

Pencitraan Tomografi Elektrik dengan Elektroda Planar di Permukaan

D. Kurniadi, D.A Zein & A. Samsi

KK Instrumentasi & Kontrol, Institut Teknologi Bandung

Jl. Ganesa no. 10 Bandung

Received date : 22 November 2010

Accepted date : 29 November 2010

Abstrak

Tomografi Elektrik merupakan metoda pencitraan distribusi resistivitas listrik suatu objek berdasarkan pengukuran beda potensial dan arus listrik yang terjadi pada bidang batas objek. Pada studi ini dikaji penerapan tomografi elektrik untuk pencitraan objek di bawah permukaan seperti di bawah permukaan tanah, dengan menggunakan susunan elektroda di atas permukaan dengan konfigurasi planar atau dalam satu baris. Untuk rekonstruksi citra, digunakan algoritma rekonstruksi berbasis model, dengan menggunakan metoda elemen hingga untuk pemodelan objek dan metoda Newton_Raphson untuk perhitungan distribusi resistivitas. Untuk mengatasi persoalan ill-posed, diterapkan metoda regularisasi Tikhonov. Dari hasil simulasi numerik dengan pendekatan model objek segi empat, diperoleh bahwa target dalam objek akan dapat direkonstruksi lebih baik jika terletak semakin dekat ke permukaan.

Kata kunci: tomografi elektrik, elektroda permukaan, metoda elemen hingga, metoda Newton-rhapon

Abstract

Electrical Tomography is a method for imaging the electrical resistivity distribution of an object by measuring the potential difference and electric current that occurs in the object boundary. This study examined the application of electrical tomography for imaging the subsurface object, using an arrangement of electrodes on the surface in planar configuration or single row. Model-based reconstruction algorithm is used for image reconstruction, using the finite element method for modeling object and Newton-Raphson method for measuring the resistivity distribution. Tikhonov regularization method is used to solve the ill-posed problem. From the results of numerical simulation with model-based approach for rectangular object, the target in an object will be reconstructed better if located closer to the surface.

Keywords: electrical tomography, surface electrode, finite element method, Newton-rhapon method

1 Pendahuluan

Tomografi Elektrik (TE) adalah suatu teknik pencitraan distribusi resistivitas atau konduktivitas suatu medium berdasarkan hasil pengukuran arus listrik dan beda tegangan yang terjadi pada bidang batas objek. Elektroda dengan jumlah tertentu dipasang pada bidang batas objek, kemudian sejumlah arus listrik tertentu dialirkan melalui elektroda tersebut. Tegangan yang dihasilkan pada elektroda yang lain diukur dan kemudian diolah sehingga didapatkan pola distribusi resistivitas dari objek [2][3][4].

Pada umumnya, TE diterapkan pada objek sirkular dengan susunan elektroda yang diletakkan di sekeliling objek. Pada makalah ini dibahas penerapan TE untuk pencitraan objek di bawah permukaan seperti lapisan di bawah tanah. Seperti diketahui bahwa di bawah permukaan tanah terdapat berbagai material yang mempunyai karakteristik fisika tertentu [1]. Dengan melakukan pencitraan lapisan di bawah permukaan, akan dapat

membantu dalam proses penyelidikan kondisi di bawah tanah. TE merupakan salah satu teknik pencitraan yang dapat digunakan untuk penyelidikan kondisi di bawah permukaan. Untuk keperluan tersebut, tata letak elektroda perlu disesuaikan dengan kondisi objek, yaitu susunan elektroda hanya dapat diletakkan di permukaan saja yang disebut elektroda planar.

Saat ini beberapa algoritma rekonstruksi citra TE telah dikembangkan yang dapat dikelompokkan menjadi dua, yaitu algoritma langsung melalui pendekatan linierisasi persoalan rekonstruksi dan algoritma iteratif yang menggunakan model objek yang diamati. Pada studi ini digunakan suatu algoritma iteratif berbasis model yang dikembangkan melalui pendekatan Newton-Raphson dan pemodelan Elemen Hingga [3][4]. Untuk rekonstruksi ini data pengukuran diperoleh melalui koleksi data pada susunan elektroda planar yang digunakan. Untuk mengatasi persoalan ill-posed, digunakan metoda regularisasi Tikhonov. Metoda regularisasi ini relatif mudah direalisasikan dan dapat mengatasi persoalan ill-posed non-linier.

