

PENGGUNAAN TEKNIK APROKSIMASI (*METAMODELING*) UNTUK MENYEDERHANAKAN MODEL ELEMEN HINGGA DALAM PROSES OPTIMASI

Rachman Setiawan

Lab. Perancangan Mesin, Departemen Teknik Mesin ITB,
Jl. Ganesha 10, Bandung 40132
e-mail: xxrac@edc.ms.itb.ac.id

Ringkasan

Penggunaan metode elemen hingga dalam optimasi yang melibatkan pemodelan kompleks dan analisis berulang-ulang sering berakibat mahal biaya komputasi. Hal ini dapat diatasi dengan memodelkan hubungan antara input dan output dari metode elemen hingga dengan model matematis yang lebih sederhana, yaitu dengan metode aproksimasi (Metamodeling). Dalam makalah ini, konsep Metamodeling diaplikasikan untuk memperkirakan sifat mekanik pelat anisotropik dari input berupa frekuensi pibadinya. Radial basis functions dipakai sebagai Metamodel untuk mendekati model elemen hingga dari software ANSYS 6.1. Proses karakterisasi dimodelkan sebagai masalah optimasi dengan meminimalkan beda antara frekuensi target dengan update. Penggunaan metamodel terbukti mempercepat proses optimasi sekaligus meningkatkan kebolehjadian dalam mencapai nilai minimum global fungsi objektif. Hasil akhir prediksi sifat material dipengaruhi oleh akurasi Metamodel yang secara umum baik.

Abstract

Complex modelling using Finite element method in iterative optimisation process often yield expensive computation. One of the solution is to replace the expensive finite element analysis with a mathematically simpler model, that is using an approximate relations (Metamodel). Here, the approach is used to characterise the mechanical properties of an anisotropic plate from their corresponding natural frequencies. Radial basis functions model has been chosen for the Metamodel to approximate the finite element model generated in ANSYS 6.1 software. Characterisation process is regarded as an optimisation problem with the objective is to minimise the accumulation of differences between the target frequencies and the updated ones. The use of Metamodel shorten the computation time as well as increase the likelihood of reaching the global minimum. In general, the overall result is reasonably good to predict the mechanical properties of anisotropic plates.

Keywords: *Approximation, Optimisation, Material property, Metamodeling*

1. PENDAHULUAN

Analisis dengan menggunakan metode elemen hingga, baik dengan program yang dibangun sendiri maupun dengan bantuan *software* komersial sering melibatkan proses komputasi yang lama, terutama jika melibatkan model geometri yang rumit. Komputasi akan lebih memakan waktu bila analisis elemen hingga ini merupakan bagian dari proses iteratif, untuk mencari desain geometri yang optimum misalnya. Lebih lanjut, terkadang solusi sementara yang diajukan oleh modul optimasi bukan merupakan input yang baik untuk analisis elemen hingga, dan menimbulkan

ketidakakuratan hasil atau bahkan terhentinya proses iterasi. Alternatif metode yang dapat dipakai untuk menyederhanakan model, sekaligus mengurangi, kalau tidak menghilangkan, permasalahan numerik di atas adalah dengan memakai teknik aproksimasi. Hubungan antara input dari analisis elemen hingga dengan output yang dihasilkan proses analisis elemen hingga tersebut dimodelkan kembali dengan model matematik yang lebih sederhana. Teknik aproksimasi, atau dengan istilah lain, *Metamodeling*, dalam makalah ini menggunakan model *Radial basis functions* dengan parameter-parameter ditentukan dengan konsep regresi kuadrat simpangan terkecil.

Jin *et al* [1] membahas beberapa alternatif metode metamodel beserta kinerjanya, sedangkan Meckesheimer *et al* [2] menyajikan aplikasi metamodel untuk mendekati hubungan deterministik hasil analisis elemen hingga, dengan metode validasinya. Selain itu, aplikasi metode metamodeling juga digunakan dalam berbagai bidang dengan tujuan utama untuk mempercepat komputasi, seperti pada Ref. [3-5].

