УДК 51-74 DOI: 10.14529/ctcr210103

ГАРАНТИРОВАННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ВОЗМУЩЕНИЙ И ПОМЕХ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОТЫ ИНФОРМАЦИИ

Е.О. Подивилова, В.И. Ширяев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Рассматривается задача гарантированного оценивания состояния динамических систем в условиях неопределенности, когда известны только множества возможных значений возмущений и помех, а статистическая информация о них отсутствует или не может быть получена. Описан алгоритм полиэдральной аппроксимации информационных множеств, когда множества возможных значений возмущений и помех являются многогранниками. Алгоритм основан на неявном описании информационного множества системами линейных уравнений и неравенств и решении ряда задач линейного программирования. Рассмотрены методы повышения точности оценивания с помощью учета дополнительной информации о характере возмущений и помех. Описано гарантированное оценивание вектора состояния динамической системы, когда возмущения заданы в виде системы функций с неизвестными коэффициентами. В этом случае за счёт использования информации о том, что коэффициенты разложения являются постоянными, оценка вектора состояния получается точнее, чем в случае, когда возмущение известно с точностью до множества возможных значений. Приведен численный пример, демонстрирующий работу алгоритма. **Целью исследования** является разработка методов гарантированного оценивания состояния, возмущений и помех. **Методы исследования**. В работе использовались методы теории оптимизации, фильтрации, линейной алгебры, пакет прикладных программ MATLAB. **Результаты**. Описан метод гарантированного оценивания вектора состояния динамической системы с учётом дополнительной информации о характере возмущений. Описан метод полиэдральной аппроксимации информационных множеств, позволяющий получать гарантированную оценку вектора состояния, вектора возмущений и помех, а также множества прогнозов, что может быть использовано при разработке адаптивных алгоритмов оценивания и управления. Разработан алгоритм гарантированного оценивания вектора состояния системы и коэффициентов в разложении возмущения по системе заданных функций. **Заключение**. Приведен алгоритм полиэдральной аппроксимации информационных множеств, численный пример и анализ полученных оценок.

Ключевые слова: гарантированное оценивание, полиэдральная аппроксимация, информационное множество, эволюция множеств достижимости, оценка возмущений и помех.

Введение

Задача оценивания состояния, возмущений и помех возникает в системах управления летательными аппаратами, в навигационных системах, в автоматизированных системах управления технологическими процессами, в задаче динамических измерений и др. [1–9].

Движение динамической системы описывается линейным разностным уравнением

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \Gamma w_k + Bu_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \end{cases} \tag{1}$$

где x_k, w_k, y_k, v_k, u_k – векторы состояния системы, возмущения, измерения, ошибок измерений на k-м шаге соответственно; A, Γ, B, G, H – известные матрицы.

В каждый момент времени производится измерение вектора состояния y_k, по результатам которого осуществляется оценивание вектора состояния x_k, а затем вычисляется величина терминального управления u_k по результатам оценивания и в соответствии с заданным критерием.

При этом функционирование динамических систем производится в условиях неполноты информации, связанной с отсутствием информации о внешних возмущениях и помехах измерений, неточностью модели, неполными измерениями.

Выбор алгоритма оценивания зависит от характера возмущений w_k и помех v_k в системе. Для описания реальных процессов часто применяют стохастические модели, когда начальное состояние системы x_0, возмущения w_k и ошибки измерений v_k являются нормально распределёнными взаимно некоррелированными случайными величинами. Тогда широкое применение находит фильтр Калмана [10–13]. Однако для многих измерительных систем невозможно провести большое число испытаний, поэтому статистическая информация может отсутствовать или быть недостоверной, поэтому применение фильтра Калмана может быть не обосновано.

На практике большое значение имеют задачи оценивания и управления для динамических систем, функционирующих в статистически неопределённой среде [5, 14, 15]. Например, при управлении самолётом при посадке требуется, чтобы при любых допустимых возмущениях самолет не выкатился за кромку полосы, то есть самолёт не должен отклоняться от оси взлётно-посадочной полосы более чем на заданную величину [3]. Кроме того, задача гарантированного оценивания возникает при принятии решения о допуске к эксплуатации бесплатформенных инерциальных навигационных систем при скачках погрешностей датчиков угловой скорости или акселерометров на величину, превышающую допустимые вариации уровня шума. Гарантированное оценивание также требуется в задаче синтеза управления беспилотным летательным аппаратом при сближении с маневрирующей целью, когда необходимо, чтобы летательный аппарат попал в некоторую заданную область относительно маневрирующей цели.

Тогда предполагают, что возмущения и помехи являются неизвестными, но могут принимать произвольные значения из некоторых заданных выпуклых множеств:

$$x_0 \in X_0, \quad w_k \in W, \quad v_k \in V, \quad k = 0, 1, ..., N. \tag{2}$$

В этом случае требуется получить оценку в виде информационного множества $\bar{X}_k$, в котором гарантированно находится вектор состояния $x_k \in \bar{X}_k$ в каждый момент времени на основе модели объекта и измерений, т. е. построить множество возможных траекторий объекта [14, 16, 17]. Чем меньше получается информационное множество, тем точнее получается оценка. Построение информационных множеств выполняется следующим образом. Сначала вычисляется множество прогнозов вектора состояния x_k системы по результатам оценки на предыдущем шаге:

$$X_{k+1/k} = A\bar{X}_k + \Gamma W + Bu_k, \quad k = 0, 1, ..., N. \tag{3}$$

По результатам измерения y_{k+1} рассчитывается множество состояний, совместимых с измерением

$$X[y_{k+1}] = \left\{ x \in R^n \mid Gx + Hv = y_{k+1}, v \in V \right\}, \tag{4}$$

и затем в результате пересечения множества прогнозов и множества, совместимого с измерением, получаем информационное множество

$$\bar{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X[y_{k+1}], \quad k = 0, 1, ..., N. \tag{5}$$

Такой подход включает в себя выполнение операций суммы множеств в смысле Минковского, линейного преобразования и пересечения множеств. Однако построение информационных множеств является вычислительно сложной задачей для систем больших размерностей.

