ANALISIS KESALAHAN FUNGSI RESPON FREKUENSI AKIBAT KETERBATASAN WAKTU REKAM PADA PENGUJIAN GETARAN DENGAN EKSITASI IMPAK KASUS DOMAIN WAKTU KONTINU

Noval Lilansa, Zainal Abidin, Djoko Suharto
Lab. Dinamika PAU-IR, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10 Bandung 4013, Email: noval_lilansa@yahoo.co.id

RINGKASAN

Dalam makalah ini dikembangkan persamaan matematik yang mengungkap hubungan antara kesalahan FRF akibat keterbatasan panjang waktu rekam, waktu rekam dan konstanta waktu sistem getaran dari sistem getaran yang dimodelkan dengan sistem getaran 1-dof dengan redaman viskus. Di sini sinyal eksitasi yang digunakan diasumsikan berupa sinyal impak dan sinyal respon dianggap tidak terkontaminasi oleh derau. Di samping itu, juga diasumsikan bahwa sinyal eksitasi impak merupakan impuls ideal yang berupa fungsi delta Dirac sehingga spektrumnya konstan untuk semua frekuensi. Persamaan matematik yang diperoleh menunjukkan bahwa kesalahan FRF merupakan fungsi kompleks sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk besar dan fasa. Besar kesalahan FRF menyatakan kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF. Kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n dipengaruhi oleh sejumlah parameter, yaitu panjang waktu rekam data dan konstanta waktu dari sistem getaran. Kesalahan terbesar ini akan berkurang secara eksponensial dengan bertambahnya nilai perbandingan antara kedua parameter tersebut. Berdasarkan persamaan yang dikembangkan, perekaman sinyal respon getaran selama tiga kali konstanta waktu mengakibatkan kesalahan terbesar yang mungkin terjadi di frekuensi f_n pada besar FRF sebesar 5% dari besar FRF teoritik. Perekaman semacam ini dapat dicapai apabila untuk ζ dengan nilai antara 0,001 dan 0,1 amplitudo puncak dari sinyal respon di akhir perekaman mencapai sekitar 5% dari amplitudo puncak awal.

ABSTRACT

This paper derives mathematical equations describing the relation between errors in FRF due to limited record time length, record time and the time constant of a vibration system modelled by the 1-dof vibration system with viscous damping. It is assumed in derivation of the equations that both impact excitation as well as response signals are not contaminated by noises. Moreover, the impact excitation is assumed to be a delta Dirac function. Consequently, the spectrum of the excitation is constant for all frequencies. The derived mathematical equations results show that the FRF error is a complex function so that it can be expressed by the magnitude and phase functions. The magnitude of FRF error represent the maximum possible error occuring in the FRF magnitude. The maximum possible error occuring in the FRF magnitude at f_n is influenced by parameters, such as record time and time constant of the structures. This maximum possible error shows an exponentially decreasing nature as the ratio of these parameters increases. Based on the derived equation, a recording of the response signal within three times of the system time constant results in the maximum possible error at f_n in the FRF magnitude in the order of 5% of the theoritical FRF magnitude. Such recording can be performed if the peak amplitude of the response signal ceases to about 5% of the initial peak amplitude at the end of the record time for ζ between 0.001and 0.1.

Keywords: *1-dof vibration system with viscous damping, impact testing, continuous time domain, FRF error, the maximum possible error, record time, system time constant*

1 PENDAHULUAN

Pengujian getaran dengan eksitasi impak banyak digunakan untuk mendapatkan FRF suatu struktur; terutama untuk struktur ringan. Metoda pengujian ini dipilih karena kesederhanaan perangkat pengujian, singkatnya waktu pengujian dan kecilnya efek penambahan massa pada struktur yang diuji. FRF yang diperoleh selanjutnya dapat digunakan untuk menentukan nilai parameter karakteristik dinamik suatu struktur, yaitu frekuensi pribadi dan rasio redaman. Kedua parameter ini sangat diperlukan untuk memperkirakan response sistem untuk gaya eksitasi yang sebarang. Selain itu, nilai parameter ini sering diperlukan untuk validasi model metoda elemen hingga.