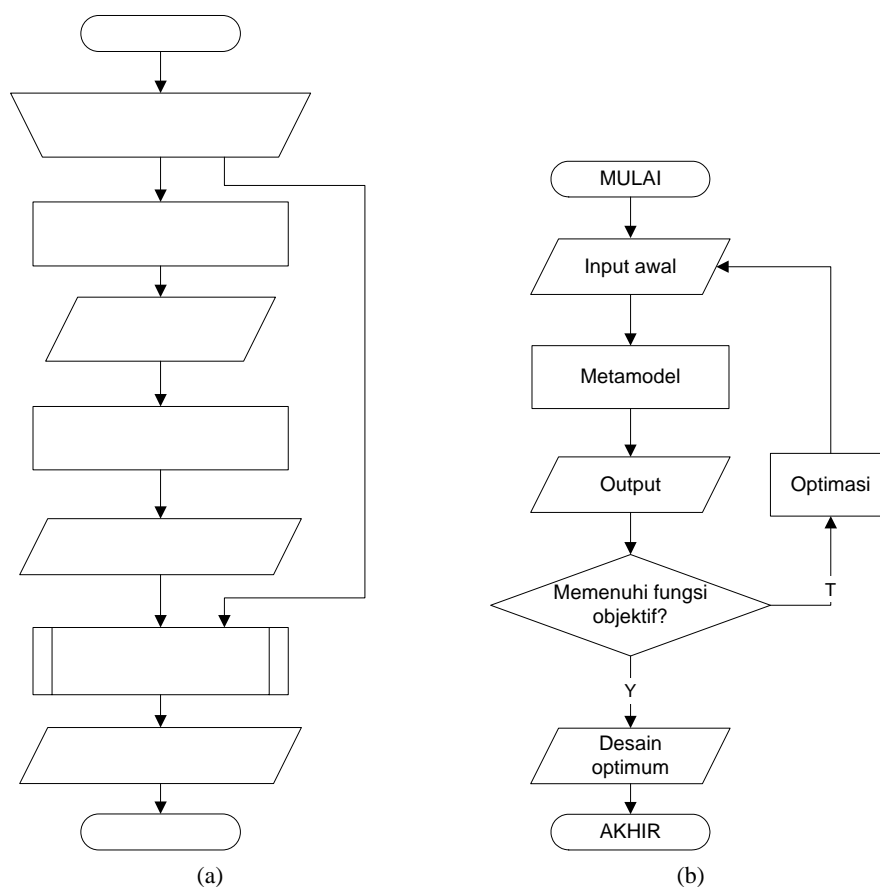
Konsekuensi langsung dari digunakannya metamodel adalah kemungkinan adanya penyimpangan hasil aproksimasi terhadap analisis elemen hingga. Penentuan parameter-parameter metamodel dapat dipilih baik secara *a priori* maupun secara sistematis dengan tujuan meminimalkan penyimpangan tersebut. Pemilihan parameter yang tidak sesuai akan menghasilkan metamodel yang tidak akurat. Prosedur metamodelling akan dijabarkan dalam makalah ini, meliputi pemilihan teknik metamodelling, pemilihan besaran penyimpangan yang sesuai, penentuan parameter metamodel dan pengujian/validasi hasil metamodel dengan analisis elemen hingga.

Dalam makalah ini, teknik metamodelling akan dicoba dipakai untuk memodelkan hubungan antara sifat mekanik pelat anisotropik persegi dengan ketebalan seragam, dengan sejumlah frekuensi pribadi pertamanya. Secara geometris, kasus ini sederhana, sehingga tidak

memerlukan komputasi yang besar, tetapi prosedur yang sama akan dapat juga diterapkan dengan tingkat keyakinan yang tidak berbeda untuk analisis dengan material anisotropik dengan model geometri yang rumit, yang jika tanpa metamodel akan memerlukan komputasi yang mahal untuk aplikasi optimasi. Input analisis berupa 4 sifat mekanik dari pelat anisotropik, yaitu E_x , E_y , G_{xy} dan ν_{xy} . Analisis elemen hingga dilakukan dengan menggunakan ANSYS 6.1, dengan output berupa 9 frekuensi pribadi pertama.

2. METODOLOGI

Proses penyederhanaan analisis elemen hingga dengan menggunakan teknik metamodelling dimulai dengan proses sampling untuk mendapatkan kombinasi antar variabel input yang tersebar di seluruh domain variabel jamak. Sampling dilakukan secara sekaligus untuk variabel-variabel tersebut dalam jangkauan tertentu. Terkadang, penyaringan diperlukan untuk mengeliminasi kombinasi numerik yang tidak mungkin ada di kenyataan, sesuai kriteria tertentu. Analisis elemen hingga kemudian dilakukan dengan input berbagai kombinasi variabel tersebut di atas. Hasil analisis elemen hingga untuk masing-masing kasus kombinasi variabel kemudian disatukan dengan input kombinasi variabel yang bersesuaian menjadi *Training data*, yang siap dipakai sebagai input proses Metamodelling.



Gambar 1 Diagram alir proses: a) metamodeling, b) optimasi dengan memanfaatkan metamodel

Output proses metamodelling akan berupa parameter-parameter aproksimasi yang selanjutnya dapat dipakai untuk menggantikan analisis elemen hingga untuk kasus-kasus khusus, seperti yang telah ditentukan saat penyusunan *sampling* input dan training data. Evaluasi parameter frekuensi, selanjutnya akan jauh lebih cepat dengan metamodel dibandingkan dengan analisis elemen hingga. Metamodel inilah yang akan dipakai untuk mempercepat proses optimasi.

3. METAMODELING

Metamodel adalah “model untuk model lain” [6]. Model baru ini bersifat perkiraan yang disusun berdasarkan hubungan input-output hasil analisis dari model lain, dapat berupa hasil analisis elemen hingga, seperti diterapkan dalam makalah ini, atau hasil eksperimen. Sejumlah pasangan input-output ini disebut *training data*. Dalam bentuk sederhana, konsep metamodeling bisa dibandingkan dengan permasalahan *curve fitting* tipe regresi polinomial, hanya dalam hal ini melibatkan variabel jamak yang saling berkait. Awalnya, input dari analisis didefinisikan dengan metode *sampling*, seperti yang dipakai dalam makalah ini, adalah *Latin Hypercube* [7].