Разработанные алгоритмы гарантированного оценивания различаются в зависимости от способа описания множеств и алгоритмов выполнения операций над множествами. В работе Ф.К. Швеппе предлагается строить информационное множество в виде многомерного эллипсоида [18]. Также задача эллипсоидального оценивания была развита в работах Ф.Л. Черноусько, А.Б. Куржанского, Г.М. Бакана, Н.Н. Сальникова и др. [19–22]. В данных работах описана аппроксимация информационных множеств сверху эллипсоидами, однако в связи с этим происходит снижение точности.

В работах В.М. Кунцевича, М.М. Лычака, А.Ф. Шорикова предлагается использовать двойное описание многогранников набором вершин и уравнениями граней, что позволяет повысить точность оценивания, но требует преобразования в каждый момент времени множества вершин во множество граней и наоборот [9, 15].

В настоящее время активно развивается подход к описанию информационных множеств многогранниками заданной формы: в работах Е.К. Костоусовой, A. Vicino, G. Zappa предлагается описывать множества параллелотопами [23], в работах T. Alamo, E.F. Camacho – зонотопами [24]. Данный подход аналогично эллипсоидальному оцениванию основан на аппроксимации результатов операций суммы и пересечения множеств параллелотопами или зонотопами, поэтому в гарантированных оценках присутствуют потери за счет аппроксимации.

В работах А.В. Лотова, И.Г. Поспелова [25] рассмотрены численные алгоритмы построения множеств достижимости линейных динамических объектов, когда на начальное состояние и возмущение наложены ограничения в виде многогранников, описанных системами линейных неравенств. Построение множества достижимости сводится к нахождению фундаментальных решений системы неравенств или ортогональной проекции на основе метода исключения неизвестных. Данный метод требует больших вычислительных затрат, что не позволяет применять его в реальном времени. Тем не менее, использование линейных неравенств и множеств начинает находить большее распространение в задачах управления динамическими системами [13, 26].

Таким образом, проведённый обзор методов гарантированного оценивания показал, что применение известных аппроксимаций информационных множеств эллипсоидами, параллелотопами, зонотопами может приводить к потере точности оценок. Поэтому актуальной является задача гарантированного оценивания на основе аппроксимации информационных множеств выпуклыми многогранниками, что позволит повысить точность оценивания.

Иные подходы к решению задачи оценивания приведены в [13, 27, 28]. Работа продолжает исследования [29–35].

1. Постановка задачи

Для динамической системы, движение которой описано линейными разностными уравнениями:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \Gamma w_k + Bu_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \end{cases} \tag{6}$$

ограничения на начальное состояние, возмущения и помехи заданы многогранниками, описанными системами линейных неравенств:

$$\begin{aligned} & x_0 \in X_0 : A_{x_0} x_0 \le b_{x_0}, \\ & w_k \in W : A_w w_k \le b_w, \\ & v_k \in V : A_v v_k \le b_v, \quad k = 0, 1, ..., N-1. \end{aligned} \tag{7}$$

Система (6) является наблюдаемой и управляемой. Требуется построить гарантированную оценку вектора состояния x_k в виде многогранника, то есть построить многогранник X_k, аппроксимирующий информационное множество $\bar{X}_k$:

$$\bar{X}_k \subseteq X_k = \left\{ x \middle| A_{x_k} x \le b_{x_k} \right\}. \tag{8}$$

2. Метод полиэдральной аппроксимации информационного множества

Пусть в k-й момент времени имеется L измерений, $L = 1, ..., k$, то есть известны измерения $y_{k-L}, ..., y_k$, а векторы $x_{k-L}, ..., x_k$, $w_{k-L}, ..., w_k, v_{k-L}, ..., v_k$ являются неизвестными. Управления $u_{k-L}, ..., u_k$ являются известными. Получим систему линейных уравнений, описывающую модель системы на окне измерений L:

$$\begin{cases} x_k = Ax_{k-1} + \Gamma w_{k-1} + Bu_{k-1}, \\ y_k = Gx_k + Hv_k, \\ \ldots\ldots \\ x_{k-L} = Ax_{k-L-1} + \Gamma w_{k-L-1} + Bu_{k-L-1}, \\ y_{k-L} = Gx_{k-L} + Hv_{k-L}. \end{cases} \tag{9}$$

Запишем ограничения на возмущения и помехи на последних L шагах в виде системы линейных неравенств:

$$\begin{cases} A_{x_{k-L}} x_{k-L} \le b_{x_{k-L}}, \\ A_w w_{k-1} \le b_w, \\ \ldots\ldots \\ A_w w_{k-L} \le b_w, \\ A_v v_k \le b_v, \\ \ldots\ldots \\ A_v v_{k-L+1} \le b_v. \end{cases} \quad (10)$$

