

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРОЙ ОСНОВНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Е.В. Маркова, И.В. Сидлер

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск, Россия

Наблюдающийся в последние десятилетия рост среднего возраста основного оборудования электроэнергетической системы России в сочетании с процессами инфляции приводит к необходимости разработки стратегий реконструкции, модернизации и вводов новых мощностей. В связи с этим рассматривается задача оптимального управления возрастной структурой оборудования электростанций. Задача поставлена на основе интегральной модели развития крупной электроэнергетической системы. Модель учитывает возрастную структуру оборудования электростанций за счет выделения нескольких возрастных групп оборудования с различающимися показателями эффективности их функционирования. При этом генерирующее оборудование делится на несколько типов по видам используемых энергоресурсов. Математическая модель представляет собой систему интегральных уравнений типа Вольтерра с переменными нижними и верхними пределами интегрирования, описывающую баланс между задаваемым уровнем потребности в электроэнергии, вводом нового и выводом из эксплуатации старого оборудования, а также доли разных типов электростанций в общем составе оборудования электроэнергетической системы. Критерием оптимальности в задаче служит функционал, отражающий затраты на ввод новых и эксплуатацию генерирующих мощностей. Спецификой задачи является нелинейное вхождение управляющих параметров как в целевой функционал, так и в ограничения. Существование и качественное поведение решений таких задач требуют специального анализа, поскольку общей теории не существует. В работе представлен программный комплекс для решения задачи оптимального управления возрастной структурой основного оборудования электростанций. Алгоритм включает численное решение системы неклассических интегральных уравнений Вольтерра I рода с использованием модифицированных методов квадратур правых и средних прямоугольников. Предложен способ учета ограничений на вводимые мощности. Приводятся численные расчеты для решения задачи применительно к Единой электроэнергетической системе России на перспективу до 2050 года на реальных данных. С помощью разработанного программного комплекса можно решать задачи оптимального управления возрастной структурой оборудования электростанций для различных вариаций экономических показателей.

Ключевые слова: развивающаяся система, задача оптимизации, интегральное уравнение Вольтерра I рода, численное решение, возрастная структура.

Введение

Задача определения оптимальной возрастной структуры генерирующих мощностей является одной из актуальных проблем развития электроэнергетических систем (ЭЭС) в нашей стране. В последние десятилетия наблюдается рост среднего возраста основного оборудования ЭЭС, что приводит к необходимости разработки стратегий реконструкции, модернизации и ввода новых мощностей электростанций. Известные модели развития ЭЭС обычно не описывают процессы оптимизации возрастной структуры мощностей. Анализ таких процессов выполняется вне рамок этих моделей на основе общей методики эффективности инвестиционных проектов. В работе [1] дан обзор существующих математических моделей для определения прогнозных значений вводов мощностей ЭЭС при различных стратегиях демонтажа генерирующего оборудования.

Возрастной состав оборудования электростанций определяется как объемами вводов нового оборудования, так и масштабами модернизации и вывода из эксплуатации действующего оборудования. Необходимо отметить, что разработка стратегии вводов мощностей тесно связана с задачей формирования структуры электрогенерирующих источников по типам электростанций. В целом проблема прогнозирования ввода новых типов оборудования относится к прогнозированию

нию научно-технического прогресса, особенностями которого являются неопределенность прогнозных значений экономических показателей и необходимость учета значительной инерционности процесса создания и освоения новой техники.

Удобным инструментом моделирования для управления устаревшим оборудованием являются модели, учитывающие различные возрастные группы основных элементов системы [2–6]. Они принимают во внимание технологические изменения во времени и описываются нелинейными интегральными уравнениями вольтерровского типа с переменными пределами интегрирования [7–9]. Такие модели применяются для качественного исследования процессов замены устаревшего оборудования [10–13].

В работах [14–18] рассмотрены интегральные модели развития генерирующих мощностей ЭЭС с разной степенью агрегирования по типам электростанций, оценочные (анализ последствий заданной стратегии обновления мощностей) и оптимизационные (оптимизация сроков службы мощностей), с описанием процессов продления сроков службы генерирующего оборудования (модернизация) и без него.

Предложенные в [19–21] интегральные модели развивающихся систем позволяют детально описывать технико-экономические параметры систем с учетом его возрастной структуры за счет выделения нескольких возрастных групп оборудования с различающимися показателями эффективности их функционирования. В основе этих моделей лежат операторы Вольтерра I рода с переменными верхними и нижними пределами интегрирования, которые описывают динамику замены устаревших элементов системы новыми. Элементы теории соответствующих уравнений Вольтерра I рода изложены в [22, 23].

На базе модели из [21] в данной работе рассматривается векторная модель ЭЭС России, в которой генерирующее оборудование делится на составляющие по видам используемых энергоресурсов.

1. Интегральная модель развития ЭЭС

Пусть оборудование электростанций разделено на три типа: станции, работающие на органическом топливе (ТЭС), станции, работающие на ядерном топливе (АЭС), и гидроэлектростанции (ГЭС). Станции каждого типа разделены на три возрастные группы. За момент возникновения системы взят один из послевоенных годов – время создания электроэнергетики России, а именно $t = 0$ есть 1950 год, прогнозный участок $[t_0, T] = [2016, 2050]$.

Введем обозначения. Пусть $x(t) \equiv (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ – ввод электрических мощностей (по типам станций): $x_1(t)$ соответствует ТЭС, $x_2(t)$ – АЭС, $x_3(t)$ – ГЭС, переменная t пробегает отрезок прогнозного периода; $\beta_{ij}(t)$ – коэффициенты интенсивности использования мощностей j -й группы станции i -го типа. В пределах одной возрастной группы эффективность использования оборудования $\beta_{ij}(t) = \text{const}$, $1 \geq \beta_{i1} \geq \beta_{i2} \geq \beta_{i3} \geq 0$, $i, j = \overline{1, 3}$; $y(t)$ – экспертно задаваемая на перспективу суммарная располагаемая мощность ЭЭС; $T_{ij}(t)$ – верхняя возрастная граница j -й группы станции i -го типа, при этом $0 < T_{i1}(t) < T_{i2}(t) < T_{i3}(t)$, $T_{i3}(t)$ – срок службы оборудования i -го типа (возраст самой старой из используемых мощностей i -го типа в момент t); $x^0(t) \equiv (x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t))$ – известная динамика вводов мощностей на $[0, t_0)$ (соответственно типам станций); $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$ – заданные функции, описывающие изменение доли суммарных мощностей ТЭС и ГЭС соответственно в общем составе генерирующего оборудования.