2 Konsep Dasar

2.1 Tomografi Elektrik

Secara umum sistem TE terdiri atas sejumlah elektroda yang ditempatkan di bidang batas objek, sistem akuisisi data yang terdiri atas sumber arus dan pengukur tegangan serta komputer sebagai unit komputasi dan displai. Sumber arus menginjeksikan arus listrik melalui elektroda ke objek, kemudian tegangan listrik yang muncul dideteksi oleh elektroda. Selanjutnya data besaran arus yang diinjeksikan dan tegangan yang terukur diolah dengan suatu algoritma rekonstruksi untuk mendapatkan pola distribusi resistivitas objek. Dengan diperolehnya pola distribusi resistivitas, citra objek dapat digambarkan.

Pada studi ini digunakan algoritma rekonstruksi citra iteratif berbasis model. Model objek yaitu model distribusi resistivitas dibangun dengan metoda elemen hingga. Dengan membandingkan kondisi model dengan objek, distribusi resistivitas model diperbaiki dengan proses iteratif yang diturunkan dengan pendekatan Newton-Raphson. Berikut akan dideskripsikan metoda elemen hingga dan metoda Newton-Raphson.

2.2 Metode Elemen Hingga

Pembuatan model objek uji dengan metode elemen hingga bertujuan untuk menghitung distribusi potensial objek dengan menyelesaikan suatu persamaan medan listrik Laplace. Untuk suatu distribusi resistivitas ρ , dengan syarat batas berupa potensial dan kerapatan arus, maka distribusi potensial listrik dalam objek memenuhi persamaan :

$$\nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla \Phi = 0 \quad (1)$$

dengan syarat batas sebagai berikut

$$\Phi = \Phi_0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = \mathbf{J}_0 \quad (3)$$

dimana, Φ adalah distribusi potensial dalam medium, Φ_0 adalah potensial dan \mathbf{J}_0 adalah kerapatan arus pada bidang batas, serta η menyatakan unit vektor dalam arah normal pada bidang batas.

Untuk memecahkan persamaan (1) di atas, digunakan suatu pendekatan numerik yaitu Metoda Elemen Hingga (MEH). Pada kasus ini, objek didiskritisasi menjadi elemen-elemen segitiga dengan asumsi bahwa sifat elektrik objek dalam elemen segitiga adalah homogen dan isotropik. Melalui penerapan MEH, persamaan medan Laplace diubah menjadi persamaan aljabar berikut :

$$\mathbf{Y}\mathbf{v} = \mathbf{i} \quad (4)$$

dimana \mathbf{Y} disebut matriks admitansi, \mathbf{v} adalah vektor distribusi potensial, dan \mathbf{i} adalah vektor arus. Data potensial bidang batas model dapat dihitung dengan persamaan berikut,

$$v_e(\rho) = \mathbf{T}_r \cdot \text{vec}(\mathbf{v}) \quad (5)$$

dimana \mathbf{T}_r menyatakan matriks transformasi. Selanjutnya nilai $v_e(\rho)$ akan dibandingkan dengan data pengukuran potensial dari objek pada persamaan rekonstruksi.