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m w_j \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{c}_j)^2}{r^2}\right) \quad (1)$$

Secara garis besar, respons y dipengaruhi oleh jarak *Euclidian* antara variabel jamak \mathbf{x} dengan titik-titik pusat \mathbf{c} . Selain itu terdapat parameter-parameter pengendali untuk memperbaiki kualitas pendekatan metamodel dengan fungsi yang sebenarnya, yaitu pembobotan, w_j , dan parameter lebar, r .

Persamaan (1) dievaluasi untuk masing-masing data input dan dihubungkan dengan output dari training data. Dari sistem m persamaan tersebut, pembobotan, w , dapat diperoleh untuk masing-masing persamaan dengan metode kuadrat simpangan terkecil. Dengan parameter-parameter yang telah diketahui, maka metamodel siap dipakai untuk memperkirakan respon untuk sebarang set nilai input.

4. UJI AKURASI DAN PERBAIKAN METAMODEL

Parameter utama dari kualitas metamodel adalah akurasi dalam mendekati output dari suatu input tertentu. Sehingga dalam menyusun suatu metamodel, diperlukan uji akurasi yang efisien dan efektif untuk mengukur akurasi metamodel tersebut. Beberapa parameter akurasi yang dapat dipakai antara lain varian, dan R^2 . Selain itu, parameter pengujian tersebut juga dapat dipakai sebagai parameter optimasi untuk meningkatkan akurasi metamodel. Prosedur uji akurasi, antara lain dengan menggunakan data konfirmasi, yaitu data dengan populasi lebih besar daripada populasi training data

dengan pasangan input-output yang benar (yaitu dari hasil analisis elemen hingga) dan validasi silang [2].

Akurasi metamodel tergantung kepada pemilihan parameter-parameter pengendali maupun training datanya, seperti dijelaskan pada Persamaan (1). Salah satu metode yang dapat dipakai untuk memperbaiki akurasi metamodel jenis fungsi radial basis adalah *Forward subset selection* oleh Orr [8], berdasarkan algoritme kuadrat simpangan terkecil orthogonal oleh Chen [9]. Sebelum menerapkan metode *Forward subset selection*, training data awal didefinisikan secara pseudo-acak (*sampling*).

Dari *sampling* tersebut, sekelompok training data (*subset*, n) dipilih secara sistematis (n_0 , $n_0 > n$) dan per tahap. Pilihan training data tahap I tersebut dipakai untuk menyusun metamodel yang selanjutnya dipakai untuk memprediksi output dari sisa *sampling* awal, yang kini berlaku sebagai data validasi. Pemilihan kombinasi kelompok training data (*subset*) dilakukan sampai dicapai harga akurasi secara umum yang terbaik, dengan memperhatikan ongkos komputasi.

5. OPTIMASI

Proses optimasi secara keseluruhan dilakukan secara iteratif dimulai dengan penyusunan perkiraan awal input (*initial guess*) seperti pada Gambar 1(b). Untuk meningkatkan kebolehdjadian proses iterasi mencapai harga minimum global, maka iterasi dilakukan dengan menggunakan beberapa set perkiraan awal. Hal ini dimungkinkan tanpa mengorbankan lama komputasi karena proses optimasi untuk meminimalkan nilai fungsi objektif lebih cepat dengan menggunakan metamodel sebagai pengganti proses analisis elemen hingga.

Optimasi memakai algoritme optimasi lokal tak terbatas (*unconstrained local optimiser*) BFGS [10], dengan fungsi pseudo-objektif seperti pada Persamaan (2).

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^9 \frac{(\hat{f}_i(\mathbf{x}) - \tilde{f}_i)^2}{\tilde{f}_i^2} + \mu \left[\sum_{k=1}^{n_k} (\max(0, g_k(\mathbf{x})))^2 \right] \quad (2)$$

$$g_k(\mathbf{x}) \leq 0$$

dengan \hat{f} dan \tilde{f} adalah, masing-masing, parameter frekuensi *update* dan eksperimental. Sementara, μ dan n_k , adalah koefisien dan jumlah dari fungsi penalti, g_k .

Suku pertama dari fungsi objektif menggambarkan fungsi objektif sebenarnya, yaitu kuadrat terkecil ternormalisasi antara harga *update* dengan harga yang dituju. Suku kedua ditambahkan sebagai fungsi penalti untuk mengatasi iterasi yang keluar dari batas domain solusi yang valid, sehingga algoritme optimasi tak terbatas, seperti BFGS, dapat dipakai.

6. STUDI KASUS

Berikut akan dibahas, implementasi konsep penggunaan metamodel untuk menyederhanakan model elemen hingga dalam optimasi desain.

Salah satu metode modern karakterisasi sifat mekanik material anisotropik adalah dengan menggunakan data frekuensi pribadi yang didapatkan secara eksperimental.

Hal ini didasarkan pada argumen bahwa pelat dengan sifat mekanik dan geometri tertentu akan memiliki sederet frekuensi pribadi yang tertentu yang juga unik. Termasuk pengembangan awal metode karakterisasi material anisotropik melalui pengukuran getaran pelat ini, dilaporkan oleh Sol dan De Wilde [11,12] dan Deobald dan Gibson [13], yang kemudian diikuti oleh sejumlah peneliti dari berbagai negara [14-19].