Математическая модель развития ЭЭС представляет собой систему уравнений:

$$\sum_{i=1}^3 \left(\beta_{i1} \int_{t-T_{i1}(t)}^t x_i(s) ds + \beta_{i2} \int_{t-T_{i2}(t)}^{t-T_{i1}(t)} x_i(s) ds + \beta_{i3} \int_{t-T_{i3}(t)}^{t-T_{i2}(t)} x_i(s) ds \right) = y(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (1)$$

$$\int_{t-T_{i3}(t)}^t x_1(s) ds = \alpha(t) \left(\int_{t-T_{i3}(t)}^t x_1(s) ds + \int_{t-T_{23}(t)}^t x_2(s) ds + \int_{t-T_{33}(t)}^t x_3(s) ds \right), \quad (2)$$

$$\int_{t-T_{33}(t)}^t x_3(s)ds = \gamma(t) \left(\int_{t-T_{13}(t)}^t x_1(s)ds + \int_{t-T_{23}(t)}^t x_2(s)ds + \int_{t-T_{33}(t)}^t x_3(s)ds \right), \tag{3}$$

$$x(t) = x^0(t), \quad t \in [0, t_0], \tag{4}$$

$$x(t) \geq 0, \quad t \in [t_0, T]. \tag{5}$$

Уравнение (1) описывает баланс между заданным на перспективу уровнем располагаемой мощности $y(t)$ и обеспечивающей его динамикой вводов мощностей. Уравнения (2), (3) задают структуру мощностей ЭЭС разных типов. В [19] на базе модели (1)–(5) рассмотрена задача прогноза развития ЕЭС России, которая заключается в определении стратегии ввода мощностей $x(t)$ на перспективу до 2050 года с учетом выбывания устаревшего оборудования, и приведены расчеты для динамики вводов генерирующих мощностей ЕЭС России до 2050 года при разных темпах роста потребности в мощности (от 0,5 до 2 % в год). Прогнозные значения экономических показателей задавались, исходя из экспертных оценок.

2. Задача оптимизации сроков службы оборудования ЭЭС

2.1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу оптимизации для векторного случая, где $T_3(t) \equiv (T_{13}(t), T_{23}(t), T_{33}(t))$ – моменты вывода из эксплуатации оборудования соответствующего типа. В качестве целевого прием функционал затрат

$$I(x(t), T_3(t)) = \sum_{j=1}^3 \left(\int_{t_0}^T q^{t-t_0} \left\{ \sum_{i=1}^3 \beta_{ji} \int_{t-T_{ji}(t)}^{t-T_{j,i-1}(t)} u_1^j(t-s) u_2^j(s) x_j(s) ds \right\} dt + \int_{t_0}^T q^{t-t_0} \sum_{i=1}^3 k_i(t) x_i(t) dt \right), \quad T_{j0}(t) = 0, \tag{6}$$

где первое слагаемое – суммарные эксплуатационные затраты за прогнозный период, второе – суммарные затраты на ввод новых генерирующих мощностей.

В (6) считаются известными следующие функции: $u_1^j(t-s)$ – коэффициенты увеличения в момент времени t затрат на эксплуатацию мощностей, введенных в момент s (соответственно типам станций); $u_2^i(t)$ – удельные годовые затраты на эксплуатацию мощности i -го типа, введенной в момент t ; $k_i(t)$ – затраты на ввод единицы мощности i -го типа в момент t ; q^{t-t_0} – коэффициент дисконтирования затрат, $0 < q < 1$.

Управляющий параметр $T_3(t)$ принадлежит допустимому множеству

$$A = \left\{ T_3(t) \mid \underline{T}_3 \leq T_3(t) \leq \bar{T}_3, T_3'(t) \leq 1, t \in [t_0, T] \right\} \tag{7}$$

Требуется найти

$$T_3^*(t) = \arg \min_{T_3(t) \in A} I(x(t), T_3(t)) \tag{8}$$

при выполнении условий (1)–(7).

2.2. О численном решении задачи (1)–(8)

Спецификой поставленной задачи является (нелинейное) вхождение управляющих параметров в нижние пределы интегрирования как в целевой функционал (6), так и в ограничения (1)–(3). Поскольку теория и методы решения таких задач развиты недостаточно, предложен эвристический алгоритм приближенного решения сформулированной задачи оптимизации, основанный на дискретизации всех условий на сетке с временным шагом $h = 1$ и замене допустимого множества A на множество A_h кусочно-линейных функций

$$T_{i3}(t) = \begin{cases} m_i, & t \in (t_0, T], & m_i \leq T_{i3}(t_0), \\ t - t_0 + T_{i3}(t_0), & t \in [t_0, t_0 - T_{i3}(t_0) + m), & m_i > T_{i3}(t_0), \quad i = \overline{1,3}, \\ m_i, & t \in [t_0 - T_{i3}(t_0) + m, T], \end{cases} \quad (9)$$

где $m_i \equiv (m_1, m_2, m_3)$ – желаемый целочисленный срок жизни. Первая строка (9) описывает случай перехода на желаемый срок службы, меньше исходного (демонтировать старое оборудование можно сразу). Вторая и третья строки относятся к случаю, когда требуется увеличить желаемый срок службы до m_i лет, но срок службы реально увеличивается на единицу в год до тех пор, пока не достигнет желаемого. Таким образом, эвристический алгоритм заключается в переборе всех возможных сроках службы из допустимого множества A_h .

Алгоритм решения задачи оптимального управления включает численное решение системы интегральных уравнений Вольтерра I рода с переменными пределами интегрирования. Теория существования решения и численные методы решения этих уравнений рассмотрены в [22, 24]. В частности, показана возможность применения численных методов, предназначенных для классических уравнений Вольтерра I рода, к решению уравнений Вольтерра I рода с переменными нижними и верхними пределами интегрирования. Однако для сохранения порядка сходимости методов требуется некоторая модификация. Из теории сходимости метода квадратур следует, что численное решение уравнения Вольтерра с известной предысторией приводит к результатам с потерей порядка сходимости по сравнению с классическим уравнением Вольтерра I рода из-за накопления погрешности аппроксимации интеграла квадратурой на отрезке предыстории. В [24] изложены несколько вариантов восстановления порядка сходимости метода. Один из них применим для решения нашей задачи, связанной с вводом мощностей ЭЭС. Статистика вводов мощностей ЭЭС известна по годам, поэтому в качестве базового численного метода выберем метод правых прямоугольников, а для аппроксимации интегралов на предыстории используем метод средних прямоугольников с шагом $h=1$ (год).

