kiihtyvyyssraja-arvolla 7 %g.

## 7.5 Tulosten tarkastelu ja johtopäätökset

Tutkimuksen tuloksena löydettiin kaksi katsomorakenteille soveltuvaa mitoitushjetta, joista toista on hyödynnetty esimerkkitapausten mitoituksessa. Kaikkien tarkasteltujen tapausten alimmat pystysuuntaiset ominaistaajuuudet ovat melko suppealla alueella niiden ollessa 6,953–9,600 Hz. Suoritetujen täydellisten taajuusvasteanalyysien perusteella

voidaan todeta, että rakenteissa suurimman vasteen tuottavat resonanssitaajuudet ovat jonkin verran alimpia pystysuuntaisia ominaistajuuksia matalampia. Tämä johtuu tarkastelun vaimennuksesta ja rakenteiden alemmilla ominaistajuuksilla esiintyvien rotaatiomuotojen vasteista. Korkeimman herätetaajuuden ollessa 6 Hz ovat kaikki rakenteet kuitenkin resonanssitilanteen ulkopuolella. Tästä huolimatta useassa tapauksessa kiihtyvyydelle määritelty raja-arvo ylittyy resonanssitaajuuden lähestyessä, koska yleisön aiheuttama kuormitus on suuruudeltaan merkittävä. Jännevälin kasvaessa massan suhde jäykkyyteen värähtelyanalyysissä kasvaa johtuen rakenteen suuremmasta omasta massasta, jolloin rakenteen alin ominaistajuus on matalampi ja lähempänä resonanssitaajuutta. Toisaalta lisääntynyt rakenteen massa myös vastustaa yleisön aiheuttamaa värähtelyä enemmän, jolloin pidemmällä jänneväleillä värähtelyn osalta hyväksyttävä rakenne saavutetaan matalammalla ominaistajuuksella. Tarkastellut tapaukset käyttäytyvät näin ollen johdonmukaisesti rakenteiden värähtelyn teoria huomioon ottaen.

Tutkimuksessa saatujen tuloksien voidaan kuitenkin todeta antavan melko konservatiivisen arvion niin rakenteiden ominaistajuuksien, ihmisten aiheuttamien kiihtyvyyksien kuten myös rakenteiden kelpoisuuksien osalta. Tutkimuksessa lasketut ominaistajuudet ovat todennäköisesti jonkin verran todellista ominaistajuutta matalammat, koska tason levyt on käsitelty ainoastaan lisämässana eikä niiden jäykistävää vaikutusta ole huomioitu. Kiihtyvyyksien konservatiivisuuteen vaikuttaa käytetyn mitoitustapojen tapa käsitellä ihmisen aiheuttamaa kuormitusta yksinkertaistetusti lisämässan ja ulkoisen voiman avulla, ilman ihmisten ja rakenteen vuorovaikutuksen huomioon ottamista. Tällöin saadut kiihtyvyydet ovat täsmällisempää kuormitusmallia korkeampia. Lisäksi AISC:n määrittelemät raja-arvot ovat muiden lähteiden raja-arvoihin verrattuna melko matalat erityisesti, kun huomioidaan raja-arvojen esitys huippuarvoina neliöllisen keskiarvon sijaan. Yleisesti ottaen tuloksien voidaan näin ollen olettaa antavan edustavan, joskin konservatiivisen arvion rakenteiden toiminnasta ja kelpoisuudesta värähtelyn osalta.

Kiihtyvyyden suhtautuminen taipumaan käyttäytyy kaikissa tutkituissa tapauksissa johdonmukaisesti ja taipuman kasvaessa kiihtyvyys kasvaa tutkitulla alueella merkittävästi. Taipuman kasvaessa myös jännevälien kiihtyvyyden arvojen ero kasvaa

samalla tasoleveydellä. Lisäksi tuloksista voidaan nähdä, että tasoleveyden muutoksella on merkittävä vaikutus kiihtyvyyden ja taipuman suhteeseen. Tasoleveyden aiheuttama eroavaisuus tuloksissa selittyy staattisen ja dynaamisen mitoituksen hyötykuormien eroista. Staattisen mitoituksen yleinen tapa käsitellä hyötykuormitusta pinta-alakuormana johtaa eroavaisuuksiin kokonaiskuormituksessa eri tasoleveyksillä. Dynaamisessa mitoituksessa hyötykuorma taas otetaan vastaavasti huomioon henkilömäärän perusteella, jolloin se pysyy tasoleveydestä riippumatta vakiona. Tämä aiheuttaa merkittäviä eroja staattisen ja dynaamisen mitoituksen kuormasuhteessa, jota voidaan käsitellä myös massojen suhteenä.

Tasoleveyden kasvaessa staattisen mitoituksen kokonaishyötymassa kasvaa tasopinta-alan suurentuessa, jolloin vakiotaipuman saavuttamiseen vakiojännävälillä vaaditaan rakenteelta suurempaa jäykkyyttä. Dynaamiseen mitoitukseen siirryttäessä jäykkyys pysyy staattista mitoitusta vastaavana, mutta hyötymassan suuruus muuttuu vakioksi kaikilla tasoleveyksillä. Tämä aiheuttaa muutoksen staattisessa mitoituksessa ja dynaamisen mitoituksessa käytettyjen kokonaismassojen suhteessa. Värähtelyyn vaikuttava jäykkyys-massasuhde muuttuu, mikä vaikuttaa kiihtyvyyden suuruuteen merkittävästi. Vastaavasti jännevälin muutos aiheuttaa muutoksen rakenteen oman massan osuudessa suhteessa kokonaismassaan. Mikä taas aiheuttaa huomattavia muutoksia staattisen ja dynaamisen mitoituksen massasuhteissa, kuten myös rakenteen jäykkyys-massasuhteessa. Näin ollen katsomorakenteen värähtelyteknisen toiminnan kelpoisuutta arvioitaessa taipuman avulla tulee ottaa huomioon sekä jännevälin vaikutus että staattisessa mitoituksessa käytetyn kokonaismassan suhde dynaamisen mitoituksen värähtelevään kokonaismassaan.

Tapausten perusteella luodusta kuvasta 23 voidaan todeta, että värähtelyteknisesti hyväksyttävän katsomorakenteen staattisen mitoituksen suurin sallittu taipuma kasvaa kaikilla jänneväleillä lineaarisesti suhteessa staattisen ja dynaamisen mitoituksen massasuhteeseen. Huomioitavaa on kuitenkin, että taipuman raja-arvoja on tutkittu kapealla massasuhdealueella ja tutkittuja tapauksia on melko vähän. Lisäksi tutkimuksen kaikki rakenteet on toteutettu yksiaukkoisilla pilari-palkkirakenteilla ja kevytrakenteisilla tasoilla, joten raja-arvot eivät ole sovellettavissa sellaisenaan muille rakennejärjestelmille tai katsomoille, missä tasojen vaikutus on värähtelyn kannalta merkittävä. Tutkimuksen

tuloksena saatuja taipumarajoja, jotka on esitetty kuvassa 23 voidaan kuitenkin hyödyntää esimerkiksi tavanomaisten pilari-palkkirakenteisten katsomoiden esisuunnitteluvaiheessa. Tutkimuksen perusteella voidaan todeta, että yleisesti ottaen edullisinta hyväksyttävien värähtelytasojen saavuttamiseksi katsomorakenteilla on suosia mahdollisuuksien mukaan lyhyitä jännevälejä, jolloin rakenteen hyväksyttävyys saavutetaan jo suuremmilla taipumilla.

Kuten todettua katsomorakenteiden värähtelymitoitus on melko vähän tutkittu kokonaisuus, ja sitä koskevat ohjeistukset poikkeavat melko paljon toisistaan. Tästä syystä rytmisesti kuormitettujen katsomoiden lisätutkimustarve on ilmeinen erityisesti soveltuvan kuormitusmallin ja raja-arvojen osalta tarkempien värähtelyanalyysien kehittämiseksi. Katsomorakenteiden värähtelyn ja staattisen taipuman yhteydestä on saatu tämän tutkimuksen myötä pieni rajattu tulos valitulla mitoitusmenetelmällä. Yhteyttä olisi kuitenkin syytä tutkia vielä lisää ainakin massasuhteiden ja erilaisten rakennejärjestelmien kuten myös tasojen levyvaikutusten osalta taipuman arvon laajempaa hyödyntämistä varten.



