

УДК 531.39

Сенченков И. К.¹, д.ф.-м.н., с.н.с.
Червинко О. П.¹, к.ф.-м.н., с.н.с.

**Нестационарные процессы в
подкрепленном тонкостенной
оболочкой вязкоупругом цилиндре
при импульсном нагружении**

¹ Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН
Украины, 03057, г. Киев, ул. Петра Нестерова, 3
e-mail: term@inmech.kiev.ua

I. K. Senchenkov¹, Dr.Sci, sen.res.
O. P. Chervinko¹, PhD (Phys.-Math.), sen.res.

**Unsteady processes in stiffened by thin shell
viscoelastic cylinder under pulse loading**

¹ S. P. Timoshenko Institute of Mechanics NAS of
Ukraine, 03057, Kyiv, P. Nesterov str., 3
e-mail: term@inmech.kiev.ua

С использованием метода конечных элементов получены оценки максимальных в переходном процессе напряжений на границе цилиндр-оболочка и в оболочке при нарастающем давлении на внутренней или внешней поверхности цилиндра.

Ключевые слова: вязкоупругий цилиндр, импульсная нагрузка, максимальные критические напряжения.

Solid propellant rocket motor is considered as hollow viscoelastic cylinder inserted in multilayered elastic shell-like case. The material of propellant is considered to be compressible. An estimation of maximum unsteady stresses on cylinder-shell boundary and shell under growing pressure on interior or external cylindrical surface were calculated by FEM. Four corner isoparametric finite element is utilized. Numark method to integrate by time the dynamic equations is used. The problem of linear viscoelasticity have been employing of the Schapery method. In the case of internal pressure, the possibility of tensile radial stresses on the contact surface of the propellant-shell during the transition process has been established. The dependence of the maximum contact stresses as well as circumferential stresses in the shell on the shell thickness is established. In the case of external pressure pulse, the presence of significant tensile radial stresses on the propellant-shell interface is shown. Insignificant tensile circumferential stresses in the transient wave process are possible in the shell.

Key Words: viscoelastic cylinder, pulse loading, maximum dynamical stresses.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Введение

В настоящее время ракетные двигатели на твердом топливе (РДТТ) широко используются в военной и гражданской областях [1]

Одной из основных проблем проектирования ракет с РДТТ является расчет напряженно-деформированного и термического состояния заряда и корпуса РДТТ при динамическом нагружении [2].

При воспламенении заряд подвергается резко возрастающему внутреннему давлению. Если ракета установлена в шахте, то заряд подвергается и внешнему давлению.

Напряжения в генерируемых при этом волнах могут существенно превышать напряжения, а также отличаться знаками от

напряжений при соответствующих статических нагрузках.

В большинстве расчетов принимаются упрощающие гипотезы, в частности о несжимаемости материала топлива, а также о плоской деформации в РДТТ [1, 2].

В настоящей работе представлены результаты расчетов динамических напряжений, проведенных с помощью МКЭ, для демонстрационного варианта РДТТ без указанных выше допущений. Получены оценки растягивающих динамических напряжений на границе корпус-топливо, а также в корпусе РДТТ, в зависимости от времени возрастания

давления. Материал топлива предполагается линейно вязкоупругим, а корпуса – упругим.

2. Схема РДТТ

Схема РДТТ показана на рис. 1 (меридиональное сечение). РДТТ имеет размеры: топливо ($0,1085\text{м} < r < 0,434\text{м}$), теплоизоляция ($0,434\text{м} < r < 0,437\text{м}$), корпус ($0,437\text{м} < r < 0,447\text{м}$), теплоизоляция ($0,447\text{м} < r < 0,450\text{м}$).

