УДК 519.233+556

https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/4.3

Кізілова Н. М., д. ф.-м. н., проф.
Ричак Н. Л., к. геогр. н., доцент

Імовірнісні моделі менеджменту водними ресурсами на урбанізованих територіях

[1]Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: n.kizilova@gmail.com
[2]Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна, Харків, пл. Свободи, 4,
e-mail: rychak@ukr.net

N. M. Kizilova, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.
N. L. Rychak, PhD (Geogr.), docent

Probabilistic models of water resources management on urbanized areas

[1]V.N. Karazin Kharkiv National University, 61022, Kharkov, Svobody sq., 4,
e-mail: n.kizilova@gmail.com
[2]V.N. Karazin Kharkov National University, 61022, Kharkov, Svobody sq., 4,
e-mail: rychak@ukr.net

Поступові глобальні зміни клімату ставлять перед математичними науками нові задачі, які пов'язані з прогнозуванням метеорологічних умов, підготовкою інфраструктури до можливих злив, штормів, посух та ін. несприятливих подій. Одними з найбільш поширених підходів є синтетичні регресійно-імовірнісні моделі, які використовують просторово-часові функції густини імовірності опадів. В роботі такий підхід застосований до статистичних даних кількості опадів в Харківській області, яка показує тенденції до поступового підвищення температури повітря, високі індекси водного стресу, індекси загроз посух і повеней. Відкриті дані о розподілах температур і кількості опадів оброблено за допомогою різних імовірнісних статистик. Показано, що логнормальний розподіл найбільш точно відповідає даним вимірювань і дозволяє робити точніші прогнози. Проведені оцінки ймовірностей посух і повеней в Харківській області при різних сценаріях динаміки змін клімату. Результати дослідження можуть використатися для менеджменту водними ресурсами на урбанізованих територіях за умов потепління клімату.

Ключові слова: якість води, глобальні зміни клімату, математичне моделювання, імовірнісні моделі.

Gradual global climate change poses new challenges to the mathematical sciences, which are related to forecasting of meteorological conditions, preparing the infrastructure for possible rains, storms, droughts, and other climatic disasters. One of the most common approaches is synthetic regression-probability models, which use the spatio-temporal probability density functions of precipitation level. This approach is applied to the statistics of precipitation in the Kharkiv region, which shows the tendency to a gradual increase in air temperature, high indices of basic water stress, indices of drought and riverside flood threats. Open data on temperature distributions and precipitation were processed using various probability statistics. It is shown that the lognormal distribution most accurately describes the measurement data and allows making more accurate prognoses. Estimates of drought and flood probabilities in Kharkiv region under different scenarios of climate change dynamics have been carried out. The results of the study can be used for management of water resources on urban territories at global climate warming.

Key words: water quality, global climate change, mathematical modeling, probabilistic models.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я. О.

1. Вступ

Глобальні зміни клімату, які пов'язані з потеплінням і зниженням вологості повітря, таненням льодів Антарктиди і Гренландії, південною осциляцією Ель-Ніньо та ін., приводять до незворотних змін у природі: гибелі популяцій риб і тварин, раптових злив і повеней, суховіїв і лісових пожеж [1]. Відповідні фізичні процеси не є регулярними, а для їх дослідження і прогнозування використовують імовірнісні математичні

моделі. Згідно з даними[1] Всесвітнього Інституту Ресурсів (World Resources Institute), велика частина території України має високий (3-4) або середній (2-3) індекси стресу з водопостачанням, найвищий рівень засухи (0.8-1) і досить високий (3-5) індекс прибережних повеней [2]. Значення середньої, мінімальної та максимальної за місяць температур по Харківській області протягом року. наведені на Рис.1. Найнижчі та найвищі за весь період спостережень температури були зафіксовані в 1893-1964 рр. і 1931-2015 рр. відповідно, що свідчить про помітне потеплення клімату на території області. Аналогічні висновки можна зробити і для інших областей України.

