

УДК 539.376

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/1.5>

Рудницький О. Г., к.ф.-м.н., с.н.с.
Рудницька М. О., пров.інж.
Ткаченко Л.В., к.ф.-м.н., н.с.
Печук Є. Д., к.ф.-м.н., н.с.

A.G.Rudnitskii A.G., PhD (Phys.- Math.)
M.A.Rudnytska, Senior engineer
L.V.Tkachenko, PhD (Phys.- Math.)
E. D. Pechuk, PhD (Phys.- Math.).

Застосування нечіткої логіки при пошуку оптимального фільтру в задачах оптоакустики

Application of fuzzy logic in finding the optimal filter in optoacoustics problems

Інститут гідромеханіки НАНУ,
03680, м. Київ, вул. Капніс 8/4
e-mail: lusia.tkch@gmail.com

Institute of hydromechanics NASU,
03680, Kyiv, Kapnis str. 8/4
e-mail: lusia.tkch@gmail.com

У задачах оптоакустики знешумлення зареєстрованих сигналів є одним з найважливіших кроків. Сучасні методи видалення шумів, такі як вейвлет- або курвлет-фільтрація не завжди, на жаль, дають прийнятні результати при їх застосуванні в реальних умовах. Ефективність цих фільтрів суттєво залежить від апріорної інформації про вид шумів та сигналів, чисельних комбінацій та форм параметрів вейвлет-перетворення, а багатовимірне розширення таких фільтрів досить нетривіальне.

Кінцева мета нашого дослідження – виявити оптимальний за своїми характеристиками фільтр, зручний для застосування у лабораторній та медичній практиці, коли види шумів апріорі невідомі, а на налаштування фільтру не повинно витрачатися багато часу. У запропонованій роботі розглядаються просторові фільтри, які мають лише один параметр налаштування – розмір вікна. Аналізуються тривимірні розширення таких фільтрів, як медіанний фільтр та усереднюючий фільтр, їх адаптивні варіанти (просторовий фільтр Вінера та модифікований медіанний), а також ітеративний відсікаючий фільтр. За допомогою теорії нечітких множин в умовах багатокритеріального вибору було виявлено, що найкращими з перелічених фільтрів є модифікований медіанний та відсікаючий ітеративний фільтри, які демонструють найкращі результати за такими характеристиками якості, як відношення сигнал/шум, індекс структурної подібності, середньоквадратичне відхилення та пікове відношення сигнал/шум.

Ключові слова: обробка зображень, адаптивна фільтрація, просторова фільтрація, фотоакустична візуалізація, нечіткі множини.

Denoising is an important step in the early stage of signal preprocessing in optoacoustic applications.

The efficiency of such modern noise removal methods as wavelet or curvlet filtering depends significantly on the numerical combinations and forms of wavelet transform parameters, and the multidimensional extension of such filters is rather non-trivial. These issues are serious obstacle for using of these highly effective filters in the tasks of optoacoustic reconstruction, especially in real laboratorial or medical practice.

The objective of our study was to find the optimal filter, convenient for use in laboratorian and medical practice, when the types of noise are a priori unknown, and the filter settings should not take much time. In the offered work spatial filters which have only one parameter of adjustment - the size of a window are considered.

Three-dimensional extensions of such well-established denoising techniques, as mean filter, median filter, their adaptive variants (Wiener spatial filter and modified median filter), as well as iterative truncated arithmetic mean filter were analyzed. The proposed filters were tested on a test set that contains versions of Shepp-Logan's three-dimensional phantom with mixtures of Gaussian and alpha-stable noise, as well as speckle noise. The identification of the best filter for simultaneous suppression of these types of interference was carried out using the theory of fuzzy sets. In our tests, a modified median filter and an iterative truncated arithmetic mean filter were rated as the best choice when the goal is to minimize aberrations when noise is not known a priory.

Key words: image processing, adaptive filtering, spatial filtering, photoacoustic visualization, fuzzy sets.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я. О.

Вступ

Специфічним явищем, зумовленим взаємодією лазерного випромінювання з речовиною, є збудження акустичних хвиль при імпульсному лазерному впливі. З точки зору взаємодії електромагнітного випромінювання з речовиною, отриманий при цьому акустичний відгук вміщує у собі інформацію про перехідні процеси, що відбуваються в опромінений області. Таким чином, оптично збуджені акустичні імпульси можуть бути використані як для визначення параметрів середовища, крізь яке пройшли ці імпульси (коефіцієнти теплового розширення, теплопровідності, та ін.), так і для дослідження неоднорідностей в об'єкті, що був опромінений, та на його поверхні. Це дозволяє активно використовувати можливості оптоакустичного методу в дефектоскопії, мікроскопії та томографії зразків. Слід зазначити, що оптоакустичний ефект, відкритий А. Белом ще у 1880 році, до створення лазерів використовувався лише в інфрачервоній спектроскопії газів. Розвиток лазерної техніки намітив основні шляхи розвитку оптоакустики: лазерне збудження акустичних відеоімпульсів у рідині, твердому тілі, напівпровідниках, створення гіперзвукових та релеєвських хвиль.

Розроблені згодом методи дистанційної оптичної реєстрації акустичних збурень на поверхні досліджуваного зразка дозволили зробити оптоакустичні дослідження безконтактними та неінвазивними, що зумовило їх широке використання у біомедичних дослідженнях та клінічній практиці (діагностичні програми з дослідженні онкологічних захворювань, візуалізації мозку, розвитку фармацевтичних засобів та моніторингу процесу лікування). Перевага такої методики полягає в тому, що вона використовує можливості висококонтрастного оптичного поглинання та глибокого ультразвукового проникнення. З її допомогою можливо отримувати характеристики, недосяжні на пристроях побудованих на інших фізичних принципах. Однак на цьому шляху існує багато проблем, пов'язаних із видаленням артефактів зображення, мультиспектральною обробкою даних, визначенням кількісних параметрів зображення, стратегіями відновлення зображень та труднощами, пов'язаними із швидкодією операцій реконструкції образів. Важливе місце серед цих проблем займає проблема зниження шумів у оптоакустичних (ОА) сигналах.

Відомо, що частотна смуга ОА-сигналів може бути досить широкою (кілька десятків МГц). Це зумовлено двома причинами. По-перше – частотна смуга оптоакустичного сигналу залежить від тривалості світлового імпульсу. По-друге, частотний спектр ОА-сигналів залежить від розміру цілі [1]. Крім того, ОА-сигнали дуже чутливі до шуму, що створюється периферійним обладнанням (джерело живлення, ступінчастий двигун напівпровідникового лазера тощо). Тому при обробці реальних ОА-сигналів дослідник має справу з ситуацією, коли спектр шуму перебиває смугу пропускання ОА-сигналу. Цей ефект призводить до спотворення компонентів зареєстрованого оптоакустичного сигналу. Отже, без попередньої обробки, реконструйовані зображення можуть страждати від низького співвідношення сигнал/шум та низької роздільної здатності.

