

## OPTIMIZACIÓN DE ESPINES CILÍNDRICOS COMPOSITOS BAJO CONDICIONES DE CONVECCIÓN

VIGUERAS GUILLÉN, Patricio <sup>(1)</sup>; LUNA ABAD, Juan Pedro <sup>(1)</sup>

e-mail: jp.lunaabad@upct.es

<sup>(1)</sup> Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Ingeniería Térmica y Fluidos

### RESUMEN

Muchos son los casos en los que es necesaria la colocación de aletas para favorecer la transferencia de calor, una de las formas más comunes en la geometría de estas superficies son los espines cilíndricos. Dependiendo del ambiente de trabajo en el que se encuentren pueden acabar cubiertos al cabo de un tiempo por suciedad, polvo, hielo o puede ser interesante recubrirlos de un material diferente para modificar la conductividad global del conjunto o proteger de ambientes corrosivos el núcleo más conductivo, a este conjunto se le denomina aleta o espín composite en la literatura especializada. Este trabajo está dedicado a la optimización de este tipo de superficies extendidas usando el concepto de admitancia térmica inversa relativa bajo modelos 2-D y condiciones de convección. Para diferentes condiciones de convección se ha estudiado la influencia del cociente entre las conductividades térmicas del espín cilíndrico y de la capa que lo recubre. Con el fin de reforzar los resultados obtenidos en la optimización se hace uso de un parámetro clásico como es la efectividad para garantizar que la geometría presentada como óptima además cumple con la función propia de aumentar la disipación de calor. Una vez obtenida la geometría que hace que el espín disipe el máximo calor a través de un sencillo cálculo se determinan el número de Biot y a partir de éste el valor de la efectividad. El proceso de optimización se presenta a través de curvas y gráficos universales en los que el rango de parámetros usados cubre ampliamente el valor de los encontrados por los ingenieros en la práctica. La admitancia térmica inversa relativa se muestra aquí como una útil herramienta en los procesos de optimización de superficies extendidas.

**Palabras clave:** spines composite, optimización, admitancia térmica inversa relativa.

## 1. Introducción

Se puede afirmar la optimización de aletas no es un capítulo cerrado, aún aparecen con relativa frecuencia interesantes trabajos en este campo. Las razones que justifican la dificultad de cerrar el diseño y optimización de aletas son varias: en primer lugar, se trata de un problema no lineal que, en general, requiere el concurso de métodos numéricos de cálculo, además de existir numerosos tipos de aletas con diferentes geometrías y condiciones de contorno; en segundo lugar, la no asunción de hipótesis simplificadoras da lugar a la aparición de un número de parámetros tan elevado que su tratamiento, tanto analítico como numérico, resulta muy complejo; por último, la no existencia de parámetros de prestaciones específicamente definidos y adecuados al proceso de optimización no permite abordar el problema siguiendo una línea común. Así, cada autor establece sus propios parámetros en cada problema y busca la optimización siguiendo su camino particular, en general complejo y, en ocasiones, difícil de entender por otros investigadores.

Este trabajo se centra en la optimización de espines cilíndricos formados por dos materiales de diferente conductividad, en la literatura especializada se denominan espines cilíndricos compositor. Los resultados presentados en este trabajo, curvas o ábacos de carácter universal, están constituidos por puntos óptimos y ha supuesto la computación de innumerables grupos de espines en los que uno o más parámetros tienen un estrecho rango de variación para ajustar lo más finamente posible el valor óptimo. En este sentido, aunque el programa de simulación usado para el cálculo numérico tiene ciertas opciones que permiten la ejecución múltiple de modelos, los tiempos de computación se elevan a centenares de horas.