Зададим сетку узлов на числовой прямой $t_j = jh, \quad j = \overline{1, N}, \quad N = T/h$. Обозначим известные значения вводов на предыстории $x_{i,j}^h = x_i^0(t_{j-1}), \quad i = \overline{1,3}, \quad j = \overline{1, r}$. Требуется найти неизвестные

$x_{i,j}^h, \quad j = \overline{r+1, N}$. Сеточный аналог системы (1)–(4) имеет вид

$$\sum_{i=1}^3 (\beta_{i1} \sum_{j=1}^{T_{i1}} x_{i,k-j}^h + \beta_{i2} \sum_{j=T_{i1}}^{T_{i2}} x_{i,k-j}^h + \beta_{i3} \sum_{j=T_{i2}}^{T_{i3}} x_{i,k-j}^h) = y(t_k) \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^{T_{13}} x_{1,k-j}^h = \alpha(t_k) \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{T_{i3}} x_{i,k-j}^h, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{T_{33}} x_{3,k-j}^h = \gamma(t_k) \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{T_{i3}} x_{i,k-j}^h, \quad k = \overline{r+1, N}. \quad (12)$$

На каждом шаге k получаем невырожденную систему алгебраических уравнений третьего порядка относительно неизвестных $x_k^h(t) \equiv (x_{1,k}^h(t), x_{2,k}^h(t), x_{3,k}^h(t))$, для решения которой применяется метод Гаусса.

2.3. Алгоритм решения задачи оптимизации

Программа реализована в среде MATLAB и состоит из следующих шагов.

1. Задаем параметры модели $\beta_{ij}(t), y(t), T_{ij}(t), x^0(t) \equiv (x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t)), \alpha(t)$ и $\gamma(t), u_1^i(t-s), u_2^i(t), k_i(t), i, j = \overline{1,3}$.
2. Выбираем срок жизни $T_3(t) = m \equiv (m_1, m_2, m_3)$ из допустимого множества (9).
3. Полагаем $k=1$.
4. Для выбранного $T_3(t)$ численно решаем систему (1)–(4) относительно $x_i(t_k)$ по формулам (10)–(12).

5. Проверяем условие (5). Если оно выполнено, то идем на следующий шаг. Если (5) не выполнено, т. е. какое-либо $x_i(t_k) < 0$, то $x_i(t_k) = 0$, пересчитываем $\alpha(t_k)$ и $\gamma(t_k)$. На следующей итерации возвращаемся к исходным значениям $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$.

6. Полагаем $k = k + 1$ и при $k \leq N$ возвращаемся на шаг 4, при $k > N$ идем на шаг 7.

7. Подставляем найденное решение $x(t)$, $t \in [t_0, T]$ в дискретный аналог (6) и вычисляем значение целевого функционала $I(x(t), T_3(t))$.

8. Выполняем шаги 2–7 до тех пор, пока не исчерпаем все возможные варианты из множества (9).

9. Выбираем минимальное из всех полученных значений целевого функционала.

Примеры выполнения программы содержится в следующем пункте.

3. Результаты численных расчетов на реальных данных

Приведем численные расчеты для решения задачи (1)–(8) применительно к Единой энергетической системе (ЕЭС) России. За начало моделирования принят 1950 год. Заданы прогнозный промежуток $[t_0, T] = [2016, 2050]$, верхние возрастные границы групп $T_{i1}(t) = 30$, $T_{i2}(t) = 50$, $i = \overline{1,3}$, $T_{i3}(t) = T_{23}(t) = 60$, $T_{33}(t) = 101$ и коэффициенты эффективности $\beta_{i1} = 1$, $\beta_{i2} = 0,97$, $\beta_{i3} = 0,9$, $i = \overline{1,3}$. Используя известные данные на предыстории [25], найдем доли мощностей ТЭС и ГЭС в последней ее точке – $\alpha(2015) = 0,69$, $\gamma(2015) = 0,19$. Будем считать α и γ постоянными на всем прогнозном периоде.

