PRIMERA ENSEÑANZA

NOCIONES ELEMENTALES

— DE —

ARITMÉTICA

— POR —

Don MIGUEL DAVÓ DE CASAS

TERCER GRADO

MÁLAGA
IMPRENTA ZAMBRANA
1928

A dña María Suceso Luengo

Respetuosamente,
Miguel Darío

20-11-28.

Donada a la Sociedad Económica por D. Suceso Luengo

PRIMERA ENSEÑANZA

NOCIONES ELEMENTALES

— DE —

ARITMÉTICA

— POR —

Don MIGUEL DAVÓ DE CASAS

TERCER GRADO

MÁLAGA
IMPRENTA ZAMBRANA
1928

ADVERTENCIA

«NIHIL NOVUM SUB SOLE»

El Autor, en este modesto trabajo, pretende solo presentar debidamente graduados los conocimientos elementales de Aritmética que en la Primera Enseñanza se exigen actualmente en España.

Ha cimentado estos grados de Aritmética elemental sobre la base de la práctica, dedicándose para ello a explicar las clases correspondientes durante el tiempo necesario para adquirir el más aproximado concepto del plan, desarrollo y extensión con que han de ser tratadas las diversas materias en relación con la edad y aptitud de los alumnos a que se destinan.

Facilitarles a tales alumnos su trabajo ha sido la idea que decidió a imprimir estos apuntes y sinceramente agradecerá cuantas observaciones se le hicieran por si fuera posible subsanar oportunamente los defectos que necesariamente han de tener estos trabajos.

El Autor

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

PRELIMINARES

1.—Se denomina **magnitud** a todo lo que puede aumentar o disminuir, como la distancia, objetos.

2.—La magnitud puede ser de dos clases: *continua* y *discreta*.

Es contínua aquella cuyas partes están de tal forma dispuestas que el término de cada una es al mismo tiempo el principio de la siguiente y, por tanto, no se pueden determinar, como el tiempo y la distancia.

Magnitud discreta es aquella cuyas partes se determinan exactamente por ser independientes unas de otras, como tinteros, en la que las partes que la forman son cada uno de los tinteros que se consideren.

3.—**Cantidad** es una parte de magnitud determinada. Ejemplo: el tiempo de duración de una clase, la distancia entre dos puntos fijos, un montón de monedas.

La cantidad puede ser también contínua o discreta, según la clase de la magnitud a que pertenezca.

4.—Una cantidad considerada aisladamente no es grande ni pequeña. Para poder adquirir idea de su tamaño es preciso compararla con otra de su misma clase que se haya fijado como tipo. A esta comparación se denomina *medir* cuando la cantidad es continua, y *contar* cuando es discreta.

5.—**Unidad** es la cantidad que se elige como tipo para comparar con ella todas las demás de su misma clase.

6.—**Número** es el resultado de comparar la cantidad con la unidad, o sea (4) la manera de expresar la medida de una cantidad.

7.—Al comparar la cantidad con la unidad puede ocurrir:

1.° Que la cantidad contenga a la unidad un número exacto de veces, denominándose *entero* al número resultante.

2.° Que la cantidad no contenga a la unidad un número exacto de veces, pero sí a una de las partes iguales en que se pueda considerar dividida la referida unidad, y entonces el número se llama *fraccionario*, y

3.° Que la cantidad no contenga a la unidad ni a ninguna de sus partes iguales un número exacto de veces, originándose el número *inconmensurable.*

Número mixto es el que se compone de parte entera y parte fraccionaria.

8.—Cuando el número no expresa la especie a que se refieren sus unidades se llama *abstracto*, como siete, veinte; y *concreto* cuando determina dicha especie, como tres pesetas, cuarenta kilogramos.

9.—Los números concretos pueden ser *homogéneos* y *heterogéneos*, *incomplejos* y *complejos.*

Varios números concretos son homogéneos cuando se refieren a unidades de la misma especie y heterogéneos en caso contrario. Ejemplos: Ocho libros y treinta libros son números homogéneos; cinco metros y cuatro días son números heterogéneos.

Número incomplejo es el que se compone de unidades de una sola clase u orden, como quince duros.

Número complejo es el que se compone de unidades de una sola especie, pero de distintos órdenes o clases, como dos meses cuatro días y ocho horas.

10.—*ARITMÉTICA es la ciencia que trata de los números y tiene por objeto el estudio de sus propiedades y de las operaciones que con ellos se pueden realizar.*

La Aritmética se divide en dos partes: *abstracta* y *concreta* según la clase de números a que se refiera.

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

PRIMERA PARTE

LIBRO PRIMERO

NUMERACIÓN DECIMAL

11.—Como la Aritmética trata exclusivamente de los números, lo primero que se ha de procurar es distinguir cada número de los demás, tanto al expresarlos como al representarlos.

El procedimiento natural para conseguir este objeto sería expresar cada número por una palabra distinta y representarlo por un signo distinto; pero los números (que se originan por la reunión de unidades) forman una serie ilimitada, es decir, que nunca podemos llegar al último número porque aumentando una unidad al mayor que conozcamos se obtendría otro mayor. Por tanto, es imposible emplear este procedimiento natural que exigiría infinitos nombres y signos distintos.

Es necesario, por consiguiente, recurrir a un procedimiento que permita emplear un reducido número de palabras y signos, combinados de tal forma que con ellos se puedan expresar y representar todos los números.

12.—**Numeración** es la parte de la Aritmética que tiene por objeto expresar y representar los números.

Se divide en dos partes: *Verbal y escrita.*

I.—Numeración verbal

13.—**Numeración verbal** es el conjunto de palabras y reglas empleadas para expresar los números.

14.—El procedimiento empleado para conseguir el objeto de la numeración verbal es el siguiente:

Los primeros números se expresan con las palabras uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve.

El número siguiente a nueve recibe el nombre de decena o diez y a partir de este número no se siguen dando nombres distintos, sino que se nombran los restantes por grupos de decenas como antes se nombraron por grupos de unidades, diciendo: dos decenas, tres decenas,...

Para nombrar los números comprendidos entre dos grupos consecutivos de decenas basta añadir al grupo de decenas correspondiente los nombres de los nueve primeros números. Así: cuatro decenas y uno, cuatro decenas y dos, etc.

15.—Hay que tener presente que para hacer más breve la expresión de los cien primeros números, que son los más comunmente usados, se han introducido las siguientes modificaciones:

1.ª Los grupos de decenas se expresan con una sola palabra, diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta y noventa, en lugar de una decena, dos decenas, etc., respectivamente.

2.ª Los cinco primeros números de los comprendidos entre diez y veinte se expresan también con una sola palabra para cada uno de ellos: once, doce, trece, catorce y quince, en lugar de decir diez y uno, diez y dos, etc.

3.ª Los nombres de los números comprendidos entre veinte y treinta se expresan y se escriben con una sola palabra, diciendo: veintiuno, veintidós, veintitrés...

16.—La reunión de diez decenas recibe el nombre de centena, ciento, o cien, y a partir de este número se nombran los restantes por grupos de centenas como primero se nombraron por grupos de unidades y después por grupos de decenas. Diremos, por tanto: una centena o ciento, dos centenas o doscientos, tres centenas o trescientos y así sucesivamente.

Para nombrar los números comprendidos entre dos grupos consecutivos de centenas se agregan al nombre del grupo de centenas correspondiente los nombres de los noventa y nueve primeros números.

17.—Por razón de etimología el número formado por cinco centenas se denomina quinientos, el que se compone de siete centenas, setecientos, y el que consta de nueve centenas, novecientos

18.—La reunión de diez centenas recibe el nombre de millar o mil y, por un procedimiento análogo al empleado para nombrar los mil primeros números se siguen nombrando los restantes, teniendo presente que diez millares forman una decena de millar; diez decenas de millar, una centena de millar; diez centenas de millar, una unidad de millón.

A partir del millón los números se expresan como si se refiriesen al primer millón de números agregando a la denominación correspondiente la palabra millón o millones.

Un millón de millones recibe el nombre de billón; un millón de billones, trillón.

19.—Fijándonos en lo explicado anteriormente observaremos que los números a los que hemos denominado decena, centena, millar, decena de millar, etc., desempeñan oficio de unidad, puesto que reunidos forman otros números, y por esta razón reciben los nombres de *unidades de segundo, tercero, cuarto, etc., orden,* respectivamente, reservando la denominación de *unidad de primer orden* para la unidad simple o verdadera unidad.

20.—**Base de un sistema de numeración** es el número de unidades de cada orden que es preciso reunir para formar una unidad del orden inmediato superior, y como en el sistema explicado la base es diez recibe el nombre de *sistema de numeración décuplo o decimal.*

II.—Numeración escrita

21.—**Numeración escrita** es el conjunto de signos y convenios empleados para representar los números.

22.—Los signos con que se representan los nueve primeros números son los siguientes:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9

y se denominan *cifras* o *guarismos.*

23.—Estos mismos signos sirven para representar los grupos de unidades de diversos órdenes, sujetándose al siguiente convenio fundamental: *Toda cifra colocada a la izquierda de otra representa unidades diez veces mayores que las representadas por esta otra.*

24.—En virtud de este convenio la cifra que ocupe el primer lugar de la derecha representará unidades simples; la que ocupe el segundo lugar, decenas, y así sucesivamente, deduciéndose que toda cifra tiene dos valores: uno por su figura y otro por el lugar que ocupa. El primero de estos valores se llama *absoluto;* el segundo, *relativo.*

Así: En el número 425 el valor absoluto de la segunda cifra de la derecha es dos; el relativo dos decenas o veinte.

25.—El convenio fundamental expuesto exige que siempre se ocupen todos los lugares correspondientes a cada una de las unidades de diversos órdenes, y como puede ocurrir que un número carezca de unidades de algún orden, se emplea un nuevo signo, 0, llamado *cero* que no tiene valor absoluto y que sirve para ocupar los lugares correspondientes a los órdenes de unidades que falten.

El cero se denomina *cifra no significativa* para diferenciarla de las demás que se llaman *significativas.*

26.—Se deduce de lo dicho anteriormente que la cifra cero colocada a la izquierda de un número no altera su valor, pero colocada a la derecha lo hace diez, cien, mil... veces mayor (según que se escriban uno, dos, o tres... ceros) puesto que cada una de las cifras del número representarían entonces unidades diez, cien, mil... veces mayores que las que antes representaban.

Lectura de los números

27.—Para la lectura de los números consideraremos tres casos:

Primero.—*Cuando el número tiene tres o menos de tres cifras.*

Se leen las cifras sucesivamente de izquierda a derecha, agregando al nombre correspondiente a cada una el del orden de las unidades que represente. Así: el número 573 se leerá: cinco centenas, siete decenas y tres unidades, y empleando las abreviaciones indicadas (15 y 17) quinientos setenta y tres.

Segundo.—*Cuando el número tiene más de tres cifras sin exceder de seis.*

Se separan mentalmente o por medio de una coma las tres primeras cifras de la derecha; se lee, como en el primer caso, el número formado por las cifras que quedan a la izquierda de las separadas; al número así expresado se le agrega la palabra *mil* y a continuación se lee el número formado por las cifras separadas de la derecha.

Tercero.—*Cuando el número tenga más de seis cifras.*

Empezando por la derecha se forman grupos de seis cifras, y se van leyendo de izquierda a derecha cada uno de los grupos formados como en el caso anterior, agregando a la denominación de cada grupo las palabras millón, billón, trillón... según que se refiera al primero, segundo, tercer... grupos de la derecha.

Escritura de los números

28.—Para la escritura de los números consideraremos tres casos:

Primero.—*Cuando las unidades más elevadas del número no excedan de las centenas.*

Se escriben de izquierda a derecha las cifras que representen las unidades de cada orden, empezando por las de orden superior y cuidando de colocar ceros en los lugares correspondientes a las unidades de que carezca el número. Trescientos cuatro, se escribirá: 304.

Segundo.—*Cuando las unidades más elevadas del número excedan a las centenas sin llegar a las unidades de millón.*

Se escriben primeramente las cifras que representen millares como si se tratara del caso anterior y a continuación las cifras que se refieran a centenas, decenas y unidades, teniendo presente que después de la cifra de las unidades de millar se han de ocupar tres lugares, supliendo con ceros los correspondientes a las unidades del orden de que el número carezca. Cuarenta mil ochenta y tres, se escribirá: 40083.

Tercero.—*Cuando las unidades más elevadas del número excedan a las centenas de millar.*

Se escriben los grupos de cifras que representen trillones, billones, millones y unidades de izquierda a derecha, teniendo presente que cada grupo, a excepción del primero que se escriba, ha de tener seis cifras y que se suplirán con ceros los lugares correspondientes a las unidades que falten. Tres billones doscientos cinco mil millones sesenta mil quinientos cuarenta, se escribirá: 3205000060540.

III.—Numeración Romana

29.—Se denomina así al sistema de numeración empleado por los romanos en la antigüedad para representar los números, que necesitamos conocer porque aún se emplea en algunos casos, como en las fechas de las inscripciones en los monumentos, en la numeración de los volúmenes de una obra, de las páginas del prólogo y de los capítulos de los libros, para representar los números en las esferas de los relojes, etc.

30.—Los signos empleados y su valor en el actual sistema de numeración decimal, son los siguientes:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

31.—Para la escritura de los números en el sistema de numeración romana es preciso observar las reglas siguientes:

1.ª Las cifras I, X, C y M se pueden repetir hasta tres veces, reuniéndose sus valores; las restantes no se pueden repetir. Así: 3 se representa III; 20, XX; 300, CCC.

Por excepción, en la esfera de los relojes se acostumbra a representar cuatro por los signos IIII para evitar la confusión que pudiera originarse al mirar en sentido invertido dicho número y considerarlo como seis.

2.ª Los signos I, X y C colocados a la izquierda de cada uno de los dos que le siguen disminuyen el valor de éstos en su respectivo valor. Así: IV representa 4; IX, 9; XL, 40; XC, 90; CD, 400; CM, 900.

3.ª Toda cifra colocada a la derecha de otra de mayor valor aumenta el valor de esta otra en el suyo. Así: VI equivale a 6; LX a 60.

4.ª Una línea horizontal colocada sobre un número indica que las unidades que este número representa son unidades de millar. Dos líneas horizontales colocadas análogamente, que las unidades que el número representa son unidades de millón. Tres líneas unidades de millar de millón y así sucesivamente.

31.—Para representar los números en el sistema de numeración romana se escriben de izquierda a derecha los signos necesarios para representar las unidades de cada orden, empezando por las de orden superior, teniendo presente que en este sistema no existe el signo cero, toda vez que por no considerar valor relativo en las cifras cuando falten unidades de cualquier orden es suficiente no indicar nada referente a dichas unidades.

Para leer los números en este sistema se procede igualmente de izquierda a derecha, ateniéndose a las reglas dadas para su escritura.

PRIMERA PARTE

LIBRO SEGUNDO

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

32.—La Aritmética no estudia los números considerándolos aisladamente, sino relacionándolos entre sí y nos enseña cómo se puede encoutrar un número, conocidos otros con los que esté relacionado el primero por medio de ciertas condiciones que se determinan en cada caso.

Operaciones aritméticas son los procedimientos empleados para encontrar un número que cumpla con las condiciones que lo relacionan con otros dos conocidos.

33.—Los números conocidos que intervienen en toda operación aritmética se denominan *datos* y el número que se desea obtener *resultado*.

Signo o algoritmo de una operación es el medio empleado para diferenciarla de las demás en la escritura.

Al conjunto de operaciones que es preciso efectuar para resolver una cuestión aritmética se denomina *cálculo*.

34.—Una operación aritmética se dice que es *inversa* de otra, que se denomina *directa*, cuando en la primera figuran como datos el resultado y un dato de la segunda.

35.—Las operaciones aritméticas fundamentales son cuatro: *adición, sustracción, multiplicación y división.*

También se consideran como fundamentales otras dos operaciones: la *potenciación* y la *radicación.*

La sustracción, la división y la radicación son inversas de la adición, multiplicación y potenciación, respectivamente.

I.—Adición

36.—**Adición** o **suma** es una operación que tiene por objeto aumentar a un número las unidades que tiene otro.

Los datos de esta operación se denominan *sumandos* y el resultado *suma total* o simplemente *suma.*

El signo es una cruz (+) que se lee *más* y que se coloca entre los sumandos.

37.—En todas las operaciones aritméticas se separan los datos del resultado por medio de un signo formado por dos líneas paralelas (=) que se lee *igual a.*

Así: $7 + 5 = 12$, se leerá: siete más cinco, igual a doce, y a esta manera de representar que dos cosas son iguales se denomina *igualdad.*

Toda igualdad consta de dos partes que se denominan *miembros*: el primer miembro lo contituye todo lo que está a la derecha del signo de la igualdad, y el segundo miembro todo lo escrito a la izquierda del referido signo.

38.—Puede suceder que en la suma se desee aumentar a un número no sólo las unidades de otro, sino las de otros varios y a esta operación se denomina *suma de varios sumandos*.

39.—El procedimiento natural para efectuar la suma sería ir aumentando a uno de los sumandos, una a una, las unidades del otro o de los demás. Así: encontraríamos el resultado de sumar ocho y tres en esta forma:

$$8 + 1 = 9;\ 9 + 1 = 10;\ 10 + 1 = 11$$

$$\text{luego } 8 + 3 = 11.$$

Pero este procedimiento, fácil y breve cuando los datos sean números pequeños, sería interminable cuando se tratase de números grandes y para simplificarlo consideraremos dos casos.

40.—*Primer caso.—Sumar números de una sola cifra.* Este caso se puede resolver por el procedimiento natural y también por medio de la tabla de sumar.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Esta se construye escribiendo en línea horizontal el cero y los nueve primeros números; debajo de esta línea se forma la segunda sumando una unidad a cada número de los de la primera; y así sucesivamente se forman cada una de las líneas restantes sumando una unidad a cada número de los de la línea anterior.

Las líneas horizontales se denominan *filas* y las verticales *columnas*.

Para hallar la suma de dos números en esta tabla se busca uno de los sumandos en la primera fila y el otro en la primera columna, y el número donde se encuentren la columna y la fila encabezadas por los dos sumandos es el resultado.

En la práctica no se emplean ni el procedimiento natural ni el de la tabla de sumar porque se saben efectuar de memoria la suma de los números de una sola cifra, empleándose este mismo procedimiento para sumar un número de varias cifras con otro de una sola.

41.—*Segundo caso.—Sumar números de varias cifras.*

Para sumar números de varias cifras se colocan los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan las unidades del mismo orden de todos los sumandos. Debajo del último sumando se traza una línea y se van sumando las cifras que forman cada columna, empezando por la derecha. Cuando la suma de las cifras de una columna sea inferior a diez se escribe íntegra; pero cuando sea igual o superior

$$\begin{array}{r} 4358 \\ +\ 23749 \\ +\ 857 \\ +\ 3045 \\ +\ 53 \\ \hline 32062 \end{array}$$

a diez se escriben únicamente las unidades reservando las decenas de este resultado para agregarlas a la suma de las cifras de la columna siguiente. La suma de las cifras de la última columna se escribe íntegra.

42.—El colocar los sumandos de modo que las cifras que representen unidades del mismo orden resulten en columnas es sólo para facilitar la operación; pero como en ocasiones, y principalmente en el comercio, es preciso resolver las sumas estando los sumandos colocados unos a continuación de otros, es necesario acostumbrarse a sumar en esta forma, siguiendo la regla dada, pero buscando las cifras que representen unidades del mismo orden en cada sumando para efectuar las diferentes sumas parciales.

43.—*El orden de los sumandos no altera la suma*, puesto que cualquiera que sea el lugar que ocupen siempre tendrán las mismas unidades. Esta propiedad de la suma se denomina *propiedad conmutativa*.

7835	
53	
692	
4918	
53	13551
2376	
589	
23	
5495	
603	9086
892	
5912	
509	
89	
5314	12716
35353	35353

44.—**Prueba** de una operación es otra operación que se efectua para cerciorarse de que la primera está bien hecha.

La prueba de la suma se funda en la propiedad conmutativa y consiste en sumar en sentido inverso a como se sumó primeramente. Si se obtiene el mismo resultado es lo más probable que la operación esté bien hecha.

Cuando se quiera comprobar una suma de muchos sumandos se descomponen en varias sumas parciales, constituidas cada una por cierto número de sumandos. Se suman las diferentes sumas parciales consideradas y la suma de sus resultados debe ser igual a la suma total.

II.—Sustracción

45.—**Sustracción** o **resta** es una operación que tiene por objeto separar de un número tantas unidades como tiene otro.

El primero de los números recibe el nombre de *minuendo*, y el segundo *sustraendo*. Los dos juntos se denominan *términos de la sustracción*.

El resultado de la operación se denomina *resto*, *exceso* o *diferencia*.

El signo es una línea horizontal que se coloca entre los datos y se lee *menos*.

46.—Fijándonos en la definición dada observaremos que el resto lo forman las unidades que quedan en el minuendo después de separarle tantas unidades como tiene el sustraendo; luego, si a este resto se le suma el sustraendo (o sea, las unidades que primeramente se habían separado) resultará el minuendo.

Por tanto, en toda sustracción *el minuendo es igual a la suma del sustraendo y el resto.*

47.—De aquí que también se pueda definir la sustracción diciendo: *Es una operación que tiene por objeto conocida la suma de dos sumandos y uno de ellos hallar el otro.*

De esta definición se deduce que la sustracción es una operación inversa de la adición (34).

48.—La propiedad fundamental de la sustracción es la siguiente: *Si al minuendo y al sustraendo se le aumentan el mismo número de unidades, el resto no varia.*

49.—El procedimiento natural para efectuar la sustracción sería separar del minuendo, una a una, las unidades del sustraendo. Así: para hallar la diferencia entre 8 y 3 procederíamos del siguiente modo:

$8 - 1 = 7$; $7 - 1 = 6$; $6 - 1 = 5$; luego $8 - 3 = 5$.

Pero, igual que en la suma, este procedimiento, practicable cuando se trate de números pequeños, no se puede utilizar cuando los números sean grandes porque sería interminable, y por ello consideraremos dos casos.

50.—*Primer caso.—Cuando el sustraendo y el resto tienen una sola cifra.*

Este caso se puede resolver fácilmente por el procedimiento natural y también por medio de la tabla de sumar (40).

Para ello se busca el sustraendo en la primera línea de la tabla; se baja por la columna que determina el número buscado hasta encontrar el minuendo y el número que empiece la fila donde se encontró este último número será el resto, puesto que según sabemos por la suma, es el número que sumado con el sustraendo es igual minuendo.

En la práctica no se emplea este procedimiento ni el procedimiento natural porque se sabe hallar de memoria la diferencia en este caso.

51.—*Segundo caso.—Cuando el minuendo y el sustraendo tienen varias cifras.*

Para resolver este caso se escribe el minuendo y debajo el sustraendo de modo que se correspondan las cifras que representen unidades del mismo orden en ambos términos. Debajo del sustraendo se escribe una línea horizontal para separarlo del resto y empezando por la derecha se van restando de cada una de las cifras del minuendo la correspondiente del sustraendo, y el número formado por los diferentes restos parciales obtenidos será la diferencia buscada.

Pudiera ocurrir que alguna cifra del minuendo fuese menor que la correspondiente del sustraendo y en este caso, fundándose en la propiedad fundamental de la sustracción (48) y teniendo presente que diez unidades de cualquier orden equivalen a una unidad del orden inmediato superior, se procede del siguiente modo: Se agregan diez unidades a la cifra del minuendo a que nos referimos y una unidad a la cifra siguiente del sustraendo. Así: En el ejemplo del margen, al efectuar la sustracción de las cifras de las centenas, decimos: de 3 a 10, 7: y al efectuar la sustracción de las cifras siguientes, de 10 a 17, 7.

$$\begin{array}{r} 347076 \\ -\ 159345 \\ \hline 187731 \end{array}$$

52.—*Pruebas de la sustracción.*—De la definición de restar se deduce (47) que se puede comprobar esta operación sumando el sustraendo y el resto, y el resultado ha de ser igual al minuendo.

Otra prueba de la sustracción consiste en restar del minuendo la diferencia y el resultado ha de ser igual al sustraendo. Esta comprobación se deduce de la propiedad conmutativa de la suma (43).

$$
\begin{array}{rl}
432 & \\
+\ 781 & \\
+\ 526 & 1739 \\
\hline
+\ 714 & \\
\hline
2453 & \\
-\ 1739 & \\
\hline
714 &
\end{array}
$$

53.—Por medio de la sustracción se puede comprobar la suma del siguiente modo: Se suman todos los sumandos menos uno; de la suma total se resta la segunda suma obtenida y el resultado ha de ser igual al sumando de que se prescindió.

III.—Multiplicación

54.—**Multiplicación** es una operación que tiene por objeto repetir un número tantas veces por sumando como unidades tiene otro, o bien, hacer un número tantas veces mayor como unidades tenga otro.