Системы (9) и (10) описывают состояние динамической системы на некотором интервале наблюдения $[k-L; k]$ и являются неявным заданием информационного множества $\bar{X}_k$ для вектора x_k, а также соответствующих апостериорных множеств возмущений W_{k-1} и помех V_k. Чтобы получить, например, оценку вектора состояния x_k, нужно решить системы (9), (10) относительно данной переменной. Поскольку методы свёртки являются вычислительно сложными, будем строить аппроксимацию информационного множества. Будем строить явное представление аппроксимирующего многогранника X_k в виде системы линейных неравенств относительно переменной x_k, т. е. $\bar{X}_k \subseteq X_k = \left\{ x \mid A_{x_k} x \le b_{x_k} \right\}$. Требуется задать набор векторов нормалей a_i к граням аппроксимирующего многогранника X_k, где a_i – i-я строка матрицы A_{x_k}. Для вычисления значений члена b_{x_k} требуется решить ряд задач линейного программирования

$$x_k^* = \arg\max_{x_k} \langle a_i, x_k \rangle \text{ при ограничениях (9) и (10),} \quad (11)$$

где $\langle a_i, x_k \rangle$ – скалярное произведение векторов, тогда i-я координата вектора b_{x_k} равна

$$b_{x_k}(i) = \langle a_i, x_k^* \rangle. \quad (12)$$

При использовании данного подхода не требуется выполнение операций над множествами, а форму многогранника можно задать любую. Выбирать направления аппроксимации следует в соответствии с требованиями задачи. Например, для важного на практике случая, когда требуется вычислить диапазон возможных значений по каждой из координат вектора x_k, аппроксимирующее множество представляет собой параллелепипед и матрица векторов-нормалей $A_{x_k} = \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix}^T$. Чем ближе к истинному информационному множеству задана форма аппроксимирующего многогранника, тем более точной будет получена аппроксимация и меньше будет накапливаться ошибка оценивания.

Важной особенностью описанного подхода является возможность получать не только гарантированные оценки вектора состояния, но и множества прогнозов вектора состояния, гарантированные оценки реализовавшихся возмущений и помех, действующих на систему, что может быть в дальнейшем использовано для разработки адаптивных алгоритмов оценивания и управления, а также прогнозирования состояния объекта. Кроме того, гарантированные оценки могут быть использованы для синтеза управления, когда требуется управлять трубкой траекторий.

Выбор ширины окна L также влияет на точность оценки. Но при увеличении L увеличивается размер систем линейных уравнений (9) и неравенств (10), а значит, и время вычисления оценки. Определить приемлемую для имеющихся вычислительных ресурсов ширину окна L можно на этапе проектирования системы управления исходя из требований по точности оценивания и априорно заданных множеств (7) X_0, W, V.

3. Учет особенности моделей процесса в задаче гарантированного оценивания

В описанном подходе оценка вектора состояния строится для всех возможных значений возмущений и помех из заданных выпуклых множеств. Для повышения точности и скорости оценивания необходимо учитывать особенности модели возмущений и помех, которые могут быть известны в конкретных практических задачах [8, 27, 32]. Например, могут быть заданы покоординатные ограничения на скорость изменения возмущений и помех [27]:

$$\begin{aligned} &\left|w_{k+1}(i)-w_k(i)\right| \le \delta_w(i), \quad i=1,...,n_w, \\ &\left|v_{k+1}(j)-v_k(j)\right| \le \delta_v(j), \quad j=1,...,n_v, \end{aligned} \tag{13}$$

где δ_w, δ_v – заданные величины; $w_k(i), v_k(j)$ – i-я, j-я координаты векторов w_k, v_k.

В некоторых случаях для осредненных значений возмущений и помех по координатам выполняются условия:

$$\left|\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} w_k(i)\right| \le \varepsilon_w(i),\ i=1,...,n_w, \qquad \left|\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} v_k(j)\right| \le \varepsilon_v(j),\ j=1,...,n_v, \tag{14}$$

где ε_w, ε_v – заданные величины.

Кроме того, возмущения и помехи могут быть представлены в виде линейной комбинации заданных функций с неизвестными параметрами. Например, плотность воздуха, температуру воздуха, составляющие скорости ветра представляют в виде определённой линейной комбинации некоррелированных случайных величин [см., например, 8]:

$$w_k = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \varphi_{ik}, \quad v_k = \sum_{i=1}^{l} \beta_i \psi_{ik}, \tag{15}$$

где α_i, β_i – неизвестные постоянные коэффициенты, которые необходимо вычислять в реальном времени по результатам измерений y_k, $k=1,2,...$.

Условия (13)–(15) являются линейными и могут быть включены в системы (9), (10) для получения более точной оценки вектора состояния.