En relación con la caracterización y optimización de superficies extendidas composite Barker [1] determina la eficiencia de aletas y espines formados por dos materiales bajo modelos 2D y su función en la refrigeración del regenerador de instalaciones de turbinas de gas accionadas por energía nuclear. Chen y Fluker [2] desarrollan las expresiones para la transferencia de calor en aletas compuestas anulares bajo modelos 2-D y condiciones de convección y extremo adiabático. Epstein y Sandhu [3], usando modelos 1-D, trabajan en la eficiencia de aletas cuando una capa de suciedad, está depositada sobre la superficie. Consideran el efecto de la pared y proponen dos modelos de conducción, uno considerando que la capa aislante se comporta como una resistencia en paralelo con la resistencia de la aleta y el otro con resistencia de la capa aislante en serie con la de la aleta. Barrow et al. [4] obtienen la solución bajo modelos 2-D comparándolos con soluciones numéricas. Su trabajo trata sobre aletas rectas compuestas formadas por un núcleo conductivo y la capa de escarcha formada en los evaporadores de las instalaciones de frío. También trabajan con coeficientes de transferencia de calor variables llegando a la conclusión de que el efecto de la capa de suciedad es pequeño y que el comportamiento del conjunto está determinado por el núcleo conductivo. Lalot et al. [5] determinan la eficiencia de aletas anulares formadas por dos materiales diferentes bajo modelos de conducción 2-D. Comparan los resultados entre aletas con y sin composite en función del espesor de la capa exterior. Xia y Jacobi [6] modelizan la capa de escarcha depositada en la superficie de la aleta situada entre dos tubos mediante modelos 2-D mientras que el modelo usado en la conducción de la aleta es 1-D. Pin Tu et al. [7] desarrollan el cálculo de la eficiencia en aletas anulares con núcleo conductivo y capa externa, contemplando el caso de que la conductividad del núcleo sea mayor que la de la capa externa y el caso contrario. Al igual que Xia y Jacobi, el sistema es simulado considerando modelos 2-D en la capa externa y modelos 1-D para el núcleo de la aleta; ambos trabajos consideran la misma expresión para el Número de Biot en función de las conductividades de ambas capas. Gorobets [8, 9] trabaja en la eficiencia y la optimización de aletas rectas, anulares y espines circulares. Usa modelos 2-D y 1-D, determinando los errores entre ambos modelos. La optimización la lleva a cabo bajo modelos 1-D. Determina una expresión para el  $Bi_t$  de la aleta compuesta y expresa la geometría óptima en función de éste. Estudia la influencia del grosor y la no uniformidad de la capa de polución sobre las características térmicas, la eficiencia y la geometría óptima de la aleta. Cortés et al. [10] determinan la

eficiencia en aletas rectangulares compuestas de diferente espesor con métodos analíticos 1-D y numéricos 2-D.

Alarcón et al. [11] a través del método de simulación por redes, MESIR, proponen tres nuevos coeficientes de prestaciones llamados; 1) admitancia inversa, 2) admitancia inversa específica y 3) admitancia térmica inversa relativa, ATIR de aquí en adelante, definida como un parámetro adimensional adecuado para el análisis y el diseño de aletas de cualquier configuración. Su evaluación requiere del conocimiento de la admitancia inversa específica,  $y_r$ , y de la admitancia inversa específica en el óptimo de las aletas para diferentes geometrías y/o diferentes materiales,  $y_{r,opt}$ , para un determinado tipo de aletas, la admitancia relativa,  $y_{rel}$ , se define como la relación  $y_{rel} = y_r/y_{r,opt}$ . La admitancia específica está referida a la unidad de masa o de volumen de una aleta particular y es igual a la relación entre el calor total disipado al fluido circundante y la diferencia de temperatura entre la base de la aleta y el fluido circundante. La admitancia inversa específica relaciona el calor disipado por la aleta,  $Q_d$  con la diferencia de temperaturas entre la base y el ambiente y el volumen de la misma, la expresión es:

$$y_r = Q_d / (T_b - T_\infty) V \quad (1)$$

La geometría de la aleta para la cual la admitancia específica alcanza un máximo, proporciona el valor de  $y_{r,opt}$ . En este trabajo, el ATIR se calcula de forma numérica para espines cilíndricos compuestos, bajo condiciones de convección y con condiciones de contorno de extremo adiabático. En este caso, siempre se puede encontrar una geometría óptima que se deduce a partir de un ábaco de doble entrada que usa la efectividad como parámetro. La conexión entre la efectividad y el  $Bi_t$  transversal, (en función del radio), también de forma gráfica. En Luna-Abad y Alhama [12] presentan por primera vez, la optimización de espines cilíndricos a través de la admitancia térmica inversa relativa, ATIR, bajo condiciones de convección y modelos 2-D. Se presentan resultados de optimización para espines con extremo adiabático y convectivo además de curvas de efectividad frente a  $Bi_t$  que permiten asegurar que los resultados de la optimización conducen siempre a aletas efectivas. Luna-Abad y Alhama [13] proponen la optimización de aletas rectas rectangulares bajo condiciones de contorno asimétricas y bajo modelos 2-D usando de nuevo el concepto de ATIR. Luna-Abad et al. [14] optimizan aletas rectas bajo condiciones de extremo convectivo y adiabático usando la definición de ATIR y presentando los resultados en forma de curvas y tablas incluyendo varios ejemplos de aplicación, en Luna – Abad y Alhama [15], optimizan aletas rectas composite bajo condiciones de extremo convectivo, presentando resultados en forma de curvas y tablas y mostrando ejemplos.