Оскільки шумоподавлення знаходиться на самому початку операцій попередньої обробки, воно має великий вплив на результати подальших етапів. Головною перевагою надійного шумоподавлення є те, що воно може запобігти завищенню фону зображення та допомагає виділити слабкі, але суттєві особливості, одночасно запобігаючи утворенню хибних ознак [2]. Вагомою обставиною, також, є те, що задачі оптоакустичної томографії зазвичай вимагають використання погано обумовлених операторів, тому максимально очищені початкові дані можуть мати вирішальне значення для якісної реконструкції досліджуваних об'єктів.

Важливо зауважити, що більшість попередніх методів зниження рівня шумів у ОА-сигналах засновані на квазі-тривимірному підході, коли сигнали, зареєстровані на поверхні зразка очищаються від шумів послідовно від попереднього моменту часу до наступного. Потім з таких очищених фрагментів шар за шаром формується відфільтроване тривимірне зображення досліджуваного об'єкту. Цей підхід перетворює тривимірну просторово-часову задачу в послідовність двовимірних просторових задач. На жаль такий метод руйнує тісний зв'язок між фрагментами у часовому просторі. Залишковий шум та артефакти на відфільтрованих шарах відрізняються кадр до кадру, викликаючи таким чином неприємний суб'єктивно та шкідливий при реконструкції зображень ефект «мерехтіння». Тому результати реконструкції, заснованої на такому підході, на

практиці можуть давати спотворений та незадовільний результат. Крім того, у ОА-зображенні проблема реконструкції завжди тривимірна. Це пов'язано з характером оптоакустичного ефекту, коли для реконструкції об'єкту потрібна інформація з усього обсягу пов'язаних між собою тривимірних даних. Це означає, що більш доцільним і природним методом є тривимірна фільтрація, коли об'єктом фільтрації є об'ємне оригінальне 3D-зображення, а не послідовність двовимірних кадрів.

Надзвичайно важливим моментом у знешумленні ОА-сигналів є вибір фільтра.

У реальній лабораторній практиці види і склад шуму, який присутній в зображеннях, апріорі не відомі. Крім того, дуже часто необхідно автоматично проаналізувати програмним пакетом велику кількість зображень. Очевидно, що в цьому випадку сценарій зміни налаштувань фільтра по відношенню до різних видів шуму може бути досить складним для оператора і займатиме багато часу і зусиль. Одне з можливих рішень цієї проблеми – визначити фільтр, який би забезпечував найкращу продуктивність для одночасного придушення шумів різних видів. При цьому налаштування такого фільтра повинно бути максимально простим – бажано користуватися лише одним параметром.

Серед методів знешумлення, які б могли задовольняти цим умовам слід виділити такі: усереднення сигналу по множині зразків, «ковзаюче усереднення» та частотна фільтрація.

Ефективність першого способу – усереднення сигналу по множині зразків – суттєво обмежується фізіологічними змінами об'єкта у часі, рухами досліджуваної тканини через дихання, серцебиття, перистальтику або м'язовими рухами та механічними зрушеннями іншої природи.

«Ковзаюче усереднення» працює як фільтр низьких частот: воно зазвичай використовується для придушення високочастотних шумів, коли сам сигнал містить в основному низькочастотні компоненти. Частотна фільтрація може істотно знизити рівень шумових перешкод, якщо спектр шуму не перекривається (або має обмежене перекриття) з реальним спектром ОА-сигналу. Однак метод «ковзаючого усереднення» може знівелювати різкі зміни у корисному вихідному сигналі, а метод частотної фільтрації може відкинути потенційно корисні частотні компоненти, перекриті шумом.

Високу ефективність демонструють фільтри, основані на вейвлет-перетворенні, коли доволний

сигнал (функція) розкладаються за деяким ортонормованим базисом, основними властивостями якого є частотно-часова локалізація та масштабованість. Якщо при цьому вдало підібрати базисні вейвлетні функції, метод фільтрації та параметри фільтра, то результати знешумлення для деяких видів шумів можуть бути дуже ефективними. На жаль, наявність великої кількості комбінацій вхідних параметрів (надто у тривимірному випадку) не дає можливості оперативно надавати перевагу якійсь з комбінацій при налаштуванні таких фільтрів у реальних умовах. Крім того, ефективність таких фільтрів суттєво залежить від апріорної інформації як про сам об'єкт, так і про шуми, які спотворюють зображення. У біомедичних дослідженнях та умовах клінічної практики це можливо лише при роботі *in vitro*.

У зв'язку з вищезазначеним, метою цього дослідження був пошук (або розробка) простого, швидкого тривимірного фільтра для ефективного придушення невідомих апріорі шумів різних видів, які співіснують у ОА-сигналах. При цьому, такий фільтр повинен бути максимально простим і зрозумілим у налаштуванні.

Дизайн фільтрів

Більшість методів шумоподавлення для їх оптимальної роботи вимагають встановлення деяких параметрів вручну. Ці фільтри можуть давати дуже високу ефективність, але зазвичай вони не відповідають реальним умовам клінічної практики завдяки необхідності тонкого і тривалого налаштування численних параметрів. Тому, увага була зосереджена на найпростіших просторових фільтрах, які мають лише один параметр управління – розмір вікна. Цей параметр простий і інтуїтивно зрозумілий для оператора, оскільки він пов'язаний з мінімальним розміром об'єкта, який слід враховувати при аналізі зображень.

Перші два просторові фільтри, які ми розглядали, це усереднюючий (метод «ковзаючого усереднення») і медіанний фільтри. Усереднюючий фільтр (Mean) – це найпростіший лінійний фільтр, а медіанний – найпростіший нелінійний фільтр.

Перший з них є оптимальним для придушення адитивного гаусівського шуму (оптимальним з точки зору оцінки функції максимальної правдоподібності). На цій основі з'явилося багато лінійних фільтрів, які ефективно послаблюють адитивний гаусівський шум. На жаль, такі фільтри погано працюють з

довгохвостими шумами, розмивають дрібні структури зображення і спотворюють їх границі.

Навпаки, медіанний фільтр має переваги у придушенні довгохвостого шуму. Цей фільтр зазвичай застосовується для видалення імпульсних шумів на зображеннях і не розмиває краї.