Tabel 1 Sifat mekanik dari 7 material uji beserta parameter frekuensinya (hasil analisis elemen hingga)

Sifat Mekanik					
Properties	E_x (GPa)	E_y (GPa)	G_{xy} (GPa)	ν_{xy}	Note
Material 1	25	25	9.4	0.33	Kuasi-isotropik
Material 2	39	8.9	3.8	0.28	UD laminae
Material 3	27	21	3.9	0.12	[0/85/-85//0] _s
Material 4	26.4	15.4	5.8	0.28	[0/60/-60//90] _s
Material 5	27.7	11.7	6.5	0.40	[0/45/-45//90] _s
Material 6	13.8	10.3	10.1	0.61	[40 -40 40 -40] _s
Material 7	7	6	3	0.15	Batas bawah

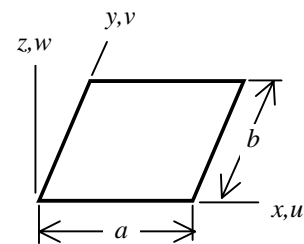
Parameter Frekuensi, definisi Pers. (5)									
Mode no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Material 1	11.636	13.449	27.352	27.659	34.149	40.275	51.806	56.880	75.283
Material 2	7.532	15.394	17.244	21.858	22.628	38.550	43.579	46.516	48.328
Material 3	7.623	13.942	20.811	24.248	28.541	38.656	41.939	44.778	65.411
Material 4	9.193	13.737	21.186	23.226	27.745	38.818	45.383	47.211	57.930
Material 5	9.726	13.915	18.843	24.315	26.642	40.128	46.222	48.843	50.864
Material 6	9.963	11.873	19.733	26.363	27.619	33.906	46.686	53.003	53.182
Material 7	6.520	7.108	13.012	14.946	18.236	19.922	27.744	30.191	35.802

Proses karakterisasi tersebut, dapat dianggap sebagai masalah optimasi, dengan fungsi objektif adalah minimalisasi dari akumulasi simpangan antara frekuensi pribadi target, yaitu dari eksperimen, dengan harga update. Untuk simulasi ini, karakterisasi material dibatasi untuk pelat komposit berbasis polimer dengan serat gelas sebagai material penguat. Sifat mekanik yang dipilih adalah empat konstanta elastik in-plane, yaitu E_x , E_y , G_{xy} , dan ν_{xy} dengan beban tekuk. Hubungan (4) dipakai sebagai batas-batas sifat mekanik pelat anisotropik dalam proses sampling tersebut. Metode sampling yang dipakai adalah Latin Hypercube. Selanjutnya hasil sampling tersebut akan disaring agar memenuhi kriteria bahwa matriks kekakuan "material" yang dibentuk dari masing-masing kombinasi hasil sampling tersebut, haruslah positive-definite, sebagai syarat eksistensi suatu material, yang diwakili oleh Hubungan (4).

$$\begin{aligned}
 2 \leq E_x &\leq 45 \quad (\text{GPa}) \\
 2 \leq E_y &\leq 30 \quad (\text{GPa}) \\
 1 \leq G_{xy} &\leq 20 \quad (\text{GPa}) \\
 0.05 \leq \nu_{xy} &\leq 0.8
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$1 - \nu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x} - \nu_{yz}^2 \frac{E_z}{E_y} - \nu_{xz}^2 \frac{E_z}{E_x} - 2\nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{xz} \frac{E_z}{E_x} > 0 \quad (4)$$

Dari penyaringan tersebut, diperoleh 721 data sampling, sebagai input training data.



Gambar 2 Sistem koordinat dan dimensi utama pelat anisotropik

Penyederhanaan model elemen hingga dengan metamodel diterapkan untuk pemodelan dinamik (*modal analysis*) dari pelat persegi anisotropik tanpa penumpu dengan tebal seragam, 1 mm, panjang 110 mm, dan lebar 154 mm. Dalam pengujian, biasanya pelat digantung secara vertikal pada beberapa titik atau direbahkan pada tumpuan halus untuk menghindari hambatan gerak

lateral. Output analisis elemen hingga yang akan dibuat metamodelnya berupa tujuh frekuensi pertama pelat untuk input sifat material tertentu. Untuk keperluan kemudahan operasi numerik selama proses optimasi, frekuensi diubah menjadi parameter frekuensi yang didefinisikan sebagai:

$$\bar{f}_i = f_i h \sqrt{\rho} \quad (5)$$

Metamodel di atas selanjutnya dipakai menggantikan analisis elemen hingga dalam proses iteratif dari optimasi. Keseluruhan proses karakterisasi akan diuji dengan menggunakan beberapa studi kasus material seperti pada Tabel 1. Material uji dipilih secara numerik, masing-masing dengan sifat yang mendekati isotropik, material dengan perbandingan dua modulus elastik yang tinggi, laminat dengan berbagai susunan dan material dengan sifat mekanik relatif rendah. Dalam menyusun metamodel, training data didefinisikan untuk suatu rentang input tertentu. Diharapkan metamodel memiliki tingkat akurasi yang sama di seluruh domain input training data. Untuk menguji akurasi metamodel, Material uji 7 didefinisikan untuk sifat mekanik pada batas bawah jangkauan sifat mekanik material yang dipilih.