## 2. Modelo matemático

El volumen sobre el que se aplican las ecuaciones de la transferencia de calor se corresponde con un el descrito en la Fig. 1. Se ha dividido la aleta compuesta en tres regiones diferentes. En cada una de estas regiones se ha aplicado la ecuación de conducción del calor bajo modelos 2-D y sus correspondientes condiciones de contorno.

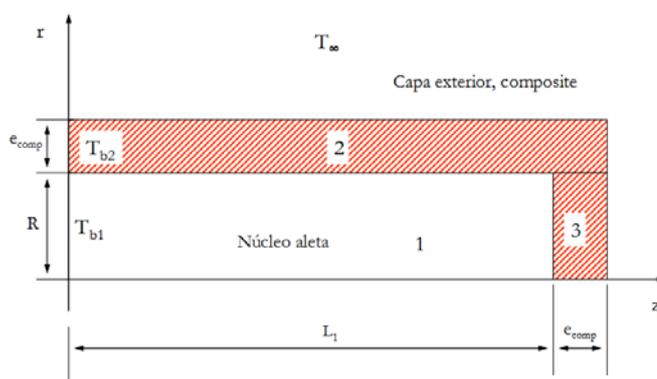


Figura 1. Volumen de control del espín cilíndrico composite en el que se aprecian las tres zonas sobre las que se estudia el problema

### Zona 1

$$\Phi = (T - T_{\infty}) / (T_b - T_{\infty}); k_1 \neq k_2 = k_3$$

$$(1/r) \cdot (\partial(k_1 r \partial\Phi_1 / \partial r)) + \partial(k_1 (\partial\Phi_1 / \partial z)) = 0; \quad 0 < z < L_1; \quad 0 < r < R \quad (2)$$

$$-k_1 (\partial\Phi_1 / \partial r) = -k_2 (\partial\Phi_2 / \partial r); \quad r = R; \quad 0 < z < L_1; \quad (3)$$

$$\Phi_1 = \Phi_2; \quad r = R; \quad 0 < z < L_1; \quad (4)$$

$$\partial\Phi_1 / \partial r = 0 \quad r = 0; \quad 0 < z < L_1; \quad (5)$$

$$\Phi_1 = 1 \quad 0 < r < R; \quad z = 0; \quad (6)$$

$$-k_1 (\partial\Phi_1 / \partial z) = -k_2 (\partial\Phi_3 / \partial z); \quad 0 < r < R; \quad z = L_1; \quad (7)$$

$$\Phi_1 = \Phi_3; \quad 0 < r < R; \quad z = L_1; \quad (8)$$

### Zona 2

$$(1/r) \cdot (\partial(k_2 r \partial\Phi_2 / \partial r)) + \partial(k_2 (\partial\Phi_2 / \partial z)) = 0; \quad 0 < z < L_1; \quad R < r < R + e_{\text{comp}}; \quad (9)$$

$$-k_2 (\partial\Phi_2 / \partial r) = -k_2 (\partial\Phi_3 / \partial r); \quad r = R; \quad L_1 < z < L_1 + e_{\text{comp}}; \quad (10)$$

$$\Phi_2 = \Phi_3; \quad r = R; \quad L_1 < z < L_1 + e_{\text{comp}}; \quad (11)$$

$$-k_2 (\partial\Phi_2 / \partial r) = h\Phi_2 \quad r = R + e_{\text{comp}}; \quad 0 < z < L_1 + e_{\text{comp}}; \quad (12)$$

$$-k_2 (\partial\Phi_2 / \partial z) = h\Phi_2 \quad R < r < R + e_{\text{comp}}; \quad z = L_1 + e_{\text{comp}}; \quad (13)$$

$$\Phi_2 = 1 \quad R < r < R + e_{\text{comp}}; \quad z = 0; \quad (14)$$

### Zona 3

$$(1/r) \cdot (\partial(k_2 r \partial\Phi_3 / \partial r)) + \partial(k_2 (\partial\Phi_3 / \partial z)) = 0; \quad L_1 < z < L_1 + e_{\text{comp}}; \quad 0 < r < R \quad (15)$$

$$\partial\Phi_3 / \partial r = 0; \quad r = 0; \quad L_1 < z < L_1 + e_{\text{comp}}; \quad (16)$$

$$-k_3 (\partial\Phi_3 / \partial z) = h\Phi_3; \quad 0 < r < R; \quad z = L_1 + e_{\text{comp}}; \quad (17)$$