El primero de los números recibe el nombre de *multiplicando;* el segundo, el de *multiplicador*, y ambos juntos se denominan *factores del producto.*

Producto, es el resultado de la multiplicación.

55.—El procedimiento natural para efectuar la multiplicación de números enteros se deduce de la misma definición: basta formar una suma de tantos sumandos iguales al multiplicando como unidades tenga el multiplicador; pero fácilmente se comprende que cuando los factores sean números grandes este procedimiento es impracticable por su lentitud, y por ello se consideran tres casos: Que los factores sean de una cifra; que el multiplicando tenga varias cifras y el multiplicador una sola; y que ambos factores tengan varias cifras.

56.—*Primer caso. Para multiplicar números de una* *sola cifra* se puede emplear el procedimiento elemental. Así: $5 \times 3 = 5 + 5 + 5 = 15$.

También se puede resolver este caso por medio de la tabla de multiplicar, llamada también de Pitágoras por creerse que fué este célebre matemático de la antigüedad el que la inventó.

Se construye escribiendo en una línea horizontal los nueve primeros números; la segunda fila se forma sumando cada número de la primera consigo mismo; y cada una de las filas restantes sumando los números correspondientes de la primera y de la última formada.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

El producto de dos números en esta tabla se busca de igual manera que si se tratase de la tabla de sumar (40).

En la práctica no se emplea ni el procedimiento elemental ni la tabla de multiplicar porque se aprenden de memoria los productos de los números de una sola cifra.

57.—*Segundo caso. Multiplicar un número de varias cifras por otro de una sola.*

Para resolver este caso se multiplica la cifra del

$$\begin{array}{r} 34857 \\ \times \quad 5 \\ \hline 174285 \end{array}$$

multiplicador por cada una de las del multiplicando, empezando por la derecha. Los productos parciales que no excedan de 9 se escriben íntegros; pero cuando sean mayores que 9 se escriben únicamente las unidades, reservando las decenas para aumentarlas al producto parcial siguiente. El último producto parcial se escribe íntegro.

58.—Antes de resolver el tercer caso de la multiplicación consideraremos los dos particulares siguientes:

Multiplicar un número entero por la unidad seguida de ceros.—Para resolver este caso es suficiente escribir a la derecha del multiplicando tantos ceros como sigan a la unidad (26). Así: $832 \times 100 = 83200$.

Multiplicar un número entero por una cifra significativa seguida de ceros.—Se multiplica el multiplicando por la cifra significativa, prescindiendo de los ceros, y a la derecha del producto se escriben tantos ceros como sigan a la referida cifra significativa.

Así: Para efectuar el producto 483×300, multitiplicaremos 483 por 3 que da por resultado 1449 y a la derecha de este producto escribiremos dos ceros. Luego el producto total será 144900.

$$\begin{array}{r} 4509327 \\ \times \; 564 \\ \hline 18037308 \\ 27055962 \\ 22546635 \\ \hline 2543260428 \end{array}$$

59.—*Tercer caso. Multiplicar números de varias cifras.*

Para multiplicar números de varias cifras se escribe el multiplicando y debajo el multiplicador; se traza una línea horizontal para separar este último factor de los productos parciales y, empezando por la derecha, se multiplican cada una de las cifras del multiplicador por todo el multiplicando, escribiendo los productos parciales uno debajo de otro, de modo que la cifra de las unidades de cada uno de ellos esté debajo de la de las decenas del producto anterior. Se suman los productos parciales así obtenidos y el resultado será el producto buscado.

$$\begin{array}{l} 37500 \\ \times\ 230 \\ \hline 1125 \\ 750 \\ \hline 8625000 \end{array}$$

60.—*Casos particulares.* —1.º Cuando uno o ambos factores terminen en ceros se efectúa el producto prescindiendo de dichos ceros que se escriben después a la derecha del producto obtenido.

2.º Cuando el multiplicador tenga ceros intermedios, como el producto del multiplicando por dichos ceros sería igual a cero, se prescinde de los productos parciales que resultarían de multiplicar el multiplicando por las cifras ceros del multiplicador, teniendo cuidado que los que resulten de multiplicar por las cifras significativas del multiplicador ocupen los lugares que les corresponden, conforme se indicó en la regla general.

$$\begin{array}{r} 3284 \\ \times\ 503 \\ \hline 9852 \\ 16420 \\ \hline 1651852 \end{array}$$

61.—*El orden de los factores no altera el producto.* Esta propiedad de la multiplicación se denomina *propiedad conmutativa.*

62.—*Prueba.* La prueba de la multiplicación, fundándose en la propiedad conmutativa, consiste en repetir la operación considerando el multiplicando como multiplicador y el multiplicador como multiplicando. Si se obtiene el mismo resultado es casi seguro que la operación está bien hecha.

Producto de varios factores

63.—**Producto de varios factores** es el resultado de multiplicar un número por otro, el resultado que se obtenga por otro número y así sucesivamente hasta llegar al último factor.

Así: $4 \times 3 \times 2 \times 6 = 12 \times 2 \times 6 = 24 \times 6 = 144$.

Al producto de varios factores se puede aplicar la propiedad conmutativa de la multiplicación y, por tanto, para resolverlo multiplicaremos los factores por el orden más conveniente para que los diferentes productos parciales sean más fáciles de obtener.

Así: para efectuar el producto $4 \times 3 \times 5 \times 6$ diremos: $4 \times 5 = 20$; $20 \times 3 = 60$; $60 \times 6 = 360$.

V.—División

64.—**División** es una operación que tiene por objeto hallar cuantas veces un número contiene a otro.

El primero de los números recibe el nombre de *dividendo*; el segundo, *divisor*, y el resultado de la división *cociente*.

El signo de esta operación varía según se trate de indicarla o de efectuarla. Para indicar la división se emplean dos puntos (:) y para efectuarla el llamado *caja de la división* (______). Ambos se leen *dividido por*.

65.—La división puede ser de dos clases: *exacta* e *inexacta*.

Se denomina la división exacta cuando el dividendo contiene al divisor un número exacto de veces.

En este caso el dividendo es igual al divisor multiplicado por el cociente y se puede definir la división diciendo que *es una operación que tiene por objeto conocido el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor) hallar el otro factor (cociente)*.

La división es, por tanto, operación inversa de la multiplicación (34).

66.—Es inexacta la división cuando el dividendo no contiene al divisor un número exacto de veces.

En este caso se denomina *resto* a la diferencia entre el dividendo y el producto del divisor por el cociente, y como el cociente ha de expresar el mayor número de veces que el dividendo contiene al divisor *el resto ha de ser siempre menor que el divisor*, pues si fuese igual o mayor el dividendo contendría una o varias veces más al divisor y el cociente considerado no sería el verdadero.

67.—El procedimiento natural para efectuar la división sería ir restando del dividendo tantas veces el divisor como fuese posible y cada sustracción que se pudiese efectuar equivaldría a una unidad del cociente; pero este procedimiento, fácil cuando el cociente es un número pequeño, es interminable tratándose de números grandes y por ello se consideran varios casos.

68.—Los casos que se pueden presentar en la división son tres:

1.° Cuando el divisor y el cociente tienen una sola cifra.

2.° Cuando el divisor tiene varias cifras y el cociente una.

3.° Cuando el divisor y el cociente tienen varias cifras.

69.—Se deduce de lo anteriormente expuesto que para saber cuál es el caso de la división que se ha de resolver es preciso conocer el número de cifras del cociente antes de obtenerlo, y esto se consigue por medio de la siguiente

Regla.—Para averiguar el número de cifras que ha de tener un cociente se escriben mentalmente a la derecha del divisor tantos ceros como sean necesarios para formar un número mayor que el dividendo. El número de ceros considerado es el número de cifras del cociente.

70.—*Primer caso.*—Divisor y cociente de una sola cifra.

Se distinguirá este caso porque el dividendo será mayor que el divisor y menor que el divisor seguido de un cero, y para resolverlo se puede aplicar el procedimiento natural. Así: para dividir 14 entre 4, procederemos del modo siguiente:

$$14 - 4 = 10;\ 10 - 4 = 6;\ 6 - 4 = 2$$

Luego el cociente será 3 por ser éste el número de sustracciones efectuadas, y el resto 2.

También se puede resolver este caso por medio de la tabla de multiplicar (56).

Para ello se busca el divisor en la primera fila y se baja por la columna que él encabeza hasta encontrar el dividendo; el número que empiece la fila donde se encontró el dividendo será el cociente (65).

Si la división fuese inexacta no se encontrará en la columna correspondiente el dividendo; pero en este caso se considera como tal el mayor número de los que figuren en dicha columna que no sea superior al dividendo. La diferencia entre este número y el verdadero dividendo es el resto de la división.

En la práctica, para resolver este primer caso de la división no se emplea ni el procedimiento natural ni el de la tabla de multiplicar, porque se sabe de memoria hallar el cociente.

71.—*Segundo caso.*—Divisor de varias cifras y cociente de una sola.

Igual que el caso anterior se distinguirá éste porque siendo el dividendo mayor que el divisor será menor que el divisor seguido de un cero.

Se resuelve por la siguiente:

Regla.—Se divide la primera cifra de la izquierda del dividendo por la primera del divisor, (cuando la primera cifra del dividendo sea menor que la del divisor se considera el número formado por las dos primeras cifras de la izquierda del dividendo) y el cociente que se obtenga será la cifra que se busca o una mayor.

$$\begin{array}{r|l} 43825 & 5784 \\ \cline{2-2} \underline{40488} & 7 \\ 3337 & \end{array}$$

Para comprobarla se multiplica la cifra obtenida por todo el divisor y si este producto se puede restar del dividendo, la cifra será la verdadera y el resto obtenido el de la división. En caso contrario se disminuye la cifra del cociente en una unidad y se efectúa la misma comprobación.

Como por este procedimiento no se tiene la seguridad de haber obtenido el verdadero cociente, se denomina de *tanteo*.

En la práctica el producto de la cifra del cociente por el divisor y la sustracción de dicho producto del dividendo se verifican al mismo tiempo, disponiéndose la operación en la forma indicada al margen.

```
43825 | 5784
 3337   7
```

Observación.—Pudiera ocurrir que por temor de considerar una cifra grande considerásemos una menor que la verdadera y, en tal caso, su producto por el divisor se podría restar del dividendo; pero el error cometido se advierte porque el resto será mayor que el divisor, lo que no es posible.

72.—*Tercer caso.*—Divisor y cociente de varias cifras.

Se conocerá este caso en que será necesario escribir más de un cero a la derecha del divisor para formar un número mayor que el dividendo.

Regla. Se separan de la izquierda del dividendo tantas cifras como tenga el divisor o una más si el número resultante fuese menor que el divisor. El número así formado es el primer dividendo parcial y se divide por el divisor siguiendo la regla dada para el caso anterior, obteniéndose la primera cifra del cociente.

```
475920 | 723
  4212   658
  5970
   186
```

Esta cifra se multiplica por el divisor y se resta el producto obtenido del dividendo parcial; a la derecha del resto se escribe la primera cifra no considerada del dividendo y se considera el número así formado como nuevo dividendo parcial; este dividendo parcial se divide por el divisor y el cociente será la segunda cifra del cociente que se busca; se multiplica esta cifra por el divisor, el producto se resta del dividendo, a la derecha del resto se escribe la cifra siguiente del dividendo y así se continúa hasta considerar la última cifra del dividendo.

El último resto que se obtenga es el de la división.

Cuando algún dividendo parcial sea menor que el divisor se escribe un cero en el lugar correspondiente del cociente, y a la derecha de dicho dividendo se escribe la cifra correspondiente, continuando la operación.

73.—Algunos autores consideran otro caso en la división: Cuando el divisor tiene una cifra y el cociente varias; pero este caso queda incluido en el último considerado, pues se resuelve aplicando la regla dada.

```
43782 | 5
 37    8756
  28
   32
    2
```

Pero en la práctica se resuelve este caso del siguiente modo: Mentalmente, puesto que se refieren al primer caso de la división, se van obteniendo las cifras del cociente y escribiéndolas debajo de las del dividendo que las originan, formando con el resto que cada dividendo parcial pueda producir y la cifra siguiente del dividendo, el dividendo parcial siguiente. El último resto se escribe debajo del cociente.

```
37841 : 3
12613
    2
```

Para dividir 37841 entre 3, diremos: Tercera parte de 3, 1 y no sobra nada; tercera parte de 7, 2 y sobra 1 que con el 8 forma el número 18; tercera parte de 18, 6 y no sobra nada, tercera parte de 4, 1 y sobra 1 que con el 1 siguiente forma 11; tercera parte de 11, 3 y sobran 2 que es el resto de la división, siendo el cociente 12613.

74.—*Casos particulares de la división.* 1.° Dividir un número por la unidad seguida de ceros. Se separan de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros sigan a la unidad; el número formado por las cifras que queden a la izquierda es el cociente; el formado por las cifras de la derecha es el resto.

Así: 32538 : 100; 325 es el cociente; el resto, 38.

2.° Cuando el divisor termina en ceros. Se prescinde de dichos ceros y de igual número de cifras de la derecha del dividendo, efectuando la operación con los números que resulten; el cociente que así se obtenga es el verdadero, pero para obtener el verdadero resto es preciso escribir a la derecha del obtenido las cifras no consideradas en el dividendo.

Así: si queremos efectuar la división 45897 : 350 prescindiremos del 0 del divisor y de la cifra 7 del dividendo, efectuando la división 4589 : 35. El cociente será 131 y el resto el número formado por el resto obtenido, 4, seguido de la cifra separada, 7, o sea 47.

```
4589 7 | 35 0
108      131
 39
  4 7
```

75.—*Prueba.* La prueba de la división se deduce de la definición. Se multiplica el divisor por el cociente, al resultado se le suma el resto y esta suma ha de ser igual al dividendo.

Si la división fuese exacta el producto del divisor por el cociente ha de ser igual al dividendo y en este caso también se puede comprobar la división dividiendo el dividendo por el cociente y el resultado ha de ser igual al divisor.

Por medio de la división se puede comprobar la operación de multiplicar. Para ello se divide el producto por uno cualqiera de los factores y el cociente ha de ser igual al otro factor.

VI.-Potenciación

76.—**Potenciación** es una operación que tiene por objeto repetir un número tantas veces por factor como unidades tiene otro.

El número que se repite recibe el nombre de *base*; el que indica las veces que se ha de repetir la base, *exponente*; el resultado se denomina *potencia*.

Esta operación no tiene signo y se distingue de las demás por la forma en que se colocan los datos. El exponente se escribe en la parte superior de la derecha de la base con caracteres más pequeños, en la siguiente forma: 8^4, y se lee: ocho elevado a la cuarta potencia.

Por tanto, $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

Se deduce de lo dicho anteriormente que la potencia de un número es un producto de varios factores (63) en que todos los factores son iguales a dicho número. Luego la potenciación es un caso particular de la multiplicación como la multiplicación lo es de la suma.

77.—*Grado de una potencia* es el número de unidades que tiene su exponente.

Las potencias de un número se clasifican por este concepto, de segundo, tercero, cuarto, etc. grados.

La potencia de segundo grado recibe el nombre particular de *cuadrado*, debiéndose esta denominación a que la medida de la extensión de la superficie que en Geometría se denomina cuadrado es igual a la segunda potencia de la longitud de su lado.

La tercera potencia se denomina *cubo*, porque el volumen del cuerpo llamado cubo en Geometría es igual a la tercera potencia de su arista.

Las demás potencias no reciben nombres particulares.

78.—La potencia de primer grado de cualquier número es igual al mismo número. Así: $8^1 = 8$; $3^1 = 3$, puesto que sólo habrá que considerar a la base una vez.

Cualquier potencia de la unidad es igual a la unidad, puesto que la unidad multiplicada por sí misma da siempre por resultado la unidad.

Las potencias de 10 son iguales a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tenga el exponente. Puesto que $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$.

79.—Para hallar la potencia de un número no existe otro procedimiento que el natural, o sea, multiplicar el número por sí mismo tantas veces como unidades tenga el exponente.

Necesitamos saber de memoria los cuadrados de los nueve primeros números, que son los siguientes:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

VII.—Radicación

80.—**Radicación** es una operación que tiene por objeto hallar la base de una potencia conocidos la potencia y el exponente.

Por tanto, es una operación inversa de la potenciación (34).

La potencia conocida recibe el nombre de *radicando*, el exponente se denomina *indice*, y el resultado de la operación *raiz*.

El signo de la operación es éste $\sqrt{\quad}$ que se denomina radical. Debajo de la línea horizontal se escribe el radicando y en la abertura el índice.

81.—*Grado de una raiz* es el número de unidades que tiene el índice.

La raiz de segundo grado se denomina *cuadrada*, y la de tercer grado *cúbica*. Las demás no reciben nombres especiales. designándose por los nombres de raiz de cuarto grado, de quinto grado, etc.

Por convenio, para representar la raiz cuadrada no se escribe el índice, de modo que cuando un signo radical no lleva índice se sobreentiende que representa la raiz cuadrada.

82.—*Raiz cuadrada exacta* de un número es otro número que elevado al cuadrado reproduce el propuesto. Así: la raiz cuadrada exacta de 49 es 7, porque el cuadrado de 7 es 49.

Cuando el número propuesto no sea igual al cuadrado de otro (lo que ocurre en la mayoría de los casos) no se puede obtener la raiz cuadrada exacta.

83.—*Raiz cuadrada entera* de un número es el mayor número cuyo cuadrado esté contenido en el número propuesto. Así: la raiz cuadrada entera de 73 es 8, porque este último número es el mayor cuyo cuadrado, 64, está contenido es 73.

La diferencia entre el número propuesto y el cuadrado de su raiz cuadrada entera se denomina *resto*. En el ejemplo a que nos estamos refiriendo el resto es 73—64=9.

84.—Para hallar la raiz cuadrada consideraremos dos casos, según que el número sea menor o mayor que 100.

Cuando el número sea menor que 100 es suficiente saber de memoria los cuadrados de los nueve primeros números y aplicar el procedimiento natural. Por tanto, la raiz cuadrada de 43 será 6 y el resto 7.

85.—Para hallar la raiz cuadrada de un número mayor que 100 se divide dicho número en grupos de dos cifras empezando por la derecha; el primer grupo de la izquierda podrá tener una o dos cifras.

```
√ 7 48 53  | 273
  4        |
  3 48     |  47 × 7
  3 29     |
    195,3  | 543 × 3
    162 9  |
      324  |
```

Se halla la raiz cuadrada de dicho primer grupo y el resultado será la primera cifra de la raiz. El cuadrado de esta cifra se resta del referido grupo y a la derecha del resto se escribe el grupo siguiente. Del número así formado se separa la primera cifra de la derecha y el número que formen las cifras de la izquierda se divide por el duplo de la cifra hallada de la raiz; el cociente que se obtenga será la segunda cifra de la raiz o una mayor.

Para comprobar esta cifra se escribe a la derecha del duplo de la raiz hallada y se multiplica el número que resulte por la misma cifra; si el producto se puede restar del número formado por el primer resto hallado seguido del segundo grupo, la cifra obtenida es la verdadera; en caso contrario se disminuye en una unidad y se efectúa la misma comprobación.

A la derecha del último resto hallado se escribe el grupo siguiente; se separa la primera cifra de la derecha del número así formado y el número que quede a la izquierda se divide por el duplo de la raiz hallada, obteniéndose la tercera cifra de la raiz que se comprueba de igual modo que la segunda.

La operación se continúa de análoga manera hasta considerar el último grupo. El último resto que se obtenga es el resto de la operación.

86.—*Prueba.* Se efectúa la prueba elevando al cuadrado la raiz obtenida y sumando a este resultado el resto. Esta suma ha de ser igual al radicando.

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

PRIMERA PARTE

LIBRO TERCERO

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS

I.—Divisibilidad

87.—Cuando la división de un número por otro es exacta, el primero de los números se dice que es *divisible* por el segundo o *múltiplo* del segundo, y el segundo recibe los nombres de *factor, divisor o submúltiplo* del primero.

48 es divisible por 6 ó múltiplo de 6; 6 es divisor, factor o submúltiplo de 48.

Se deduce de las definiciones dadas que todo número es divisible por sí mismo y por la unidad.

88.—El procedimiento natural para averiguar si un número es o no divisible por otro es efectuar la división y según que ésta sea exacta o inexacta el primer número será o no divisible por el segundo.

Pero los números presentan ciertas señales o caracteres que nos permiten saber si son divisibles por otros sin necesidad de efectuar la división, y tales señales o caracteres se denominan *caracteres de divisibilidad*.

89 —Un número es divisible por 2 cuando termina en cero o cifra par. 420 y 384 son divisibles por 2.

Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es 3 o un número múltiplo de 3. 3246 es divisible por 3 porque $3+2+4+6=15$ es múltiplo de 3.

Un número es divisible por 5 cuando termina en cero o en cinco. 340 y 225 son divisibles por 5.

Un número es divisible por 6 cuando lo es por 2 y por 3. 426 es divisible por 6, porque termina en cifra par y porque la suma de los valores absolutos de sus cifras, 12, es múltiplo de 3.

Un número es divisible por 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es 9 o forma un número múltiplo de 9. 32418 es divisible por 9, porque $3+2+4+1+8=18$, que es múltiplo de 9.

Un número es divisible por 10 cuando termina en un cero. Por 100 si termina en dos ceros. Por 1000 si termina en tres ceros, y así sucesivamente.

90.— Para hallar el resto de la división de un número por 9, sin necesidad de efectuar la división, se suman los valores absolutos de sus cifras, el número que resulte se divide mentalmente por 9 y el resto de esta división es el que se busca.

Así: Sea el número 52078. Diremos $5+2+7+8=22$. 22 dividido entre 9 da 2 de cociente y de resto 4; luego 4 es el resto que se obtiene al dividir 52078 por 9.

Pero en la práctica, al sumar las cifras del número propuesto, cada vez que se llegue a 9 ó a un número superior a 9 se resta 9 del resultado obtenido y el resto se suma con las cifras siguientes, no considerando las cifras 9 que el número pudiese tener

Sea el número 42965032. Procederemos del siguiente modo: $4+2=6$; $6+6=12$; $12-9=3$; $3+5=8$; $8+3=11$; $11-9=2$; $2+2=4$. Luego 4 es el resto buscado.

Pruebas por medio del divisor 9 de la multiplicación, división y raiz cuadrada

91.—La prueba de la multiplicación por medio del divisor 9 se efectúa del modo siguiente:

$$\begin{array}{r l}
438592\ldots & \times{}^{4}_{5}=20\ldots\ 2 \\
\times\ 527\ldots & \\
\hline
3070144 & \\
877184 & \\
2192960 & \\
\hline
231137984\ldots\ldots\ldots & 2
\end{array}$$

Se hallan los restos con relación a 9 del multiplicando y del multiplicador; se multiplican ambos restos y se halla el resto de este producto. El último resto obtenido ha de ser igual al resto del producto total si la operación está bien hecha.

Cuando el resto del multiplicando sea cero no es preciso obtener el del multiplicador, pues, sea éste el que fuere, su producto por cero será igual a cero.

$$\begin{array}{r r | l l}
6\ldots & 34575 & 25\ldots\ldots & \times{}^{7}_{6}=42\ldots\ 6 \\
\cline{3-3}
& 95 & 1383\ldots & \\
& 207 & & \\
& 75 & & \\
& 0 & &
\end{array}$$

92.—Para comprobar la división exacta, como el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, se hace de análoga forma a la multiplicación, o sea, se hallan los restos del divisor y del cociente, se multiplican estos restos y se halla el resto del producto, que ha de ser igual al resto del dividendo.

Cuando la división sea inexacta se procede como en el caso anterior hasta llegar a obtener el resto del producto de los restos del divisor y del cociente. Este resto se suma con las cifras del resíduo de la división y se halla el resto de esta suma que ha de ser igual al resto del dividendo.

7.... 37825 | 43 .... $\times \frac{7}{6}$ = 42... 6
342   879....
415   +
28 1
7

93.—Para comprobar la raiz cuadrada se halla el resto de la raiz y se eleva al cuadrado. El resto que dé este cuadrado se suma con el del resto de la raiz, y el resto de la suma ha de ser igual al del radicando.

4.... $\sqrt{74083}$ | 272 $2^2 = 4$
4
340 | 47×7
329
1183 | 542×2
1084
99 | 0
4

II.—Números primos

94.—**Número primo** es el que solamente es divisible por sí mismo y por la unidad, como 3 y 19.

El número primo recibe también el nombre de *simple*.

Número compuesto es el que no es primo, o sea, el que es divisible por algún número distinto de él y de la unidad, como 34, que es divisible por 2.

95.—*Tabla de números primos* es un cuadro en el que aparecen los números primos, desde la unidad hasta el límite que se señale.

Para construir la tabla de los números primos comprendidos en la primera centena de los números se escriben el número 1, el 2 y la serie natural de los números impares hasta 99.

