

УДК 532.5

Троценко Я. П., аспірант.

Чисельне моделювання потоку в'язкої нестисливої рідини крізь циліндричні порожнини

Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Акад.
Глушкова, 4-е,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

Ya. P. Trotsenko, Ph.D. student.

Numerical simulation of the flow of viscous incompressible fluid through cylindrical cavities

Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Acad. Glushkova av., 4-е,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є–Стокса. Показано, що при певних параметрах течія рідини в області між діафрагмами нестационарна і характеризується наявністю нестійкого зсувного шару, у якому утворюється послідовний ряд кільцевих вихорів, що викликають квазіперіодичні автоколивання полів швидкості та тиску в отворі другої діафрагми. В залежності від довжини порожнини, утвореної діафрагмами, можуть виникати чотири режими автоколивань. При збільшенні відстані між діафрагмами частота коливань спадає в межах одного режиму автоколивань та різко збільшується при переході на наступний режим.

Ключові слова: пряме чисельне моделювання, циліндрична порожнина, канал з діафрагмами, вихрові структури, автоколивання.

The flow of viscous incompressible fluid in a cylindrical duct with two serial diaphragms is studied by the numerical solution of the unsteady Navier–Stokes equations. The discretization procedure is based on the finite volume method using the TVD scheme for the discretization of the convective terms and second order accurate in both space and time difference schemes. The resulting system of non-linear algebraic equations is solved by the PISO algorithm. It is shown that the fluid flow in the region between the diaphragms is non-stationary and is characterized by the presence of an unstable shear layer under certain parameters. A series of ring vortices is formed in the shear layer that causes quasi-periodic self-sustained oscillations of the velocity and pressure fields in the orifice of the second diaphragm. There can be four self-sustained oscillation modes depending on the length of the cavity formed by the diaphragms. With the increase in the distance between the diaphragms, the frequency of oscillations decreases within the same self-oscillation mode and rises sharply with the switch to the next mode.

Key Words: direct numerical simulation, cylindrical cavity, duct with diaphragms, vortical structures, self-sustained oscillations.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Течія рідини чи газу в нерегулярних каналах широко зустрічається як в природі, так і в технічних або наукових приладах. Через складну геометрію таких систем структура потоку приймає нестационарний характер, що при певних умовах призводить до виникнення автоколивань середовища і, як наслідок, появи звуку. Сьогодні даній проблемі приділяється значна увага як в експериментальному плані, так і в теоретичному. Завдяки прогресу комп'ютерної техніки стає можливим розв'язувати такі задачі за допомогою прямого чисельного моделювання [1].

Метою даної роботи є дослідження течії рідини в напівнескінченному циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами при різних довжинах порожнини, утвореної цими діафрагмами, а саме: моделювання відповідних процесів і чисельний розрахунок; аналіз структури потоку в області між діафрагмами; та визначення характеристик автоколивальних процесів залежно від відстані між діафрагмами.

2. Постановка задачі.

Розглядається течія рідини у напівнескінченному циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами. При цьому довжина

порожнини, утвореної діафрагмами, може набувати різного значення. В поздовжньому перетині каналу контури діафрагм в околі отворів мають форму півкола (рис. 1). Вважається, що поверхні каналу та діафрагм абсолютно жорсткі. Потік рідини з густиною ρ потрапляє в розрахункову область з рівномірною швидкістю V_1 через ліву межу ($x = 0$) та покидає її через праву ($x = L$). Течія розглядається при швидкостях значно менших за швидкість звуку в середовищі. Також припускається, що рух рідини в області між діафрагмами є близьким до осесиметричного, на що вказують експериментальні дослідження [1].

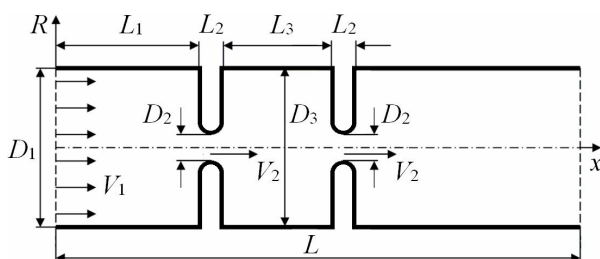


Рис. 1. Поздовжній перетин каналу

Геометричні параметри обираються такими: $D_2 = 6.35$ мм, $D_1/D_2 = D_3/D_2 = 8.16$, $L_1/D_2 = 12$, $L_2/D_2 = 1$, $L/D_2 = 92$. Відстань між діафрагмами змінюється в межах $L_3/D_2 \in [2.25, 6.5]$. Кінематична в'язкість середовища $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Відомо, що розміри джерел звуку, що породжується потоком, тобто розміри діафрагм та порожнини між ними, – малі в порівнянні з довжиною звукової хвилі [1]. Тому приймаються наступні гіпотези: потужність збуджених потоком акустичних коливань є значно меншою за потужність самого потоку, і звук не впливає на його характер. У зв'язку з цим задача розв'язується в межах моделі в'язкої нестисливої рідини.