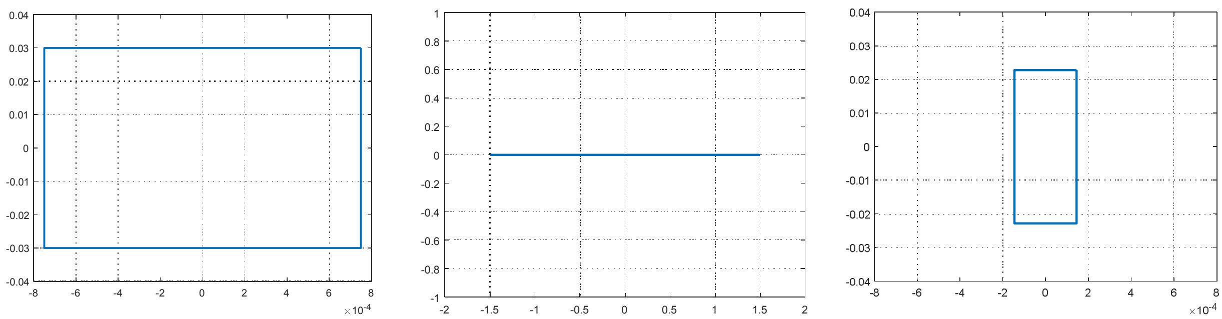
4. Пример

Пусть в системе (1) матрицы имеют следующие значения:

$$A=\begin{bmatrix} 0{,}9976 & 0{,}0464 \\ -0{,}0928 & 0{,}8584 \end{bmatrix}, \quad \Gamma=\begin{bmatrix} 0{,}1189 \\ 4{,}639 \end{bmatrix}\cdot 10^{-3}, \quad G=I_{2\times2}, \quad H=I_{2\times2}.$$

Множества возможных значений начального состояния, возмущений и помех являются многоугольниками (рис. 1):

$$x_0 \in X_0: \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x_0 \le \begin{pmatrix} 0{,}00075 \\ 0{,}03 \\ 0{,}00075 \\ 0{,}03 \end{pmatrix}, \quad w_k \in W: \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} w_k \le \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}, \quad v_k \in V: \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} v_k \le \begin{pmatrix} 0{,}000145 \\ 0{,}0228 \\ 0{,}000145 \\ 0{,}0228 \end{pmatrix}.$$



а) X_0 б) W в) V

Рис. 1. Множества ограничений X_0, W, V

Fig. 1. Restriction sets X_0, W, V

Пусть для реализации процесса кроме информации о множестве возможных значений возмущений $w_k \in W$ известен вид разложения возмущения по системе функций (рис. 2):

$$w_k = \alpha_1 \sin\left(\frac{\pi k}{6}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{\pi k}{6}\right), \tag{16}$$

где α_1, α_2 – неизвестные постоянные коэффициенты. В данном примере коэффициенты были приняты равными 1.

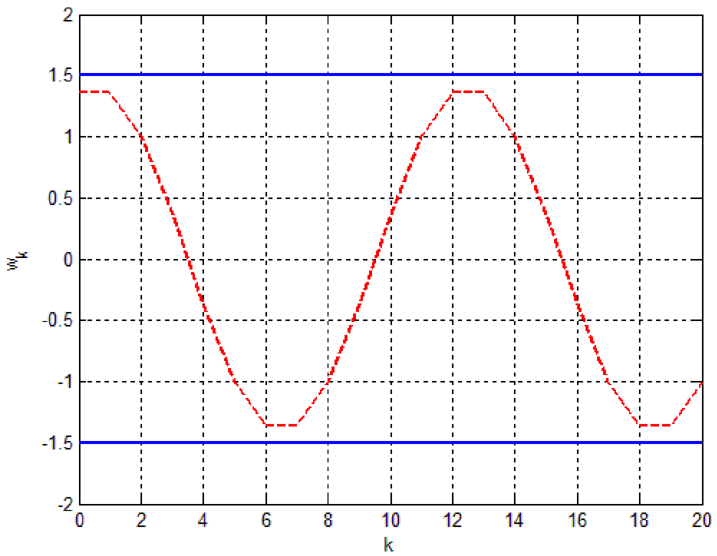


Рис. 2. Возмущения w_k (пунктир – возмущения w_k, сплошная линия – верхняя и нижняя границы множества W)
Fig. 2. Disturbances w_k (dashed line denotes disturbances w_k, solid line denotes upper and lower borders of the set W)

Получены гарантированные оценки вектора состояния x_k для двух случаев:

1) когда модель возмущений неизвестна, но известно только множество возможных возмущений W (рис. 3);

2) когда задан вид разложения возмущения (рис. 4).

Аппроксимация информационного множества получена в виде прямоугольника, то есть вычислены диапазоны возможных значений по первой и второй координатам вектора состояния x_k (см. рис. 3, 4).

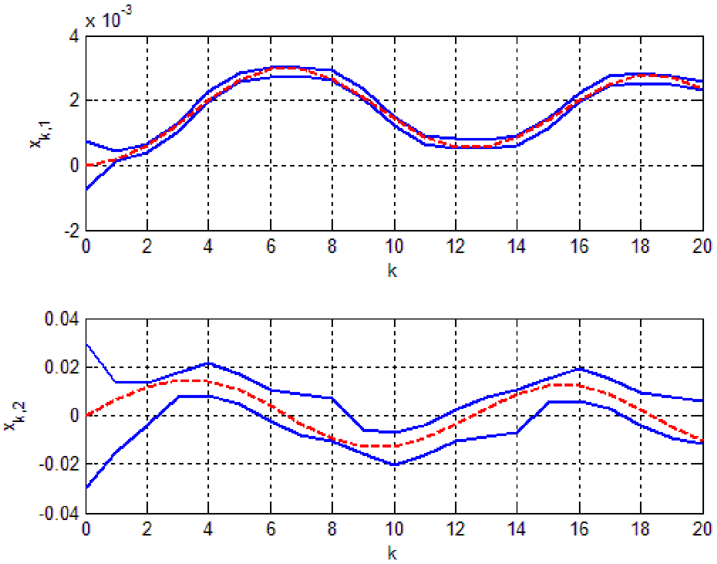


Рис. 3. Результаты гарантированного оценивания в случае, когда известно только множество возможных возмущений W (пунктир – истинное значение вектора состояния, сплошная линия – граница множественных оценок)
Fig. 3. Set-valued estimates when only the set of disturbance possible values W is available (dashed line denotes the real value of state vector, solid line shows the borders of set-valued estimates)

