

## MODELADO DE LA COMBUSTIÓN DE PROPULSANTE PARA PROBLEMAS DE BALÍSTICA INTERIOR

MONREAL GONZÁLEZ, Guillermo <sup>(1)</sup>; GARCÍA CASCALES, José Ramón <sup>(1)</sup>

SÁNCHEZ VELASCO, Fráncico Javier <sup>(2)</sup>; OTÓN MARTÍNEZ, Ramón Antonio <sup>(3)</sup>

RAMIRÉZ FERNÁNDEZ, Francisco Javier <sup>(3)</sup>

guillermo.monreal@upct.es

<sup>(1)</sup> Universidad Politécnica de Cartagena, DITF, ETSII. Dr Fleming s/n, 30202, Cartagena, Spain

<sup>(2)</sup> Centro Universitario de la Defensa de San Javier (MDE-UPCT), Coronel López Peña s/n, 30720, Santiago de la Ribera, Spain

<sup>(3)</sup> EXPAL Systems S.A., Avda. del Partenón, 16, 28042 Madrid, Spain

### RESUMEN

Se presenta un modelo para el estudio de problemas de balística interior que implican el análisis de una mezcla bifásica de sólidos (pólvora/propulsante) y gases (productos de la combustión). Dicho modelo está basado en una aproximación unidimensional por Volúmenes Finitos de un conjunto de ecuaciones adaptadas del modelo no conservativo de Gough. El cálculo de los flujos numéricos en la interfase se hace mediante solvers aproximados de Riemann, en concreto los esquemas numéricos aplicados son el esquema de Rusanov y el AUSM+. En este trabajo se introducen las ecuaciones correspondientes al modelo y las relaciones de cierre necesarias para caracterizar los fenómenos físicos que ocurren durante la combustión y como consecuencia de la interacción entre las fases: velocidad de combustión, fricción, tensión interfacial y transferencia de calor interfacial. Además, se realiza la validación del código desarrollado. Para ello se presenta un test experimental, las condiciones del mismo y los resultados experimentales se comparan con los obtenidos con el modelo implementado. También se contrastan los resultados obtenidos con los de otros programas que utilizan aproximaciones 0D (Balint) o aproximaciones unidimensionales (FNGun). Para finalizar, se expondrán algunas conclusiones de los resultados obtenidos con este modelo.

Palabras clave: Combustión de propulsanter, modelos de combustión, balística interior, flujo bifásico.

## 1.- INTRODUCCION

El objeto de este trabajo se engloba dentro de la Balística Interior que estudia los procesos que ocurren en el interior del tubo del cañón y la influencia de factores como el diseño del propulsante, la transmisión del calor hacia las paredes de la caña o el desgaste en la superficie del ánima.

El cañón es el mecanismo encargado de convertir el calor liberado por el propulsante al quemarse en la energía cinética que empuja al proyectil. Es el tubo o caña por donde sale el proyectil. Con un cañón se pretende lanzar un proyectil, a la máxima velocidad inicial y con la menor perturbación posible en el tramo inicial de su trayectoria, contra un blanco situado a una distancia determinada, en condiciones de absoluta seguridad para el personal y los equipos situados en las proximidades.

## 2.- MODELO MATEMÁTICO

Se ha identificado el modelo de Gough como el modelo más adecuado de entre los estudiados para analizar los problemas de balística interior. El modelo de Gough se presenta como un modelo de ecuaciones de conservación bifásico, para la caracterización de problemas de balística interior en armas de pequeño calibre (Gough P. , 1979). En éstas el sistema bifásico está constituido por los granos de pólvora (fase sólida) y los gases resultantes de la combustión de la misma (fase gaseosa).

El modelo tiene un punto de vista *euleriano*, de manera que ambas fases son vistas como un continuo en el que las variables del proceso pueden tomar valores finitos. Con esta perspectiva, en la fase sólida no se modelará cada uno de los granos individuales, sino que en cada unidad de volumen se consideran una densidad y una porosidad promediadas. Lo mismo ocurre con las características geométricas de los granos y, en general, con todas las variables presentes en el problema.