## 3. Modelo en red

La base del MESIR [16] es diseñar un modelo en red cuyas ecuaciones sean formalmente equivalentes a las expresiones en diferencias finitas obtenidas de la discretización espacial del modelo matemático de ecuaciones. El tiempo permanece como una variable continua en este modelo. En consonancia con las hipótesis del problema el modelo 2D de la celda o volumen elemental es muy sencillo, tal como se aprecia en las Fig. 2. Aplicando diferencias finitas espaciales a las ecuaciones de definición del problema, o de forma equivalente aplicando un balance de energía en la celda elemental de dimensiones,  $\Delta x$  y  $\Delta y$ , de acuerdo con la nomenclatura de la Fig. 2, es tarea fácil derivar el valor de las resistencias de cada una de las celdas, éstas son:

$$R_{i-\Delta j} = R_{i+\Delta j} = \Delta z / (2 \cdot k_r \Delta R_i), \quad R_{i,j-\Delta} = R_{i,j+\Delta} = \Delta R_i / (2 \cdot k_r \Delta z);$$

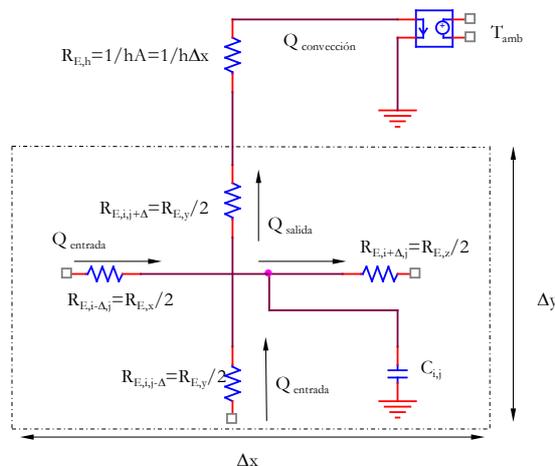


Figura 2. Modelo en red 2D de una celda genérica cilíndrica incluyendo condición de contorno.

El modelo completo se obtiene conectando sucesivamente en serie celdas y añadiendo las correspondientes condiciones de contorno en forma de fuentes de tensión y/o intensidad. Debido a que el problema es estacionario no intervienen los fenómenos de acumulación las condiciones iniciales carecen de importancia. Con un número suficiente de celdillas, del orden de 40 en cada dimensión, se asegura que el error cometido en el campo de temperaturas y flujos de calor sea despreciable. Los flujos de calor y el campo de temperaturas son resueltos de forma simultánea. Una vez formado el modelo en red se hace uso de un programa de resolución de circuitos para calcular las variables del problema, en este caso el programa elegido es PSpice, [17].

#### 4. Resultados

En este trabajo se ha aplicado el concepto de admitancia térmica inversa relativa, ATIR, para la optimización de espines cilíndricos compuestos, tanto en el caso de núcleo conductivo como en el caso de que el recubrimiento sea más conductivo que el núcleo, siempre bajo modelos 2-D y considerando temperatura constante en la base. Para llevar a cabo la optimización se han considerado las siguientes variables; el volumen del núcleo del espín, el coeficiente de convección, la conductividad del núcleo, el espesor del recubrimiento y la relación entre la conductividad del recubrimiento y la del núcleo. Tal como se describe en el modelo matemático se tiene en cuenta la transferencia de calor en el extremo. Para garantizar que la geometría óptima resultante del espín disipe efectivamente calor, se ha determinado la efectividad del conjunto, definida como el cociente entre el calor disipado y el que disiparía un cilindro con radio igual al del núcleo más el espesor del composite y cuya longitud sea el espesor de composite ( $R_{comp} = R + e_{comp}$  y  $L_c = e_{comp}$ ) pero formado del mismo material que el que recubre el núcleo del mismo.