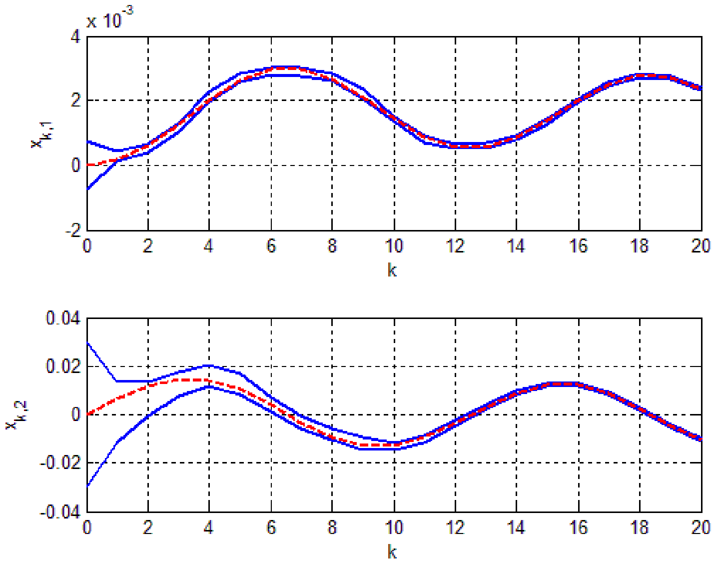


Рис. 4. Результаты гарантированного оценивания в случае, когда известен вид разложения возмущений w_k (пунктир – истинное значение вектора состояния, сплошная линия – граница множественных оценок)

Fig. 4. Set-valued estimates when the disturbance w_k decomposition model is known (dashed line denotes the real value of state vector, solid line shows the borders of set-valued estimates)

Вычислительный эксперимент показал, что при заданном виде разложения возмущения w_k по системе функций трубка возможных значений первой и второй координат вектора состояния получилась уже. Например, диапазон возможных значений на шаге $k = 20$ по первой координате получился в 2,8 раза меньше, а по второй – в 15,8 раза меньше, чем в случае, когда известно только множество возможных значений возмущений.

Описанный метод полиэдральной аппроксимации позволяет получить оценки коэффициентов в разложении (16) (рис. 5). После шага $k = 20$ оценка коэффициентов уже не улучшалась, поэтому далее можно не тратить вычислительные ресурсы на вычисление коэффициентов и использовать полученную оценку.

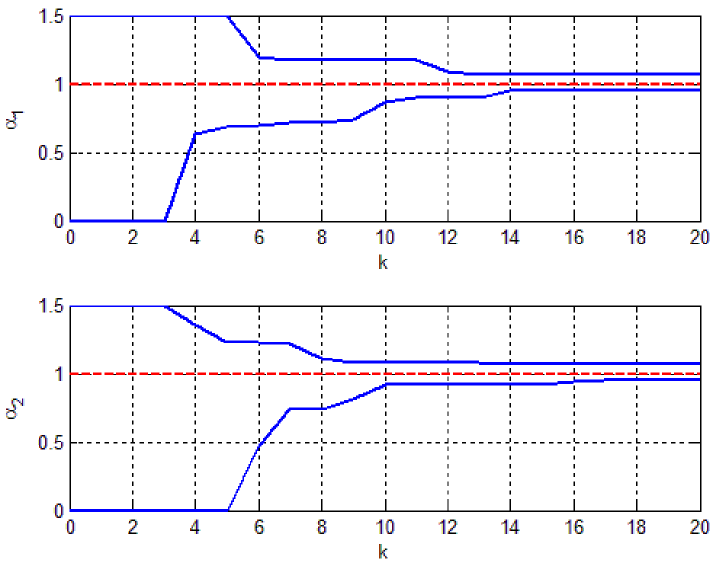


Рис. 5. Результаты оценки коэффициентов в разложении возмущений (пунктир – истинное значение коэффициентов, сплошная линия – граница оценок)

Fig. 5. Disturbance decomposition coefficients estimates (dashed line denotes the real value of the coefficients, solid line shows the borders of set-valued estimates)

Заключение

Приведено построение аппроксимации информационного множества сверху многогранником любой формы на основе описания информационного множества системами линейных неравенств и уравнений. Аппроксимацию можно строить с различной точностью благодаря увеличению окна наблюдений и учету дополнительной информации о возмущениях и помехах. Алгоритм аппроксимации сводится к решению задач линейного программирования. Поэтому важной остается задача разработки эффективных численных методов решения задачи линейного программирования с использованием нейронных сетей и параллельного программирования. Разработанный подход позволяет строить гарантированные оценки множества прогнозов, что особенно актуально в задаче терминального управления, а также оценки возмущений и помех, что может быть использовано для разработки адаптивных алгоритмов оценивания и управления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 20-41-740022).