## 8 YHTEENVETO

Tässä työssä keskityttiin ihmisen aiheuttaman värähtelyn mitoittamiseen teräsrakenteisissa katsomoissa. Työn tavoitteena oli löytää yleisimmin suunnitteluperusteena käytettävästä Eurokoodi-järjestelmästä puuttuvia katsomorakenteille sovellettavia värähtelymitoitusohjeita ja tutkia lisäksi staattisen mitoituksen taipuman suhdetta ihmisen aiheuttamiin värähtelytasoihin katsomorakenteissa. Kirjallisuustutkimuksessa on käyty läpi katsomorakenteiden värähtelymitoitukseen liittyvät osakokonaisuudet sekä värähtelyn yleistä teoriaa ilmiön ymmärtämiseksi.

Ihmisen toiminnan aiheuttamat värähtelyt rakenteissa voivat aiheuttaa merkittäviä ongelmia rakenteiden käytettävyyden sekä myös turvallisuuden osalta, jos värähtelytasot kasvavat hallitsemattomasti. Suurimmat dynaamiset kuormitukset ja merkittävimmät värähtelytasot rakenteissa aiheutuvat rytmisesti liikkuvista ihmisjoukoista, mikä on myös katsomorakenteissa tarkasteltava kuormitustapaus. Ihmisten rytmisen liikkeen ja siitä aiheutuva dynaaminen kuormitus on todellisuudessa hyvin monimutkaista ja tapahtuu useilla eri taajuuksilla. Kuormitus voidaan kuitenkin esittää yksinkertaistetusti jaksollisena herätteenä kuormitusfunktion avulla huomioimalla riittävä määrä harmonisia tekijöitä tapaukseen soveltuvalta taajuusalueelta. Kuormitusfunktion parametreissa ja tarkennuksissa on kuitenkin suuria eroavaisuuksia eri lähteiden välillä, joten ne ovat hyvin suunnitteluohjekohtaisia.

Katsomorakenteiden värähtelytehtävät voidaan luokitella matalataajuisten rakenteiden luokkaan, jolloin tärkeimpänä tarkasteltavana ilmiönä on resonanssin muodostuminen ja sen vaikutusten tutkiminen rakenteessa. Katsomoiden värähtelykäyttäytymistä voidaan arvioida joko ominaisvärähtelyn tai pakkovärähtelyn avulla rakenteen kelpoisuuden varmistamiseksi. Tällöin värähtelymitoitus voidaan suorittaa ohjeesta riippuen joko alimman ominaistajuuden tai herätteen aiheuttamien värähtelytasojen perusteella. Katsomoiden ollessa yleensä monimutkaisia kolmiulotteisia rakenteita on niiden värähtelyn tarkastelu järkevää ja usein tarpeellista suorittaa analyyttisten ratkaisumenetelmien sijaan FEM-analyysiä hyödyntäen. FEM-analyysin käytössä on kuitenkin syytä ymmärtää, että tarkasteltava ilmiö on monimutkainen ja rakenteiden

toiminnan mallintaminen voi olla haastavaa. Tämän vuoksi tulee mallinnuksessa käytetyt valinnat ja yksinkertaistukset tehdä niin, että ne johtavat analyysin tulosta konservatiiviselle puolelle.

Katsomorakenteille sovellettavissa värähtelymitoitusohjeissa on melko paljon poikkeavuuksia tarkasteltujen ohjeiden välillä kuormitusten, mitoitusmenetelmien ja raja-arvojen osalta. Tämä on kuitenkin hyvin ymmärrettävää ohjeiden soveltuessa erilaisiin tilanteisiin. AISC:n yleistä teräsrunkoisten rakenteiden värähtelymitoitusohjetta ja sen rytmisesti kuormitetuille tasoille ja parvekkeille laadittua, melko konservatiivista ohjeistusta voidaan soveltaa tavanomaisten teräsrunkoisten katsomoiden mitoitukseen. Suunnitteluohje ei kuitenkaan sovellu stadionluokan katsomorakenteiden tarkasteluun, jolloin on syytä käyttää IStructE:n laatimaa ohjeistusta. IStructE:n ohje on laajempi katsomorakenteiden värähtelyn hyväksyttävyyden varmistamiseen luotu dokumentti. Dokumentissa annetut suunnitteluohjeet soveltuvat ainoastaan pidemmille jänneväleille, mutta tutkittavien rakenteiden kokoluokalle ei ole rajoituksia. Ohjeessa pyritään määrittelemään ihmisten aiheuttama kuormitus ja mitoituksen raja-arvot tarkemmin sekä tapauskohtaisemmin verrattuna AISC:n ohjeeseen, mutta se on toteutukseltaan huomattavasti monimutkaisempi ja raskaampi.

AISC:n ohjeen mukaisesti suoritettujen värähtelymitoitusten perusteella voidaan todeta, että yksinkertaisten puhtaasti teräsrakenteisina kevyin tasorakentein toteutettujen katsomoiden kelpoisuuden raja-arvo värähtelyn osalta toteutuu melko suppealla ominaistajuus- ja taipuma-alueella ottaen huomioon jännevälien erot. Laskennallisen tutkimuksen tuloksena löydettiin tavoiteltu yhteys staattisen mitoituksen taipuman ja värähtelymitoituksen kiihtyvyyden välille sekä niiden yhteyteen vaikuttavat parametrit. Lisäksi tutkimuksen tuloksena onnistuttiin määrittelemään staattisen mitoituksen taipumarajat tutkituille rakenteille AISC:n määrittelemän kiihtyvyyden raja-arvon 7 %g alittamiseksi. Tätä voidaan hyödyntää katsomorakenteiden suunnittelussa rakenteen värähtelyteknisen toimivuuden arvioimisessa yksiaukkoisilla pilari-palkkirakenteilla. Tällöin tulee kuitenkin ottaa huomioon tarkasteltavan katsomon tasojen jänneväli sekä staattisen ja dynaamisen mitoituksen kuormasuhde esimerkiksi massasuhteiden avulla.

Staattisen mitoituksen taipuman yhteyttä hyväksyttäviin värähtelytasoihin tulisi kuitenkin tutkia laskennallisesti vielä lisää ainakin erilaisten rakennejärjestelmien, kuormasuhteiden ja tasovaikutusten osalta laajempaa hyödyntämistä varten. Lisäksi katsomorakenteiden värähtelyä yleisemmin ilmiönä olisi syytä tutkia lisää esimerkiksi mittaamalla värähtelytasoja katsomorakenteista todellisissa tilanteissa erilaisten rytmisten kuormitusten aikana ja vertaamalla niitä laskennallisiin tuloksiin tarkempien kuormitusmallien kehittämiseksi. Mittaustuloksia voitaisiin myös pyrkiä yhdistämään ihmisten tuntemuksiin ja reaktioihin värähtelyn aikana soveltuvien raja-arvojen varmistamiseksi.

## LÄHDELUETTELO

AISC: Design guide 11 (2016), Vibrations of steel-framed structural systems due to human activity: 130 sivua.

Browning G.G. (2011), Human perception of vibrations due to synchronised crowd loading in grandstands, [verkkodokumentti].  
[https://purehost.bath.ac.uk/ws/portalfiles/portal/187931428/UnivBath\\_PhD\\_2011\\_G\\_Browning.pdf](https://purehost.bath.ac.uk/ws/portalfiles/portal/187931428/UnivBath_PhD_2011_G_Browning.pdf) [3.2.2021].

Chopra, A.K. (2012). Dynamics of Structures: Theory and Application to Earthquake Engineering: 992 sivua.

Chopra, A.K. (1995). Dynamics of Structures: Theory and Application to Earthquake Engineering: 729 sivua.

Danish Standards foundation EN 1990 DK NA (2013), National Annex to Eurocode, Basis of structural design, [verkkodokumentti].  
[https://webshop.ds.dk/Files/Files/Products/M279428\\_attachPV.pdf](https://webshop.ds.dk/Files/Files/Products/M279428_attachPV.pdf) [27.1.2021].

De Silva C. W. (2007), Vibration: fundamentals and practice: 1036 sivua.

Dlubal Software GmbH (December 2016), RF-DYNAM Pro Program Description: 102 sivua.

Ellis B.R., Ji T. (2004), The response of structures to dynamic crowd loads, BRE Digest 426.

ISO 10137:2007 Base for design of structures (2007), Serviceability of buildings and walkways against vibrations: 44 sivua.