Sayangnya, FRF yang diperoleh dari pengujian getaran dengan eksitasi impak dipengaruhi oleh waktu rekam. Pada struktur dengan rasio redaman kecil, seperti struktur rangka atau mesin yang biasanya memiliki rasio redaman sekitar 0,05, sinyal respon getaran yang terjadi memerlukan waktu cukup lama untuk meluruh total. Akibatnya, terjadilah pemotongan respon getaran akibat terbatasnya waktu rekam. Pemotongan ini akan menyebabkan kesalahan hasil FRF yang diperoleh dari pengujian, baik pada nilai frekuensi pribadi maupun rasio redaman.

Agar dapat diterapkan dengan tingkat kepercayaan yang tinggi, maka sangat penting untuk mendapatkan FRF dengan akurasi yang tinggi. Akurasi semacam ini dapat dicapai apabila kesalahan pada FRF yang diperoleh dari pengujian getaran dapat ditekan sekecil mungkin. Beberapa peneliti sebelumnya telah menunjukkan terjadinya kesalahan FRF akibat keterbatasan waktu rekam data [1, 2, 3, 4, 5]. Sebagai contoh, Ahn et al. [1, 2, 3, 4] telah mengungkapkan bahwa apabila waktu rekam yang digunakan sangat panjang maka FRF yang diperoleh dari pengujian getaran dengan eksitasi impak akan sama dengan FRF teoritik. Selain itu, pada makalah ini juga ditawarkan metode untuk mengurangi kesalahan yang terjadi dan metode untuk mengoreksi FRF yang diperoleh agar mendekati nilai teoritisnya. Evensen et al. [5] mengungkapkan besar kesalahan FRF akibat variasi panjang pemotongan sinyal respon getaran dari sistem berorde nol, satu dan dua yang dieksitasi dengan *white noise*.

Dalam makalah ini akan dipaparkan analisis matematik terhadap kesalahan FRF akibat keterbatasan waktu rekam pada proses akuisisi sinyal respon dari sistem getaran yang dimodelkan dengan sistem getaran 1-dof (satu derajat kebebasan) dengan redaman viskus. Respon getaran yang dimaksud adalah respon getaran akibat eksitasi impak. Di sini diasumsikan bahwa tidak ada kontaminasi derau, baik pada sinyal gaya eksitasi maupun sinyal respon getaran. Berdasarkan analisis yang dilakukan, selanjutnya dikembangkan kriteria untuk mengatur waktu rekam data sehingga kesalahan FRF dapat ditekan sampai level yang dapat diterima. Di samping itu, diasumsikan bahwa sinyal eksitasi impak berupa sinyal impuls ideal. Sinyal impuls semacam ini memiliki spektrum yang konstan untuk semua nilai frekuensi. Asumsi ini diambil berdasarkan kenyataan bahwa lebar dari sinyal eksitasi impak adalah kurang lebih 0,002 kali waktu rekam data [6]. Hal ini berarti bahwa sinyal eksitasi impak dapat diakuisisi secara keseluruhan. Dengan demikian, keterbatasan waktu rekam data tidak mempengaruhi sinyal eksitasi impak.

2 KESALAHAN FRF AKIBAT KETERBATASAN WAKTU REKAM

Suatu sistem getaran 1-dof dengan redaman viskus yang dieksitasi dengan gaya f(t), sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1, memiliki persamaan gerak sebagai berikut [1, 2, 3, 4]:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t), \tag{1}$$

di mana m menyatakan massa, c menyatakan koefisien redaman viskus dan k menyatakan koefisien kekakuan pegas. Jika diasumsikan bahwa gaya eksitasi impak merupakan sinyal impuls ideal maka secara matematik sinyal ini dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi delta Dirac $\delta(t)$. Fungsi ini didefinisikan sebagai berikut [1, 2, 3, 4]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \tag{2}$$

