

التدريس في ضوء كفايات البراعة الرياضية وأثره في التحصيل وفي مفهوم الذات الرياضي لدى طلبة الصف الثامن بسلطنة عمان

قيس بن ناصر الشبيبي* وعدنان سليم العابد**
* وزارة التربية والتعليم-سلطنة عمان
** الجامعة الأردنية – الاردن

قُبل بتاريخ: 2021/1/20

استلم بتاريخ: 2020/10/3

ملخص: هدفت الدراسة إلى تعرف أثر التدريس في ضوء كفايات البراعة الرياضية وأثره في التحصيل وفي مفهوم الذات الرياضي لدى طلبة الصف الثامن. وللتحقق من ذلك أُعدّ دليل للمعلم في وحدة الدوال والمعادلات في ضوء كفايات البراعة الرياضية. وتم إعداد اختبار للتحصيل الدراسي، وقياس الصدق والثبات له على عينة استطلاعية. وتشكّلت عينة الدراسة من (58) طالبًا من طلاب الصف الثامن الأساسي بمحافظة جنوب الباطنة في سلطنة عُمان، ووُزعت في مجموعتين إحداهما تجريبية، درست وحدة الدوال والمعادلات في ضوء كفايات البراعة الرياضية، والأخرى هي المجموعة الضابطة، ودرست الوحدة نفسها بالطريقة المعتادة. وقد توصلت الدراسة إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين متوسطي درجات طلبة المجموعة التجريبية ودرجات طلبة المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار التحصيل الدراسي لصالح متوسط درجات المجموعة التجريبية. ودلت النتائج على وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين متوسطي درجات طلبة المجموعة الضابطة ودرجات طلبة المجموعة التجريبية في تطبيق مقياس مفهوم الذات الرياضي بعددًا، وذلك لصالح متوسط درجات المجموعة التجريبية. وفيما توصلت إليه الدراسة من نتائج، فقد أوصت بتوظيف استخدام التدريس في ضوء كفايات البراعة الرياضية في تدريس موضوعات أخرى..

الكلمات المفتاحية: الكفايات، البراعة الرياضية، مفهوم الذات الرياضي، الصف الثامن.

Teaching in the light of mathematical proficiency competencies and its impact on achievement and mathematical self-concept of 8th grade Omani students

Qais N. Al-Shabibi* & Adnan S. Al-Abed **

* Ministry of Education- Sultanate of Oman

** University of Jordan - Jordan

Received: 3/10/2020

Accepted: 20/1/2021

Abstract: This study aimed at investigating the teaching in the light of mathematical proficiency competencies and its impact on achievement and mathematical self-concept of 8th grade students. The sample consisted of (58) grade 8 students from a basic education school in South Batinah Governorate in the Sultanate of Oman. They were divided into two groups: an experimental group which studied using teaching based on competencies of mathematical proficiency and a control group which studied the same unit using the conventional teaching method. The results of the study indicated a statistically significant difference at the level of significance ($\alpha=0.05$) between the mean score of the experimental group and the mean score of the control group on the Achievement test for the favor of the experimental group students. In addition, there was a statistically significant difference at the level of significance ($\alpha=0.05$) in the post-application of the measure of Math self-concept in favor of the experimental group. Considering these results, the researchers recommended the use of teaching based on competencies for mathematical proficiency in teaching functions and equations topics

Keywords: mathematical proficiency competencies, math self-concept, grade 8.

*qais0098849@gmail.com

مقدمة

تُعَدُّ الرِّياضيَّاتُ من العلوم الأساسيَّة؛ لِما تحظى به من أهميَّةٍ في الحياة اليوميَّة، والتي لا يستغني عنها أيُّ فردٍ مهما كانت ثقافته ودرجة رُقَيْته، فالرياضيات يسَّرت الطريق لتطوُّر العلم والتَّقنيَّات والهندسة والطبِّ وغيرها من العلوم، فهي كما ذكر جاوس "مَلِكَةُ العلوم وخادمتهما". وتُعتَبَرُ الرِّياضيَّاتُ من أكثرِ المَوادِّ الدراسيَّةِ أهميَّةً وحيويَّةً، ومن الركائز الأساسيَّةِ لأيِّ نجاحٍ وتقدُّمٍ علميٍّ؛ لِما تتميَّزُ به مهارات تساعد الطلاب على التفكير السليم والبناء عند مواجهة المشكلات اليوميَّة المتنوّعة.

وقد تغيَّرت أهداف تعلُّم الرياضيات في العقدين الأخيرين، لِذا لَمْ يَعدُ الهدفُ من تدريس الرياضيات تنمية الجانب المعرفي لدى المتعلِّمين، والمتمثِّل في معرفة القوانين والمفاهيم الرياضية والعمليات الحسابية فحسب، بل بات الاهتمام أكثر بخلق جيلٍ قادرٍ على توظيف واستخدام المعرفة الرِّياضيَّة في حياته اليوميَّة، وإكساب الطلَّبة أساليب التَّفكير السَّليمة، وإعداد افراد قادرين على توظيف المعارف الرِّياضيَّة في حلِّ المشكلات المختلفة (أبو الرايات، 2014).

وعليه، اهتمَّت المؤسَّساتُ المُتخصِّصةُ في تربويَّات الرِّياضيَّات وعلى رأسها المجلس القومي لمُعَلِّمي الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] بتعلُّم الرياضيات المقرون بالفهم والاستيعاب، وتؤكِّد أنَّ استيعاب الأفكار الرِّياضيَّة ضروريٌّ وأساسيٌّ في الوقت الحاضر أكثر من أيِّ وقتٍ مضى (NCTM, 2000).

كما قامَ المجلسُ القوميُّ الأمريكيُّ للبحوث National Research Council [NRC] في مطلع القرن الحادي والعشرين مُمثِّلاً في لجنة تعلُّم الرياضيات، بوضع مصطلحاتٍ رياضيَّةٍ جديدةٍ من أهمِّها "البراعةُ الرِّياضيَّة" أو "الكفاءة الرِّياضيَّة" Mathematical Proficiency، وهو مفهومٌ يشيرُ إلى قُدرة المُتعلِّم على استيعاب المفاهيم والعمليات الرِّياضيَّة، والمهارة في تنفيذ الإجراءات الرِّياضيَّة بمرونة ودقة وكفاءة، وقدرته على حلِّ وتكوين المشكلات الرِّياضيَّة، لِيستشعر المُتعلِّمُ أهميَّة الرِّياضيَّات وأنَّها ذات معنى وفائدة (NRC, 2001). وقد حدَّدَ المجلس القوميُّ للبحوث مفهوم "البراعة الرِّياضيَّة" كهدفٍ رئيسٍ تعمل الرِّياضيَّاتُ المدرسيَّةُ على تحقيقه، وهو ما يعني الإنجازَ في الرياضيات والنجاح في تعلُّمها (NRC, 2001).

ويظهر الاهتمام بالبراعة الرياضية بصورة ملموسة من خلال ما هو معاصر من الاتجاهات التربوية؛ إذ يشير

العديد من البحوث والدراسات إلى أهميتها وفعاليتها كطريقة لتطوير مناهج الرياضيات، ومن هذه الدراسات دراسة الخالدي (2018) بتصميم وحدات تعلم رقمية قائمة على التمثيلات الرياضية، والكشف عن فعاليتها في تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها الخمسة لدى طالبات المرحلة الثانوية في مقرر الرياضيات (2) بمدينة الرياض، واتبعت الدراسة المنهجين التجريبي والوصفي الارتباطي، وتكونت عينة الدراسة من (58) طالبة بمدينة الرياض، واستخدمت الدراسة اختباراً يقيس مكونات البراعة الأربعة، ومقياساً للرغبة المنتجة المنتجة نحو الرياضيات. وتوصلت الدراسة إلى فاعلية وحدات التعلم الرقمية القائمة على التمثيلات الرياضية في تنمية البراعة الرياضية، ووجود علاقة ارتباطية موجبة دالة إحصائية بين تنمية المكونات الخمسة للبراعة الرياضية لدى طالبات المجموعة التجريبية.

وأجرى حسن (2018) دراسة هدفت إلى معرفة العلاقة الارتباطية بين البراعة الرياضية لدي مدرسي الرياضيات وبين البراعة الرياضية لدى طلبتهم، واعتمد الباحث على المنهج الوصفي للإجابة عن أسئلة البحث، ولغرض جمع البيانات تم بناء اختبارين للبراعة الرياضية، الأول خاص بالمدرسين تكون بصيغته النهائية من (8) فقرات اختبارية ومن النوع المقالي واختبار للبراعة الرياضية خاص بالطلبة تكون بصيغته النهائية من (8) فقرات مقالية أيضاً، تكونت العينة من (20) مدرسا ومدرسة من مدارس المرحلة الثانوية من مديرية تربية الرصافة الثالثة و(800) طالبا وطالبة وبواقع (400) طالبة و(400) طالبا، أظهرت النتائج امتلاك المدرسين (ذكورا واناثا) للبراعة الرياضية، وامتلاك الطلبة أيضاً للبراعة الرياضية، وتفوق الطالبات على الطلبة في الاختبار المعد للغرض المذكور، ووجود علاقة بين البراعة الرياضية لدى المدرسين (ذكورا واناثا) وبين طلبتهم.

وسعت دراسة إيوفالا (Awofala, 2017) إلى بحث مستوى البراعة الرياضية وعلاقتها بالجنس والأداء في الرياضيات لدى (400) طالب وطالبة من المرحلة الثانوية بمدينة لاجوس في نيجيريا، واستخدمت كلا المنهجين الوصفي والتجريبي، وأظهرت النتائج أن مستوى البراعة الرياضية لدى الطلبة عال في المكونات الخمسة. كما وجدت ارتباطاً دالاً إحصائياً بين مكونات البراعة والأداء في الرياضيات. كما توصلت إلى وجود فروق بسيطة، ولكنها غير ذات أهمية، بين الذكور والإناث في البراعة، وفي الأداء في الرياضيات.