Основним параметром задачі є число Рейнольдса, яке можна визначити як $Re = V_2 D_2 / \nu$, де V_2 – швидкість потоку в отворах діафрагм, осереднена за поперечним перетином. Тоді масштабом довжини є діаметр отворів діафрагм D_2 , швидкості – швидкість V_2 , часу – величина D_2 / V_2 , а масштабом тиску – подвоєний швидкісний напір ρV_2^2 .

В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є–Стокса, що в безрозмірних величинах у векторній формі має вигляд

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{U} - \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0. \quad (1)$$

Крайові умови для швидкості: рівномірний потік на вході в розрахункову область зі швидкістю $V_1 = 0.15$ м/с, що відповідає числу Рейнольдса $Re = 4228$; умова прилипання на твердих поверхнях; та рівність нулю нормального градієнту на виході з розрахункової області. Для тиску задається рівність нулю нормального градієнту на всій межі області окрім виходу з неї, де обирається постійний тиск рівний нулю. В початковий момент середовище знаходиться у стані спокою.

3. Чисельний алгоритм розв'язання задачі.

Розв'язання поставленої задачі проводиться чисельно за методом скінченних об'ємів. Внаслідок припущення щодо осьової симетрії потоку в якості розрахункової області приймається половина поздовжнього перетину каналу. Для дискретизації області використовується неортогональна блочно-структурована сітка зі згущенням вузлів в отворах діафрагм та при наближенні до їх поверхонь. Кількість контрольних об'ємів вздовж поперечного перетину отвору діафрагми – 69 з найменшим кроком біля поверхні – $4 \cdot 10^{-5}$ м, загальна кількість об'ємів змінювалась від 125046 до 175446 залежно від відстані між діафрагмами.

Для обчислення інтегралів по контрольному об'єму застосовується узагальнена процедура Гауса. Для інтерполяції конвективних членів використовується TVD форма центрально-різницевої схеми з обмежувачем потоку типу Sweby [2]. Нормальні градієнти швидкості на поверхні елементів обчислюються зі значень швидкості в центроїдах сусідніх комірок за схемою другого порядку. На неортогональних ділянках сітки використовується процедура корекції похибки [3]. В якості схеми дискретизації похідної за часом обирається неявна триточкова схема другого порядку з різницями назад. Зв'язаний розрахунок поля швидкості та тиску проводиться за процедурою PISO [4].

Для розв'язання системи лінеаризованих алгебраїчних рівнянь використовуються ітераційні розв'язники, що побудовані на основі методу спряжених/біспряжених градієнтів для симетричних та асиметричних матриць. В якості передобумовлення обрано спрощені схеми неповної факторизації Холецкого та неповної LU-факторизації для симетричних і асиметричних матриць відповідно [5]. Задача розв'язується з використанням обчислювальних потужностей комплексу СКІТ Інституту кібернетики ім. В.М.

Глушкова НАН України. Більш детально алгоритм розв'язання та обґрунтування вибору відповідних методів розглянуто у роботі [6].

4. Аналіз результатів обчислень.

В роботі [7] було показано, що при відношенні відстані між діафрагмами до діаметру їх отворів $L_3/D_2 = 6$ в діапазоні чисел Рейнольдса $Re \in [2678, 4228]$ течія рідини в області між діафрагмами є нестационарною: утворюється кільцевий зсувний шар, у якому при наближенні до отвору другої діафрагми послідовно утворюються кільцеві вихори, що спричиняють в ньому коливання полів швидкості та тиску. Ці коливання мають періодичний характер та дають змогу оцінити частоту збудженого потоком звуку.

Розглянемо залежність поведінки системи від відстані між діафрагмами при $Re = 4228$. На рис. 2 зображено поле завихреності в половині поздовжнього перетину каналу після закінчення перехідних процесів при $L_3/D_2 = 2.5$. При даній, а також меншій, довжині порожнини утворення вихорів у зсувному шарі в області між діафрагмами практично не спостерігається. Тобто, після закінчення перехідних процесів зсувний шар стабілізується, а в глибині порожнини формується великий стійкий вихор.