Se subraya o se tacha el cuadrado de 3, o sea, 9 y todos los números que a partir de 9 se encuentren de tres en tres; después se tachan el cuadrado de 5, esto es, 25, y todos los números que a partir de 25 se encuentren de cinco en cinco; y finalmente se tachan el cuadrado de 7, es decir, 49 y todos los números que a partir de 49 se encuentren de siete en siete.

1	2	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31	33
35	37	39	41	43	45	47	49	51
53	55	57	59	61	63	65	67	69
71	73	75	77	79	81	83	85	87
89	91	93	95	97	99			

Los números que queden sin tachar son los números primos de la primera centena.

Descomposición de un número en sus factores primos

96.—**Descomponer un número en sus factores primos** es hallar un producto de factores primos que sea igual al número propuesto.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Para descomponer un número en sus factores primos se divide por el factor primo más pequeño por el que sea divisible dicho número; el cociente se divide por el menor factor primo por quien sea divisible, y así se continúa hasta llegar a un cociente que sea primo, que se divide por sí mismo y que dará la unidad como último cociente.

Para efectuar estas divisiones se emplea el procedimiento indicado en el número 73 y como sólo conocemos los caracteres de divisibilidad por los números primos 2, 3 y 5 (89) cuando uno de los cocientes obtenidos no sea divisible por ninguno de estos tres números se averiguará si es o no divisible por 7, por 11, por 13, etc. empleando el procedimiento natural de la divisibilidad (88).

La operación se dispone como se indica al margen, y una vez efectuadas las divisiones sucesivas indicadas el número propuesto será igual al producto de todos los divisores considerados, o sea, de los números que figuran a la derecha de la barra.

Luego: $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$, o bien (76) $120 = 2^3 \times 3 \times 5$.

III.—Máximo común divisor y Mínimo común múltiplo

97.—*Divisor común de varios números* es un número que es divisor a la vez de todos ellos. 4 es divisor común de 12, 20 y 32.

Múltiplo común de varios números es un número que es divisible a la vez por todos los dados. 36 es múltiplo común de 4, 9 y 12.

Máximo común divisor de varios números es el mayor divisor común de todos ellos.

Mínimo común múltiplo de varios números es el menor múltiplo común de todos ellos.

El máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números se indican con las letras iniciales colocadas delante de un paréntesis, dentro del cual se colocan los números a que se refieren separados por comas.

El máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números 54, 32 y 26 se indicarán: m. c. d. (54, 32, 26) y m. c. m. (54, 32, 26) respectivamente.

98.—Cuando el máximo común divisor de varios número es igual a la unidad, los números se denominan *primos entre sí*.

99.—Para hallar el máximo común divisor de varios números se descomponen éstos en sus factores primos y se forma un producto con los factores primos comunes a todos los números con el menor exponente que tengan.

100.—Para hallar el mínimo común múltiplo de varios números se descomponen dichos números en sus factores primos y se forma un producto cuyos factores sean los divisores primos distintos, comunes y no comunes, con el mayor exponente que tengan.

Sean los números 210, 150 y 45, de los que queremos obtener el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo:

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{m. c. d. } (210, 150, 45) = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{m. c. m. } (210, 150, 45) = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 2 \times 9 \times 25 \times 7 = 3150$$

Luego para dividir un quebrado por un entero se deja el mismo numerador y por denominador se pone el producto del entero por el denominador del quebrado.

135.—*Dividir un entero por un quebrado.*—Empleando igual razonamiento que en el caso anterior, obtendremos:

$$3:\frac{4}{5}=\frac{3}{1}:\frac{4}{5}=\frac{3\times5}{1\times4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}.$$

El cociente de dividir un entero por un quebrado tiene por numerador el producto del entero por el denominador del quebrado, y por denominador el numerador del quebrado.

En los dos últimos casos considerados es frecuente confundir las reglas correspondientes, aplicándolas al caso contrario a que se refieren; por ello recomendamos que siempre que se trate de la división de entero y quebrado se exprese el entero en forma fraccionaria poniéndole por denominador la unidad y se efectúe después la división de un quebrado por otro, con lo que desaparece toda confusión.

La expresión del número entero en forma fraccionaria se puede hacer mentalmente, abreviando así el procedimiento.

136.—*Dividir números mixtos.*—Para dividir números mixtos se reducen a quebrados y se dividen después las fracciones que resulten.

$$3\frac{1}{4}:2\frac{5}{7}=\frac{13}{4}:\frac{19}{7}=\frac{13\times7}{4\times19}=\frac{91}{76}$$

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

PRIMERA PARTE

LIBRO QUINTO

FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

I.—Definiciones y Numeración

137.—Cuando las fracciones ordinarias tienen por denominador 10, 100, 1000,... y, en general, la unidad seguida de ceros, reciben el nombre particular de *fracciones decimales.*

$\frac{8}{10}$, $\frac{72}{100}$, $\frac{3}{1000}$ son fracciones decimales.

Número decimal es el que se compone de parte entera y parte decimal, como $7\frac{3}{10}$.

La diferencia entre fracción y número decimal es, por consiguiente, que la primera carece de parte entera; pero generalmente con la denominación de número decimal se designan las dos clases de decimales a que nos estamos refiriendo.

138.—Las distintas unidades decimales son cada una de las partes que resultan de dividir la unidad en diez, cien, mil, diez mil, cien mil, un millón, etc.

de partes iguales y se les dan los nombres respectivos de *décima*, *centésima*, *milésima*, *diezmilésima*, *cienmilésima*, *millonésima*, etc.

139.—Si la unidad se divide en diez partes iguales, cada parte constituye una décima, según acabamos de expresar. Si cada una de las diez décimas de que se compone la unidad se divide a su vez en diez partes iguales, resultará la unidad dividida en cien partes, y cada una de estas partes será una centésima. Luego una décima equivale a diez centésimas.

Si cada una de las cien centésimas de que consta una unidad se divide en diez partes iguales, resultará la unidad dividida en 100×10, ó sea en 1000 partes iguales. Por tanto, cada nueva parte será una milésima. Luego una centésima equivale a diez milésimas.

De la misma forma obtendríamos que una milésima tiene diez diezmilésimas y, en general, que una unidad decimal de un orden cualquiera contiene diez veces a la del orden inmediato inferior.

140.—De las consideraciones anteriores se desprende que las unidades decimales siguen la misma ley para su formación que las distintas unidades de los números enteros (20) y, por tanto, a las fracciones decimales se pueden aplicar y se aplican los principios y convenios de la numeración de enteros.

Pero si nos fijamos además que la unidad entera contiene diez veces a la primera unidad decimal, esto es, a la décima, resulta que los números decimales se pueden escribir a continuación de los enteros, cuidando solamente de indicar dónde termina la parte entera y, por consiguiente, dónde empieza la parte decimal.

El signo usado con tal propósito es una coma que se escribe en la parte superior de la derecha de la cifra que represente unidades enteras.

Como consecuencia de lo anteriormente expuesto se deduce que la primera cifra escrita después de la coma representará décimas; la segunda, centésimas; la tercera, milésimas, y así sucesivamente.

También se deduce que el procedimiento expuesto para representar los números decimales exige que se represente siempre la parte entera, y, para ello, cuando el número decimal no tenga unidades enteras se escribe un cero en el lugar correspondiente.

141.—*Escritura de los números decimales.*—Para escribir un número decimal se escribe, de izquierda a derecha, primeramente la parte entera (si no la hay, un cero) y a continuación la parte decimal, cuidando que la última cifra decimal ocupe el lugar que corresponda a las unidades decimales que represente, lo que se conseguirá escribiendo ceros, si fuesen necesarios, después de la coma para ocupar los lugares de las unidades que pudiesen faltar.

Cuarenta y dos enteros treinta y cinco milésimas, se escribirá: 42'035. Ocho centésimas se escribirá: 0'08.

En la práctica el procedimiento más conveniente para la escritura de los números decimales es el siguiente: Después de escrita la parte entera y la coma, antes de escribir ninguna cifra decimal, se averiguan las cifras que tiene la parte decimal como si se tratase de un número entero, y el lugar que debe ocupar la última cifra decimal según la denominación dada; se escriben a continuación de la coma tantos ceros como unidades tenga la diferencia entre el número que indica el lugar que debe ocupar la última cifra decimal y el número que indica las cifras que tiene la parte decimal como si fuese entera; después se escribe la parte decimal como si fuese entera.

Ejemplo: Representar el número doscientos cuatro enteros tres mil dos millonésimas.

Escribiremos doscientos cuatro y a continuación la coma; después diremos mentalmente: las millonésimas ocupan el sexto lugar; tres mil dos es un número de cuatro cifras; seis menos cuatro, igual a dos. Luego escribiremos dos ceros y a continuación tres mil dos como si fuese entero, en esta forma: 204'003002.

142.—*Lectura de los números decimales.*—Para leer un número decimal se lee primero la parte entera y a continuación la palabra *enteros* o *unidades;* después se lee la parte decimal como si fuese entera y a continuación se expresa el orden de la unidad decimal que represente la última cifra.

35'0472 se leerá: Treinta y cinco unidades cuatrocientas setenta y dos diezmilésimas.

También se puede leer el número decimal expresándolo como si todas sus cifras, enteras y decimales, se refiriesen a un número entero y agregando el nombre correspondiente a la unidad decimal que represente la última cifra.

32'04 se puede leer: Tres mil doscientas cuatro centésimas.

Cuando el número decimal carezca de parte entera es suficiente no expresar la denominación de las unidades.

0,043 se leerá: Cuarenta y tres milésimas.

II.—Propiedades de los números decimales

143.—El valor de un número decimal no altera escribiendo ceros a su derecha.

3'2=3'200, puesto que ambos números se componen de tres unidades y dos décimas.

Esta propiedad permite considerar en un número decimal las cifras decimales que queramos, supliendo las que falten con ceros.

Así: El dinero se cuenta por centésimas de peseta que reciben el nombre de céntimos. Luego si tenemos un número, 4'2 ptas., para expresarlo en las unidades empleadas diremos 4'20 ptas, esto es, cuatro pesetas y veinte céntimos.

Claro es que tampoco altera el valor de un número decimal si se suprimen los ceros en que termine su parte decimal: 4'50=4'5.

144.—Si en número decimal se corre la coma uno, dos, tres .. lugares hacia la derecha, el número resulta multiplicado por 10, 100, 1000...

Así: Si en el número 325'043 colocamos la coma después de la cifra 4, se transforma en 32504'3 y equivale a cien veces el primero, puesto que cada una de sus cifras representa unidades cien veces mayores que las que representaban en el primer número.

145.—Si en un número decimal se corre la coma uno, dos, tres... lugares hacia la izquierda, el número resulta dividido por 10, 100, 1000...

Así: Si en el número 325'043 colocamos la coma detrás de la cifra 3, se transforma en 3'25043 y este número es cien veces menor que el primero porque cada una de sus cifras representa unidades cien veces menores que las que representaban en el primer número.

III.—Adición de números decimales

146.—Como los números decimales, según hemos explicado anteriormente, siguen la misma ley de formación que los números enteros, para sumarlos y restarlos se aplican las reglas dadas para resolver las mismas operaciones con los números enteros.

Para *sumar números decimales* se colocan los sumandos uno debajo de otro de modo que se correspondan las cifras que representen unidades del mismo orden tanto enteras como decimales, lo que se conseguirá cuidando que las comas formen columna; se traza una línea horizontal debajo del último sumando y se efectúa la suma como si se tratase de números enteros. (41). Del resultado se separan tantas cifras decimales como tenga el sumando de mayor número de cifras decima-

$$\begin{array}{lr} & 32'045 \\ + & 0'23 \\ + & 5'0027 \\ + & 403'08 \\ \hline & 440'3577 \end{array}$$

les, para lo que es suficiente poner la coma de manera que continúe la columna formada por las comas de los sumandos.

147.—Cuando se trate de sumar enteros y decimales se sigue el mismo procedimiento que cuando todos los sumandos son decimales, cuidando siempre que se correspondan las cifras que representen unidades del mismo orden, tanto enteras como decimales.

148.—Cuando se quiera efectuar una suma de decimales de muchos sumandos y éstos tengan unos muchas cifras decimales y otros pocas, es conveniente igualar el número de cifras decimales de todos los sumandos, colocando ceros a la derecha de los que tengan menor número de cifras decimales. De esta forma se evita la confusión que pudiera originarse al sumar las cifras que no correspondiesen a una misma columna.

$$\begin{array}{lr} & 3'003001 \\ + & 42'000000 \\ + & 50'300000 \\ + & 8'000400 \\ + & 5'100000 \\ + & 3'256000 \\ + & 0'000001 \\ + & 432'020000 \\ + & 2'003010 \\ \hline & 545'682412 \end{array}$$

Ejemplo: Si queremos efectuar la suma 3'003001 + 42 + 50'3 + 8'0004 + 5'1 + 3'256 + 0'000001 + 432'02 + 2'00301, se dispondrá la operación en la forma indicada al margen.

IV.—Sustracción de números decimales

149.—Para *restar dos números decimales* se escriben ceros a la derecha del término que tenga menor número de cifras decimales (143) hasta igualar el número de cifras decimales del minuendo y sustraendo.

Se colocan los datos y se efectúa la operación como si se tratase de números enteros (51) cuidando que se correspondan las cifras que representen unidades enteras o decimales del mismo orden, y del resultado se separan tantas cifras decimales como tenga el término de mayor número de cifras decimales, lo que se consigue poniendo la coma del resultado debajo de la de los datos.

$$\begin{array}{r} 42'3500 \\ -\ 3'0314 \\ \hline 39'3186 \end{array}$$

Así: Para efectuar la sustracción 42'35—3'0314, se dispone la operación en la forma indicada al margen.

150.—Para *restar un decimal de un entero* o *un entero de un decimal* se considera el entero como decimal escribiendo a su derecha, después de una coma, tantos ceros como cifras decimales tenga el otro término, y después se efectúa la sustracción de los dos números decimales resultantes.

$$\begin{array}{r} 4'032 \\ -\ 2'000 \\ \hline 2'032 \end{array}$$

Las sustracciones 4'032—2 y 3—1'049 se efectuarán en la forma indicada al margen.

$$\begin{array}{r} 3'000 \\ -\ 1'049 \\ \hline 1'951 \end{array}$$

Téngase presente que en la práctica se acostumbra a suprimir los ceros que se colocan para igualar el número de cifras decimales, considerándolos mentalmente representados y efectuando la operación como si realmente estuviesen escritos.

V.—Multiplicación de números decimales

151. —En la multiplicación de números decimales consideraremos los siguientes casos: Multiplicar un decimal por la unidad seguida de ceros; multiplicar un decimal por un entero o un entero por un decimal; y multiplicar números decimales

152.—Para *multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros* se corre la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros sigan a la unidad (143). Si no hubiesen cifras decimales bastantes se suplen con ceros las que falten.

$$4'058 \times 100 = 405'8; \quad 0'02 \times 1000 = 20.$$

$$\begin{array}{r} 4'032 \\ \times\ 54 \\ \hline 16128 \\ 20160 \\ \hline 217'728 \end{array}$$

153.—Para *multiplicar un decimal por un entero o un entero por un decimal* se multiplican como si fuesen enteros y del producto se separan tantas cifras decimales como tenga el factor decimal.

154.—Para *multiplicar números decimales* se efectúa la operación como si fuesen enteros y del producto se separa un número de cifras decimales igual a la suma del número de cifras decimales del multiplicando y multiplicador.

$$\begin{array}{r} 3'452 \\ \times 0'23 \\ \hline 10356 \\ 6904 \\ \hline 0'79396 \end{array}$$

Observación.—Cuando el multiplicador es una fracción decimal, esto es, carece de parte entera, el producto resulta menor que el multiplicando, toda vez que dicho multiplicando se repite menos de una vez, o sea, se considera de él sólo una parte.

VI.—División de números decimales

155.—En la división de números decimales se pueden presentar los casos siguientes: Dividir un decimal por la unidad seguida de ceros; dividir un decimal por un entero; dividir un entero por un decimal; y dividir un decimal por otro.

156.—Para *dividir un decimal por la unidad seguida de ceros* se corre la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros sigan a la unidad (144). Si no hubiesen cifras bastantes se suplen con ceros las que falten.

342'05 : 100 = 3'4205; 2'03 : 1000 = 0'00203.

157.—Para *dividir un decimal por un entero* se dividen como si fuesen enteros y en el cociente se consideran tantas cifras decimales como tenga el dividendo. El resto se refiere a unidades decimales del mismo orden que las que representa la última cifra decimal del dividendo.

```
43'028 | 25
180      1'721
  52
   28
    3
```

En la división efectuada al margen el cociente es 1'721 y el resto 3 milésimas.

En la práctica, al bajar la primera cifra decimal del dividendo se escribe la coma en el cociente y no hay necesidad de contar después las cifras decimales que se han de separar.

158.—Para *dividir un entero por un decimal* se escriben a la derecha del dividendo tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor y se dividen los dos números como si fuesen enteros. El cociente será

```
420 | 3'6
 60   11
 24
```

un número entero; el resto se referirá a unidades decimales del mismo orden que el representado por la última cifra decimal del divisor.

Así: Para dividir 42 entre 3'6 hemos efectuado la división de 420 entre 36. El cociente es 11; el resto, 24 décimas.

159.—Para *dividir dos números decimales* se multiplica el dividendo por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor, y el número que resulte, entero o decimal, se divide por el divisor considerado como entero, siguiendo la regla dada para la división de dos enteros o para dividir un decimal por un entero.

$$\begin{array}{r|l} 3'20 & 0'06 \\ \hline 20 & 53 \\ 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4'35 & 2'13 \\ \hline 9 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5'023 & 0'4 \\ \hline 1\,0 & 12'55 \\ 22 & \\ 23 & \\ 3 & \end{array}$$

El resto expresará unidades del mismo orden decimal que las que represente la última cifra del término que tenga mayor número de cifras decimales.

En las divisiones efectuadas al margen, 3'2 : 0'06; 4'35 : 2'13 y 5'023 : 0'4, el primer resto es 2 centésimas; el segundo, 9 centésimas; el tercero, 3 milésimas.

160.—*Aproximación de un cociente por decimales.*—Como todo número entero lo podemos expresar en forma decimal poniendo una coma después de la cifra de las unidades y escribiendo a continuación tantos ceros como cifras decimales se quieran considerar, se puede aproximar un cociente por decimales escribiendo a la derecha del entero tantos ceros como cifras decimales se quieran obtener y separando del cociente tantas cifras decimales como ceros se hayan escrito a la derecha del dividendo.

En la práctica, los ceros se escriben a la derecha de los restos correspondientes y la coma en el cociente se coloca al dividir el primer dividendo parcial formado por el resto entero de la división seguido del primer cero.

$$\begin{array}{l|l} 43 & 7 \\ \cline{2-2} \ 10 & 6'142 \\ \ \ 30 & \\ \ \ \ 20 & \\ \ \ \ \ \ 6 & \end{array}$$

Ejemplo: En la división efectuada al margen hemos hallado el cociente 43 : 7 aproximando hasta milésimas.

161.—La división de decimales nos proporciona también el medio de hallar el cociente cuando el dividendo es menor que el divisor.

Para ello se escribe un cero en el cociente y detrás la coma decimal; a la derecha del dividendo se escribe un cero y el número así formado se divide por el divisor; (si todavía fuese menor que el divisor se escribe un cero como primera cifra decimal del cociente) y así se continúa escribiendo un cero a la derecha de cada resto por cada cifra decimal que se quiera considerar en el cociente.

$$\begin{array}{l|l} 300 & 42 \\ \cline{2-2} \ \ 60 & 0'071 \\ \ \ 18 & \end{array}$$

De esta forma hemos obtenido el cociente 3 : 42, aproximando hasta milésimas.

VII.—Raíz cuadrada de los números decimales. Reducción de una fracción decimal a ordinaria y viceversa

162.—Para hallar la *raiz cuadrada de un número decimal* que tenga un número par de cifras decimales, se halla la raiz cuadrada como si fuera un número entero y del resultado se separa un número de cifras decimales igual a la mitad de las que tenga el número propuesto.

√ 5', 43, 28	2'33
4	
14,3	43 × 3
12 9	
142,8	463 × 3
138 9	
39	

La raiz cuadrada de 5'4328 es igual a 2'33.

Cuando el número tenga un número impar de cifras decimales, se escribe un cero a su derecha (143) y se procede como en el caso anterior.

163.—Para *reducir una fracción decimal a fracción ordinaria* se escribe como numerador el número decimal prescindiendo de la coma, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número propuesto (137).

$$3'045 = \frac{3045}{1000}; \qquad 0{,}02 = \frac{2}{100}$$

164.—Como toda fracción ordinaria equivale al cociente de la división de sus dos términos (105), para *reducir una fracción ordinaria a decimal* se divide el numerador por el denominador, aproximando el cociente por decimales (160 y 161).

$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0'8$; $\frac{3}{7} = 3 : 7 = 0'428$ aproximadamente.

SEGUNDA PARTE

LIBRO PRIMERO

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

I.—Preliminares

165.—La diversidad de pesas y medidas que se empleaban en cada nación, y aún dentro de cada nación en sus distintas regiones, dificultaban grandemente las relaciones comerciales entre las regiones de cada nación y de las naciones entre sí.

Estas dificultades fueron aumentando a medida que el progreso en las comunicaciones, facilitando con sus medios de locomoción y transportes el más económico y rápido intercambio de mercancías, hizo alcanzar gran desarrollo al comercio entre distintos países.

De aquí la necesidad de un *sistema universal de pesas y medidas* que facilitase las transacciones comerciales entre todas las naciones del mundo.

Francia fué la nación que realizó los primeros trabajos en este sentido, logrando reunir una *comisión internacional de pesas y medidas* integrada por eminentes hombres de ciencias de las principales naciones, que crearon el sistema universal de pesas y medidas al que se denominó *sistema métrico decimal*, adoptado hoy por todas las naciones civilizadas del mundo.

Inglaterra, Rusia y los Estados Unidos de América son las únicas naciones que no han establecido obligatorio el uso de este sistema; pero permiten su empleo.

En España el sistema métrico decimal es el único legal y obligatorio, según ley de 19 de Julio de 1849.

166.—*Sistema métrico decimal es el conjunto de pesas y medidas derivadas del metro.*

Este sistema de pesas y medidas se denomina *métrico* porque su unidad fundamental es el metro, y *decimal* porque la ley de formación de sus distintas unidades es la misma que la del sistema decimal de numeración.

167.—*Magnitudes que se consideran en el sistema métrico decimal.*—Las distintas magnitudes que se consideran en el sistema métrico decimal son las siguientes: *Longitud, superficie, volumen, capacidad y peso.*

168.—*Múltiplos y divisores.*—Para la medida de cada una de las magnitudes consideradas en el sistema métrico decimal se ha fijado una *unidad principal,* derivada del metro; pero como son muy diversas las cantidades de cada magnitud que en la práctica se han de considerar, unas grandes y otras pequeñas, se emplean además para cada magnitud unas medidas mayores que la unidad principal y otras menores.

Ejemplo: La unidad principal de longitud es el metro. Si sólo existiese esa unidad, la distancia de

Málaga a París se expresaría en un número excesivamente grande, y el grueso de una hoja de papel en un número excesivamente pequeño. Por ello, para medir las longitudes expresadas se emplean otras dos unidades, el kilometro y el milimetro respectivamente, que equivalen a mil metros y a la milésima parte del metro, con lo que los números que expresen la medida de las dos cantidades expresadas, referidas a estas unidades, estarán representados por menos cifras y será más fácil efectuar con ellos las distintas operaciones.

Las unidades mayores que la unidad principal se denominan *múltiplos*; las menores, *divisores* o *submúltiplos*.

Para la formación de los múltiplos y divisores se ha seguido la misma ley que para formar las distintas unidades del sistema decimal de numeración, esto es, que cada unidad contenga a la inmediata inferior diez veces, pues de esta forma se facilitan mucho las operaciones y reducciones que con ellos se hayan de efectuar, como veremos más adelante.

Tratándose de un sistema creado para ser usado universalmente se procuró expresar los múltiplos y divisores por palabras pertenecientes a *lenguas muertas*, es decir, que actualmente no se emplean, pues de lo contrario hubiese sido objeto de distinción la nación cuyo idioma se hubiese preferido, y esta preferencia hubiese dificultado la difusión del nuevo sistema.

Para designar los múltiplos se emplean las palabras griegas *deca* que significa diez; *hecto*, ciento;

kilo, mil; y *miria*, diez mil, que se anteponen al nombre de la unidad principal a que se refieren. Estas palabras se representan por su letra inicial mayúscula. Deca se representa D; hecto, H; kilo, K; miria, M.

Los divisores se designan por las palabras latinas *deci*, *centi* y *mili* que significan respectivamente décima, centésima y milésima parte y se anteponen al nombre de la unidad principal de cada especie. Se representan por su letra inicial minúscula: deci, d; centi, c; mili, m.