Selanjutnya, apabila F_0 adalah faktor pembobot dari amplitudo sinyal eksitasi, maka gaya eksitasi impak f(t) secara matematik dapat dinyatakan sebagai berikut yaitu [1, 2, 3, 4]:

$$f(t) = F_0 \cdot \delta(t) \tag{3}$$

Jadi, untuk sistem kausal penyelesaian persamaan diferensial biasa pada Persamaan (1) menghasilkan respon getaran yang dapat diekspresikan sebagai berikut [1, 2, 3, 4]:

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t, \qquad t \geq 0, \tag{4}$$

dimana $\omega_d = 2\pi f_d$ yang menyatakan frekuensi pribadi teredam, $\omega_n = 2\pi f_n$ yang menyatakan frekuensi pribadi tak teredam dan ζ menyatakan rasio redaman viskus. Hubungan antara kedua frekuensi pribadi ini dinyatakan dalam bentuk persamaan, yaitu [4]:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{5}$$

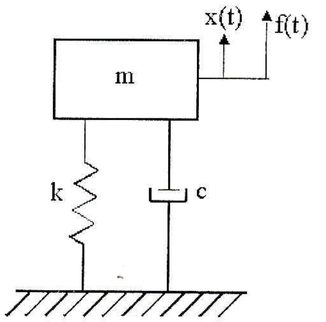
Respon getaran, sebagaimana dinyatakan dalam Persamaan (4), merupakan respon getaran teoritik. Respon getaran semacam ini memiliki spektrum teoritik, yaitu sebagai berikut [1, 2, 3, 4]:

$$X(\omega) = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega} \tag{6}$$

Karena gaya eksitasi telah diasumsikan sebagai fungsi delta Dirac $\delta(t)$, yang memiliki spektrum $F(\omega)=1$, *maka* FRF teoritik selanjutnya dapat diturunkan sebagai berikut [1, 2, 3, 4]:

$$\alpha(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}, \quad (7)$$

dimana $j = \sqrt{-1}$. Dalam persamaan di atas $\alpha(\omega)$ menyatakan FRF teoritik, yaitu FRF yang diperoleh dari pengujian dengan eksitasi impak yang berupa fungsi delta Dirac $\delta(t)$ dan respon getaran yang terjadi direkam sampai meluruh menjadi nol.



Gambar 1 Model sistem getaran 1-dof.

Telah diungkapkan di atas bahwa akibat terbatasnya waktu rekam maka respon yang terjadi umumnya terpotong sehingga menimbulkan kesalahan FRF. Ini berarti bahwa FRF yang diperoleh dari pengujian, yang dinotasikan dengan $\hat{\alpha}(\omega)$, berbeda dengan FRF teoritik, yaitu $\alpha(\omega)$. FRF pengujian diperoleh dengan cara membagi spektrum $\hat{X}(\omega)$ yaitu spektrum respon yang terukur dengan spektrum $\hat{F}(\omega)$ yaitu spektrum gaya yang terukur. Spektrum $\hat{X}(\omega)$ diperoleh dari Transformasi Fourier terhadap respon getaran yang terpotong akibat keterbatasan waktu rekam T_{RL}, sedangkan spektrum $\hat{F}(\omega)$ diperoleh dari Transformasi Fourier terhadap eksitasi impak. Dengan demikian, FRF yang diperoleh dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\hat{\alpha}(\omega) = \frac{\int_0^{T_{RL}} x(t) e^{-j\omega t} dt}{\int_0^{T_{RL}} \delta(t) e^{-j\omega t} dt} = \alpha(\omega) - \int_{T_{RL}}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (8)$$