وأجرى عبيدة (2017) دراسة بهدف تقصي فاعلية نموذج تدريس قائم على أنشطة PISA في تنمية مكونات البراعة

واهتمت دراسة ساميلسون (Samuelsson, 2010) بالكشف عن أثر استخدام استراتيجيات التدريس على مستوى البراعة الرياضية لدى عينة من طلبة المدارس في السويد. وقد طبقت الدراسة على عينة مكونة من (105) طالبا وطالبة موزعين إلى (57) طالبة و (48) طالبا من مدرستين في السويد. حيث قسمت العينتين إلى مجموعتين أحدهما درست باستخدام استراتيجية حل المشكلات والثانية بالطريقة التقليدية. وأظهرت النتائج وجود فرق ذي دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية بجميع مكونات البراعة الرياضية. وأخيرا لم تشر الدراسة إلى فروق في مستوى البراعة الرياضية لاستراتيجيات التدريس لمجال الطلاقة الاستراتيجية.

هذا، ويُمتدُّ مفهوم الذات الرياضي جانباً من مفهوم الذات الأكاديمي، كما يمثل اتجاهات الطالب ومُدرّكاته ومشاعره وتقييمه لنفسه في التحصيل مقارنة مع زملائه الطلاب في مجال ما كالرياضيات (المجدلاوي والعايد، 2016). ومفهوم الذات الرياضي بناءً متعدّد الأبعاد يتضمّن إجراء مقارنات خارجية وداخلية، ففي المقارنة الخارجية يقوم المتعلّم بمقارنة أدائه بأداء زملائه، في حين أنّ المقارنة الداخلية يقوم فيها المتعلّم بمقارنة أدائه في إحدى المجالات مع مجالات الأداء الأخرى (McCoach & Siegle, 2003)، وعلى ذلك يتخذ مفهوم الذات أهمية خاصة في تكوين شخصية وسلوك المتعلّم، حيث يؤثر في اختيار المجال المناسب، وكذلك في توقّعات النّجاح والإنجاز (Dickha, 2005). لذا يؤكد العديد من الباحثين على أهمية مفهوم الذات لدى الطّلبة؛ لأنّه يساعدهم في التّكفّف مع مُتطلّبات البيئة التعليميّة، وتطوير المهارات الرياضيّة المناسبة، إذ إنّ مفهوم الذات الإيجابي يساعدهم على نموّ المهارات المتنوّعة، بينما يؤدي مفهوم الذات السلبي إلى انفعالات سلبية تمنع المتعلّمين من تحقيق أهدافهم (المجدلاوي والعايد، 2016).

مشكلة الدراسة وأسئلتها

ثمّة تباين بين ما هو مأمولٌ في وثيقة المبادئ والمعايير العالميّة لمنهاج الرياضيات المدرسيّة (NCTM, 2000) وبين تحصيل الطّلبة في الرياضيات يعكس الحاجة لتحري أساليب وطرق تدريس مستحدثة، ويؤكد على أهمية تدريب المعلمين لتحقيق المعرفة المفاهيميّة وأتباع أساليب تدريسيّة متطوّرة داخل الغرفة الصفّيّة.

كما أنّ الضعف والقصور الحاصل لدى الطلبة في مكونات "البراعة الرياضيّة" رغم أهميّتها، والذي أكّدته العديد من الدراسات (عبيدة، 2017; Khairani & Nordin, 2011;

الرياضية والثقة الرياضية لدى طلبة الصف الأول الثانوي بمحافظة المنوفية في مصر. وتم توزيع الطلبة في مجموعتين، تجريبية، وعددها (34) طالبا، تم تدريسهم وفق البرنامج، وضابطة، وعددها (37) طالبا، تم تدريسهم بالطريقة العادية، وتم إعداد اختبار لقياس مكونات البراعة الرياضية، ومقياس مكونات الثقة الرياضية، وتم إيجاد دلالات الصّدق والثبات لهما، وأظهرت النتائج وجود فرق ذي دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية، كما أوصلت الدراسة بمراجعة تنمية وقياس مكونات البراعة الرياضية على مستوى تخطيط وتنفيذ التدريس، مع الاستفادة بنموذج PISA لارتباطه بتلك المكونات.

كما هدفت دراسة رضوان (2016) إلى تقصي أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي. وتم اختيار عينة قصديّة مكونة من شعبتين تم اختيارهما عشوائياً، مثلت إحداهما المجموعة التجريبية وعددها (33) طالبة، والمجموعة الضابطة وعددها (36) طالبة. وأعدت الباحثة اختبارين تمّ التّحقق من صدقهما وثباتهما، الأول اختبار تحصيلي في مادة الرياضيات، أما الثاني فاختبار في التفكير الرياضي. وأظهرت النتائج وجود فرق ذي دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية. وأوصت الدراسة على ضرورة تدريب معلمي الرياضيات على إعداد الدروس وفق مكونات البراعة الرياضية.

وسعت دراسة خيري ونوردن (Khairani & Nordin, 2011) إلى تقييم بعض مكونات البراعة الرياضية لدى طلاب الصف الرابع عشر في ماليزيا. وتكونت عينة الدراسة من (558) طالبا وطالبة من طلاب الصف الرابع عشر، منهم (354) من ماليزيا، و(59) من الصين، و(140) من الهند. وتمثلت أداة الدراسة في اختبار للبراعة الرياضية تكون من (50) مفردة، وزعت كالتالي: (50%) لقياس الاستيعاب المفاهيمي، و(32%) لقياس الطلاقة الإجرائية، و(18%) لقياس الكفاءة الإستراتيجية. وأظهرت النتائج أن الطلاب كانوا أكثر كفاءة في الاستيعاب المفاهيمي تلبها الكفاءة الإستراتيجية والطلاقة الإجرائية. وتضمنت الدراسة بعض العملية التي تبرر البحث في البراعة الرياضية منها: يجب أن يستخدم التقييم لتعزيز البراعة الرياضية بدلا من ترتيب الطلاب، ويجب أن يكون التقييم مرجعي المعيار، ويجب أن يستخدم المعلمون نتائج التقييم لصنع قرارات تعليمية فعالة تقود إلى تعليم فعال.

- كون مفهوم البراعة الرياضية من المستجدات الحديثة في تعلم وتعليم الرياضيات لذا فالحاجة ماسة لتوفير أساس نظري وعملي للمكتبة العربية والعمانية يمكن للباحثين الاستفادة في بحوثهم ودراساتهم اللاحقة.

- توجيه أنظار مدرسي الرياضيات بضرورة إعادة النظر بآلية تقويم تعلم وتعليم طلبتهم عند بناء الاختبارات الخاصة بهم وبما ينسجم مع المستجدات الحديثة وتنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى المتعلمين.

مصطلحات الدراسة

تتضمن الدراسة المصطلحات الآتية:

- البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency):

هي إحدى نواتج تعلم الرياضيات، وتشمل خمس مكونات أساسية وهي: استيعاب المفاهيم، والطلاقة بإجرائية، والبراعة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والنزعة المنتجة للرياضيات (NRC, 2001).

وتعرف إجرائيًا في هذه الدراسة بأنها مجموعة من المهارات أو الكفايات التي تعزز من تعلم الطلبة للرياضيات في مواضيع الدوال والمعادلات الرياضية، والتي تضم: استيعاب المفاهيم، وإجراء العمليات الحسابية بمرونة ودقة مناسبة، والقدرة على تكوين المسائل وحلها بالتفكير المنطقي والتأملي، ويربط كل ذلك بواقع الحياة العملية.

- الكفايات (Competencies): عرّفها مرعي (2013) بأنها مقدرة الفرد على إنجاز مهمة بكفاءة وفعالية، وبمستوى معين من الأداء. وعليه، يمكن تعريف كفايات البراعة الرياضية بأنها مقدرة الطالب على استيعاب المفاهيم، وإجراء العمليات الحسابية، وتكوين المسائل الرياضية وحلها، والاستدلال التكيفي بكفاءة وبمستوى معين من الأداء، مع قدرته على ربط ذلك بواقع الحياة.

- التحصيل الدراسي: هو مجموع الخبرات والمهارات التي يكتسبها الطالب من المنهج المدرسي (صبري، 2002)، ويعرف إجرائيًا في هذه الدراسة بأنه ناتج أو محصلة ما يتعلمه الطلبة بعد إجراء التدريس، وفق كفايات البراعة الرياضية أو بالطريقة الاعتيادية. ويتم قياسه بدرجة الطالب في الاختبار التحصيلي.

- مفهوم الذات الرياضي (Math Self-Concept): وهو مجموعة من السلوكيات يتبنى الفرد بشأنها توقعات أو تقييمات في مجال ما كالرياضيات (Ravid & Sullivan, 1992). ويمكن تعريفه إجرائيًا في هذه الدراسة بالدرجة على مقياس مفهوم الذات الرياضي.

National Assessment of Educational Progress (NAEP), 2015)، قد يدعو إلى تناولها وتقصي أثرها في متغيرات أخرى، وهذا الذي أكد عليه كلٌّ من المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، والمجلس القومي للبحوث (NRC)، ومؤسسة التقويم الوطني لتطوير التعليم (NAEP)، وحثت المعلمين بضرورة تنمية أبعاد ومكونات البراعة الرياضية لإحدى أهم نواتج تعلم الرياضيات. أمّا مفهوم الذات الرياضي، فتمّة من يشير إلى أنه بتحسينه، فقد يتحسن تحصيل الطلبة في الرياضيات (المجدلاوي والعايد، 2016).

وعليه، فإن مشكلة هذه الدراسة تتحدد بالإجابة عن السؤالين الآتين:

السؤال الأول: ما أثر التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية في تحصيل طلبة الصف الثامن الأساسي؟
السؤال الثاني: ما أثر التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية في مفهوم الذات الرياضي لدى طلبة الصف الثامن الأساسي؟

فرضيات الدراسة

للإجابة عن سؤال الدراسة، وتناول الدراسة متغيرين تابعين هما: التحصيل الدراسي، مفهوم الذات الرياضي، صيغت الفرضيتان الصفريتان الآتيتان [وقد صيغت الفرضيات "صفريّة" لعدم وجود أدلة كافية من الأدب النظري والدراسات السابقة ذات الصلة تدعم جعلها متجهة]:

الفرضية الأولى: "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $\alpha = (0.05)$ بين متوسطي درجات طلبة المجموعة التجريبية (التي تدرس وفق كفايات البراعة الرياضية) ودرجات طلبة المجموعة الضابطة (التي تدرس بالطريقة الاعتيادية) في اختبار التحصيل الدراسي".

