DOI: http://dx.doi.org/10.24200/jeps.vol13iss3pp576-591

تحديد ومعنى مجال ومدى الدوال الممثلة بيانياً لدى طلبة الصف الثاني عشر في دولة الكويت

أمل حسين العجمي*
جامعة الكويت، الكويت

استُلم بتاريخ: ٢٠١٩/٤/١ قُبل بتاريخ: ٢٠١٩/٥/٢٣

ملخص: هدفت الدراسة إلى التعرف على مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في تحديد المدى والمجال للدوال الممثلة بيانيا، كما هدفت إلى التعرف على معنى المجال والمدى وكيفية تحديدهما على التمثيل البياني، اقتصرت الدراسة على الدوال: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة. تكونت العينة من ٢١٦ طالباً وطالبة. واستخدم في جمع البيانات اختبار ومقابلة. وقد تبيّن من خلال النتائج تدني مستوى الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال الممثلة بيانياً، كما تبين وجود اختلاف دال إحصائياً بين أداء الطلبة عند تحديد المجال وعند تحديد المدى لصالح المجال، كما أشارت النتائج إلى وجود اختلافات دالة إحصائياً بين أداء الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال كثيرات الحدود والدوال الأخرى وذلك لصالح الدوال كثيرات الحدود، والدوال المثلثية والدوال متعددة التعريف لصالح الدوال المثلثية. أوضحت نتائج المقابلات قصوراً لدى الطلبة في معنى المجال والمدى وممارسات خاطئة عند تحديدهما مثل: اعتبارمحور السينات كاملاً المجال، ومحور الصادات كاملاً المدى، والتركيز على نقاط تقاطع منحنى الدالة، ومحوري السينات، والصادات، واعتبار منحنى الدالة هو المجال أو المدى.

كلمات مفتاحية: الجبر، الدوال، المرحلة الثانوية، رياضيات، التمثيل البياني.

Twelfth Grade Kuwaiti Students' Identification of Domain and Range in Graphical Representation of Function and the Meaning they Ascribe to them

Amal H. Alajmi*
Kuwait University, Kuwait

Abstract: This research investigated twelfth grade students' performance in identification of domain and range of functions in a graphical representation. The study focused on four types of functions: polynomial, trigonometry, piecewise and discontinuous. The study also aimed to identify the meaning that students gave for the domain and range and how they identified them. To collect the data two instruments were used: a test and an interview. A sample of 216 students participated in the study. The results showed a low performance in identifying domain and range for functions in graphical representation. The T-test indicated a statistical difference in students' performance in domain and range in favor of domain. The results indicated a statistically significant difference in students' performance among the different types of function. Tukey test showed that the difference was in favor of polynomial against the other types of function. Also there was a significant difference between trigonometry and piecewise items in favor of trigonometry. The interviews revealed that students' meaning and common practices in identifying the domain and range reflected misunderstandings. Some of them highlighted that the domain is the x-axis and y-axis or the x-intercept and y- intercept. Others considered that the curve as the domain or the range.

Keywords: : Algebra, high school level, function, mathematics, graphical representation.

*alajmi.a@ku.edu.kw

الدالة من المفاهيم الرياضية الرئيسة في المرحلة الثانوية والجامعية (Eisenberg, 1992; Kalchman & Case, 1998). فهي تمثل جزءاً كبيراً من كتب الرياضيات في المرحلة الثانوية وفي المرحلة الجامعية فإن مفهوم الدالة هو العمود الأساسي لمقرر الحسبان الذي يعد مقرراً أساسياً في تخصص الرياضيات والتخصصات العلمية الأخرى كالهندسة، وهناك مدخلان لفهم ما هي الدالة، الأول الترابط correspondence والثاني التغاير covariation، في مدخل الترابط يركز على الارتباط بين كل عنصر في س مع عنصر وحيد في ص، أي أنها تربط بين عناصر المجموعتين س و ص من خلال علاقة محددة، وهنا العناصر في المجموعة ص تابعة للعناصر في المجموعة س وهذا المدخل يسهل فهم المجال والمدى، وأيضا إيجاد قوانين للعلاقات بين عناصر س وص (Selden & Selden, 1992)، أما مدخل التغاير فيركز على فهم كيف يتغير عنصر في مقابل تغير عنصر أخر، أي كيف تتغير هذه العناصر ككل، فهو يركز على تغير العناصر في المجموعة س المستقلة وكيف يصاحبه التغير في المجموعة التابعة ص، بمعنى آخر تركز على معدل التغير أي التغير في المجموعة س مصاحباً بالتغير في المجموعة ص، وفي هذا التغير يكون تفسيراً للظواهر الفيزيائية والتطبيقات المختلفة للدوال (Carlson & Oehrtman, 2005)، فالمدخل المتباين يساعد على فهم الدالة كعلاقة بين مجموعتين من العناصر المتغيرة بالمقارنة بمدخل الترابط الذي يركز على كون الدالة علاقة بين مجموعتين ينعكس التأثر في المجموعة س على عناصر ص، ومدخل التباين هو المدخل الذي تركز علية كتب الرياضيات المدرسية.

تناولت الكثير من الدراسات مفهوم الدالة لدى الطلبة في المرحلة الثانوية والجامعية، ولقد تبين من خلال هذه الدراسات أن مفهوم الدالة يمثل تحدي للطلبة وأنهم يواجهون صعوبات متعددة في فهم الدوال ويرجع المتخصصون في مجال مناهج وتدريس الرياضيات أن الصعوبات التي تواجة المتعلمين مع مفهوم الدالة ترجع إلى تعدد أنواع الدوال مثل كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والنسبية والمثلثية، وكذلك تمثيل الدوال بصور مختلفة مثل الجبرية والبيانية والجداول والمخطط السهمي والموقف الحياتي مما يحتاج معه المتعلم إلى ادراك هذه الأنواع والتمثيلات والمميزات لكل منها وأيضا الربط بينها واختيار الأنسب منها لحل المشكلات الرياضية (Even, 1998; Knuth, 2000a; NCTM, 2000; Pesek & Kirshner, 2000; Van Dyke & White, 2004)

ونظرا لتعدد أنواع الدوال فإن الطلبة يواجهون تحدياً في تحديد ما إذا كان العلاقة المعروضة تمثل دالة أم لا، وأكد الباحثون أنه يمكن إرجاع الخلل لعدم مقدرة الطلبة على تحديد عناصر الدالة وهي المجال والمدى والعلاقة بينهم (Tall & Bakar, 1991; Van Dyke & White, 2004) وأيضا يواجه الطلبة صعوبة في التعامل مع الصور المختلفة للدالة، ولقد أوضحت كانت (Knuth, 2000a) أن كثيراً من الطلاب يتجاوز الثانوية وهولا يعي معنى الصور المختلفة للدالة، ولكن الطلبة يميلون إلى استخدام الصورة الجبرية للدالة ويشعرون بالثقة أثناء استخدامها والتعامل معها أكثر من الصور الأخرى، ولقد أرجع الباحثون ذلك إلى إن كتب الرياضيات المدرسية تركز بشكل كبير على الصورة الجبرية للدوال والتعامل معها وتحديد المجال والمدى مما يؤدي إلى تركيز الطلبة على استخدام الجبر أكثر بكثير من التمثيل البياني والصور الأخرى للدالة (Herman, 2007; Knuth, 2000b; Van Dyke & White, 2004)