##### 4.1 Optimización de espines compuestos para $k_2/k_1 < 1$ , (1/5, 1/10, 1/100)

Para ilustrar el proceso de optimización se han considerado los siguientes valores;  $k_2/k_1 = 1/5, 1/10, 1/100, 5/1, 10/1$  y  $100/1, h/k_1, 0.1, 1$  y  $10 \text{ m}^{-1}$ . El espesor del recubrimiento tiene el mismo valor en la superficie lateral y en el extremo. Los valores tomados para este espesor son 0.1 y 1 mm. Los resultados se presentan en forma de gráficas de volumen del núcleo del espín vs radio óptimo y de  $N^\circ$  de Biot ( $Bi_{t,opt} = R_{opt}(h/k_1)$ ) vs efectividad. Tal como se aprecia en la Fig. 3a, 3b y Tabla 1, las curvas aparecen agrupadas para el valor del cociente de  $h/k_1$ , se observa que para el cociente  $h/k_1$  igual a 10, la curva se interrumpe para un valor de volumen de  $2E-7 \text{ m}^3$ , significa que a partir de ese valor ya no es posible encontrar geometrías óptimas para esa relación de  $h/k_1$ . Bajo condiciones de extremo

convectivo no siempre se alcanza la solución óptima. Para las curvas de  $Bi_t$  vs efectividad, Fig. 3b, se observa al igual que en el caso anterior que las curvas aparecen agrupadas en función del valor de la relación  $h/k_1$ , salvo para valores de  $Bi_t$  muy pequeños y  $h/k_1$  igual a 0.1. También se aprecia como al aumentar el valor de esta relación las curvas son más cortas debido a que deja de existir solución para el problema.

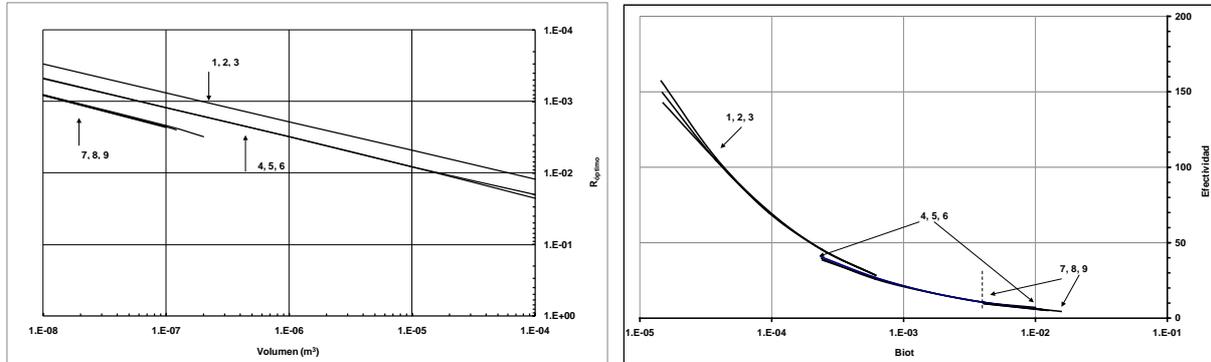


Figura 3. Espesor de composite 0.1 mm, 3a) vol. vs  $R_{\text{ópt.}}$ , 3b)  $Bi_t$  vs Efectividad Curvas 1,2,3  $h/k_1 = 0.1 \text{ m}^{-1}$ , 1)  $k_2/k_1 = 1/100$ , 2)  $k_2/k_1 = 1/10$ , 3)  $k_2/k_1 = 1/5$ . Curvas 4,5,6  $h/k_1 = 1 \text{ m}^{-1}$ , 4)  $k_2/k_1 = 1/100$ , 5)  $k_2/k_1 = 1/10$ , 6)  $k_2/k_1 = 1/5$ . Curvas 7,8,9  $h/k_1 = 10 \text{ m}^{-1}$  7)  $k_2/k_1 = 1/100$ , 8)  $k_2/k_1 = 1/10$ , 9)  $k_2/k_1 = 1/5$ .