II.—Medidas de longitud

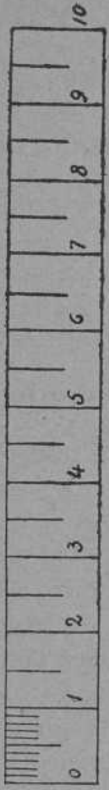
169.—*Longitud* es el nombre que recibe la medida de la extensión de una línea.

La unidad principal de longitud es el *metro*, que, a su vez, es la unidad fundamental del sistema métrico decimal.

Metro es la longitud aproximada de la diezmillonésima parte del cuadrante (cuarta parte) de un meridiano terrestre. Se representa por su letra inicial minúscula (m).

Por tanto, un cuadrante del meridiano terrestre mide diez millones de metros, y el meridiano, esto es, una vuelta completa a la Tierra siguiendo un círculo máximo, cuarenta millones de metros.

170.—*Múltiplos y divisores del metro.*—Siguiendo el procedimiento indicado para la formación de los múltiplos y divisores (168), los del metro son, se representan y equivalen:



Decimetro
(Tamaño natural)

Múltiplos

Miriametro	Mm.	10.000	metros
Kilometro	Km.	1.000	„
Hectometro	Hm.	100	„
Decametro	Dm.	10	„

Divisores

Decimetro	dm.	0'1	metro
Centimetro	cm.	0'01	„
Milimetro	mm.	0'001	„

La diversidad de longitudes que hay que considerar hace que se empleen todas las unidades de longitud.

El miriametro sólo se usa para expresar grandes longitudes geográficas.

El kilometro, y el hectometro considerado como su divisor (teniendo presente que equivale a la décima parte del kilometro) se emplean para expresar la longitud de las carreteras, vías férreas, canales, etc., y reciben el nombre de *medidas itinerarias.*

172. —De las unidades de longitud se construyen para los usos de la industria y del comercio las siguientes:

La *cinta métrica* de uno o varios decametros de longitud, construida de forma que se pueda enrollar para ocupar poco espacio.

La *cadena de agrimensor* o *cadena métrica,* de uno o dos decametros de longitud.

El *doble metro*, de madera, dividido en decimetros y centimetros.

El *metro*, de madera, dividido en decimetros y centimetros.

El *metro plegable*, de madera o metal, también dividido en decimetros y centimetros y compuesto de cinco o diez partes que se pueden superponer.

Medio metro y *cuarto de metro*.

El *doble decimetro*, de metal, madera o marfil, dividido en centimetros y milimetros, para el dibujo.

Reducciones de números métricos de longitud

173.—Como las distintas unidades de longitud están formadas de modo que cada una contiene a la inmediata inferior diez veces, recordando el convenio fundamental de la numeración escrita (23) resulta que si en un número una de sus cifras representa metros, la que ocupe el lugar consecutivo de la izquierda representará decametros; la siguiente a esta última, hectometros; la siguiente, kilometros; y la siguiente, miriametros. En sentido inverso, la cifra escrita a la derecha de la que represente metros, representará decimetros; la siguiente, centimetros; y la siguiente, milimetros.

Así: En el número 43286'791 m. la cifra 6 representa metros; 8, decametros; 2, hectometros; 3, kilometros; 4, miriametros. La cifra 7 representa decimetros; 9, centimetros; 1, milimetros.

174.—En virtud de esta propiedad de los números métricos de longitud, las distintas reducciones que con ellos se pueden efectuar se resuelven fácilmente, sujetándose a las siguientes reglas:

Reducir un número incomplejo (9) métrico de longitud a unidades de orden inferior.

Basta multiplicar el número dado por la unidad seguida de tantos ceros como unidades hayan desde aquella a que se refiere el incomplejo a la que se quiere reducir, incluyendo esta última.

Ejemplo: Para reducir decametros a centimetros, se multiplica el número de decametros por la unidad seguida de tres ceros, esto es, por 1000 (puesto que de decametros a centimetros hay tres unidades: metro, decimetro y centimetro).

Así: 325 Dm. = (325×1000) cm. = 325000 cm.

82'45 Dm. = (82'45 × 1000) cm. = 82450 cm.

175.—*Reducir un número incomplejo métrico de longitud a unidades de orden superior.*

Se divide el número dado por la unidad seguida de tantos ceros como unidades hayan desde aquella a que el número se refiere a la que se quiere reducir, incluyendo esta última.

Ejemplo: Para reducir metros a kilometros se divide el número expresado en metros por la unidad seguida de tres ceros (decametro, hectometro y kilometro).

Así: 32456 m. = (32456 : 1000) Km. = 32'456 Km.

53 m. = (53 : 1000) Km. = 0'053 Km.

176.—*Reducir un número complejo métrico de longitud* (9) *a incomplejo de cualquier orden.*

Se escribe la cifra que represente las unidades de orden superior del número complejo dado; a su derecha la que represente unidades de orden inmediato inferior al anterior, y así sucesivamente hasta llegar al orden a que queramos que se refiera el incomplejo que se busca; después de esta cifra se escribe la coma decimal y se siguen escribiendo las cifras que representen las unidades siguientes hasta llegar a las del último orden del complejo. Cuando falten unidades de algún orden se escribe un cero en el lugar correspondiente.

Ejemplo: Reducir a metros 3 Km. 8 Dm. 3 cm.

Escribimos la cifra 3 que representa kilometros; a su derecha un cero para ocupar el lugar de los hectometros; a continuación la cifra 8 que expresa decametros; después un cero para ócupar el lugar correspondiente a los metros; a continuación la coma de decimal; luego un cero para los decimetros y la cifra 3 que representa centimetros.

3 Km. 8 Dm. 3 cm. = 3080'03 m.

Cuando las unidades más elevadas del complejo sean inferiores a las que se ha de referir el incomplejo que se busca, se empieza escribiendo un cero como cifra entera de este último orden, y después de la coma se escriben las cifras que representen las unidades siguientes o los ceros que las suplan.

Ejemplos: Reducir a incomplejo de kilometros 8 Dm. 3 m.

8 Dm. 3 m. = 0'083 Km.

Reducir a incomplejo de metros 3 cm. 4 mm.

3 cm. 4 mm. = 0'034 m.

177.—*Transformar un número incomplejo métrico de longitud en complejo.*

Para ello es suficiente aplicar lo razonado en el número 173, deduciéndose la regla siguiente:

La cifra de las unidades enteras expresa unidades del mismo orden que el incomplejo dado; la de su izquierda, unidades del orden inmediato superior; la inmediata, unidades del orden siguiente, y así sucesivamente. La cifra escrita a la derecha de la de las unidades enteras representará unidades del orden inmediato inferior a la del incomplejo, etc.

Ejemplos:

3487'025 m. = 3 Km. 4 Hm. 8 Dm. 7 m. 2 cm. 5 mm.

507'06 Dm. = 5 Km. 7 Dm. 6 dm.

III.—Medidas de superficie

178.—*Superficie* es la extensión que tiene dos dimensiones. Las paredes, el suelo y el techo de una habitación, un campo, son superficies.

La medida de la extensión de una superficie recibe el nombre de **área**.

La unidad principal de superficie es el *metro cuadrado*, que es un cuadrado cuyo lado mide un metro y se representa m^2. Los múltiplos y divisores son también cuadrados cuyos lados tienen por longitud las distintas unidades lineales.

179.—Se han elegido como unidades de superficie las que tienen forma de cuadrado porque así es suficiente indicar una dimensión para adquirir idea del tamaño de las mismas, toda vez que las dos dimensiones del cuadrado, largo y ancho, son iguales.

De considerar otra superficie como unidad, por ejemplo, el rectángulo o el triángulo, habría necesidad de expresar sus dos dimensiones, lo que originaría confusión y haría más difíciles las distintas operaciones que con los números que expresen unidades de superficie se hayan de efectuar.

180. —*Múltiplos y divisores del metro cuadrado.*—Son:

Múltiplos

Miriametro cuadrado (Mm^2.), que es un cuadrado cuyo lado tiene de longitud un miriametro.

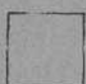
Kilometro cuadrado (Km^2.), que es un cuadrado cuyo lado tiene de longitud un kilometro.

Hectometro cuadrado (Hm^2.), que es un cuadrado cuyo lado tiene de longitud un hectometro, y

Decametro cuadrado (Dm^2.), que es un cuadrado cuyo lado tiene de longitud un decametro.

Divisores

Decimetro cuadrado (dm^2.), que es un cuadrado cuyo lado tiene la longitud de un decimetro.

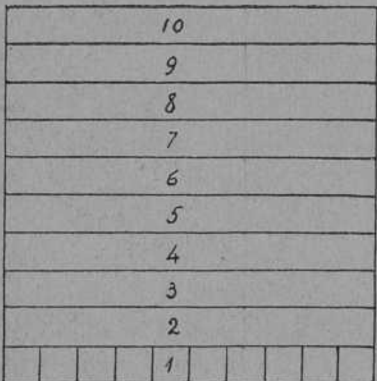


Centimetro cuadrado (Tamaño natural)

Centimetro cuadrado (cm^2.), que es un cuadrado cuyo lado tiene la longitud de un centimetro, y

Milimetro cuadrado (mm^2.), que es un cuadradro cuyo lado tiene la longitud de un milimetro.

181.—Si consideramos diez decimetros cuadrados y los colocamos uno a continuación de otro, se formará una superficie de un metro de largo y un decimetro de alto, tal como el rectángulo que en la figura del margen se señala con el número 1 (suponiendo que cada uno de los cuadrados pequeños fuese un decimetro cuadrado, porque representarlo en su tamaño real exigiría una extensión que no es posible ocupar en el espacio de que se dispone).



Si sobre ese rectángulo colocamos otro igual, el número 2, entre los dos formarán una superficie de un metro de largo y dos decimetros de alto, que contendrá 20 decimetros cuadrados.

Si sobre los dos rectángulos anteriores colocamos otro, el número 3, la superficie entonces formada tendrá un metro de largo y tres decimetros de alto, y será equivalente a 30 decimetros cuadrados.

Y si continuamos de la misma manera hasta llegar a considerar diez rectángulos iguales al primeramente formado, resultará una superficie de un metro de largo y un metro de alto, esto es, un metro cuadrado, que se compondrá de cien decimetros cuadrados (diez rectángulos a diez decimetros cuadrados cada uno, que son en total $10 \times 10 = 100$ decimetros cuadrados).

Luego el metro cuadrado contiene al decimetro cuadrado cien veces.

Si hubiésemos supuesto que cada uno de los cuadrados pequeños era un metro cuadrado, la figura total sería un decametro cuadrado y se compondría de cien metros cuadrados.

Por tanto, *cada unidad de superficie contiene a la inmediata inferior cien veces.*

Por ello, el

Mm.^{2}	equivale	a	100.000.000	m.^{2}
Km.^{2}	,,	,,	1.000.000	,,
Hm.^{2}	,,	,,	10.000	,,
Dm.^{2}	,,	,,	100	,,
dm.^{2}	,,	,,	0'01	,,
cm.^{2}	,,	,,	0'0001	,,
mm.^{2}	,,	,,	0'000001	,,

182.—Todas las unidades de superficie se emplean en la práctica.

El miriametro cuadrado y el kilometro cuadrado para medir grandes extensiones superficiales, como las de una provincia o una nación. En tal caso, dichas unidades reciben el nombre de *medidas topográficas.*

El metro cuadrado y los divisores en los usos corrientes de la vida.

El decametro cuadrado se emplea como unidad para medir la extensión de los campos, y entonces se denomina *área.* Como múltiplo de él se considera el hectometro cuadrado, que se denomina *hectárea* y equivale a cien áreas. Como divisor, el metro cuadrado, denominado *centiárea*, que equivale a la centésima parte del área

El área, su múltiplo y su divisor, reciben el nombre particular de *medidas agrarias*.

183.—Las unidades de superficie no se construyen para los usos de la industria y del comercio, pues la Geometría enseña la forma de obtener el área de una superficie conociendo la longitud de sus dimensiones.

Así: Para hallar la extensión de un rectángulo es suficiente expresar la longitud de sus dos dimensiones en una misma unidad lineal y multiplicar los números que resulten. El producto, referido a unidades del mismo orden que los factores pero cuadradas, será el área del rectángulo.

Ejemplo: Hallar la extensión de una pared que mide de largo 8 m. y de alto 3 m. 4 dm.

3 m. 4 dm. = 3'4 m. $8 \times 3'4 = 27'2$. Luego la extensión de la pared es 27'2 $m.^2$

Reducciones de números métricos de superficie

Por razonamiento análogo al empleado al tratar de las reducciones de números métricos de longitud (173) y teniendo presente que las unidades de superficie contienen cien veces (181) a la inmediata inferior, se deducen las reglas para efectuar las reducciones de números métricos de superficie.

184.—*Reducir un número incomplejo métrico de superficie a unidades de orden inferior.*

Se multiplica el número dado por la unidad seguida de un número de ceros igual al duplo de unidades que hayan desde aquella a que se refiere el incomplejo a la que se quiere reducir, incluyendo esta última.

Ejemplos: Reducir 42 Hm.^{2} a dm.^{2} Como de H^2 a dm.^{2} hay tres unidades (Dm.^{2}, m.^{2} y dm.^{2}) se multiplica 42 por la unidad seguida de seis ceros. Luego 42 Hm^2.=(42 $\times$ 1000000) dm.^{2}=42.000000 dm.^{2}

Reducir 3'745 Hm.^{2} a m.^{2}

3'745 Hm.^{2}=(3'745 $\times$ 10000) m.^{2}=37450 m.^{2}

185.—*Reducir un número incomplejo métrico de superficie a unidades de orden inferior.*

Se divide el número dado por la unidad seguida de un número de ceros igual al duplo de unidades que hayan desde aquella a que se refiere el incomplejo a la que se quiere reducir, incluyendo esta última.

Ejemplos: Reducir 32547 cm.^{2} a m.^{2}

32547 cm.^{2}=(32547 : 10000) m.^{2}=3'2547 m.^{2}

Reducir 485 m.^{2} a Km.^{2}

485 m.^{2}=(485 : 1.000000) Km.^{2}=0'000485 Km^2.

186.—*Reducir un número complejo métrico de superficie a incomplejo de cualquier orden.*

Se escriben de izquierda a derecha las cifras que representen las distintas unidades desde las de orden superior a las de orden inferior, teniendo presente que por cada unidad se han de ocupar dos lugares y, por consiguiente, cuando el número que exprese alguna de dichas unidades sea de una sola cifra habrá que escribir un cero delante de ella, y cuando falten unidades de algún orden suplirlas con dos ceros. La coma decimal se escribe después de la última cifra del número que represente unidades del mismo orden que las del incomplejo a que se quiere reducir.

Ejemplos: Reducir a incomplejo de m.^{2} 3 Hm.^{2} 5 m.^{2} 32 dm.^{2} 4 mm.^{2}

Escribiremos la cifra 3 que representa Hm.^{2}; a su derecha dos ceros para ocupar los lugares correspondientes a los Dm.^{2}; a continuación 05 por los m.^{2}; después 32, que expresa dm.^{2}; dos ceros para suplir los cm.^{2}, y 04 que representan mm.^{2}. La coma se colocará después de la cifra 5 correspondiente a los m.^{2}

Luego 3 Hm.^{2} 5 m.^{2} 32 dm.^{2} 4 mm.^{2}=30005'320004 m.^{2}

Reducir a Km.^{2} 4 Dm.^{2} 8 m.^{2} 35 dm.^{2}

4 Dm.^{2} 8 m.^{2} 35 dm.^{2}=0'00040835 Km.^{2}

187.—*Transformar un número incomplejo métrico de superficie en complejo.*

Las dos primeras cifras escritas a la izquierda de la coma representan unidades del mismo orden que las del incomplejo dado; las dos siguientes, unidades del orden inmediato superior, y así sucesivamente. Las dos primeras cifras escritas a la derecha de la coma representan unidades del orden inmediato inferior a las del complejo dado, etc.

Cuando el incomplejo tenga un número impar de cifras decimales es preciso escribir un cero a su derecha (143) toda vez que si así no se hiciera la última cifra decimal representaría décimas de las unidades representadas por las dos cifras anteriores, y ya sabemos (181) que todas las unidades de superficie expresan centésimas de la unidad inmediata superior.

Ejemplos:

$32458'0325\ m.^2 = 3\ Hm.^2\ 24\ Dm.^2\ 58\ m.^2\ 3\ dm.^2\ 25\ cm.^2$

$432'035\ Km.^2 = 4\ Mm.^2\ 32\ Km.^2\ 3\ dm.^2\ 50\ cm.^2$

IV.—Medidas de volumen

188.—*Cuerpo* es la extensión de tres dimensiones, como un muro, un libro.

Volumen es el nombre con que se designa la medida de la extensión de un cuerpo.

Cubo es un cuerpo limitado por seis caras, paralelas dos a dos, siendo estas caras cuadrados iguales y denominándose *arista* al lado de uno de estos cuadrados. Un dado tiene la forma de cubo.

La unidad de volumen es el *metro cúbico,* que es un cubo cuya arista mide un metro. Se representa $m.^3$

Cada cara del metro cúbico es, por tanto, un metro cuadrado.

El metro cúbico recibe el nombre de *estéreo* cuando se destina a medir leña.

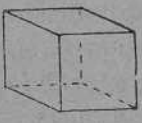
Los divisores del metro cúbico son, a su vez, cubos cuyas aristas miden una unidad de longitud.

189.—Como en el cubo las tres dimensiones son iguales, se han elegido como unidades los cuerpos que tienen esta forma porque es suficiente conocer la longitud de una dimensión para adquirir idea de su tamaño.

Si se emplease otro cuerpo como unidad habría necesidad de expresar la longitud de sus tres dimensiones, lo que dificultaría las operaciones a verificar con los números que se refiriesen a unidades de volumen.

190.—*Múltiplos y divisores del metro cúbico.*—Los múltiplos del metro cúbico no se emplean en la práctica por ser muy grandes. Únicamente se usan la unidad principal y sus divisores, que son los siguientes:

Decimetro cúbico (dm.³) que es un cubo cuya arista tiene la longitud de un decimetro.



Centimetro cúbico
(Tamaño natural)

Centimetro cúbico (cm.³) que es un cubo cuya arista tiene la longitud de un centimetro, y

Milimetro cúbico (mm.³) que es un cubo cuya arista tiene la longitud de un milimetro.

191.—Consideremos un cuadrado dividido en cien decimetros cuadrados (181). Si sobre cada uno de estos decimetros cuadrados colocamos un decimetro cúbico se formará un cuerpo de un metro de largo, un metro de ancho y un decimetro de altura que se compondrá de 100 dm.³

Si reunimos diez cuerpos iguales a éste, colocándolos unos sobre otros, el que se forme conservará el largo y el ancho de un metro pero su altura será de diez decimetros, o sea, un metro. Por tanto, se habrá obtenido un metro cúbico, que contendrá mil decimetros cúbicos (cien decimetros cúbicos de que se compone cada cuerpo formado, multiplicado por los diez que se consideran).

Cada unidad de volumen contiene a la inmediata inferior mil veces, luego el

dm^3	equivale a		0'001	$m.^3$
cm^3	„	„	0'000001	„
mm^3	„	„	0'000000001	„

192.—Las unidades de volumen no se construyen para los usos de la industria y del comercio, toda vez que la Geometría enseña a obtener el volumen de de los cuerpos conociendo las longitudes de sus dimensiones.

Así: Para hallar el volumen de un muro es suficiente expresar la longitud de sus tres dimensiones en una misma unidad y multiplicarlas entre sí. El producto, referido a unidades del mismo orden que las que expresan los tres factores pero cúbicas, será el volumen buscado.

Ejemplo: Hallar el volumen del agua que llena un depósito de 1 m. 2 dm. de largo, 7 dm. de ancho y 42 cm. de alto.

1 m. 2 dm.=1'2 m; 7 dm.=0'7 m; 42 cm.=0'42 m.

$$1'2 \times 0'7 \times 0'42 = 8'4 \times 0'42 = 3'528$$

Luego el volumen del agua que llena el depósito es igual 3'528 $m.^3$

Reducciones de números métricos de volumen

Teniendo presente que cada unidad de volumen contiene a la inmediata inferior mil veces, los distintos casos que se pueden presentar en las reducciones de números métricos de volumen se resuelven por las reglas siguientes:

193.—*Reducir un número incomplejo métrico de volumen a unidades de orden inferior.*

Se multiplica el número dado por la unidad seguida de un número de ceros igual al triplo de las unidades que hayan desde aquella a que se refiere el incomplejo a la que se quiere reducir, incluyendo esta última.

Ejemplos: Reducir 32 m.^{3} a cm.^{3}

32 m.^{3}=(32 x 1.000000) cm.^{3}=32.000000 cm.^{3}

Reducir a cm.^{3} 0'0047 dm.^{3}

0'0047 dm.^{3}=(0'0047 x 1000) cm.^{3}=4'7 cm.^{3}

194.—*Reducir un número incomplejo métrico de volumen a unidades de orden superior.*

Se divide el número dado por la unidad seguida de un número de ceros igual al triplo de unidades que hayan desde aquella a que se refiere el incomplejo a la que se quiere reducir, incluyendo esta última.

Ejemplo: Reducir 3582 dm.^{3} a m.^{3}

3582 dm.^{3}=(3582 : 1000) m.^{3}=3'582 m.^{3}

Reducir 4358 cm.^{3} a m.^{3}

4358 cm.^{3}=(4358 : 1.000000) m.^{3}=0'004358 m.^{3}

195.—*Reducir un número complejo métrico de volumen a incomplejo de cualquier orden.*

Se escriben de izquierda a derecha las cifras que representen las distintas unidades desde las de orden superior a las de orden inferior, teniendo presente que por cada unidad se han de ocupar tres lugares, y, por tanto, suplir con ceros estos tres lugares cuando el número carezca de unidades de algún orden, o colocar uno o dos ceros a la izquierda de los números de dos o de una cifra respectivamente que representen unidades de cualquier orden. La coma decimal se escribe a continuación de la última cifra del número que represente unidades del mismo orden que las del incomplejo a que se quiere reducir.

Ejemplos: Reducir a dm.^{3} 3 m.^{3} 4 dm.^{3} 32 cm.^{3}

3 m.^{3} 4 dm.^{3} 32 cm.^{3}=3004'032 dm.^{3}

Reducir a m.^{3} 40 dm.^{3} 58 cm.^{3}

40 dm.^{3} 58 cm.^{3}=0'040058 m.^{3}

196.—*Transformar un número incomplejo métrico de volumen en complejo.*

Las tres primeras cifras escritas a la izquierda de la coma representan unidades del mismo orden que las del incomplejo dado; las tres siguientes, unidades del orden inmediato superior, etc. Las tres primeras cifras escritas a la derecha de la coma representan unidades del orden inmediato inferior a las del incomplejo dado, y así sucesivamente.

Cuando el número de cifras decimales del número incomplejo no sea múltiplo de 3, se escriben a la derecha del número uno o dos ceros (143) para que se puedan formar grupos exactos de tres cifras cada uno, toda vez que todas las unidades de volumen son milésimas partes de la unidad inmediata superior.

Ejemplos:

35'043526 m.^{3}=35 m.^{3} 43 dm.^{3} 526 cm.^{3}

0'00104 m.^{3}=1 dm.^{3} 40 cm.^{3}

2'0578 m.^{3}=2 m.^{3} 57 dm.^{3} 800 cm.^{3}

V.—Medidas de capacidad

197.—Se denomina *capacidad* de una cosa (depósito, vaso, habitación, tintero, etc.) lo que puede contener esa cosa, o bien, el volumen interior de la misma.

La unidad principal de capacidad es el *litro*, que es la capacidad de un decimetro cúbico y se representa por su letra inicial *l*.

198.—*Múltiplos y divisores del litro.*—Son:

Múltiplos

Mirialitro	Ml.	10.000 l.
Kilolitro	Kl.	1.000 „
Hectolitro	Hl.	100 „
Decalitro	Dl.	10 „

Divisores

Decilitro	dl.	0'1 l.
Centilitro	cl.	0'01 „
Mililitro	ml.	0'001 „

199.—Todas las unidades de capacidad se emplean, si bien son muy poco usados el mirialitro y el kilolitro.

Para los usos de la industria y del comercio se construyen medidas de capacidad, variando la materia empleada, según se destinen a medir líquidos (agua, vino, aceite, etc.) o áridos (granos, semillas, etcétera).

Las medidas de capacidad para líquidos se construyen de metal; las destinadas a medir áridos, de madera.

Unas y otras no tienen forma cúbica, pues esta forma no se acomoda a los usos del comercio, empleándose la forma cilíndrica.

Las medidas mayores tienen una profundidad doble que el diámetro de la base. Las menores igual profundidad que diámetro.