التمثيل البياني يقدم صورة مرئية للدالة وكيفية اقتران عناصر المجال بالمدى فهويساعد على فهم العلاقة بين المتغيرات في التمثيل البياني واستنتاج العلاقة بينها والتنبؤ بمسار هذا الرسم البياني، فالتمثيل البياني يعتبر أداة هامة للتعبير عن العلاقات بصورة بصرية وتوضح التغيرات بدون استخدام للكلمات وعلى الرغم من أهمية التمثيل البياني ، إلا أن الطلبة يواجهون صعوبات في قراءة وتفسير هذه التمثيلات البيانية (Berg & Smith, 1994; Dubinsky & Wilson, 2013; Leinhardt, Zaslavsky & Stein, 1990)

وعلى الرغم من أهمية التمثيل البياني للدوال إلا أن الدراسات التي ركزت على إدراك الطلبة لعناصر الدالة وهي المجال والمدى من خلال التمثيل البياني كانت قليلة (Cho, 2013)، فلقد أجرى عبدالله (Abdullah, 2010) دراسة على طلبة الثانوية في ماليزيا ركزت على الدوال ومعناها وتحديد نقاط على منحنى الدالة وتبين من خلال المقابلات مع الطلبة ضعفهم في تعريف الدوال ، وأيضا واجه الطلبة صعوبة في تحديد إحداثيات النقاط على منحنى الدالة، فالطلبة بشكل عام لم يتمكنوا من قراءة الإحداثي السيني والصورة التي يرتبط بها (س، ص).

أجرى مدلى ورامبرسيد (Mudaly & Rampersad, 2010) دراسة لاختبار مدى إدراك طلبة الصف الحادي عشر للتمثيل البياني للدالة، ركز خلالها الباحثان على الدوال التربيعية والنسبية والمثلثة وتبين من خلال المقابلات ضعف مستوى الطلبة في فهم المعاني التي يمكن رؤيتها من خلال التمثيل البياني مثل التزايد والتناقص والمجال والمدى، فقد أوضحت النتائج اعتماد الطلبة على الحسابات الجبرية لتفسير معانٍ بسيطة مرئية في التمثيل البياني وأيضا اعتقاد الطلبة بأن المجال هو جميع نقاط محور السينات والمدى هو جميع نقاط محور الصادات.

أجرى شوومورسو (Cho & Moore-Russo; 2014) دراسة على الطلبة الجامعين في السنة التمهيدية هدفت إلى معرفة مستوى الطلبة والاستراتيجيات التي يستخدمونها لإيجاد المجال والمدى ، جمع الباحثان البيانات من خلال اختبار ومقابلات وتبين أن المدى كان أصعب على هؤلاء الطلبة من المجال، وأيضا واجه الطلبة صعوبة أكبر في تحديد المجال والمدى للدوال متعددة التعريف، وتبين أن أهم الاستراتيجيات التي استخدمها الطلبة في إيجاد المجال هي عكس المنحنى البياني على محور السينات، ولإيجاد المدى هي عكس المنحني على محور الصادات، ومن الأخطاء الشائعة التي أوضحتها الدراسة اعتقاد الطلبة أن الرسم البياني ذي الخطوط الموازية لمحور السينات أي الدوال الثابتة لا يوجد لها مدى.

أجرى كل من شوونورس موروسو (Cho, Norris & Moore-Russo; 2017) دراسة ركزت على مدى مقدرة طلبة الجامعة على تحديد المجال والمدى لدوال ممثلة بيانياً ، بلغ عدد الطلبة ٢١٩ مسجلين في ثلاثة مقررات ، اثنان منها مقررات تمهيدية وهي: حل مشكلات في الجبر (Algebraic Problem Solving) ومقرر ما يسبق الحسبان (Pre-Calculus)، والثالث مقرر للسنة الأولى وهو حسبان أ (Calculus A)، وأوضحت نتائج الاختبار أن أداء الطلبة كان بشكل عام منخفضا، ولقد كان أداء الطلبة المسجلين في مقرر حسبان أ أفضل في تحديد المجال، أما في تحديد المدى لم يوجد أي اختلاف دال إحصائياً بين أداء الطلبة في المقررات الثلاثة، ولقد كان تحديد المجال والمدى للدوال متعددة التعريف هو الأصعب على الطلبة ، ولقد أوضح الباحثون عدداً من نقاط الضعف لدى الطلبة هي التركيز على نقاط معينة في الرسم البيان وتجاهل الرسم ككل، والتركيز على نقاط تقاطع منحنى الدالة

مع محور السينات أو الصادات، والخلط بين المجال والمدى ، وعدم القدرة على التمييز بين كيفية كتابة الفترات المفتوحة والمغلقة.

أجرى عزيز وكرنيش (Aziz & Kurniasih, 2019) دراسة على الطلبة المعلمين في برنامج الثانوي في إندونيسيا وشارك في الدراسة ٣٨ طالباً، استخدم الباحثان في الدراسة اختباراً ركزا فيه على المجال والمدى لدوال عرضت في صور متعددة منها بياني وجبري ومخطط سهمي، تبين من النتائج عدم مقدرة هؤلاء الطلبة المعلمين على تعريف المجال والمدى بشكل صحيح وضعفهم في فهم المجال والمدى للدوال في صورها المختلفة، وضعف قدرتهم على إيجاد المجال والمدى للدوال خاصة الدوال المثلثية.

وفي الوطن العربي أجريت القليل من الدراسات المتفرقة في مجال الدوال بشكل عام فقد أجرى سلامة (٢٠٠٢) دراسة تجريبية هدفت إلى معرفة تأثير المدخل البصري في تحصيل طلبة الثانوية العامة للدوال الحقيقة وخفض القلق الرياضي، تكونت عينة الدراسة من ١٥٢ طالباً وطالبة، وضع الطلبة في مجموعتين: التجريبية والضابطة، وتبين من خلال الدراسة تأثير النموذج البصري في تحصيل الطلبة وخفض القلق الرياضي لديهم.

وأجرى كذلك محمد (٢٠١٤) دراسة هدفت لمعرفة الصعوبات التي تواجه طلبة الصف الأول الثانوي في تعلم الدوال المثلثية ومهارات التواصل الرياضي اللازمة لمعالجة هذه الصعوبات، اشتملت عينة الدراسة على ٣٢ من معلمي وموجهي الرياضيات و١٠٠ من طلبة الثانوية العامة، استخدم خلالها الباحث استبانات ومقابلات طبقت على موجهي ومعلمي الرياضيات واختباراً تشخيصياً طبق على الطلبة، تبين من خلال النتائج وجود صعوبات لدى الطلبة من أهمها حل المعادلات المتعلقة بالدوال المثلثة والربط بين الدوال المثلثية ومقلوباتها وركز التصور العلاجي على اقتراح استخدام مهارات الاتصال وطرق تدريس متنوعة مثل التعلم التعاوني وأيضا استخدام وسائل تقويم مختلفة.