ISructE (2008), Dynamic performance requirements for permanent grandstands subject to crowd: 54 sivua.

Jokiniemi E., Davies N. (2012), Kuvitettu rakennussanakirja suomi-englanti-suomi, Rakennustieto Oy: 1004 sivua.

JRC (2009): Design of floor structures for human induced vibrations, [verkkodokumentti]. <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC55118> [16.6.2021].

JVK-Arkkihtedit Ky [verkkosivu]. <https://jvk-ark.fi/referenssit> [3.2.2021].

Kasperski M. (1996), Actual Problems with Stand Structures due to Spectator Induced Vibrations, EURO DYN '96 Florence, Italy. Balkema, Vol 1, s. 455-461.

Laukkanen Jari (2016), Värähtelymekaniikka -kurssiaineisto.

Litter J.D. (2003), Frequencies of synchronized human loading from jumping and stamping, The Structural Engineer, 81(22), s. 27-35.

Liu G. R. (2014), The Finite Element Method: A Practical Course: 457 sivua.

Maankäyttö- ja rakennuslaki (5.2.1999/132),  
[verkkodokumentti]. <https://www.finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1999/19990132> [20.7.2021].

Meirovitch L. (1975), Elements of vibration analysis, McGraw-Hill: 495 sivua.

Salmi T., Virtanen S. (2006), Dynamiikka, PRESSUS Oy: 480 sivua.

SFS-EN 1990 (2010), Eurokoodi, Rakenteiden suunnitteluperusteet, Suomen Standardoimisliitto SFS: 185 sivua.

SFS-EN 1993-1-1 (2010). Eurokoodi 3: Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Suomen Standardoimisliitto SFS: 100 sivua.

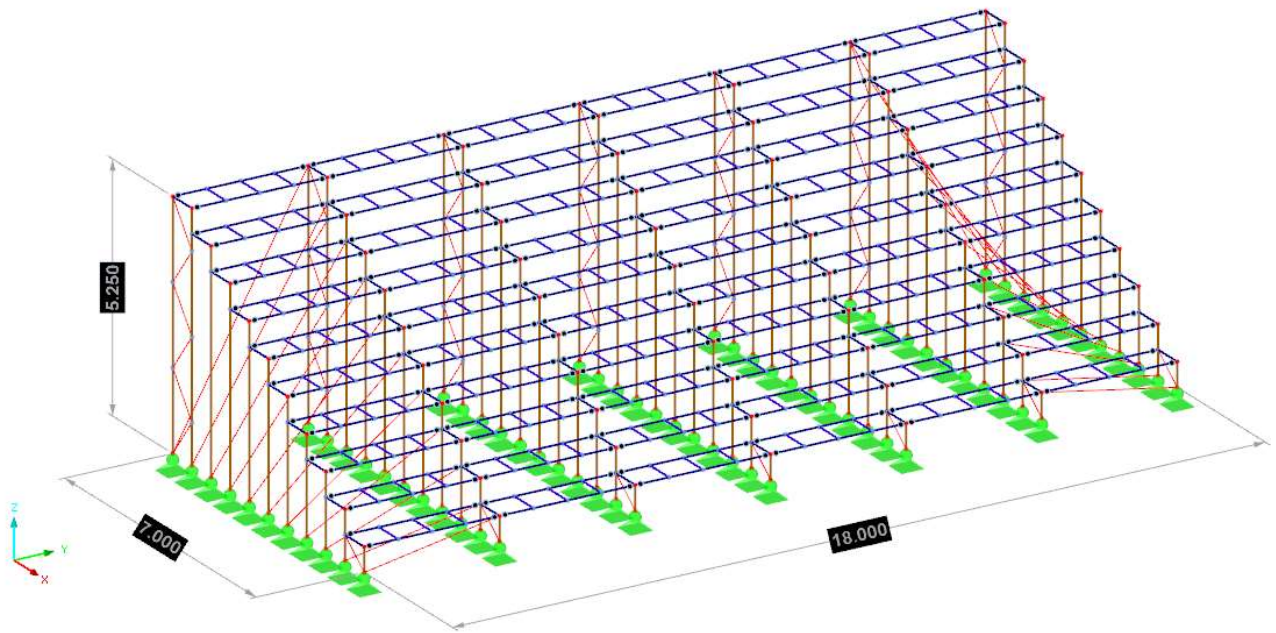
Smith A.L., Hicks S. J. ja Devine P. J. (2009), Design of floors for vibration: A New Approach, The Steel Construction Institute: 115 sivua.

[https://www.steelconstruction.info/Floor\\_vibrations](https://www.steelconstruction.info/Floor_vibrations) [8.6.2021].

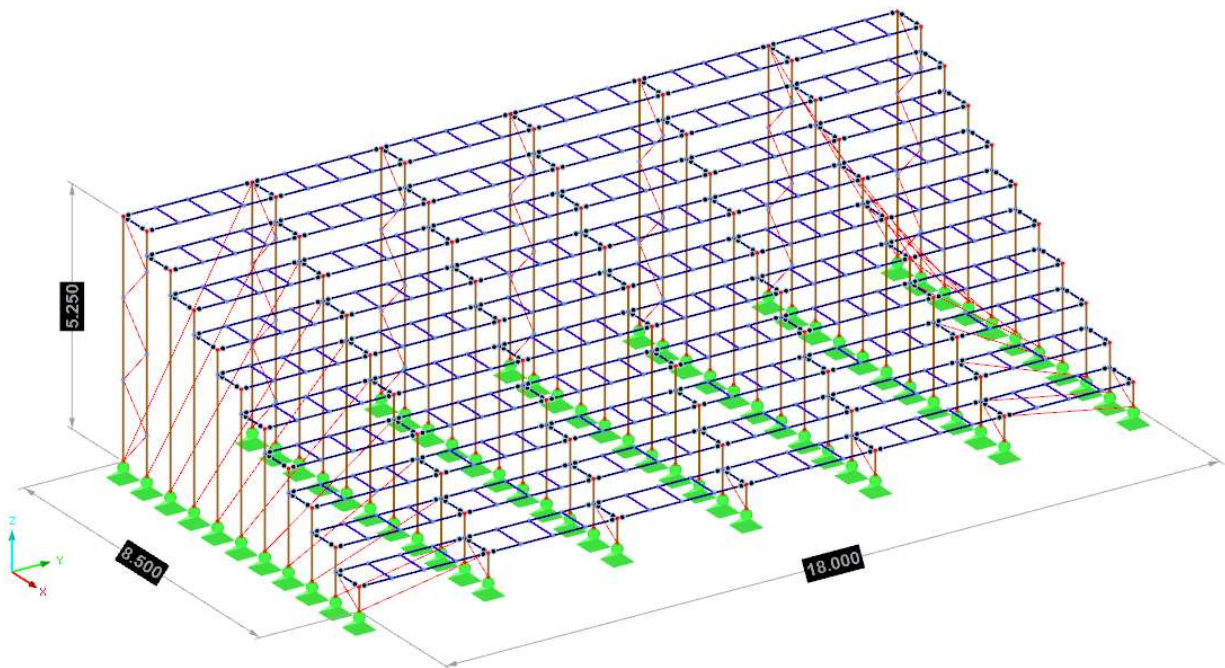
Suomen rakentamismääräyskokoelma (Srmk). Rakenteiden lujuus ja vakaus, Teräsrakenteet (2019) [verkkodokumentti] Helsinki: Teräsrakenteita koskevat kansalliset liitteet. <https://www.ym.fi/download/noname/%7BD829E0A3-9D8E-4730-8E6C-EF076B4642F2%7D/126585> [27.1.2021].

Thompson W. T., Dahleh M.D. (1998), Theory of vibration with applications, 524 sivua.

Ympäristöministeriön asetus kantavista rakenteista (17.6.2014/477),  
[verkkodokumentti]. <https://finlex.fi/fi/laki/alkup/2014/20140477> [27.1.2021].

