

Kartezyen Hesaplama Ağları Kullanılarak
İki Boyutlu Sıkıştırılabilir Akışlar için
Laminar Navier-Stokes Çözücüsü Geliştirilmesi

Proje No: 109M510

Prof. Dr. M. Halûk AKSEL
Öğr. Gör. Dr. Tahsin ÇETİNKAYA
Makina Yük. Müh. Mehmet Serkan ŞAHİN

HAZİRAN 2012
ANKARA

ÖNSÖZ

Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağları için zamana bağlı olmayan iki boyutlu laminar akışlarda kullanılmak üzere bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Bu çalışmadaki sonuçlar Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümünde, Prof. Dr. M. Haluk Aksel'in tez yürütücülüğünde ve Öğr. Gör. Dr. Tahsin ÇETİNKAYA'nın yardımcı tez yürütücülüğünde Makina Yüksek Mühendisi Mehmet Serkan şAHİN tarafından gerçekleştirilen "Development of a Two-dimensional Navier-Stokes for Laminar Flows Using Cartesian Grids" isimli Yüksek Lisans tezi çerçevesinde elde edilmiştir. Bu proje Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, Mühendislik Araştırma Grubu tarafından desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÖZET	x
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
1.1 GENEL	1
1.2 LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	1
2. İKİ BOYUTLU MELEZ AĞ ÜRETİCİSİNİN HAZIRLANMASI	9
2.1 İKİ BOYUTLU KARTEZYEN HESAPLAMA AĞININ OLUŞTURULMASI	9
2.1.1 Dörtlü Ağaç Veri Yapısı	9
2.1.2 Geometrinin Tanımlanması ve Geometrik Adaptasyon	13
2.1.2.1 Geometrinin Tanımlanması	13
2.1.2.2 Eşit Ağ Adaptasyonu	15
2.1.2.3 Geometrik Adaptasyon	19
2.1.2.3.1 Kutu Adaptasyonu	19
2.1.2.3.2 Kesik ve Ayrık Hücre Adaptasyonu	25
2.1.2.3.2 Eğrilik Adaptasyonu	26
2.2 GÖVDE UYUMLU HESAPLAMA AĞININ OLUŞTURULMASI	27
2.2.1 Sınır Tabaka Kalınlığının Belirlenmesi	28
2.2.1.1 Şişirilmiş Geometrinin Oluşturulması	29
2.2.1.2 Yüksek Kavisli Bölgelerin Ele Alınması	29
2.2.1.3 Negatif Hacmin Yok Edilmesi	32
2.3 DÖRTGEN HESAPLAMA AĞININ OLUŞTURULMASI	27
2.3.1 Bağlanırlık	34
2.3.1 Dörtgen Hücrelerin İrileştirilmesi	36

3.	İKİ BOYUTLU LAMİNAR NAVIER-STOKES ÇÖZÜCÜSÜNÜN GELİŞTİRİLMESİ	39
3.1	TEMEL DENKLEMLER	39
3.1.1	İki Boyutlu Temel Denklemlerin Integral Hali	39
3.1.2	Boyutsuzlaştırma	42
3.1.3	Sınır Şartları	44
3.1.3.1	Uzak Alan Sınır Şartı	44
3.1.3.2	Duvar Sınır Şartı	45
3.2	UZAYDA VE ZAMANDA AYRIKLAŞTIRMA	46
3.2.1	Uzayda Ayırıklaştırma	46
3.2.2	Zaman Boyutunda Ayırıklaştırma	47
3.2.3	Çok Kademeli Zaman Adımlama	48
3.2.4	Zaman Adımı Hesaplamaları	49
3.2.4.1	Viskoz Olmayan Akışlar için Zaman Adımı Hesaplanması	50
3.2.4.2	Viskoz Akışlar için Zaman Adımı Hesaplanması	50
3.2.4.3	CFL Sayısının Azaltılması	51
3.3	VİSKOZ OLMAYAN AKI HESAPLAMALARI	52
3.3.1	Roe'nun Yaklaşık Riemann Çözücüsü	53
3.3.2	Liou'nun Yukarı Yönde Adveksiyon Ayırıştırma Yöntemi (AUSM)	54
3.3.3	AUSMD Yöntemi	56
3.3.3	AUSMV Yöntemi	58
3.4	YENİDEN YAPILANDIRMA	59
3.4.1	En Küçük Karaler Yeniden Yapılandırma Yöntemi	59
3.4.2	Gradyan Limitleme	60
3.5	VİSKOZ AKILARIN HESAPLANMASI	61
3.5.1	Viskoz Akıların Yeniden Yapılandırılması	61
3.6	KATSAYILARIN HESAPLANMASI	63
3.6.1	Basınç Katsayısı	63
3.6.2	Yüzey Sürtünme Katsayısı	64
3.7	ÇÖZÜM ADAPTASYONU	64
3.6.1	Basınç Katsayısı	63
3.6.2	Yüzey Sürtünme Katsayısı	64
4.	ÇOKLU AĞ YÖNTEMİ	67
4.1	DOĞRUSAL OLMAYAN DENKLEMLER İÇİN ÇOKLU AĞ YÖNTEMİ	67
4.1.1	Hassas Hesaplama Ağı Yinelemeleri	68
4.1.2	Sınırlama	69
4.1.3	Uzatma	70