Este modelo se expresa matemáticamente como un sistema de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) que caracteriza el comportamiento de la mezcla desde un punto de vista fluido-dinámico, incluyendo los efectos producidos por la combustión de la pólvora y el aumento de presión de los gases. En última instancia el modelo de ecuaciones es capaz de reproducir las distribuciones de las variables del problema en todo el dominio de cálculo. Aplicado a problemas de balística interior, permitiría simular el proceso de disparo en una determinada cámara de combustión, incluyendo el movimiento de un proyectil.

El número de EDP depende del número de dimensiones espaciales en que se lleve a cabo el modelado. En general, podemos contabilizar una ecuación de conservación para la fracción volumétrica de la fase gaseosa,  $\alpha_1$  comúnmente llamada porosidad (expresada en función de la fracción volumétrica de fase sólida,  $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ ), una ecuación de conservación de la masa de gas ( $\alpha_1 \rho_1$ ),  $D$  ecuaciones, respectivamente, para la cantidad de movimiento de la fase gaseosa  $\alpha_1 \rho_1 \mathbf{U}_1$  y la fase sólida  $\alpha_2 \rho_2 \mathbf{U}_2$  (considerando  $D$  el número de dimensiones espaciales), una ecuación para la energía total de la fase gaseosa  $E_1$ , una ecuación de conservación de la entalpía de las partículas,  $H_s$ , y una última para la distancia promediada de quemado,  $d_q$ . Por lo tanto, el número de ecuaciones del modelo es:

$$N_{eq} = 5 + 2 \times D$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1) + \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{U}_1) = \Gamma_c + \Gamma_{ign} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{U}_1) + \nabla \cdot [\alpha_1 (\rho_1 \mathbf{U}_1 \otimes \mathbf{U}_1 + p_1 \mathbf{I})] + p_1 \bar{\nabla}(\alpha_2) = \Gamma_c \mathbf{U}_2 - \mathbf{F}_D + \Gamma_{ign} \mathbf{U}_{ign} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 E_1) + \nabla \cdot (\alpha_1 (E_1 + p_1) \mathbf{U}_1) + p_1 [\nabla \cdot (\alpha_2 \mathbf{U}_2)] = \Gamma_c \left( Q_{ex} + \frac{p_1}{\rho_2} + \frac{|\mathbf{U}_2|^2}{2} \right) - \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{F}_D - A_s \dot{q}_t + Q_{ign} \Gamma_{ign} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_2) + \nabla \cdot (\alpha_2 \mathbf{U}_2) = -\frac{\Gamma_c}{\rho_2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_2 \rho_2 \mathbf{U}_2) + \nabla \cdot [\alpha_2 (\rho_2 \mathbf{U}_2 \otimes \mathbf{U}_2 + p_2 \mathbf{I})] - p_1 \bar{\nabla}(\alpha_2) = -\Gamma_c \mathbf{U}_2 + \mathbf{F}_D \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(H_s) + \mathbf{U}_2 \cdot \bar{\nabla}(H_s) = \kappa \dot{q}_t \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(d_q) + \mathbf{U}_2 \cdot \bar{\nabla}(d_q) = \dot{r} \quad (7)$$

donde  $\rho$  y  $p$  son densidad y presión respectivamente. Con el subíndice  $1$  nos referimos a la fase gaseosa y con el  $2$  a la fase sólida. Las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento de ambas fases tienen  $D$  componentes cada una, correspondientes a las direcciones ortogonales. En concreto en coordenadas cartesianas, en el caso tridimensional, consideramos que el vector velocidad del gas es  $\mathbf{U}_1 = (u_1, v_1, w_1)$  y la velocidad de las partículas:  $\mathbf{U}_2 = (u_2, v_2, w_2)$ . El operador  $\otimes$  representa el producto diádico, cuyo resultado es un tensor; la matriz  $\mathbf{I}$  es la identidad.

La energía total de la fase gaseosa,  $E_1$ , se define de la siguiente manera, a partir de la energía interna  $e_1$ :

$$E_1 = \rho_1 \left( e_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{U}_1\|^2 \right) \quad (8)$$

$H_s$  es un parámetro usado para deducir la temperatura superficial de la partícula mediante un perfil cúbico (Gough P. S., 1979).

Nussbaum la llama explícitamente entalpía específica del grano (Nussbaum, 2007), en cambio en esta misma referencia (p.33) dice que se puede considerar como una entalpía.