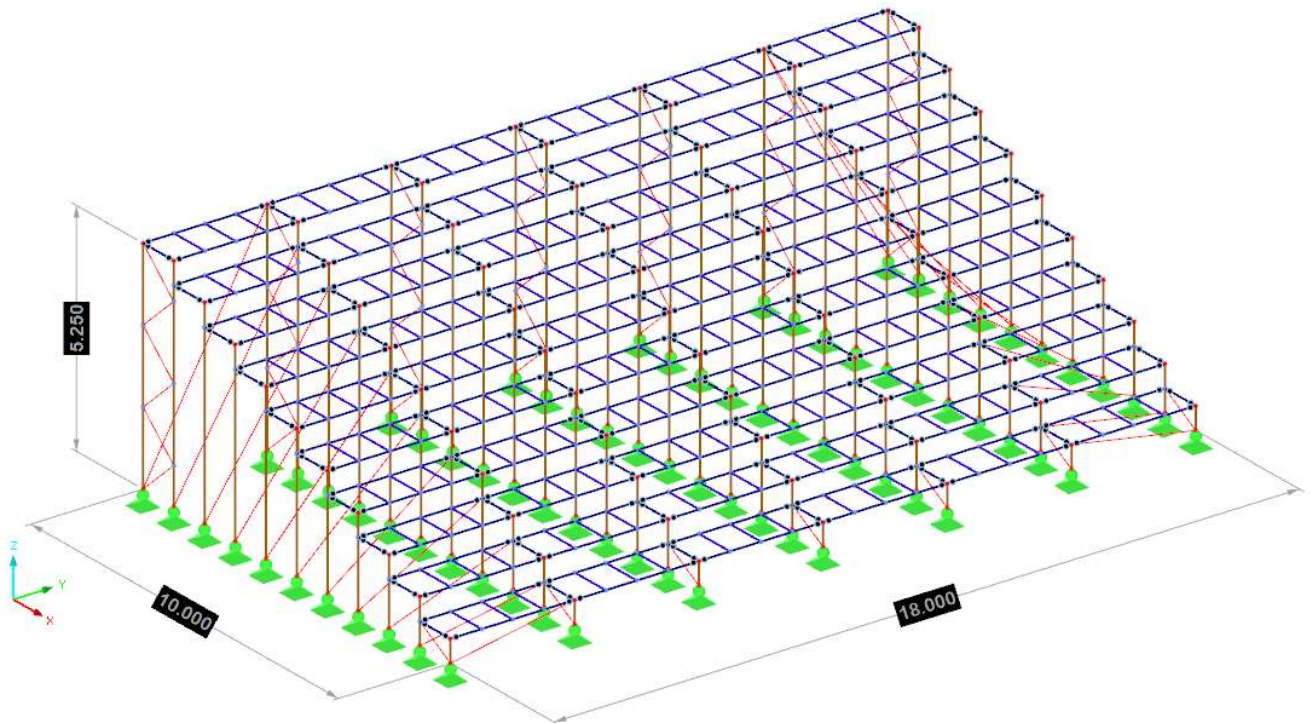


Kuva rakennemallista: k3000, tasoleveys 700 mm.

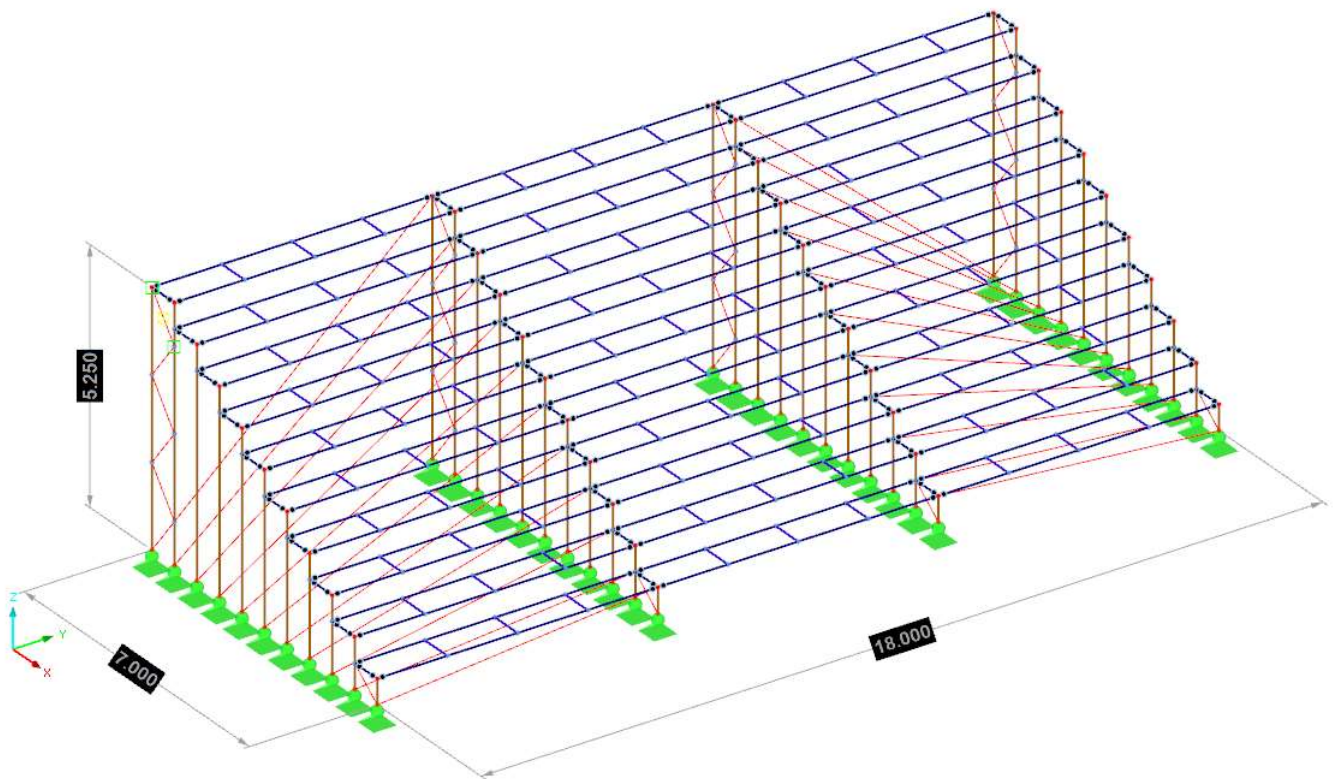


Kuva rakennemallista: k3000, tasoleveys 850 mm.