Model Elemen Hingga

Analisis dinamik untuk mencari frekuensi pribadi dari input sifat mekanik pelat dilakukan dengan menggunakan ANSYS versi 6.1. Spesimen pelat laminat dimodelkan dengan element *shell* dengan mesh 12×12 dengan tebal seragam. Dari berbagai kemungkinan tipe elemen, elemen SHELL93 dipilih, dengan input penting berupa empat sifat mekanik *in-plane*, E_x , E_y , G_{xy} , and ν_{xy} . Tipe elemen ini menggunakan pendekatan *First order shear deformation theory* (FSDT) yang diharapkan memberikan prediksi frekuensi pribadi yang akurat untuk kasus pelat dengan ketebalan sedang, yaitu rasio lebar terhadap tebal diatas 80. *Eigen-value* yang berhubungan dengan frekuensi pribadi diekstraksi dengan metode integrasi tereduksi, yaitu dengan mengabaikan derajat kebebasan selain arah lateral, yang merupakan arah dominan getaran pelat. Dengan ini waktu komputasi dapat ditekan dengan tidak menurunkan akurasi secara signifikan.

Analisis elemen hingga dilakukan untuk 721 kasus jenis material yang berbeda, yaitu dari input training data yang telah tersaring. Selanjutnya, 721 pasangan yang terdiri dari input, berupa 4 variabel material, dan output, yaitu 7 parameter frekuensi, akan menjadi *training data* awal sebagai modal pembentukan metamodel.

Metamodelling dan Uji Akurasi

Untuk setiap output (frekuensi pribadi), dibangun metamodel tersendiri, sehingga keseluruhan, diperlukan 7 proses metamodelling dengan metode fungsi radial basis, Persamaan (1). Parameter lebar, r , dibuat konstan sebesar 1, titik-titik pusat, c , diambil dari training data yang keduanya membentuk fungsi radial basis untuk tiap-tiap training data. Pembobotan, w , dipilih secara

regresi dan pilihan titik pusat dilakukan dengan tambahan sub-rutin *forward sub-set selection*. Dari 721 pasang training data awal, terdapat sejumlah training data terpilih yang menghasilkan metamodel optimum. Jumlah training data akhir yang terpilih dapat dilihat pada dengan tingkat akurasinya dengan menggunakan kriteria R^2 , yang diekspresikan sebagai berikut,

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (6)$$

dengan, y , \hat{y} , \bar{y} , adalah masing-masing, nilai prediksi, nilai sebenarnya, dan nilai rata-rata dari nilai sebenarnya.

Tabel 2 menunjukkan, untuk setiap frekuensi/mode, akurasi yang ditunjukkan dengan R^2 , yang mendekati 1. Nilai Parameter R^2 dipilih karena memiliki sifat non-bias dan berharga 0 sampai dengan 1, dengan harga 1 menyatakan prediksi paling akurat. Sifat ini memiliki keuntungan khususnya dalam proses pemilihan training data metode *forward sub-set selection*. Di lain pihak, R^2 hanya menggambarkan akurasi secara umum, sehingga tidak menutup kemungkinan kasus-kasus khusus dengan hasil prediksi yang memiliki akurasi yang rendah, seperti ditunjukkan pada

Tabel 2 dalam bentuk simpangan maksimum antara hasil prediksi metamodel dengan data validasi (dalam %). Dalam aplikasi, metamodel dengan karakteristik umum akurasi setingkat ini dirasa cukup.

Hasil

Proses karakterisasi menghasilkan empat sifat mekanik perkiraan (Tabel 3) berikut simpangan dengan harga sebenarnya (Tabel 1). Hasil karakterisasi tersebut diambil dari hasil terbaik proses optimasi dengan beberapa set perkiraan awal (*initial guess*). Umumnya, proses optimasi dengan berbagai perkiraan awal menghasilkan solusi dengan harga fungsi objektif terkecil yang sama, mencerminkan harga minimum global dari fungsi objektif, sekaligus merupakan solusi dari karakterisasi material. Semua operasi pemrograman dilakukan menggunakan MATLAB tanpa optimasi dan kompilasi program. Sehingga proses karakterisasi sifat material dapat dilakukan tanpa komputasi analisis elemen hingga dengan menggunakan komputer berkemampuan besar maupun perangkat lunak metode elemen hingga karena proses tersebut telah digantikan oleh metamodel yang jauh lebih sederhana. Sebagai perbandingan, dengan *Personal computer* yang sama (AMD Athlon 800MHz, 384MB RAM), analisis modal untuk kasus yang sama memerlukan waktu sekira 1,5 menit menggunakan *software* ANSYS 6.0, maka dengan metamodeling, analisis yang menghasilkan output yang sama memerlukan waktu kurang dari 1 detik. Sementara optimasi iteratif memerlukan lebih dari 100 analisis modal sebelum mencapai konvergensi.