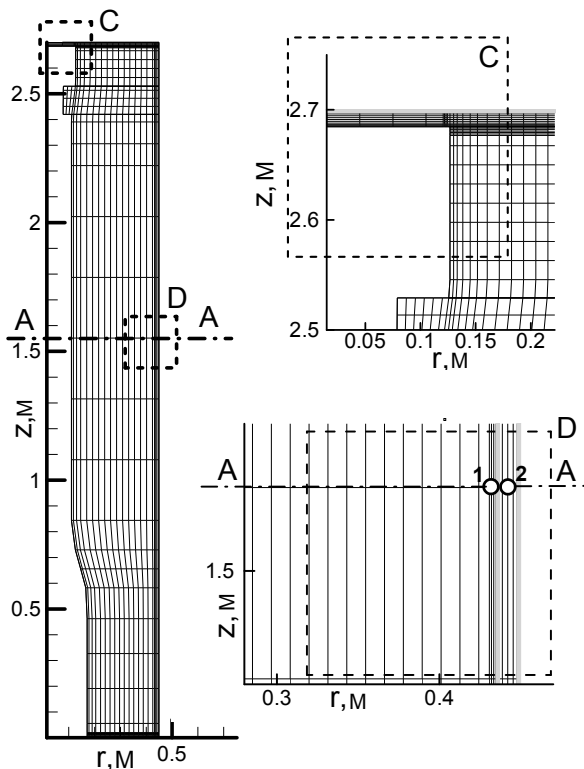


Рис. 1. Схема и конечно-элементная разбивка РДТТ. Точка 1 – в топливе вблизи границы контакта, 2 – в корпусной оболочке

3. Постановка осесимметричной динамической задачи термомеханики

Постановка динамической осесимметричной задачи в цилиндрической системе координат $Orz\varphi$ для изотропного материала включает кинематические уравнения, уравнения движения и теплопроводности.

Механическая нагрузка определяется давлением в канале или на поверхности корпуса, которое линейно нарастает до значения p_0 в течение характерного времени t_p

$$\sigma_{rr} = \begin{cases} -p_0 t / t_p & 0 < t < t_p \\ -p_0 & t \geq t_p \end{cases}, \quad \sigma_{rz} = 0, \quad T = T_1, \quad (1)$$

где T_1 – температура поверхности нагружения.

Остальная поверхность тела предполагается свободной от нагрузки и обменивается теплом с окружающей средой по закону Ньютона.

Для начальных условий имеем

$$u_i = 0; \quad \dot{u}_i = 0; \quad T = T_0 \text{ при } t = 0; \quad i = r, z.$$

На внутренних границах слоев принимаются условия идеального термомеханического контакта.

4. Характеристики материалов и параметры нагружения

Твердое топливо (ТТ) предполагается линейно вязкоупругим изотропным термомеханически простым материалом, характеристики которого задаются выражениями для функции релаксации при одноосном растяжении E_{rel} и модуля объемного сжатия K :

$$E_{rel} = E_\infty + \sum_{k=1}^n A_k e^{-t/2\tau_k a_T}, \quad K = 3530 \text{ МПа}, \quad (2)$$

значения τ_k и A_k приведены в работе [3].

Здесь $a_T(T)$ – функция сдвига, определяющая горизонтальный сдвиг изотермической функции релаксации вдоль шкалы $\log t$ для разных температур. Согласно формуле Williams-Landel-Ferry имеем

$$\log a_T = -C_1(T - T_{ref}) / (C_2 + (T - T_{ref})), \quad (3)$$

где T_{ref} – отсчетная температура, C_1, C_2 – материалы коэффициенты. Материалы наружных слоев изоляции и оболочки принимаются изотропными линейно упругими.

Преобразование Лапласа (2) дает т.н. операционный модуль:

$$E(s) = s\bar{E}_{rel}(s) = E_\infty + \sum_{k=1}^n sA_k / (s + 1/2a_T\tau_k). \quad (4)$$

Используя (2) и (4), получаем выражения операционных коэффициентов Пуассона и модуля сдвига

$$\nu = (1 - E(s)/3K)/2, \quad G = 3KE(s)/(9K - E(s)). \quad (5)$$

Для любого момента времени, подставляя величину $s = 1/2t$ в уравнения (4), (5), получаем величины $G(t)$, $\nu(t)$ и $E(t)$, которые могут быть использованы в ассоциированном квазиупругом решении. Оно рассматривается как

приближенное в смысле Шепери зависящее от времени решение задачи вязкоупругости [4].

В расчетах используются характеристики материалов, взятые из работ [3, 5, 6].

Для решения задач механики и теплопроводности используется конечно-элементная методика, развитая в работе [7].

4. Расчет напряженно-деформированного состояния РДТТ

Рассматривается задача нагружения РДТТ на внутренней или внешней поверхности давлением для значений параметров $t_p = 10^{-4} c$, $p_0 = 8 МПа$.

Сходимость по временному шагу интегрирования с точностью 2% по $\max \sigma_{rr}(t)$ достигается при $\Delta t = 10^{-6} c$.