Він є оптимальним для оцінки функції максимальної правдоподібності лапласівського шуму і до його недоліків слід віднести низьку ефективність у придушенні гаусівського шуму (погіршення може сягати 40% у порівнянні з лінійними фільтрами), сплюснення трикутних верхівок, розмиття границь об'єктів на зображенні при збільшенні розмірів вікна.

Фільтр Вінера – фільтр з вдосконаленою лінійною технікою просторової фільтрації (фільтр мінімальної середньоквадратичної помилки MMSE). Цей фільтр адаптується до сигналу, пристосовуючись до його локальної дисперсії. Він виконує менше згладжування там, де дисперсія велика, тоді як в областях з малою дисперсією виконується більше згладжування. Найкраще цей фільтр працює з гаусівським або рівномірним шумом і для n -мірного гіперкуба визначається наступним чином:

$$b_w(d_1, \dots, d_n) = \mu + \frac{\sigma^2 - v^2}{\sigma^2} (a(d_1, \dots, d_n) - \mu),$$

де d_1, \dots, d_n – координати дискретної точки в n -мірному гіперкубі;

$$\mu = \frac{1}{\prod_{i=1, \dots, n} D_i} \sum_{d_1, \dots, d_n \in \eta} a(d_1, \dots, d_n) \quad \text{є місцевим}$$

(тобто віконним) середнім значенням; D_i – довжина i -го розміру гіперкуба;

$$\sigma^2 = \frac{1}{\prod_{i=1, \dots, n} D_i} \sum_{d_1, \dots, d_n \in \eta} [a(d_1, \dots, d_n) - \mu]^2 \quad \text{–}$$

дисперсія навколо кожного пікселя в n -мірному сигналі; $a(d_1, \dots, d_n)$ – значення кожного пікселя, що міститься в області η n -мірного сигналу, v – загальна дисперсія шуму досліджуваного сигналу.

Працюючи таким чином, MMSE фільтр зберігає деталі зображення, одночасно усуває шум і зазвичай дає кращі результати, ніж стандартна неадаптивна лінійна фільтрація.

Для використання взаємодоповнюючих якостей та переваг медіанного фільтра та фільтра Вінера і взаємного усунення відповідних недоліків було запропоновано нелінійний адаптивний просторовий фільтр:

$$b_{mmwf}(d_1, \dots, d_n) = \tilde{\mu} + \frac{\tilde{\sigma}^2 - \tilde{v}^2}{\tilde{\sigma}^2} (a(d_1, \dots, d_n) - \tilde{\mu}),$$

$$\text{де } \tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{\prod_{i=1, \dots, n} D_i} \sum_{d_1, \dots, d_n \in \eta} [a(d_1, \dots, d_n) - \tilde{\mu}]^2 \quad \text{–}$$

дисперсія навколо кожного пікселя середньо-квадратичного відхилення n -мірного сигналу від медіани $\tilde{\mu}$, $\tilde{\mu} = \text{Median}[a(d_1, \dots, d_n)]$ – локальна

(тобто віконна) медіана, \tilde{v}^2 – це дисперсія шуму, яка оцінюється, як медіана усіх локальних

дисперсій $\tilde{\sigma}^2$, які обчислюються для кожного вікна, визначеного для кожної точки

багатомірного сигналу.

Така модифікація оригінальної формули фільтра Вінера має дуже значні наслідки, спричинені введенням в адаптивний контекст медіанного оператора.

Зокрема, цей модифікований медіанний (MMedian) фільтр полегшує видалення імпульсних шумів з фону сигналу (властивість, типова для медіанного фільтра), зберігаючи незмінними краї. Тобто, на відміну від медіанного та вінерівського фільтра, цей фільтр гарно зберігає морфологію країв на ізольованих деталях зображення.

Ще одним фільтром, який також будується так, щоб забезпечити компроміс між перевагами та недоліками усереднюючого та медіанного фільтрів, є нещодавно запропонований ітераційний усікаючий середньоарифметичний фільтр (ITM) [7]. Цей фільтр ітераційно скорочує граничні значення сигналу у фільтруючому вікні до динамічного порогу. Цей поріг гарантує, що вихід фільтра сходиться до медіани вхідних вибірок. Правильний критерій зупинки дозволяє ITM-фільтру використовувати переваги, як середньоарифметичного, так і медіанних операторів.

***In Silico* експеримент**

Для того, щоб оцінити ефективність різних підходів до видалення шумової перешкоди при предобробці реальних оптоакустичних сигналів, а також для порівняння впливу різних алгоритмів фільтрації на різні типи шуму, було проведено ряд числових експериментів у яких чисте синтетичне зображення спотворювалось різними видами штучно згенерованих шумів.

У якості чистого тестового образу виступав тривимірний Shepp-Logan фантом – синтетичне зображення, що широко використовується дослідниками в томографії. Цей фантом складається з відповідним чином впорядкованих

еліпсів (у тривимірному випадку – еліпсоїдів) різної величини, орієнтації та оптичної щільності (див. Рис.1). Така модель досліджуваного об'єкту була обрана в якості еталону завдяки своїй простоті, показовості з точки зору відображення анатомічних особливостей людської голови, а також завдяки широкому застосуванню такої моделі при дослідженні біомедицинських зображень.

Масиви даних (зображення), які були пошкоджені шумовими компонентами, створювались із різними піковими співвідношеннями сигнал/шум (PSNR) для гаусівського шуму, шуму «сіль та перець», суміші гаусівського та альфа-стабільного шумів, суміші гаусівського та спекл шумів.

Шум

Слід зазначити, що шум у реальному цифровому зображенні виникає не з одного джерела. Кожен елемент у ланцюжку перетворень, зареєстрованого датчиком сигналу дає свій внесок у остаточне спотворення вихідного зображення. У реальній практиці типи та суміші шумів, присутні на зображеннях, апріорі невідомі. Ось чому ми використовували досить загальну модель для змішаного шуму, що містить адитивний та ексклюзивний шуми:

$$g(d_1, \dots, d_n) = \begin{cases} f(d_1, \dots, d_n) + n(d_1, \dots, d_n), & \text{при } p \\ e(d_1, \dots, d_n), & \text{при } 1-p \end{cases}$$

де $g(d_1, \dots, d_n)$ – пошкоджене шумом зображення, $f(d_1, \dots, d_n)$ – вільний від шумів оригінальний (вхідний) сигнал, $n(d_1, \dots, d_n)$ – адитивний шум (це може бути коротко- чи довгохвостий шум, такий як гаусівський або лапласівський шум) і $e(d_1, \dots, d_n)$ – це ексклюзивний шум. Ексклюзивним шумом може бути імпульсний шум, такий як «сіль та перець», або однорідно розподілений імпульсний шум. Поява кожного з цих двох типів шумів контролюється значенням ймовірності p , $p \in [0,1]$. Якщо p менше 1, виникає ексклюзивний шум, у іншому разі маємо справу з адитивним шумом.