Untuk mempermudah bahasan selanjutnya, mula-mula didefinisikan kesalahan relatif yaitu kesalahan yang terjadi dibagi dengan FRF teoritis. Secara matematik ungkapan ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\hat{\alpha}(\omega)}{\alpha(\omega)}, \quad (9)$$

di mana ε menyatakan kesalahan relatif antara FRF yang diperoleh dari pengujian getaran dengan FRF teoritik. Persamaan (9) dapat dijabarkan lebih lanjut apabila integral pada Persamaan (8) dapat diselesaikan terlebih dahulu dan hasilnya dibagi dengan Persamaan (7). Penyelesaian ini menghasilkan persamaan berikut ini [1, 2, 3, 4]:

$$\frac{\hat{\alpha}(\omega)}{\alpha(\omega)} = 1 - e^{-(\zeta\omega_n + j\omega)T_{RL}} \cdot \left\{ \frac{\zeta\omega_n}{\omega_d} \sin \omega_d T_{RL} + \cos \omega_d T_{RL} + \frac{j\omega}{\omega_d} \sin \omega_d T_{RL} \right\} \quad (10)$$

Selanjutnya, subtitusi Persamaan (5) dan Persamaan (9) Persamaan (10) akan menghasilkan persamaan kesalahan relatif yang berupa [1, 2, 3, 4]:

$$\varepsilon = \varepsilon(\omega, \omega_d, \zeta, T_{RL}, \tau) = e^{-(1+j\omega\tau)\frac{T_{RL}}{\tau}} \cdot \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \cdot \frac{T_{RL}}{\tau} \right) + \cos\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \cdot \frac{T_{RL}}{\tau} \right) + j\frac{\omega}{\omega_d} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \cdot \frac{T_{RL}}{\tau} \right) \right\} \quad (11)$$

di mana $\tau = 1/\zeta\omega_n$ menyatakan konstanta waktu dari sistem getaran. Berdasarkan Persamaan (11) dapat diungkapkan bahwa apabila waktu rekam T_{RL} jauh lebih besar daripada konstanta waktu sistem τ maka fungsi eksponensial yang ada akan mendekati nol. Selain itu, nilai dari fungsi sinus dan kosinus dibatasi dari -1 sampai +1, sehingga jumlah nilai suku-suku dalam {...} dalam Persamaan (10) berhingga (*finite*). Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa bila waktu rekam T_{RL} jauh lebih besar daripada konstanta waktu sistem τ maka harga kesalahan relatif yang terjadi mendekati nol. Dengan demikian, FRF yang diperoleh akan mendekati FRF teoritik.

3 KARAKTERISTIK KESALAHAN FRF AKIBAT KETERBATASAN WAKTU REKAM

Apabila Persamaan (11) diamati maka dapat diungkapkan bahwa persamaan ini merupakan fungsi kompleks. Karena merupakan fungsi kompleks maka kesalahan relatif juga dapat dinyatakan dalam bentuk polar, yaitu sebagai berikut:

$$\varepsilon\left(f/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right) = \left|\varepsilon\left(f/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right)\right| e^{j\theta}, \quad (12)$$

di mana $\left|\varepsilon\left(f/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right)\right|$ menyatakan besar kesalahan FRF dan θ menyatakan fasa dari kesalahan FRF. Berdasarkan Persamaan (11), besar kesalahan FRF dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\left|\varepsilon\left(f/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right)\right| = \left[e^{-T_{RL}/\tau}\right] \cdot \left[\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\alpha + \cos\alpha\right)^2 + \left(\frac{f}{f_d}\sin\alpha\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (13)$$

dan fasa dari kesalahan FRF adalah sebagai berikut:

$$\theta\left(\frac{f}{f_d}, \zeta, \frac{T_{RL}}{\tau}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{f/f_d \cdot \sin\alpha}{\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\alpha + \cos\alpha}\right] - \frac{f}{f_d}\sqrt{1-\zeta^2}\,\frac{T_{RL}}{\tau}, \qquad (14)$$

dimana:

$$\alpha = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \cdot \frac{T_{RL}}{\tau} \qquad (15)$$