2.3 Metode Rekonstruksi Citra

Didefinisikan suatu fungsi objektif yang merupakan fungsi kuadrat kesalahan antara vector potensial model dan objek. Fungsi objektif dideskripsikan sebagai berikut :

$$\Pi(\rho^k) = (1/2)(v_e(\rho) - v_o)^T (v_e(\rho) - v_o) \quad (6)$$

dimana $v_e(\rho)$ adalah vektor potensial model dan v_o adalah vektor potensial objek uji. Nilai fungsi objektif persamaan diminimumkan dan dengan pendekatan Newton-Raphson, maka diperoleh persamaan rekonstruksi distribusi resistivitas objek sebagai berikut,

$$\Delta\rho^k = -[\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^{-1} (\mathbf{J})^T \mathbf{q} \quad (7)$$

$$\rho^{k+1} = \rho^k + \Delta\rho^k \quad (8)$$

dimana : $\mathbf{J} = v'_e(\rho^k) = \frac{\partial v_e(\rho^k)}{\partial \rho^k}$

$$\mathbf{q} = v_e(\rho^k) - v_o$$

\mathbf{J} dikenal sebagai matriks Jacobian.

Secara umum persoalan ill-posed terjadi pada proses rekonstruksi citra. Pada kasus ini, matriks $[\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^{-1}$ pada persamaan (7) mengalami ill-conditioned. Hal ini diakibatkan hal seperti adanya kesalahan pada model, besaran pengukuran, jumlah data yang kurang dan sebagainya. Untuk mengatas persoalan ill-posed, pada studi ini digunakan metoda regularisasi Tikhonov, yaitu dengan cara mengintroduksi suatu informasi priori pada fungsi objektif, sehingga diperoleh persamaan (7) yang teregularisasi pada persamaan berikut,

$$\Delta p^k = -[J^T J + 2\alpha \Sigma]^{-1} (J)^T q \tag{9}$$

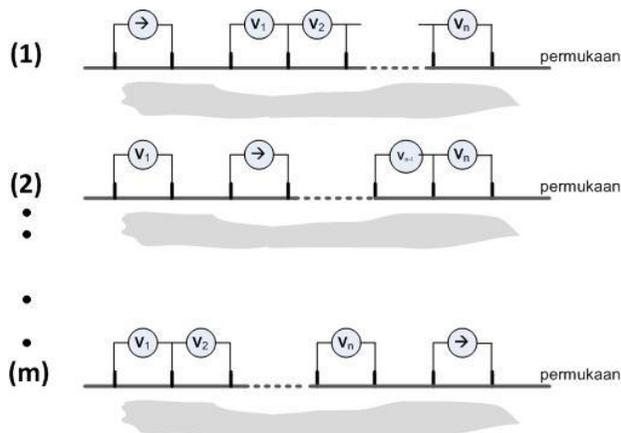
dimana, α adalah bilangan positif, dan Σ adalah matriks definit positif. Dengan demikian, inverse matriks pada persamaan (9) dapat dihitung dan solusinya dapat ditentukan

3 Simulasi Numerik

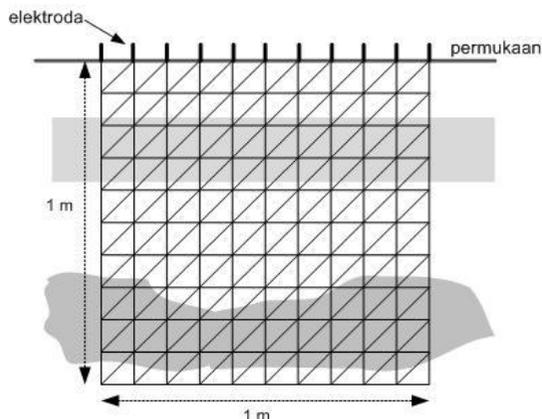
3.1 Teknik Koleksi Data dan Model Objek

Untuk keperluan rekonstruksi citra di bawah permukaan, satu set elektroda diletakkan pada permukaan dan membentuk suatu deret titik pengukuran. Arus listrik diinjeksikan ke suatu elektroda kemudian diukur beda potensial yang terjadi pada setiap pasang elektroda yang bersebelahan. Selanjutnya arus diinjeksikan pada elektroda yang berbeda, dan diukur kembali beda potensial pada setiap pasang elektroda bersebelahan. Prosedur ini dilakukan hingga elektroda terakhir diinjeksikan arus. Proses koleksi data pada susunan elektroda permukaan ini ditunjukkan pada Gambar 1.