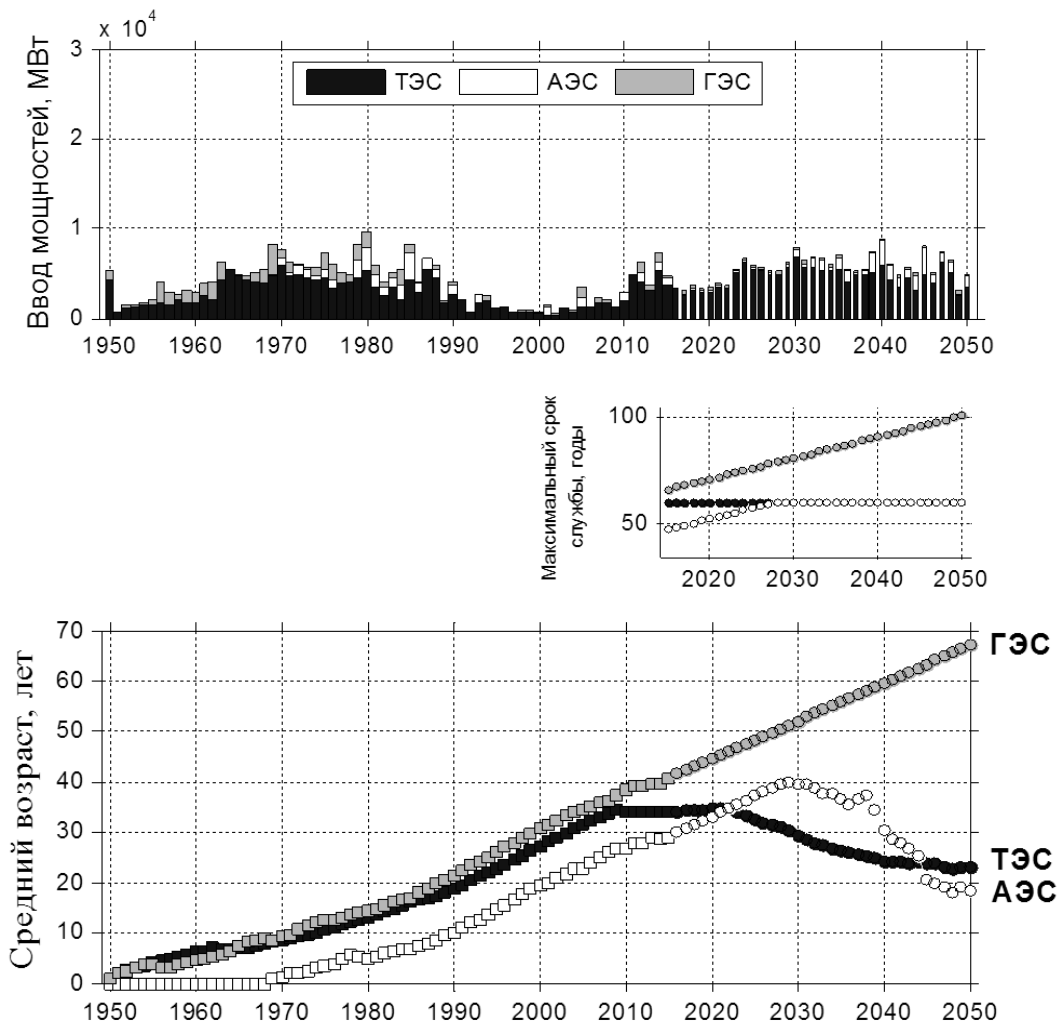


Рис. 1. Базовый вариант

Проводилась оптимизация сроков службы оборудования ТЭС и АЭС ($T_{13}(t)$ и $T_{23}(t)$) при допущении, что на прогнозном периоде оборудование ГЭС не выводится из эксплуатации. В качестве базового варианта принят следующий: в 2015 г. $T_{13} = 60$, $T_{23} = 47$, $T_{33} = 66$ (согласно реальным данным), к 2050 г. $T_{13} = 60$, $T_{23} = 60$, $T_{33} = 101$ (срок службы увеличивается на 1 за год). Вводы мощностей ЕЭС и средний возраст оборудования ЕЭС для базового варианта при темпе роста правой части $y(t)$, равном 0,5 %, приведены на рис. 1. Функции $k_i(t)$ и $u_2^i(t)$ показаны на рис. 2 и 3. Функция увеличение затрат $u_1^i(t-s)$ задана следующим образом: предполагается увеличение затрат на эксплуатацию мощностей ТЭС и ГЭС на 3 % в год, а на эксплуатацию мощностей АЭС – 10 % в год после 45 лет службы.

Оптимальные сроки службы, соответствующие вводы мощностей ЕЭС и средний возраст оборудования ЕЭС для полученного результата приведены на рис. 4. Максимальный срок жизни для оборудования ТЭС предлагается снизить с 60 до 51 года. Оптимальные сроки жизни для АЭС при этом предполагают переход с 47 на 50 лет. Массовый демонтаж оборудования в начале прогнозного периода требует резкого увеличения вводов мощностей, при этом полученная стратегия дает к 2050 году экономический эффект в 3,27 % относительно базового варианта.