Изменение напряжений в точках 1 и 2 (рис. 1) в случае нагружения по внутренней поверхности показано на рис. 2.

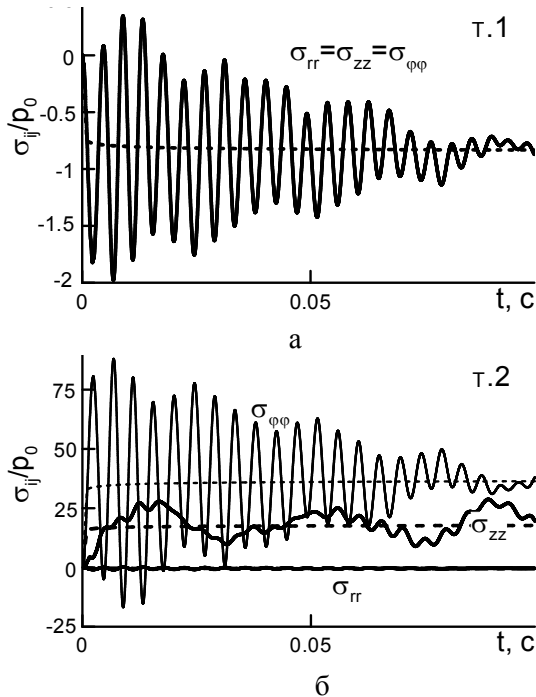


Рис. 2. Изменение во времени компонент напряжений в точках 1 и 2 (внутренняя нагрузка)

Для максимальных растягивающих контактных напряжений σ_{rr} (рис. 2а) имеем $\max \sigma_{rr} \approx 0.37 p_0$. Все компоненты σ_{rr} , σ_{zz} , $\sigma_{\phi\phi}$ равны между собой, что свидетельствует о гидростатическом напряженном состоянии. Имеет место затухание волн во времени вследствие диссипации энергии в вязко-упругом материале топлива, и напряжения приближаются к статическому решению (штриховые линии).

Отметим, что в задаче [2] для кругового цилиндра ступенчатое повышение давления не приводит к растягивающим напряжениям на поверхности контакта. Наличие растягивающих напряжений в РДТТ, возможно, обусловлено влиянием верхней крышки корпуса, приводящей к нарушению условия плоской деформации, принятого в работе [2].

На рис. 3 показана зависимость максимальных в переходном процессе нормированных напряжений σ_{rr} / p_0 в точке 1 и $\sigma_{\phi\phi} / p_0$ в точке 2 (рис. 1) от толщины корпуса h .

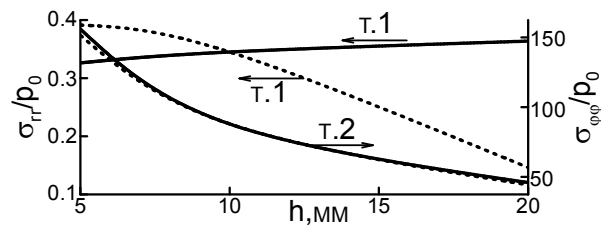


Рис. 3. Зависимость максимальных напряжений от толщины корпуса h (внутренняя нагрузка)

Сплошные линии отвечают зависимостям при варьировании толщины только боковой части корпуса с постоянной толщиной крышки 10 мм. Штриховые линии отвечают изменению толщины всего корпуса. Видно, что отрывные напряжения в точке 1 слабо зависят от толщины боковой части корпуса и существенно снижаются с увеличением толщины крышки. Напряжения $\sigma_{\phi\phi}$ в точке 2 снижаются при увеличении h .

Для задачи о давлении на внешней поверхности корпуса на рис. 4 показана зависимость максимального напряжения σ_{rr} в т. 1 и напряжения $\sigma_{\phi\phi}$ в т. 2 от времени t_p нарастания давления.

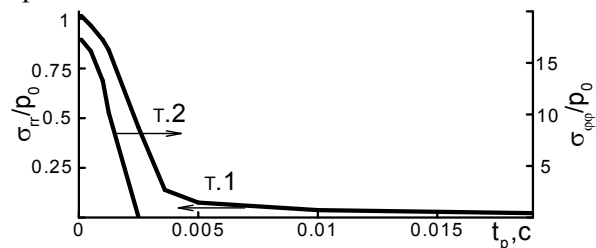


Рис. 4. Зависимость максимальных напряжений σ_{rr} в точке 1 и $\sigma_{\phi\phi}$ в точке 2 от времени импульса t_p (внешняя нагрузка)

Видно, что чем выше скорость нарастания давления, тем больше возможность отрыва топлива от корпуса РДТТ, причем $\max \sigma_{rr} \approx p_0$.