Tabel 2 Hasil uji akurasi metamodel untuk setiap parameter frekuensi

Mode no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M	173	179	176	203	183	208	101	199	140
e_m (%)	6.94	10.66	7.36	9.17	13.92	10.10	9.56	8.69	18.84
R^2	0.9979	0.9949	0.9962	0.9949	0.9953	0.9936	0.9864	0.9931	0.9910

m adalah jumlah training data yang terpilih dari 721 training data awal, e_m persentase simpangan maksimum, dan R^2 parameter akurasi seperti pada Persamaan (6).

Tabel 3 Hasil karakterisasi material uji dan konfirmasi dengan analisis elemen hingga

Hasil karakterisasi [simpangan dengan harga sebenarnya, %]									
	E_x (Gpa)		E_y (GPa)		G_{xy} (GPa)		ν_{xy}		
Material 1	26.00	[4.00]	26.67	[6.67]	9.10	[-3.23]	0.27	[-17.92]	
Material 2	38.29	[-1.82]	8.89	[-0.18]	3.78	[-0.59]	0.34	[21.30]	
Material 3	26.70	[-0.99]	20.63	[-1.81]	3.91	[1.14]	0.23	[82.87]	
Material 4	26.42	[0.20]	15.62	[1.32]	5.81	[0.75]	0.23	[-18.17]	
Material 5	27.57	[-0.50]	12.01	[3.09]	6.66	[2.14]	0.26	[-35.79]	
Material 6	13.94	[1.02]	10.30	[-0.05]	10.51	[4.05]	0.59	[-4.01]	
Material 7	6.66	[-4.82]	7.36	[22.63]	2.82	[-5.95]	0.07	[-52.90]	

Parameter frekuensi hasil reevaluasi analisis EH dengan input hasil karakterisasi di atas, (persentase dari simpangan ditampilkan dalam kurung kotak)¹

Mode no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	11.46	13.71	27.11	28.10	34.77	40.11	51.74	56.46	76.32
Material 1	[1.30]	[-1.27]	[-1.44]	[1.47]	[-0.88]	[0.02]	[0.95]	[0.27]	[-2.62]
	[1.54]	[-1.90]	[0.89]	[-1.58]	[-1.79]	[0.41]	[0.13]	[0.75]	[-1.36]
Material 2	7.52	15.25	17.31	21.86	22.52	38.57	43.70	46.25	48.12
	[0.24]	[0.34]	[0.16]	[0.01]	[0.33]	[-0.03]	[-0.71]	[0.81]	[0.91]
	[0.23]	[0.98]	[-0.39]	[0.00]	[0.46]	[-0.04]	[-0.29]	[0.58]	[0.43]
Material 3	7.66	13.86	20.92	24.35	28.44	38.99	42.42	44.91	66.42
	[-0.85]	[0.56]	[0.96]	[-1.04]	[0.39]	[-1.20]	[-1.49]	[-1.32]	[-0.63]
	[-0.54]	[0.62]	[-0.50]	[-0.44]	[0.36]	[-0.86]	[-1.14]	[-0.29]	[-1.52]
Material 4	9.22	13.77	21.16	23.23	27.85	38.60	45.34	47.19	58.00
	[-0.06]	[-0.47]	[-0.33]	[-0.36]	[0.08]	[1.09]	[-0.64]	[0.47]	[0.08]
	[-0.29]	[-0.23]	[0.14]	[-0.03]	[-0.38]	[0.56]	[0.10]	[0.05]	[-0.11]
Material 5	9.81	[14.01]	18.62	24.32	26.86	39.37	46.12	48.76	50.87
	[0.35]	[-0.26]	[0.49]	[-1.40]	[0.01]	[2.83]	[-0.32]	[-1.30]	[1.04]
	[-0.81]	[-0.66]	[1.19]	[0.00]	[-0.79]	[1.93]	[0.21]	[0.17]	[-0.01]
Material 6	10.01	12.09	19.49	26.74	27.88	33.74	47.18	52.48	53.78
	[0.75]	[-0.25]	[1.68]	[-0.93]	[-1.42]	[-0.17]	[-2.63]	[-2.53]	[1.75]
	[-0.48]	[-1.76]	[1.24]	[-1.42]	[-0.94]	[0.48]	[-1.06]	[1.00]	[-1.11]
Material 7	6.34	6.93	14.32	14.51	18.82	19.43	26.92	30.02	37.61
	[-3.67]	[4.34]	[-7.39]	[11.36]	[-4.09]	[8.02]	[-0.99]	[-2.24]	[-7.80]
	[-0.17]	[35.57]	[11.63]	[23.64]	[14.42]	[31.06]	[19.37]	[12.17]	[6.12]

¹Persentase dari simpangan antara reevaluasi analisis elemen hingga (ANSYS) dengan: 1. Prediksi metamodel, dan 2. Harga sebenarnya, seperti pada Tabel 1.