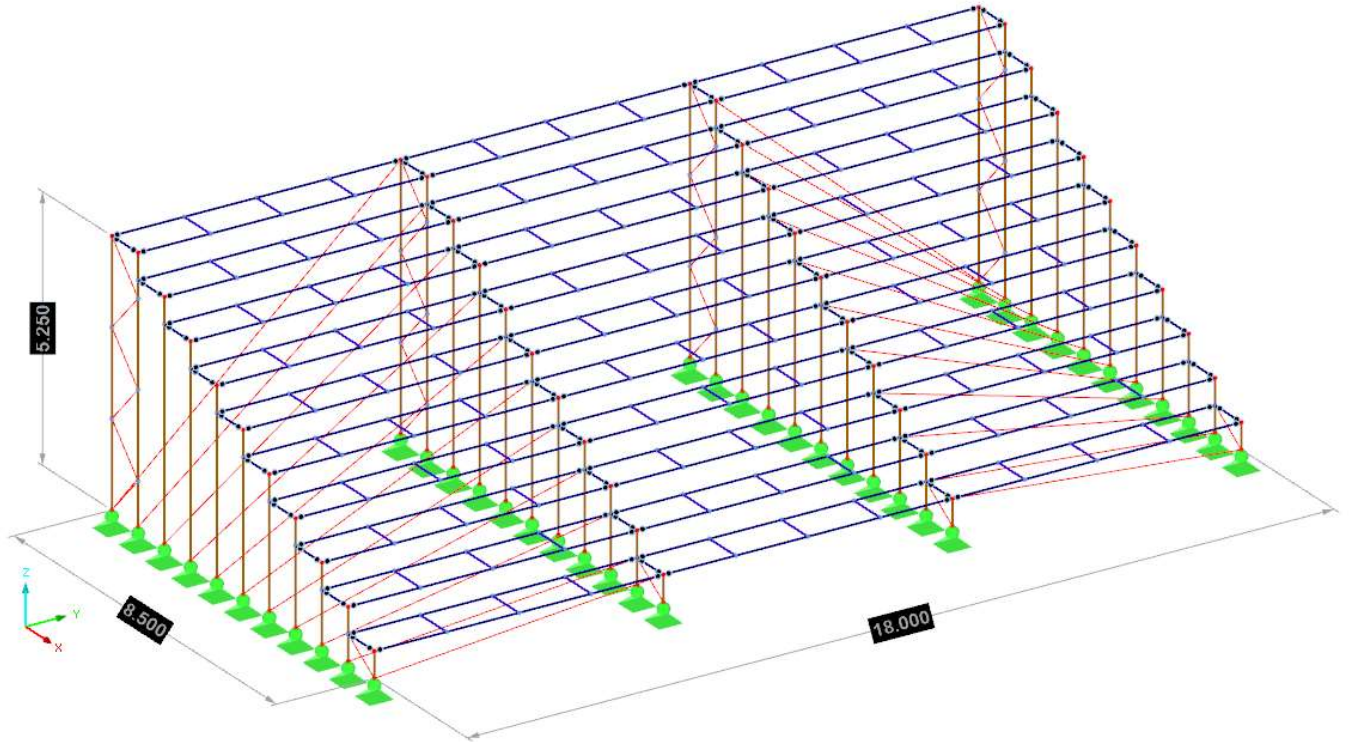




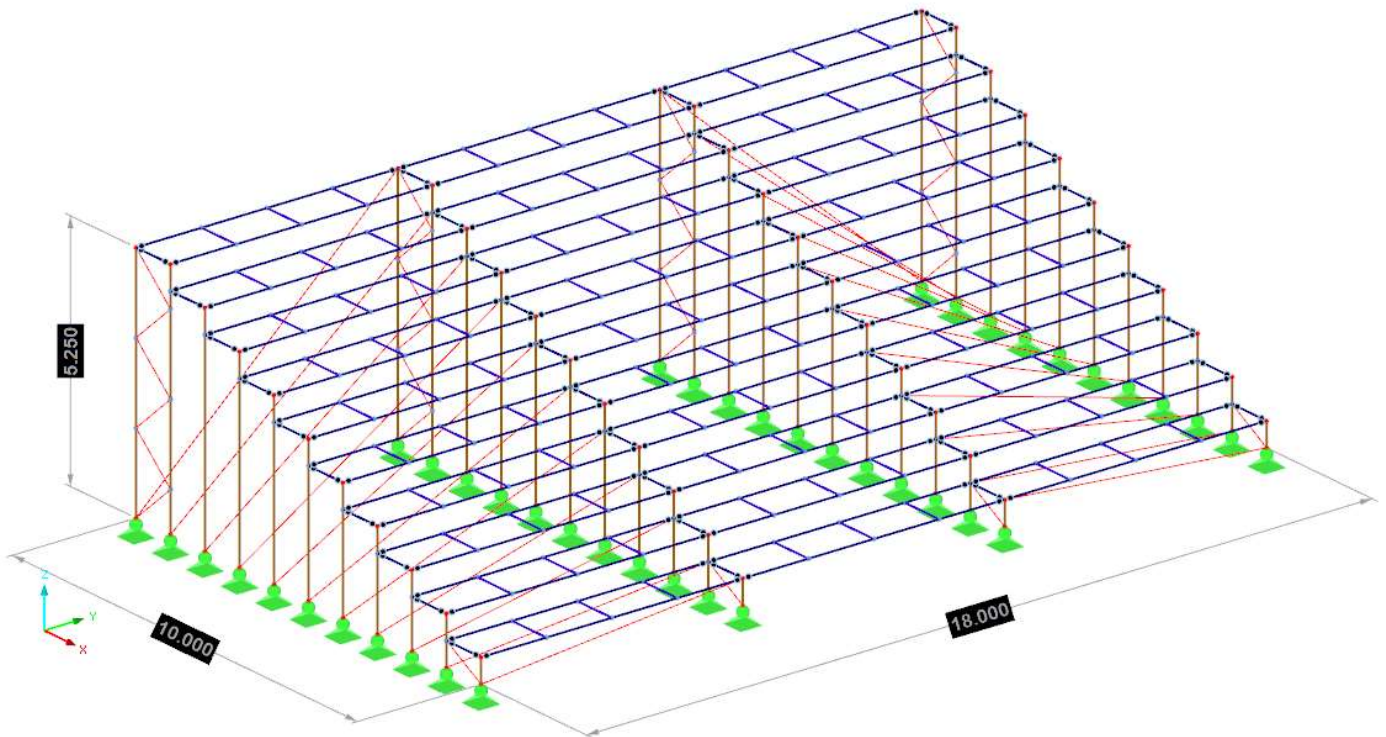
Kuva rakennemallista: k3000, tasoleveys 1000 mm.



Kuva rakennemallista: k6000, tasoleveys 700 mm.

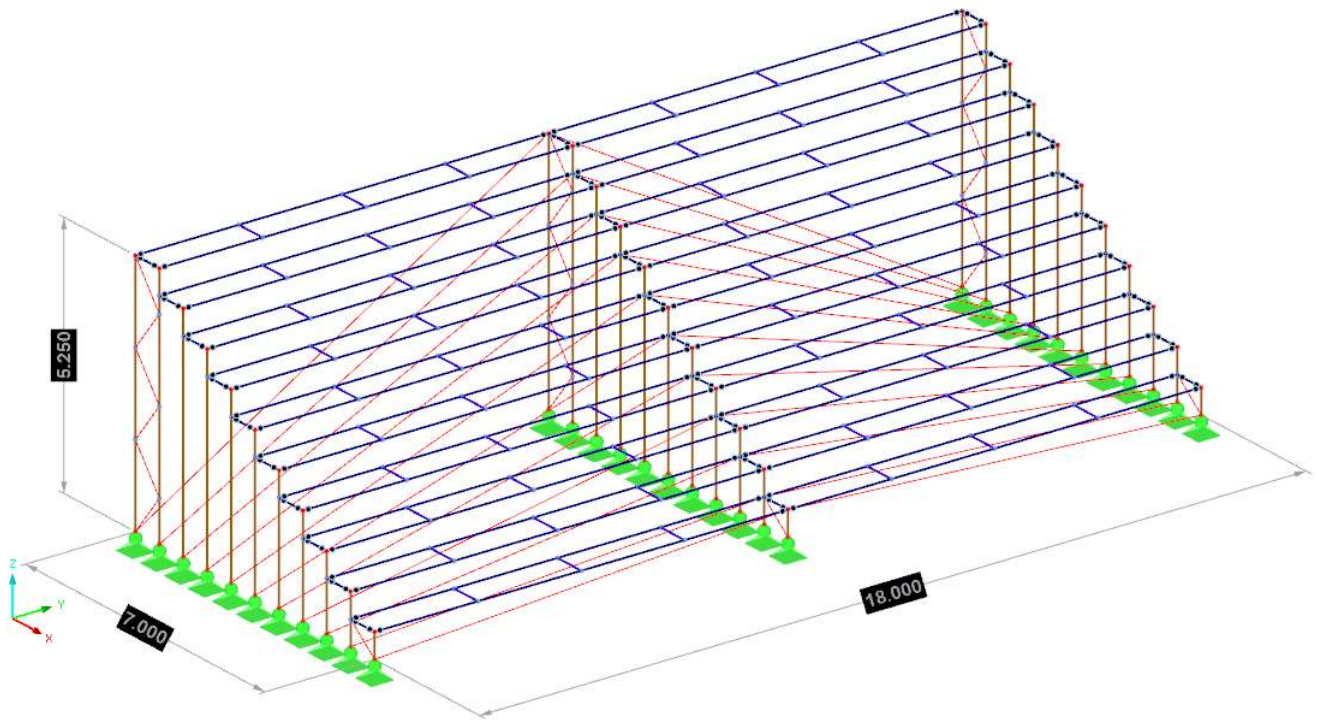


Kuva rakennemallista: k6000, tasoleveys 850 mm.