Для адитивного шуму використовувався гаусівський та альфа-стабільний шум.

Альфа-стабільний шум, який також називають шумом Леві, був запропонований Леві, коли він вивчав узагальнену центральну граничну теорему [3,4]. Альфа-стабільний розподіл широко

використовується для аналізу та моделювання сигналів з багатьох причин: у реальному житті існує багато негаусівських сигналів імпульсної природи і важкими хвостами їхнього розподілу. Це можуть бути підводні сигнали, сигнали атмосферного середовища, шуми телефонних ліній, деякі сигнали мобільного зв'язку тощо.

Для щільності ймовірності альфа-стабільного шуму не існує виразу у замкнутій формі, але його можна описати за допомогою характеристичної функції:

$$\varphi(t) = \exp\left(it\mu - \gamma^\alpha |t|^\alpha (1 - i\beta \operatorname{sgn}(t)\omega(t, \alpha))\right);$$
$$\omega(t, \alpha) = \begin{cases} \tan(\pi\alpha), & \alpha \neq 1; \\ 2 \ln |t| / \pi, & \alpha = 1, \end{cases}$$

де характеристична експонента α є найважливішим параметром, що визначає особливості альфа-стабільного шуму ($0 < \alpha \leq 2$). Чим менше значення α , тим важчим є хвіст розподілу та більш імпульсний характер сигналу.

При $\alpha = 2$, альфа-стабільний розподіл стає розподілом Гауса із середнім значенням μ та дисперсією $\sigma^2 = 2\gamma^2$. У випадках $\alpha = 1$, $\beta = 0$ та $\alpha = 1/2$, $\beta = 1$, альфа-стабільний розподіл перетворюється у розподіли Коші та Леві відповідно.

Ще одним видом шуму, який є дуже важливим при обробці ОА-сигналів, є спекл-шум [5]. Це «зернистий» шум, який зазвичай спостерігається майже у всіх когерентних системах візуалізації, таких як лазерні, акустичні та SAR (радар із синтетичною апертурою) зображення.

Спекл, спекл-структура (англ. *Speckle* – краплинка, плямка) – це випадкова інтерференційна картина створена взаємною інтерференцією когерентних хвиль, які мають випадкові зсуви фаз чи інтенсивностей. Нерівномірність фону при цьому обумовлюється когерентним додаванням сигналів, прийнятих від множини елементарних відзеркалювачів, зосереджених у межах одного елемента поверхні. Наявність спекл-шуму у зображенні призводить до зменшення контрасту зображення та ускладнення виконання таких операцій обробки, як виявлення країв або сегментація.

Математично спекл-шум може бути змодельований як різновид мультиплікативного шуму, коли зашумлене зображення $g(d_1, \dots, d_n)$, описується формулою

$g(d_1, \dots, d_n) = f(d_1, \dots, d_n) \cdot (1 + n(d_1, \dots, d_n))$,
де $f(d_1, \dots, d_n)$ – оригінальне (неспотворене
зображення), а $n(d_1, \dots, d_n)$ – випадковий
гаусівський процес з нульовим середнім. Тобто це
– шум, що залежить від сигналу.

Запропоновані моделі шумів (гаусівський,
«сіль та перець», альфа-стабільний, спекл-шум та
їхні суміші) перекривають найбільш ймовірні
види шумів, які можуть відповідати реальній
лабораторній або медичній практиці при
реконструкції оптоакустичних образів.

Тестування фільтрів

Оцінка якості зображення – одна з
найважливіших частин процесу дослідження при
розробці систем фільтрації та реконструкції
образів [8,9].

Було обрано 4 міри якості зменшення шуму:
середньоквадратична помилка (MSE), відношення
сигнал/шум (SNR), пікове відношення
сигнал/шум (PSNR) та індекс структурної
подібності (SSIM – structure similarity).

Перші три показники визначаються
співвідношеннями:

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [I(i, j) - K(i, j)]^2,$$

$$PSNR = 20 \log_{10} \left(\frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right),$$

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}} \right).$$

Тут MAX_I – це максимально можливе
значення серед пікселів зображення (у випадку
8-біт представлення, це 255), $I(i, j)$ – чисте
оригінальне зображення розміру $m \times n$ у градаціях
сірого, $K(i, j)$ його зашумлене наближення і P –
середня потужність.

Останні два показники виражаються у дБ.

Зазначені міри безпосередньо вимірюють
різницю між зображеннями попіксельно. Вони є
привабливими кількісними показниками втрати
якості зображення завдяки простоті та
математичній зручності. Але, на жаль, вони не
завжди відповідають суб'єктивному зоровому
сприйняттю якості зображення людиною.

Альтернативною оцінкою якості, заснованою
на зміні структурної інформації, є індекс
структурної самоподібності SSIM [10]. Цей індекс
розроблявся для вдосконалення традиційних
методів і вважається неофіційним стандартом

оцінки якості зображень при наявності
еталону. SSIM оцінює візуальний вплив трьох
характеристик зображення: яскравості ($I(x,y)$),
контрасту ($c(x,y)$) та структури ($s(x,y)$). Загальний
показник є мультиплікативною комбінацією
трьох множників:

$$SSIM(x,y) = [I(x,y)]^\alpha \cdot [c(x,y)]^\beta \cdot [s(x,y)]^\gamma,$$

де

$$I(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + c_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1},$$

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + c_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2},$$

$$s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + c_3}{\sigma_x\sigma_y + c_3},$$

а $\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y$, та σ_{xy} – місцеві (віконні) середні
значення, стандартні відхилення та перехресна
коваріація оцінюваного зображення відповідно.
При $\beta = \gamma = 1$ та $c_3 = c_2/2$, вираз для індекса
спрощується:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)},$$

де $c_1 = (k_1L)^2$, $c_2 = (k_2L)^2$ дві змінні для
стабілізації операції ділення з малими значеннями
знаменника; L – динамічний діапазон значень
пікселів (як правило, це $2^{\#bits/pxel} - 1$); $k_1=0.01$ і
 $k_2=0.03$. Отриманий індекс SSIM приймає
значення від –1 до 1. Значення 1 досягається лише
у випадку двох однакових наборів даних.