En primera aproximación adoptaremos que es la entalpía específica de los granos de pólvora (consideramos que en 0 K la entalpía es cero) definida por:

$$H_s = c_{v,2} \cdot T_2 \quad (9)$$

Siendo  $T_2$  la temperatura en el interior del grano que, a lo largo del proceso transitorio del disparo, consideraremos distinta de la temperatura superficial del grano,  $T_{ps}$ . El espesor de pólvora quemada,  $d_q$ , se asume como una distancia promediada entre todos los granos en una determinada unidad de volumen y se entiende como la disminución de espesor que tiene lugar en los granos como resultado de la combustión.

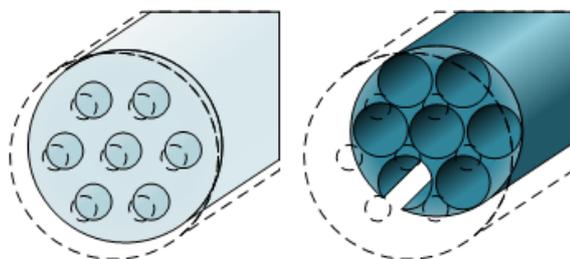


Figura 1: Esquema de la distancia de quemado en un grano de pólvora.

Una característica que identifica el modelo de Gough es la **incompresibilidad** de la fase sólida. Se considera que la densidad de la pólvora,  $\rho_2$ , es constante e invariable. Esto permite poder expresar la ecuación de conservación de la cantidad de fase sólida solamente en términos de la fracción

volumétrica,  $\alpha_2$ . Puede observarse que, en el caso de la fase gaseosa, donde no se da esta hipótesis, la densidad del gas aparece en todas las ecuaciones de transporte.

Se observa también que en el modelo aparecen dos presiones,  $p_1$  y  $p_2$ , correspondientes a cada fase. En efecto, el de Gough es un modelo de presiones separadas pero, como se verá más adelante, ambas presiones no son independientes, sino que están relacionadas mediante una expresión algebraica que representa la tensión intergranular.

En cuanto a los términos fuente que aparecen en el lado derecho de las ecuaciones, estos dan cuenta de los efectos del acoplamiento entre fases (la interacción entre ambas producirá un intercambio de energía y momento), así como el proceso de reacción de la pólvora y liberación de los gases de combustión y calor de combustión. En concreto,  $F_D$  modela la fuerza de fricción interfacial generada por el arrastre de los granos de pólvora,  $\dot{q}_t$  representa el flujo de calor interfacial que se transmite por la superficie de grano y que va multiplicado por la superficie específica de la fase sólida:  $A_s = \alpha_2 S_p / V_p$  en un caso y por  $\kappa$ , la difusividad térmica de la fase sólida, en otro. Mientras que  $S_p$  y  $V_p$  son respectivamente la superficie y el volumen instantáneos de un grano de pólvora.  $\Gamma_c$  es la tasa de intercambio de masa debida a la combustión y  $Q_{ex}$  es el calor de combustión liberado durante la reacción exotérmica de combustión.  $\dot{r}$  es la tasa o velocidad de quemado, entendida como la velocidad de crecimiento de  $d_q$  por término medio en cada unidad de volumen. Por último,  $\Gamma_{ign}$ ,  $Q_{ign}$  y  $U_{ign}$  son, respectivamente, la masa, calor y el vector velocidad de salida de los gases del estopín (en, en su defecto, el dispositivo de iniciación incorporado a la cámara de combustión).

### Relaciones de Cierre

- La ecuación de estado que se ha adoptado para este modelo es la de Noble-Abel:

$$p_1(\rho_1, e_1) = \frac{(\gamma-1)\rho_1 e_1}{1-\eta\rho_1} \quad (10)$$

- Tensión intergranular (Nussbaum J., 2007)

$$\Lambda(\alpha_2, \rho_2) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_2 < 1 - \alpha_c, \\ \frac{\rho_2 c_l^2 \alpha_c (\alpha_c + \alpha_2 - 1)}{\alpha_2 (1 - \alpha_2)}, & \text{si } \alpha_2 \geq 1 - \alpha_c \end{cases} \quad (11)$$