Литература

1. Андриевский, Б.Р. Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 1. Методы / Б.Р. Андриевский, И.Б. Фуртат // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 9. – С. 3–61.

2. Дмитриев, С.П., Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации / С.П. Дмитриев, О.А. Степанов // Радиотехника. – 2004. – № 7. – С. 11–17.

3. Кейн, В.М. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию / В.М. Кейн. – М.: Наука, 1985. – 248 с.

4. Никифоров, В.О. Наблюдатели внешних детерминированных возмущений. I. Объекты с известными параметрами / В.О. Никифоров // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 10. – С. 13–24.

5. Филимонов, Н.Б. Идентификация состояния и внешней среды дискретных динамических объектов методом полиэдрального программирования / Н.Б. Филимонов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2003. – № 2. – С. 11–15.

6. Шалыгин, А.С. Методы моделирования ситуационного управления движением беспилотных летательных аппаратов / А.С. Шалыгин, Л.Н. Лысенко, О.А. Толпегин; под ред. А.В. Ноздрачева и Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2012. – 584 с.

7. Шестаков, А.Л. Методы теории автоматического управления в динамических измерениях / А.Л. Шестаков. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ. – 2013. – 257 с.

8. Школьный, Е.П. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов / Е.П. Школьный, Л.А. Майборода. – Л.: Гидрометеоиздат, 1973. – 310 с.

9. Шориков, А.Ф. Решение задачи минимаксного программного управления расходом топлива ракеты-носителя / А.Ф. Шориков, В.И. Калев // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 2. – С. 76–90.

10. Kalman, R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R.E. Kalman // Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering. – 1960. – Vol. 82. – P. 35–45.

11. Stepanov, O.A. Kalman Filtering: Past and Present. An Outlook from Russia / O.A. Stepanov // Gyroscopy and Navigation. – 2011. – Vol. 2, iss. 2. – P. 99–110.

12. Калман, Р.Е. Идентификация систем с шумами / Р.Е. Калман // Успехи математических наук. – 1985. – Т. 40, № 4. – С. 27–41.

13. Миллер, Б.М. Робастное оценивание на основе метода наименьших модулей и фильтра Калмана / Б.М. Миллер, К.С. Колосов // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 11. – С. 72–92.

14. Кац, И.Я. Минимаксная многошаговая фильтрация в статистически неопределенных ситуациях / И.Я. Кац, А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 11. – С. 79–87.

15. Кунцевич, В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. – Киев: Наукова думка, 2006. – 264 с.

16. Bertsekas, D. Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty / D. Bertsecas, I. Rhodes // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1971. – Vol. 16, iss. 2. – P. 117–128.

17. Ананьев, Б.И. Оценивание случайных информационных множеств многошаговых систем / Б.И. Ананьев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – № 4. – С. 35–41.

18. Schweppe, F. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system input / F. Schweppe // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1968. – Vol. 13, iss. 1. – P. 22–28.

19. Бакан, Г.М. Нестатистическая постановка и решение одной задачи фильтрации / Г.М. Бакан // Автоматика и телемеханика. – 1983. – № 9. – С. 32–44.

20. Куржанский, А.Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок / А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 4. – С. 3–26.

21. Назин, С.А. Параметрическое оценивание методом эллипсоидов в линейных многомерных системах с неопределенным описанием модели / С.А. Назин, Б.Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 6. – С. 67–80.

22. Сальников, Н.Н. Эллипсоидальное оценивание состояний и параметров динамической системы при отсутствии априорной информации / Н.Н. Сальников // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 2. – С. 144–156.

23. Block recursive parallelotopic bounding in set membership identification / L. Chisci, A. Garulli, A. Vicino, G. Zappa // Automatica. – 1998. – Vol. 34. – P. 15–22.

24. Zonotopes: from Guaranteed State-estimation to Control / V.T.H. Le, C. Stoica, T. Alamo et al. – Wiley-ISTE, 2013. – 335 p.

25. Лотов, А.В. Модифицированный метод уточнения оценок для полиэдральной аппроксимации выпуклых многогранников / А.В. Лотов, А.И. Поспелов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – Т. 48, № 6. – С. 990–998.

26. Управление с ограничениями для линейных стационарных систем: интерполяционный подход / Х.-Н. Нгуен, П.-О. Гутман, С. Олару, М. Ховд // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 1. – С. 68–89.

27. Матасов, А.И. Метод гарантирующего оценивания / А.И. Матасов. – М.: Изд-во МГУ, 2009. – 100 с.

28. Поляк, Б.Т. Фильтрация при неслучайных возмущениях: метод инвариантных эллипсоидов / Б.Т. Поляк, М.В. Топунов // Доклады АН. – 2008. – Т. 418, № 6. – С. 749–753.

29. Podivilova, E. Application of model and process features in setvalued dynamical system state estimation / E. Podivilova, V. Shiryaev // IEEE Xplore. 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM).

30. Подивилова, Е.О. Сравнение минимаксного и калмановского алгоритмов оценивания векторов состояния динамических систем / Е.О. Подивилова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника» . – 2012. – Вып. 17, № 35 (294). – С. 135–138.