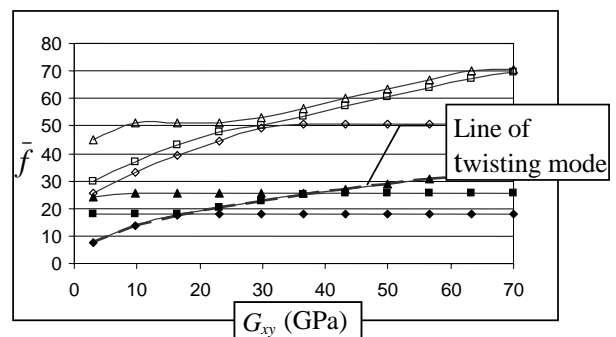
Untuk mengetahui akurasi setiap perkiraan metamodeling sebagai pengganti metode elemen hingga, hasil optimasi kemudian direvaluasi dengan program elemen hingga yang identik dengan program yang dipakai dalam menyusun training data, hingga menghasilkan parameter frekuensi seperti ditampilkan pada bagian kedua dari Tabel 3. Harga persentase simpangan pertama menggambarkan simpangan antara hasil reevaluasi dengan perkiraan metamodel, sekaligus menggambarkan tingkat akurasi metamodel sebagai pengganti solusi dari metode elemen hingga. Sedangkan harga kedua menggambarkan perbandingan antara harga reevaluasi dengan harga parameter frekuensi yang dituju (pada), sekaligus menggambarkan akurasi keseluruhan metamodel setelah proses optimasi terhadap target akhir.

Secara umum, keseluruhan proses menghasilkan solusi mendekati target sifat mekanik yang dituju. Simpangan prediksi sifat material terbesar terjadi pada material uji no. 7. Kesalahan tersebut lebih disebabkan oleh ketidakakuratan dalam aproksimasi metamodel, dengan rerata simpangan sebesar 5,55%. Material 7 menggambarkan kombinasi sifat material yang mendekati batas-batas domain keberlakuan dari metamodel. Parameter frekuensi dari target solusi yang diprediksi dengan metamodel tersebut justru menghasilkan simpangan yang relatif lebih besar, $3,65 \times 10^{-2}$, dibanding dengan solusi yang dihasilkan oleh proses optimasi, $1,77 \times 10^{-2}$ (keduanya untuk *sum-squared error*). Kasus ini menunjukkan bahwa justru pada seputar solusi sebenarnya, metamodel tidak dapat menghasilkan prediksi yang memuaskan, yang akhirnya menimbulkan kesalahan pada prediksi sifat mekanik material. Selama proses optimasi, ditemukan juga kasus-kasus dengan algoritme optimasi mengarahkan solusi menuju daerah solusi yang tidak dapat diterima, sehingga memaksa diberlakukan fungsi penalti. Hal ini diperkirakan menimbulkan efek non-linieritas dari proses optimasi sebelum solusi akhir tercapai. Permasalahan dengan kesalahan terbesar ini dapat diatasi dengan metamodel dengan domain sifat mekanik material yang mencakup sifat tersebut secara baik. Hal ini biasa disebut sebagai pendekatan adaptif, dengan menggunakan metamodel yang berganti-ganti sampai tercapai akurasi yang diinginkan. Dalam makalah ini pendekatan adaptif tidak diaplikasikan.

Kesalahan penting lain dapat ditemui pada prediksi rasio Poisson. Hal ini tidak terlepas dari dasar pemodelan getaran yang dipilih, yaitu arah lateral. Pemodelan getaran tersebut menghasilkan frekuensi pribadi dengan sensitifitas yang rendah terhadap perubahan rasio Poisson. Metode yang disarankan dan banyak diterapkan dalam karakterisasi material pelat untuk aplikasi getaran lateral adalah dengan mengasumsikan terlebih dulu nilai rasio Poisson. Ketiga konstanta elastik lainnya diprediksi. Informasi awal terhadap komposisi pelat akan membantu dalam mengasumsikan nilai rasio Poisson tersebut, misalnya, *angle-ply* dan *UD laminates* cenderung memiliki harga rasio Poisson yang rendah, sedangkan pelat dengan arah serat pada dua arah ortogonalnya cenderung memiliki harga Poisson yang

tinggi. Hal ini dapat diterima jika memang dalam aplikasi material yang dikarakterisasi, rasio Poisson tidak terlalu signifikan.

Selain itu, pendekatan karakterisasi dengan membandingkan sederet frekuensi dengan deret frekuensi lain dengan urutan tertentu dinilai kurang memiliki dasar, karena urutan frekuensi pribadi tidak selalu bersesuaian dengan mode getar tertentu secara konsisten untuk pelat anisotropik. Hal ini dinamakan fenomena *mode-switching*. Seperti dicontohkan pada Gambar 3, mode getar puntir (*twisting*) tidak selalu mode I untuk modulus geser, G_{12} , yang berbeda. Untuk G_{12} 10 GPa misalnya, mode puntir adalah mode I, sedangkan untuk G_{12} 20 GPa, merupakan mode II, dan untuk G_{12} 70 GPa, adalah mode III. Efek dan penanganan masalah *mode-switching* dalam proses karakterisasi ini dibahas oleh Setiawan [20].