- Velocidad del sonido:

$$c_2 = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_1 > \alpha_c \\ \frac{\alpha_c}{\alpha_1} c_l, & \text{si } \alpha_1 \leq \alpha_c \end{cases} \quad (12)$$

- Fricción interfacial (Nussbaum, 2007):

$$(\alpha_2) = \begin{cases} 1.75 & \alpha_2 < \alpha_c \\ 1.75 \left( \frac{1-\alpha_2}{\alpha_2} \frac{\alpha_c}{1-\alpha_c} \right)^{0.45} & \alpha_c < \alpha_2 < 0.9, \\ 0.3 & \alpha_2 > 0.9. \end{cases} \quad (13)$$

- Las funciones geométricas  $S_p$  y  $V_p$  son la superficie y el volumen de un grano de pólvora, respectivamente, y dependen del tipo de grano, va en función de la distancia de quemado o regresión.

- El flujo de calor transferido es:

$$q_t = h_c (T_g - T_{ps}) \quad (14)$$

- Coeficiente de transmisión del calor por convección es:

$$h_c = \frac{Nuk}{D_h} = k \frac{Nu}{6} \cdot \frac{S_p}{V_p} \quad (15)$$

- El número de Nusselt propuesto:

$$Nu = 0.4 Re_p^{\frac{2}{3}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

- La ley de Vielle:

### 3.- MODELO NUMERICO

Para la resolución numérica de nuestro sistema (ecuaciones 1-7) se adopta un enfoque de volúmenes finitos, además se ha utilizado una técnica de división de flujo, que ha proporcionado buenos resultados en una amplia variedad de aplicaciones (García-Cascáles, 2012). Esta consiste en resolver por separado la parte convectiva del sistema de PDEs (Woodley, 2005.):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial [F^j(U)]}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

y luego , el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias , incluyendo los términos fuente:

$$\frac{dU}{dt} = S(U) \quad (18)$$

La parte de convección se resuelve de forma explícita por el siguiente esquema numérico

$$U_i^{(n+1)} = U_i^{(n)} + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ F_{i-\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}} \right] \quad (19)$$

donde  $F_{i+\frac{1}{2}}$  es el flujo numérico que es evaluada por solucionadores de Riemann aproximados. En los resultados se muestran a continuación esquema Rusanov (Rusanov, 1962), AUSM+ (Liou, A Sequel to AUSM: AUSM+, 1996) o AUSM+up (Liou, A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds, 2006) se utilizan. La extensión de estos esquemas numéricos y la derivación de la forma conservadora de modelo de Gough es objeto de otro artículo (R. A. Otón-Martínez, 2014).

### 4.- TEST EXPERIMENTALES.

#### Datos experimentales.

El test que a continuación se detalla en este test es un obús 153/23 emplazado en el laboratorio balístico que tiene la empresa Expal System con una carga denominada M4, y un proyectil de 43 kg. Los datos de entrada de nuestra simulación son:

Descripción	Valor	Unidades
Ø del anima	156.5	mm
Volumen de la recamara	15.04	l
Largo recamara	0.68	m
Ø equivalente de la recamara	171.55	mm
Volumen del tubo	0.175593743	m <sup>3</sup>
Masa reculante	1378.41	kg

Tabla 1. Resumen de datos del arma 155/23

Tipo	7 perforaciones
Largo	10.829 mm
D_ext	5.4706667 mm
d_int	0.4874444 mm
W_int	0.9828333 mm
W_ext	1.0213333 mm
Masa	4.6 kg
Temperatura de llama	3040 °K
Fuerza especifica	1088 MJ/Kg
Covolumen	1053 cc/g
Densidad	1.6 g/cc
Coefficiente de presión	0.0202 m/s
Exponente de presión	0.371677
Coefficiente politropico	12419
Volumen de inertes	0 cc
ar	0.000119
b	0
Qex	4150000
Tign	444 °k
L_saquete	0.533 m
D_saquete	0.147 m
Coef_saquete	0.95

Tabla 2 Datos del grano GSB 124

Para el cálculo de este test se ha utilizado el software UXGun desarrollado por la Universidad Politécnica de Cartagena en colaboración con Expal Systems S.A. dentro del marco del proyecto Smart Propellant.