Se construyen, tanto para áridos como para líquidos, desde el hectolitro al centilitro y algunos múltiplos y divisores de las distintas unidades como el doble y medio decalitro, el doble litro, el medio litro, el cuarto de litro, y algunas más.

200.—*Reducciones de números métricos de capacidad.*— Como la ley de formación de las unidades de capacidad es la misma que la de las unidades de longitud, esto es, que cada unidad contiene a la inmediata inferior diez veces, para resolver los distintos casos que pueden presentarse en las reducciones de números métricos de capacidad se aplican las reglas dadas en los números 174 al 177, que el alumno debe repetir sustituyendo la palabra longitud por capacidad, y metro por litro, incluso en los ejemplos que figuran después de cada regla.

VI.—Medidas de peso

201.—La unidad principal de las medidas de peso es el *gramo.*

Gramo es el peso del agua pura que cabe en un centímetro cúbico. Se representa por su letra inicial, g.

Podemos formarnos idea del peso que representa un gramo considerando que es lo que pesa una mon da de un céntimo.

202.—*Múltiplos y divisores del gramo.*—Son:

Múltiplos

Miriagramo	Mg.	10.000	g.
Kilogramo	Kg.	1.000	,,
Hectogramo	Hg.	100	,,
Decagramo	Dg.	10	,,

Divisores

Decigramo	dg.	0'1	g.
Centigramo	cg.	0'01	,,
Miligramo	mg.	0'001	,,

203.—*El kilogramo como unidad de peso.*—Como el gramo es una unidad muy pequeña sólo se emplea como tal unidad de peso en farmacias, joyerías y laboratorios, y en los demás usos de la vida se emplea el kilogramo, que comunmente se expresa abreviadamente con la palabra kilo, con los múltiplos y divisores siguientes:

Múltiplos del kilogramo

Tonelada métrica	Tm.	1.000	Kg.
Quintal métrico	Qm.	100	,,
Miriagramo	Mg.	10	,,

Divisores del kilogramo

Hectogramo	que equivale a	0'1	Kg.
Decagramo	,,	0'01	,,
Gramo	,,	0'001	,,

204.—Todas las unidades de peso se emplean en la práctica y también se construyen todas de hierro fundido o de latón, a excepción de la tonelada métrica y el quintal métrico.

También se construyen pesas de chapas de latón, menores que un gramo, que se utilizan para pesar las piedras preciosas y metales finos, siendo además de uso muy frecuente en los laboratorios.

205.—*Reducciones de números métricos de peso.*—Cada unidad de peso contiene a la inmediata inferior diez veces, es decir, su ley de formación es la misma que la de las unidades de longitud y capacidad.

Por consiguiente, para resolver las cuestiones que pueden presentarse en las reducciones de números métricos de peso volverá el alumno a repetir las reglas y los ejemplos expuestos en los números 174 al 177, sustituyendo la palabra longitud por peso, y la palabra metro por gramo.

VII.—Relaciones entre las unidades de volumen, capacidad y peso

206.—Un litro es la capacidad de un decimetro cúbico. Mil litros será la capacidad de mil decimetros cúbicos, esto es, un kilolitro equivaldrá a un metro cúbico.

Por tanto, si

un litro equivale a un decimetro cúbico, y
„ kilolitro „ „ „ metro „

conocido el volumen se puede obtener la capacidad expresando las unidades de volumen en metros cúbicos o decimetros cúbicos, y el mismo número, referido a kilolitros o litros respectivamente, indicará la capacidad.

Claro es que por el mismo procedimiento se puede hallar el volumen cuando se conoce la capacidad.

Ejemplos: ¿Cuál es la capacidad de un depósito cuyo volumen es 2'340 m^3?

2'340 m^3 equivalen a 2'340 Kl. = 2 Kl. 340 l.

¿Cuál es el volumen de un depósito cuya capacidad es 4 Hl. 5 l.?

4 Hl. 5 l.=405 l. que equivalen a 405 dm.^{3}

207.—Un gramo es el peso del agua que cabe en un centímetro cúbico. Mil gramos será el peso del agua que cabe en mil centímetros cúbicos, o lo que es lo mismo, un kilogramo equivaldrá al peso de un decímetro cúbico de agua. Mil kilogramos, o sea una tonelada métrica, equivaldrá al peso de mil decímetros cúbicos, o sea un metro cúbico, de agua.

Luego si

un gramo	equivale a	un centímetro cúbico,
un kilogramo	,,	un decimetro cúbico, y
una tonelada métrica	,,	un metro cúbico,

se puede obtener el peso cuando se conoce el volumen, refiriendo las unidades de volumen a m.^{3}, dm.^{3}, o cm.^{3}, y el mismo número, referido a Tm., Kg., o g., expresará el peso.

Por el contrario, conocido el peso se puede hallar el volumen, procediendo de análoga manera.

Ejemplos: ¿Cuánto pesa un volumen de agua de 1'430 m.^{3}? 1'430 m.^{3} equivalen a 1'430 Tm.= 1 Tm. 430 Kg.

¿Cuál es el volumen de una cantidad de agua que pesa 3 Hg. 4 g. 5 dg.?

3 Hg. 4 g. 5 dg. = 304'5 g. equivalentes a 304'5 cm^3.

208.—Las relaciones establecidas entre las unidades de volumen y las de peso se refieren exclusivamente al agua pura. Cuando se trate de otro cuerpo es preciso conocer su densidad.

Densidad o peso específico de un cuerpo es el cociente de dividir el peso de un volumen cualquiera del cuerpo por el peso de un volumen igual de agua, o bien, las veces que un cuerpo pesa más que el agua a igualdad de volumen.

Cuando decimos que la densidad de la plata es 10'5 expresamos que un volumen de plata pesa diez veces y media más que un volumen igual de agua.

209.—Cuando se conozca el volumen de un cuerpo y su densidad y se quiera hallar el peso, se procede como si se tratase de agua (207) y el resultado se multiplica por la densidad.

Ejemplo: ¿Cual es el peso de una barra de estaño cuyo volumen es 3 $dm.^3$ 42 $cm.^3$, siendo su densidad 7'3?

3 $dm.^3$ 42 $cm.^3$=3'042 $dm.^3$ equivalentes a 3'042 Kg.

3'042 Kg. × 7'3 = 22'2066 Kg. = 22 Kg. 206'6 g.

210.—Cuando se quiere hallar el volumen conociendo el peso y la densidad, se divide el peso por la densidad y después se opera con el resultado como si se tratase de agua (207).

Ejemplo: ¿Cuál es el volumen de una barra de plata que pesa 43'5 Dg., siendo la densidad de la plata 10'5?

43'5 Dg. : 10'5 = 4'1425 Dg. = 41'425 g. que equivalen a 41'425 cm.^{3} = 41 cm.^{3} 425 mm^3.

211.—Sabiendo pasar de la capacidad al volumen y del volumen al peso, se podrá obtener el peso conociendo la capacidad, y al contrario, hallando primero el volumen.

Ejemplo: ¿Cuál es la capacidad de un depósito si se sabe que el agua que lo llena pesa 2042 Kg. 5 Dg?.

2042 Kg. 5 Dg. = 2042'05 Kg. que equivalen a 2042'05 dm^3.

2042'05 dm.^{3} equivalen a 2042'05 l.

Luego la capacidad buscada es 2042'05 l.

212.—En resumen, las relaciones que existen entre las unidades de volumen, capacidad y peso son las siguientes:

Un cm.^{3}	es la capacidad de un	ml.	y pesa	un g.
Un dm.^{3}	,,	l.	,,	un Kg.
Un m.^{3}	,,	Kl	,,	una Tm.

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

SEGUNDA PARTE

LIBRO SEGUNDO

NÚMEROS CONCRETOS

I.—Medidas monetarias, de tiempo y de arcos

213.—*Medidas monetarias.*—Se denominan *monedas* a los objetos que sirven para representar el valor convencional de las cosas.

La unidad monetaria en España es la *peseta*, que es una moneda de plata que pesa cinco gramos.

No existen múltiplos determinados de la peseta, y como divisor se emplea el *céntimo* que es igual a la centésima parte de la peseta.

214.—Las monedas son de tres clases: de oro, de plata y de bronce.

Para dar mayor consistencia a las monedas se agrega a cada uno de los metales citados cierta cantidad de otro metal. Al oro y a la plata se les agrega cobre. Las de bronce se componen de cobre, estaño y zinc.

215.—En una moneda se denomina *metal fino* al metal que le da el nombre: el oro, la plata y el cobre. El otro metal empleado para que las monedas tengan mayor consistencia recibe el nombre de *liga*.

216.—*Ley de la moneda* es la cantidad de metal fino que contiene. La ley de la moneda se expresa siempre en milésimas.

Por tanto, al decir que la ley de una moneda es de 910 milésimas se indica que de cada mil partes 910 son de metal fino y las 90 restantes de liga.

La ley de las monedas de oro es de 900 milésimas. Esta misma ley es la de las monedas de plata de 5 pesetas. La ley de las demás monedas de plata es de 835 milésimas.

La ley de las monedas de bronce es de 950 milésimas de cobre, 40 de estaño y 10 de zinc.

217.—El *sistema monetario español* es el siguiente:

Monedas de oro de 100, de 50, de 25, de 20, de 10 y de 5 pesetas.

Monedas de plata de 5 pesetas (que pesa 25 g.), de 2 pesetas (10 g.), de 1 peseta (5 g.) de 0'50 pesetas (2'5 g.) y de 0'20 pesetas (1 g.).

Monedas de bronce de 10 céntimos (10 g.) de 5 céntimos (5 g.) de 2 céntimos (2 g.) y de 1 céntimo (1 g).

Moneda de cuproníquel de 25 céntimos.

218.—*Medidas de tiempo.*—Las unidades de tiempo son el *día* y el *año*.

Día es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre su eje.

Múltiplo del día es la *semana*, que se compone de 7 días, y divisores la *hora*, el *minuto* y el *segundo*. El día tiene 24 horas; la hora, 60 minutos; el minuto, 60 segundos.

Las horas, minutos y segundos se representan por sus letras iniciales, h., m. y s., respectivamente, colocadas a manera de exponente.

219.—Año es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol. Consta de 365 días.

Año bisiesto es el que tiene 366 días. Son años bisiestos los que son divisibles por 4, o sea, aquellos cuyas dos últimas cifras son ceros o forman un número múltiplo de 4, como 1908, 1916, 1928.

Los que terminan en dos ceros sólo son bisiestos cuando el número que expresa las centenas es múltiplo de 4. El año 1900 no fué bisiesto porque 19 no es múltiplo de 4. El año 2000 será bisiesto porque 20 es divisible por 4.

Los múltiplos del año son: el *lustro*, cinco años; el *siglo*, cien años. Es divisor el *mes*, que es la doceava parte del año y que tiene 30 ó 31 días, excepto Febrero que tiene 28, y 29 cuando pertenece a un año bisiesto.

En el comercio se considera el año de 360 días y todos los meses, por consiguiente, de 30 días.

220.—Para averiguar el siglo a que pertenece un año es suficiente separar las dos primeras cifras de la derecha y aumentar una unidad al número formado por las cifras que queden a la izquierda.

Sea el año 1743. Separando dos cifras de la derecha queda a la izquierda el número 17. Luego perteneció al siglo diez y ocho.

221.—*Medidas de arco.*—La circunferencia se divide en cuatro partes iguales, llamadas *cuadrantes*. El cuadrante se divide en 90 partes iguales denominadas *grados*. El grado en 60 partes iguales que reciben el nombre de *minutos*, y el minuto en 60 partes iguales llamadas *segundos*. Esta división se denomina *sexagesimal*.

222. — Existe otra división, llamada *centesimal*, en la que el cuadrante se divide en 100 partes denominadas grados, el grado en 100 minutos y el minuto en 100 segundos; pero esta división no se emplea.

Para la medida de los ángulos se emplean las mismas unidades, toda vez que en Geometría se demuestra que la medida de un ángulo es la misma que la de su arco correspondiente.

Los grados se representan por un cero pequeño colocado a la derecha del número como exponente; los minutos y los segundos por una y dos comas, respectivamente, colocadas en la parte superior de la derecha de los números a que se refieren.

Treinta y dos grados, quince minutos y treinta segundos se representarán: 32º 15' 30''

II.—Reducciones y transformaciones de números concretos

Las reglas siguientes se refieren a las reducciones y transformaciones de los números concretos no pertenecientes al sistema métrico decimal, toda vez que las de estos números fueron tratadas ya en el lugar correspondiente.

223. — *Reducir un número incomplejo a unidades de orden inferior.*

Se multiplica el número dado por el número de veces que su unidad contenga a la del orden a que se quiera reducir.

Ejemplos: Reducir 43 duros a pesetas.

Como el duro contiene 5 veces a la peseta, bastará multiplicar 43 por 5.

$$43 \text{ duros} = (43 \times 5) \text{ pesetas} = 215 \text{ pesetas.}$$

Reducir 2 días a minutos.

El día contiene al minuto $24 \times 60 = 1440$ veces. Luego se multiplicará 2 por 1440.

$$2 \text{ días} = (2 \times 1440) \text{ minutos} = 2880 \text{ minutos}$$

224.—*Reducir un número incomplejo a unidades de orden superior.*

Se divide el incomplejo dado por el número de veces que su unidad esté contenida en la del orden a que se quiera reducir.

Ejemplos: Reducir 43875 segundos a horas.

El segundo está contenido $60 \times 60 = 3600$ veces en la hora. Luego se dividirá 43875 por 3600.

$$43875 \text{ segundos} = (43875 : 3600) \text{ horas} =$$

$$12\frac{675}{3600} \text{ horas (74 y 106).}$$

Reducir 423 pesetas a duros.

$$423 \text{ pesetas} = (423 : 5) \text{ duros} = 84\frac{3}{5} \text{ duros.}$$

225.—*Reducir un número complejo a incomplejo de su último orden.*

Se reduce el incomplejo de orden superior del número dado a unidades del orden siguiente; al resultado se le suman las unidades del mismo orden que tenga el complejo dado; este nuevo resultado se reduce a unidades del orden siguiente y se le suman las que hayan de este orden, y así se continúa hasta considerar las unidades de último orden del complejo que se quiere reducir.

Ejemplo: Reducir el complejo 2 días 3 horas y 15 minutos a incomplejo de minutos.

2 días$=(2\times24)$ horas$=48$ horas; $48+3=51$ horas;

51 horas$=(51\times60)$ minutos$=3060$ minutos;

$3060+15=3075$ minutos

Luego 2 días 3 horas y 15 minutos $=3075$ minutos.

226.—*Reducir un número complejo a incomplejo de cualquier orden.*

Se reduce el número dado a incomplejo de su último orden (225) y el incomplejo obtenido se reduce después a incomplejo del orden que se desee (223 y 224).

Ejemplos: Reducir a incomplejo de céntimos 3 duros y 2 pesetas.

3 duros 2 pesetas $=17$ pesetas

17 pesetas $=(17\times100)$ céntimos $=1700$ céntimos

3 duros y 2 pesetas $=1700$ céntimos.

Reducir a incomplejo de horas 5 días 3 horas y 20 minutos.

5 días 3 horas y 20 minutos $=7400$ minutos;

7400 minutos $=(7400:60)$ horas $=123\frac{2}{6}$ horas.

227.—*Transformar un número incomplejo en complejo de órdenes superiores.*

Para que este caso se pueda resolver es preciso que el número de unidades de que se componga el incomplejo sea superior al de las necesarias para formar una unidad del orden inmediato superior.

Se resuelve del siguiente modo: Se divide el incomplejo dado por el número de veces que su unidad esté contenida en el orden inmediato superior; el cociente de esta división expresará unidades de este último orden y el resto unidades del mismo orden que el incomplejo dado. El cociente obtenido se divide por las veces que su unidad esté contenida en el orden inmediato superior y el nuevo cociente se referirá a unidades de este nuevo orden y el resto a las del orden inferior. Así se continúa hasta obtener un cociente que no se pueda reducir a unidades superiores.

El último cociente y los distintos restos obtenidos forman el complejo buscado.

342578 minutos	60		
42	5709 horas	24	
057	90	237 días	7
38 minutos	189	27	33 semanas
	21 horas	6 días	

342578 minutos = 33 semanas 6 días 21 horas y 38 minutos.

228.—*Transformar un número incomplejo en complejo de órdenes superiores.*

El incomplejo ha de tener forma fraccionaria y por eso a esta operación se denomina *valuar una fracción.*

Se divide el numerador por el denominador y el cociente expresará unidades del mismo orden que el incomplejo dado. El resto se reduce a unidades del orden siguiente y se divide por el mismo denominador; este nuevo cociente expresará unidades del orden inmediato inferior a las del incomplejo; el nuevo resto se reduce a unidades del orden siguiente y se divide por el denominador y así se continúa hasta llegar a las unidades del último orden.

Cuando el numerador sea menor que el denominador se reduce a unidades del orden siguiente y se continúa como se acaba de expresar.

9 duros | 7
2 "   1 duro 1 peseta $42\frac{6}{7}$ céntimos
$\times 5$
10 pesetas
3 "
$\times 100$
300 céntimos
20
6

$\frac{9}{7}$ de duro = 1 duro 1 peseta $42\frac{6}{7}$ céntimos

III.—Operaciones con números concretos

229.—*Suma de números complejos.*—Se colocan los sumandos uno debajo de otro, de forma que se correspondan los números que representen unidades del mismo orden. Empezando por las de orden inferior se suman los números referentes a las mismas unidades, cuidando de separar de cada suma parcial las unidades que se puedan formar del orden siguiente para aumentarlas a la suma de la siguiente columna.

	3 duros	1 peseta	30 céntimos
+	4 "	3 "	80 "
+	1 "	4 "	25 "
		9	135
	9 duros	4 pesetas	35 céntimos

230.—*Resta de números complejos.*—Para restar números complejos se coloca el minuendo y debajo el sustraendo de forma que se correspondan los números que representen unidades del mismo orden, y empezando por la derecha se van restando de las unidades de cada orden del minuendo las correspondientes del sustraendo. Cuando el número que represente unidades de cualquier orden del minuendo sea menor que el correspondiente del sustraendo se le aumenta una unidad del orden superior reducida a su propio orden, pudiéndose ya efectuar la sustracción, y teniendo cuidado de aumentar una unidad al número que represente las unidades del orden siguiente del sustraendo.

	28	75
3 días	4 horas	15 minutos
— 1 „	8 „	40 „
1 día	19 horas	35 minutos

	60	60
90°		
— 53°	20'	15"
36°	39'	45"

Cuando uno de los términos de la sustracción sea incomplejo, se considera como complejo que carece de las demás unidades de que consta el otro término.

231.—*Multiplicar un número complejo por un entero.*—Se multiplica el multiplicador por cada uno de los números que representen las distintas unidades del multiplicando, empezando por las de orden inferior, y

3 duros	4 pesetas	20 céntimos
×		7 „
	29	140
26 duros	4 pesetas	40 céntimos

cuidando de separar de cada producto parcial las unidades que pudieran formarse de orden superior para aumentarlas al producto parcial siguiente.

232.—*Dividir un número complejo por un entero.*—Se dividen las unidades de orden superior por el divisor y se obtendrán las unidades del mismo orden del cociente. El resto se reduce a unidades del orden siguiente y se le aumentan las que haya de este orden en el dividendo; el número así formado se divide por el divisor y se obtendrán las unidades del siguiente orden en el cociente. Así se continúa hasta dividir las unidades del último orden del dividendo.

```
 8 d. 4 h. 15 m. | 3
                 |________________
 2                 2 d. 17 h. 25 m.
×24 = 48
      ----
      52 horas
      22
       1 hora
     × 60 = 60
            ---
            75
            15
             0
```

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

TERCERA PARTE

LIBRO ÚNICO

APLICACIONES DEL CÁLCULO ARITMÉTICO A LAS CUESTIONES MERCANTILES

I.—Razones y Proporciones

233.—*Razón de dos números* es el cociente de su división. La razón entre 8 y 2 es 4; la razón entre 3 y 7, $\frac{3}{7}$.

Toda razón consta de dos términos: *antecedente*, que es el dividendo y *consecuente*, que es el divisor.

Para representar una razón se escriben sus dos términos en forma de quebrado. Para enunciar una razón se lee el antecedente y después el consecuente, y entre ambos las palabras *es a*.

La razón entre los números 4 y 5 se escribe $\frac{4}{5}$ y se lee cuatro es a cinco.

Una razón es *inversa* de otra, cuando el antecedente y consecuente de la primera son respectivamente el consecuente y el antecedente de la segunda.

234.—*Proporción* es la igualdad de dos razones. Para indicar la proporción se unen las dos razones que la forman por el signo de la igualdad, que se lee *como.*

Así: $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$ es una proporción, que se lee: tres es a cinco como seis es a diez.

La proporción consta de cuatro términos. El antecedente de la primera razón y el consecuente de la segunda se denominan *extremos.* El consecuente de la primera y el antecedente de la segunda razón reciben el nombre de *medios.*

En la proporción anterior 3 y 10 son extremos, y 5 y 6, medios.

Proporción continua es aquella cuyos términos medios son iguales. Ejemplo: $\frac{3}{6}=\frac{6}{12}$.

235.—Un término cualquiera de una proporción recibe el nombre de *cuarto proporcional* con relación a los otros tres.

Cuando la proporción es contínua el término que se repite se denomina *medio proporcional* entre los otros dos términos, y cada uno de éstos es tercero proporcional con relación al otro término y al medio proporcional.

236.—*La propiedad fundamental de las proporciones es que el producto de los términos extremos ha de ser igual al producto de los términos medios.*

Por consiguiente, para averiguar si una proporción es verdadera se comprobará la propiedad fundamental.

Así: De las dos expresiones $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$ y $\frac{2}{5}=\frac{4}{9}$, la primera es una proporción porque $3 \times 14 = 6 \times 7$; la segunda no es proporción ni es cierta la igualdad que indica porque 2×9 no es igual a 5×4.

237. —En toda cuestión aritmética la cantidad desconocida que se desea obtener se denomina *incógnita* y se representa por la letra x.

Un extremo de una proporción es igual al producto de los medios dividido por el otro extremo.

Un medio de una proporción es igual al producto de los extremos dividido por el otro medio.

El medio proporcional de una proporción continua es igual a la raiz cuadrada del producto de los extremos.

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{x};\ x=\frac{4\times 6}{3}=\frac{24}{3}=8.\quad \frac{3}{x}=\frac{6}{8};\ x=\frac{3\times 8}{6}=\frac{24}{6}=4.$$

$$\frac{2}{x}=\frac{x}{8};\ x=\sqrt{2\times 8}=\sqrt{16}=4.$$

II. —Magnitudes proporcionales

238. —*Dos magnitudes son proporcionales* cuando dependen una de otra de tal forma que a cada valor de la primera corresponde un solo valor de la segunda, y la razón de dos valores cualesquieras de la primera es igual a la razón de los valores correspondientes de la segunda.

Sean las magnitudes *distancia* y *tiempo*. Si suponemos que en recorrer 1 Km. se tardan 15 minutos, en recorrer 2 Km. se tardarán 30 minutos, etc. Luego estas dos magnitudes dependen una de otra, es

DISTANCIA	TIEMPO
1 Km.	15 minutos
2 „	30 „
3 „	45 „
4 „	60 „

decir, la distancia recorrida depende del tiempo que se esté en movimiento, y al contrario. Al valor 1 de la magnitud distancia corresponde el valor 15 de la magnitud tiempo; al valor 2 de la primera, el valor 30 de la segunda, y así sucesivamente.

Si elegimos dos valores de la primera magnitud, 3 y 4 por ejemplo, y sus correspondientes de la segunda, 45 y 60, se verifica que $\frac{3}{4}=\frac{45}{60}$ porque $3 \times 60 = 180$ y $4 \times 45 = 180$ (236). Luego las dos magnitudes distancia y tiempo son proporcionales.

239.—La proporcionalidad de las magnitudes puede ser de dos clases: *directa* e *inversa*.

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando la razón de dos valores de la primera es igual a la razón de los valores correspondientes de la segunda.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando la razón de dos valores de la primera es igual a la razón inversa de los valores correspondientes de la segunda.

Las dos magnitudes anteriormente consideradas son directamente proporcionales.

Considerando las magnitudes obreros y tiempo, si 2 obreros tardan 32 días en hacer un trabajo, 4 obreros tardarán 16 días en hacer el mismo trabajo, etc. La razón de dos valores, 2 y 16, de la primera magnitud no es igual a la razón de los valores correspondientes de la

OBREROS	TIEMPO
2 obreros	32 días
4 „	16 „
8 „	8 „
16 „	4 „

segunda, 32 y 4, sino a la razón inversa de estos valores, toda vez que $\frac{2}{16}=\frac{4}{32}$. Estas magnitudes son inversamente proporcionales.

240.—En la práctica se determina si dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales del siguiente modo:

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar un valor cualquiera de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra resulta multiplicado por el mismo número.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar un valor cualquiera de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra resulta dividido por el mismo número.