Tabla 1. Valores de geometría óptima y efectividad para espines compuestos con espesor de recubrimiento de 0.1y 1 mm y  $k_2/k_1 < 1$

$k_2/k_1 = 1/100$	$e_{comp} = 0.1 \text{ mm}$			$e_{comp} = 1 \text{ mm}$		
	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad
$h/k_1 = 0.1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.E-06	1.91E-03	69.7	1.E-06	1.94E-03	50.5
	1.E-07	7.60E-04	104.5	1.E-07	8.02E-04	59.9
	1.E-08	3.00E-04	142.6	1.E-08	3.40E-04	68.6
$h/k_1 = 1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.E-06	3.12E-03	17.2	1.E-06	3.12E-03	14.4
	1.E-07	1.22E-03	26.6	1.E-07	1.26E-03	18.3
	1.E-08	4.84E-04	38.5	1.E-08	5.25E-04	21.9
$h/k_1 = 10 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	2.E-07	3.13E-03	4.5	1.71E-06	6.67E-03	3.7
	1.E-07	2.17E-03	6.0	1.E-06	4.90E-03	4.7
	1.E-07	2.17E-03	6.0	1.E-07	1.81E-03	7.0
	1.E-08	8.01E-04	10.0	1.E-08	7.26E-04	9.0
$k_2/k_1 = 1/10$	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad
$h/k_1 = 0.1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.E-06	1.90E-03	70.3	1.E-06	1.89E-03	53.9
	1.E-07	7.50E-04	105.0	1.E-07	7.33E-04	73.3
	1.E-08	2.96E-04	149.5	1.E-08	2.58E-04	124.4
$h/k_1 = 1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.E-06	3.12E-03	17.1	1.E-06	3.15E-03	14.1
	1.E-07	1.22E-03	25.9	1.E-07	1.23E-03	19.3
	1.E-08	4.78E-04	39.5	1.E-08	4.65E-04	28.1
$h/k_1 = 10 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	2.E-07	2.49E-03	5.1	2.2E-07	3.34E-03	3.8
	1.E-07	2.26E-03	5.5	1.E-07	2.21E-03	4.9
	1.E-08	8.18E-04	9.5	1.E-08	8.10E-04	7.4

4.2 Optimización de espines compuestos para  $k_2/k_1 > 1$ , (5/1, 10/1, 100/1)

Los datos de partida son los mismos que en el caso anterior con la diferencia de que ahora el recubrimiento tiene mayor conductividad que el núcleo. El proceso de optimización ha sido el mismo y los resultados se muestran a continuación, Fig. 4a, 4b y Tabla 2.

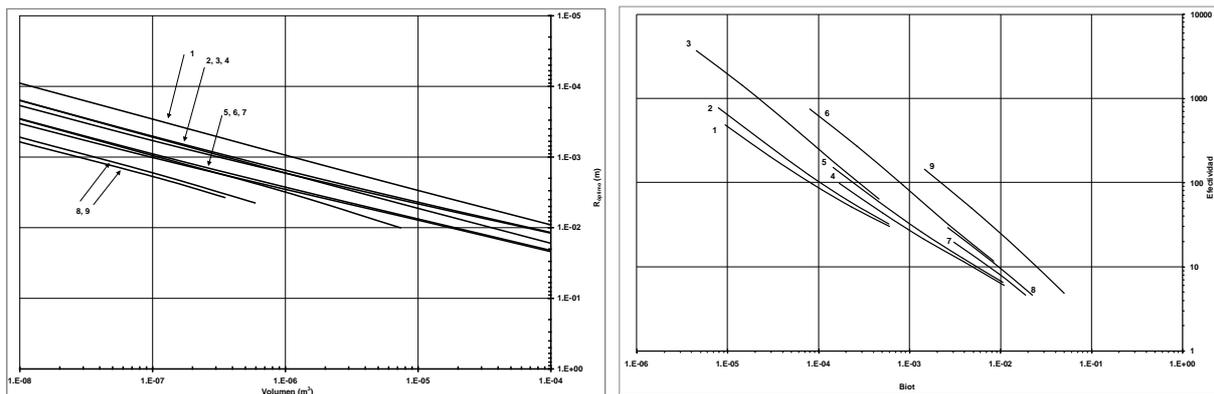


Figura 4. Espesor de composite 0.1 mm, 4a) vol. vs R<sub>opt</sub>, 4b) Bi<sub>t</sub> vs Efectividad. Curvas 1,2,3  $h/k_1 = 0.1 \text{ m}^{-1}$ , 1)  $k_2/k_1 = 5/1$ , 2)  $k_2/k_1 = 10/1$ , 3)  $k_2/k_1 = 100/1$ , Curvas 4,5,6  $h/k_1 = 1 \text{ m}^{-1}$  4)  $k_2/k_1 = 5/1$ , 5)  $k_2/k_1 = 10/1$ , 6)  $k_2/k_1 = 100/1$ . Curvas 7,8,9  $h/k_1 = 10 \text{ m}^{-1}$  7)  $k_2/k_1 = 5/1$ , 8)  $k_2/k_1 = 10/1$ , 9)  $k_2/k_1 = 100/1$ .