UXGun es un software para el estudio de problemas de balística interior. Está basado en el modelo de Gough en forma conservadora y resuelto por el método de volúmenes finitos. Los esquemas numéricos para la evaluación de los flujos son aproximados por Riemann solver.

La entrada de datos es a través de una interfaz gráfico dividida en varias pestañas, donde se pueden establecer/definir diferentes armas, proyectiles y tipos de pólvoras, así como

diferentes métodos numéricos y de configuración. Del mismo modo, los resultados obtenidos por el código pueden ser visualizados directamente en la misma aplicación. El programa también proporciona un archivo de texto, por si se desea abrir los datos con otro programa o exportarlos.

## Resultados

Adicionalmente se compara con los resultados obtenidos con otros programas, en concreto Balint, este es un programa desarrollado por Expal para el análisis de problemas de balística interior. Utiliza las subrutinas de IBHVG con lo que es una aproximación 0D. También se compararán con un sensor HPI, este, es un sensor piezoeléctrico que se coloca dentro de la recámara (junto al cierre) y recoge los datos de presión, para luego descargarlos en un PC.

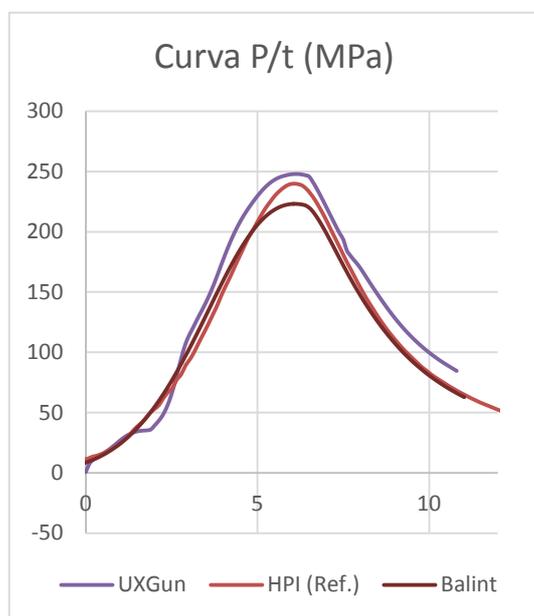


Figura 2. Curva P/t obtenida.

En la Figura 2, se muestran las tres curvas P/t, correspondientes a la presión alcanzada en el cierre de la recámara en función del tiempo medido en ms

Vemos que UXGun sobreestima la presión con respecto a Balint, aun así, esto representa un error relativo de 1,45% en la presión para UXGun vs un 2,41% obtenido por el programa 0D de Balint.

Se puede observar que al comienzo de las curvas de presión, UXGun presenta unas oscilaciones debidas a proceso de iniciación, actualmente se está trabajando en un modelo con dos pólvoras que se prevé que mitiguen dichos efectos.

Para la medida real de la velocidad representada en la Figura 3, se ha utilizado un radar de efecto Doppler. Con este radar sólo somos capaces de estimar la velocidad en boca del cañón, pero no la evolución de la misma a lo largo del ánima. Vemos que la evolución tanto en UXGun como en Balint es parecida. El error relativo es de 6.22% para UXGun vs un 1,12% de Balint.

Vale la pena anotar que UXGun es capaz de predecir los resultados experimentales reales con menor error relativo. La sobrestimación de la presión de la predicción hace que UXGun también sobrevalore la velocidad en boca.

De todas formas tanto la presión máxima como la velocidad del proyectil en boca, se ve bastante influenciados por la forma de iniciación que se está estudiando actualmente.

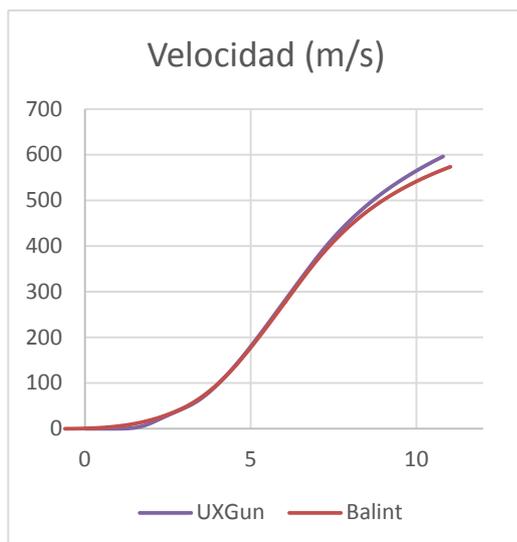


Figura 3. Curva Velocidad-tiempo obtenida

## 5.- CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo basado en volúmenes finitos, para ello, se muestra una versión del modelo de ecuaciones utilizadas considerando el modelo conservativo de Gough. Se hace una ligera descripción de las leyes de cierre utilizadas, incluyendo la fricción interfacial de partículas de gas, la transferencia de calor de partículas de gas interfacial, y la combustión.