Por ser más sencillo, siempre se elige para multiplicar en estos casos el número 2.

Ejemplos: Sean las magnitudes libros y pesetas. Doble número de libros valdrán doble número de pesetas. Son directamente proporcionales.

Sean las magnitudes velocidad y tiempo. Para recorrer cierta distancia con doble velocidad se necesitará la mitad de tiempo. Son inversamente proporcionales.

241.—Cuando se trate de más de dos magnitudes, al decir que son directa o inversamente proporcionales a otra se entiende que una a una, todas las que se consideran, son directa o inversamente proporcionales a la otra, suponiendo que al comparar con esta última cada una de las demás las restantes no varían.

Así: Si consideramos las tres magnitudes velocidad, tiempo y distancia, relacionadas entre sí, comparándolas con el tiempo, la velocidad y el tiempo son inversamente proporcionales, y la distancia y el tiempo directamente proporcionales.

III.—Regla de tres, simple

242. *Regla de tres simple* es la que tiene por objeto resolver las cuestiones que se refieren a dos magnitudes proporcionales.

Cuando estas dos magnitudes son directamente proporcionales la regla de tres simple se denomina *directa*, e *inversa* cuando las dos magnitudes son inversamente proporcionales.

243.—*Problema* es una cuestión de carácter práctico en la que se desea hallar una cantidad desconocida (incógnita) relacionada con otras cantidades conocidas.

El problema que resuelve la regla de tres simple es el siguiente: Conocidos dos valores de una magnitud y un valor de otra (directa o inversamente proporcional a la primera) correspondiente a uno de los dos valores conocidos, hallar el valor de la segunda magnitud correspondiente al otro valor dado de la primera.

244.—Para resolver este problema se colocan en una línea horizontal, uno frente a otro, los dos valores correspondientes conocidos (uno de cada magnitud) y debajo de cada uno de ellos sus homogéneos poniendo la letra x en el lugar correspondiente a la incógnita.

A la colocación de los datos en esta forma se denomina *planteo* de la regla de tres.

Después se averigua si las dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales, para lo que es suficiente (240) leer la primera línea del planteo anteponiendo la conjunción *si*, multiplicar el primer valor por 2 y considerar si el otro valor resulta multiplicado o dividido por este número.

Si las dos magnitudes son directamente proporcionales se escribe una proporción cuya primera razón sea la de los dos valores de la primera magnitud y cuya segunda razón sea la de los valores correspondientes a los anteriores.

Si las dos magnitudes son inversamente proporcionales la proporción estará formada por la razón de los dos valores de la primera magnitud y la razón inversa de los valores correspondientes.

En la proporción formada se halla el valor de la incógnita (237).

Ejemplos: Sabiendo que 200 Kg. de carbón cuestan 40 pesetas, ¿cuánto se ha de pagar por 75 Kg.?

Planteo:

200 Kg. . . . . 40 pesetas
75 „ . . . . x „

Si 200 Kg. cuestan 40 pesetas, doble número de kilogramos costarán doble número de pesetas. Las dos magnitudes son directamente proporcionales, luego la proporción será

$$\frac{200}{75}=\frac{40}{x};\quad x=\frac{75\times 40}{200}=\frac{3000}{200}=\frac{30}{2}=15 \text{ ptas.}=\text{solución.}$$

¿Cuántos obreros se necesitarán para hacer un trabajo en 14 días, sabiendo que 7 obreros hubiesen hecho el mismo trabajo en 10 días?

Planteo:

7 obreros . . . . 10 días
x „ . . . . 14 „

Si 7 obreros hacen un trabajo en 10 días, doble número de obreros lo harían en la mitad del número de días. Estas magnitudes son inversamente proporcionales, luego la proporción será

$\frac{7}{x}=\frac{14}{10}$; $x=\frac{7\times 10}{14}=\frac{70}{14}=5$ obreros=solución.

IV.—Regla de tres, compuesta

245.—*Regla de tres, compuesta* es la que tiene por objeto resolver las cuestiones, que se refieren a tres o más magnitudes proporcionales.

246.—La regla de tres compuesta resuelve el siguiente problema: Conocidos los valores de varias magnitudes (directa o inversamente proporcionales a otra) correspondientes a un valor también conocido de esta otra, hallar el valor de esta última magnitud correspondiente a un nuevo valor de cada una de las demás.

247.—Este problema se resuelve *planteando* la regla de tres compuesta de forma análoga a como se hizo en la regla de tres simple, esto es, colocando en línea horizontal los valores conocidos de todas las magnitudes que intervengan en el problema y debajo de cada uno de ellos sus homogéneos, y la letra x en el lugar correspondiente a la incógnita.

Se comparan después las diversas magnitudes, una a una, con aquella a que pertenezca la incógnita y se determina cuáles son directa y cuáles inversamente proporcionales con la magnitud con quien se comparan.

El valor de la incógnita es igual al valor conocido de su misma magnitud multiplicado por la razón directa del valor correspondiente a la incógnita al otro valor de las magnitudes que sean directamente proporcionales y por la razón inversa de dichos valores de las magnitudes que sean inversamente proporcionales.

Ejemplo: ¿Cuántos obreros se necesitarán para hacer 250 m. de cierto tejido en 24 días, si 12 obreros tardaron 15 días en hacer 360 m. del mismo trabajo?

Planteo:	i.	d.
12 obreros	15 días	360 m.
x ,, ...	24 ,, ...	250 ,,

Si 12 obreros necesitan 15 días para hacer un trabajo, doble número de obreros necesitarán la mitad del número de días para hacer el mismo trabajo.

Luego la magnitud días es inversamente proporcional con la de la incógnita.

Si 12 obreros hacen 360 m. de cierto trabajo, doble número de obreros harán doble número de metros en igual tiempo. Luego la magnitud metros es directamente proporcional con la de obreros.

Por tanto,

$$x=12\times\frac{15}{24}\times\frac{250}{360}=\frac{12\times15\times250}{24\times360}=\frac{45000}{8640}=5 \text{ obreros} = \text{solución}$$

V.—Regla de interés

248.—*Regla de interés* es la que tiene por objeto resolver los problemas referentes al interés.

Interés de una cantidad de dinero es el beneficio que produce al que la presta o impone durante cierto tiempo.

La cantidad prestada o impuesta recibe el nombre de *capital*.

Tanto por ciento es el interés que producen 100 pesetas durante un año. Se representa por el signo %.

249.—Para hallar el tanto por ciento de una cantidad se multiplica dicha cantidad por el tanto y el resultado se divide por 100.

Ejemplo: Hallar el 4 % de 7535 ptas.

$$7535 \times 4 = 30140; \quad 30140 : 100 = 301'40$$

El 4 % de 7535 ptas. es igual a 301'40.

250.—*Determinación del interés, el capital y el tanto por ciento cuando el tiempo es un año.*

Como el capital y el interés son directamente proporcionales porque a doble capital prestado corresponde doble interés, los problemas que se presentan en el caso considerado se pueden resolver por medio de una regla de tres simple.

Representando el capital por *c*, por *r* el tanto por ciento y por *i* el interés,

100 (ptas.) . . . . r (tanto por ciento)
c (capital) . . . . i (interés)

$$\frac{100}{c}=\frac{r}{i}; \quad i=\frac{c \times r}{100}; \quad c=\frac{100 \times i}{r}; \quad r=\frac{100 \times i}{c}$$

Las fórmulas (*) obtenidas expresan:

Para hallar el interés se multiplica el capital por el tanto por ciento y el resultado se divide por 100.

Para hallar el capital se multiplica el interés por 100 y el resultado se divide por el tanto por ciento.

Para hallar el tanto por ciento se multiplica el interés por 100 y el resultado se divide por el capital.

Ejemplos: ¿Qué interés producirán 2.500 pesetas prestadas al 5 % durante un año?

$$i=\frac{c\times r}{100}=\frac{2500\times 5}{100}=\frac{12500}{100}=125 \text{ pesetas}$$

¿Qué capital ha de prestarse al 4 % durante un año para que produzca 220 pesetas de interés?

$$c=\frac{100\times i}{r}=\frac{100\times 220}{4}=\frac{22000}{4}=5500 \text{ pesetas}$$

¿A qué tanto por ciento deben prestarse 3850 pesetas para que en un año produzcan 150 pesetas de interés?

$$r=\frac{100\times i}{c}=\frac{100\times 150}{3850}=\frac{15000}{3850}=3'89 \%$$

251.—*Determinación del interés, el capital, el tanto por ciento y el tiempo cuando el tiempo es un número exacto de años.*

Representando por *i, c, r* y *t* el interés, capital, tanto por ciento y tiempo, respectivamente, las fórmulas que resuelven los problemas que se pueden pre-

(*) Fórmula es una expresión que indica las operaciones que hay que efectuar con los datos de un problema para hallar la incógnita.

sentar en este caso son las siguientes:

$$i=\frac{c\times r\times t}{100};\quad c=\frac{100\times i}{r\times t};\quad r=\frac{100\times i}{c\times t};\quad t=\frac{100\times i}{c\times r}$$

Ejemplos: ¿Qué interés producirán 2500 pesetas prestadas al 4 °/₀ durante 5 años?

$$i=\frac{c\times r\times t}{100}=\frac{2500\times 4\times 5}{100}=\frac{50000}{100}=500\text{ pesetas}$$

¿A qué tanto por ciento deben prestarse 3250 pesetas para que en 4 años produzcan 450 pesetas de interés?

$$r=\frac{100\times i}{c\times t}=\frac{100\times 450}{3250\times 4}=\frac{45000}{13000}=3'46\ ^{\circ}/_{0}$$

252.—*Determinación del interés, el capital, el tanto por ciento y el tiempo cuando el tiempo esté expresado en meses o en días.*

Los problemas que en estos casos se pueden presentar se resuelven por las mismas fórmulas que en el caso anterior, sustituyendo 100 por 1200 cuando el tiempo esté expresado en meses, y por 36000 cuando el tiempo esté expresado en días.

Fórmulas aplicables cuando el tiempo está expresado en meses:

$$i=\frac{c\times r\times t}{1200};\quad c=\frac{1200\times i}{r\times t};\quad r=\frac{1200\times i}{c\times t};\quad t=\frac{1200\times i}{c\times r}$$

Fórmulas que resuelven los distintos casos cuando el tiempo está expresado en días:

$$i=\frac{c\times r\times t}{36000};\quad c=\frac{36000\times i}{r\times t};\quad r=\frac{36000\times i}{c\times t};\quad t=\frac{36000\times i}{c\times r}$$

Ejemplo: ¿Qué interés producirán 2500 ptas. prestadas al 5 % durante 1 año 2 meses y 15 días?

1 año 2 meses y 15 días = 435 días

$$i = \frac{c \times r \times t}{36000} = \frac{2500 \times 5 \times 435}{36000} = 151'04 \text{ ptas.}$$

FIN DE LA PARTE TEÓRICA

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

PARTE PRÁCTICA

Ejercicios y Problemas

EN GRAN PARTE ORIGINALES, Y CUIDADOSAMENTE SELECCIONADOS LOS RESTANTES

NOCIONES ELEMENTALES DE ARITMÉTICA

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Numeración decimal

1.—Ejemplos de magnitudes, expresando una cantidad, una unidad y un número de cada una de las magnitudes que se consideren.

2.—Ejemplos de números abstractos y de números concretos.

3.—Ejemplos de números homogéneos, heterogéneos, complejos e incomplejos.

4.—Ejemplos de números enteros, fraccionarios y mixtos.

5.—En la numeración verbal ¿es indispensable el empleo de las palabras veinte, treinta, cuarenta, etc?

6.—¿Es indispensable el empleo de las palabras once, doce, trece, catorce y quince para expresar los números comprendidos entre diez y diez y seis.

7.—Exprésense, empleando las abreviaciones indicadas en la numeración verbal, los siguientes números:

Ocho centenas, cuatro decenas y tres unidades.

Seis decenas de millar, cinco millares, siete centenas y una unidad.

Nueve centenas de millar, cuatro decenas de millar, nueve centenas y tres decenas.

8.—Exprésense, suprimiendo las abreviaciones empleadas, los números siguientes:

Quinientos cincuenta y cinco.

Treinta y cuatro mil novecientos cuarenta y dos.
Trescientos cincuenta mil novecientos quince.

9.—¿De qué orden son las unidades de millar? ¿Y las decenas de millar? ¿Y las centenas de millar de millón?

10.—¿Qué nombres reciben las unidades de quinto, octavo, undécimo y décimoséptimo orden?

11.—Exprésense ordenadamente las unidades de distintos órdenes desde la unidad simple a la unidad de billón, y al contrario.

12.—¿Cuáles son los valores absoluto y relativo de cada una de las cifras del número 73405?

13.—Expresar los números siguientes: 423, 5384, 320500, 87034005, 3010020001000.

14.—Representar los siguientes números:
Quinientos tres.
Ocho mil treinta.
Trescientos un mil uno.
Cuarenta y dos mil dos millones trescientos mil veinte.
Un billón mil un millones diez mil uno.

15.—¿Cuáles son las unidades más elevadas de un número de siete cifras? ¿Y de nueve? ¿Y de doce? ¿Y de quince?

16.—¿Cuántas cifras tiene un número cuyas unidades de orden más elevado son centenas de millar? ¿Y si son decenas de millar de millón?

17.—¿Cuántos números hay?

Numeración romana

18.—Escríbanse en números romanos los siguientes: 9, 43, 49, 88, 99, 405 y 499.

19.—Escríbanse en números romanos los siguientes: 973, 999, 1045, 33845 y 9999.

20.—Escríbanse en números romanos los siguientes: 325901, 437825 y 3049909.

21.—Escríbanse en el sistema decimal los siguientes números VIII, XXXIV, XLVIII, LXXXVI y XCIX.

22.—Escríbanse en el sistema decimal los siguientes números MCDLVII, $\overline{\text{LIV}}$CMXXX y $\overline{\text{DCCCLXXXIII}}$DCCLXXIX.

Suma, resta, multiplicación y división de enteros

23.—Efectuar, colocando los sumandos en línea horizontal, las siguientes sumas: $4328 + 375 + 489$; $53492 + 7829 + 834 + 1583$; $35 + 2584 + 247 + 32578$.

24.—Efectuar, comprobando el resultado, la siguiente suma $52874 + 3572 + 435697 + 893 + 23528 + 735849 + 279 + 53248 + 17648 + 827 + 53248 + 93 + 35975 + 3208$.

25.—Efectuar la suma siguiente por filas y por columnas, sumando después en columna los resultados de sumar las filas y en fila los resultados de sumar las columnas. Las dos últimas sumas que se obtengan han de ser iguales.

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
 & 425 & + & 5218 & + & 83514 & = \\
+ & 372 & + & 819 & + & 793 & = \\
+ & 84 & + & 92 & + & 48 & = \\
+ & 2513 & + & 728 & + & & = \\
\hline
 & & + & & + & & = \underline{\qquad}
\end{array}
$$

26.—Efectuar las sustracciones siguientes $42385 - 7934$; $572824 - 32827$; $432849 - 27348$ y comprobar los resultados obtenidos por dos procedimientos distintos.

27.—Hallar el valor de las siguientes expresiones: $4532 - 837 - 45 + 1518 - 3175$; $3748 - 2512 - 1 + 873 + 15 - 94$; $825 - 43 + 17 - 14 + 1043 - 978$.

28.—Se compra un objeto por 342 pesetas. ¿Por cuánto se ha de vender si se quiere obtener una ganancia de 47 pesetas?

29.—¿Qué es necesario hacer para obtener el precio de venta de una mercancía conociendo el precio de compra y la ganancia que se desea obtener?

30.—Se ha obtenido una ganancia de 52 pesetas vendiendo un objeto por 435 pesetas. ¿Cuánto costó dicho objeto?

31.—Conocidos el precio de venta y la ganancia ¿cómo se obtiene el precio de coste de una mercancía?

32.—Una persona nació en el año 1914. ¿En qué año cumplirá 32 años?

33.—Una persona compra una casa por 32580 pesetas. Gasta en reparaciones 2973 pesetas y la vende obteniendo una ganancia de 3500 pesetas. ¿Por cuánto la vendió?

34.—Una persona compra una finca por 47983 pesetas. Gasta en reparaciones 3517 pesetas y tiene que venderla perdiendo 2520 pesetas. ¿Cuál fué el precio de venta?

35.—Se vendió un objeto por 582 pesetas sufriendo una pérdida de 93 pesetas en la venta. ¿Cuánto había costado dicho objeto?

36.—Vendiendo un objeto en 748 pesetas se ganan 53 pesetas. ¿Cuánto costó dicho objeto?

37.—Actualmente tiene una persona 47 años. ¿En qué año nació?

38.—La suma de dos números es igual a 8413. Uno de los números es 1047. ¿Cuál es el otro?

39.—La suma de dos números es 5042. Uno de los sumados es 2014. ¿Cuántas unidades más que este sumando tiene el otro?

40.—¿Cuántos números hay de una cifra? ¿Y de dos? ¿Y de tres? ¿Y de cuatro cifras?

41.—Un comerciante compró 320 Kg. de azúcar por 540 pesetas; otra vez 425 Kg. por 742 ptas., y una tercera vez 825 Kg. por 1425 ptas. ¿Cuántos kilogramos de azúcar tiene y cuánto le costó todos los que posee?

42.—Una persona tiene 425 ptas. más que otra que tiene 2742 ptas. más que una tercera que tiene 823 ptas. más que una cuarta que tiene 23550 ptas. ¿Cuántas pesetas tiene cada persona y cuánto reunen entre las cuatro?

43.—Una persona tiene 84 ptas. menos que otra que tiene 25 ptas. menos que otra que tiene 543 ptas. ¿Cuántas pesetas menos que la 3.ª persona tiene la 1.ª?

44.—En una familia la madre gana 942 ptas. al año; el hijo, 845 ptas. más que la madre en igual tiempo; el padre, tanto como la madre y el hijo reunidos. ¿Cuánto ganan entre los tres en un año?

45.—Tiene un padre 49 años cuando nace su hijo. ¿Qué edad tendrá éste cuando el padre tenga 64 años?

46.—Si una persona tuviese 150 ptas. más que las que posee podría comprar un objeto que vale 873 ptas. ¿Qué cantidad tiene?

47.—Se reparte una cantidad entre 3 personas. La 1.ª recibe 724 ptas; la segunda 527 ptas. más que la 1.ª; la tercera 254 ptas. más que la 2.ª ¿Cuál fué la suma repartida y cuánto recibió cada persona?

48.—Si una persona tuviese 483 ptas. más que las que posee podría comprar un objeto que vale 1235 ptas. y le sobrarían 47 ptas. ¿Qué cantidad tiene?

49.—Un comerciante posee 5740 Kg. de carbón y 2835 de patatas. Vende 2345 Kg. de carbón y 1732 Kg. de patatas. ¿Cuántos kilogramos posee entonces de ambos géneros?

50.—Posee una persona 25.000 ptas. En diversas compras invierte 8345 ptas. primero, 2742 ptas. después y más tarde 3145 pesetas ¿Qué cantidad tiene entonces?

51.—Un comerciante recibe por la venta de cierta mercancía 42385 ptas.; pero tiene que entregar por comisión 943 ptas. Si antes de dicha venta poseía en efectivo 72518 ptas. ¿qué cantidad tiene después de efectuada la operación?

52.—Los alumnos de un colegio están divididos en cuatro clases. La 1.ª tiene 43 alumnos; la 2.ª, 12 más que la 1.ª; la 3.ª, 17 menos que la 2.ª; y la 4.ª, tantos como la 1.ª y la 3.ª ¿Cuántos alumnos pueden admitir aún en el colegio si hay capacidad para 250 alumnos?

53.—El día 4 de Febrero hay en la caja de un establecimiento 83525 ptas.; el mismo día ingresan 4532 ptas. y salen 2583; el día siguiente ingresan 3514 ptas. y salen 4083; y el día 6 ingresan 5025 y salen 475 ptas. ¿Qué cantidad hay en la referida caja al empezar el día 7 de Febrero?

54.—El peso bruto de una mercancía es 53 Kg. Si la tara, o sea, el peso de los envases, es de 4 Kg., ¿cuál es el peso neto de la referida mercancía?

55.—Efectuar los siguientes productos: 43 $\times$ 100; 527 $\times$ 300; 8540 $\times$ 200; 35489 $\times$ 7009.

56.—Efectuar las siguientes divisiones: 3742 : 10; 87340 : 1000; 35579 : 400; 87300 : 4500.

57.—¿Cuál es la paga diaria de un empleado que gana anualmente 2555 ptas?

58.—¿Qué cantidad se repartió entre 35 personas si cada una recibió 832 ptas?

59.—Una persona debe 240 ptas. y le conceden que las abone a 30 ptas. cada mes. ¿Cuánto tiempo tardará en liquidar su deuda?

60.—¿Qué número multiplicado por 25 da el mismo resultado que el producto 50 $\times$ 8?

61.—Se le suman a un número 48 unidades; del resultado se restan 15 unidades; al nuevo resultado se le restan 8 unidades, y, últimamente, a este último resultado se le suman 14 unidades. Entonces resulta 83. ¿Cuál es el número primitivo?

62.—Un cristalero coloca los cristales de 5 ventanas. Cada ventana tiene 6 cristales y cobra 2 ptas. por cada cristal. ¿Cuánto debe recibir por su trabajo?

63.—Un viajero tiene que recorrer 162 Km. y anda 18 Km. cada día. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer la distancia indicada?

64.—¿Cuántos signos se necesitan para numerar las páginas de un libro que tiene 1348 páginas?

65.—El sonido recorre 340 m. por segundo. Si encuentra un obstáculo vuelve hacia el punto de emisión. A esto se denomina eco. ¿A qué distancia del eco se encuentra un observador que oye al cabo de 3 segundos las palabras que pronuncia?

66.—Un contratista ha empleado 45 obreros durante 12 días. Si cada obrero gana 5 ptas. diarias, ¿qué cantidad necesita para abonar los jornales devengados?

67.—Un comerciante tiene 48 objetos que le costaron 576 pesetas. Vende 21 de ellos a 15 ptas. cada uno ¿A cuánto debe vender cada uno de los que le quedan si quiere ganar en total 198 pesetas?

68.—En un taller trabajan 14 operarios, 8 de los cuales ganan 6 ptas. diarias y los restantes 4 ptas. ¿Qué cantidad se necesita para pagar los jornales de una semana de trabajo?

69.—Un comerciante ha comprado 54 m. de paño a 14 ptas. el metro. Vende 32 m. a 18 ptas. cada uno, y los restantes a 19 pesetas. ¿Qué ganancia total ha obtenido?

70.—¿Cuántas naranjas hay en 18 cestos si cada cesto tiene 8 docenas?

71.—Tres caños arrojan agua en un depósito. El 1.º 7 litros cada minuto, el segundo 6 litros y el tercero 5 litros en igual tiempo. Pasados 45 minutos, ¿qué cantidad de agua habrá en el depósito?

72.—La confección de 216 pañuelos ha costado a razón de 9 ptas. cada docena. Vendiendo por 4 ptas. cada 3 pañuelos, ¿qué beneficio se obtiene?

73.—Un obrero hace diariamente 7 m. de cierto tejido. ¿Cuánto debe recibir por una pieza en la que ha tardado 18 días si el metro vale 2 ptas.?

74.—Repartir 2042 ptas. entre 2 personas de forma que la primera reciba 324 ptas. más que la segunda.

75.—Por 5025 ptas. se han comprado 335 objetos ¿Cuál es el valor de uno de estos objetos?

76.—Una persona paga 405 ptas. por igual número de metros de paño de precios distintos: de 12, de 8 y de 7 ptas. cada metro. ¿Cuántos metros compró de cada clase?

77.—Hallar dos números enteros consecutivos cuya suma sea igual a 3451.

78.—Dos indivíduos se hallan a 42 Km. de distancia y marchan uno al encuentro del otro. El primero recorre 4 Km. por hora y el segundo 3 Km. en igual tiempo. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse y a qué distancia de los puntos de partida se encontrarán?

79.—Hallar la suma y diferencia de dos números sabiendo que el menor es 415 y el producto de ambos 305150.

80.—El divisor de una división inexacta es 47, el cociente 23 y el resto 35. ¿Cuál es el dividendo?

81.—El cociente de una división inexacta es 413, el resto 73, y el divisor tiene 22 unidades menos que la suma del cociente y el resto. ¿Cuál es el dividendo?

82.—Un negociante compra caballos por 11375 pesetas. Los vende por 12185 ptas. ganando 45 ptas. en cada caballo. ¿Cuántos caballos compró y vendió?

83.—Un comerciante compra 221 cubiertos a 83 ptas. la docena, recibiendo uno regalado por cada docena. Si los vende a 8 ptas. cada cubierto, ¿qué ganancia obtendrá?