En dichas figuras se observa un comportamiento muy similar al caso anterior, mayor separación entre las curvas para igual valor de la relación  $h/k_1$  a Bi<sub>t</sub> más bajos y agrupamiento conforme éste va aumentando, este agrupamiento disminuye conforme el espesor de composite aumenta, es decir, cuanto más aumenta el recubrimiento más paralelas son entre sí. Ese hecho presenta desviaciones para

$h/k_1 = 10 \text{ m}^{-1}$ , se puede apreciar un paralelismo entre las curvas desde el menor al mayor espesor de composite tomados. El proceso de optimización es como se describe a continuación, Fig 5.

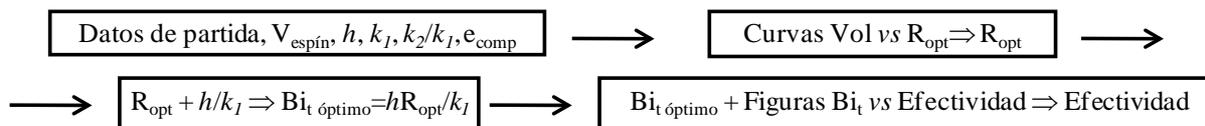


Figura 5 Diagrama de flujo para optimización de espines compuestos

Tabla 2. Valores de geometría óptima y efectividad para espines compuestos con espesor de recubrimiento de 0.1 y 1 mm y  $k_2/k_1 > 1$

$k_2/k_1 = 100/1$	$e_{\text{comp}} = 0.1 \text{ mm}$			$e_{\text{comp}} = 1 \text{ mm}$		
	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad
$h/k_1 = 0.1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.0E-06	9.40E-04	503.8	1.0E-06	4.69E-04	2030.8
	1.0E-07	2.90E-04	1423.6	1.0E-07	1.34E-04	6114.8
	1.0E-08	9.00E-05	3668.9	1.0E-08	3.80E-05	20204
$h/k_1 = 1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.0E-06	1.68E-03	93.4	1.0E-06	8.62E-04	389.7
	1.0E-07	5.22E-04	271.6	1.0E-07	2.50E-04	1104.8
	1.0E-08	1.58E-04	751.5	1.0E-08	7.13E-05	3489.8
$h/k_1 = 10 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	7.4E-06	1.00E-02	4.8	1.0E-06	1.60E-03	74.1
	1.0E-06	3.13E-03	16.1	1.0E-07	4.69E-04	203.5
	1.0E-07	9.53E-04	49.5	1.0E-08	1.34E-04	612.1
$k_2/k_1 = 10/1$	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad	Vol. (m <sup>3</sup> )	R <sub>opt</sub> (m)	Efectividad
$h/k_1 = 0.1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.0E-06	1.54E-03	124.5	1.0E-06	8.61E-04	393.8
	1.0E-07	5.08E-04	299.8	1.0E-07	2.50E-04	1106.6
	1.0E-08	1.57E-04	771.7	1.0E-08	7.10E-05	3505.7
$h/k_1 = 1 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	1.0E-06	2.67E-03	25.8	1.0E-06	1.59E-03	76.1
	1.0E-07	9.02E-04	59.4	1.0E-07	4.69E-04	204.5
	1.0E-08	2.86E-04	150.6	1.0E-08	1.34E-04	612.5
$h/k_1 = 10 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	5.9E-07	4.45E-03	4.6	1.0E-06	3.07E-03	13.2
	1.0E-07	1.67E-03	11.1	1.0E-07	8.90E-04	38.2
	1.0E-08	5.23E-04	28.9	1.0E-08	2.56E-04	108.5

## 5. Conclusiones

- i. Se ha aplicado el concepto de ATIR a la optimización de espines cilíndricos compuestos para diferentes valores de espesor de recubrimiento, relación de conductividades  $k_2/k_1$ , relación  $h/k_1$ , cubriendo un amplio rango de casos prácticos, considerándose la transferencia de calor en el extremo.
- ii. Se ha trabajado con seis relaciones de conductividad  $k_2/k_1 = 1/100, 1/10, 1/5, 5/1, 10/1$  y  $100/1$  y dos espesores diferentes de recubrimiento,  $e_{\text{recub}} = 1\text{E-}4$ , y  $1\text{E-}3$  m.
- iii. Los modelos 2-D aquí utilizados permiten garantizar la precisión de los resultados de las curvas obtenidas en todo su rango de valores.
- iv. Se han obtenido curvas de carácter universal que permiten la optimización de los espines usando como parámetros de partida, el volumen del núcleo de la aleta, el coeficiente de convección, la conductividad del núcleo de la aleta y la del recubrimiento y, por último, el espesor del recubrimiento.