4.1.4	Düzeltilme ve Son Yinelemeler	71
4.1.5	İkinci Derece Şemalar için Değişiklikler	71
4.2	VİSKOZ OLMAYAN AKIŞLARDA ÇOKLU AĞ YÖNTEMİNİN ETKİSİ	72
4.2.1	Viskoz Olmayan Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi	73
4.2.2	Viskoz Olmayan Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanıldığında Kademe Testi	73
4.2.3	Viskoz Olmayan Akışlarda Çevrim Testi	75
4.2.4	Viskoz Olmayan Akışlarda Yineleme Testi	77
4.3	VİSKOZ AKIŞLARDA ÇOKLU AĞ YÖNTEMİNİN ETKİSİ	78
4.3.1	Viskoz Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi	78
4.3.2	Viskoz Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanıldığında Kademe Testi	80
4.3.3	Viskoz Akışlarda Çevrim Testi	81
4.3.4	Viskoz Akışlarda Yineleme Testi	82
4.3.5	Viskoz Akışlarda Melez Hesaplama Ağı Testi	84
5.	SONUÇLAR	86
5.1	VİSKOZ OLMAYAN AKIŞLAR	86
5.1.1	RAE 2822 Kanadı Etrafındaki Ses Civarı Akış	86
5.1.2	NACA0012 Kanat Profili Etrafındaki Ses Üstü Akış	90
5.2	DÜŞÜK REYNOLDS SAYILI AKIŞLAR	86
5.2.1	NACA0012 Kanat Profili Etrafındaki Ses Altı Akış	97
5.2.2	NACA0012 Kanat Profili Etrafındaki Ses Civarı Akış	107
5.3	DÜŞÜK REYNOLDS SAYILI AKIŞLAR	109
5.3.1	30P30N Kanat Profili Etrafındaki Ses Altı Akış	112
6.	DEĞERLENDİRME	117
	KAYNAKLAR	119

TABLO LİSTESİ

Tablo		Sayfa
Tablo 3.1	Birinci derece şema için CFL sayıları ve kademe katsayıları	48
Tablo 3.2	İkinci derece şema için CFL sayıları ve kademe katsayıları	49
Tablo 4.1	Viskoz olmayan akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi	73
Tablo 4.2	Viskoz olmayan akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılarak kademe testi	74
Tablo 4.3	Viskoz olmayan akışlar için çevrim testi	76
Tablo 4.4	Viskoz olmayan akışlar için yineleme testi	77
Tablo 4.5	Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi	79
Tablo 4.6	Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılarak kademe testi	80
Tablo 4.7	Viskoz akışlar için çevrim testi	82
Tablo 4.8	Viskoz akışlar için yineleme testi	83
Tablo 4.8	Viskoz akışlar için melez hesaplama ağı testi	84
Tablo 5.1	Viskoz olmayan ses civarı akış için test durumlarının ortak özellikleri	87
Tablo 5.2	RAE 2822 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması	88
Tablo 5.3	Viskoz olmayan ses üstü akış için test durumlarının özellikleri	87
Tablo 5.4	RAE 2822 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması	92
Tablo 5.5	Laminer ses altı akış için test durumlarının ortak özellikleri	97
Tablo 5.6	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer ses altı akış için test durumlarının karşılaştırılması	98
Tablo 5.7	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer ses altı akış için melez hesaplama ağlarının kullanıldığı test durumlarının karşılaştırılması	103
Tablo 5.8	Laminer ses civarı akış için test durumlarının özellikleri	106
Tablo 5.9	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması	108
Tablo 5.10	Yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için test durumlarının ortak özellikleri	112
Tablo 5.11	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması	113