قام النذير (٢٠١٥) بدراسة على مستوى الطلبة المستجدين في جامعة الملك سعود في بعض المهارات الرياضية الهامة لطلبة الجامعة، وركزت الدراسة على ست مهارات منها الدوال العامة والأسية والمثلثة، اشترك في الدراسة ٩٠٠ طالب مسجلين في ثلاثة مسارات: الصحي والعلمي والهندسة، استخدم خلالها الباحث اختبار وتبين من خلال النتائج ضعف مستوى الطلبة في جميع المهارات بما فيها الدوال العامة والأسية والمثلثة.

تبين من خلال استعراض الدراسات السابقة قلة الدراسات التي تناولت الدوال في الوطن العربي في مجال الدوال وأن الدراسات التي أجريت على الدوال ركزت على تدريس نوع معين من الدوال مثل الدوال الحقيقية في دراسة سلامة (٢٠٠٢) أو صعوبات تعلم الدوال المثلثية (محمد، ٢٠١٤) أو أتت الدوال بشكل جزئي من مهارات رياضية أخرى (النذير، ١٠١٥)، لذلك أتت هذه الدراسة لتركز على التمثيل البياني للدوال ومدى إدراك الطلبة لعنصرين أساسين لمفهوم الدالة وهما المجال والمدى للدوال في تمثيلها البياني، ولقد شملت الدراسة على الدوال التي تركز عليها الكتب المدرسية في دولة الكويت، حيث أن كتب الرياضيات المدرسية في الكويت تبدأ بالدوال كثيرات الحدود من المرحلة المتوسطة وتتوسع فيها في المرحلة الثانوية حيث تتناول الدوال التربيعية والتكعيبية، والدوال المثلثية في الصف العاشر، والدوال متعددة التعريف وغير المتصلة فتبدأ مع بداية الصف الثاني عشر لذلك اشتملت الدراسة على الدال: كثيرات الحدود والمثلثية ومتعددة التعريف وغير المتصلة.

مشكلة الدراسة

على الرغم من أهمية مفهوم الدوال الرياضية في المرحلة الثانوية والجامعية (Even, 1998; Knuth, 2000a) ، فمن واقع خبرة الباحثة فقد لاحظت وجود شكاوى من قبل المعلمين في المدارس الثانوية من ضعف مستوى الطلبة في مفهوم الدوال، وأيضا على مستوى الدراسة الجامعية فإن الأساتذة يؤكدون على ضعف مخرجات الثانوية العامة في مفهوم الدوال مما يؤثر على مستوى الطلبة عند دراسة مقررات الحسبان (Calculus)، ولكن لا توجد أي دراسات على مستوى دولة الكويت في مفهوم الدوال لدى الطلبة، لذلك فإن رصد مستوى الطلبة في الدوال خطوة هامة للتعرف على مستواهم ومن ثمة تحسينه ، ويرجع الباحثون ضعف الطلبة في مفهوم الدوال إلى عدم إدراك عناصر الدالة الأساسية وهي المجال والمدى (Tall & Bakar, 1991; Van Dyke & White , 2004)، لذلك فإن هذه الدراسة تبحث في العناصر الأساسية لمفهوم الدالة وهي: المجال والمدى للدوال الممثلة بيانيا من خلال:

أسئلة الدراسة

١. **ما مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في دولة الكويت في تحديد المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً؟**
٢. **ما دلالة الفروق في مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في تحديد كل من المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً؟**
٣. **ما دلالة الفروق في مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في تحديد المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً حسب نوع الداله: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة؟**
٤. **ما معنى المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً من وجهة نظر طلبة الصف الثاني عشر؟**
٥. **كيف يحدد طلبة الصف الثاني عشر المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً؟**

أهداف الدراسة

مفهوم الدوال من المفاهيم الهامة في المرحلة الثانوية والجامعية، وتحديد المجال والمدى من العناصر الأساسية لهذا المفهوم، ولذلك هدفت الدراسة (من خلال الإجابة على أسئلة الدراسة) إلى التعرف على مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في إيجاد المجال والمدى لدوال ممثلة بيانيا ومعني المجال والمدى لديهم وكيفية تحديدها على الرسم البياني للوقوف على الأخطاء التي يمكن أن يقعوا فيها عند تحديد المجال والمدى.

أهمية الدراسة

يستمد البحث أهميته من أهمية مفهوم الدالة في الرياضيات والعلوم الأخرى ، فمفهوم الدالة مفهوم أساسي في المرحلة الثانوية والجامعية فهو هدف هام من أهداف تعليم الرياضيات في المرحلة الثانوية والوقوف على مستوى أداء الطلبة في إيجاد المجال والمدى للدوال الممثلة بيانياً يمكن أن يشير إلى وجود قوة أو خلل في مستوى الطلبة ومن ثم وضع برامج لتطوير مستواهم وبالتالي يسهم في تطوير مستوى الطلبة في فهم الدوال مما سيكون له أثر في دراستهم الجامعية.

إثراء البحث في مجال الدوال حيث تبين من خلال استعراض الدراسات السابقة ندرة الأبحاث التي أجريت في هذا المجال في الوطن العربي، فهذا البحث من الممكن أن يستثير البحث العلمي في موضوع الدوال ويدفع إلى إجراء دراسات متعددة فيه.

حدود الدراسة: تتحدّد نتائج الدراسة بما يلي:

حدود موضوعية: اقتصرت الدراسة على أربعة أنواع من الدوال: كثيرات الحدود، ومتعددة التعريف، والمثلثية، وغير المتصلة.

حدود بشرية: اقتصرت الدراسة على الطلبة الكويتيين في الصف الثاني عشر من القسم العلمي في المدارس الحكومية.

مصطلحات الدراسة

الدالة: هي علاقة بين مجموعتين حيث يرتبط كل عنصر في المجموعة الأولى (المجال) بصورة وحيدة في المجموعة الثانية (المجال المقابل).

المجال: جميع عناصر المجموعة س (العناصر المستقلة) التي تكون الدالة معرفة عليها ، أي أنها تحقق الدالة، وفي التمثيل البياني للدالة يكون المجال جميع إحداثيات محور السينات التى استخدمت في النقاط على منحنى الدالة ، أي هي اسقاط منحنى الدالة على محور السينات (Bittinger, Ellenbogen, & Johnson, 2010, p.245)

المدى: هوجميع صور عناصر المجال (العناصر التابعة)، أي التي ارتبطت بها عناصر المجموعة س، وهي مجموعة جزئية من المجال المقابل (المجموعة ص)، وفي التمثيل البياني للدالة يكون المدى جميع احداثيات محور الصادات التي اسخدمت على منحنى الدالة، أي هو اسقاط منحنى الدالة على محور الصادات. (Bittinger, Ellenbogen, & Johnson, 2010, p.245)

إجراءات الدراسة

مجتمع الدراسة وعينتها

تكوّن مجتمع الدراسة من طلبة الصف الثاني عشر الكويتيين في المدارس الحكومية والبالغ عددهم ١٣٧٥١ طالباً وطالبة (كونا، ٢٠١٨) ، ولقد تمّ اختيار ثلاث مناطق تعليمية بطريقة عشوائية للمشاركة في الدراسة، ومن هذه المناطق التعليمية تمّ اختيار مدرسة للبنات وأخرى للبنين بطريقة عشوائية للمشاركة في الدراسة، ومن كل مدرسة من هذه المدارس تمّ اختيار فصلين دراسيين للمشاركة في الدراسة، ولقد بلغ عدد الطلبة المشاركين ٢١٦ طالباً وطالبة: ١٠٧ منهم طالبات و١٠٩ طلبة.