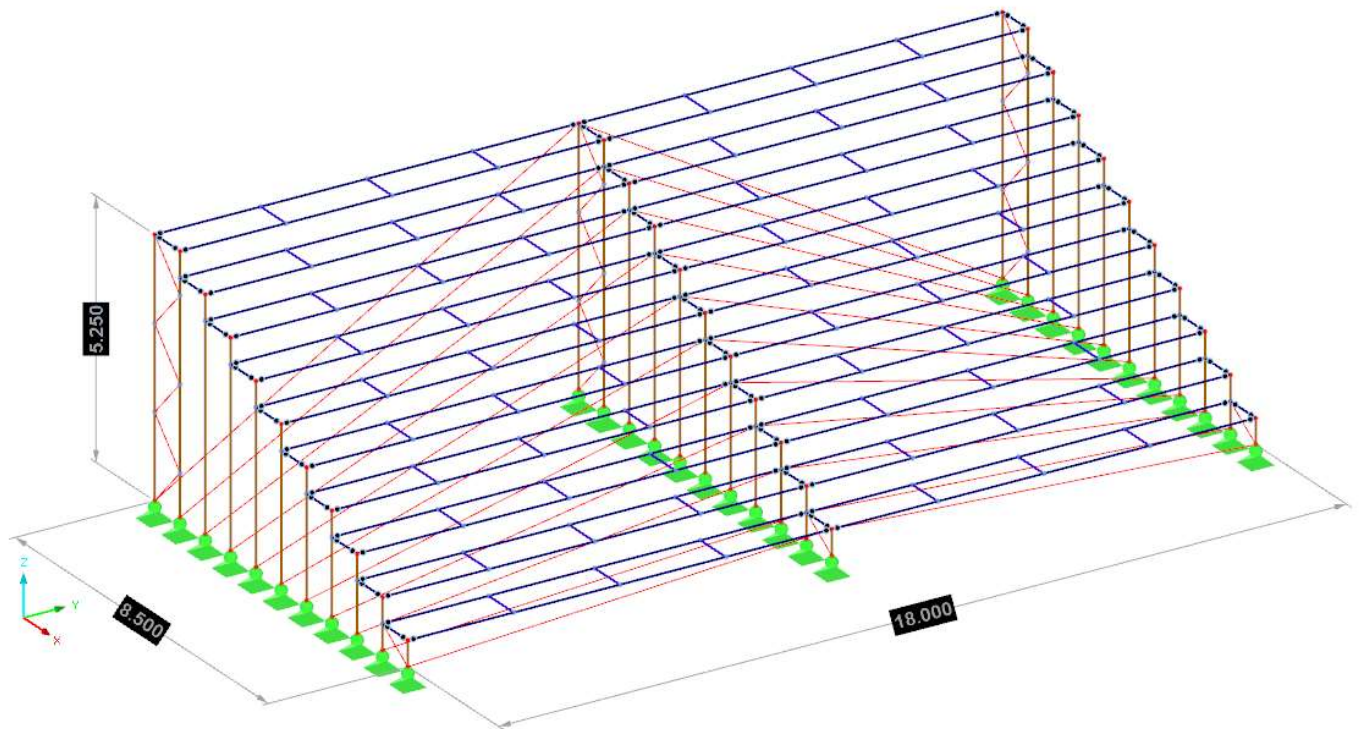


Kuva rakennemallista: k6000, tasoleveys 1000 mm.

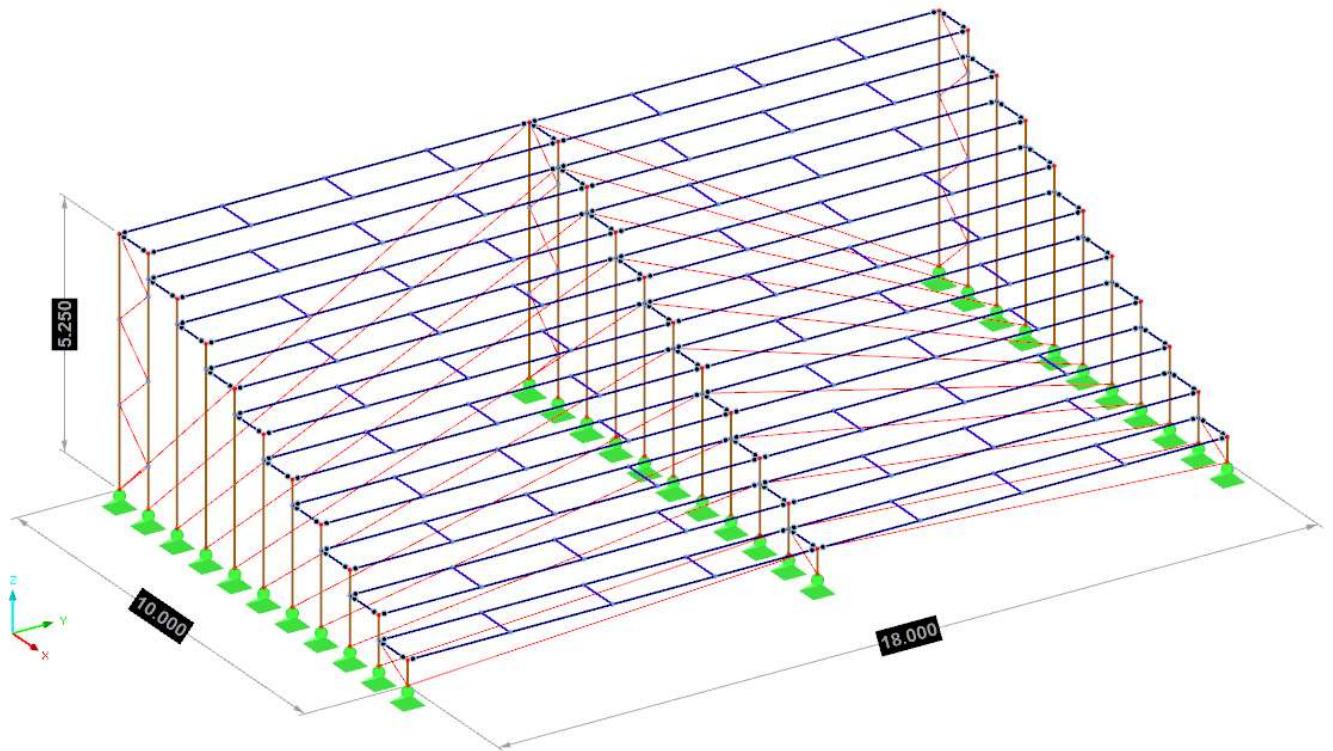




Kuva rakennemallista: k9000, tasoleveys 700 mm.



Kuva rakennemallista: k9000, tasoleveys 850 mm.



Kuva rakennemallista: k9000, tasoleveys 1000 mm.

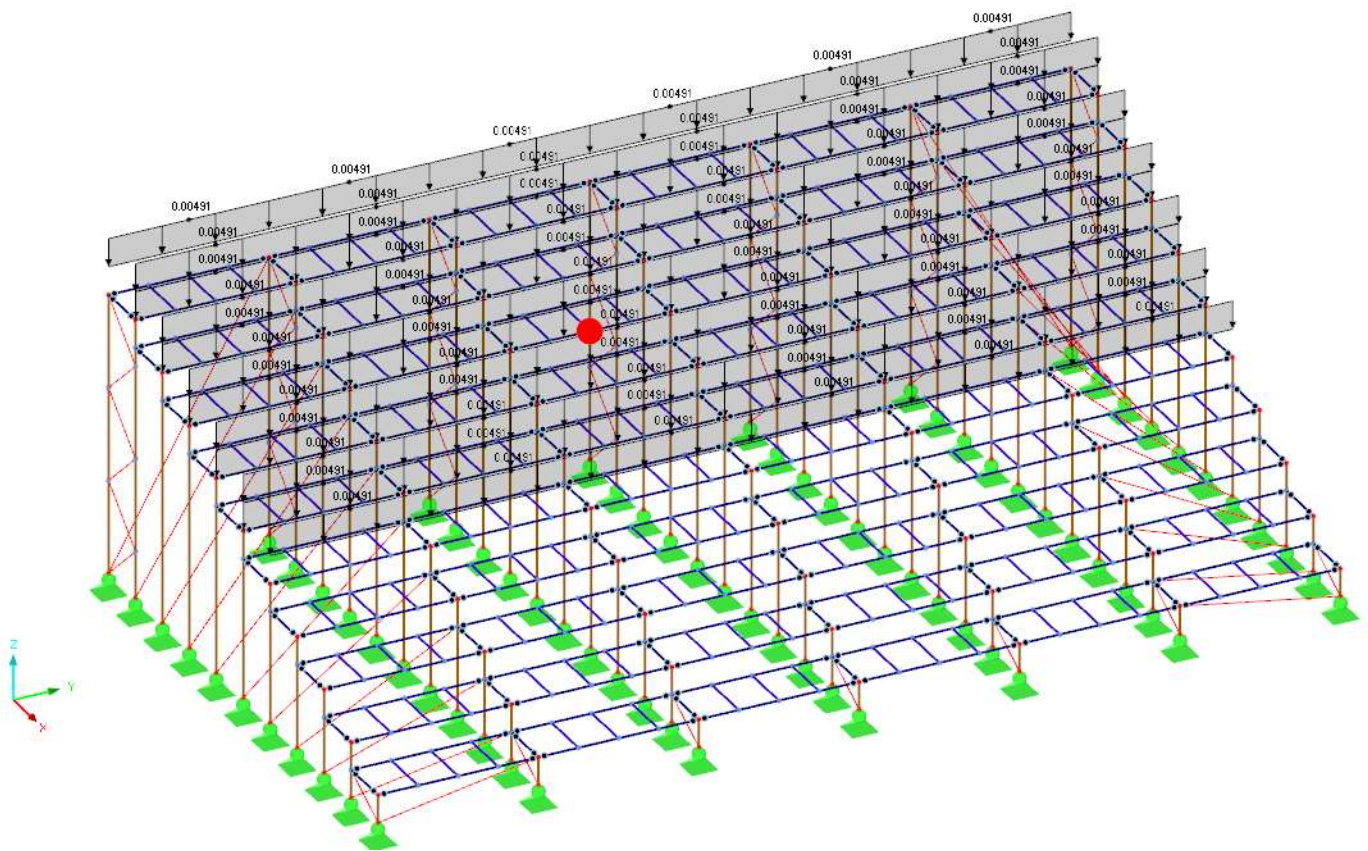
Taulukko staattisen mitoituksen tasopalkkien kuormista ja kuormitusyhdistelmistä.