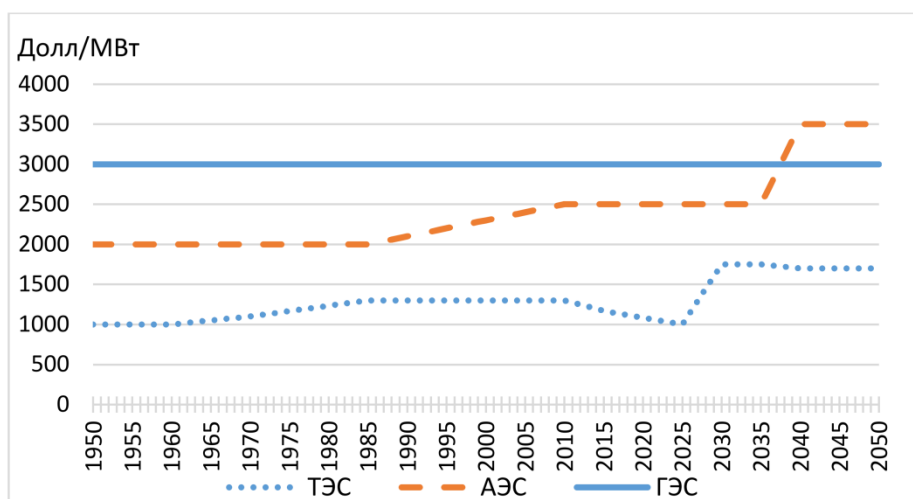


Рис. 2. Затраты на капвложения $k_i(t)$

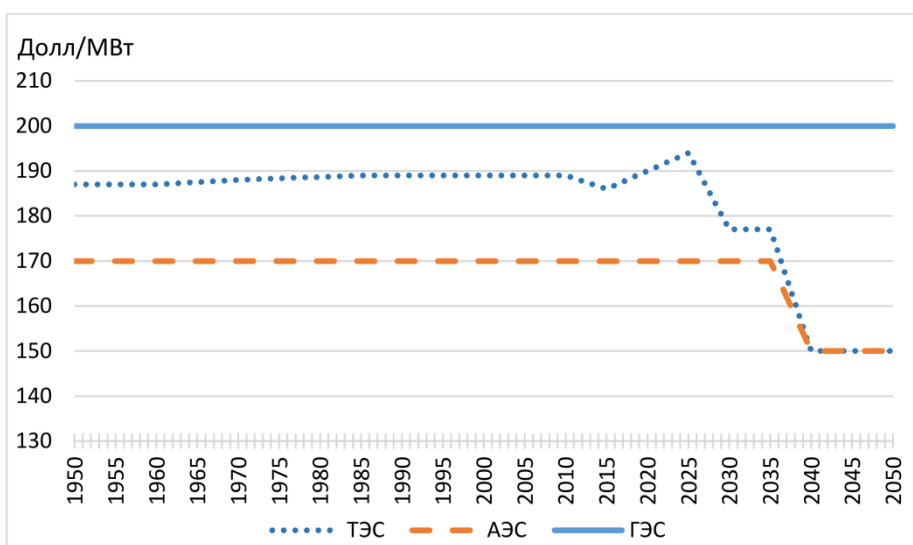


Рис. 3. Эксплуатационные затраты $u_2^i(t)$

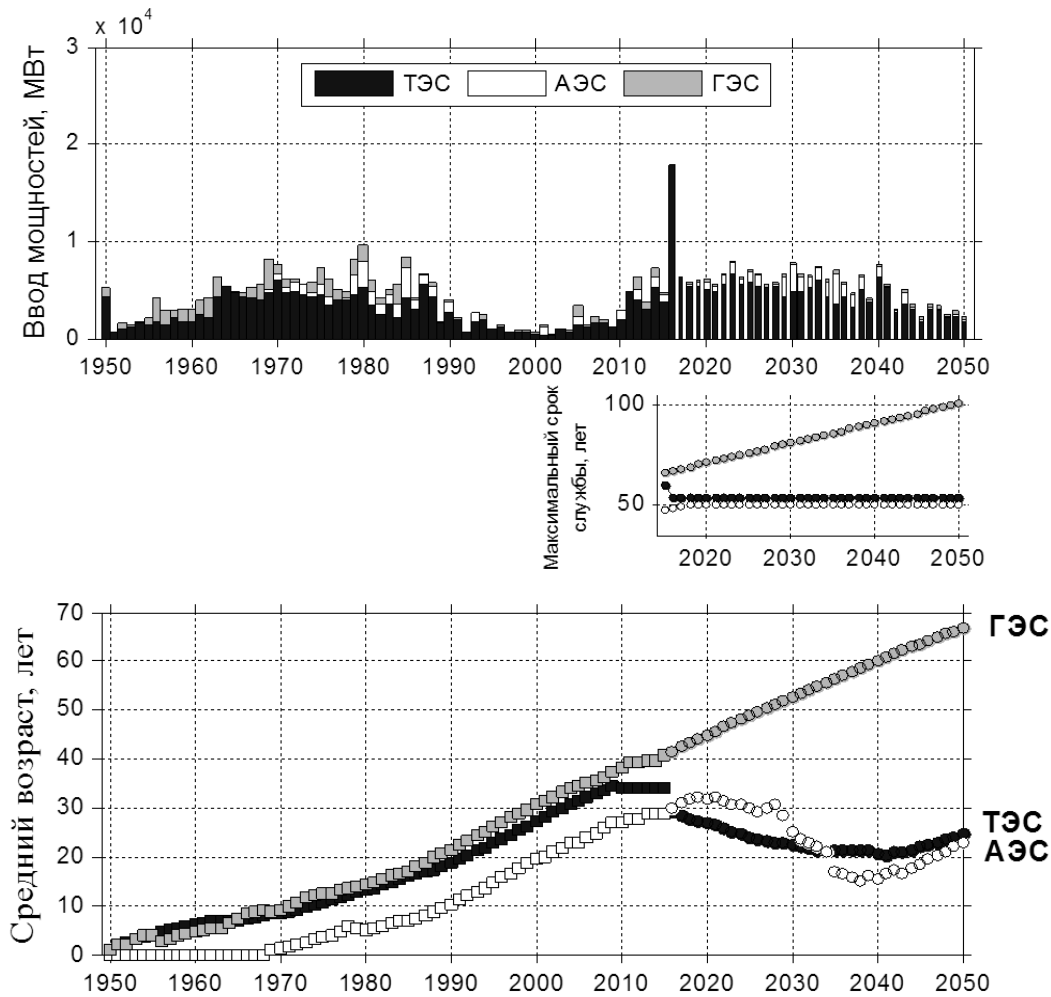


Рис. 4. Вводы мощностей, соответствующие им сроки жизни и средний возраст для оптимального решения

С помощью разработанного программного комплекса можно решать задачи оптимального управления возрастной структурой основного оборудования электростанций для различных вариаций экономических показателей. Например, в [26] с его помощью исследовалось влияние на оптимальное решение изменений удельных затрат на эксплуатацию с увеличением срока жизни оборудования (функции $u_1^i(t-s)$) и изменения уровня электропотребления (функции $y(t)$). В [27] исследовалось влияние функций, отражающих динамику изменения удельных капитальных и текущих затрат с течением времени (функций $k_i(t)$ и $u_2^i(t)$).

4. Корректировка алгоритма, учитывающая дополнительные ограничения на фазовую переменную

С экономической и технической точки зрения стратегия с массовым вводом оборудования недопустима, так как связана с большими единовременными капитальными затратами на ввод новых мощностей и ограниченными техническими возможностями. Поэтому естественно в постановку (1)–(8) ввести дополнительные ограничения на фазовую переменную:

$$\sum_{i=1}^3 x_i(t) \leq \bar{x}(t), \quad t \in [t_0, T]. \tag{13}$$

В алгоритм решения задачи (п. 2.3) необходимо добавить шаг:

5.1. Проверяем условие (13). Если оно выполняется, то идем на шаг 6. Иначе возвращаемся к шагу 4 и увеличиваем желаемый срок m_i на единицу поочередно для каждого типа станции, пока

на шаге 5.1 не будет выполняться (13). Для следующей итерации k возвращаемся к исходному набору m .

Заметим, что предложенный способ учета ограничения (13) не является единственным.

Для иллюстрации решения задачи с ограничением на вводы мощностей примем в качестве $\bar{x}(t)$ линейную функцию, равную в точке $t_0 = 2016$ максимальному вводу мощностей на предыдущей итерации, и утроенную к концу прогнозного периода:

$$\bar{x}(2016) = \max_{t \in [1950, 2015]} \sum_{i=1}^3 x_i^0(t); \quad \bar{x}(2050) = 3 \cdot \bar{x}(2016).$$

Полученные оптимальные сроки службы, соответствующие вводы мощностей ЕЭС и средний возраст оборудования ЕЭС с учетом ограничений приведены на рис. 5. Оптимальный срок жизни для оборудования ТЭС предполагает постепенный переход с 60 до 49 лет. Оптимальные сроки жизни для оборудования АЭС предполагают переход с 47 на 50 лет. Экономический эффект относительно базового варианта остается тем же.