أدوات الدراسة

استخدمت الباحثة أداتين لجمع البيانات للإجابة عن أسئلة الدراسة وهي: اختبار ومقابلة.

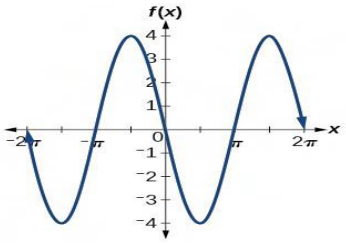
الاختبار

أولاً : إعداد الاختبار في صورته الأولية

تمّ تصميم الاختبار لجمع البيانات اللازمة للإجابة عن الأسئلة الخاصة بأداء الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال الرياضية، والاختبار من النوع الموضوعي حيث وضعت الرسم البياني للدالة وتلا كل رسم بياني سؤالين واحد لتحديد المجال والثاني لتحديد المدى ولكل سؤال خمس اختيارات يحدد من بينها الطالب الإجابة الصحيحة.

ثانياً : التحقق من صدق الاختبار

بعد تصميم الاختبار تمّ عرضه في صورته الأولية على محكّمين مختصين في قسم الرياضيات بكلية العلوم جامعة الكويت، وتمّ توضيح الهدف من الاختبار، والمستوى الدراسي لأفراد العينة، وطلب منهم إبداء آرائهمّ حول مناسبة بنود الاختبار للأهداف التي وضع من أجلها ، ومدى مناسبة بنود الاختبار لأفراد عينة البحث، ولقد تمّ الأخذ بتوجيهات المحكّمين، وشمل الاختبار في صورية النهائية، على أربعة رسوم بيانية لكل نوع من أنواع الدوال موضع الدراسة يلي كل رسم بياني سؤال لتحديد المجال وأخر للمدى، أي أن مجموع البنود ٣٢ بند، شكل ١ أحد التمثيلات البيانية الواردة في الاختبار.



١) المجال للداله هو	٢) مدى الداله هو
a) $(-\infty,\infty)$	a) $(-\infty , \infty)$
b) $[-4,4]$	b) $[-4, 4]$
c) $\{-2\pi, 2\pi\}$	c) $\{-2\pi, 2\pi\}$
d) $(-2\pi, 2\pi)$	d) $(-2\pi, 2\pi)$
e) $[0,4]$	e) $[0,4]$

شكل ١

أحد بنود الاختبار للدوال المثلثية

ثالثاً : تجريب الاختبار استطلاعياً

ويهدف هذا التطبيق الاستطلاعي إلى حساب ثبات الاختبار ومدى وضوح البنود للطلبة والوقت اللازم لأداء الاختبار. قامت الباحثة بتطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من ٢٣ طالبة بواقع حصة دراسية، وتبين من خلال التطبيق أن بنود الاختبار كانت واضحة للطالبات وأن زمن الحصة المدرسية ٤٥ دقيقة كان مناسباً لتطبيق الاختبار.

تمّ حساب ثبات الاختبار بطريقة إعادة الاختبار (Test retest)، فقد تمّ حساب نتائج التطبيق الأولي على العينة العشوائية والبالغ عددها ٢٣ طالبة، وبعد ثلاث أسابيع تمت إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة، وتمّ حساب معامل الارتباط بين نتائج التطبيقين، وبلغ معامل الارتباط ٠.٧٧، وهذا مستوى ثبات مقبول يمكن معه تطبيق الاختبار.

المقابلة

أولاً: إعداد المقابلة

احتوت المقابلة على محورين الأول معنى المجال والمدى للدالة والثاني تحديد المجال والمدى على التمثيل البياني للدالة حيث احتوى هذا المحور على تمثيل بياني للدوال وطلب من الطلبة تحديد المجال باللون الأحمر والمدى باللون الأخضر.

ثانياً: التحقق من صدق المقابلة

بعد تصميم المقابلة تمّ عرضها في صورتها الأولية على محكمين مختصين في قسم الرياضيات بكلية العلوم بجامعة الكويت، وتمّ توضيح الهدف من المقابلة ومحوريها، والمستوى الدراسي لأفراد العينة، وطلب منهم إبداء آرائهم حول مناسبة البنود: للمحاور وللأهداف التي وضع من أجلها وأفراد عينة البحث، ولقد تمّ الأخذ بتوجيهات المحكمين في وضع المقابلة في صورتها النهائية التي اشتملت على أربعة تمثيلات بيانية، بواقع تمثيل بياني لكل نوع من أنواع الدوال موضوع الدراسة.

ثالثاً: تجريب المقابلة استطلاعياً

ويهدف هذا التطبيق الاستطلاعي إلى التعرف على استجابة الطلبة لمثل هذه المقابلة وحساب الزمن المستغرق للمقابلة، أجريت المقابلات بعد تطبيق الاختبار الاستطلاعي مع ثلاث طالبات ، وتمت إجراء المقابلات بواسطة الباحثة، ولقد تمّ توضيح الهدف من المقابلة وهو التعرف على معنى المجال والمدى للدالة وتحديدها على الرسم البياني، ولقد استغرقت المقابلة الواحدة حوالي ١٥ دقيقة.

تطبيق أدوات الدراسة

في جميع الفصول الدراسية المشاركة في هذه الدراسة تمّ توضيح أهداف الدراسة، وتمّ التطبيق على النحو التالي:

أولاً: تمّ تطبيق اختبار المجال والمدى للدوال ولقد استغرقت حوالي ٤٥ دقيقة، ثانياً: بعد تطبيق الاختبار تمّ اختيار ٣ إلى ٤ من الطلبة من كل فصل بطريقة عشوائية، وقد بلغ عدد الطلبة المشاركين في المقابلة ١٩ طالباً و٢٢ طالبة أي ٤١ طالباً

وطالبة، ولقد استغرقت المقابلة الواحدة حوالي ١٥ دقيقة.

المعالجات الإحصائية

تمّ استخدام التحليل الكمي والكيفي للإجابة على أسئلة الدراسة، حيث استخدم التحليل الكمي للإجابة على الأسئلة المتعلقة بأداء الطلبة في المجال والمدى للدوال الممثلة بيانياً، فقد استخدمت الباحثة حزمة التحليل الإحصائي (SPSS) في حساب النسب، ومقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت واختبار ت T-test وفاء F-test لدلالة الفروق بين المتوسطات. واستخدمت الباحثة التحليل الكيفي للإجابة على السؤال المتعلق بمعنى المجال والمدى للدالة وكيفية تحديدها على الرسم البياني

نتائج الدراسة

الإجابة عن السؤال الأول

نص السؤال الأول على: "ما مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في دولة الكويت في تحديد المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً؟" وللإجابة عن هذا السؤال فقد استخدمت الباحثة التحليل الكمي المتمثل في مقاييس النزعة المركزية والتشتت والنسبة المؤدية للمتوسط وجدول ١ يوضح النتائج، حيث تبين أن مقاييس النزعة المركزية تمركز درجات الطلبة حول متوسطها الحسابي وهو ٨.٢٥، وبلغ الانحراف المعياري ٣.٦٨ أي أن درجات الطلبة في معظمها تراوحت تقريبا بين ٥ و١٢ درجة من أصل ٣٢ درجة للاختبار، وبلغة النسبة المؤدية لمتوسط الدرجات ٢٥.٧% وهذه نسبة منخفضة.