Pada studi ini, objek di bawah permukaan dianggap sebagai bidang 2-dimensi tegak lurus permukaan dengan ukuran lebar 1 m dan kedalaman 1 m. Dalam pemodelan elemen hingga, objek didiskritisasi menjadi elemen-elemen segitiga sejumlah 200 elemen yang ditunjukkan pada Gambar 2.



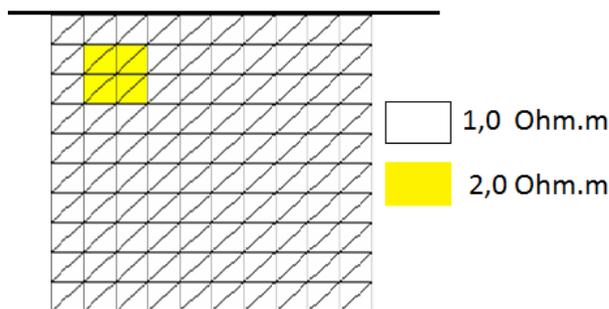
Gambar 1 Teknik koleksi data



Gambar 2 Model elemen hingga

3.2 Rekonstruksi Citra

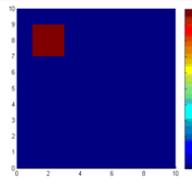
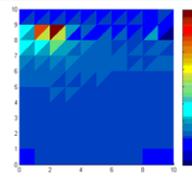
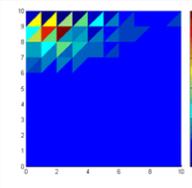
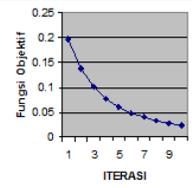
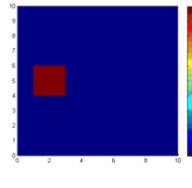
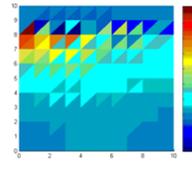
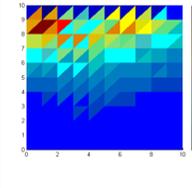
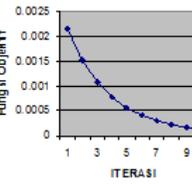
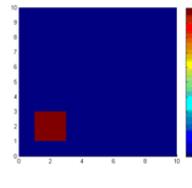
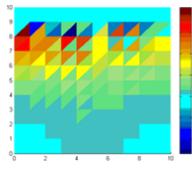
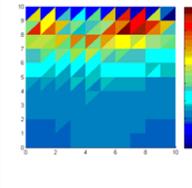
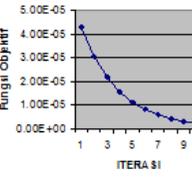
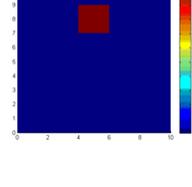
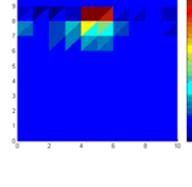
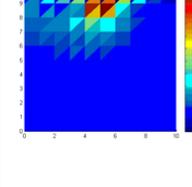
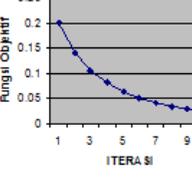
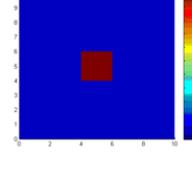
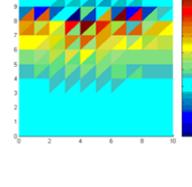
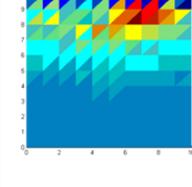
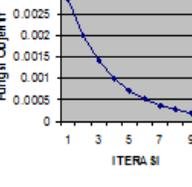
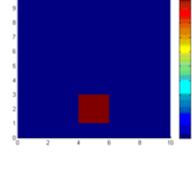
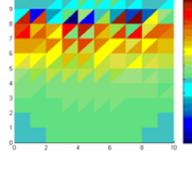
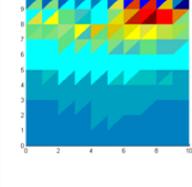
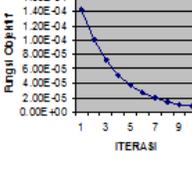
Pada bagian ini ditunjukkan beberapa hasil rekonstruksi citra dari suatu simulasi numerik. Dalam simulasi ini digunakan 2 model elemen hingga, dimana salah satu model disimulasikan sebagai 'objek' yang akan dicitrakan dan model lainnya digunakan sebagai model pada proses rekonstruksi citra 'objek'. Pada simulasi, injeksi arus diberikan dengan memberikan beda tegangan pada elektroda arus sebesar 10 V dan objek yang digunakan memiliki resistivitas 1,0 Ohm.m dan terdapat anomali dengan resistivitas 2 Ohm.m di dalam objek seperti ditunjukkan pada Gambar 3, dengan posisi yang berbeda-beda pada contoh rekonstruksi .