Karena data dari besar FRF di daerah sekitar frekuensi pribadi memerlukan keakuratan yang paling tinggi pada pengujian getaran maka analisis terhadap besar kesalahan FRF difokuskan pada daerah ini. Oleh sebab itu, besar kesalahan FRF pada Persamaan (13) dianalisis pada frekuensi pribadi tak teredam f_n yaitu:

$$\left|\varepsilon\left(f_n/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right)\right| = \left[e^{-T_{RL}/\tau}\right] \cdot \left[\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\alpha + \cos\alpha\right)^2 + \left(\frac{f_n}{f_d}\sin\alpha\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (16)$$

Selanjutnya, apabila besar FRF teoritik dan besar FRF pada frekuensi f_n akibat keterbatasan waktu rekam masing-masing dinotasikan dengan $|\alpha(f_n)|$ dan $|\hat{\alpha}(f_n)|$ maka kesalahan relatif yang terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n akibat keterbatasan waktu rekam dinyatakan sebagai berikut:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\left||\alpha(f_n)| - |\hat{\alpha}(f_n)|\right|}{|\alpha(f_n)|} \qquad (17)$$

Menurut ketidaksamaan segitiga invers (*inverse triangle inequality*), Persamaan (17) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut ini:

$$\tilde{\varepsilon} \le \frac{|\alpha(f_n) - \hat{\alpha}(f_n)|}{|\alpha(f_n)|} \qquad (18)$$

Apabila Persamaan (9) kemudian dianalisis pada frekuensi f_n maka Persamaan (18) dapat dikembangkan lebih lanjut menjadi:

$$\tilde{\varepsilon} \le \left|\varepsilon\left(f_n/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right)\right| \qquad (19)$$

Berdasarkan Persamaan (19) dapat diungkapkan bahwa besar kesalahan FRF di frekuensi f_n yang dihitung menurut Persamaan (16) merupakan batas atas dari kesalahan yang terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n. Ini berarti bahwa besar kesalahan FRF di frekuensi f_n merupakan kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n, sehingga dapat dinyatakan hubungan berikut ini:

$$\tilde{\varepsilon}_{max} = \left|\varepsilon\left(f_n/f_d, \zeta, T_{RL}/\tau\right)\right| \qquad (20)$$

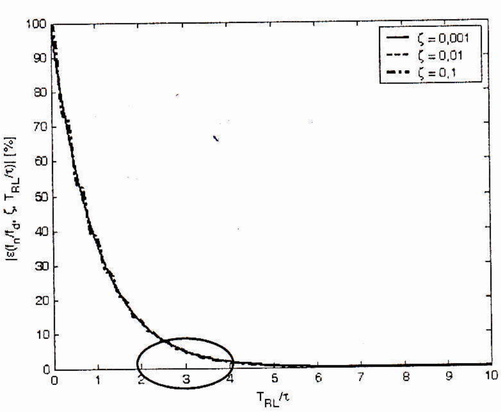
Berdasarkan Persamaan (16), perilaku kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n akibat variasi rasio antara T_{RL} dan τ dapat diungkapkan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2. Pada saat yang bersamaan, perilaku kesalahan terbesar ini diperoleh dengan cara memvariasikan rasio redaman dari sistem getaran. Berdasarkan perilaku yang diperoleh, dapat diungkapkan bahwa perubahan rasio antara T_{RL} dan τ memberikan pengaruh yang cukup berarti terhadap kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n. Namun, pada saat yang bersamaan kesalahan terbesar ini tidak begitu dipengaruhi oleh variasi rasio redaman. Perubahan kesalahan terbesar yang mungkin terjadi akibat variasi dari rasio antara T_{RL} dan τ lebih menunjukkan perilaku penurunan secara eksponensial. Perilaku semacam ini dapat diungkapkan apabila Persamaan (16) dianalisis dengan cara subtitusi nilai rasio redaman ζ yang nilainya $\zeta << 1$. Hasil analisis yang dilakukan selanjutnya menghasilkan persamaan yang mengungkapkan hubungan antara kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF di frekuensi f_n dan variasi T_{RL}/τ, yaitu sebagai berikut:

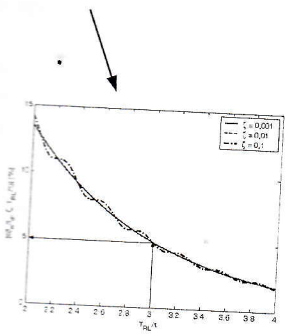
$$\tilde{\varepsilon}_{max} \approx e^{-T_{RL}/\tau} \qquad (21)$$

Apabila kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n terlebih dahulu dispesifikasikan maka berdasarkan Persamaan (21) waktu rekam T_{RL} dapat ditentukan, yaitu sebagai berikut:

$$T_{RL} = \tau \cdot \ln\left(1/\tilde{\varepsilon}_{max}\right) \qquad (22)$$

Ini berarti bahwa jika kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n yang besarnya 5% dapat diterima, maka menurut Persamaan (22) atau Gambar 2 sinyal respon getaran harus direkam selama tiga kali konstanta waktu sistem getaran.





Gambar 2 Persentasi besar kesalahan dari besar FRF di frekuensi f_n sebagai fungsi dari rasio antara waktu rekam data T_{RL} dan konstanta waktu τ pada sistem getaran 1-dof.

Dalam praktek, konstanta waktu sistem getaran tidak dapat ditentukan dengan mudah berdasarkan respon getaran yang diperoleh. Amplitudo puncak dari respon getaran di akhir waktu rekam lebih mudah ditentukan. Oleh sebab itu, perlu ditentukan hubungan antara amplitudo puncak yang dimaksud dan T_{RL}/τ. Sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3, di akhir waktu rekam T_{RL} dari sinyal respon getaran dari sistem 1-dof terjadilah amplitudo puncak yang dinotasikan dengan x_k. Amplitudo puncak ini berjarak k periode dari amplitudo puncak awal x_0. Hubungan antara kedua amplitudo puncak ini dinyatakan sebagai berikut, yaitu [7]:

$$\frac{x_k}{x_0} = e^{-\zeta\omega_n k T_d}, k \in \square, \tag{23}$$

dimana $T_d = 1/f_d$ yang menyatakan periode respon getaran teredam. Nilai k pada Persamaan (23) ditentukan berdasarkan persamaan berikut:

$$k = \left\lfloor \frac{T_{RL}}{T_d} \right\rfloor, \tag{24}$$

dimana $\lfloor \ldots \rfloor$ menyatakan fungsi *floor* yang diekspresikan dalam bentuk persamaan, yaitu:

$$\left\lfloor \frac{T_{RL}}{T_d} \right\rfloor = \max\left\{ s \in \square \,\middle|\, s \leq \frac{T_{RL}}{T_d} \right\} \tag{25}$$

Karena $\tau = 1/\zeta\omega_n$ maka berdasarkan Persamaan (5) dan (25) dapat ditentukan hubungan antara T_{RL}/τ dan k, yaitu:

$$\begin{aligned} k &= \left\lfloor \frac{T_{RL}}{\tau}\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1} \right\rfloor \\ &= \max\left\{ s \in \square \,\middle|\, s \leq \frac{T_{RL}}{\tau}\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1} \right\} \end{aligned} \tag{26}$$

Selanjutnya, apabila pangkat dari fungsi eksponensial pada Persamaan (23) dikalikan dengan T_{RL}/T_{RL} maka hubungan antara amplitudo puncak dari respon getaran di akhir waktu rekam dan T_{RL}/τ dapat dinyatakan dengan persamaan berikut ini:

$$\frac{x_k}{x_0} = \exp\left(-\frac{\left\lfloor \frac{T_{RL}}{\tau}\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1} \right\rfloor}{\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1}} \right) \tag{27}$$