ولقد بلغ معامل الالتواء ١.٢ أكبر من ١ مما يدل على أن توزيع مجموع درجات الطلبة ملتوى التواء موجب شديد، أي أن درجات الطلبة كانت في جهة المنخفضة.

الإجابة عن السؤال الثاني

نص السؤال الثاني على: "ما دلالة الفروق في مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في تحديد كل من المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً ؟" تكون اختبار الدوال من ٣٢ بند : ١٦ للمجال و١٦ للمدى، وللإجابة على هذا السؤال فقد تم إجراء اختبار (ت لعينتين مرتبطتين) (Paired T-test) للفرق بين أداء الطلبة في للبنود المخصص للمجال

والبنود المخصص للمدى، وجدول ٢ يوضح متوسط الدرجات والانحراف المعياري وبيان الفروق ودلالتها الإحصائية بين أداء الطلبة في البنود المخصصة للمجال والبنود المخصص للمدى

جدول ١

مقاييس النزعة المركزية والتشتت والنسبة المؤية لمتوسط أداء الطلبة في الاختبار

الدرجة الكلية	مقاييس النزعة المركزية			النسبة المؤية لمتوسط	مقاييس التشتت	
للاختبار	متوسط	وسيط	منوال	الدرجات	الانحراف المعياري	المدى
٣٢	٨.٢٥	٨	٧	٢٥.٧	٣.٦٨	٢٨

جدول ٢

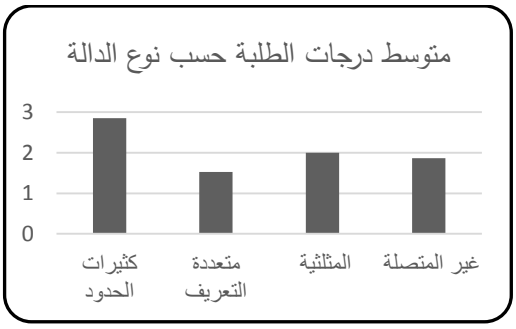
متوسط الدرجات والانحراف المعياري وبيان الفروق ودلالتها الإحصائية بين أداء الطلبة في البنود المخصصة للمجال والبنود المخصص للمدى

بنود الاختبار	عدد الطلبة	متوسط الدرجات	أعلى درجة	أقل درجة	الانحراف المعياري	درجات الحرية	قيمة ت	مستوى الدلالة
المجال	٢١٦	٤.٦٠	١٤	٠	٢.٣٨	٢١٥	٥.٣٨	٠.٠٠٠*
المدى	٢١٦	٣.٦٥	١٤	٠	٢.١٠			

وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى ٠.٠٥ بين أداء الطلبة في بنود المجال وبنود المدى لصالح البنود المخصص للمجال، فقد كان متوسط درجات الطلبة في البنود المخصصة للمجال ٤.٦ مقابل ٣.٦٥ درجة للبنود المخصص للمدى.

الإجابة عن السؤال الثالث

نص السؤال الثالث على: "ما دلالة الفروق في مستوى أداء طلبة الصف الثاني عشر في تحديد المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً حسب نوع الدالة: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة؟" احتوى اختبار الدوال على ٣٢ بند، ثمانية بنود لكل نوع من أنواع الدوال: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة، شكل ٢ يوضح المتوسطات لأداء الطلبة في إيجاد المجال والمدى لكل نوع من هذه الدوال، ويتضح أن أداء الطلبة في البنود المتعلقة بالدوال كثيرات الحدود كان الأعلى، وعلى الرغم من أن أداء الطلبة كان منخفضا في جميع أنواع الدوال إلا أن متوسط أدائهم في الدوال كثيرات الحدود كانت الأعلى حيث بلغ ٢.٨٥ من ثمان درجات، أي تقريبا ثلث الدرجة تقريبا، يلي الدوال كثيرات الحدود على الترتيب البنود المتعلقة بالدوال المثلثية ثم الدوال غير المتصلة ثم الدوال متعددة التعريف.



شكل ٢

متوسط درجات الطلبة حسب نوع الدالة

ولمعرفة فيما إذا كان الاختلاف في متوسط درجات الطلبة دال احصائياً تمّ إجراء اختبار تحليل التباين ويتضح من جدول ٣ وجود فروق دالة إحصائياً بين متوسط أداء الطلبة في اختبار المجال والمدى للدوال حسب أنواع الدوال: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة. للتعرف على اتجاه الفروق تمّ تطبيق اختبار توكي وجدول ٤ يوضح نتائج اختبار توكي للمقارنات البعدية للفرق بين متوسطات أداء الطلبة في إيجاد المجال والمدى للدوال: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية

جدول ٣

نتائج تحليل التباين لدلالة الفروق في أداء الطلبة في اختبار المجال والمدى حسب أنواع الدوال : كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	مستوى الدلاله
بين المجموعات	٢٠٦.٧٤	٣	٦٨.٩١	٤١.٤٨	٠.٠٠٠
داخل المجموعات	١٨٠٢.٧٥	٨٦٠			
بين الأفراد	٧٣١.٢٥	٢١٥			
الخطأ	١٠٧١.٥١	٦٤٥	١.٦٦		
المجموع	٢٠٠٩.٤٩٩	٨٦٣			

دول ٤

نتائج توكي لمقارنات الفروق بين متوسطات أداء الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة

أنواع الدوال	كثيرات الحدود	متعددة التعريف	المثلثية	غير المتصلة
كثيرات الحدود		١.٣٣*	٠.٨٦*	٠.٩٩*
متعددة التعريف	١.٣٣- *		٠.٤٧-*	٠.٣٤
المثلثية	٠.٨٦- *	٠.٤٧*		٠.١٣
غير المتصلة	٠.٩٩- *	٠.٣٤-	٠.١٣-	

وغير المتصلة، يتضح من خلال النتائج وجود فروق دلالة إحصائية بين متوسط أداء الطلبة في البنود المتعلقة بالدوال كثيرات الحدود ومتوسط الأداء للدوال متعددة التعريف والمثلثية وغير متصلة لصالح الدوال كثيرات الحدود، وأيضاً وجود فروق دالة إحصائياً بين متوسط أداء الطلبة في البنود المتعلقة بالدوال المثلثية والدوال متعددة التعريف لصالح الدوال المثلثية.