الفرضية الثانية: "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $\alpha = (0.05)$ بين متوسطي درجات طلبة المجموعة التجريبية (التي تدرس وفق كفايات البراعة الرياضية) ودرجات طلبة المجموعة الضابطة (التي تدرس بالطريقة الاعتيادية) في مقياس مفهوم الذات الرياضي".

أهمية الدراسة

تكمن أهمية هذه الدراسة فيما يأتي:

- تقديم دراسة علمية حول البراعة الرياضية ومكوناتها والتي تفتقرها البحوث والدراسات العربية.

حدود الدراسة ومحدداتها

يمكن تعميم نتائج هذه الدراسة في ضوء الحدود والمحددات الآتية:

- اقتصرَت الدراسة على "وحدة الدوال والمعادلات" من كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي؛ وذلك لإمكانية تضمين أكبر قدر ممكن من مكونات البراعة الرياضية أثناء تدريسها.

- تم تطبيق الدراسة في مدرسة الإمام خنبلش بن محمد للتعليم الأساسي في ولاية المصنعة بمحافظة جنوب الباطنة.

- اعتمدت الدراسة اختبار التحصيل الدراسي، ومقياس مفهوم الذات الرياضي، ويعتمد تعميم نتائج الدراسة على مدى توافر درجات الصدق والثبات لهما.

الإطار النظري

المحور الأول: البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency): وهو مصطلحٌ جديدٌ ظهرَ في مطلع القرن الحادي والعشرين على يدِ كلِّ من كلباتريك وآخرين (Kilpatrick, et al., 2001) ويمثِّلُ إحدى نواتج تعلُّم الرياضيات التي أوصى المجلس القومي للبحوث (NRC, 2001) بضرورة الاهتمام بها في تدريس الرياضيات للطلاب، وتشمل خمسَ مكوناتٍ أساسية: الطلاقة الإجرائية، والرغبة المنتجة، والاستيعاب المفاهيمي، والبراعة الاستراتيجية، والاستدلال التكييفي. وأوضح كلُّ من سوه وفيجنيس وهوفمان (Suh, 2007; Figgins, 2010; Hoffmann et al., 2014) الطبيعة المترابطة والمتشابكة بين المكونات الخمسة للبراعة الرياضية، وأكدوا أنَّ كلَّ مُكوِّن يُعزِّز ويدعم المُكوِّنات الأخرى، وأنَّ البراعة الرياضيّة لدى الطلبة لا تتحقَّق إلاَّ بتحقيق المكونات الخمسة معاً؛ فهي تعكسُ مدى الفهم والمهارات والقدرات التي يجبُ أن تتوقَّر لدى الطلبة أثناء تعلُّمهم للرياضيات، لذلك لا ينبغي أن نأخذ كلَّ مُكوِّن منها بشكلٍ منفردٍ، بل يجبُ الاهتمام بتطوير كلِّ مُكوِّن بالتزامن معَ المُكوِّنات الأخرى (المعتم والمنوفي، 2014). أما جوكلين وناديا (Jocelyn & Nadya, 2015) فتَزيان أنَّ البراعة هي معرفةٌ أو خبرةٌ أساسيةٌ يجدر بالطلبة إبرازها بانتهاء دراستهم لموضوع في الرياضيات.

والبراعة الرياضية ليستُ سمةً أو صفة ذات بعد واحد، ولا يمكن تحقيقها من خلال التأكيد على فرع واحد أو اثنين، ويتطلَّبُ مساعدة الطلبة على اكتساب البراعة الرياضية برامج تعليمية تخاطب كلَّ فروعها، وبينما ينتقل الأطفال من مرحلة رياض الأطفال إلى نهاية مرحلة التعليم الأساسي،

ينبغي عليهم جميعاً أن يُصَبِّحُوا على درجة عاليةٍ من البراعة في الرياضيات؛ تلك البراعة التي يجدر أن تُمكِّنهم من مواجَهة تحديات الحياة اليومية وتُمكِّنهم من مواصلة دراسة الرياضيات في المدرسة الثانوية وما يلها (Badoa, 2013).

مكونات البراعة الرياضية: وتتمثَّل هذه المكونات فيما يلي:

1. الاستيعاب المفاهيمي (Conceptual Understanding):

ويعني فهم المفاهيم والتعميمات والارتباط بين الأفكار الرياضية. ويرى ماكجريجور (MacGregor, 2013) أنَّ الاستيعاب المفاهيمي هو الفهم العميق لطريقة عمل الرياضيات، إذ يُساعد الطالب على بناء معرفة جديدة معتمداً على معرفة تعلَّمها سابقاً، وهو أسلوبٌ أكثر نفعاً للطلاب من حفظه البسيط لحقائق وإجراءات المعرفة؛ مما يُشجِّع على البراعة والطلاقة الرياضية. وهذا الخصوص، فقد أشارت مؤسسة التقويم الوطني لتطوير التعليم (NAEP, 1996) أنَّ تحقيق المتعلِّم للاستيعاب المفاهيمي يتمثَّل في قدرته على تمثُّل مواقف رياضية بأساليب مختلفة، واستخدامه لتمثيلات مختلفة لأغراض رياضية. كما يُقاس استيعابه للمفاهيم بمدى قدرته على إجراء ارتباطات بين مفاهيم المعرفة وإجراءاتها، ووصوله لنتائج تمهِّد لنقل المتعلِّم إلى مستويات أعلى في تطوير فهمه، ومن ثمَّ اكتسابه للثقة. أضف إلى ذلك أنَّ الرؤية العميقة المتكوِّنة لديه من استيعابه للمفاهيم تُجَنِّبه الوقوع في الأخطاء أثناء حلِّه للمشكلات الرياضيّة.

2. الطلاقة الإجرائية (Procedural Fluency): القدرة على

تنفيذ الإجراءات والعمليات الرياضية بدقة وكفاءة ومرونة. وقد أشار كلُّ من كيم ودافيدنكو (Kim & Davidenko, 2007) إلى معنى الطلاقة الإجرائية بأنَّها امتلاك الطالب للكفاءة والدقَّة والقدرة في استخدامه لحسابات تقوم على إدراك جيِّد لخصائصها وعلاقاتها. وعليه، فإن هذا الإدراك والفهم يجعلُ تعلُّم المهارة أسهل، وأقلَّ عُرضةً للأخطاء، هذا في الوقت نفسه الذي يجب على الطالب امتلاك مستوى معيَّن من المهارة ليتعلَّم المفاهيم الرياضية بفهم واستيعاب، كما أنَّ تدربته على الإجراءات يساعده على تطوير هذا الفهم وتعزيزه (المعتم والمنوفي، 2014). وقد يرسخ البعض من الطلَّاب جهودهم لإجراء الحسابات الأساسية، بدلاً من ترسيخها في تنمية الفهم العميق للأفكار الرياضيّة الأكثر تعقيداً، وذلك لأنَّهم لا يمتلكون مستوى مناسباً من الطلاقة الإجرائية، وهو ما قد يؤوِّل إلى عدم نجاح

مشابهة أو إضافة مُعطياتٍ أو حذف مُعطياتٍ من المسألة، ثم القيام بحلّها.

وذكر ماك كيريجور (MacGregor, 2013) أنّه باستطاعة الطالب حلّ المسائل الرياضية غير المألوفة ببراعة إذا جمع بين الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية والبراعة الاستراتيجية، حيثُ يستخدم الاستيعاب المفاهيمي لمعرفة طبيعة المسألة وفهم المعطيات المتضمنة بها، كما ستعملُ الطلاقة الإجرائية على حلّ المسألة بكفاءة ودقة، أمّا البراعة الاستراتيجية فمن خلالها يستطيع اختيار الإجراءات الملائمة لحلّ المسألة الرياضية، فالطلبة أصحاب البراعة الاستراتيجية لديهم مجموعة متنوّعة من استراتيجيات الحلّ.

4. الاستدلال التّكفي (Adaptive Reasoning): القدرة على التفكير المنطقي والتبرير والتفسير. فمن دون استدلالٍ تهمش الرياضيات لتصبح مهمةً وعقيمةً في العالم الحقيقي. فإذا كان حلّ المشكلات نقطة تتركز عليها الرياضيات فإنّ الاستدلال هو الذي يساعدنا في حلّ هذه المشكلات وتحديد منطقيّة الإجابات، ويمكن أن يتعلّم الطلبة أن أهمية تبرير وتفسير إجاباتهم هي على الأقلٍ بقدر أهمية الإجابات ذاتها. وإنّ تحقيق الاستدلال والبرهان يتطلّب بيئةً صقيّةً مشجّعةً على المغامرة، وتقديم الافتراضات، ومحاولة إثباتها وتبريرها. إنّ مدى تقدّم التلاميذ في عمليات الاستدلال الرياضي يعتمد بشكل كبير على المعلم، وإنّ من واجب المعلم أن يُوفّر ويبيّن بيئةً صقيّةً مناسبةً ومحفّزةً على التفكير؛ من خلال الحوار والمناقشة والأسئلة التي تتخطى حاجز الحفظ (السوعي، 2004).

5. الرّغبة المنتجة (Productive Disposition): تعني القدرة على تشكيل الاتجاهات الإيجابية نحو الرياضيات، والتأكيد على المنطق الرياضي، وترسيخ الفكرة لدى الطلبة بأنّ الرياضيات مهمّة وذات معنى في الحياة العملية.

فمثلاً: مقياس الرّسم الذي يدرسه الطالب في الرياضيات يتمّ الاستعانة به لرسم الخرائط في مادة الجغرافيا؛ والذي يعتمد أساساً على إيجاد النسبة بين الواقع والرسم.