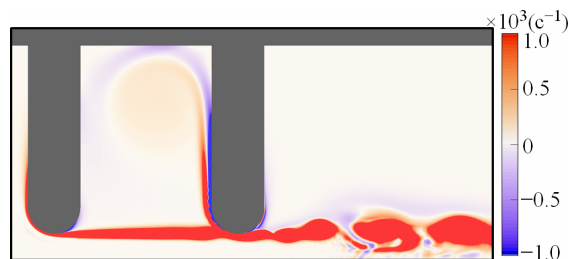


Рис. 2. Поле завихреності при $L_3/D_2 = 2.5$

При невеликому збільшенні відстані між діафрагмами до $L_3/D_2 = 2.75$ зсувний шар стає значною мірою нестационарним (рис. 3). Великий кільцевий вихор не розширюється вглиб порожнини, а залишається близько до струменя. Натомість розширюється другорядний вихор протилежної завихреності біля першої діафрагми. У зсувному шарі при наближенні до другої діафрагми чітко спостерігається утворення кільцевих вихорів. Частота утворення вихорів в даному випадку рівна $f_1 \approx 915.2$ Гц.

При подальшому збільшенні відстані між діафрагмами до $L_3/D_2 = 3.25$ структура потоку не змінюється, а частота утворення вихорів спадає майже обернено пропорційно відстані до

$f_1 \approx 830.5$ Гц. А при $L_3/D_2 = 3.5$ частота автоколивань різко зростає до $f_2 \approx 965.9$ Гц. Структура поля завихреності при цьому змінюється несуттєво. Внаслідок збільшення частоти зіткнення вихорів з діафрагмою, зменшується амплітуда утворених збурень і великий вихор біля другої діафрагми стає більш стійким.

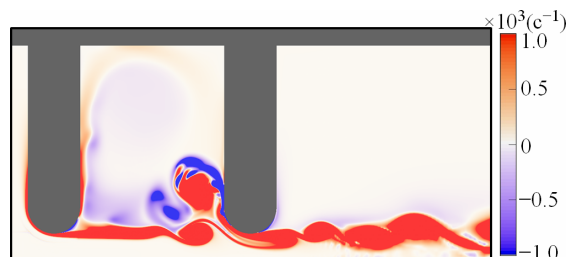


Рис. 3. Поле завихреності при $L_3/D_2 = 2.75$

Аналогічно до попереднього випадку, частота коливань зменшується до $f_2 \approx 853.4$ Гц при збільшенні відстані до $L_3/D_2 = 4.5$, а структура потоку майже не змінюється. При $L_3/D_2 = 4.75$ відбувається ще один стрибок частоти автоколивань до $f_3 \approx 942$ Гц. При цьому структура поля завихреності значно змінюється. З рис. 4 видно, що при $L_3/D_2 = 5$ великий вихор біля другої діафрагми розширюється вглиб порожнини. Проте через деякий час він руйнується, і процес його формування починається заново. При збільшенні відстані до $L_3/D_2 = 5.5$ зменшується час існування вихору, і збільшується час його формування. Частота коливань при цьому спадає до $f_3 \approx 865.8$ Гц.

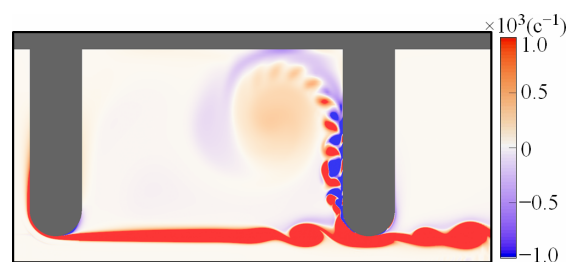


Рис. 4. Поле завихреності при $L_3/D_2 = 5$

При відстані між діафрагмами $L_3/D_2 = 5.75$ частота коливань знову різко зростає до $f_4 \approx 931.5$ Гц. При такій відстані течія в області між діафрагмами значно турбулізується. Великий вихор більше не розширюється вглиб порожнини, а періодично формується і руйнується біля струменя. А при відстані більшій за $L_3/D_2 = 6.25$ великий вихор вже не формується, і регулярність утворення кільцевих вихорів у зсувному шарі втрачається (рис. 5).