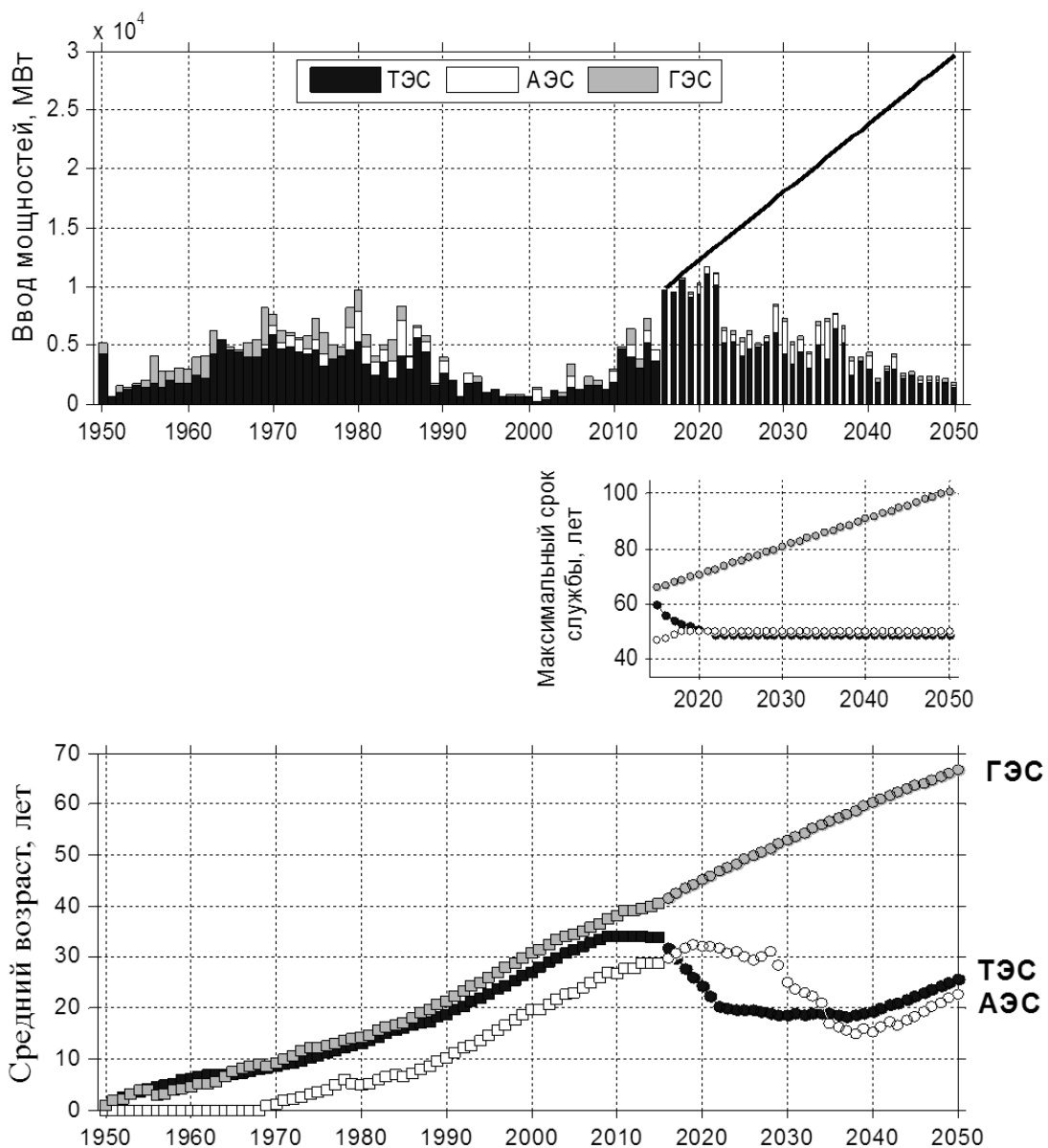


Рис. 5. Оптимальные сроки жизни и вводы мощностей для оптимального решения в задаче с ограничением на вводимые мощности

Заключение

В работе описан программный комплекс для решения векторной задачи оптимизации сроков службы оборудования ЭЭС России. Программа включает блок численного решения неклассического интегрального уравнения Вольтерра I рода с переменными пределами интегрирования и блок решения задачи оптимизации параметра модели в нижнем пределе интегрирования, обеспечивающих заданную потребность в электроэнергии при минимуме суммарных затрат на ввод и эксплуатацию генерирующих мощностей. Предложенный программный комплекс позволяет проводить расчеты различных сценариев долгосрочного развития с учетом известных данных о вводах мощностей ЭЭС на предыстории. Приведены результаты расчетов прогноза развития электроэнергетической системы России на реальных данных.

Работа выполнена в рамках проекта государственного задания 17.3.1 (рег. № АААА-А17-117030310442-8) фундаментальных исследований СО РАН.

Литература

1. Интегральные модели для разработки стратегии технического перевооружения генерирующих мощностей / А.С. Апарцин, Е.В. Маркова, И.В. Сидлер, В.В. Труфанов // *Электричество*. – 2017. – № 3. – С. 4–11.
2. Malcolmson, J.M. Replacement and the rental value of capital equipment subject to obsolescence / J.M. Malcolmson // *Journal of Economic Theory*. – 1975. – Vol. 10. – P. 24–41. DOI: 10.1016/0022-0531(75)90059-9
3. Van Hilten, O. The optimal lifetime of capital equipment / O. van Hilten // *Journal of Economic Theory*. – 1991. – Vol. 55. – P. 449–454. DOI: 10.1016/0022-0531(91)90051-5
4. Cooley, T. The replacement problem / T. Cooley, J. Greenwood, M. Yorukoglu // *Journal Monet. Econ.* – 1997. – Vol. 3. – P. 457–499. DOI: 10.1016/S0304-3932(97)00055-X
5. Love, C.E. Utilizing Weibull failure rates in repair limit analysis for equipment replacement / preventive maintenance decisions / C.E. Love and R. Guo // *Journal of the Operational Research Society*. – 1996. – Vol. 47. – P. 1366–1376. DOI: 10.1057/palgrave.jors.0471104
6. Greenwood, J. Long-run implications of investment-specific technological change / J. Greenwood, Z. Herkowitz, P. Krusell // *American Economic Review*. – 1997. – Vol. 87. – P. 342–362.
7. Глушков, В.М. Об одном классе динамических макроэкономических моделей / В.М. Глушков // *Управляющие системы и машины*. – 1977. – № 2. – С. 3–6.
8. Глушков, В.М. Моделирование развивающихся систем / В.М. Глушков, В.В. Иванов, В.М. Яненко. – М.: Наука, 1983. – 350 с.
9. Corduneanu, C. *Integral Equations and Applications* / C. Corduneanu. – Cambridge: Cambridge University Press, 1991. DOI: 10.1017/CBO9780511569395
10. Hritonenko, N. Optimization analysis of a nonlinear integral model with applications to economics / N. Hritonenko // *Nonlinear Studies*. – 2004. – Vol. 11. – P. 59–70.
11. Hritonenko, N. Structure of optimal trajectories in a nonlinear dynamic model with endogenous delay / N. Hritonenko, Yu. Yatsenko // *Journal of Applied Mathematics*. – 2004. – Vol. 5. – P. 433–445. DOI: 10.1155/S1110757X04311046
12. Hritonenko, N. Modeling and Optimization of the Lifetime of Technologies / N. Hritonenko, Yu. Yatsenko. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. DOI: 10.1007/978-1-4613-3446-0
13. Hritonenko, N. Creative destruction of computing systems: analysis and modeling / N. Hritonenko, Yu. Yatsenko // *The Journal of Supercomputing*. – 2006. – Vol. 38, no. 2. – P. 143–154. DOI: 10.1007/s11227-006-7763-x
14. Численное решение задачи управления развитием электроэнергетической системы // Д.В. Иванов, И.В. Караулова, Е.В. Маркова и др. // *Автоматика и телемеханика*. – 2004. – Т. 65, № 3. – С. 472–482. DOI: 10.1023/B:AURC.0000019380.88379.d9
15. Применение интегральных уравнений Вольтерра для моделирования стратегий технического перевооружения электроэнергетики / А.С. Апарцин, И.В. Караулова, Е.В. Маркова, В.В. Труфанов // *Электричество*. – 2005. – № 10. – С. 64–75.