وتشير الرّغبة الرّياضية المنتجة إلى مدى رؤية الطالب للرياضيات على أنّها مادة واقعية ومفيدة ومجدية، لها قيمة حياتية وذات معنى، وتتضمّن مدى اعتقاد الطالب بقدرته على تعلّم الرياضيات، وبأنّه فعّال أثناء دراستها،

هؤلاء الطّلاب في إدراك تلك الروابط بين مفاهيم الرياضيات وعلاقتها (MacGregor, 2013).

3. البراعة الاستراتيجية (Strategic Competence): وتعني القدرة على حلّ المسائل الرياضية وتكوينها، فأهداف تعليم الرياضيات في الوقت الحالي تُؤكّد على أهمية التركيز على حلّ المشكلات باعتباره هدفاً رئيساً في تدريس الرياضيات المدرسية، فالمجلس القومي لمعلّمي الرياضيات (NCTM, 2000) أوصى بضرورة التركيز على حلّ المشكلات، ونادى بطرح الموضوعات الرياضية من خلال المشكلات، وإنّ ذلك يُشكّل حافزاً لتعلّم الرياضيات ويجعل منها مادة ذات معنى مُرتبط بواقع الحياة. كما أوصى المجلس بتغيير طريقة طرح المسائل الرياضية للطلاب، فبالإضافة لقيام المُعلّم بحلّ المسألة عليه أيضاً أن يطلب منهم تكوين مسألة أخرى، وذلك إمّا بتطوير المسألة، أو بإضافة بيانات جديدة عليها، أو بحذف بعض البيانات، أو بتغيير المتغيّرات أو ببناء مشكلة جديدة تعتمد على الفكرة الأصليّة.

وذكر أبو علوان (Abu-Elwan, 2016) أنّ تكوين المشكلة الرياضية جزء لا يتجزأ من حلّها، ولا ينبغي التّركيز عليها بشكلٍ مُنفصلٍ عن حلّ المشكلة الرياضية، وأنّ أحد الأهداف الرّئيسية في تدريس الرياضيات هو تشجيع طّلابنا على الحلّ الجيّد للمسائل الرياضية وتكوينها في الوقت نفسه. إذ إنّ حلّ المسألة الرياضية وتكوينها يُعتبران وجهين لعملة واحدة، ويميل معلّمو الرياضيات إلى إهمال الوجه الآخر من العملة في حلّ المسائل الرياضية، وهي تكوين المسألة الرياضية، على الرّغم من أهميتها في تطوير التفكير الرياضي لدى طّلابنا (Gonzales, 1994).

وفي مناقشات أبو علوان (Abu-Elwan, 2016) مع المعلّمين، لاحظ أنّ قدراتهم في حلّ المسائل غير الروتينية كانت ضعيفة، ولكن في المقابل كانت لديهم قدرات إيجابية لتكوين مسألة من مسألة مُعطاة، وحاول إعطاء مزيد من الاهتمام في حلّ المسائل الرياضية في مُقرّر "طرق تدريس الرياضيات" للمعلّمين المُتوقّع تخرّجهم من كُليّة التربية.

ويمكن أن يُنمّي المُعلّم البراعة الاستراتيجية لدى الطلبة من خلال إتاحة الفرصة لهم لحلّ مسائل ومشكلات رياضية من حياتهم اليومية، ويطلب إليهم تفسير المسألة وتحديد المعطيات، ونمذجة المسألة وتحديد الطريقة المناسبة للحلّ، وبعد ذلك يطلب إليهم تكوين مسألة

ورد في حسن (2018) أن برنامج الرياضيات الفاعل الذي يصل بالطلاب إلى مستوى البراعة الرياضية المرغوب فيها، يجب أن يشمل على ثلاثة أنواع للتقويم:

1. التقويم التشخيصي الممتد: لتحديد مستوى معرفة ومهارات الطلاب عند بداية التدريس، من أجل تحديد المستوى المناسب للبرنامج.
2. التقويم البنائي المستمر: للمتابعة اليومية والأسبوعية لتطوير الطلاب تجاه تحقيق المعايير، ولتشخيص نقاط الضعف؛ كي يخططوا الطريقة الأكثر فاعلية للتعليم.
3. التقويم النهائي: في نهاية كل وحدة أو مقرّر؛ لتقديم معلومات محدّدة ومفصّلة حول معايير التعلّم التي تمّ إنجازها والتي لم يتمّ إنجازها

مزايا تنمية البراعة الرياضية

يتطلّب التدريس الفعّال لتنمية البراعة الرياضية الكثير من الجهد من كلّ من المعلمين والطلاب؛ حيث إنّ تطوير المفاهيم والترابطات الرياضية تنمو على مرّ الزمن، ولا تنمو في يوم واحد، ولذا يجب على المعلمين اختيار المهام الرياضية على أساس استراتيجي لمساعدة الطلاب على بناء الترابطات بين المفاهيم. ومن مزايا تنمية البراعة الرياضية للطلبة ما يلي (السعيد، 2018):

- التعلّم الفعّال للمفاهيم والإجراءات الرياضية الجديدة.
- بذل جهدٍ أقلّ من أجل تذكر المعلومات الرياضية.
- زيادة الحفظ والاسترجاع والتحصيل في الرياضيات.
- تعزيز قدرات حلّ المشكلات والمسائل الرياضية.
- تحسين الاتجاهات والميول والمعتقدات نحو الرياضيات. وأخيراً، يرى الباحثان أنّ الطرق التدريسية التي تنمي البراعة الرياضية تأخذ أساليب وأشكالاً، وإنّه لا توجد طريقة أكثر فعالية من الأخرى لتنمية البراعة الرياضية، فبعض الأساليب التدريسية تنمي جانب الاستيعاب المفاهيمي، وطرق أخرى تنمي الطلاقة الإجرائية، وبعضها ينمي الاستدلال التكميني، وأساليب أخرى تحقّق الرغبة المنتجة، فالمعلّم الجيد من يستطيع أن يجمع بين هذه الطرق والأساليب التدريسية، والخروج بمحصّلة تدريسية عامّة تنمي البراعة الرياضية ككلّ.

وأنّ لَدَيْهِ القُدْرَةُ على المُثابرة وبذل الجُهدِ لِتعلُّمِها. وأكّد المجلس القومي للبحوث (NRC, 2001) بأنّ النزعة الرياضيّة المنتجة تتحقّق عند الطّالِبِ بإدراكه بأنّ الرياضيات يُمكنُ استيعابها، كما يُمكنُ تعلُّمها من خلال الجُهدِ والمُثابرة.

وترى سوه (Suh, 2007) أنّ المكونات الخمسة للبراعة الرياضية مترابطة ومتشابكة ومتفاعلة، ولكنّ ما يحصلُ مع المعلمين داخل الفصول الدراسية التقليدية هو تركيزهم على الطلاقة الإجرائية، وإهمالهم لمكونات البراعة الرياضية الأخرى؛ ولذلك يجب أن تكون طرق التدريس شاملة لكلّ أبعاد البراعة الرياضية، وأنّ كلّ واحدٍ منها يُعزّزُ المكونات الأخرى.

ويلاحظُ تدنّي مستوى الطلّبة في مُكوّنات البراعة الرياضية، والسبب في ذلك هو الاستراتيجيات التقليدية المتبعة، حيث أوضحت دراسة هوفمان وآخرين (Hoffmann et al., 2014) تدنّي مستويات الطلّبة في مُكوّنات البراعة الرياضية، ممّا يؤثّر في الاستمرار بتعلّم الرياضيات في مستويات أعلى.

ومن الطرق التدريسية التي تُشجّع على تنمية البراعة الرياضيّة: تمثيل المواقف الرياضيّة بالمحسوسات والأشكال لتنمية الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية، وجعل المشكلات الرياضية في مواقف حياتية ومحاولة حلّها؛ لتنمية النزعة الرياضية المنتجة، واستخدام طريقة واستراتيجية الإقناع والبرهان لتنمية البراعة الاستراتيجية والاستدلال التكميني.

ويشيرُ فينيل (Fennell, 2013) أنّ تدريس الرياضيات يجب أن يكون عبر البراعة الرياضية، حيث إنّها تتوافق مع معايير العمليّات الرياضيّة (Standards for Mathematical Processes) التي قدّمها المجلس الوطني لمعلّمي الرياضيات (NCTM)، وتتناظر مع معايير الممارسات التدريسية الثمانية (Standards for Mathematical Practice) التي تضمّنتها المعايير الأساسيّة المشتركة (CCSS)، وجاءت بمُكوّن جديد لم تتطرقُ إليه تلك المعايير، وهو الرّغبة المنتجة. وجدول 1 يوضّح ذلك.

التقويم لتنمية البراعة الرياضية

جدول 1: الترابط بين البراعة الرياضية ومعايير NCTM ومعايير CCSS

مكونات البراعة الرياضية	المعايير الأساسية للممارسة الرياضية CCSS	عمليات NCTM
البراعة الاستراتيجية	تكوين معنى للمسائل، والمثابرة في حلها	حل المسألة الرياضية
الاستدلال التكيفي	الاستدلال تجريديا وكما	الاستدلال الرياضي
الاستدلال التكيفي	بناء حجج قابلة للتطبيق، ومناقشة استدلالات الآخرين	الاستدلال الرياضي
البراعة الاستراتيجية	النمذجة مع الرياضيات	الترابط الرياضي
الاستيعاب المفاهيمي	استخدام أدوات مناسبة استراتيجيا	التمثيل الرياضي
الطلاقة الإجرائية	العناية بالدقة	التواصل الرياضي
البراعة الاستراتيجية	البحث عن البنية (التراكيب)، واستعمالاتها	الترابط الرياضي
الاستدلال التكيفي	البحث عن الاطراد، والتعبير عنه في الاستدلال المتكرر	الاستدلال الرياضي
الرياضيات المنتجة	-	-

(المصدر: المنوفي والمعلم، 2018)

الرياضية والعقلية متأثرا في ذلك بالأوصاف التي يصف الآخرون لذاته كأن يقال له متفوق، ضعيف. ويؤدي المعلم دورًا كبيرًا في تشكيل مفهوم الذات الرياضي من خلال الطرق والأساليب التربوية الحديثة، كما إن النجاح والفشل الدراسي يؤثران في الطريقة التي ينظر بها الطلبة إلى أنفسهم، فالطلبة ذوو التحصيل المرتفع من المحتمل أن يطوروا مشاعر ايجابية نحو ذاتهم (الخفاف، 2015).