Se ha implementado un código como una herramienta de simulación, predicción y diseño para una gama variada de pólvora propulsoras de artillería. El código, llamado UXGun, se ha aplicado a un problema de balística interior, específicamente una prueba de disparo de munición de artillería. Después de presentar los resultados numéricos obtenidos con UXGun se comparan con los resultados experimentales ad-hoc obtenidos en nuestro laboratorio de balística y con Balint.

El modelo ha proporcionado buenos resultados en una prueba de tiro con un propulsor real. Se ha predicho con buena exactitud la presión máxima en la cámara que proporciona resultados ligeramente mejores a las previstas por los modelos 0-dimensionales como las implementadas en Balint-IBHVG2 que considera aproximaciones de Lagrange. Este nuevo código predice el aumento de presión desde un punto de vista seguro, ya que sobreestima ligeramente la presión en la base tiro y también la velocidad en la boca del cañón con respecto a los resultados experimentales. UXGun también ha demostrado su capacidad para predecir razonablemente velocidad de salida. Estos prometedores resultados mejoran las expectativas de este código. Se llevarán a cabo más estudios para analizar en profundidad la aparición de ondas de presión que harán la diferencia entre los códigos 0D y 1D. Como un paso siguiente, este código está siendo actualizado a las versiones en multi-pólvora 1D, 2D y 3D, lo que aumentará la capacidad de análisis del código alcanzó hasta el momento.

## 6.- AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado mediante un proyecto de investigación del “Ministerio de Industria, Energía y Turismo” a través de la convocatoria INNPACTO denominado “Smart Propellants” (IPT-2011-0712-020000) que involucra a EXPAL Systems S.A. y a la Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT). Parte de esta ayuda ha sido financiada con fondos FEDER.

## 7.- LISTA DE SIMBOLOS

$c_1$	Velocidad del sonido en la fase gaseosa (m/s)
$c_2$	Velocidad del sonido en la fase solida (m/s)
$c_{p1}$	Calor específico del gas a presión constante (J/(kg·K))
$c_{v2}$	Calor especifico de la fase sólida (J/(kg·K))
$d_q$	Distancia de quemado del grano (m)
$e_1 = \frac{c_{p1}}{\gamma} T_1$	Energía especifica interna del gas (J/kg)
$E_1 = \rho_1 \left( e_{1k} + \frac{ \vec{u}_1 ^2}{2} \right)$	Energía total de la fase gaseosa (J/kg)
$H$	Entalpía total, $H = h + \frac{ \vec{u} ^2}{2}$ (J/kg)
$H_s = c_{v,2} \cdot T_2$	Entalpía total de la fase solida fase sólida (J/kg)
$h_c$	Coefficiente de transferencia de calor por convección (W/(m <sup>2</sup> ·K))
$H_g = E_g + p/\rho_g$	Entalpía total del gas (J/kg)
$k$	Conductividad térmica de la fase gaseosa (W/(m·K))
$p$	Presión (Pa)
$\dot{q}_t$	Calor transferido entre particular por unidad de tiempo y área (W/m <sup>2</sup> )
$Q_{ex}$	Calor generado por unidad de volumen durante la reacción exotérmica (J/m <sup>3</sup> )
$Q_{ign}$	Calor generado por unidad de volumen durante la iniciación (W/m <sup>3</sup> )
$\dot{r}$	Ratio de propulsante quemado (m/s)
$U_{ign}$	Velocidad de iniciación de los gases en el proceso de iniciación (m/s)
$\Gamma_{ign}$	Ratio de masa de gases generados por unidad de volumen en el proceso de iniciación kg/(m <sup>3</sup> ·s)
$Re_p$	$Re_p = \frac{\rho_1  \vec{u}_1 - \vec{u}_2  6V_p}{\mu_1 S_p}$
$Re_D$	$Re_D = \frac{\rho_1  \vec{u}_1 - \vec{u}_2  D_0}{\mu_1}$
$S_p$	Superficie del grano (m <sup>2</sup> )
$V_p$	Volumen del grano (m <sup>3</sup> )
$T$	Temperatura (K)
$T_2$	Temperatura interna del grano (K)
$T_{ps}$	Temperatura superficial del grano (K)
$t$	Tiempo (s)
$U_1=(u,v,w)$	Vector velocidad de la fase gaseosa (m/s)
$U_2=(u,v,w)$	Vector velocidad de la fase solida (m/s)
$U$	Vector de variables conservadas
$V$	Vector de variables primitivas
$F$	Vector de flujos convectivos
$C$	Vector de términos no-conservativos
$S$	Vector de términos fuente