## 6. Referencias

- [1] BARKER, J. J. *Efficiency of Composite Fins*, Nuclear Science and Engineering, 1958, vol. 3, pp. 300-312
- [2] CHEN, W. V, and FLUKER, B. J., Heat Transfer in Composite Fins at Steady State, Proc. 5th International Heat Transfer Conference, 1, (1974), 241-245
- [3] EPSTEIN, N. SANDHU, K. “Effect of Uniform Fouling Deposit in Total Efficiency of Extended Surfaces”, in *Proc. 6th International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, 1978*. Vol. 4, pp. 397-402.
- [4] BARROW, H., MISTRY, J. and CLAYTON, D. “Numerical and Exact Mathematical Analyses of Two Dimensional Rectangular Composite Fins”, en *Proc. 8th International Heat Transfer Conference, San Francisco, 1986*. Vol. 2, pp. 367-372.
- [5] LALOT, S., TOURNIER, C. and JENSEN, M. *Fin Efficiency of Annular Fins Made of Two Materials*. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 1999, vol. 42, pp. 3461-3467
- [6] XIA, Y., JACOBI, A. M. *An exact solution to steady heat conduction in a two-dimensional slab on a one-dimensional fin: application to frosted heat exchangers*. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 2004, vol. 47, pp. 3317 – 3326
- [7] TU, P., INABA, H., HORIBE, A., LI, Z., and HARUKI, N. *Fin efficiency of an annular fin composed of a substrate metallic fin and a coating layer*. J. Heat Transfer, ASME, 2006, vol. 128, pp., 851 – 854
- [8] GOROBETS, V. “Thermal Efficiency and the Optimum Sizes of Finned Surfaces with Coating”. En *Proc. 13th International Heat Transfer Conf., HEX-03, Sydney, Australia. 2006*.
- [9] GOROBETS, V. *Influence of Coating on Thermal Characteristics and Optimum Sizes of Fins*. J. of Enhanced Heat Transfer, 2008, vol. 15, pp. 65-80
- [10] CORTÉS, C., DÍEZ, L. I. and CAMPO, A. *Efficiency of composite fins of variable thickness*. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 2008, vol. 51, pp. 2153 – 2166
- [11] ALARCÓN, M., ALHAMA, F., and GONZÁLEZ-FERNÁNDEZ, C. F. *A revision of the classical performance extended surfaces assessment: Proposed new Coefficients*. J Heat transfer, 2003, vol. 125, pp. 1187-1191
- [12] LUNA-ABAD, J. P. y ALHAMA, F. (2008). “A Direct Optimization of 1-D and 2-D Cylindrical Spines using the Relative Inverse Admittance”. En *Proc 5<sup>th</sup> European Thermal Sciences Conference, Eurotherm. Eindhoven, Holanda. 2008*
- [13] LUNA-ABAD, J. P., F. ALHAMA, F. “Optimization of Longitudinal Rectangular Fins With Asymmetrical Boundary Conditions”. En *Proc. of the 14th International Heat Transfer Conference, IHTC14 (ASME), Washington, DC, USA. 2010*

- [14] LUNA-ABAD, J. P., F. ALHAMA, F. and Campo, A. *Optimization of longitudinal rectangular fins through the concept of relative inverse admittance*. Heat Transfer Engineering, 2010, vol. 31, issue 5, pp. 395 – 401.
- [15] LUNA-ABAD, J. P., F. ALHAMA, F. *Design and Optimization of Composite Rectangular Fins Using the Relative Inverse Thermal Admittance*. J. of Heat Transfer, 2013, vol. 135 Issue 8, pp. 084504.
- [16] GONZÁLEZ-FERNÁNDEZ, C. F., Network Simulation Method. Kerala, Ed, Horno, 2002. Chapter 2. J. Ed. Research Signpost,
- [17] PSPICE 6.0, 1994, MicroSim Corp., 20 Fairbanks Ave, Irvine, CA 92718.