للإجابة عن السؤال الرابع

نص السؤال الرابع على: "ما معنى المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً من وجهة نظر طلبة الصف الثاني عشر؟" من خلال تحليل نتائج المقابلات التي أجريت مع ٤١ طالباً وطالبة تبين أن معنى المجال والمدى لدى هؤلاء الطلبة يندرج تحت أربع مجموعات: الأولى احتوت على ثلاثة من الطلبة ذكروا تعريف كامل للمجال والمدى للدالة الممثلة بيانيا، المجموعة الثانية تكونت من ١٧ طالباً ذكروا تعريفا جزئياً، وهم يشكلون تقريبا نصف عدد الطلبة ولقد انقسم الطلبة في هذه المجموعة إلى قسمين قسم ذكر أن المجال "هومحور السينات"، والمدى "محور الصادات"، والقسم الثاني ركز على ذكر المجموعة "المجال هوعناصر المجوعة س"، المدى" المجموعة ص"، المجموعة الثالثة شملت تقريبا ثلث الطلبة وذكروا تعاريف غير صحيحة مثل المجال هو "نقاط التقاطع مع محور السينات" والمدى هو "نقاط التقاطع مع محور الصادات"، المجموعة الرابعة قالوا لا نعلم، جدول ٥ يوضح المجموعات وعدد الطلبة في كل مجموعة مع نماذج من إجاباتهم.

جدول ٥

تصنيف تعريفات الطلبة للمجال والمدى ونسبها المؤية

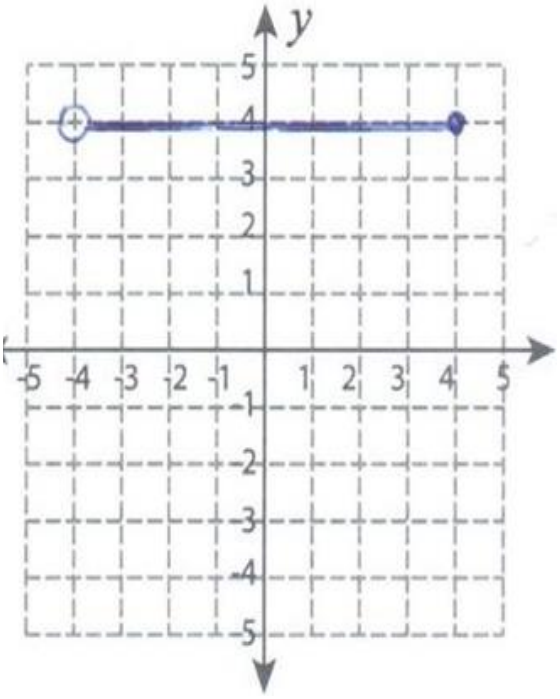
المجموعات	عدد الطلبة	النسبة المؤية
تعريف سليم	٣	٧.٣
تعريف جزئي		
محور السينات ، محور الصادات	١٣	٣١.٧
قيم س ، قيم ص	٤	٩.٧
تعريفات خاطئة	١٤	٣٤.٢
نقاط التقاطع مع محور السينات،		
نقاط التقاطع مع محور الصادات		
محور السينات من اليمين إلى اليسار		
محور الصادات من أعلى إلى أسفل		
أعلى قيمة		
من بداية منحنى الدالة إلى نهايتها		
لا أعلم	٧	١٧.١
المجموع	٤١	١٠٠

للإجابة عن السؤال الخامس

نص السؤال الخامس على: "كيف يحدد طلبة الصف الثاني عشر المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً؟" في المقابلة عرض على الطلبة أربعة رسوم بيانية، واحدة لكل نوع من أنواع الدوال موضوع الدراسة: كثيرات الحدود ومتعددة التعريف والمثلثية وغير المتصلة، طلب من الطلبة تحديد المجال لهذه الدوال باللون الأحمر وتحديد المدى باللون الأخضر. ويتبين من خلال تحليل استجابات الطلبة ست مجموعات لتحديد الطلبة للمجال والمدى، جدول ٦ يوضح تحديد الطلبة للمجال والمدى لكل نوع من الدوال ونسبها.

المجموعة الأولى التحديدات الصحيحة. بلغت نسبة التحديدات الصحيحة ١١%. وتجدر الإشارة هنا إلى أن ارتفاع عدد الطلبة الذين حددوا مدى الدالة الثابتة وهي مثال للدوال كثيرات الحدود بطريقة صحيحة جاء بالصدفة، حيث حدد ثمان من هؤلاء الطلبة النقطة ٤ على محور الصادات لتكون المدى ولكنهم كانوا يركزون على تقاطع منحنى الدالة مع محور الصادات، وعلى الرغم من أن هذا المفهوم خاطئ

ولكن في هذا الرسم البياني أدى إلى تحديد سليم شكل ٣.



شكل ٣
بند الدالة الثابتة في المقابلة

لمجموعة الثانية المحاور. ركز الطلبة في هذه المجموعة على محور السينات والصادات وبلغت نسبة الاستجابات ٣١.١%، ولكنهم ارتكبوا خمسة أخطاء عند التعامل مع المحاور وهي: أ) تحديد محور السينات أو الصادات بالكامل دون النظر إلى العناصر التي تمثل مجال الدالة أو مداها، ولقد قام بعضهم بتحديد محور السينات للمدى ، ب) تحديد جزء من المحور مثل الجهة الموجبة أو السالبة ليكون مجالاً للدالة أو مداها، ج) تحديد المحور بفترة مغلقة وتجاهل إشارة السهم (←) ويضع بدل منها نقطة وهذا يدل على عدم الوعي بمعنى إشارة السهم، د) تحديد نقاط على أحد المحورين للمجال أوللمدى ،

ولقد قام بعض الطلبة بتحديد المدى بنقاط على محور السينات وهذا يدل على عدم الوعي بمعنى المدى والمجال، وتحديد نقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور السينات والصادات، وكانت الغالبية العظمى هي تحديد المدى بنقاط تقاطع المنحنى مع محور الصادات.

المجموعة الثالثة منحنى الدالة. ركز الطلبة في هذه المجموعة على منحنى الدالة، ولقد بلغت نسبة الاستجابات في هذه المجموعة ٣٥.١%، واشتملت هذه المجموعة على أربعة أنواع من التحديدات أ) تحديد المنحى بالكامل كمجال للدالة وكان هذا التحديد هو االأكثر شيوعا بين الطلبة، ب) حدد الطلبة جزءاً من المنحى ليكون مجالاً أو مدى الدال ،مثلاً تحديد الجزء الأعلى أو الأسفل، ج) تحديد المنحنى ولكن يتم التعامل مع بدايات المنحنى ونهاياته بالإغلاق ويتجاهل الطالب إشارة السهم (←) ويضع بدل منها نقطة أو يتجاهل الدائرة المفتوحة التي تدل على عدم وجود اقتران ووضع نقطة (شكل ٣).

المجموعة الرابعة المساحات. ظلّل الطلبة في هذه المجموعة مساحة من الرسم البياني للدلالة على المجال أو المدى ، مثال ذلك تظليل المساحة أعلى المنحنى أو أسفل منه.

المجموعة الخامسة لا يوجد مدى. أنكر أربع من الطلبة وجود مدى للدالة غير المتصلة.

المجموعة السادسة لا نعلم. كانت استجابات الطلبة في هذه المجموعة الأعلى وبلغت نسبتها ١٨.٣% وهي تشكل تقريبا خُمس استجابات الطلبة.