الفرق بين مفهوم الذات وتقدير الذات

يخلط بعض الباحثين بين مفهوم الذات وتقدير الذات على الرغم من وجود فرق كبير بينهما حتى ولو أنه يوجد ترابط بين كلاهما، فقد أوضح (كليمس) أن مفهوم الذات يتعلق بالجانب الإدراكي من شخصية الفرد فهو الصورة الإدراكية التي يكونها عن ذاته. أما تقدير الذات فيتعلق بالجانب الوجداني منها حيث يتضمن الإحساس بالرضا عن الذات أو عدمه (شكشك، 2007).

كما أن مفهوم الذات يشير إلى تلك المجموعة الخاصة من الأفكار والاتجاهات والتي تكونت لدى الفرد من خلال التفاعل مع الآخرين أو هو ذلك البناء الذهني المنظم الذي ينشأ من الخبرة الذاتية والمعلومات المدركة عن الذات وبهذا يكون مفهوم الذات متعلقا بالجانب الإدراكي من شخصية الفرد. بينما تقدير الذات هو حكم الفرد على أهميته الشخصية؛ حيث يعكس الثقة بالنفس ويتضمن الإحساس بالرضا عن الذات أو عدمه بمعنى أنه تقييم للصفات المدركة عن الذات فهو الترجمة العملية لمفهوم الذات وبهذا يكون تقدير الذات متعلقا بالجانب التقييمي للذات (الخفاف، 2015).

وذكر العاسي (2015) أن العديد من العلماء توصلوا إلى مصطلحين متداخلين في هذا المجال ويستخدمان بالتبادل

المحور الثاني: مفهوم الذات الرياضي - Math Self Concept: يعرف مفهوم الذات على أنه المجموع الكلي لأراء الشخص حول ذاته، وتتكون هذه الآراء من الميول والمعتقدات والتقييمات، يقتضي ذلك أن مفهوم الذات قد يتضمن اتجاهات عديدة تجاه الذات، وهي اتجاهات خاصة بالنسبة لكل فرد على حدة (صادق، 2016). كما عرفه ناصر ولين (Nasir & Lin, 2012) على أنه مفهوم كلي مركب، ونظام حيوي مكون من المعتقدات والمواقف والآراء التي يحملها كل فرد حول وجوده وشخصيته.

وعرف كل من المجدلاوي والعايد (2016) مفهوم الذات الرياضي بأنه تلك التقديرات الخاصة أو التوقعات بمجال الرياضيات، أو ما يتبناه الفرد من أنواع معينة من السلوك بشأن هذه التقييمات أو تلك التوقعات.

ويأتي مفهوم الذات الرياضي كشكل من أشكال مفهوم الذات، يدرك فيها الأفراد - من خلاله - قدراتهم الرياضية بشكل واضح، وقد يعد من المكونات المهمة لشخصية الطالب؛ فالأفراد الذين يمتلكون مفهومًا واضحًا لذواتهم الرياضية يمتلكون قدرة عالية على التحصيل الدراسي، حيث باستطاعتهم توجيه ذاتهم في حل المسائل الرياضية والقدرة على التفكير الرياضي. فلمفهوم الذات الرياضي دور كبير في تشجيع المتعلم وتحصيله وتطوير قدراته، ويتحسن مفهوم الذات الرياضي لدى الطلبة عندما يتعلمون في بيئة مشجعة للاستقلالية يتم فيها تنمية التحدي، والفضول، والسيطرة، والخيال، وإشراك الطالب في عمليات التعلم، وتحمل مسؤولية تعلمه (العايد والشعر، 2012).

هذا وتعد الخبرات التي يكتسبها الطالب في الرياضيات المدرسية من المصادر الرئيسية في تكوين مفهوم الذات الرياضي لديه، حيث يمر الطالب بخبرات وظروف ومواقف وعلاقات جديدة، فيبدأ في تكوين صورة جديدة عن قدراته

أدوات الدراسة

تضمّنت الدراسة أداتين هما:

1. اختبار التحصيل الدراسي:

يهدف الاختبار التحصيلي إلى قياس المعارف والمهارات التي اكتسبتها عينة الدراسة من طلاب الصف الثامن الأساسي في موضوعات وحدة "الدوال والمعادلات" من كتاب الصف الثامن. وتم إعداد اختبار التحصيل الدراسي وفق الخطوات الآتية:

- تحليل المحتوى لوحدة (الدوال والمعادلات) من كتاب الطالب في الرياضيات للصف الثامن الأساسي؛ وذلك بهدف تحديد المفاهيم، والتعميمات والمهارات التي يتضمنها محتوى هذه الوحدة، وصياغة الأهداف السلوكية التي تغطي الدروس المحددة وفقاً لمستويات التعلم المتمثلة في المعرفة والتطبيق والاستدلال.
- تم الاعتماد على وثيقة تقويم تعلّم الطلبة لمادة الرياضيات التي أصدرتها وزارة التربية والتعليم في 2014 لإعداد الاختبار، حيث تحدد ثلاثة مستويات للأستئلة (معرفة، تطبيق، استدلال)، ونسبة (30%، 50%، 20%) للمستويات الثلاثة على التوالي، وهو ما يتفق مع ما قدّمه "بلوم" في تصنيفه المعرفي لمستويات الأهداف.
- إعداد جدول مواصفات وفقاً لبعدي المحتوى ومستويات التعلم وذلك بحساب الوزن النسبي لكل موضوع وفق المعادلة:

$$100 \times \frac{\text{عدد الحصص المخصصة لتدريس كل موضوع}}{\text{المجموع الكلي للحصص}}$$

- حساب عدد الدرجات لكل موضوع من خلال تطبيق المعادلة:
- عدد درجات كل موضوع = عدد درجات الاختبار × الوزن النسبي لعدد الحصص لكل موضوع
- ويوضح جدول 2 الأوزان النسبية للموضوعات الخاصة بالوحدة، وعدد الأسئلة في كل مستوى معرفي وذلك وفق وثيقة تقويم تعلم الطلبة في مادة الرياضيات للصفوف (5-10) للعام الدراسي 2018 / 2019.
- صياغة فقرات الاختبار بما يلائم الفئة العمرية، ووضوحها لغوياً مع بساطتها.
- استخراج دلالات صدق الاختبار وثباته قبل تطبيقه على عينة الدراسة كما يأتي.

مع بعضهما بعضاً: مفهوم الذات وتقدير الذات، وتقدير الذات هو الجانب الوجداني أو الانفعالي للذات، والذي يشير إلى كيفية شعورنا نحو أنفسنا وتقديرنا لها. بمعنى أن تقدير الذات هو حكم تقييمي من الآخرين للفرد نفسه. بينما يشير مفهوم الذات إلى فكرة عامة عن أنفسنا واحترامنا لذواتنا، والذي يمكن أن يتخذ إجراءات معينة حول مكونات الذات. وقد أظهرت الدراسات بأن الخبرات المدرسية ذات علاقة وثيقة بتكوين مفهوم الذات، وتشير دراسة شارلوت بوهلر إلى أن الأشخاص الذين يحتفظون في ذاكرتهم بخبرات طيبة عن حياتهم المدرسية كانوا يتصفون بمفهوم ذات إيجابي. لذا فإن الفشل والنجاح المدرسي يؤثران في الطريقة التي ينظر بها التلاميذ إلى أنفسهم، فالتلاميذ ذوي التحصيل المرتفع من المحتمل أن يطوروا مشاعر إيجابية عن ذواتهم وقدراتهم (الخفاف، 2015).

الطريقة والإجراءات

منهج الدراسة

الدراسة الحالية شبه تجريبية، وقد تمّ ذلك من خلال اختيار مجموعتين تجريبية وضابطة، درّست المجموعة التجريبية وحدة "الدوال والمعادلات" باستخدام التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية، ودرّست المجموعة الضابطة الوحدة نفسها وفق الطريقة الاعتيادية. واعتمد التصميم التالي في هذه الدراسة:

$$\begin{array}{l} \text{EG: O1 O2 X O1 O2} \\ \text{CG: O1 O2 - O1 O2} \end{array}$$

حيث أن:

EG: المجموعة التجريبية؛ CG: المجموعة الضابطة؛ X: المعالجة باستخدام طريقة تتضمن كفايات البراعة الرياضية في التدريس؛ O1: اختبار تحصيلي؛ O2: مقياس مفهوم الذات الرياضي.

عينة الدراسة

تكوّنت عينة الدراسة من (58) من طلبة الصف الثامن الأساسي في مدرسة الإمام خنبش بن محمد للبنين في محافظة جنوب الباطنة بسلطنة عُمان، اختيرت بطريقة قصدية؛ وذلك لتوفّر الظروف والبيئة المناسبة للتطبيق. وقد تمّ استخدام التعيين العشوائي البسيط في اختيار الشعبتين كمجموعتين للدراسة الضابطة والتجريبية، حيث درّست المجموعة التجريبية وعدد أفرادها (28) في ضوء كفايات البراعة الرياضية، أما المجموعة الضابطة والبالغ عددها (30) فدرّست بالطريقة الاعتيادية.

جدول 2: الوزن النسبي لأهمية دروس وحدة الدوال والمعادلات وعدد الأسئلة لكل مستوى معرفي

الدرس	الوزن النسبي	مستويات التعلم		
		معرفة 30%	تطبيق 50%	استدلال 20%
العلاقات والدوال	15%	1	1	-
الدالة الخطية	18%	1	2	-
المعادلة	14%	2	-	-
تطبيقات على المعادلات	25%	-	1	3
المتباينات	14%	1	1	-
تطبيقات على المتباينات	14%	-	2	-
المجموع	100%	5	7	3

للتحقق من ثبات اختبار التحصيل الدراسي وذلك باستخدام برنامج الحزم الإحصائية الاجتماعية (SPSS)، وقد بلغ معامل الثبات 0,72، وتعد هذه القيمة مقبولة تربوياً لغرض الدراسة الحالية (أبو علام، 2006).