Gambar 3 Objek simulasi

Dari hasil yang diperoleh pada Tabel 1, dapat ditunjukkan bahwa anomali objek atau objek target dapat direkonstruksi dengan citra yang lebih mendekati bentuk objek pada saat nilai parameter regularisasi α adalah 0,1. Sedangkan pada saat α adalah 10, citra yang diperoleh terlihat lebih buruk. Sedangkan ditinjau dari posisi objek target, dapat ditunjukkan bahwa jika posisi objek target semakin dalam atau semakin jauh dari permukaan letak elektroda, citra yang diperoleh semakin memburuk. Hal ini menunjukkan bahwa semakin jauh posisi target, semakin tidak sensitif untuk proses rekonstruksi citra. Kurva fungsi objektif yang didapatkan pada $\alpha = 0,1$, menunjukkan bahwa proses rekonstruksi konvergen ke solusi atau ke kesalahan rekonstruksi yang semakin kecil.

Tabel 1 Hasil rekonstruksi

NO	OBJEK	HASIL REKONSTRUKSI		FUNGSI OBJEKTIF
		$\alpha = 0,1$	$\alpha = 10$	
1				
2				
3				
4				
5				
6				

4 Kesimpulan

Pada makalah ini telah dibahas penerapan tomografi elektrik dengan model elemen hingga untuk objek segi empat di bawah permukaan dengan menggunakan elektroda planar yang disusun dalam suatu baris (*array*). Dari simulasi numerik yang dilakukan, diperoleh hasil rekonstruksi citra yang sensitif di daerah dekat permukaan dimana elektroda diletakkan. Dengan kata lain, untuk objek anomali atau target yang terletak semakin dekat ke permukaan, hasil rekonstruksi citra yang diperoleh lebih baik. Hal ini dapat disimpulkan bahwa injeksi arus melalui elektroda terpasang, memberikan perubahan medan potensial yang sensitif di dekat permukaan. Dari keseluruhan hasil rekonstruksi, nilai parameter regularisasi sebesar 0,1 memberikan hasil rekonstruksi yang lebih baik jika dibandingkan pada saat nilai parameter sebesar 10. Secara umum fungsi objektif yang diperoleh konvergen ke suatu nilai yang kecil.

5 Daftar Pustaka

- [1] Innovative Technology summary report, "Electrical Resistance Tomography for Subsurface Imaging". U.S Department of Energy, June 2000. <http://ost.em.doe.gov> (diakses pada bulan februari 2009)
- [2] Dailly, William, Ramirez.A, "Electrical Resistance Tomography", The Leading Edge, California, 2004
- [3] D. Kurniadi, *Adaptive Regularized Newton Algorithm for Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography*, Proceeding of International Conference on r-ICT 2009, 393/397, 2009
- [4] J. G. Webster, Ed., *Electrical Impedance Tomography*. Bristol & New York: Adam Hilger, 1990.
- [5] Kwon,Y.W., H.Bang, *The Finite Element Method Using MATLAB*, CRC Press, Boca Raton, 2000.