Як вже зазначалося, тестовим зображенням
для оцінки ефективності розроблених алгоритмів
виступав 3D-фантом Шеппа-Логана, центральні
двовимірні перерізи якого вздовж осей
 x, y, z наведені на Рис.1. Для прогнозування того,
які методи зменшення шуму можуть бути більш
плідними, а також для порівняння впливу різних
категорій шуму на різні алгоритми фільтрації
використовувались зображення, штучно
пошкоджені шумом. Набори даних були створені
з різним піковим співвідношенням сигнал/шум
(PSNR) для гаусівського шуму та для сумішей
різних видів шуму. Було застосовано 5
розроблених 3D-фільтрів: усереднюючий фільтр,
медіанний фільтр, просторовий фільтр Вінера,
модифікований медіанний фільтр та ітеративний
відсікаючий середньоарифметичний. У всіх
випадках для всіх фільтрів використовувались
3-воксельні вікна. Розмір Шепп-Логан фантома
був $256 \times 256 \times 256$ (у вокселях). Для перших
трьох фільтрів фільтрація виконувалась двічі для

одного зображення, а для ітеративного відсікаючого середньоарифметичного фільтра використовувалися лише 3 ітерації. Така невелика

кількість ітерацій була обрана після дослідження, яке показало швидку збіжність фільтра.

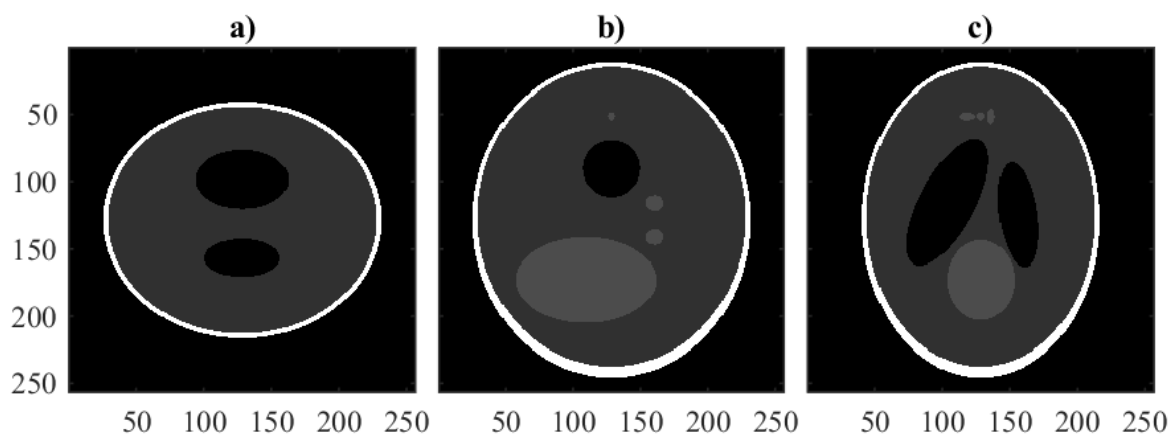


Рис.1. Центральні перерізи тривимірного Шепп-Логан фантома.

Загалом було проведено 20 числових експериментів для кожного з видів шумів та їх сумішей і для кожного фільтра, після чого були обчислені усереднені показники для кожної міри якості реконструкції (тобто для MSE, SNR, PSNR та індекса структурної подібності SSIM).

Нижче наведено приклади зображень із створених наборів для різних видів шумів, оброблених різними фільтрами. На Рис.2(a) показані результати фільтрації 3D-зображень, пошкоджених гаусівським шумом з PSNR = 10 дБ, а на Рис.2(b) – результати фільтрації для суміші гаусівського та імпульсного шуму з PSNR = 10 дБ.

З рисунків видно, що для обраних категорій шумів візуально найкращі результати демонструють MMedian та ITM фільтри, у той час як усереднюючий фільтр розмиває границі на

деталях зображення, а вінерівський фільтр суб'єктивно недосить чітко відтворює структуру образів, що реконструювались.

Порівняти роботу MMedian та ITM фільтрів можна, аналізуючи Рис.3. На Рис.3(б) показані лінії профілю центральних перерізів фантома Шепп-Логана над його центральною областю. На Рис.3(a) це центральна вертикальна лінія на двовимірному перерізі, яка ділить образ на зашумлену частину (ліва половина рисунку) і відфільтровану (права половина). Видно, (особливо на врізці Рис.3(б)) що для цього конкретного випадку обидва фільтри добре зберігають границі деталей зображення, що аналізується, але дещо кращі результати дає MMedian-фільтрація.

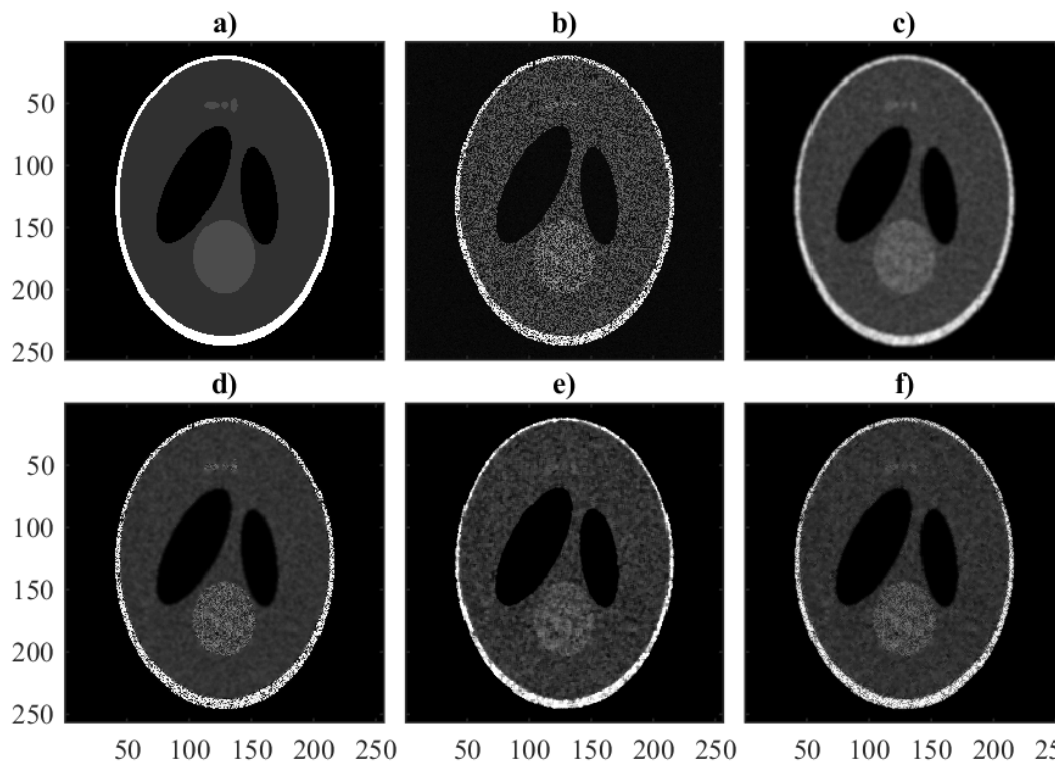


Рис.2. Центральний переріз Шепп-Логан-фантома вздовж вісі z : а) оригінальний образ; б) образ, пошкоджений сумішшю гаусівського та альфа-стабільного шуму (PSNR = 10 дБ); с) відфільтрований усереднюючим фільтром; д) відфільтрований вінерівським фільтром; е) відфільтрований модифікованим медіанним (MMedian) фільтром; ф) відфільтрований ІТМ фільтром.