2. مقياس مفهوم الذات الرياضي

هَدَفَ هذا المقياس إلى معرفة مدى تغير إدراك الطلبة لذواتهم وتعزيز ثقتهم بأنفسهم عند التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية؛ وذلك بما يوفره هذا التدريس من كفايات ومهارات تساعد على معالجة الدوال والمعادلات والمسائل الرياضية.

وقد تمَّ إعداد مقياس مفهوم الذات الرياضي من 20 فقرة، منها 8 فقرات إيجابية، وهي الفقرات (3، 4، 6، 9، 10، 16، 19، 20)، و12 فقرة سلبية وهي الفقرات (1، 2، 5، 7، 8، 11، 12، 13، 14، 15، 17، 18)، واستخدم تدرج ليكرت الخماسي (Likert Scale) للاستجابة على الفقرات على النحو الآتي: (موافق بشدة=5، موافق=4، غير متأكد=3، غير موافق=2، غير موافق بشدة=1)، وعملت الفقرات السالبة بطريقة عكسية في احتساب الدرجات.

وللتأكد من صدق المقياس، تم عرضه على متخصصين في القياس والتقويم التربوي، ومناهج وطرق تدريس الرياضيات، وقد أبدوا جميعاً ملاحظات تمَّ الأخذ بها، والتي كانت تتعلق بإعادة الصياغة اللغوية لبعض العبارات، والموازنة بين العبارات السالبة والموجبة، حيث بقي المقياس بعد التحكيم مكوناً من 20 فقرة.

أما ثبات المقياس، فحُسيب بطريقتين الأولى إعادة التطبيق (test-re-test)، حيث تم إعادة التطبيق على العينة الاستطلاعية بعد مرور أسبوعين على التطبيق الأول، ثم حساب معامل ارتباط بيرسون (Pearson) بين التطبيقين، فبلغ 0.925. كما تم حسابه بحساب الاتساق الداخلي تبعاً

صدق الاختبار

تم التحقق من صدق الاختبار من خلال عرضه على مجموعة محكمين في تخصص مناهج الرياضيات وتدريسها، والقياس التربوي وعدد من مشرفي ومعلمي الرياضيات من ذوي الخبرة. وطُلب منهم إبداء الرأي في وضوح الفقرات ومدى صحتها من الناحية العلمية، وسلامة صياغتها اللغوية، ومدى شمول فقرات هذا الاختبار للمادة العلمية، ومناسبة هذا الاختبار لطلبة الصف الثامن الأساسي، ومناسبة الأسئلة لمستويات الأهداف التي صيغت لقياسها، وأية ملاحظات واقتراحات يرونها مناسبة للتعديل أو الحذف. وقد تم إجراء التعديلات اللازمة على أسئلة الاختبار بناء على مقترحات المحكمين.

ثبات الاختبار

تم تطبيق اختبار التحصيل على مجموعة من طلبة الصف الثامن من غير أفراد الدراسة مكونة من 30 طالباً من طلاب الصف الثامن، وبعد دراستهم للوحدة، وذلك لتحقيق ما يلي:

- تحديد الزمن المناسب لاختبار التحصيل الدراسي.
- استخراج معامل الثبات لاختبار التحصيل الدراسي.
- تحديد الزمن المناسب لاختبار التحصيل الدراسي

تم تحديد زمن الإجابة عن طريق حساب المتوسط الحسابي للزمن الذي استغرقه أول طالب وآخر طالب للإجابة على أسئلة الاختبار من طلاب العينة الاستطلاعية. حيث جاء كالتالي:

$$40 = \frac{45 + 35}{2}$$

ب- ثبات اختبار التحصيل الدراسي

تم حساب معامل الثبات للاتساق الداخلي للاختبار بواسطة معادلة كرونباخ ألفا (Cronbach-Alpha):

جدول 3: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة في اختبار التحصيل الدراسي*

المجموعة	عدد الطلاب	القبلي		البعدي	
		المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
التجريبية	28	10,13	2,18	11,29	2,65
الضابطة	30	9,97	2,29	7,33	2,73

*الدرجة الكلية للاختبار (15)

لمعادلة ألفا كرونباخ، فبلغت 0.863. وقد عدت هذه القيم مقبولة لأغراض الدراسة.

نتائج الدراسة ومناقشتها

للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة الدراسة، واختبار الفرضية الأولى الناجمة عنه، استُخرجت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبارين القبلي (درجات الفصل الدراسي الأول) والبعدي، وجدول 3 يوضح هذه النتائج.

يُظهر جدول 3 تلك الفروق الظاهرية بين متوسطات درجات طلاب مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول في مادة الرياضيات، إذ تبين نتائج اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول للطلاب في مادة الرياضيات أن المتوسط الحسابي لدرجاتهم في المجموعة التجريبية كان 10.13 وانحراف معياري 2,18، وبلغ المتوسط الحسابي لدرجاتهم في المجموعة الضابطة 9,97 وانحراف معياري 2,29؛ أي أن هناك فرق (ظاهري) في المتوسط الحسابي بين درجات المجموعتين مقداره 0,16، وقد تم استخدام تحليل التباين المصاحب (ANCOVA) لضبط هذه الفروق إحصائياً.

كذلك يظهر جدول 3 أن هناك فروقاً ظاهرية بين متوسطات درجات طلاب المجموعتين التجريبية

والضابطة على الاختبار التحصيلي البعدي في الرياضيات، حيث تشير النتائج إلى أن المتوسط الحسابي لدرجات طلاب المجموعة التجريبية بلغ 11,29 وانحراف معياري 2,65، أما المتوسط الحسابي لدرجات طلاب المجموعة الضابطة على الاختبار التحصيلي فبلغ 7,33 وانحراف معياري 2,73؛ وهذا يشير إلى الفرق (الظاهري) في المتوسط الحسابي بين درجات مجموعتي الدراسة على هذا الاختبار مقداره 3,96. وبناءً عليه، فقد استخدم اختبار تحليل التباين المشترك (ANCOVA)، كما استُخرج مربع إيتا (η^2)؛ بغية تعرف حجم أثر التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية في تحسين التحصيل لدى الطلاب، وكانت النتائج كما في جدول 4.

تبين النتائج في جدول 4 وجود فرقٍ دالٍ إحصائياً بين متوسطي درجات الطلاب في مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة على اختبار التحصيل الدراسي، حيث بلغت قيمة (ف) المحسوبة 63,88، وهي ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.05)؛ وهو ما يشير إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.05)، بين متوسطي تحصيل طلاب مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة.

جدول 4: نتائج تحليل التباين المصاحب (ANCOVA) لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة على الاختبار التحصيلي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف المحسوبة	مستوى الدلالة	حجم الأثر (η^2)
(المصاحب) القبلي	225,271	1	225,271	68,411	0,001	
المجموعة	210,375	1	210,375	63,88	0,001	0,537
الخطأ	181,109	55	3,293			
الكلية	5586	58				

جدول 5: المتوسطات الحسابية المعدلة لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة على الاختبار التحصيلي بعد عزل أثر المتغير المصاحب

المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	11,21	0,34
الضابطة	7,40	0,33

ويمكن إرجاع هذه النتيجة الإيجابية إلى عوامل، منها أن الاستيعاب المفاهيمي -وهو أحد مكونات البراعة الرياضية- قد عمل على تكوين المفاهيم الرياضية الجديدة لدى المتعلم بناءً على خبراته السابقة، وقدراته على فهم المفهوم وليس حفظه، كما أن التدريس وفق كفايات البراعة الرياضية ربما ساعد المتعلم على الوصول إلى المعرفة بنفسه بحيث يكتشفها ويقيمها ويناقش المعلم وزملائه في النتائج التي توصل إليها مع إعطاء المبررات على إجابته. أضف إلى ذلك أن البراعة الرياضية تعنى بتوظيف معرفة المفاهيم لمواجهة المشكلات الرياضية، في ضوء إدراك طبيعة الرياضيات وفائدتها، مما يمكن الطالب من توظيف هذه المعارف لحلّ المشكلات، واستخدامها في التعبير عن الأفكار الرياضية بلغة رياضية، وممارسة الاستدلال الرياضي في المواقف المختلفة، كما تساعد في إدراك الطالب لطبيعة الرياضيات ومدى فائدتها والميل نحوها (NCTM, 2000).

ولعلّ التدريس وفق كفايات البراعة الرياضية قد ساعد الطلاب في تنظيم أفكارهم ومناقشتها وتفسيرها وإعطاء الحجج والأدلة المنطقية؛ وهو بالتالي ما أعانهم في بناء أفكارهم وتقييمها وربطها بالواقع والمهارات الحياتية؛ الأمر الذي أدى إلى إثارة دافعية الطلاب، وإثارة اهتمامهم وزيادة التحصيل لديهم، وهو ما تؤكد دراسات بهذا الصدد، وتتفق وهذه النتيجة في الأثر الإيجابي لتوظيف مكونات البراعة الرياضية على التحصيل في الرياضيات (السعيد، 2018؛ Awofala, 2017; Samuelsson, 2010).

وللإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة الدراسة، واختبار الفرضية الثانية الناجمة عنه، استُخرجت المتوسطات الحسابية لدرجات الطلاب والانحرافات المعيارية لها في مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة في الاختبارين القبلي (درجات الفصل الدراسي الأول) والبعدي، وجدول 6 يوضّح النتائج.