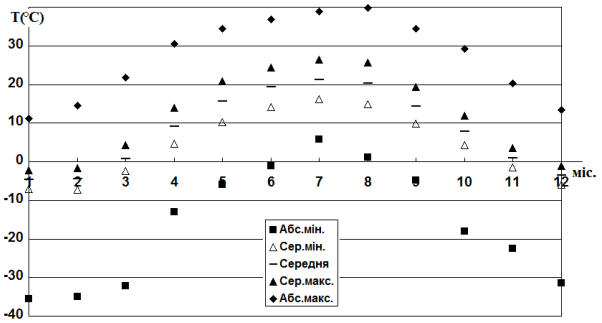

Рис.1. Значення середніх і абсолютних мінімальних і максимальних за місяць температур повітря на території Харківської області.[2]

Таким чином, для більшості територій України важливою є задача розробки локальних математичних моделей менеджменту водними ресурсами з урахуванням специфіки (урбанізованих, аграрних, туристичних та ін.) міст і областей [3]. Аналогічні моделі були побудовані для країн Європи, Африки, Америки [4-6], але практично відсутні для України.

2. Огляд математичних моделей

2.1. Регресійні моделі. Найбільш поширені моделі використовують регресійні залежності у вигляді статистично достовірних кривих тренду X(t), де X – кількісний показник опадів (злива, снігопад, град, лід, і т.д.), t – час (в місяцях, роках, і пр.). Для різних країн (областей, земель, міст) існують статистичні апроксимації, у тому числі для України. На жаль, немає встановлених періодів обробки метеорологічних даних, тому в різних статтях надаються різноманітні статистичні залежності для областей і великих міст України, а також для країни в цілому [7]. Наприклад, за період 1986-2010 рр. на території України було 1335 злив, 237 снігопадів, 131 град, 398 випадків сильного вітру, 164 шквали, 249 заметілей, 3 піщані бури, 70 складних льодових відкладень; разом 3031 несприятливих подій, з яких більшість складали зливи (52.9%). Відповідні регресійні залежності для кожної з областей наведені в [4] для тяжких і небезпечних злив і дощів з урахуванням повторюваності, інтенсивності і сезону. Останнім часом з'являються подібні статистичні дані для 2010-2020 рр., які мають інші регресивні залежності в зв'язку з потеплінням клімату [1]. Ці дані є дуже важливими для використання в математичних моделях, але стохастичний характер непогодних умов точніше описується з використанням імовірнісних моделей [8].

Однією з перших була введена концепція імовірної максимальної кількості опадів (V_{max}) за певну тривалість, яка фізично можлива для даного розміру штормової області в певному географічному розташуванні в певний час року[3]. Найпростіша математична модель вводить залежність середнього об'єму поверхневої води V_Σ ($м^3$) від середнього об'єму опадів V_V ($м^3$) як [9]

$$V_\Sigma = k_{V\Sigma} V_V + \varepsilon_\Sigma , \qquad (1)$$

де $k_{V\Sigma}$ - безрозмірний коефіцієнт, ε_Σ - імовірнісне відхилення від середніх значень, які розраховані за V_{max}.

Аналогічна залежність для об'ємної витрати потоку поверхневої води Q_Σ ($м^3/с$) можна записати як

$$Q_\Sigma = k_{V\Sigma} Q_V \frac{T_V}{T_\Sigma} + \varepsilon_Q , \qquad (2)$$

де T_V, T_Σ - тривалості опаду і поверхневого стоку, які бувають різними, Q_V і ε_Q - аналогічні значення для об'ємної витрати [9].

Маса забруднень M_Σ (кг) у поверхневих водах після опаду розраховується як

$$M_\Sigma = C_V V_V + \varepsilon_M , \qquad (3)$$

де C_V ($кг/м^3$) - концентрація забруднень у поверхневих водах, ε_M - аналог значень в (1),(2).