31. Подивилова, Е.О. О подходе к оцениванию состояния динамических систем как к решению системы линейных неравенств / Е.О. Подивилова, В.И. Ширяев // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2013. – Т. 13, № 3. – С. 133–136.

32. Шелудько, А.С. Алгоритм минимаксной фильтрации для одномерного хаотического процесса / А.С. Шелудько, В.И. Ширяев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 5. – С. 8–12.

33. Ширяев, В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации / В.И. Ширяев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1994. – № 3. – С. 229–237.

34. Ширяев, В.И. Алгоритмы управления динамическими системами в условиях неопределенности / В.И. Ширяев // Мехатроника. – 2001. – № 8. – С. 2–5.

35. Ширяев, В.И. Об оценивании возмущений в задаче минимаксной фильтрации с помощью систем линейных неравенств / В.И. Ширяев, Е.Д. Ильин // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16–19 июня 2014 г.: тр. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 2757–2763.

Подивилова Елена Олеговна, заместитель начальника управления информатизации, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; podivilovaeo@susu.ru.

Ширяев Владимир Иванович, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой систем автоматического управления, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; shiriaevvi@susu.ru.

Поступила в редакцию 31 декабря 2020 г.

DOI: 10.14529/ctcr210103

DYNAMIC SYSTEMS STATE, DISTURBANCES AND NOISES SET-VALUED ESTIMATION UNDER CONDITIONS OF INCOMPLETE INFORMATION

E.O. Podivilova, *podivilovaeo@susu.ru*,
V.I. Shiryaev, *shiriaevvi@susu.ru*
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The paper considers the problem of set-valued dynamic systems state estimation under conditions of uncertainty, when the sets of disturbances and noises possible values are known and statistical information about them is absent or cannot be obtained. An algorithm for feasible set polyhedral approximation is described, when the sets of possible values of disturbances and noises are polyhedra. The algorithm is based on the implicit description of the information set with linear equations and inequalities systems and solving a number of linear programming problems. Methods for increasing the estimation accuracy by taking into account additional information about disturbances and noises models are considered. Set-valued estimation of the dynamical system state vector is described when the disturbances are given as a system of functions with unknown coefficients. In this case, due to the use of information that the coefficients are constant, the dynamic system state estimates are more accurate than in the case when the disturbances are known up to a set of possible values. A numerical example is presented to demonstrate the algorithm performance. **Aim.** The aim of the research is to develop dynamic system state, disturbance and noises set-valued estimation algorithms. **Research methods.** Methods of optimization theory, filtering, linear algebra, MATLAB software package were used in the work. **Results.** Dynamic system state estimation algorithm was described. The algorithm takes into account additional information about disturbances and noises models. A method of feasible set polyhedral approximation is described, which makes it possible to obtain a set-valued estimate of a state vector, a vector of disturbances and noises, and an evolution of reachable sets. It can be used in the adaptive estimation and control algorithms development. The algorithm for set-valued estimation of the system state vector and coefficients in the disturbance decomposition as a system of given functions is developed. **Conclusion.** An algorithm for feasible set polyhedral approximation was described.The numerical example was performed and the analysis of the estimateswas presented.

Keywords: set-valued estimation, polyhedral approximation, feasible set, evolution of reachable sets, disturbances and noisesestimation.

References

1. Andrievsky B.R., Furtat I.B. Disturbance Observers: Methods and Applications. I. Methods. *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, pp. 1563–1610.

2. Dmitriev S.P., Stepanov O.A. [Multiple Filtering in Navigation Information Processing Tasks]. *Radio Engineering*, 2004, no. 7, pp. 11–17 (in Russ.)

3. Keyn V.M. *Optimizatsiya sistem upravleniya po minimaksnomu kriteriyu* [Optimization of Control Systems According to the Minimax Criterion]. Moscow, Nauka, 1985. 248 p.

4. Nikiforov V.O. Observers of External Deterministic Disturbances. I. Objects with Known Parameters. *Automation and Remote Control*, 2004, vol. 65, pp. 1531–1541.

5. Filimonov N.B. [Identification of the State and environment of Discrete Dynamic Objects by the Method of Polyhedral Programming]. *Mechatronics, Automation, Control*, 2003, no. 2, pp. 11–15. (in Russ.)

6. Shalygin A.S., Lysenko L.N., Tolpegin O.A. *Metody modelirovaniya situatsionnogo upravleniya dvizheniyem bespilotnykh letatel'nykh apparatov* [Modeling Techniques of Situational Control of the Movement of Unmanned Aerial Vehicles; A.V. Nozdrachev and L.N. Lysenko (Eds.)]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2012. 584 p.

7. Shestakov A.L. *Metody teorii avtomaticheskogo upravleniya v dinamicheskikh izmereniyakh* [Theory of Automatic Control Methods in Dynamic Measurements]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2013. 257 p.

8. Shkol'nyy E.P., Mayboroda L.A. *Atmosfera i upravlenie dvizheniem letatel'nykh apparatov* [Atmosphere and Aircraft Traffic Control]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1973. 310 p.

9. Shorikov A.F., Kalev V.I. Solving the Minimax Open-Loop Control Problem for Carrier Rocket Fuel Consumption. *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, pp. 76–90.

10. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, 1960, vol. 82, pp. 35–45.