16. Караулова, И.В. Задача оптимального управления развитием электроэнергетической системы / И.В. Караулова, Е.В. Маркова // *Автоматика и телемеханика*. – 2008. – № 4. – С. 101–108. DOI: 10.1134/S0005117908040103
17. Маркова, Е.В. О моделях развивающихся систем типа Глушкова и их приложениях в электроэнергетике / Е.В. Маркова, И.В. Сидлер, В.В. Труфанов // *Автоматика и телемеханика*. – 2011. – № 7. – С. 20–28. DOI: 10.1134/S0005117911070046
18. Markova, E.V. Integral models of developing electric power systems / E.V. Markova, I.V. Sidler, V. V. Trufanov // *International Journal of Energy Optimization and Engineering*. – 2013. – Vol. 2, № 4. – P. 44–58. DOI: 10.4018/ijeoe.2013100103
19. Апарцин, А.С. Применение неклассических уравнений Вольтерра I рода для моделирования развивающихся систем / А.С. Апарцин, И.В. Сидлер // *Автоматика и телемеханика*. – 2013. – № 6. – С. 3–16. DOI: 10.1134/S0005117913060015
20. Апарцин, А.С. Интегральные модели развития систем электроэнергетики с учетом старения оборудования электростанций / А.С. Апарцин, И.В. Сидлер // *Электронное моделирование*. – 2014. – Т. 36, № 4. – С. 81–88.
21. Об управлении возрастной структурой в интегральной модели ЭЭС России / А.С. Апарцин, Е.В. Маркова, И.В. Сидлер, В.В. Труфанов // *Вестник Тамбов. ун-та. Серия «Естественные и технические науки»*. – 2015. – Т. 20, № 5. – С. 1006–1009.
22. Apartsyn, A.S. On Some Classes of Linear Volterra Integral Equations / A.S. Apartsyn // *Abstract and Applied Analysis*. – 2014. – Vol. 2014. – Article ID 532409. DOI: 10.1155/2014/532409
23. Апарцин, А.С. О тестовых уравнениях Вольтерра I рода в интегральных моделях развивающихся систем / А.С. Апарцин, И.В. Сидлер // *Автоматика и телемеханика*. – 2018. – Т. 4. – С. 31–45. DOI: 10.1134/S0005117918040033
24. Apartsyn, A.S. Nonclassical Linear Volterra Equations of the First Kind / A.S. Apartsyn. – VSP, Utrecht-Boston, 2003. – 168 p. DOI: 10.1515/9783110944976
25. Новак, А.В. Итоги работы Минэнерго России и основные результаты функционирования ТЭК в 2015 году (презентация доклада в Москве 8 апреля 2016 г.). – <https://minenergo.gov.ru/view-pdf/4913/60888> (дата обращения: 25.08.2016).
26. Optimization Problem of Equipment Age Structure in the Model of Russia's Unified Energy System Development / A.S. Apartsyn, E.V. Markova, I.V. Sidler, V.V. Trufanov // *Proceedings 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON)*. – P. 24–29.
27. Апарцин, А.С. Влияние экономических показателей на решение задачи оптимизации возрастной структуры оборудования электростанций / А.С. Апарцин, Е.В. Маркова, И.В. Сидлер // *Известия Иркут. гос. ун-та. Серия «Математика»*. – 2018. – № 25. – С. 19–32. DOI: 10.26516/1997-7670.2018.25.19

Маркова Евгения Владимировна, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории неустойчивых задач вычислительной математики, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск; markova@isem.irk.ru.

Сидлер Инна Владимировна, канд. техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории неустойчивых задач вычислительной математики, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск; inna.sidler@mail.ru.

Поступила в редакцию 24 июля 2019 г.

SOFTWARE PACKAGE TO RESEARCH OPTIMIZATION PROBLEM FOR AGE STRUCTURE OF POWER PLANTS BASIC TYPES

E.V. Markova, markova@isem.irk.ru,

I.V. Sidler, inna.sidler@mail.ru

Melentiev Energy Systems Institute of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russian Federation

The increase in the average age of the main equipment of the electric power system of Russia in recent decades, combined with inflation, leads to the need to develop strategies for reconstruction, modernization, and commissioning of new capacities. In this regard, the optimal control problem of the age structure of the power plants equipment is considered. The problem is set based on an integral model for the development of a large electric power system. The model takes into account the age structure of power plant equipment by identifying several age groups of equipment with different indices of their functioning. At the same time, the generating equipment is divided into several types according to the type of energy used. The mathematical model is a system of Volterra-type integral equations with variable lower and upper limits of integration, which describes the balance between the given level of electricity demand, the commissioning of new and decommissioning of obsolete equipment, as well as the shares of different types of power plants in the total composition of the electric power system. The optimality criterion is a functional reflecting cost of commissioning and operating the capacities. The specificity of the problem is the nonlinear occurrence of control parameters both in the objective functional and in the constraints. The existence and qualitative behavior of solutions to such problems require special analysis because no general theory exists. The paper presents a software package for solving the problem of optimal control of the age structure of the main equipment of power plants. The algorithm includes a numerical solution of the system of non-classical Volterra integral equations of the first kind using modified quadrature methods of right and middle rectangles. A method is proposed for taking into account constraints on the input capacities. Numerical calculations of the optimal development of the Unified Energy System of Russia until 2050 are carried out using real-life data. Using the developed software package, it is possible to solve the problem of optimal control of the age structure of power plant equipment for various variations of economic indicators.

Keywords: developing system, optimization problem, Volterra equations of the first kind, numerical solution, age structure.