На урбаністичних територіях опади змивають як транспортні забруднення (паливо,

[1] https://www.wri.org/

[2] http://kharkiv.meteo.gov.ua/

[3] World Meteorological Organisation (WMO), https://public.wmo.int

масла, важкі метали та ін.), так і сільськогосподарські (добрива, нітрати, нітрити та ін.), а також можуть викликати переповнення стоків та попадання стічних вод до поверхневих, що є небезпечним для якості як питних, так і технічних вод [2,3,9]. Прийняття рішень проводиться після оцінки значень $V_\Sigma, Q_\Sigma, M_\Sigma$ у порівнянні з об'ємами резервних можливостей місцевих стоків. Значення $k_{V\Sigma}$ отримують з регресійних залежностей для даної місцевості, значення V_V, T_V, T_Σ, C_V - шляхом вимірювань, а значення $\varepsilon_\Sigma, \varepsilon_Q, \varepsilon_M$ - з імовірнісних моделей.

2.2. Імовірнісні моделі. Такі моделі базуються на визначенні імовірності розподілу поверхневого стоку $\{V_\Sigma, Q_\Sigma\}(t,x,y,z)$ від заданого «точкового» джерела опадів $\{V_V, Q_V\}(t, x_j, y_j, z_j)_{j=1}^n$ на визначеній території $\{\Sigma : x \in [x_1, x_2]; y \in [y_1, y_2]; z \in [z_1, z_2]\}$. Звичайні дощі, зливи, гради та ін. опади мають розподілений характер, що потребує визначення просторово-часових функцій $\{V_V, Q_V\}(t,x,y,z)$ від всіх розподілених джерел $j = 1,...,n$.

Один із методів заснований на стохастичному перенесенні шторму (stochastic storm transposition, SST), який поєднує в собі імовірності «прибуття», «накопичення» і «перенесення» опадів навіть на території, яка лежить поза зоною опаду, але має поверхневий стік від неї, з використанням теорем теорії імовірностей. Метод SST припускає, що шторми трапляються з однаковою імовірністю в будь-якій точці в області транспозиції. Імовірність того, що дана площа опадів (Σ) з певним водозбором буде перевантажена опадами, враховує локалізацію штормових центрів, які призвели до перевищення кількості опадів в околиці Σ. Імовірність цієї події обчислюється як відношення площини опаду до площини області транспозиції, яка оцінюється шляхом нормального розподілення транспозиції на велику кількість клітин сітки на площині Σ та біля неї [10]. Другий метод, який заснований на «стохастичній регресії шторму» (stochastic storm regression, SSR), поєднує криві частоти точкових опадів з оцінками регресії місцевих і накопичених опадів на області Σ. Максимуми опадів генеруються шляхом стохастичної вибірки незалежних змінних, де необхідні імовірності перевищення рівня опадів отримуються за допомогою теореми про загальну імовірність [11].

Багато моделей, які узагальнюють методи SST і SSR, були запропоновані в 1990-2020 рр. [9]. Згідно з імовірнісними моделями, для V_Σ замість (1) маємо

$$V_\Sigma = \sum_{j=1}^{k} k_j V_{Vj} + \varepsilon_\Sigma, \quad (4)$$

де k_j - регресійні коефіцієнти для найбільш імовірних та впливових опадів $j = 1,...,k$ (prime key sites, PKS); аналогічні узагальнення можна записати і замість (2), (3).

Крива частоти опадів на території ареалу виводиться з використанням загальної теореми теорії імовірностей, в якій імовірність того, що певна кількість опадів V_Σ на території Σ дорівнює або перевищує V*, зумовлюється імовірністю точкової кількості опадів на ключовій ділянці у вигляді [9]:

$$P(V_\Sigma \geq V^*) = \sum_{j=1}^{k} P(V_\Sigma \geq V^* \mid V_{\Sigma j}) \cdot P(V_{\Sigma j}). \quad (5)$$

Параметри в (5) піддаються епістемічній невизначеності, яка виникає внаслідок скінченного характеру наявних даних. Цю невизначеність можна охарактеризувати за допомогою параметричного bootstrap методу, а невизначеність у кореляції між максимумами опадів на ділянках PKS базується на припущенні, що перетворення коефіцієнта кореляції вибірки розподіляється зі стандартною похибкою [12]. З цією метою відношення, які використовуються для представлення гідрологічної варіабельності, самі випадково відбираються для відображення невизначеності, яка пов'язана з їх параметризацією.