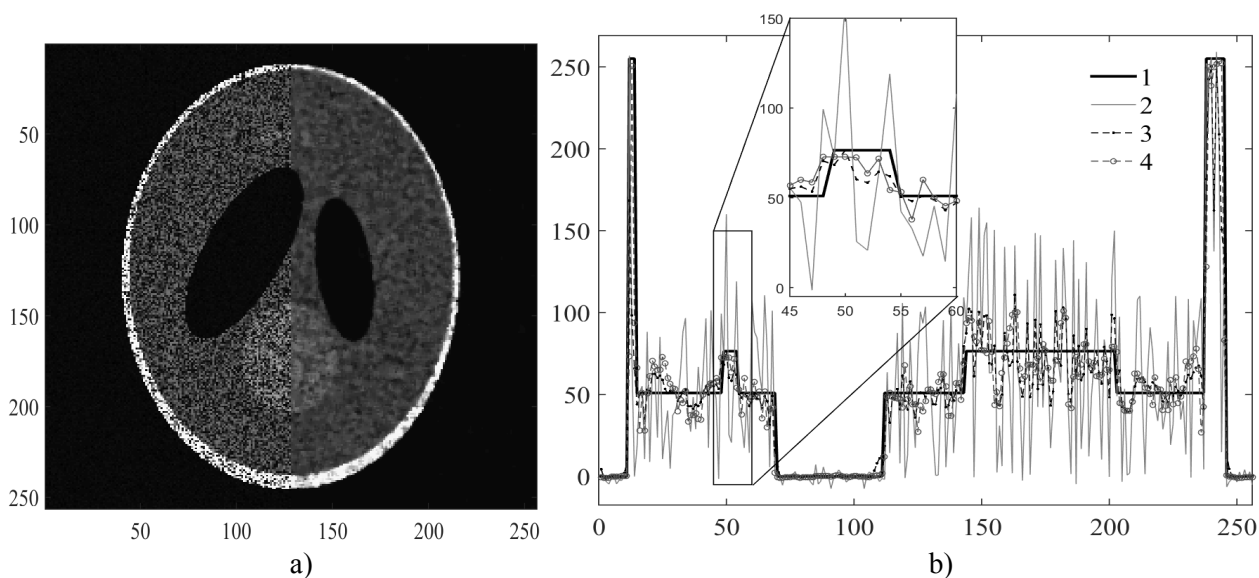


Рис.3 а) Центральний поперечний переріз у Шепп-Логан фантомі із сумішшю гаусівського та альфа-стабільного шуму (права частина) та після MMedian-фільтрації (ліва частина); б) Лінії профілю вздовж центрального вертикального перерізу Рис.3(а): лінія 1 – профіль вільного від шумів сигналу, 2 – зашумлений профіль, 3 – профіль після ІТМ-фільтрації, 4 – профіль після модифікованої медіанної фільтрації.

Узагальнене (по 20-ти вибірках) порівняння ефективності різних видів фільтрів для однієї з найбільш важливої з практичної точки зору і

складної для обробки сумішей шумів – суми гаусівського та альфа-стабільного шуму (PSNR = 15 Дб) – представлено у Таблиці 1.

Таблиця 1

Суміш Альфа-стабільного та гаусівського та шуму

Міра Фільтр	MSE	SNR	PSNR	SSIM	Time(s)
Noise	2057,5±16	50,96 ±0.03	15,00 ±0.03	0,09	
Mean	680,2 ±3	55,77 ±0.02	19,80 ±0.02	0,11	7
Wiener	482,28 ±7	57,26 ±0.06	21,30 ±0.06	0,13	8
MMedian	113,55 ±2	63,54 ±0.07	27,58 ±0.07	0,16	485
ITM	271,98 ±4	59,75 ±0.09	23,79 ±0.09	0,14	53

Як видно з таблиці, для цієї суміші шумів друге місце відповідно по всіх мірах якості. MMedian та ITM фільтри посідають перше та