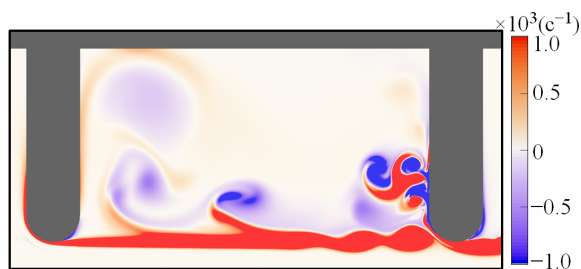


Рис. 5. Поле завихреності при $L_3/D_2 = 6.5$

Отже, можна побудувати графік залежності числа Струхалія коливань поздовжньої швидкості потоку U_x в отворі другої діафрагми від відношення відстані між діафрагмами до діаметрів їх отворів L_3/D_2 . В даній роботі його доречно визначити через відстань між отворами діафрагм $St_L = f(L_3 + L_2)/V_2$. З рис. 6 видно, що мають місце чотири режими автоколивань, в межах яких число Струхалія повільно зростає зі збільшенням відстані між діафрагмами, а перехід між цими режимами відбувається стрибком.

Список використаних джерел

1. Вовк І.В. Звук, рожденный потоком (очерки об аэрогидродинамической акустике) / И.В. Вовк, В.Т. Гринченко. – Киев: Наукова думка, 2010. – 221 с.
2. Sweby P.K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws / P.K. Sweby // J. Numer. Anal. – 1984. – 21 (5) – P. 995–1011.
3. Jasak H. Error analysis and estimation for the finite method with applications to fluid flows. Ph.D. Thesis / H. Jasak. – London: Imperial College, 1996. – 394 p.
4. Ferziger J.H. Computational methods for fluid dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric. – Berlin: Springer, 2002. – 424 p.
5. Barrett R. Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods, 2nd Ed. / R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J.M. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, H. Van der Vorst. – Philadelphia: SIAM, 1994. – 107 p.
6. Малюга В.С. Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения / В.С. Малюга // Прикл. гидромех. – 2010. – 12, № 4. – С. 45–62.
7. Вовк І.В. Збудження автоколивань потоком рідини в циліндричному каналі з двома діафрагмами / І.В. Вовк, В.Т. Маципура, Я.П. Троценко // Нелінійні коливання. – 2019. – 22, №1. – С. 35–53.

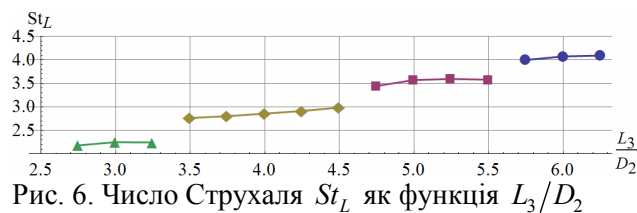


Рис. 6. Число Струхалія St_L як функція L_3/D_2

5. Висновки

Проведено чисельне моделювання течії в'язкої нестисливої рідини в циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами. Проведено аналіз особливостей руху середовища в області між діафрагмами залежно від відстані між ними. Показано, що при певних параметрах у зсувному шарі утворюється послідовний ряд вихорів, що спричиняють квазіперіодичні коливання полів швидкості та тиску в отворі другої діафрагми. Встановлено, що залежно від відстані між діафрагмами можуть виникати чотири режими автоколивань, перехід між якими відбувається зі стрибком частоти коливань.

References

1. VOVK, I. V. and GRINCHENKO, V. T. (2010) *Zvuk, rozhdennyij potokom*. Kiev: Naukova dumka.
2. SWEBY, P. K. (1984). High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *J. Numer. Anal.*, 21 (5), p. 995–1011.
3. JASAK, H. (1996). *Error analysis and estimation for the finite method with applications to fluid flows*. Ph.D. Thesis. London: Imperial College.
4. FERZIGER, J. H. and PERIC, M. (2002). *Computational methods for fluid dynamics*. Berlin: Springer.
5. BARRETT, R., BERRY, M., CHAN, T. F., DEMMEL, J., DONATO, J. M., DONGARRA, J., EIJKHOUT, V., POZO, R., ROMINE, C. and VAN DER VORST, H. (1994). *Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods*, 2nd Ed. Philadelphia: SIAM.
6. MALYUGA, V. S. (2010). Численое исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения. *Прикл. гидромех.*, 12 (4), p. 45–62.
7. VOVK, I. V., MATSYUPURA, V. T. and TROTSSENKO, Ya. P. (2019). Zbudzhennia avtokolyvan' potokom ridyny v tsylindrychnomu kanali z dvoma diafrahmamy. *Nelin. kolyv.*, 22 (1), p. 35–53.

Надійшла до редколегії 29.05.19