Аналогична зависимость растягивающих напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}$ в корпусе, причем условие $\sigma_{\varphi\varphi} > 0$ реализуется в переходном динамическом процессе при $t_p \leq 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Выводы

В работе проведен расчет динамических напряжений в РДТТ при импульсе давления на внутренней или внешней поверхности.

В случае внутреннего давления установлена возможность растягивающих радиальных напряжений на контактной поверхности топливо-

оболочка в течение переходного процесса. Установлена зависимость максимальных контактных напряжений, а также окружных напряжений в оболочке от толщины оболочки. Установлено влияние толщины крышки на контактные напряжения.

При импульсе внешнего давления показано наличие значительных растягивающих радиальных напряжений на поверхности контакта топливо-оболочка. В оболочке возможны незначительные растягивающие окружные напряжения в переходном колебательном процессе.

Список использованных источников

1. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. Применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе / В.В. Москвитин. – М.: Наука, 1972. – 325 с.
2. Ахенбах Г.Д. Динамическое поведение длинного скрепленного с корпусом вязкоупругого цилиндра / Г.Д. Ахенбах // Ракетная техника и космонавтика. – 1965. – № 4. – С. 124 – 129.
3. Renganahan K., Slump Estimation of Cylindrical Segment Grains of a Typical Rocket Motor under Vertical Storage Conditions / K. Renganahan, Rao B. Nageswara, M. K. Jana // Trends in Applied Sciences Research, 2006. – 1(1). – P.97 – 104.
4. Shapery R.A. Approximate methods of transform inversion of viscoelastic stress analysis / R.A. Shapery // Proc. U.S. Nath. Congr. Appl. Mech., 1962. – V 2. – P. 1075 – 1055.
5. Marimuthu R. Development of efficient finite elements for structural integrity analysis of solid rocket motor propellant grains / R. Marimuthu, Nageswara Rao B. // Intern. Jour. Pressure Vessels and Piping. – 2013. – P. 131 – 145.
6. Jayakumar K. / A multi-layer cylindrical shell under electro-thermo-mechanical loads / K. Jayakumar, D. Yadav, Rao Nageswara // Trends in Appl. Sci. Research. – 2006. – 1 (4). – P. 356 – 401.
7. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 1. Термоупругость / И.А. Мотовиловец, В.И. Козлов – Киев: Наук. думка, 1957. – 264 с.

References

1. MOSKVITIN V.V. (1972) *Soprotivleniye vyazkoupругikh materialov. Primenitel'no k zaryadam raketnykh dvigateley na tverdom toplive*. Moskva: Nauka.
2. AKHENBAKH G.D. (1965) *Dinamicheskoye povedeniye dlinnogo skreplennogo s korpusom vyazkoupругogo tsilindra*. Raketnaya tekhnika i kosmonavtika. № 4. p. 124 – 129.
3. RENGANAHAN K., NAGESWARA RAO B. and JANA M.K. (2006) *Slump Estimation of Cylindrical Segment Grains of a Typical Rocket Motor under Vertical Storage Conditions*. Trends in Applied Sciences Research. 1(1). p. 97 – 104.
4. SHAPERY R.A. (1962) Approximate methods of transform inversion of viscoelastic stress analysis. *Proc. U.S. Nath. Congr. Appl. Mech.* V 2. p. 1075 – 1055.
5. MARIMUTHU R. and NAGESWARA RAO B. (2013) *Development of efficient finite elements for structural integrity analysis of solid rocket motor propellant grains*. Intern. Jour. Pressure Vessels and Piping. p. 131 – 145.
6. JAYAKUMAR K., YADAV D. and NAGESWARA RAO (2006) *A multi-layer cylindrical shell under electro-thermo-mechanical loads*. Trends in Appl. Sci. Research. 1 (4). p. 356 – 401.
7. *Mekhanika svyazannykh poley v elementakh konstruksiy. T. 1. Termouprugost (1957) I.A. Motovilovets, V.I. Kozlov*. Kyev: Nauk. dumka.

Надійшла до редколегії 01.06.19