يُظهر جدول 6 تلك الفروق الظاهرية بين المتوسطات لدرجات طلاب مجموعتي الدراسة الضابطة والتجريبية في تطبيق مقياس مفهوم الذات الرياضي قبلياً، إذ يتّضح أن المتوسط الحسابي لدرجات طلاب المجموعة التجريبية كان 10.13 وانحراف معياري 2.18، كما يتّضح أن المتوسط الحسابي لدرجات طلاب المجموعة الضابطة قد بلغ 9.97 وانحراف معياري 2.29؛ أي أن هناك فرقاً (ظاهرياً) في المتوسط الحسابي بين درجات المجموعتين مقداره 0.44،

ولتعرّف حجم أثر متغير استخدام التدريس المبني على كفايات البراعة الرياضية في زيادة تحصيل الطلاب الرياضي، تم حساب مربع إيتا (η^2) حيث بلغت 0.537، وهي تدل على حجم أثر كبير (أبو علام، 2006) وعليه، يمكن القول إن ما يقارب 53.7% من التباين في تحصيل الطلاب في الرياضيات بين المجموعتين التجريبية والضابطة يرجع لمتغير استخدام التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية، بينما ما تبقى من التباين 46.3% غير مفسّر ويرجع إلى عوامل أخرى غير متحكّم بها. وتشير النتائج في جدول 5 إلى المتوسطات الحسابية المعدّلة والناجمة عن عزل أثر تحصيل الطلاب القبلي لمجموعتي الدراسة في الاختبار التحصيلي (التطبيقي البعدي).

تبين النتائج في جدول 5 المرتبطة بالمتوسطات الحسابية المعدّلة لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة على اختبار الرياضيات، وذلك بعد استبعاد أثر المتغير المصاحب، أنّ الفرق بدأ لصالح المجموعة التجريبية (التي درست وفق كفايات البراعة الرياضية) بمتوسط حسابي معدل بلغ 11.21، وهو أعلى من المتوسط الحسابي المعدّل للمجموعة الضابطة (التي درست وفق الطريقة الاعتيادية) والبالغ 7.40. وعليه، فقد تمّ رفض الفرضية الأولى؛ وهي المنبثقة من السؤال الأول.

وأظهرت نتائج المعالجات الإحصائية وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الدراسي لدى طلبة الصف الثامن الأساسي، ولصالح المجموعة التجريبية، وهذا يعني أن استخدام التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية كان له أثر إيجابي في تحصيل الرياضيات لدى الطلاب مقارنة مع زملائهم الذين درسوا باستخدام الطريقة الاعتيادية.

ويمكن القول أن هذه النتيجة قد تعزى إلى طبيعة التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية، وطريقة عرضه، والأنشطة المتعددة التي يتضمنها والتي من شأنها إثارة التفكير، وتنمية المهارات الرياضية لدى الطلاب، وإمكانية إدراك العلاقات والترابطات لمادة الرياضيات، وربطها بالحياة والواقع، وبالتالي إمكانية تحديد مسار التفكير وتعديله، خاصة وأن البراعة الرياضية تشمل كل جوانب الخبرة والبراعة والمعرفة بالرياضيات، وتتضمن نشاطات كالحديث عن الطبيعة وعمل مشاريع، والقيام بالألعاب الرياضية التي تركز بالضرورة على المحتوى الرياضي.

والضابطة على مقياس مفهوم الذات الرياضي، حيث بلغت قيمة (ف) المحسوبة 8,05، وهي ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$)؛ وهو ما يشير إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$)، بين متوسطي درجات مفهوم الذات الرياضي لدى طلاب مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة.

ولتعرف حجم أثر متغير تبني التدريس وفق كفايات البراعة الرياضية لدى الطلاب فيما لديهم من مفهوم ذات رياضي، حُسب مربع إيتا (η^2) فبلغ 0,128، وهو ما يدل على حجم أثر متوسط ((أبو علام، 2006)، وعليه يمكن القول إن ما يقترب من 12,8% من تباين مفهوم الذات الرياضي بين مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة يعود لمتغير التدريس وفق كفايات البراعة الرياضية، بينما ما تبقى من التباين 87,2% غير مفسر ويرجع إلى عوامل أخرى غير متحكم بها.

وقد تم استخدام تحليل التباين المصاحب (ANCOVA) لضبط هذه الفروق إحصائياً.

كذلك يظهر جدول 6 أن هناك فروقاً ظاهرية بين المتوسطات الحسابية لدرجات طلاب مجموعتي الدراسة على مقياس مفهوم الذات الرياضي في تطبيقه البعدي، فقد بلغ المتوسط الحسابي لدرجات طلاب المجموعة التجريبية 79,79 وبنحرف معياري 6,06، أما طلاب المجموعة الضابطة فقد بلغ المتوسط الحسابي لدرجاتهم 73,60 وبنحرف معياري 9,84؛ أي أن ما مقداره 6,19 يمثل فرقاً ظاهرياً بين المتوسط الحسابي للمجموعتين على مقياس مفهوم الذات الرياضي. وبناءً عليه، فقد استُخدم اختبار تحليل التباين المشترك (ANCOVA)، كما استُخرج مربع إيتا (η^2) بغية تعرف حجم أثر التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية في تنمية مفهوم الذات الرياضي لدى الطلاب، وكانت النتائج كما في جدول 7.

تبين النتائج في جدول 7 وجود فرقٍ دالٍ إحصائياً بين متوسطي درجات الطلاب في مجموعتي الدراسة التجريبية

جدول 6: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لمتوسط درجات الطلاب في مجموعتي الدراسة في مقياس مفهوم الذات الرياضي*

المجموعة	عدد الطلاب	القبلي		البعدي	
		المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
التجريبية	28	73,54	7,33	79,79	6,01
الضابطة	30	73,10	9,34	73,60	9,84

*الدرجة الكلية للمقياس (100) درجة

جدول 7: نتائج تحليل التباين المصاحب (ANCOVA) لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة لمقياس مفهوم الذات الرياضي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف المحسوبة	مستوى الدلالة	حجم الأثر (η^2)
(المصاحب) القبلي	94,39	1	94,39	1,43	0,236	
المجموعة	530,08	1	530,08	8,05	0,006	0,128
الخطأ	3620,98	55	65,83			
الكلية	344760	58				

جدول 8: المتوسطات الحسابية المعدلة لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة على مقياس مفهوم الذات الرياضي بعد عزل أثر المتغير المصاحب

المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	79,75	1,53
الضابطة	73,69	1,48

2. تبني دراسات تتقصى إمكانية تدريس الرياضيات وفق مكونات البراعة الرياضية وأثره في متغيرات أخرى مرتبطة بتعلم الرياضيات وتعليمها.
3. إعداد دراسات تبحث في أثر استخدام البراعة الرياضية لمراحل دراسية مختلفة، تتناول عناوين لموضوعات رياضية أخرى.
4. تضمين بعض من مكونات البراعة الرياضية في وحدات الدوال والمعادلات لمناهج الرياضيات.

المراجع References

- أبو الرايات، علاء المرسي (2014). فعالية استخدام نموذج ابعاد التعلم لمارزانو في تدريس الرياضيات على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. *مجلة تربويات الرياضيات*، 17 (4)، 53-104.
- أبو علام، رجاء محمود (2006). *تقويم التعلم*. دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- حسن، أريج (2018). العلاقة الإبتباطية بين البراعة الرياضية لدى مدرسي رياضيات المرحلة الثانوية والبراعة الرياضية لدى طلبتهم. *مجلة جامعة الأنبار للعلوم الإنسانية*، 2، 371-390.
- الخالدي، مها راشد (2018). تصميم وحدات تعلم رقمية قائمة على التمثيلات الرياضية وقياس فاعليتها في تنمية البراعة الرياضية لدى طالبات المرحلة الثانوية بمدينة الرياض [أطروحة دكتوراة غير منشورة]. جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، الرياض.
- الخفاف، إيمان عباس (2015). *مفهوم الذات لدى طفل الروضة*. مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع.
- رضوان، إناس نبيل (2016). *أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية [رسالة ماجستير غير منشورة]*. الجامعة الإسلامية.
- السعيد، رضا مسعد (2018). يوليو 14-15). *البراعة الرياضية: مفهومها ومكوناتها وطرق تنميتها* [بحث مقدم]. المؤتمر العلمي السنوي السادس عشر: تطوير تعليم وتعلم الرياضيات لتحقيق ثقافة الجودة، جامعة بنها، القاهرة.
- السواي، عثمان نايف (2004). *تعلم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين*. دار القلم للنشر والتوزيع.
- شكشك، أنس (2007). *استكشاف الذات*. دار النهج للنشر والتوزيع.
- صادق، فاطمة إحسان (2016). *تشكل مفهوم الذات المهنية لدى طلبة الصفين الخامس والسادس محافظة مسقط: دراسة نوعية* [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة السلطان قابوس.
- صبري، ماهر إسماعيل (2002). *الموسوعة العربية لمصطلحات التربية وتكنولوجيا التعلم*. مكتبة الرشد.
- العايد، عدنان؛ والشرع، إبراهيم (2012). مناهج تعلم الرياضيات لدى الطلبة وتأثيرها بمفهوم الذات الرياضي لديهم وعلاقتها بتحصيلهم في الرياضيات. *مجلة جامعة النجاح للأبحاث (العلوم الإنسانية)*، 26 (9)، 2014-2066.

ولتعيين قيمة الفرق في متوسطات درجات الطلاب في مجموعتي الدراسة الضابطة والتجريبية في تطبيق مقياس مفهوم الذات الرياضي بعددًا، استُخرجت المتوسطات الحسابية المعدلة والنتيجة عن استبعاد أثر مفهوم الذات الرياضي القبلي لمجموعتي الدراسة في التطبيق البعدي للمقياس، وجاءت النتائج كما في جدول 5. وتشير النتائج في جدول 8 إلى المتوسطات الحسابية المعدلة والنتيجة عن استبعاد أثر مفهوم الذات الرياضي لمجموعتي الدراسة في الاختبار التحصيلي (التطبيق البعدي).

تبين النتائج في جدول 8 المرتبطة بالمتوسطات الحسابية المعدلة لدرجات الطلاب في مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة على مقياس مفهوم الذات الرياضي، وذلك بعد استبعاد أثر المتغير المصاحب، أن الفرق بدا لصالح المجموعة التجريبية بمتوسط حسابي معدل بلغ 79,75، وهو أعلى من المتوسط الحسابي المعدل للمجموعة الضابطة والبالغ 73,69. وعليه، فقد تمّ رفض الفرضية الثانية؛ وهي المنبثقة من السؤال الثاني.