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil		Sayfa
Şekil 2.1	Dörtlü ağaç veri yapısına örnek	10
Şekil 2.2	Bir yaprak hücrenin köşe ve kenarlarının numaralandırılması	12
Şekil 2.3	Kesim noktalarının gösterimi	13
Şekil 2.4	Üçgen oluşturma işlemine bir örnek	14
Şekil 2.5	NACA0012 kanatçık profili ve çevresinde yaratılan düzgün ağ (uniform mesh)	15
Şekil 2.6	Üç elemanlı kanatçık profili ve çevresinde yaratılan düzgün ağ (uniform mesh)	16
Şekil 2.7	Işın fırlatma yöntemine bir örnek	17
Şekil 2.8	Hücre çeşitlerine örnekler	18
Şekil 2.9	Özel durumlara iki örnek	19
Şekil 2.10	Kutu adaptasyonuna bir örnek	20
Şekil 2.11	Ayrık hücrelere üç örnek	21
Şekil 2.12	Toplam kare endeksinin hesaplanmasına bir örnek	22
Şekil 2.13	Bir ayrık hücrenin kesim noktalarının numaralandırılması ve ayrı hesaplama alanlarının kesik hücre gibi düşünüldüğünde aldıkları toplam kare endeksleri	24
Şekil 2.14	Karelerle ilerleme yöntemi için gerekli olan tablolar	25
Şekil 2.15	Kesik ve ayrık hücre adaptasyonuna bir örnek	26
Şekil 2.16	İki komşu kesik hücrenin normalleri	27
Şekil 2.17	Eğrilik adaptasyonuna bir örnek	28
Şekil 2.18	Şişirilmiş geometri için yeni düğüm noktası oluşturulması	30
Şekil 2.19	Dışbükey bölgelerin ele alınmaması durumunda orijinal ve şişirilmiş geometriler	30
Şekil 2.20	Yüksek kavisli bölgede şişirilmiş bir düğüm noktası yaratılması	31
Şekil 2.21	Dışbükey bölgelerin ele alınması durumunda orijinal ve şişirilmiş geometriler	32
Şekil 2.22	Dışbükey bölgedeki negatif hacim	32
Şekil 2.23	Negatif hacimlerin ortadan kaldırılmasından sonraki sınır tabaka	33
Şekil 2.24	Kartezyen hücre ile bağlantılı dörtgen hücre arasındaki ilişki	34
Şekil 2.25	Kartezyen hücre ile bağlantılı iki dörtgen hücre arasındaki ilişki	32
Şekil 2.26	Üç elemanlı kanadın son kanatçığı etrafındaki melez hesaplama ağı	35

Şekil 2.27	Çoklu ağ yönteminde NACA 0012 kanadı etrafında kullanılan melez hesaplama ağı	38
Şekil 3.1	Uzak alan sınır şartı	44
Şekil 3.2	Viskoz olmayan akışlar için duvar sınır şartı	45
Şekil 3.3	Viskoz akışlar için duvar sınır şartı	46
Şekil 3.4	Bir hücre arayüzündeki viskoz akının hesaplanması	62
Şekil 3.5	Mohr dairesi	65
Şekil 3.6	Çözüm adaptasyonuna örnek	66
Şekil 4.1	Eşdeğer hücre kavramı	69
Şekil 4.2	RAE 2822 kanat profili etrafında tümüyle ve kısmen ikinci derece şema kullanılmasıyla elde edilen basınç katsayısı dağılımlarının karşılaştırılması	72
Şekil 4.3	Çözüm adaptasyonsuz hesaplama ağı için RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	74
Şekil 4.4	Çözüm adaptasyonlu hesaplama ağı için RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	75
Şekil 4.5	RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta çevrim testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	76
Şekil 4.6	RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta yineleme testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	77
Şekil 4.7	Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	79
Şekil 4.8	Çözüm adaptasyonlu hesaplama ağı için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	81
Şekil 4.9	NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta çevrim testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	82
Şekil 4.10	NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta yineleme testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	83
Şekil 4.11	NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta melez hesaplama ağı testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	85
Şekil 5.1	RAE 2822 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses civarı akış için basınç katsayısı dağılımı	88
Şekil 5.2	(a) Üçüncü ve (b) beşinci test durumları için RAE 2822 kanat profili etrafındaki ses civarı akış için hesaplama ağları	89
Şekil 5.3	Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için RAE 2822 kanat profili etrafındaki ses civarı akış için Mach eş eğrileri	90
Şekil 5.4	Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için RAE 2822 kanat profili etrafındaki ses civarı akış için basınç eş eğrileri	91
Şekil 5.5	NACA 0012 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses üstü akış için	