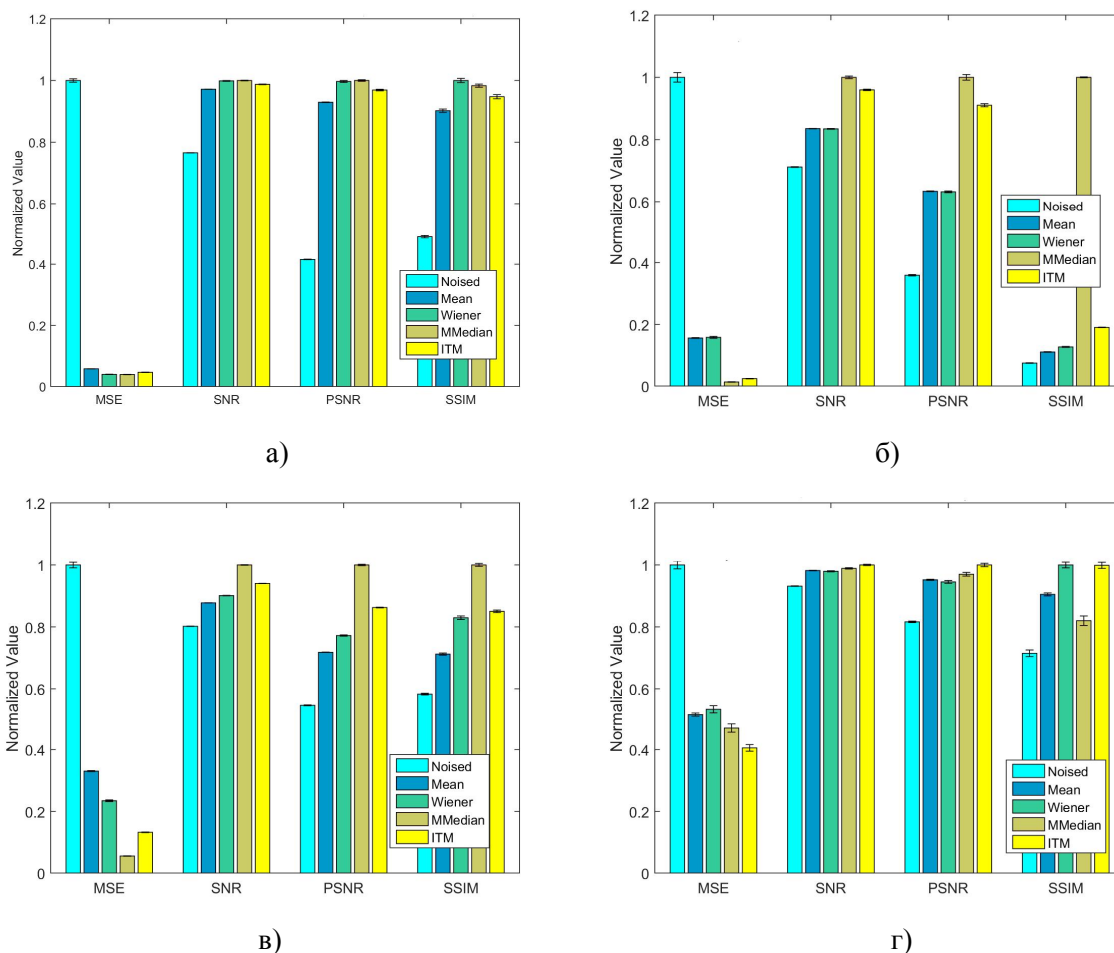


Рис.4. Ефективність різних фільтрів для різних видів шуму. а) Середні показники для гаусівського шуму (RSNR=10дБ); б) Середні показники для шуму "сіть та перець"; в) Середні показники для суміші гаусівського та альфа-стабільного шумів; г) Середні показники для суміші гаусівського та спекл шумів

Зауважимо, що час виконання процедури (останній стовпчик) також є важливим параметром для оцінки ефективності роботи різних методів. Алгоритм може втрачати свою цінність, якщо час його роботи затримує нормальний робочий процес.

Аналогічний аналіз був проведений і для інших видів шумів. Нормовані на відповідну міру, стовпчасті діаграми на Рис.4 демонструють ефективність запропонованих фільтрів для різних комбінацій фільтрів та шумів. Зробити усвідомлений вибір найкращого варіанту серед такого масиву графічних чи табличних даних дуже проблематично. Наприклад, у даному разі необхідно знайти найкращий варіант серед множини значень, представлених тривимірною матрицею із осями: вид метрики, вид шуму, вид фільтру. Нагадаємо, що метою дослідження було знайти глобально найкращий фільтр для всіх запропонованих категорій шуму по всім обраним метрикам. Крім того, перевагу одного фільтра над іншим бажано визначити кількісно і отримані оцінки мають бути ранжовані.

Оцінка нечітких множин

Отже, необхідно зробити чіткій вибір за умов, коли одна множина альтернатив краща в одних ситуаціях, інші альтернативи кращі за інших умов, і жоден з варіантів не дає найкращого результату загалом.

Одним із найпопулярніших та найефективніших підходів при прийнятті рішень в умовах невизначеності є підхід, заснований на теорії нечітких множин [9,10].

У класичній аристотелівій логіці твердження може бути лише істинним чи хибним і нічого між ними. Однак найчастіше реальні проблеми не завжди бувають однозначно істинними чи

хибними. Зазвичай реальні ситуації є невизначеними, або мають на виході декілька варіантів. У нечіткій логіці замість величин істина і помилка (1 чи 0) істинність «розмита» і тому використовується деякий ступінь істини, який може приймати значення з нескінченної множини від 0 до 1 включно, тобто логічні операції задаються деякими характеристичними функціями. Числові значення таких функцій належності визначають ступінь сумісності кожного об'єкта із властивостями, характерними для всієї множини об'єктів.

У нашому випадку, концептуально функція належності призначалася для кількісної оцінки здатності фільтра видаляти шум і кожна з них будувалася в такий спосіб: для кожної оцінки шумозаглушення вибиралися мінімальне і максимальне значення міри якості (MSE, SNR, PSNR та SSIM). Потім відповідні міри нормувалися в діапазоні від 0 до 1 з урахуванням раніше оцінених мінімальних і максимальних значень цих мір. Відповідно до такого перемасштабування функція належності фільтра, який демонструє найкращі характеристики шумозаглушення для даного виду шуму і для обраної міри якості, приймала значення, яке дорівнює 1. І навпаки, фільтру, що дає найгіршу продуктивність шумозаглушення відповідала функція належності приймаюча нульові значення. Оскільки наша кінцева мета – визначити, який фільтр демонструє найкращу продуктивність у шумозаглушенні чотирьох різних категорій шуму для всіх розглянутих мір якості, до кожного із змодельованих шумів була застосована *максимінна* згортка нечітких відношень. Після застосування до отриманої множини значень принципу Беллмана-Заде була отримана Таблиця 2.

Таблиця 2

Ефективність фільтрів для різних видів шуму по всім мірам якості

Фільтр \ Шум	Gauss	Impulse	Gauss+Impulse	Speckle+Gauss	Time(s)
Mean	0.81	0.13	0.62	0.97	7
Wiener	0.99	0.17	0.35	0.92	8
MMedian	0.96	1.0	1.0	0.93	485
ITM	0.90	0.43	0.87	1.0	53

З таблиці видно, що найкращі властивості для демонструє MMedian-фільтр, який дає глобальної фільтрації по всім мірам якості максимальний результат по мінімуму для

кожного класу. Зауважимо, що в представленій таблиці при підрахунку ефективності не приймався до уваги час фільтрації. Тут він представлений в секундах і передбачається, що оператор має його оцінювати на робочому місці, виходячи з конкретної ситуації. Зрозуміло, що цей параметр також легко може бути формалізований згідно до описаної процедури.

У результаті було отримано, що без врахування часових витрат найкращу продуктивність демонструє MMedian-фільтр, враховуючи ж швидкодію досліджуваних алгоритмів, слід віддати перевагу ITM-фільтру.

Зауважимо, що додатково до описаної вище (max-min)-композиції розраховувалась також (max-prod)-композиція нечітких відношень. Вона показала аналогічні результати. Тобто різні підходи багатокритеріальної оптимізації дають однакові результати. Відповідно до загальних рекомендацій прикладного системного аналізу відносно принципу багатомодельності, можна зробити висновок, про наявність стійкого зв'язку між елементами моделей. Стосовно розглядуваної проблеми, співпадіння результатів дає підстави для більш впевненого вибору найбільш ефективних методів фільтрації.