Gambar 3 Fenomena *Mode-switching*. Garis dengan tanda berbeda menunjukkan beberapa parameter frekuensi pertama (urut besaran, sesuai Definisi Pers. (5))

7. KESIMPULAN

Penggunaan metamodel sebagai pengganti analisis elemen hingga memberikan keuntungan utama dalam penghematan waktu komputasi dalam proses optimasi. Keuntungan tersebut juga membawa konsekuensi positif lain, dalam meningkatkan kebolehjadian proses optimasi mencapai nilai minimum global dari fungsi objektif. Dengan waktu analisis yang singkat, optimasi dilakukan terhadap beberapa set perkiraan awal sekaligus. Hasil dari masing-masing sub-proses optimasi tersebut kemudian dibandingkan untuk mencari nilai fungsi objektif yang paling rendah. Nilai terendah itulah, diharapkan mencerminkan nilai global fungsi objektif dengan tingkat kebolehjadian yang tinggi. Dalam aplikasi lain, metamodel juga dapat diterapkan untuk algoritme optimasi global, seperti algoritme genetik yang memerlukan jumlah evaluasi yang bahkan lebih besar lagi.

Makalah ini juga membahas salah satu aplikasi Metamodel, yaitu untuk memprediksi sifat mekanik pelat anisotropik. Selain keunggulan dalam kecepatan proses, secara umum, karakterisasi menghasilkan solusi yang akurat. Permasalahan ketidakakuratan karakterisasi yang menyangkut kondisi metamodel yang kurang kondusif

dan berpotensi dapat diatasi dengan pendekatan adaptif, seperti telah diterapkan dalam proses optimasi. Permasalahan lain dari karakterisasi sifat material tertuju pada kelemahan dari pemodelan, seperti rendahnya sensitifitas frekuensi pribadi terhadap rasio Poisson yang menyebabkan rendahnya akurasi prediksi rasio Poisson, atau adanya fenomena *mode-switching*.

8. PUSTAKA

- Jin, R., W. Chen, and T.W. Simpsom, Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001. **23**(1): p. 1-13.
- Meckesheimer, M., et al., Computationally inexpensive metamodel assessment strategies. *AIAA Journal*, 2002. **40**(10): p. 2053-2060.
- Bazan, M., M. Aleksa, and S. Russenschuck, An improved method using radial basis function neural networks to speed up optimization algorithms. *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, 2002. **38**(2).
- Olsson, A.M.J. and G.E. Sandberg, Latin hypercube sampling for stochastic finite element analysis. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 2002. **128**(1): p. 121-125.
- Roux, W.J., N. Stander, and R.T. Haftka, Response surface approximations for structural optimization. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 1998. **42**.
- Kleijnen, J., Statistical tools for simulation practitioners. 1987, *New York: Marcel Dekker*.
- Epidemiological and Public Health Interactive Tools. 2000, *Mathepi*.
- Orr, M., Introduction to radial basis function networks. 1996: *Edinburgh*.
- Chen, S., C. Cowan, and P.M. Grant, Orthogonal least squares learning for radial basis function networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1991. **2**(2): p. 302 - 309.
- Kelley, C.T., Iterative Methods for Optimization. no. 18 in *Frontiers in Applied Mathematics*, SIAM. 1999, Philadelphia: SIAM.
- Sol, H., Identification of anisotropic plate rigidities using free vibration data, Ph.D. Dissertation, *Free University of Brussels (VUB)*, 1986.
- De Wilde, W.P. and H. Sol, Anisotropic material identification using measured resonant frequencies at rectangular composite plates, in *Composite Structure 4*, I.H. Marshal, Editor. 1987. p. 317-324.
- Deobald, L.R. and R.F. Gibson, Determination of elastic constants of orthotropic plates by a modal analysis/Rayleigh-Ritz technique. *J. Sound & Vibration*, 1988. **124**(2): p. 269-283.
- Papazoglou, V.J., N.G. Tsouvalis, and A.G. Lazaridis, A non-destructive evaluation of the material properties of composite laminated plate. *Applied Composite Materials*, 1996. **3**: p. 321-334.
- De Visscher, J., et al., Identification of damping properties of orthotropic composite materials using a mixed numerical experimental method. *Applied Composite Materials*, 1997. **4**: p. 13-33.
- Ayorinde, E.O. and R.F. Gibson, Elastic constants of orthotropic composite materials using plate resonance frequencies, classical lamination theory and an optimized three-mode Rayleigh formulation. *Composite Engineering*, 1993. **3**(5): p. 395-407.
- Pedersen, P. and P.S. Frederiksen, Identification of orthotropic material moduli by a combined experimental/numerical method. *Measurement*, 1992. **10**(3): p. 113-118.
- Frederiksen, P.S., Numerical studies for the identification of orthotropic elastic constants of thick plates. *Eur. J. Mechanics, A/Solids*, 1997. **16**(1): p. 117-140.
- Frederiksen, P.S., Experimental procedure and results for the identification of constants of thick orthotropic plates. *J. Composite Materials*, 1997. **31**(4): p. 360-382.
- Setiawan, R., Composite plate mechanical characterisation through dynamic tests, Ph.D Thesis, in *School of Engineering Sciences, University of Southampton, Southampton*, 2004.