Імовірність того, що середня кількість опадів V_Σ перевищує передбачену кількість V^*, може бути оцінена за допомогою загального інтегралу [10,12]

$$P(V_\Sigma \geq V^*) = \int_f P(V_\Sigma \geq V^* \mid f) \int_{As} p(f \mid A_s) p(A_s)\, dA_s\, df, \quad (6)$$

де f - глибина опадів шторму з площиною As; $P(V_\Sigma \geq V^* \mid f)$ - умовна імовірність того, що середня водозбірна кількість опадів є V_Σ V*, враховуючи нерозмірну глибину f; $p(f \mid A_s)$ - густина імовірності шторму на площі A_s в зоні переносу з глибиною f; p(As) - функція густини імовірності зразків штормових зон (вважається рівномірною).

Таким чином, статистичні дані про розподіл дощів за інтенсивністю та тривалістю вздовж сітки, побудованої на області , є основними вхідними даними для обох методів SST і SSR. Стандартизація та bias-корекція упередженості сіток з опадами проводиться регресійними і імовірнісними методами паралельно.

3. Результати математичного моделювання для статистичних даних Харківської області.

Дані метеорологічних спостережень за атмосферними опадами на довільних територіях доступні з відкритих джерел[4] і, як показують статистичні результати, такі дані потребують баєсовської фільтрації для усунення небажаних трендів [6-9]. В якості приклада необроблені та оброблені з використанням баєсівської фільтрації дані по Харківській області за 2000-2015 рр. у вигляді залежностей між гідрометеорологічним прогнозом опадів (мм) різними станціями (ThData) і виміряними після опаду (ExpData) наведені на Рис.2а,б. Видно, що після обробки баєсовським фільтром лінія тренду (регресійна залежність) позбувається невірного похилу, стає чіткішою і має значно меншу дисперсію ніж необроблена. Дисперсія даних на Рис.2б залежить від площини опаду; прогнозування точніше для менших площин.

Для обробки даних вимірювань ExpData використовуються наближення різними функціями розподілення ймовірностей (PDF, Probability Distribution Function) кількості опадів V, а саме Gamma, Lognormal, Normal, Weibull, Gumbel, Gumbel$^+$ моделі [5] відповідно:

$$F(V,\alpha,\beta,\zeta)=\begin{cases} |\beta|\left(\beta(V-\zeta)\right)^{\alpha-1}e^{-\beta(V-\zeta)}/\Gamma\alpha, \\ -\left|\log(V-\zeta)-\beta\right|^2/2\zeta^2\sqrt{2\pi\zeta(V-\zeta)}, \\ e^{(V-\beta)^2/2\alpha^2}/\alpha\sqrt{2\pi}, \\ (\zeta-1)e^{(V-\alpha)/\beta}/\alpha, \\ \left(e^{-(V-\zeta)/\alpha}/\exp(e^{-(V-\zeta)/\alpha})\right)/\alpha, \\ e^{-((1-\beta(V-\zeta)/\alpha)/\beta)}, \end{cases} \quad (2)$$

де Γ – гамма-функція, α,β,ζ - параметри.

[4] WMO Weather Stations https://www.arcgis.com/, WorldClim|Data Basin https://databasin.org/, worldweather.wmo.int/

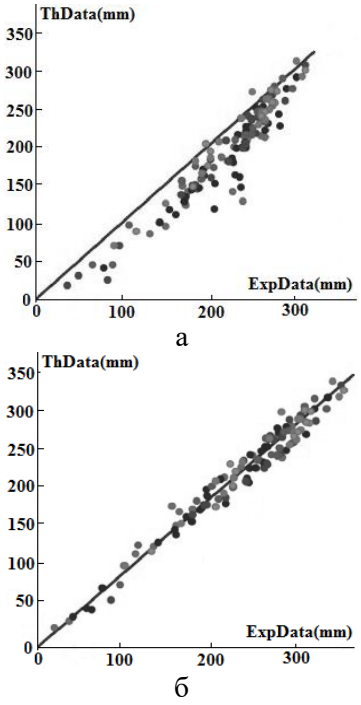

Рис.2. Статистичні розподілення Th/ExpData для початкових (а) та оброблених з bias (б) даних по Харківський області за 2000-2015 рр.