	çözüm adaptasyonu kullanılmadan elde edilen basınç katsayısı dağılımı	93
Şekil 5.6	NACA 0012 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses üstü akış için çözüm adaptasyonu kullanılmadan elde edilen basınç katsayısı dağılımı	94
Şekil 5.7	Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için NACA 0012 kanat profili etrafındaki ses üstü akış için Mach eş eğrileri	95
Şekil 5.8	Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için NACA 0012 kanat profili etrafındaki ses üstü akış için basınç eş eğrileri	96
Şekil 5.9	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için basınç katsayısı dağılımı	99
Şekil 5.10	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için yüzey sürtünme katsayısı dağılımı	99
Şekil 5.11	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için yedinci test durumu ile ARC2D verilerinin karşılaştırılması	100
Şekil 5.12	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için kullanılan hesaplama ağı	101
Şekil 5.13	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için Mach eş eğrileri	102
Şekil 5.14	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için basınç eş eğrileri	102
Şekil 5.15	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için birinci ve sekizinci test durumlarının ARC2D'nin sonuçları ile karşılaştırılması	104
Şekil 5.16	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için melez ve Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak elde edilen basınç katsayısı dağılımı	105
Şekil 5.17	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için melez ve Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak elde edilen yüzey sürtünme katsayısı dağılımı	105
Şekil 5.18	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için basınç katsayısı Dağılımı	107
Şekil 5.19	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için yüzey sürtünme katsayısı dağılımı	108
Şekil 5.20	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için kullanılan hesaplama ağı	109
Şekil 5.21	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için NSC2KE yazılımı ile elde edilen Mach eş eğrileri	110
Şekil 5.22	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için elde edilen Mach eş eğrileri	110
Şekil 5.23	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için elde edilen basınç eş eğrileri	111

Şekil 5.24	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için elde edilen sıcaklık eş eğrileri	111
Şekil 5.25	30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için basınç katsayısı dağılımı	113
Şekil 5.26	30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için hesaplama açısı (beşinci test durumu)	114
Şekil 5.27	30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için Mach eş eğrileri (beşinci test durumu)	115
Şekil 5.28	30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için ana elemanın firar kenarı etrafındaki akım çizgileri (beşinci test durumu)	115
Şekil 5.29	30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için basınç eş eğrileri (beşinci test durumu)	116

ÖZET

Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağlarına uygun zamana bağlı olmayan iki boyutlu sıkıştırılabilir akışlar için laminer bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Bu yöntemle geometrik karmaşıklıklarla ilgili zorluklar ile yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarında karşılaşılan akışa ve geometriye yönelik adaptasyon problemleri ortadan kaldırılmıştır. Hesaplama ağının üretimi ile akış alanının çözümü aşamaları arasında gerekli olan kullanıcı müdahalesini ortadan kaldırmak üzere geliştirilen yazılım tam otomatik olarak çalışmaktadır. Akış alanındaki gövdenin geometrisi düz çizgi parçaları kullanılarak verildiğinde, gövde uyumlu (body-fitted) dikdörtgen elemanlardan oluşan hesaplama ağı otomatik olarak oluşturulmaktadır. Bu hesaplama ağı, daha sonra dikdörtgen elemanlardan oluşan hesaplama ağının dış sınırlarını kesecek şekilde ardışık olarak bölünerek büyük bir Kartezyen hücre ile örtüştürülmüştür. Her iki hesaplama ağının örtüştüğü bölgede Kartezyen hesaplama ağındaki hücreler ile dikdörtgen hesaplama ağındaki hücrelerin benzer boyutlarda olması sağlanmıştır. Hesaplama ağının son şekli ise hücre kesme yöntemiyle otomatik olarak elde edilmektedir.

Diziler gibi klasik veri yapıları yerine dörtlü ağaç (quadtree) ve bağlanmış liste (linked list) gibi dinamik veri yapıları kullanılmıştır. Bağlantı bilgileri dörtlü ağaç veri yapısı kullanılarak hücreler arası ebebeyin-çocuk ilişkisi ile elde edilmiştir. Bu tip bir veri yapısıyla, yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarına göre daha karmaşık geometrilerin ele alınması mümkün olmaktadır.