11. Stepanov, O.A. Kalman Filtering: Past and Present. An Outlook from Russia. *Gyroscopy and Navigation*, 2011, vol. 2, iss. 2, pp. 99–110.

12. Kalman R.E. Identification of Noisy Systems. *Russian Mathematical Surveys*, 1985, vol. 40, no. 4, pp. 25–42.

13. Miller B.M., Kolosov K.S. [Robust Estimation Based on Least Modulus and Kalman Filter]. *Automation and Remote Control*, 2020, no. 11, pp. 72–92. (in Russ.)

14. Kats I.Ya., Kurzhanskii A.B., Minimax multi-step filtering in statistically uncertain situations, *Automation and Remote Control*, 1979, vol. 39, no. 11, pp. 1643–1650.

15. Kuntsevich V.M. *Upravleniye v usloviyakh neopredelennosti: garantirovannyye rezul'taty v zadachakh upravleniya i identifikatsii* [Management under Conditions of Uncertainty: Guaranteed Results in Management and Identification Problems]. Kiyev, Naukova dumka, 2006. 264 p.

16. Bertsekas D., Rhodes I. Recursive state estimation for a Set-Membership Description of Uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, vol. 16, iss. 2, pp. 117–128.

17. Anan'ev B.I., Estimation of Random Information Sets of Multistep Systems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2009, vol. 48, no. 4, pp. 35–41.

18. Schweppe F. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system input. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, vol. 13, iss. 1, pp. 22–28.

19. Bakan G.M. Non-Statistical Statement and Solution of One Filtering Problem. *Automation and Remote Control*, 1983, vol. 44, no. 9, pp. 1125–1136.

20. Kurzhanskii A.B. The Identification Problem –The Theory of Guaranteed Estimates. *Automation and Remote Control*, 1991, vol. 52, no. 4, pp. 447–465.

21. Nazin S.A., Polyak B.T. Ellipsoid-based Parametric Estimation in the Linear Multidimensional Systems with Uncertain Model Description. *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, pp. 993–1005.

22. Salnikov N.N. Estimation of State and Parameters of Dynamic System with the Use of Ellipsoids at the Lack of a Priori Information on Estimated Quantities. *Journal of Automation and Information Sciences*, 2014, no. 2, pp. 144–156.

23. Chisci L., Garulli A., Vicino A., Zappa G. Block recursive parallelotopic bounding in set membership identification. *Automatica*, 1998, vol. 34, pp. 15–22.

24. Le, V.T.H., Stoica C., Alamo T., Camacho E.C., Dumur D. Zonotopes: from Guaranteed State-estimation to Control. Wiley-ISTE, 2013. 335 p.

25. Lotov A.V., Pospelov A.I. The Modified Method of Refined Bounds for Polyhedral Approximation of Convex Polytopes. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2008, vol. 48, pp. 933–941.

26. Nguyen H.-N., Gutman P.-O., Olaru S., Hovd M. Control with Constraints for Linear Stationary Systems: An Interpolation. *Automation and Remote Control*, 2014, vol. 75 (1), pp. 57–74.

27. Matasov A.I. *Metod garantiruyushchego otsenivaniya* [Guaranteed Estimation Method]. Moscow, Moscow State University Publ., 2009. 100 p.

28. Polyak B.T., Topunov M.V. Filtering under Nonrandom Disturbances: the Method of Invariant Ellipsoids. *Doklady Mathematics*, 2008, vol. 77, no. 1, pp. 158–162.

29. Podivilova E.O., Shiryaev V.I. Application of model and process features in setvalued dynamical system state estimation. *IEEE Xplore. 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ICIEAM.2017.8076144

30. Podivilova E. [Comparison of Minimax and Kalman Algorithms for Estimation of Dynamic Systems State Vectors]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radioelectronics*, 2012, iss. 17, no. 35 (294), pp. 135–138. (in Russ.)

31. Podivilova E.O., Shiriaev V.I. [On the approach of dynamic system state estimation as solving linear inequalities system]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radioelectronics*, 2013, vol. 13, no. 3, pp. 133–136. (in Russ.)

32. Sheludko A.S., Shiryaev V.I. [Minimax Filtering Algorithm for One-Dimensional Chaotic Process]. *Mechatronics, Automation, Control*, 2014, no. 5, pp. 8–12. (in Russ.)

33. Shiryaev V.I. Synthesis of Control of Linear Systems in Incomplete Information. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1994, no. 3, pp. 229–237. (in Russ.)

34. Shiryaev V.I. Control Algorithms for Dynamical Systems under Uncertainty. *Mekhatronica*, 2001, no. 8, pp. 2–5. (in Russ.)

35. Shiryaev V.I., Ilin E.D. [Estimating perturbations in the minimax filtering problem using systems of linear inequalities]. *XII All-Russian Meeting on Management Problems of VSPU-2014*. Moscow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 2014, pp. 2757–2763. (in Russ.)

Received 31 December 2020

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Подивилова, Е.О. Гарантированное оценивание состояния динамических систем, возмущений и помех в условиях неполноты информации / Е.О. Подивилова, В.И. Ширяев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2021. – Т. 21, № 1. – С. 23–34. DOI: 10.14529/ctcr210103

FOR CITATION

Podivilova E.O., Shiryaev V.I. Dynamic Systems State, Disturbances and Noises Set-Valued Estimation under Conditions of Incomplete Information. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2021, vol. 21, no. 1, pp. 23–34. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr210103