References

1. Apartsyn A.S., Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. [Integral Models for the Development of Technical Modernization of Generating Capacities Strategy]. *Electricity*, 2017, no. 3, pp. 4–11. (in Russ.)
2. Malcolmson J.M. Replacement and the Rental Value of Capital Equipment Subject to Obsolescence. *Journal of Economic Theory*, 1975, vol. 10, pp. 24–41. DOI: 10.1016/0022-0531(75)90059-9
3. Van Hilten O. The Optimal Lifetime of Capital Equipment. *Journal of Economic Theory*, 1991, vol. 55, pp. 449–454. DOI: 10.1016/0022-0531(91)90051-5
4. Cooley T., Greenwood J., Yorukoglu M. The Replacement Problem. *Journal Monet. Econ*, 1997, vol. 3, pp. 457–499. DOI: 10.1016/S0304-3932(97)00055-X
5. Love C.E., Guo R. Utilizing Weibull Failure Rates in Repair Limit Analysis for Equipment Replacement/Preventive Maintenance Decisions. *Journal of the Operational Research Society*, 1996, vol. 47, pp. 1366–1376. DOI: 10.1057/palgrave.jors.0471104
6. Greenwood J., Herkowitz Z., Krusell P. Long-Run Implications of Investment-Specific Technological Change. *American Economic Review*, 1997, vol. 87, pp. 342–362.
7. Glushkov V.M. [On One Class of Dynamic Macroeconomic Models]. *Controlling Systems and Machines*, 1977, no. 2, pp. 3–6.

8. Glushkov V.M., Ivanov V.V., Yanenko V.M. *Modelirovanie razvivayushchikhsya sistem* [Modeling of Developing Systems]. Moscow, Nauka Publ, 1983. 350 p.
9. Corduneanu C. *Integral Equations and Applications*. Cambridge, Cambridge University Press, 1991. 223 p. DOI: 10.1017/CBO9780511569395
10. Hritonenko N. Optimization Analysis of a Nonlinear Integral Model with Applications to Economics. *Nonlinear Studies*, 2004, vol. 11, pp. 59–70.
11. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Structure of Optimal Trajectories in a Nonlinear Dynamic Model with Endogenous Delay. *Journal of Applied Mathematics*, 2004, vol. 5, pp. 433–445. DOI: 10.1155/S1110757X04311046
12. Hritonenko N., Yatsenko Yu. *Modeling and Optimization of the Lifetime of Technologies*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1996. 252 p. DOI: 10.1007/978-1-4613-3446-0
13. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Creative Destruction of Computing Systems: Analysis and Modeling. *The Journal of Supercomputing*, 2006, vol. 38, no. 2, pp. 143–154. DOI: 10.1007/s11227-006-7763-x
14. Ivanov D.V., Karaulova I.V., Markova E.V., Trufanov V.V., Khamisov O.V. [Control and Power Grid Development: Numerical Solutions]. *Automation and Remote Control*, 2004, vol. 65, no. 3, pp. 472–482. (in Russ.) DOI: 10.1023/B:AURC.0000019380.88379.d9
15. Apartsyn A.S., Karaulova I.V., Markova E.V., Trufanov, V.V. [Application of Volterra Integral Equations for Modeling Strategies of Power Industry Technical Re-Equipment]. *Electricity*, 2005, no. 10, pp. 69–75. (in Russ.)
16. Karaulova I.V. Markova E.V. [Optimal Control Problem of Development of an Electric Power System]. *Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 4, pp. 637–644. (in Russ.) DOI: 10.1134/S0005117908040103
17. Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. On Models of Developing Systems and Their Applications. *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 7, pp. 1371–1379. (in Russ.) DOI: 10.1134/S0005117911070046
18. Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. Integral Models of Developing Electric Power Systems. *International Journal of Energy Optimization and Engineering*, 2013, vol. 2, no. 4, pp. 44–58. DOI: 10.4018/ijeoe.2013100103
19. Apartsyn A.S., Sidler I.V. [Using the Nonclassical Volterra Equations of the First Kind to Model the Developing Systems]. *Automation and Remote Control*, 2013, vol. 74, no. 6, pp. 899–910. (in Russ.) DOI: 10.1134/S0005117913060015
20. Apartsyn A.S., Sidler I.V. [Integral Models Development of Electric Power Systems with Allowance for Ageing of Equipments of Electric Power Plants]. *Electronic Modeling*, 2014, no. 4, pp. 81–88. (in Russ.)
21. Apartsyn A.S., Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. [On Control Problem of Age Structure in the Integral Model of the EES of Russia]. *Bulletin of Tambov university. Series: Natural and Technical Sciences*, 2015, vol. 20, no. 5, pp. 1006–1009. (in Russ.)
22. Apartsyn A.S. On Some Classes of Linear Volterra Integral Equations. *Abstract and Applied Analysis*, 2014, vol. 2014, Article ID 532409. DOI: 10.1155/2014/532409
23. Apartsyn A.S. Sidler I.V. On the Test Volterra Equations of the First Kind in Integral Models of Developing Systems. *Automat. Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 4, pp. 604–616. (in Russ.) DOI: 10.1134/S0005117918040033
24. Apartsyn A.S. *Nonclassical Linear Volterra Equations of the First Kind*. VSP, Utrecht-Boston, 2003. 168 p. DOI: 10.1515/9783110944976
25. Novak A.V. [The Results of the Work of the Ministry of Energy of Russia and the Main Results of the Functioning of the Fuel and Energy Complex in 2015]. *Presentation for the Report of Minister of Energy of the Russian Federation*. Available at <https://minenergo.gov.ru/modal/view-pdf/4913/60888/nojs> (2016). (in Russ.)
26. Apartsyn A.S., Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. Optimization Problem of Equipment Age Structure in the Model of Russia's Unified Energy System Development. *Proceedings 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON)*, IEEE. # 978-1-5386-1596-6/17, pp. 24–29.

27. Apartsyn A.S., Markova E.V., Sidler I.V. [Influence of Economic Indices on the Solution to the Optimization Problem of the Age Structure of Power Plants Equipment]. *News of the Irkutsk State University. Series "Mathematics"*, 2018, no. 25, pp. 19–32. (in Russ.) DOI: 10.26516/1997-7670.2018.25.19

Received 24 July 2019

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Маркова, Е.В. Программный комплекс для решения задачи оптимального управления возрастной структурой основного оборудования электростанций / Е.В. Маркова, И.В. Сидлер // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2019. – Т. 19, № 4. – С. 27–39. DOI: 10.14529/ctcr190403

FOR CITATION

Markova E.V., Sidler I.V. Software Package to Research Optimization Problem for Age Structure of Power Plants Basic Types. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2019, vol. 19, no. 4, pp. 27–39. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr190403