Висновки

Метою цього дослідження був пошук та розробка тривимірного фільтра, який би забезпечував поєднання високої ефективності по найбільш уживаним мірам якості з простотою налаштування, та нечутливістю до виду шуму. Для цього у пакеті МАТЛАБ були спроектовані тривимірні нелінійні адаптивні просторові MMedian та ITM фільтри, та три тривимірні загальноновживані фільтри (усереднюючий, медіанний та вінерівський) для усунення чотирьох різних видів шуму: гаусівський (PSNR

10 Дб), суміш альфа-стабільного та гаусівського шуму (PSNR 10 Дб), суміш гаусівського та спекл-шуму (PSNR 10 Дб), та імпульсний шум "сілі та перець".

Комп'ютерне моделювання і наступне тестування розроблених алгоритмів на основі багатокритеріальної оптимізації нечітких множин показало, що найкращі результати з точки зору кількісних мір якості і візуальної оцінки демонструють ITM та MMedian-фільтри для одночасного придушення різних видів шуму (глобальна фільтрація).

Дослідження показало, що MMedian та ITM фільтри дозволяють ефективно придушувати шум, одночасно зберігаючи незмінені краї та морфологію деталей зображення. Для налаштування цих фільтрів потрібен лише один інтуїтивно зрозумілий параметр – розмір фільтруючого вікна. ITM-фільтр використовує лише арифметичні операції, тому він швидший, ніж фільтрація, основана на інших принципах. Розроблені тривимірні MMedian та ITM фільтри потребують мінімальний об'єм апріорної інформації і можуть використовуватися для нестационарних сигналів з неструктурованими варіаціями інтенсивності, а адаптивний характер цих фільтрів дозволяє розглядати їх як ефективний інструмент придушення різних типів шуму для широко круга задач обробки багатовимірних сигналів.

Acknowledgements

A.G. Rudnitskii and M.A. Rudnytska were supported by VW Foundation program "Modeling, Analysis, and Approximation Theory toward application in tomography and inverse problems."

References

1. Li C., Wang L. V., Photoacoustic tomography and sensing in biomedicine// *Physics in Medicine and Biology*. – 2009. – **54**, № 19. – P. 59-97.
2. Marengo, E., Robotti, E., Antonucci, F., Cecconi, D. et al., Numerical approaches for quantitative analysis of twodimensional maps: a review of commercial software and home-made systems. // *Proteomics*. – 2005. – **5**. – P. 654–666.
3. Mandelbrot B. The Pareto-Lévy Law and the Distribution of Income// *International Economic Review* 1960 – **1**, №. 2 P. – 79-106
1. LI C., WANG L. V.(2009), Photoacoustic tomography and sensing in biomedicine// *Physics in Medicine and Biology*, 54(19), p. 59-97.
2. MARENGO, E., ROBOTTI, E., ANTONUCCI F., CECCONI, D. et al.(2005), Numerical approaches for quantitative analysis of twodimensional maps: a review of commercial software and home-made systems. // *Proteomics*, 5, p. 654–666.
3. MANDELBROT B.(1960) Pareto-Lévy Law and the Distribution of Income// *International Economic Review*, – **1**(2), p. – 79-106

4. Janicki A., Weron A. Simulation and Chaotic Behavior of Alpha-stable Stochastic Processes . – CRC Press, 1993. – 376 p.
5. M. Forouzanfar and H. Abrishami Moghaddam, Ultrasound Speckle Reduction in the Complex Wavelet Domain, in book “Principles of Waveform Diversity and Design”, M. Wicks, E. Mokole, S. Blunt, R. Schneible, and V. Amuso (eds.), SciTech Publishing, 2010, Section B – Part V: Remote Sensing, pp. 558-77
6. Cannistraci, C. V., Montevercchi, F. M. & Alessio, M. Median-modified Wiener filter provides efficient denoising, preserving spot edge and morphology in 2-DE image processing.// *Proteomics*. – 2009. – 9. – P. 4908–4919.
7. Xudong Jiang, Iterative Truncated Arithmetic Mean Filter and its Properties// *IEEE Transactions on Image Processing*. – 2012. – 21, №4. – P.1537-1547.
8. Pedersen, M., Hardeberg, J. Y. Full-reference image quality metrics: Classification and evaluation // *Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision*, 2012, V. 7, № 1. – pp. 1–80.
9. Lin W., Kuo C. C. J. Perceptual visual quality metrics: A survey // *Journal of Visual Communication and Image Representation*.– 2011. – T. 22. – №. 4. – pp. 297–312.
10. Wang Zhou, Bovik, Alan C., Sheikh, Hamid R., and Simoncelli, Eero P. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. //*IEEE Transactions on Image Processing*, Volume 13, Issue 4, pp. 600–612, April 2004.
11. Zadeh, L. A., Fuzzy sets. //*Inf. Control*. – 1965. – 8. – P.338–353.
12. Zadeh, L. A., Toward a generalized theory of uncertainty. //*Information Sciences*. – 2005. – Vol. 172. – P. 1-40
4. JANICKI A., WERON A.(1993) *Simulation and Chaotic Behavior of Alpha-stable Stochastic Processes* . – CRC Press.
5. M. FOROUZANFAR and H. ABRISHAMI –MOGHADDAM (2010). Ultrasound Speckle Reduction in the Complex Wavelet Domain, in “Principles of Waveform Diversity and Design”, M. Wicks, E. Mokole, S. Blunt, R. Schneible, and V. Amuso (eds.), *SciTech Publishing*, Section B – Part V: Remote Sensing, p. 558-77
6. CANNISTRACS, C. V., MONTEVECCHI, F. M. & ALESSIO, M.(2009). Median-modified Wiener filter provides efficient denoising, preserving spot edge and morphology in 2-DE image processing. *Proteomics*, 9, p.4908–4919.
7. XUDONG JIANG (2012). Iterative Truncated Arithmetic Mean Filter and its Properties. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21(4), p.1537-1547.
8. PEDERSEN, M., HARDEBERG, J. Y. (2012). Full-reference image quality metrics: Classification and evaluation. *Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision*, 7(1), p. 1–80.
9. LIN W., KUO C. C. J.(2011). Perceptual visual quality metrics: A survey. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 22(4), p. 297–312.
10. WANG ZHOU, BOVIK, ALAN C., SHEIKH, HAMID R., and SIMONCELLI, EERO P. (2004). Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4), p. 600–612.
11. ZADEH, L. A.(1965). Fuzzy sets. *Inf. Control*, 8, p.338–353.
12. ZADEH, L. A.(2005), Toward a generalized theory of uncertainty. //*Information Sciences*, 172. p. 1-40

Надійшла до редколегії 22.01.2021