جدول ٦

يوضح كيفية تحديد المجال والمدى حسب أنواع الدوال ونسبها

مجموعات استجابات الطلبة	كثيرات الحدود		متعددة		مثلثية		غير متصلة		النسبة
	المجال	المدى	المجال	المدى	المجال	المدى	المجال	المدى	
١) صحيحة	٧	١٢	٢	٢	٧	٣	٣	٠	%١١
٢) المحاور									
أ) المحور كامل	٤	٢	٢	٢	–	–	٧	١	
س	–	٢	–	١	–	٤	–	٢	
ص									
ب) جزء من المحور									
س	–	–	١	–	٣	٤	٢	–	
ص	–	٣	–	١	–	–	–	–	
ج)تحويل المحور إلى فترة مغلقة									
س	١	–	٧	–	٧	٢	٢	٤	
ص	–	–	–	٥	–	–	–	٢	%٣١.١
د) نقاط على محور									
س	–	١	١	–	–	٢	١	٥	
ص	–	–	–	–	–	١	–	٤	
و) نقاطع تقاطع المنحنى مع المحور	–	–	١	١	–	٢	–	–	
س	–	–	–	٦	–	٦	–	–	
ص									
٣) المنحنى									
ا) منحنى كامل	١٧	٢	١٦	١	١٢	١	١٥	–	
ب) جزء من المنحنى	٢	٢	٢	٢	١	١	٣	٥	%٣٥.١
ج) منحنى ولكن أغلق وجعل منتهى	٤	١	٣	١	٢	–	–	١	
د) نقاط على المنحنى	١	٥	١	٩	٢	٢	١	–	
٤) مساحات	٢	٢	١	١	٢	٢	–	١	%٣.٣
٥) لا يوجد مدى		–		–		–		٤	%١.٢
٦) لا أعلم	٣	٩	٤	٩	٥	١١	٧	١٢	%١٨.٣
المجموع	٤١	٤١	٤١	٤١	٤١	٤١	٤١	٤١	%١٠٠

مناقشة النتائج

إن التمثيل البيانى يعطى صورة للدالة يمكن أن يرى المتعلم من خلالها المجال والمدى فلا يحتاج معها لإجراء عمليات حسابية لإيجادهم، ولكن أداء طلبة الصف الثاني عشر (عينة الدراسة) يدل على التحدي الذي يواجهه هؤلاء الطلبة في تحديد المجال والمدى لدوال رياضية ممثلة بيانياً، فقد فبلغ متوسط الدرجات في اختبار تحديد المجال والمدى ٨.٢٥ درجة من أصل ٣٢ درجة للاختبار، وبلغت النسبة المؤية لمتوسط الدرجات ٢٥,٧%، أي حصل الطلبة على ربع درجة الاختبار تقريبا ، وهذا الانخفاض في الأداء قد رصدته الدراسات العالمية السابقة (Aziz & Kurniasih, 2019; Cho & Moore-Russo, 2014; Cho, Norris & Moore-Russo,2017; Özkan & Ünal, 2009)

ودلت النتائج على وجود اختلاف دال إحصائياً بين أداء الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال كثيرات الحدود والدوال الأخرى: متعددة التعريف والمثلثية.

وغير المتصلة لصالح الدوال كثيرات الحدود، وربما يعود هذا الاختلاف إلى أن الدوال كثيرات الحدود تُدرس قبل الدوال الأخرى ، حيث بدأ تدريسها من المرحلة المتوسطة ، وبذلك فقد تكون لدى الطلبة خبرة أكثر في التعامل مع الدوال كثيرات الحدود خلال السنوات الدراسية وأيضاً أوضحت النتائج وجود اختلاف دال إحصائياً بين أداء الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال المثلثية والدوال متعددة التعريف لصالح الدوال المثلثية، وربما يعود ذلك إلى أن الطلبة درسوا الدوال المثلثية من الصف العاشر أي لديهم خبرة أكثر في التعامل مع هذا النوع من الدوال. ولقد واجه الطلبة في هذه الدراسة تحدياً كبيراً في تحديد المجال والمدى للدوال متعددة التعريف ، فقد كان متوسط أدائهم في البنود الخاصة بالدوال متعددة التعريف الأقل، وهذا يتفق مع ما أوضحته الدراسات السابقة من صعوبة هذا النوع من الدوال بالنسبة للطلبة (Cho & Moore-Russo; 2014).

تبين نتائج اختبارات دلالة الفروق وجود اختلاف دال احصائياً بين أداء الطلبة عند تحديد المجال وعند تحديد المدى لصالح المجال، وهذا يتفق مع ما توصل إلية كل من شوومورووسو في دراستهما أن إيجاد المدى أصعب على الطلبة من إيجاد المجال (Cho & Moore-Russo; 2014; Van Dyke & White, 2004)، وربما يعود ذلك لتركيز الكتب المدرسية على إيجاد المجال أكثر من المدى.

تبين من خلال نتائج المقابلات ضعف مقدرة الطلبة على تعريف المجال والمدى، وهذا الضعف في المقدرة على التعريف يتفق مع ما توصلت عليه دراسة عزيز وكرنيش (Abdullah, 2010; Aziz, & Kurniasih, 2019)، ولقد عرف مجموعة من الطلبة المجال بأنه محور السينات كاملاً ومحور الصادات كاملاً هوالمدى، وأثناء تحديد المجال والمدى للدوال المعروضة في المقابلة طبق الطلبة هذا الاعتقاد الخاطئ ، وهذا الخطأ يتفق مع ما كتبه الباحثان مدلي ورامبرسيد (Mudaly & Rampersad, 2010) من أن الطلبة لديهم اعتقاد بأن المجال هو جميع نقاط محور السينات والمدى هو جميع نقاط محور الصادات.

ومجموعة أخرى عرفت المجال على أنه نقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور السينات والمدى بأنه نقاط تقاطع المنحنى مع محور الصادات واستخدم هذا التعريف عند تحديد المجال والمدى للدوال. وأيضا ركز الطلبة على بعض النقاط على المحاور أو منحنى الدالة وهذا قد ذكرة كل من شوونورس موروسو (Cho, Norris, & Moore-Russo, 2017) من تجاهل الطلبة للرسم ككل والتركيز على بعض النقاط، وأيضا تبين من خلال المقابلة أن الطلبة لا يجيدون قراءة التمثيل البياني، فقد قام الكثير منهم بتحديد منحنى الدالة وهو نقاط اقتران عناصر المجال بالمدى ليكون مجالاً أو مدى الدالة وأيضا لم يستطع الكثير منهم معرفة معنى إشارة السهم (←) على المحاور أومنحنى الدالة ووضعوا بدل منها نقطة وهذا الضعف في قرأت التمثيل البياني يتفق مع الدراسات السابقة (Cho, Norris & Moore-Russo, 2017).