84.—Un comerciante tiene dos piezas de tela de la misma calidad. Una mide 7 m. más que la otra. La primera le costó 252 pesetas y la segunda 315 ptas. ¿Cuál es la longitud de cada pieza y a cuánto le costó el metro?

85.—Se han cambiado 52 m. de tela de 8 ptas. el metro por 32 m. de paño. ¿Cuál es el valor de un metro de paño?

Potencias y Raiz cuadrada

86.—Hallar la cuarta potencia de 7, de 29 y de 104.

87.—Hallar el duplo del cuadrado del número 26 y el triplo del cubo del número 14.

88.—Hallar la diferencia entre el duplo del cubo de 32 y la tercera parte del cuadrado de 45.

89.—Efectuar las sumas siguientes: $3^4 + 2^5 + 8^3 + 4^2$; $3^2 + 9^3 + 7 + 6^4$.

90.—Hallar la raiz cuadrada de los siguientes números: 93, 1014, 3254 y 8932.

91.—Hallar la raiz cuadrada de los números siguientes: 32546 y 835247.

92.—¿Cuál es el número cuyo cuadrado es igual a 99225?

93.—Hallar el número cuyo cuadrado multiplicado por 25 da por resultado 465480625.

94.—Hallar los cubos de los diez primeros números.

Divisibilidad.— Números primos.— Máximo común divisor.— Mínimo común múltiplo

95.—¿Por qué números, de los que conocemos los caracteres de divisibilidad, es divisible el número 50340?

96.—Averiguar si el número 80347 es divisible por 3, por 5 y por 9.

97.—Averiguar si el número 42356 es divisible por 343 y si el número 37892 es divisible por 714.

98.—¿1343 ptas. forman un número exacto de duros? ¿3248 horas son un número exacto de días?

99.—Hallar el resto de la división por 9 de los números 43258, 754946, 90752304 y 8072095307.

100.—Efectuar y comprobar, por el divisor 9, las siguientes operaciones: 35728×273; $53826 : 46$; $\sqrt{3251}$.

101.—Efectuar y comprobar, por el divisor 9, las siguientes operaciones: 37044×35; $87432 : 23$; $\sqrt{4516}$.

102.—¿Cuáles son los doce primeros números primos?

103.—El número 39 ¿es primo? ¿Y el número 91?

104.—Descomponer en sus factores primos los números 250, 435 y 810.

105.—Descomponer en sus factores primos los números 3040, 75, y 1260.

106.—Hallar el m. c. d. de los números 45, 39 y 63.

107.—Hallar el m. c. d. de los números 50, 150 y 250.

108.—Hallar el m. c d. de los números 432, 754 y 1518.

109.—Hallar el m. c. m. de los números 36, 12 y 9.

110.—Hallar el m. c. m. de los números 48, 36 y 24.

111.—Hallar el m. c. m. de los números 35, 14 y 12.

Números fraccionarios

112.—¿Qué representa la fracción $\frac{5}{7}$?

113.—Hallar el cociente completo de las siguientes divisiones: $42 : 8$; $37 : 9$; $837 : 14$.

114.—¿Cuál es el dividendo, el divisor, el cociente y el resto de una división cuyo cociente completo es $17\frac{3}{11}$?

115.—Determinar cuáles fracciones son propias y cuáles impropias, de las siguientes: $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{9}{9}$, $\frac{17}{19}$ y $\frac{30}{29}$.

116.—Hallar los enteros contenidos en las fracciones

$$\frac{17}{5},\ \frac{23}{7},\ \frac{514}{17} \text{ y } \frac{53}{9}.$$

117.—Expresar los números 4, 5, 9 y 37 en forma fraccionaria cuyo denominador sea 7.

118.—Colocar por orden de mayor a menor las fracciones $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{3}{9}$. De las fracciones $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{7}$ y $\frac{4}{7}$, ¿cuál es la mayor y cuál la menor?

119.—Simplificar las fracciones $\frac{36}{48}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{14}{27}$ y $\frac{30}{50}$.

120.—Convertir en irreducible la fracción $\frac{324}{538}$.

121.—Convertir en irreducible la fracción $\frac{48}{426}$.

122.—Reducir a un común denominador los quebrados

$$\frac{5}{24}, \frac{7}{12} \text{ y } \frac{11}{18}.$$

123.—Reducir al mínimo común denominador los quebrados del ejercicio anterior.

124.—Reducir al mínimo común denominador los quebrados

$$\frac{7}{15}, \frac{8}{30} \text{ y } \frac{9}{20}.$$

125.—Efectuar la siguiente suma de números mixtos por los dos procedimientos indicados en la teoría: $4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{3} + 5\frac{4}{9}$.

126.—Hallar el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{4}{7} + \frac{5}{8} - \frac{1}{2}.$$

127.—Hallar el valor de la expresión siguiente:

$$5 - \frac{2}{3} + 4 - \frac{1}{5} + 2 + \frac{3}{7}.$$

128.—Efectuar las siguientes operaciones:

$$3\frac{4}{7} - \frac{2}{3}; \ \frac{9}{2} - 3\frac{1}{4}; \ 8 - 2\frac{1}{5}.$$

129.—Sin reducirlos a quebrados efectuar la sustracción de los números mixtos siguientes: $7\frac{3}{5} - 2\frac{6}{7}$; $4\frac{3}{7} - 2\frac{3}{4}$.

130.—Efectuar los siguientes productos, simplificando los resultados: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$; $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{11} \times \frac{4}{3}$.

131.—Efectuar el producto $5 \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times 6 \times \frac{1}{2}$ y simplificar el resultado.

132.—Efectuar los productos

$$4\frac{3}{5} \times 2\frac{1}{3} \times 5\frac{3}{4}; \quad 3\frac{4}{5} \times \frac{6}{7}; \quad 8 \times 2\frac{1}{3}.$$

133.—Efectuar las siguientes divisiones:

$$4\frac{2}{3} : 2\frac{1}{5}; \; 3 : 2\frac{1}{3}; \; \frac{4}{2} : 2\frac{3}{5}.$$

134.—Hallar los $\frac{3}{15}$ del número 90 y los $\frac{4}{7}$ de 147.

135.—Hallar los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{4}{7}$ del número 84.

136.—¿Cuánto le falta al quebrado $\frac{3}{7}$ para valer la unidad?

137.—¿Qué número hay que sumar a $\frac{4}{9}$ para que el resultatado sea igual a $\frac{7}{8}$?

138.—¿Por qué número debe multiplicarse $\frac{5}{7}$ para que resulte $\frac{8}{11}$.

139.—¿Cuál es el número cuyos $\frac{5}{7}$ son iguales a 45?

140.—¿Cuál es el número cuyos $\frac{2}{9}$ son iguales a 1048?

141.—Dice un jugador que ha perdido los $\frac{5}{6}$ de su capital y le quedan 3048 ptas. ¿Cuánto poseía antes de jugar y cuánto perdió?

142.—Un depósito está lleno hasta sus tres cuartas partes. Para llenarlo por completo se necesitan 115 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

143.—Un comerciante compra dos caballos por 980 ptas. Uno le cuesta los $\frac{3}{4}$ del precio del otro. ¿Cuánto le cuesta cada caballo?

144.—Un sastre tiene 12 metros de tela de la que quiere hacer chalecos. Si para cada chaleco necesita $\frac{3}{4}$ de metro y lo vende a 6 ptas. ¿Cuánto podrá obtener?

145.—Una pieza de tela mide $32\frac{3}{5}$ metros. ¿Cuál es el valor de esta pieza a razón de $3\frac{3}{4}$ ptas. el metro?

146.—Un obrero hace $9\frac{3}{4}$ metros de cierto trabajo en $6\frac{2}{3}$ horas. ¿Cuántos metros hace en una hora?

147.—Un empleado gana 3570 ptas. al año. Gasta en su manutención los $\frac{3}{5}$ de su sueldo. ¿Qué cantidad le queda para los demás gastos?

148.—Un comerciante tiene una pieza de tela de 48 metros. Vende primero $\frac{1}{3}$ y después $\frac{1}{4}$ de la longitud total. ¿Cuánto vale lo que le queda a razón de $7\frac{2}{5}$ ptas. el metro?

149.—Para hacer un vestido necesita una persona $3\frac{4}{5}$ metro de tela. Tiene ya $2\frac{3}{4}$ metros. ¿Cuánto le costará lo que le falta si el metro de tela vale $14\frac{2}{3}$ ptas.?

150.—Si se suman la mitad y los tres cuartos de un número resulta 320. ¿Cuál es el número?

151.—Por $612\frac{3}{4}$ ptas. se han comprado $83\frac{1}{2}$ metros de cierta tela ¿Cuál es el valor de un metro? ¿Cuántos metros se podrán adquirir con una peseta?

Números decimales

152.—Escribir los siguientes números: Ocho milésimas.—Mil cuatro unidades mil una millonésimas; tres unidades diez mil una cienmilésimas.— Cuatrocientas dos centésimas.— Mil cinco décimas.

153.—Enunciar los siguientes decimales: 300'010101; 0'00301; 4'0100101; 500'003110.

154.—Por diversos trabajos realizados recibe un obrero 23'45 ptas. primero; después, 47'80 ptas., y últimamente 17'25 pesetas. ¿Qué cantidad recibió en total?

155.—La factura del carpintero comprende los siguientes conceptos: Una cómoda por 53'85 ptas.; un armario por 345'75 pesetas; una mesa por 143'50 ptas. y 6 sillas a 7'25 ptas. cada una. ¿Cuánto hay que abonarle si concede en la factura una rebaja de 12'50 ptas.?

156.—Una persona debía 327'15 ptas. y paga 158'40. ¿Cuánto debe ahora?

157.—Un comerciante vende mercancías por 3158'25 ptas. y obtiene un beneficio de 347'75 ptas. ¿Cuál es el precio de coste de la mercancía vendida?

158.—Un peatón debe recorrer 138'375 Km. En la primera jornada recorre 32'72 Km.; en la segunda, 47'893 y en la tercera 31'5 Km. ¿Cuántos Km. ha de recorrer todavía?

159.—¿Cuánto valen 12'250 kilogramos de azúcar a 1'95 pesetas el kilogramo?

160.—Un obrero teje diariamente 4'50 metros de paño y por cada metro cobra 0'80 ptas. ¿Cuánto debe recibir por una semana de trabajo?

161.—Una persona tiene 4 metros de tela que le han costado a 1'50 ptas. el metro. Vende 2'50 metros por 4'60 ptas. y el resto por 2'20 ptas. ¿Cuánto ha ganado?

162.—Un labrador vende 32 kilogramos de manzanas a 0'45 ptas. uno; 15'750 kilogramos de peras a 0'65 ptas. el kilogramo; 47'25 kilogramos de cerezas a 0'25 ptas. y 12'780 kilogramos de uvas a 0'20 ptas. ¿Cuántos kilogramos vendió en total y cuál fué el producto de la venta?

163.—Una mujer compra 2 panes de 3'5 kilogramos cada uno y da una moneda de 5 ptas. para que cobren el importe de la venta. Si el kilogramo de pan vale 0'45 ptas., ¿cuánto le han de devolver?

164.—Un obrero gana 3'75 ptas. diarias y trabaja 24 días cada mes; gasta 180 ptas. cada trimestre. ¿Cuánto habrá ahorrado en un año?

165.—Una persona compra libros a 2'60 ptas. cada uno y por cada docena le regalan un ejemplar. Si quiere ganar 0'35 ptas. en cada libro, ¿por cuánto debe venderlo?

166.—Un comerciante quiere invertir 391 ptas. en la compra de igual número de kilogramos de azúcar y café. El kilogramo de azúcar vale 1'95 ptas. y el de café 7'80 ptas. ¿Cuántos kilogramos de cada mercancía podrá adquirir?

167.—Efectuar las siguientes operaciones: 304'02 × 7'03; 342 × 0'01; 5314 × 0'35.

168.—Efectuar las siguientes operaciones: 328'43 : 10; 8'35 : 1000; 34'52 : 8; 53:0'002; 83'456 : 2'25; 8'23 : 0'045.

169.—Una persona quiere emplear 4'50 ptas. en sellos de correos, de tal forma que tenga igual número de sellos de 0'50 pesetas, de 0'25 y de 0'15 ptas. ¿Cuántos sellos de cada clase podrá adquirir?

170.—Un comerciante compra 100 lapiceros por 26 ptas. Vende la mitad por 14'30 ptas.; después vende tres docenas y media a 4'20 ptas. la docena; y, finalmente, vende el resto a 0'25 ptas. cada uno. ¿Qué ganancia ha obtenido?

171.—100 kilogramos de azúcar cuestan 182'50 ptas. ¿Cuál es el valor de un kilogramo? ¿Cuántos kilogramos se podrán comprar con 72'75 ptas?

172.—Reducir a fracciones decimales las ordinarias siguientes: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$. Reducir a fracciones ordinarias las decimales 0'42, 7'834 y 0'003.

Sistema métrico decimal

173.—Reducir a incomplejos de metros los siguientes incomplejos: 34'25 Km.; 8'342 Hm.; 3 Mm.; 52'37 dm.; 8'43 Mm.; 0'0004 Hm.; 0'001 Km.

174.—Reducir a incomplejo de metros los siguientes incomplejos: 0'04 Km.; 0'34 dm.; 5'84 mm.; 35'43 cm.

175.—Reducir a incomplejos de kilometros los siguientes incomplejos: 4'375 Mm.; 8'35 Hm.; 7'356 dm.; 3042 m.; 7'256 Hm.; 4'25 cm.

176.—Reducir a incomplejos de centímetros los siguientes incomplejos: 32'4 m.; 87'93 mm.; 3'45 Km.; 28'572 Dm.; 3'572 Mm.

177.—Reducir a incomplejos de metros los siguientes complejos: 3 Km. 8 Dm. 5 dm.; 9 Mm. 3 dm.; 3 Hm. 4 m. 5 mm.; 7 Km. 8 Hm. 4 m. 3 dm.

178.—Reducir a incomplejos de kilometros los siguientes complejos: 3 Mm. 4 Km. 8 m.; 2 Hm. 5 dm. 4 cm.; 7 Km. 8 Dm. 1 dm.; 3 Km. 4 m. 8 mm.

179.—Reducir a incomplejos de decimetros los siguientes complejos: 2 Dm. 4 m. 8 cm.; 7 Hm. 4 m. 3 dm.; 8 Km. 4 m. 3 mm.; 3 Mm. 4 Hm. 8 m. 7 cm.

180.—Transformar en complejos los siguientes incomplejos: 3402'07 m.; 83405'074 m.; 325'8756 Hm.; 4257'38 Km.

181.—Se quiere rodear un campo por una empalizada. ¿Cuántos postes se han de colocar, a 0'08 m. de distancia uno de otro, si el perímetro del campo es 247'50 m.?

182.—Un hombre da 100 pasos por minuto y cada 13 pasos equivalen a 10 m. aproximadamente. ¿Qué distancia puede recorrer en una hora?

183.—Andando 9 horas diarias y 6'25 Km. cada hora, ¿cuánto tiempo se tardaría en dar una vuelta completa a la tierra?

184.—A 7'25 ptas. el metro se ha comprado una pieza de paño de 45 m. 8 dm. 7 cm. de longitud. ¿Cuánto ha costado?

185.—Un metro de paño vale 16 ptas. ¿Cuál es el valor de 25 cm? ¿Y el de 4 dm?

186.—A una compradora le faltan 0'50 ptas. para poder comprar un metro de tela, y con el dinero que tiene sólo puede adquirir 0'90 m. ¿Cuál es el precio de un metro de esa tela?

187.—Una compradora pide 0'25 ptas. de una tela que vale a 3'50 ptas. el metro. ¿Qué longitud deben darle?

188.—Dos grupos de obreros están encargados de la construcción de una carretera de 14 Km. de longitud, y cada grupo empieza por un extremo de la carretera. El primer grupo hace 21 m. cada día y el segundo 15 m. en igual tiempo. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse los dos grupos si trabajan 25 días cada mes?

189.—Un camino tiene de largo 3 Km. 4 Hm. 8 m. Se quieren plantar árboles a uno y otro lado a una distancia de 6'25 m. uno de otro. ¿Cuántos árboles se necesitarán?

190.—Se ha medido una pieza de tela con un metro ya gastado y que no tenía más que 98 cm. y se encontró de longitud 94'50 m. ¿Qué pérdida sufre el comprador si la tela vale a 4'50 ptas. el metro?

191.—Reducir a incomplejos de metros cuadrados los siguientes incomplejos: 32 Km.^{2}; 83 Dm.^{2}; 5 cm.^{2}; 32 dm.^{2}; 9 Hm.^{2}

192.—Reducir a incomplejos de metros cuadrados los siguientes incomplejos: 3'54 Dm.^{2}; 42'8 Hm.^{2}; 5'347 Km.^{2}; 0'03 dm.^{2}; 0'4 Mm.^{2}

193.—Reducir a incomplejos de kilometros cuadrados los siguientes incomplejos: 32 Mm.^{2}; 4'78 dm.^{2}; 34'582 Dm.^{2}; 453'625 m.^{2}.

194.—Reducir a incomplejos de metros cuadrados los siguientes complejos: 32 Hm.^{2} 8 Dm.^{2} 93 dm.^{2}; 5 Km.^{2} 3 Dm.^{2} 45 m.^{2} 3 cm.^{2};

195.—Reducir a incomplejos de decimetros cuadrados los siguientes complejos: 35 Hm.^{2} 42 Dm.^{2} 8 cm.^{2}; 42 Km.^{2} 78 Dm.^{2} 6 m.^{2}; 7 m.^{2} 32 dm.^{2} 4 cm.^{2}; 8 cm.^{2} 93 mm.^{2}

196.—Transformar en complejos los siguientes incomplejos: 4307098'3254 m.^{2}; 4501'0035 Km.^{2}; 3'85401 Dm.^{2}; 350'041 dm.^{2}

197.—Reducir a incomplejos de áreas los siguientes complejos: 48 Ha. 3 ca.; 7 Ha. 92 a. 35 ca.; 9 Ha. 8 a.; 13 Ha. 5 a. 14 ca.

198.—Transformar en complejo de unidades agrarias los siguientes incomplejos: 345'83 a.; 5032'1 a.; 4'803 Ha.; 34527 ca.

199.—¿Cuál es el valor de un campo cuya extensión es 3 Ha. 28 a. a razón de 3'75 pesetas el metro cuadrado?

200.—Un terreno mide de largo 425 m. y de ancho 58 m. ¿Cuánto vale este terreno a razón de 420 pesetas el decametro cuadrado?

201.—Una pared mide 7 m. de largo y 4 m. de alto. ¿Cuánto costará pintarla a razón de 2'25 ptas. el metro cuadrado?

202.—Un campo tiene una extensión de 2 Hm. 4 Dm. de largo y 7 Dm. 8 m. de ancho. ¿Cuál es el valor de este campo a 203'50 ptas. el área?

203.—A razón de 4'25 ptas. el metro cuadrado ¿cuánto costará pintar una pared de 8 m. 4 dm. de largo y 3 m. 2 dm. de alto?

204.—La extensión de un terreno es de 2450 m.^{2} Si mide de largo 98 m. ¿cuál es el ancho?

205.—¿Cuánto costará solar una habitación de 5'32 m. de largo y 3'75 m. de ancho si el metro cuadrado de solería colocada cuesta 11'50 ptas?

206.—¿Cuántos cuadrados de 0'18 m. de lado pueden colocarse sobre una hoja de cartón de 0'85 m. de largo y 0'62 m. de ancho?

207.—Empleando ladrillos cuadrados de 2 dm. de lado, ¿cuántos se necesitarán para solar una habitación de 6'25 m. de largo y 4'20 m. de ancho?

208.—Ha costado 207'60 ptas. pintar una pared a razón de 3'25 ptas. el metro cuadrado. Si esta pared mide 4'25 m de alto ¿cuál es el largo?

209.—¿Qué tiempo se necesita para hacer pasar un rulo de 1'60 m. de largo sobre toda la superficie de un terreno de 140 m. de largo y 36 m. de ancho, si el rulo recorre 40 m. por minuto?

210.—Para hacer un vestido se han necesitado 3'75 m. de tela cuyo ancho es 0'95 m. ¿Cuántos metros de forro se necesitarán si tiene un ancho de 1'10 m.?

211.—Para solar una habitación de 5'40 m. de largo y 3'80 m. de ancho se emplean ladrillos de 25 cm. de largo y 12'5 cm. de ancho y que cuestan a 32'50 pesetas el ciento. El obrero encargado de este trabajo cobra 4'50 pesetas por la colocación de cada metro cuadrado de solería. ¿Cuál es el gasto total?

212.—Se ha encontrado como extensión de un patio 32'85 m.^{2}; pero el metro con que se midieron sus dimensiones sólo tenía 99 cm. ¿Cuál es la verdadera extensión del patio?

213.—¿Cuánto costará pintar las cuatro paredes de una habitación de 6'35 m. de largo, 4'25 m. de ancho y 3'20 m. de alto, si el metro cuadrado de pintura vale 2'10 ptas.?

214.—Se quieren pintar las cuatro paredes y el techo de una habitación de 7 m. de largo, 4 m. de ancho y 3 m. de alto. Esta habitación tiene una puerta de 2'50 m. de alto y 1'25 m. de ancho, y dos ventanas de 1'50 m. de alto y 0'75 m. de ancho cada una. ¿Cuánto costará lo que se desea si el metro cuadrado de pintura vale 1'75 ptas?

215.—¿Cuál es la longitud del lado de un cuadrado cuya área es 723 m.^{2}?

216.—La extensión de un terreno de forma cuadrada es 82 a. 35 ca. ¿Cuál es la longitud del lado de este terreno?

217.—Se quiere rodear con una empalizada un terreno de forma rectangular cuya extensión es 32 Dm.^{2} 37 m.^{2} y uno de cuyos lados tiene de longitud 8 Dm. 3 m. ¿Cuánto costará esta empalizada si el metro lineal de la misma vale 4'75 ptas.?

218.—A razón de 6'25 ptas. el metro cuadrado ha costado 306'25 ptas. pintar un muro de forma cuadrada. ¿Cuál es el alto y el ancho de este muro?

219.—Reducir a incomplejos de metros cúbicos los siguientes incomplejos: 3250 dm.^{3}; 42 dm.^{3}; 0'3 dm.^{3}; 8342 cm.^{3}; 35 cm.^{3}.

220.—Reducir a incomplejos de decimetros cúbicos los siguientes incomplejos: 32 m.^{3}; 4'53 m.^{3}; 8'752 m.^{3}; 0'34 m.^{3}; 575 cm.^{3}; 0'32 dm.^{3}; 43 cm.^{3}

221.—Reducir a incomplejos de metros cúbicos los siguientes complejos: 42 m.^{3} 3 dm.^{3} 750 cm.^{3}; 84 dm.^{3} 42 cm.^{3}; 7 m.^{3} 6 cm.^{3}; 8 m.^{3} 4 dm.^{3} 1 cm.^{3}

222.—Reducir a incomplejos de decimetros cúbicos los siguientes complejos: 8 m.^{3} 43 dm.^{3} 5 cm.^{3}; 72 dm.^{3} 4 cm.^{3}; 3 m.^{3} 7 cm.^{3}

223.—Reducir a complejos los siguientes incomplejos: 32'043 m.^{3}; 8'45 m.^{3}; 2'45302 m.^{3}; 7342'05 dm.^{3}; 8374'50 cm.^{3}

224. Se quiere construir un muro de 8 m. de largo, 3 m. de alto y 25 cm. de ancho. Si el metro cúbico de este muro cuesta 12'25 ptas., ¿cuál será el desembolso que hemos de efectuar?

225.—¿Cuál es el volumen de un depósito cuyo largo es 1 metro 5 dm., el ancho 4 dm. 5 cm. y el alto 7 dm.?

226.—El volumen de un muro es 47'815 m.^{3} y mide de ancho 8 dm. y de alto 2'45 m. ¿Cuál es el largo?

227.—Se quiere construir un muro de 8 m. de largo 4 dm. de ancho y 2'3 m. de alto. Para esta construcción se emplean ladrillos de 2 dm. de largo, 1'5 dm. de ancho y 4 cm. de grueso, y que valen a 72 ptas. el millar. ¿Cuánto costarán los ladrillos que se necesitan?

228.—El volumen de un depósito es 436 m.^{3}, la longitud 12'5 m. y el ancho 10'8 m. ¿Cuál es la profundidad?

229.—¿Cuánto vale la leña contenida en un almacén de 10 metros de largo 4 m. de ancho y 3'5 m. de alto, si el metro cúbico de leña vale 12'40 ptas.?

230.—Sobre un terreno de 42 m. de largo y 17 m. de ancho se quiere extender una capa de arena de 5 cm. de espesor. ¿Cuánto costará la arena que se necesite si el metro cúbico vale 4'75 ptas?

231.—Una viga de 108 dm.^{3} de volumen ha costado 15 ptas. ¿a cómo resulta el metro cúbico?