Berdasarkan Persamaan (27) dapat diungkapkan bahwa rasio antara amplitudo puncak dari respon getaran yang terjadi di akhir waktu rekam dan amplitudo puncak awal tidak hanya dipengaruhi oleh T_{RL}/τ melainkan juga dipengaruhi oleh rasio redaman dari sistem getaran. Untuk ζ tertentu, apabila T_{RL}/τ meningkat maka rasio antara amplitudo puncak dari respon getaran yang terjadi di akhir waktu rekam dan amplitudo puncak awal akan mengecil. Sebagaimana diungkapkan di atas, perekaman sinyal respon getaran selama tiga kali konstanta waktu dari sistem getaran menghasilkan kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n yang nilainya 5%. Dengan demikian, dapat diungkapkan bahwa kesalahan terbesar ini dapat dicapai apabila rasio antara amplitudo puncak dari respon getaran yang terjadi di akhir waktu rekam dan amplitudo puncak awal memenuhi persamaan berikut ini:

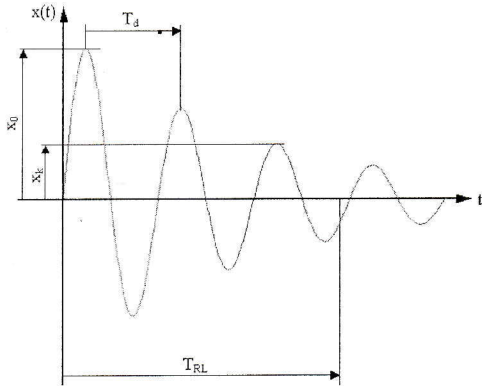
$$\frac{x_k}{x_0} = \exp\left(-\frac{\left\lfloor 3\cdot\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1} \right\rfloor}{\sqrt{\frac{1}{\zeta^2}-1}} \right) \tag{28}$$

Pada tabel berikut ini ditampilkan nilai dari rasio antara amplitudo puncak dari respon getaran di akhir waktu rekam dan amplitudo puncak awal yang diperoleh dari sinyal respon getaran yang direkam selama tiga kali konstanta waktu sistem getaran untuk beberapa nilai rasio redaman.

Tabel 1 Rasio x_k dan x_0 untuk beberapa nilai ζ ketika sinyal respon getaran dari sistem getaran 1-dof direkam selama tiga kali konstanta waktu sistem getaran.

ζ	x_k/x_0 [%]
0,001	4,98
0,01	5,03
0,1	5.42

Berdasarkan Tabel 1 dapat diungkapkan bahwa perekaman sinyal respon getaran selama tiga kali konstanta waktu sistem getaran 1-dof menghasilkan amplitudo puncak di akhir waktu rekam yang nilainya sekitar 5% dari amplitudo puncak awal jika nilai rasio redaman sistem getaran divariasikan dari 0,001 sampai 0,1. Ini berarti bahwa kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n yang nilainya adalah 5% dapat dicapai jika sinyal respon getaran direkam hingga amplitudo puncak di akhir waktu rekam mencapai 5% dari amplitudo puncak awal.



Gambar 3 Hubungan antara T_{RL}, T_d, x_k dan x_0 pada respon getaran dari sistem getaran 1-dof.

Selanjutnya, jika kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n yang nilainya 5% dianggap sebagai kesalahan terbesar yang dapat diterima dalam pengujian FRF maka berdasarkan Persamaan (22) waktu rekam T_{RL} yang diperlukan untuk perekaman sinyal respon getaran dari sistem getaran 1-dof dengan frekuensi pribadi f_n dan rasio redaman ζ yang tertentu harus memenuhi ketidaksamaan berikut ini:

$$T_{RL} > 0,48\frac{1}{f_n\zeta} \qquad (29)$$

Persamaan (29) mengungkapkan nilai minimum dari waktu rekam T_{RL} yang diperlukan untuk sistem getaran dengan rasio redaman ζ dan frekuensi pribadi tak teredam f_n agar kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n tidak melebihi 5%. Jadi, apabila sinyal respon getaran dari sistem getaran 1-dof dengan f_n = 10Hz dan ζ = 0,01 yang dieksitasi dengan palu impak direkam sekurang-kurangnya 4,8 detik maka secara teoritik kesalahan terbesar FRF di frekuensi f_n = 10Hz tidak melebihi 5%. Selain itu, berdasarkan Persamaan (29) dapat dipaparkan bahwa semakin kecil rasio redaman dari sistem getaran dengan frekuensi f_n tertentu maka semakin lama waktu rekam yang diperlukan agar kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada FRF di frekuensi f_n tidak melebihi 5%.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang dikembangkan, dapat ditarik beberapa kesimpulan yaitu sebagai berikut:

- Telah dikembangkan persamaan matematik yang mengungkap hubungan antara kesalahan FRF akibat keterbatasan panjang waktu rekam, waktu rekam (T_{RL}) dan konstanta waktu sistem getaran (τ) dari sistem getaran yang dimodelkan dengan sistem getaran 1-dof dengan redaman viskus.
- Kesalahan FRF yang diperoleh merupakan fungsi kompleks. Oleh sebab itu, kesalahan FRF dapat dinyatakan dalam bentuk besar (*magnitude*) dan fasa kesalahan FRF.
- Besar kesalahan FRF menyatakan kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF.
- Kesalahan terbesar yang mungkin terjadi pada besar FRF yang dianalisis pada frekuensi f_n merupakan fungsi dari beberapa parameter pengukuran dan parameter sistem getaran. Beberapa parameter pengukuran yang mempengaruhi besar kesalahan FRF adalah panjang waktu rekam (T_{RL}) sedangkan parameter sistem getaran yang mempengaruhi kesalahan FRF adalah rasio antara frekuensi pribadi tak teredam (f_n) dan frekuensi teredam (f_d), rasio redaman (ζ) dan konstanta waktu sistem (τ).
- Di antara parameter-parameter yang telah diungkapkan, parameter yang sangat menentukan kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n adalah parameter T_{RL}/τ.
- Hubungan antara parameter T_{RL}/τ dan kesalahan terbesar dari besar FRF di frekuensi f_n dapat didekati dengan fungsi eksponensial yang nilainya berkurang dengan penambahan nilai parameter T_{RL}/τ.
- Perekaman sinyal respon getaran selama tiga kali konstanta waktu mengakibatkan kesalahan terbesar yang mungkin terjadi di frekuensi f_n pada besar FRF sebesar 5% dari besar FRF teoritik.
- Untuk ζ yang terletak antara 0,001 dan 0,1 perekaman yang dimaksud dapat dicapai apabila amplitudo puncak dari sinyal respon di akhir perekaman mencapai sekitar 5% dari amplitudo puncak awal.

DAFTAR PUSTAKA

1. S. J. Ahn, W. B. Jeong dan W. S. Yoo, Unbiased Expression of FRF with Exponential Window Function in Impact Hammer Testing. *Journal of Sound and Vibration*, 277, 931 - 941, 2004.
2. S. J. Ahn, W. B. Jeong dan W. S. Yoo, An Estimation of Error-Free Frequency Response Function from Impact Hammer Testing. *Journal JSME*, 47, 852 - 857, 2004.
3. S. J. Ahn, W. B. Jeong dan W. S. Yoo, Improvement of Impulse Response Spectrum and its Application. *Journal of Sound and Vibration*, 288, 1223 - 1239, 2005.
4. S. j. Ahn, W. B. Jeong dan W. S. Yoo, Enhancement of the TFS Method by Removing Bias Errors in FRF. *Journal JSME*, 48, 87 - 94, 2005.
5. H. A. Evensen dan M. W. Trethewey, Bias Errors in Estimating Frequency Response and Coherence Functions From Truncated Transient Signals. *Journal of Sound and Vibration*, 145, 1 - 16, 1991.
6. K. G. McConnel, *Vibration Testing: Theory and Practice*. John Wiley & Sons, Inc, 1995.
7. L. Meirovitch, *Elements of Vibration Analysis*. McGraw-Hill, Second Edition, 1986.