اعتبر بعض الطلبة أن المدى غير موجود في حاله الدالة غير المتصلة ، وهذا لا يمكن حيث أن المدى من عناصر الدالة الأساسية، ولا يوجد دالة من غير مدى ، وانكار وجود المدى يتفق مع ما توصلت إلية الدراسات (Cho & Moore-Russo; 2014) بأن بعض الطلبة في حال عدم معرفتهم للمدى ينكرون وجوده وهذا يدل على عدم إدراك مفهوم الدالة لدى الطلبة، وأيضا مجموعة كبيرة من الطلبة أقرت أنها لا تعلم وهذه الاستجابات من قبل الطلبة توضح ضعف شديد في مفهوم الدالة والتعامل مع التمثيل البياني.

التوصيات

نتائج الدراسة تدل على تدني مستوى الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال الممثلة بيانيا، لذلك تتضمن التوصيات محورين الأول يركز على تدريس المجال والمدى للطلبة والثاني على المعلمين وكيفية تدريس المجال والمدى للدوال الممثلة بيانيا

المحور الأول: على معلمي وموجهي الرياضيات

١. وضع أهداف محددة للتركيز على عناصر الدالة أثناء التدريس مثل تحديد المجال والمدى للدالة على الرسم البياني ، وأيضا التركيز على تنمية مهارة قراءة التمثيل البياني لدى الطلبة ووضع أهداف محددة لها مثل قراءة التمثيل البياني.

٢. يجب أن تتضمن اختبارات الرياضيات أسئلة عن تحديد المجال والمدى لدوال الممثلة بيانيا وقراءة التمثيل البياني للدوال.

المحور الثاني: يتعلق بالمعلمين أثناء الخدمة يجب توعية المعلمين أثناء الخدمة بأهمية الدوال الممثلة بيانيا وذلك من خلال برامج تدريبية خاصة بالدوال على أن تركز هذه البرامج على أهمية تدريب الطلبة على قراءة التمثيل البياني للدوال المختلفة وماذا يعنى المنحنى المرسوم في التمثيل البياني وتحديد المجال والمدى لكل نوع من الدوال وأيضا الأخطاء الشائعة عند الطلبة في تحديد المجال والمدى للدوال الممثلة بيانيا.

دراسات مستقبلية

- دراسة مدى معرفة طلبة المرحلة الثانوية المدى والمجال للتمثيلات المختلفة للدالة مثل الجبرية والجدولية والمخططات السهمية.
- دراسة تحليلية لكيفية عرض كتب الرياضيات للدوال والمجال والمدى.
- دراسة لآراء المعلمين في المشكلات التي تواجه الطلبة في دارسة الدوال واقتراحاتهم في كيفية التغلب على هذه المشكلات.
- دراسة تجريبية لاستخدام البرامج التكنولوجية في تدريس المجال والمدى للدوال ومدى تأثيرها في تحسين مستوى الطلبة.

المراجع
References

التربية الكويت: جاهزون لاستقبال الطلبة لأداء اختبارات الفترة الدراسية الأولى (١٠، ديسمبر، ٢٠١٨). تاريخ الاسترجاع١٠ مايو٢٠١٩ من :
https://www.kuna.net.kw/ArticleDetails.aspx?id=٢٧٦٣٧٨

النذير، محمد بن عبدالله بن عثمان، (٢٠١٥). مستوى تمكن الطلاب المستجدين بجامعة الملك سعود من المعرفة في الرياضيات الجامعية الأساسية ومستوياتها ".**مجلة تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات** مج١٨، ع٣: ١١٠ - ١٣٩.

سلامة، عبدالله السيد عزب، (٢٠٠٢). **استخدام المدخل البصري في تدريس الدوال الحقيقية وأثره على تخفيض قلق الرياضيات والتحصيل لدى طلاب التعليم الثانوي القسم العلمي: دراسة تجريبية.** في المؤتمر العلمي السنوي الثاني - البحث في تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات القاهرة: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات: ٢٥٨-٣٧١.

محمد، إيهاب السيد شحاتة، (٢٠١٤). "تصور علاجي مقترح قائم على مهارات التواصل الرياضي لعلاج صعوبات تعلم الدوال المثلثية لدى طلاب المرحلة الثانوية". **المجلة التربوية: جامعة سوهاج - كلية التربية.** ج٣٦: ٣٩ - ١٠٣.

Abdullah, S. A. S. (2010). Comprehending the concept of functions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *8*, 281-287.

Aziz, T. A., & Kurniasih, M. D. (2019). External Representation Flexibility of Domain and Range of Function. *Journal on Mathematics Education*, *10*(1), 143-156.

Berg, C. A., & Smith, P. (1994). Assessing students' abilities to construct and interpret line graphs: Disparities between multiple-choice and free-response instruments. *Science Education*, *78*(6), 527-554.

Bittinger, M. L., Ellenbogen, D. J., & Johnson, B. L. (2010). *Elementary and intermediate algebra: graphs and models* (4th ed.). Boston: Addison Wesley.

Carlson, M., & Oehrtman, M. (2005). Key aspects of knowing and learning the concept of function. *Research Sampler Series, 9, The Mathematical Association of America Notes Online*. http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_9.html

Cho, Y. D. (2013). *College Students' Understanding of the Domain and Range of Functions on Graphs*. Buffalo: State University of New York at Buffalo.

Cho, P., & Moore-Russo, D. (2014). How students come to understand the domain and range for the graphs of functions. *Proceedings of the Joint Meeting of the PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 2, pp. 281–288). Vancouver: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Cho, P., Norris, B., & Moore-Russo, D. (2017). A study of common student practices for determining the domain and range of graphs. *Investigations in Mathematics Learning*, *9*(4), 202-219.

Dubinsky, E., & Wilson, R. T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(1), 83-101.

Eisenberg, T. (1992). On the development of a sense for functions. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function. Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 153-174). The Mathematical Association of America.

Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17(1)*, 105-121.

Herman, M. (2007). What students choose to do and have to say about use of multiple representations in college algebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *26(1)*, 27-54.

Kalchman, M., & Case, R. (1998). Teaching mathematical functions in primary and middle school: An approach based on neo-Piagetian theory. *Sciatica pedagogical experimentalism*, *35*(1), 7-54.

Knuth, E. J. (2000a). Understanding connections between equations and graphs. *The Mathematics Teacher, 93*(1), 48-53.

Knuth, E. J. (2000b). Student understanding of the Cartesian Connection: An exploratory study. *Journal of Research in Mathematics Education*, *31*(4), 500-508.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, *60*(1), 1-64.

Mudaly, V., & Rampersad, R. (2010). The role of visualization in learners' conceptual understanding of graphical functional relationships. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *14*(1), 36-48.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Özkan, E. M., & Ünal, H. (2009). Misconception in Calculus-I: Engineering students' misconceptions

in the process of finding domain of functions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *1*(1), 1792-1796.

Pesek, D. D., & Kirshner, D. (2000). Interference of instrumental instruction in subsequent relational learning. *Journal for Research in Mathematics Education 31*(5), 524-540.

Selden, A., & Selden, J. (1992). Research perspectives on conceptions of function: Summary and overview. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 1–16). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Tall, D. & Bakar, M. (1991). Students' mental prototypes for functions and graphs. In *Proceedings of*

the conference of the international group for the psychology of mathematics education (pp. 104-111). Assisi: PME.

Van Dyke, F. & White, A. (2004). Examining students' reluctance to use graphs. *The Mathematics Teacher, 98*(2), 110-117.