232.—Se ha esparcido sobre un campo de una extensión de 1 Ha. y 8 a., 35 m.^{3} de abono. ¿Qué altura habrá alcanzado la capa de abono depositada?

233.—En un depósito hay 345 l. de vino. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ l. cada una se podrán llenar con el contenido de este depósito?

234.—Un comerciante ha comprado 12 barriles de vino de 230 l. cada uno a 25 ptas. el hectolitro, y lo vende a 0'35 ptas. el litro. ¿Cuál es la ganancia total que ha obtenido?

235.—Reducir a incomplejos de litros los siguientes incomplejos: 32 Kl.; 8 Dl ; 3 dl.; 43 cl.; 7 ml.; 0'43 Kl.; 0'05 cl.

236.—Reducir a incomplejos de hectolitros los siguientes incomplejos: 4 Ml.; 3 Kl.; 437 dl.; 3'4025 Dl.; 183'403 l.

237.—Reducir a complejos los siguientes incomplejos 4382'527 l.; 3405'03 l.; 83'4325 l.; 32'56078 Hl.; 327'486003 Hl.

238.—Reducir a incomplejos de litros los siguientes complejos: 8 Hl. 4 Dl. 5 cl.; 9 Kl. 6 Dl. 3 dl.; 6 Dl. 8 l. 9 ml.

239.—Reducir a incomplejos de hectolitros los siguientes complejos: 8 Kl. 3 l.; 4 Hl. 5 Dl. 3 dl.; 8 dl. 4 ml.

240.—Costando el litro de vino 0'45 ptas. ¿cuántos hectolitros se podrán adquirir con 248'50 ptas?

241.—¿Cuánto costarán 2 Hl. 5 l. de vino a razón de 0'35 pesetas el litro?

242.—Se han vendido 15'5 Hl. de trigo por 302'25 ptas. ¿a cómo se vendió el decalitro?

243.—Un depósito tiene una capacidad de 9 Hl. 8 Dl. y 5 l. Un grifo arroja 4 l. de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar el depósito?

244.—La capacidad de un depósito es 3 Hl. y 4 l. Para llenarlo arroja un grifo 5 l. de agua cada minuto, pero por otro salen en igual tiempo 2 l. y 4 dl. Abriendo los dos grifos ¿cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito?

245.—¿Cuánto tiempo tardarán en llenarse los $\frac{4}{5}$ de un depósito de 5 Hl. 4 Dl. de capacidad si entran en dicho depósito 27 cl. de agua cada segundo?

246.—Un comerciante ha comprado 5 barriles de vino por 414 ptas. El primero tiene 235 l.; el segundo 228 l. 5 dl.; el tercero, 234 l. 8 dl.; el cuarto 226 l 7 dl. ¿Cuál es la capacidad del quinto barril si el hectolitro le ha costado 36 ptas?

247.—Tres grifos arrojan agua a una alberca. El primero 3 l. por minuto; el segundo 2'5 l., y el tercero 4'2 l. en igual tiempo, y abiertos los tres grifos tardan 10 horas en llenar la alberca. Expresar en hectolitros la capacidad de la alberca.

248.—Reducir a incomplejos de gramos los siguientes incomplejos: 8 Hg.; 4'356 Dg.; 53'42 Kg.; 8'35 dg.; 0'43 cg.

249.—Reducir a incomplejos de kilogramos los siguientes incomplejos: 3 Hg.; 4'58 Mg.; 3'452 Hg.; 32 g.; 8'043 dg.; 4'3 Tm.

250.—Reducir a incomplejos de gramos los siguientes complejos: 3 Hg. 9 g. 5 cg; 8 Kg. 4 Hg. 5 dg.; 3 Dg. 9 g.; 8Mg. 3 mg.

251. Reducir a incomplejos de kilogramos los siguientes complejos: 3 Mg. 4 Dg. 8 g.; 5 Tm. 4 Dg. 3 g; 8 Qm. 4 Mg. 3 Dg.; 5 Hg. 9 dg.

252.—Transformar en complejos los siguientes incomplejos: 32'405 g.; 532786'003 g; 69'4306 Hg.; 8'53401 Dg; 3567'402 Qm.

253.—Un kilogramo de azúcar cuesta 1'85 ptas. ¿Cuál será el valor de cuatro sacos, si cada uno contiene 48 Kg. 5 Dg?

254.—Cada soldado de una guarnición consume 8'5 Hg. de pan diariamente, y en 25 días han consumido todos los soldados 53125 Kg. ¿Cuántos soldados forman la guarnición?

255.—¿Cuántos dobles decilitros de líquido hay que verter en un decalitro para llenarlo hasta la mitad?

256.—Un depósito de 9 dm. de largo, 4 dm. de ancho y 45 cm. de alto está lleno de aceite. ¿Cuánto vale el aceite que contiene si un litro vale 1'80 ptas.?

257.—¿Cuánto pesa un volumen de agua de 32 dm.^{3} y 45 cm.^{3}?

258.—Un vaso vacío pesa 7 Dg y lleno de agua 3 Hg. 5 g. ¿Cuál es la capacidad del vaso?

259.—Un depósito contiene 20 Dl. 31 dl. de aceite que se ha comprado a 250 ptas. el hectogramo. ¿Cuál es el valor de este aceite si su densidad es 0'915?

260.—¿Cuánto vale el vino que llena los $\frac{5}{6}$ de un depósito que mide 1 m. 2 dm. de largo, 3 dm de ancho y 75 cm. de alto, si el hectolitro de este vino cuesta 48'25 ptas?

261.—Un vaso vacío pesa 8 Dg. 5 g. y tiene una capacidad de 4 dl 5 cl. Se llena de agua y se coloca sobre uno de los platillos de una balanza ¿Qué cantidad de monedas de cobre hay que colocar en el otro platillo para equilibrar la balanza?

262.—Las dimensiones de una barra de hielo son 7 dm., 15 cm. y 8 cm. ¿Cuánto pesa esta barra si la densidad del hielo es 0'92?

263.—Un litro de aire pesa 1'293 g ¿Cuánto pesa el aire contenido en una sala de 7 m. 4 dm de largo, 4 dm. de ancho y 3 m. 5 dm. de alto?

264.—En un vaso de un litro de capacidad se vierten 2343 gramas de mercurio cuya densidad es 13,6. ¿Cuánto pesa el agua necesaria para terminar de llenar el vaso?

Números concretos

265.—Reducir a incomplejos de pesetas los siguientes incomplejos: 32 duros; 35 céntimos; 4 duros; 235 duros; 8 céntimos.

266.—Reducir a incomplejos de días los siguientes incomplejos: 3 semanas; 9 semanas; 5 años; 14 horas; 12 minutos.

267.—Reducir a incomplejos de pesetas los siguientes complejos: 4 duros 3 pesetas y 25 céntimos; 2 duros y 40 céntimos; 8 duros 1 peseta y 5 céntimos.

268.—Reducir a incomplejos de minutos los siguientes complejos: 3 semanas 4 días y 30 minutos; 8 días 4 horas y 3 minutos; 2 años y 5 minutos.

269.—Reducir a incomplejos de horas los siguientes complejos: 3 semanas y 4 días; 8 días 3 horas y 5 minutos; 3 años 4 días y 2 horas.

270.—Transformar en complejos los siguientes incomplejos: 4257063 segundos; 734895'30 minutos; 2456'25 horas.

271.—Transformar en complejos los siguientes incomplejos: 32450 céntimos; 8342'56 pesetas; 385'45 duros.

272.—Valuar las siguientes fracciones: $\frac{4}{7}$ de duro; $\frac{5}{8}$ de año; $\frac{3}{7}$ de día.

273.—Desde el año 1900 al 1950 ¿cuáles han sido o serán bisiestos?

274.—Una persona nació el 7 de Julio de 1902 a las tres de la tarde y el día 4 de agosto de 1928, a la misma hora de su nacimiento desea conocer el número exacto de minutos que ha vivido hasta entonces, teniendo en cuenta los años bisiestos.

275.—Una persona ha comprado cuatro sacos de trigo. Por el primero pagó 7 duros 3 pesetas y 40 céntimos; por el segundo, 5 duros 4 pesetas y 35 céntimos; por el tercero, 6 duros 4 pesetas y 90 céntimos; y por el cuarto 3 duros 3 pesetas y 75 céntimos. ¿Cuánto abonó en total?

276.—Un tren tiene fijada su llegada a las 5 horas y 14 minutos y llega a las 6 horas 23 minutos. Expresar el retraso con que efectuó la llegada dicho tren.

277.—Vendiendo por 3 duros 4 ptas. y 80 céntimos un canasto de naranjas se pierden 3 ptas. y 70 céntimos. ¿Cuánto había costado?

278.—Se señala a un peatón un tiempo de 4 horas 3 minutos y 40 segundos para recorrer cierta distancia y tarda 5 horas 40 minutos y 52 segundos. ¿Cuánto tiempo necesitó más que el fijado?

279.—Un comerciante compra géneros por 18 duros 3 ptas. y 50 céntimos y los vende por 21 duros 4 ptas. y 75 céntimos. ¿Qué beneficio obtuvo?

280.—Un saco de trigo ha costado 14 duros 2 ptas. y 30 céntimos. ¿Cuánto costarán siete sacos?

281.—Necesitó un peatón 3 días 4 horas y 35 minutos para recorrer cierta distancia. ¿Qué tiempo necesitará para recorrer otra distancia doce veces mayor que la anterior?

282.—Se quieren repartir entre 8 personas 42 duros 3 ptas. y 40 céntimos. ¿Cuánto corresponderá a cada persona?

283.—Un obrero gana 0'85 ptas por hora de trabajo y trabaja 8 horas diarias, descansando los domingos y además dos días de cada mes. ¿Cuánto gana en un mes?

284.—En una pista circular ha recorrido un móvil en una hora 4° 30' ¿Cuánto recorrerá en 9 horas?

285.—Cervantes nació en el año 1547. Lope de Vega, el año 1562; Hartzenbusch, en 1806; Bretón de los Herreros, en 1796; Fernández y González, en 1821; Mesonero Romanos, en 1803. ¿En qué siglo existieron cada uno de los expresados literatos?

Razones y proporciones

286.—Hallar el valor de la incógnita en cada una de las proporciones siguientes: $\frac{3}{5} = \frac{15}{x}$; $\frac{8}{14} = \frac{x}{7}$; $\frac{12}{x} = \frac{4}{9}$; $\frac{x}{7} = \frac{2}{3}$.

287.—Hallar el valor de la incógnita en cada una de las siguientes proporciones:

$$\frac{x}{6} = \frac{14}{24};\ \frac{9}{x} = \frac{18}{43};\ \frac{6}{30} = \frac{x}{45};\ \frac{3}{8} = \frac{15}{x}$$

288.—Hallar el valor de la incógnita en cada una de las siguientes proporciones: $\frac{4}{x} = \frac{16}{24}$; $\frac{6}{x} = \frac{x}{24}$; $\frac{9}{x} = \frac{x}{25}$.

289.—Hallar un medio proporcional entre 18 y 32.

290.—Escribir tres razones iguales a $\frac{3}{5}$ y otras tres iguales a $\frac{2}{7}$.

291.—Exprésense dos magnitudes que sean directamente proporcionales y otras dos que sean inversamente proporcionales

Reglas de tres

292.—Se han comprado 14 litros por 42'50 ptas. ¿Cuánto costarán 25 litros?

293.—En recorrer una distancia de 73 Km. ha tardado un móvil 2 horas. ¿Qué distancia recorrerá en 15 horas andando con la misma velocidad?

294.—Para pagar los jornales de 7 obreros en una semana se han necesitado 315 ptas. ¿Cuánto se necesitará para pagar los jornales de 12 obreros en igual tiempo?

295.—75 metros de tela han costado 894'50 ptas. ¿Cuál será el valor de 32 metros de tela de la misma calidad?

296. Un comerciante ha ganado 54'25 ptas. en la venta de 14'5 m. de paño. ¿Cuántos metros de este paño debe vender para ganar 132'50 ptas?

297. Para empapelar una sala se han necesitado 24 rollos de papel de 0'70 m. de ancho. ¿Cuántos rollos se necesitarán de 0'50 m. de ancho?

298.—20 personas tienen víveres para 35 días. Con los mismos víveres ¿para cuánto tiempo tendrán 25 personas?

299.—Para hacer 730 m. de cierto trabajo han necesitado 22 obreros 14 días. ¿Cuántos días tardarán 30 obreros en hacer el mismo trabajo?

300.—Con una velocidad de 50 Km. por hora ha tardado un móvil 4 días en recorrer cierta distancia. ¿Qué velocidad debe llevar si se quiere que recorra la misma distancia en 3 días?

301. Por 5 ptas. se han adquirido 2 Kg. 5 Dg. de cierta mercancía ¿Cuántos hectogramos de la misma mercancía se podrán adquirir por 2 duros y 3 ptas?

302.—Andando 8 horas diarias ha recorrido un peatón en 4 días 25 Km 8 Dm. 9 m. ¿Cuánto recorrerá en 7 días si anda 6 horas cada día?

303.—Trabajando 9 horas diarias han tardado 5 obreros 72 días en hacer cierto trabajo. ¿Cuántos días tardarán 7 obreros en hacer el mismo trabajo si trabajan 8 horas cada día?

304.—Un grifo arroja 42 l. de agua en 8 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar un depósito de 3 Hl. de capacidad?

305.—La tripulación de un barco tiene víveres para 20 días consumiendo cada hombre 1845 gramos cada día. A causa de temporal el viaje ha de durar 10 días más. ¿Cuál debe ser entonces la ración diaria de cada hombre?

306.—25 obreros han necesitado 42 días para hacer un trabajo. ¿Cuántos obreros más se necesitan si se quiere hacer en 30 días otro trabajo igual al anterior?

307.—Una persona quiere distribuir cierta cantidad entre los pobres y siendo éstos 12 puede dar 0'50 ptas. a cada uno; pero se presentan 3 más. ¿Cuánto podrá dar entonces a cada pobre siendo la misma cantidad a repartir?

308.—Una persona compra 32 docenas de lapiceros, pero por cada docena recibe uno regalado. ¿Cuántos lapiceros recibió?

309.—Un campo de 3 Ha. 4 a. se ha comprado por 8345'50 pesetas. ¿Cuánto costará otro campo de 2 Ha. 35 ca?

310.—Una compañía de soldados recibe orden de efectuar una marcha en 18 días para lo que debe andar 10 horas diarias. Por diversas circunstancias no puede empezar la marcha hasta 3 días después del señalado. ¿Cuántas horas diarias debe andar entonces para estar en el punto de término en el plazo fijado?

311.—Una pared de 60 m. de largo, 6 de alto y 75 cm. de espesor ha sido construída en 12 días por 9 hombres que trabajaron

12 horas cada día. ¿Qué altura tendrá otra pared que debe ser construida en 18 días por 16 hombres que trabajan 13 horas cada día, si ha de tener 65 m. de largo y 1 m. de espesor?

312.—100 kilogramos de harina producen 140 kilogramos de pan. ¿Qué cantidad de harina necesitará un panadero para hacer 3500 kilogramos de pan?

313.—100 grados del termómetro centígrado equivalen a 80 grados del termómetro Réaumur. ¿Cuántos grados del centígrado equivalen a 16 del Réaumur?

314.—Un poste de 3'40 m. de altura proyecta una sombra de 2'15 m. ¿Cuál será la altura de una torre que a la misma hora proyecta una sombra de 15'32 m.

315.—Las ruedas de una locomotora dan 3890 vueltas en 27 minutos. ¿Cuántas vueltas darán en 3 horas y 12 minutos?

316.—14 obreros han hecho en 21 días la mitad de cierto trabajo. Si entonces se aumentan 5 obreros ¿cuántos días han de transcurrir para que el trabajo quede terminado?

317.—Siete obreros en 4 días trabajando 8 horas diarias han ganado 543'50 ptas. ¿Cuánto ganarán 9 obreros en 3 días si trabajan 9 horas diarias?

318.—Los 14 hombres que tripulan un buque tienen víveres para 32 días. A los 6 días de navegación aumenta la tripulación en 4 hombres procedentes de otro buque naufragado. ¿A cuánto tendrán entonces que reducir la ración diaria para que los víveres duren hasta el final del viaje?

Regla de interés

319.—Hallar el 4 % de 5042 ptas.; de 342'50 ptas.; de 8253'25 pesetas.

320.—Hallar el 5 ½ % de 332'40 ptas ; de 4382 ptas.; de 3527'50 pesetas.

321.—Hallar el 3 ¾ % de 4296 ptas.; de 325'75 ptas.; de 38'40 pesetas.

322.—Una factura importa 423'50 ptas. y por pronto pago el vendedor concede un descuento de 2 $^1/_4$ $^0/_0$. ¿Cuál es el importe de la factura deducido el beneficio concedido?

323.—¿Cuál es la cantidad cuyo 5 $^0/_0$ es igual a 32'25 ptas.?

324.—Se han prestado 726 ptas. al 4 $^0/_0$ durante un año. ¿Qué interés producirá este préstamo?

325.—¿Qué interés producirán 5000 ptas. prestadas al 4 $^0/_0$ durante 3 años?

326.—¿Por cuánto tiempo deben prestarse 2750 ptas. al 5 $^0/_0$ para que produzcan 412'50 ptas. de interés?

327.—Cada una de dos personas prestan 1750 ptas. La primera al 6 $^0/_0$ y la segunda al 5 $^3/_4$ $^0/_0$. Anualmente ¿cuánto recibe por intereses la primera más que la segunda?

328.—Averiguar el interés que producirán 4738 ptas. si se prestan al 4 $^0/_0$ durante 8 meses.

329.—Determinar el interés producido por 10500 ptas. prestadas al 5 $^0/_0$ durante 132 dias.

330.—El 5 de Agosto prestó una persona 2347'50 ptas. al 4 y $^1/_2$ $^0/_0$ El día 4 de Diciembre siguiente le devolvieron el capital prestado y los intereses devengados. ¿Qué cantidad recibió?

331.—Determínese el tanto por ciento a que se prestaron 3500 ptas. sabiendo que en 4 años han producido 407'50 ptas. de interés.

332.—Si se quiere tener una renta diaria de 7 ptas. ¿qué capital debe colocarse al 6 $^0/_0$?

333.—Se posee un capital de 20000 ptas. y se puede colocar de dos formas distintas: o todo al 6 $^0/_0$, o la mitad al 5 $^0/_0$ y la otra mitad al 7 $^0/_0$. ¿Qué es más conveniente?

334.—Se ha comprado una casa por 32540 ptas. y anualmente se pagan por diversos impuestos 432'25 ptas. Si la renta mensual de la casa es 275 ptas ¿a qué tanto por ciento resulta colocado el capital empleado?

335.—Se compran géneros por valor de 3250 ptas. Si el comerciante quiere obtener en la venta un beneficio de 14 % ¿por cuánto habrá de venderlos?

336.—Se tienen géneros que costaron 1725 ptas.; pero se han averiado y se desea venderlos perdiendo un 20 % de su importe. ¿Por cuánto se han de vender?

337.—Se vende por 450 ptas. un objeto que costó 395 ptas. ¿Qué tanto por ciento de beneficio se ha obtenido?

338.—Colocando 2523 ptas. al 4 y $^1/_2$ % durante 2 años y 3 meses ¿qué beneficio se obtiene?

339.—Qué capital debe prestarse al 4 % para que en 25 días produzca 39'50 ptas. de interés?

340.—Determínese el interés que producirán 2584 ptas. prestadas al 6 % durante un año 3 meses y 12 días.

Problemas de recapitulación

341.—Se venden 183 Kg. 4 Hg. de azúcar a 1'80 ptas. el kilogramo. El importe de la venta se coloca a interés al 4 % y no se retira hasta pasado 7 años. ¿Qué cantidad se tendrá entonces?

342.—Un depósito de 1 m. 3 dm. de largo, 5 dm. de ancho y 4 dm. de alto está lleno de vino hasta los $\frac{3}{4}$ de su altura. ¿Cuál es el valor de su contenido sabiendo que 123 l. de este vino se vendieron por 45 ptas.?

343.—Un comerciante ha comprado trigo en dos ocasiones distintas, pero al mismo precio. La primera vez por valor de 83 pesetas y la segunda por 119 ptas. Sabiendo que la segunda vez compró 8 dobles decalitros más que la primera ¿cuántos litros de trigo compró en cada ocasión?

344.—Compra un sastre una pieza de paño por 240 ptas. y hace 5 pantalones que vende a 23 ptas cada uno y 3 americanas que vende a 75 ptas. La confección de estas prendas le han costado 60 ptas. ¿Qué beneficio ha obtenido?

345.--El transporte del carbón por ferrocarril cuesta 0'095 ptas. por cada tonelada métrica y por cada kilometro recorrido; además se paga un derecho fijo de 2'15 ptas. por cada vagón que contiene 31 Hl. 3 Dl. Si una fábrica paga a la Compañía de ferrocarriles 322 ptas. por el transporte de sus carbones que tienen que recorrer 27 Km. 800 m. ¿Cuántos hectolitros de carbón consume anualmente? El hectolitro de carbón pesa 80 kilogramos.

346.—Se han vendido 5 piezas de tela de la misma longitud a razón de 2'05 ptas. el metro. Cada metro había costado 1'90 ptas. y se ha obtenido una ganancia total de 45 ptas. ¿Cuál era la longitud de cada pieza?

347.—Un obrero gasta 0'20 ptas. diariamente en tabaco. Con lo que gasta al año en este vicio ¿cuántos kilogramos de pan podría comprar si un pan de 3 Kg. cuesta 1'30 ptas?

348.—Un litro de aceite pesa 9 Hg. 6 g. Un comerciante compra 2 $^{1}/_{4}$ Hl. a 1'45 ptas. el kilogramo. ¿Cuánto tiene que abonar por esta compra teniendo presente que le hacen un descuento de 2 $^{0}/_{0}$ por pronto pago?

349.—Un muchacho compra objetos a 9 ptas. la docena y los vende a 0'90 ptas. cada uno. Le hacen un descuento de 5 $^{0}/_{0}$ en sus compras y además le regalan un objeto por cada docena. ¿Qué ganancia obtiene en cada objeto que vende?

350.—Se han comprado dos piezas de tela de la misma calidad; una por 450 ptas. y la otra por 240. Si la primera tiene 15 m. más que la segunda, ¿cuál es la longitud de cada pieza?

351.—Un terreno de 82 Ha. 40 a. 50 ca. se valora a razón de 528 ptas. la hectárea y se cambia por otro valorado a 2.75 pesetas el decametro cuadrado Expresar en áreas la superficie de este último terreno.

352.—Un tapiz de 8 m. de largo y 4'25 m. de ancho ha costado a razón de 16'50 ptas el metro cuadrado. Para forrarlo se emplea tela de 0'80 m. de ancho que cuesta a 1'60 ptas. el metro. ¿Cuál es el importe del tapiz forrado?

353.—Un peatón recorre 4 Hm. en 3 minutos, y otro 5 Hm. en 4 minutos. ¿Cuál anda con mayor velocidad y cuánto recorre uno más que otro en 8 horas?

354.—Un comerciante ha comprado 20 piezas de paño de 48 m. cada una a 19'75 ptas. el metro y las vende obteniendo un beneficio de 7'5 %. Se desea conocer el importe total de la compra, el de la venta y el beneficio obtenido.

355.—Se compran 80 m. de tela a 1'25 ptas. el metro. Se vende: la mitad a 1'75 ptas el metro; la cuarta parte a 1'80 ptas.; y el resto a 1'90 ptas. ¿Qué tanto por ciento de beneficio se ha obtenido sobre el precio de compra?

356.—Un comerciante ha pagado 1000 ptas. por 15 sacos de algodón a tres precios distintos. 6 sacos a 64 ptas. cada uno; y 5 sacos a 68 ptas. ¿Cuánto pagó por cada uno de los sacos restantes?

357.—Se cambian 357 Kg. de azúcar por aceite. El azúcar vale a 1'40 ptas. el kilogramo y el aceite a 0'85 ptas. el litro. ¿Cuántos litros de aceite se deben recibir?

358.—Un comerciante compra 12 cajas de plumas por 7'20 pesetas y cada caja tiene 144 plumas. Si quiere ganar 3'60 pesetas ¿cuántas plumas debe dar por 5 céntimos?

359.—Un labrador cede a sus cuatro hijos un terreno de 5 Ha. 34 a. dividido en tres partes de igual extensión. La primera parte es un prado valorado a 105 ptas. el área; la segunda, un viñedo, a razón de 9540 ptas. la hectárea; y la tercera, tierra de labor, a 4680 ptas. la hectárea.

El hijo mayor se queda con el prado, el segundo con el viñedo, y el tercero con la tierra de labor. ¿Qué cantidad debe dar cada uno al hermano menor para que los cuatro reciban partes iguales?

FIN

INDICE