Staattisen mitoituksen kuormat	
Pysyvät kuormat:	
Tasolevytytys, 0.1825 kN/m <sup>2</sup>	
700 mm	0.064 kN/m
850 mm	0.078 kN/m
1000 mm	0.091 kN/m
Pystylevytytys, 0.1825 kN/m <sup>2</sup>	0.048 kN/m
Kiinteät istuimet, 0.082 kN/m	0.082 kN/m
Hyötykuormat:	
Pystysuunta, 5 kN/m <sup>2</sup>	
700 mm	1.75 kN/m
850 mm	2.215 kN/m
1000 mm	2.5 kN/m
Vaakasuunta X/Y, 0.5 kN/m <sup>2</sup>	
700 mm	0.175 kN/m
850 mm	0.2215 kN/m
1000 mm	0.25 kN/m
Staattisen mitoituksen kuormitusyhdistelmät	
Murtorajatila: 1.0*1.15*ΣG <sub>k</sub> +1.5*ΣQ <sub>k</sub>	
Käyttörajatila: 1.0*ΣG <sub>k</sub> +1.0*Q <sub>k</sub>	

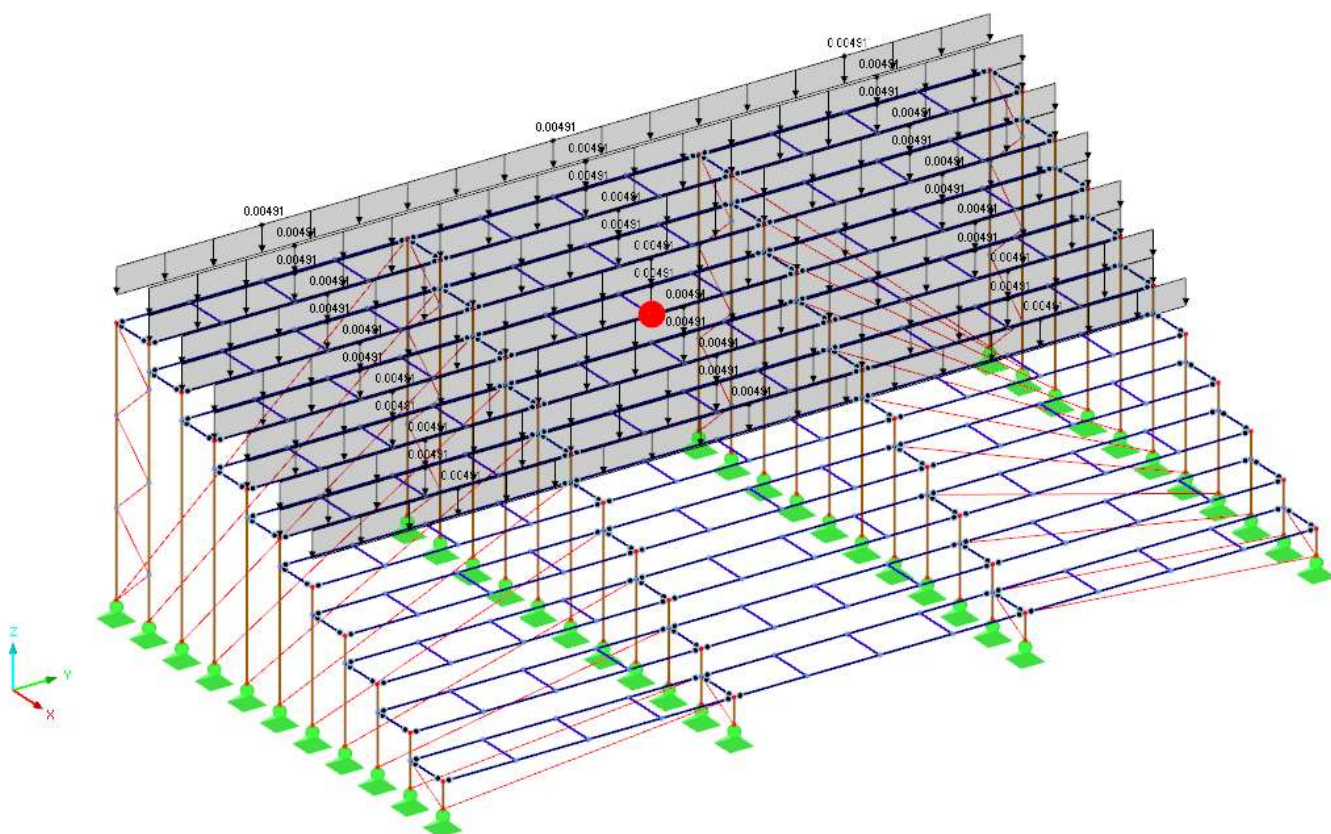


Taulukko värähtelymitoituksen tasopalkkien yksikkökuormista.

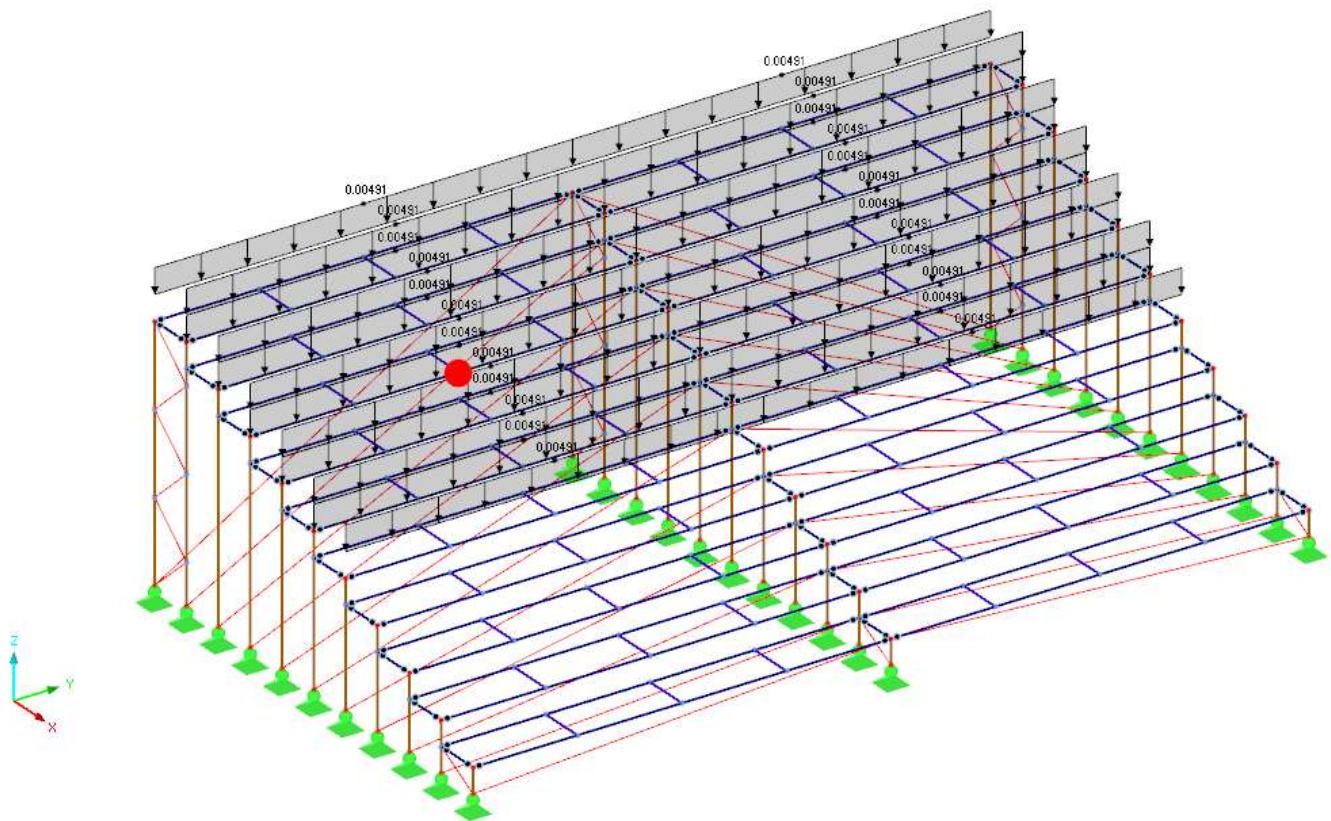
Värähtelymitoituksen kuormat	
Yksikkökuormitus, 0.00981 kN/m <sup>2</sup>	
700 mm	0.00343 kN/m
850 mm	0.00417 kN/m
1000 mm	0.00491 kN/m