Для кожної з імовірнісної апроксимації (2) можна обчислити для кількості опадів, об'ємної швидкості, і т.д. функцію вірогідності (likelihood function, LHF) як $LHF=\sum_{j=1}^{n}\ln(F_j(V,\alpha,\beta,\zeta))$, де n – число спостережень. Апроксимації (2) для значень кількості h(мм) і об'ємної витрати Q(м^3/с) опадів, середньої температури T(C) та ін. показників проводилися для кожної з формул (2) шляхом підбору параметрів α,β,ζ методом найменших квадратів. Результати апроксимацій наведені на Рис.3 для залежності LHF(Q).

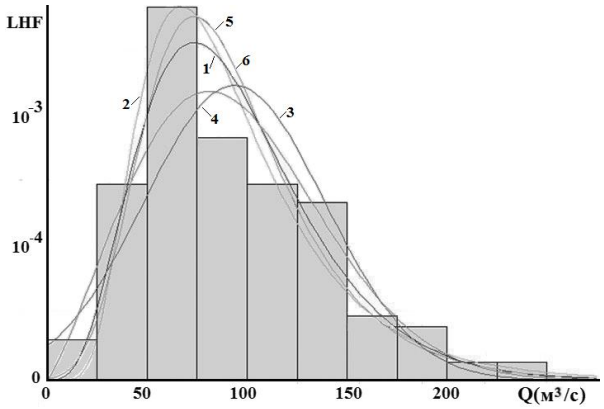

Рис.3. Залежності LHF(Q) ті їх апроксимації функціями Gamma (1), Lognormal (2), Normal (3), Weibull (4), Gumbel (5), Gumbel$^+$(6).

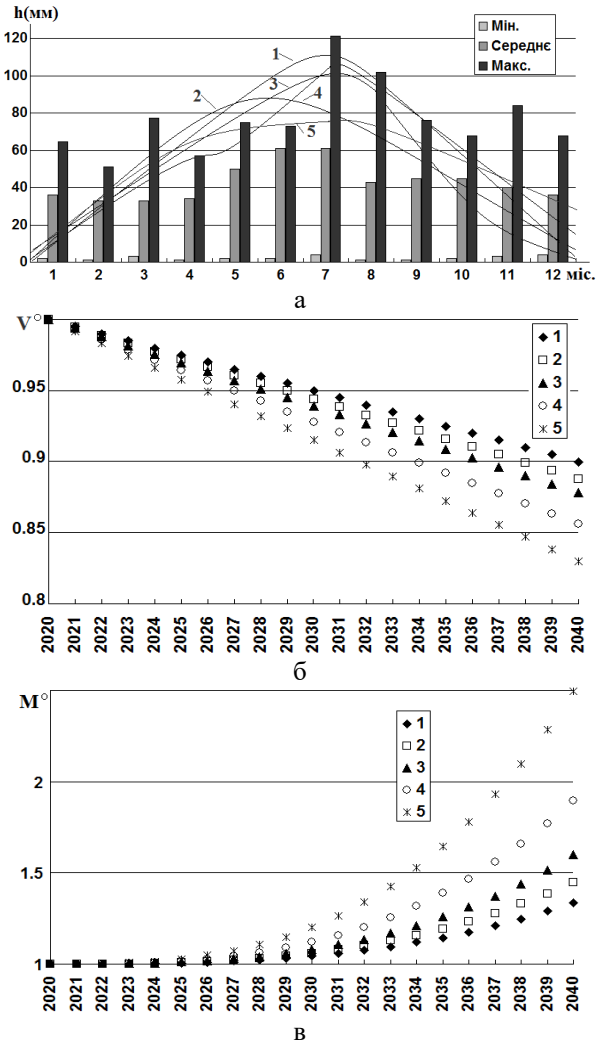

Рис.4. Валідація моделі та прогнози залежностей $h(t)$ (а), $V_V(t)$ (б), $Q_V(t)$, $Q_\Sigma(t)$ (в); криві 1-5 відповідають підвищенням температури на 0.5;1;1.5;2;2.5°C; кольори позначають мінімальні, середні та максимальні значення відповідних змінних.