ويمكن القول أن هذه العلاقة الإيجابية يمكن تفسيرها بأن العلاقة متبادلة بين التحصيل وتحقيق الذات، مما يشعر الطالب بالنجاح والتفوق ويعزز ثقته بنفسه، بالتالي ادراكه لقدراته وامكانياته. كذلك بالنسبة لوحدة الدراسة (الدوال والمعادلات) التي بدت صعبة في مسائلها الجبرية بالنسبة للطلاب، الذين ظنوا أنفسهم سيئين في الرياضيات وغير جيدين في حل المسائل، ولكن من خلال الإمكانيات التي قدّمها التدريس القائم على كفايات البراعة الرياضية متمثلاً في المكون الثالث للبراعة الرياضية (البراعة الاستراتيجية) والذي ساهم في تنمية قدرة الطلاب على حل وتكوين المسائل الرياضية، فقد أصبحت مسائل الجبر والمعادلات محبوبة لدى الطلاب، وعمل هذا على زيادة ثقتهم بأنفسهم في حل المسائل، مما أدى إلى تحسن مفهوم الذات لديهم.

التوصيات والمقترحات

وعطفاً على ما توصلت إليه هذه الدراسة من نتائج، فإنه يمكن إدراج التوصيات والمقترحات الآتية:

1. إقامة ورشٍ للمعلمين تعرّفهم بمعاني البراعة الرياضية، وتدريبهم على صياغة الدروس بما يتفق مع البراعة الرياضية ومكوناتها، وتدريبهم على استخدامها في البيئة الصفية، وخلال الموقف التعليمي.

- Al-Khalidi, M. R. (2018). *Designing digital numerical units, mathematical representations, and measuring their effectiveness in developing mathematical proficiency among high school students in Riyadh* [Unpublished doctoral dissertation]. Imam Muhammad bin Saud Islamic University. [In Arabic]
- Al-Maatham, K. A., & Menoufi, S. J. (2014). *Developing Mathematical Proficiency: A New Approach to Success in Mathematics* [Paper presentation]. The Fourth Conference on Teaching and Learning Mathematics in General Education, Riyadh, Saudi Arabia. [In Arabic]
- Al-Majdalawi, H., & Al-Abed, A. (2016). The effect of using the Eclectic Model in teaching mathematics on sixth grade students' achievement in mathematics and mathematical self-concept. *Al-Manara Journal for Research and Studies*, 22(3a), 387-416. [In Arabic]
- Al-Menoufi, S. J., & Al-Mutham, Kh. A. (2018). The extent to which students of the second intermediate grade of Al-Qassim region master the skills of mathematical proficiency. *Journal of Mathematics Education*, 21(6), 59-105. [In Arabic]
- Al-Saeed, R. M. (2018, July 14-15). *Mathematical proficiency: its concept, components, and methods of development* [Paper presentation]. The sixteenth annual scientific conference: Developing the teaching and learning of mathematics, Benha University, Cairo. [In Arabic]
- Al-Sawai, O. N. (2004). *Mathematics Learning for the 21st Century*. Dar Al-Qalam for Publishing and Distribution. [In Arabic]
- Awofala, A. O. (2017). Assessing Senior Secondary School Students' Mathematical Proficiency as Related to Gender and Performance in Mathematics in Nigeria. *International Journal of Research in Education and Science*, 3(2), 488-502.
- Dickha, O. (2005). Teachers' inferences about students' self-concepts-the role of dimensional comparison. *Learning and Instruction*, 15(3), 225-235.
- Fennell, F., Kobett, B., & Wray, J. (2013). *Elementary Mathematics Leaders. Teaching Children Mathematics*, 20(3), 172-180
- Gonzales, N. A. (1994). Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and Mathematics*, 94(2), 78-84.
- العاسي، رياض نايل (2015). *الإرشاد المتمركز حول الشخص بين الخبرة ومفهوم الذات*. دار الإعصار العلمي للنشر والتوزيع.
- عبيدة، ناصر السيد (2017). *فاعلية نموذج تدريس قائم على أنشطة PISA في تنمية مكونات البراعة الرياضية والثقة الرياضية لدى طلبة الصف الأول الثانوي. دراسات في المناهج وطرق التدريس*، 219، 16-70.
- المجدلاوي، حمزة؛ والعايد، عدنان (2016). *أثر استخدام الانموذج الانتقائي في تدريس الرياضيات على تحصيل طلبة الصف السادس في الرياضيات ومفهوم الذات الرياضي. مجلة المنارة للبحوث والدراسات*، 22(13)، 387-416.
- مرعي، توفيق (2013). *الكفايات التعليمية للمعلمين*. دار الفرقان للنشر والتوزيع.
- المعتم، خالد عبد الله؛ والمنوفي، سعيد جابر (2014). *تنمية البراعة الرياضية: توجه جديد للنجاح في الرياضيات المدرسية* [بحث مقدم]. المؤتمر الرابع لتعليم الرياضيات وتعلمها في التعليم العام، الرياض، السعودية.
- المنوفي، سعيد جابر؛ والمعتم، خالد عبد الله (2018). *مدى تمكن طلاب الصف الثاني المتوسط لمنطقة القصيم من مهارات البراعة الرياضية. مجلة تربويات الرياضيات*، 21(6)، 59-105.
- Abu Allam, R. M. (2006). *Learning Evaluation*. Dar Al-maseera for Publishing and Distribution. [In Arabic]
- Abu Al-Rayaat, A. (2014). The effectiveness of using Marzano's learning dimensions model in teaching mathematics on developing mathematical skills in middle school students. *Journal of Mathematics Education*, 17(4), 53-104. [In Arabic]
- Abu-Elwan, R. (2016, August). *Mathematics problem posing skills in supporting problem-solving skills of prospective teachers. International Group for the Psychology of Mathematics Education* [Paper presented]. The 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Szeged, Hungary.
- Al-Abed, A., & Al-Shara, I. (2012). Approaches to learning mathematics among students, and the impact of mathematical self-concept on them, and their relation to achievement in mathematics. *Al-Najah University Journal of Research (Humanities)*, 26(9), 2014-2066. [In Arabic]
- Al-Asimi, R. N. (2015). *Person-Centered Counseling between Experience and Self-Concept*. House of Isar Ilmi for publishing and distribution. [In Arabic]
- Al-Khafaf, I. A. (2015). *Self-concept of a Kindergarten Child*. Arab Society Bookshop for Publishing and Distribution. [In Arabic]

- Hassan, A. (2018). The relationship between the mathematical proficiency of secondary school mathematics teachers and the mathematical proficiency of their students. *Anbar University Journal for the Humanities*, 2, 371-390. [In Arabic]
- Hoffmann, D., Mussolin, C., Martin, R., & Schiltz, C. (2014). The impact of mathematical proficiency on the number-space association. *PLoS one*, 9(1), e85048.
- Jocelyn, B. C., & Nadya, F. S. (2015). *Learning proficiency-based teaching and presentation*. <https://www.youtube.com/watch?v=rBxPd85Co>
- Khairani, A. Z., & Nordin, S. M. (2011). The development and construct validation of the Mathematics Proficiency Test for 14-year-old students. *Asia Pacific Journal of Educators and Education*, 26(1), 33–50.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National research council (Ed.). National Academy Press.
- Kim, S., & Davidenko, S. (2007). *Supporting mathematical proficiency through computational fluency: Assessing the impact of the E. nopi MATH exercises*. In D. Berlin & A. White (Eds.). Global issues, challenges, and opportunities to advance. International Consortium for Research in Science and Mathematics Education. Columbus, OH: Ohio State University. http://www.enopiwaldwick.com/E_nopi_MATH_Pilot_Study.pdf
- MacGregor, D. (2013). *Academy of Math: Developing Mathematical Proficiency*. EPS Literacy and Intervention.
- McCoach, D. B., & Siegle, D. (2003). Factors that differentiate underachieving gifted students from high-achieving gifted students. *Gifted Child quarterly*, 47(2), 144-154.
- Mer'i, T. (2013). *Teaching Competencies of Teachers*. Dar Al-Furqan for Publishing and Distribution. [In Arabic]
- Nasir, R., & Lin, L. S. (2012). The relationship between self-concept and career awareness amongst students. *Asian Social Science*, 9(1), 193.
- National Assessment of Educational Progress. (2015). *Nation's Report Card*. Reston, VA: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Council.
- National Research Council, & Mathematics Learning Study Committee. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- National Research Council. (2001). *Helping Children Learn Mathematics by Mathematics Learning Study Committee*. J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell, eds. Washington, DC: National Academy Press.
- Obaida, N. (2017). The effectiveness of teaching model based on PISA activities in developing the components of mathematical proficiency and mathematical confidence for first year secondary students. *Studies in Curriculum and Teaching Methods*, 219, 16-70. [In Arabic]
- Radwan, E. N. (2016). *The impact of an educational program based on mathematical proficiency on achievement and mathematical thinking among seventh grade students in Qalqilya governorate* [Unpublished master's thesis]. Islamic University. [In Arabic]
- Ravid, R., & Sullivan-Temple, K. (1992). *Enhancing self-concept development in preschool children*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association.
- Sabry, M. I. (2002). *The Arabic Encyclopedia of Educational Terms and Learning Technology*. Al-Roshd Library. [In Arabic]
- Sadiq, F. I. (2016). *The formation of professional self-concept for fifth and sixth graders: qualitative study* [Unpublished master's thesis]. Sultan Qaboos University. [In Arabic]
- Samuelsson, J. (2010). The impact of teaching approaches on students' mathematical proficiency in Sweden. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 5(2), 61-78
- Shakshak, A. (2007). *Self-Exploration*. Guest House for Publishing and Distribution. [In Arabic]
- Suh, J. M. (2007). Tying it all together: Classroom practices that promote mathematical proficiency for all students. *Teaching Children Mathematics*, 14(3), 163-169.