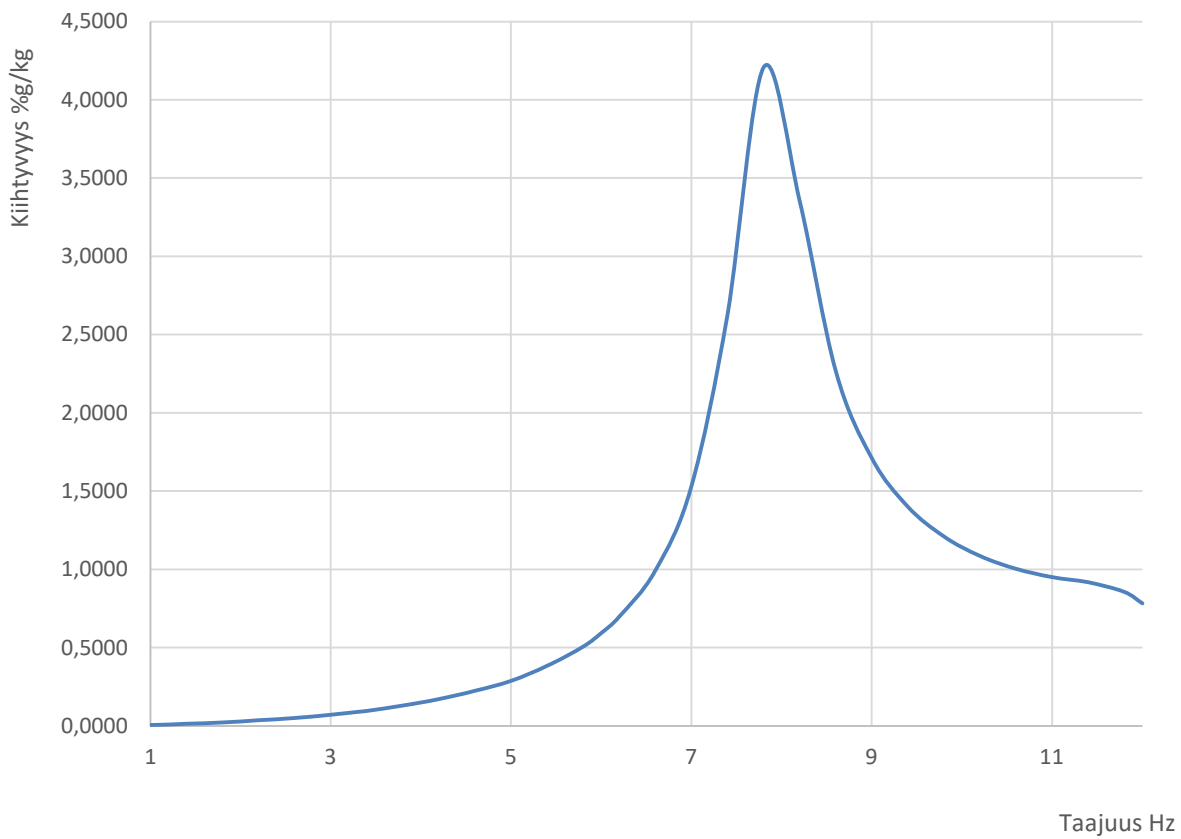
Kuva taajuusvasteanalyyssä käytetystä kuormituksesta ja tarkastellusta vastepisteestä: k3000.



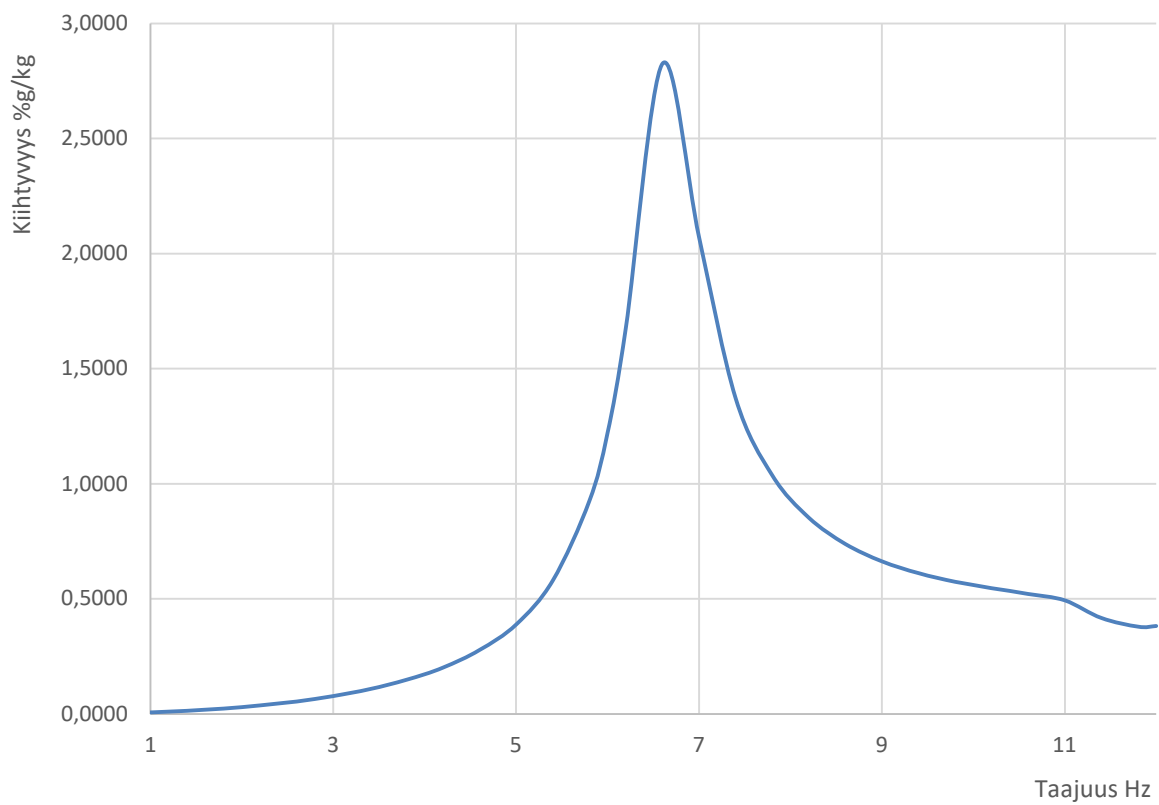
Kuva taajuusvasteanalyyssissä käytetystä kuormituksesta ja tarkastellusta vastepisteestä: k6000.



Kuva taajuusvasteanalyyssissä käytetystä kuormituksesta ja tarkastellusta vastepisteestä: k9000.



Taajuusvastespektri: k3000, tasoleveys 700 mm, ominaistaajuus 8,552 Hz.



Taajuusvastespektri: k9000, tasoleveys 700 mm, ominaistaajuus 7,034 Hz.