<b>W</b>	Vector de variables conservadas de la parte conservativa del modelo
$w$	Componentes del vector de variables conservadas <b>W</b>
$\vec{u}_1$	Velocidad del gas (m/s)
$\vec{u}_2$	Velocidad de las partículas (m/s)
$\otimes$	Operador del producto diádico
<b>I</b>	Matriz identidad
<b>R</b>	Constante universal de los gases ideales
$T_{ps0}$	Temperatura superficial inicial del grano
$k_p$	Conductividad térmica de la fase sólida
$H_{ts}$	Entalpía específica de las partículas
Nu	Número de Nusselt $Nu = h_c \cdot D_h / k$
$p_{1,i+\frac{1}{2}}$	Presión de la fase 1 en la celda $i+1/2$
$T^{-1}$	Inversa de la matriz rotacional

**Letras griegas**

$\alpha_1$	Fracción volumétrica de la fase gaseosa, i.e. porosidad
$\alpha_2$	Fracción volumétrica de la fase sólida
$\alpha_c$	Porosidad crítica
$\Lambda(\alpha_2, \rho_2)$	Ley del stress intergranular
$\eta$	Covolume
$\gamma$	Ratio del calor específico del gas
$\rho$	Densidad ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\mu$	Viscosidad dinámica del gas ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ )
$\Gamma_c$	Ratio de masa de gases generados por unidad de volumen en el proceso de combustión ( $\text{kg}/(\text{m}^3\cdot\text{s})$ )
$\kappa$	Difusividad térmica de la fase sólida ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
0D	Cero dimensional
1D	Una dimensión
2D	Dos dimensiones
3D	Tres dimensiones

**Subíndices**

$l, g$	Fase gaseosa
$i$	Celda $i$
$2, s, p$	Fase sólida, partículas

**8.- REFERENCIAS**

- García-Cascáles, J. R.-M.-G.-P.-V. (2012). *Some advances in the characterization of gas and solid mixtures under low pressure conditions* (Vol. Vol. 1479).
- Gough, P. (1979). Modelling of two-phase flow in guns. *AIAA Journal*, (pp. 176-196).

- Gough, P. S. (1979). Modeling heterogeneous two-phase reacting flow. *AIAA Journal*, 17(1), 17-25.
- Liou, M. S. (1996). A Sequel to AUSM: AUSM+. *Journal of computational Physics*, 129(2), 364-382.
- Liou, M. S. (2006). A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds. *Journal of computational Physics*, 214(1), 137-170.
- Nussbaum J., H. P.-M. (2007). Numerical Simulations of Reactive Two-Phase Gas-Particle Flows. *39th AIAA Thermophysics Conference* (pp. 2007-4161). FL. Miami: AIAA Paper.
- Nussbaum, J. (2007). Modélisation et simulation numérique d'un écoulement diphasique de la balistique intérieure. 'Université Louis Pasteur de Strasbourg: Thèse.
- R. A. Otón-Martínez, G. M.-G.-C.-G.-F. (2014). A conservative approach for the characterisation of the combustion of propellants. *submitted to the Int. J. of Numerical Methods in Fluids*.
- Rusanov, V. V. (1962). Calculation of interaction of non-steady shock waves with obstacles. *Division of Mechanical Engineering* .
- Woodley, C. R. ( 2005.). *The FHBS internal ballistics code*.