Далі отримані імовірнісні наближення були використані для прогнозування імовірностей посух, повеней та їх наслідків у вигляді підйому рівня забруднень у поверхневих водах шляхом використання регресійно-імовірнісних моделей (1)-(6) для значень $V_V, V_\Sigma, Q_V, Q_\Sigma, M_\Sigma$. Кілька різних імовірнісних прогнозів потеплення клімату до 2040 р. (на 0.5;1;1.5;2;2.5°C) [2,3] були розглянуті. Результати моделювання у вигляді прогнозованих кривих $h(t), V^\circ(t) = V_V / V^*$, $M^\circ = M_\Sigma / M^*$, де V^*, M^* - дані за 2020р., наведені на Рис.4а-в відповідно.

Результати показують, що в найгіршим сценарії зміни клімату об'єм доступної води зменшиться майже на 20% (Рис.4б), а її забрудненість значно підвищиться (Рис.4в). Значні відміни в мінімальних, середніх та максимальних кількостях опадів (Рис.4а) в різні сезони, які теж пов'язані з нестійкістю клімату, не дають можливості точніших прогнозів і потребують ускладнення використаної математичної моделі, що буде зроблено в подальшій роботі.

4. Висновки.

Таким чином, в результаті статистичної обробки метеоданих з відкритих джерел було показано, що на всій території України спостерігається поступове підвищення середньої, максимальної і мінімальної температури повітря. Відповідні зміни рівня опадів не такі однозначні і мають значну варіабельність: від раптових затяжних злив до довгих періодів посухи. Регресійно-імовірнісні моделі являють собою корисний математичний інструмент для аналізу даних спостережень, апроксимації їх імовірнісними функціями з подальшим використанням в аналітичному вигляді в математичних моделях, які дозволяють обґрунтовано прогнозувати можливу недостачу питної води у разі посухи, недостатні потужності дамб і стічної системи у разі повеней, а також небезпечне поступове підвищення рівню забруднень у відкритих джерелах води. Це дозволяє своєчасно приймати рішення і проводити відповідні заходи на рівні області, краю, міста і т.д.

Побудовані та перевірені регресійно-імовірнісні моделі, а отримані завдяки ним результати будуть використані в подальшій розробці інформаційної системи моніторингу якості води і менеджменту водними ресурсами [2,3] на урбанізованих, сільськогосподарських і індустріальних територіях областей України.

Список використаних джерел

1. *Causes, Impacts and Solutions to Global Warming* / I. Dincer, C.O. Colpan, F. Kadioglu (eds.), Springer, 2013. 1185 p.

2. Кізілова Н.М., Ричак Н.Л., Чебукін Д.С., Лукієнко М.В. Екологічна оцінка якості поверхневих вод у бездощовий період в умовах міського водозбору. // Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, сер. «Геологія. Географія. Екологія». – 2020. – N53. – С.

3. Кізілова Н.М., Ричак Н.Л., Руднєв Ю.І. Підхід системної динаміки до контролю за якістю води на урбанізованих територіях. // Системи обробки інформації. – 2019. – N4(159). – С.87–92. doi:10.30748/soi.2019. 159.10
4. Mamman M.J., Martins O.Y., Ibrahim J., Shaba M.I. Evaluation of Best-Fit Probability Distribution Models for the Prediction of Inflows of Kainji Reservoir, Niger State, Nigeria. // Air, Soil and Water Research. – 2017. – Vol.10, – P. 1–7 doi:201710.1177/117862211
5. Langat P.K., Kumar L., Koech R. Identification of the most suitable probability distribution models for maximum, minimum, and mean streamflow. // Water. – 2019. – Vol. 11. - P. 734-741. doi:10.3390/w11040734
6. Sordo-Ward Á., Granados I., Martín-Carrasco F., Garrote L. Impact of hydrological uncertainty on water management decisions. // Water Resourses Management. – 2016. – Vol. 30(14). – P.323-339. doi:10.1007/s11269-016-1505-5
7. Balabukh V., Lavrynenko O., Bilaniuk V., et al. *Extreme Weather Events in Ukraine: Occurrence and Change.* / P.J. Sallis, ed. Intech Open, 2018. – 228 p. doi:10.5772/i77306
8. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. *Метрические характеристики случайных величин и процессов*, К.: ТВіМС. – 1998. – 290 с.
9. Nathan R., Jordan P., Scorah M., et al. Estimating the exceedance probability of extreme rainfalls up to the probable maximum precipitation. // Journal of Hydrology. – 2016. – Vol. 543. – С. 706–720. doi: 10.1016/j.jhydrol. 2016.10.044
10. Foufoula-Georgiou E. A probabilistic storm transposition for estimating exceedance probabilities of extreme precipitation depths. // Water Resourses Research. – 1989. – Vol. 25(5). - P. 799–815. doi: 10.1029/WR025i00
11. Schaefer M.G. Regional analysis of precipitation annual maxima in Washington State. Water Resourses Research. – 1990. – Vol. 26. – P. 119–131. doi: 10.1029/WR026i001p00119
12. Yevjevich V. *Probability and Statistics in Hydrology*. Water resources Publ., Colorado, USA. - 1984. – 312 p.

References

1. *Causes, Impacts and Solutions to Global Warming* (2013) / I. DINCER, C.O. COLPAN, F. KADIOGLU (eds.), Springer.

2. KIZILOVA N.N., RYCHAK N.L., CHEBUKIN D.S., LUKIJENKO M.V. (2020) Ecological assessment of surface water quality in the rainless period in the conditions of urban catchment. *Visnyk of V.N. Karazin Kharkov National University, Ser. «Geology. Geography. Ecology»*. Vol. 53. p.

3. KIZILOVA N.N., RYCHAK N.L., RUDNEV Y.I. (2019) The system dynamics approach to water quality control in urban areas. *Systems of information treatment*. Vol. 4(159). p.87–92. doi:10.30748/soi.2019. 159.10

4. MAMMAN M.J., MARTINS O.Y., IBRAHIM J., SHABA M.I. (2017) Evaluation of Best-Fit Probability Distribution Models for the Prediction of Inflows of Kainji Reservoir, Niger State, Nigeria. *Air, Soil and Water Research*. Vol.10. P. 1–7 doi:201710.1177/1178

5. LANGAT P.K., KUMAR L., KOECH R. (2019) Identification of the Most Suitable Probability Distribution Models for Maximum, Minimum, and Mean Streamflow. *Water*. Vol. 11. p. 734-741. doi:10.3390/w11040734

6. SORDO-WARD Á., GRANADOS I., MARTÍN-CARRASCO F., GARROTE L. (2016) Impact of Hydrological Uncertainty on Water Management Decisions. *Water Resourses Management*. Vol. 30(14). p. 323-339. doi:10.1007/s11269-016-1505-5

7. BALABUKH V., LAVRYNENKO O., BILANIUK V., et al. *Extreme Weather Events in Ukraine: Occurrence and Change*. / P.J. Sallis, ed. Intech Open, 2018. – 228 p. doi:10.5772/intechopen.77306

8. BULDYGIN V.V., KOZACHENKO Y.V. (1998) *Metric characteristics of random variables and processes*, K.: TBiMC. 290 p.

9. NATHAN R., JORDAN P., SCORAH M., et al. (2016) Estimating the exceedance probability of extreme rainfalls up to the probable maximum precipitation. *Journal of Hydrology*. Vol. 543. p. 706–720. doi: 10.1016/j.jhydrol. 2016.10.044

10. FOUFOULA-GEORGIOU E. A. (1989) probabilistic storm transposition for estimating exceedance probabilities of extreme precipitation depths. *Water Resourses Research*. Vol. 25(5). p. 799–815. doi: 10.1029/WR025i005p00799

11. SCHAEFER M.G. (1990) Regional analysis of precipitation annual maxima in Washington State. *Water Resourses Research*. Vol. 26. p. 119–131. doi: 10.1029/WR026i001p

12. YEVJEVICH V. (1984) *Probability and Statistics in Hydrology*. Water resources Publ., Colorado, USA. 312 p.

Надійшла до редколегії 6.11.2020 р.