Navier-Stokes denklemlerinin sonlu hacim formülasyonu hücre merkezli yaklaşımla kullanılmıştır. Hücre yüzlerindeki akılar akı fark ayrıştırması ve akı vektör ayrıştırması yöntemleriyle hesaplanmaktadır. Uzayda ikinci dereceden doğruluk elde edilebilmesi için basit değişkenlerin yeniden oluşturulmasında (reconstruction) yol tümeleme (path integration) ve asgari kareler (least squares) yöntemleri kullanılmaktadır. Doğru ve sınırlı değerler elde edilebilmesi için yeniden oluşturma işlemi sırasında limitleyiciler kullanılmıştır.

Yakınsamanın hızlandırılabilmesi için yerel zaman adımlarıyla birlikte çok kademeli (multistage) zaman adımlaması kullanılmıştır. Kartezyen hesaplama ağlarının adaptasyona çok uygun olmasından dolayı, yapılan adaptasyon sonucunda hücre boyları arasında önemli farklılıklar oluşmakta olduğundan, yakınsama hızı yerel zaman adımı uygulaması ile artırılmıştır.

Çözüme bağlı hesaplama ağı adaptasyonu çözüm ile ağ arasındaki uyumun oluşmasını sağlayarak, akıştaki kritik bölgelerin daha iyi çözümlenmesine olanak vermiştir. Böylelikle, çözüm

zamanında önemli bir artış olmadan yüksek seviyede hassasiyet elde edilmesi mümkün olmuştur. Çözüm adaptasyonu kayma tabakalarında hız dönümü, normal ve eğik şoklarda ise hız gradyanı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu iki kriterin bir arada kullanılmasının bir tanesinin kullanılmasına göre daha iyi sonuçlar vermiştir.

Geliştirilecek yazılım literatürde mevcut deneysel sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Anahtar Sözcükler Kartezyen Hesaplama Ağı, Navier-Stokes Akış Çözücüsü, Geometrik Adaptasyon, Çözüm Adaptasyonu, Çoklu Ağ Yöntemi

ABSTRACT

A Cartesian method for the solution of the steady-state two-dimensional laminar Navier-Stokes equations is developed for Cartesian grids. This method is used to overcome the difficulties associated with geometric complexities and adaptation problems encountered in structured and ordinary unstructured methods. In addition, the developed code is fully automatic to eliminate the user interference between the mesh generation and solution steps. When the definition of body geometry is given in terms of straight line segments, geometrically-adaptive, body-fitted quadrilateral grids are generated automatically. These grids are then overlapped with a large Cartesian cell which is subdivided recursively until the Cartesian cells are intersected by the outer boundaries of the quadrilateral grids having similar grid resolutions to the quadrilateral cells. The final computational grid is then automatically produced through cell cutting.

Instead of simple conventional data structures like two-dimensional arrays, dynamic data structures like quadtree and linked list are used. Connectivity information is obtained from the quadtree data structure via parent-children relationships between the cells. This kind of data structure enables to handle much more complicated input geometries compared to structured and ordinary unstructured methods.

The finite volume formulation of the two-dimensional Navier-Stokes equations is used with cell-centered approach. Flux difference splitting and flux vector splitting methods are employed for formulation of the flux at cell faces. Primitive variables are reconstructed using the path integral and least squares methods to achieve second order accuracy in space. In order to ensure accurate and bounded values, limiters are employed in the reconstruction process.

Multistage time stepping is used with local time steps to increase the convergence rate. Since Cartesian meshes are highly adaptive, there are significant differences between the length scales of the cells. Hence, the convergence rate is improved by using local time stepping.

Multigrid convergence acceleration technique, specifically nested iteration, is used in order to increase the convergence rate to the steady-state even more. The problem under consideration is first be solved on a coarse mesh. This solution is then used for successively finer meshes as the improved initial guess.

Solution adaptation is used for resolving more critical regions in the solution domain. As a result, higher levels of accuracy are obtained without a significant increase in the computational time. Curl of

velocity is used for resolving shear layers and divergence of velocity is used for resolving oblique and normal shock waves. The combination of these two criteria gives better results than a single one.

The developed code is then verified with the experimental data available in the literature.

Keywords: Cartesian Grids, Navier-Stokes Flow Solver, Geometric Adaptation, Solution Adaptation, Multigrid Method

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 GENEL

Hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde kullanılan yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağları gerçek mühendislik problemlerin çözümünde başarıyla uygulanmıştır. Her iki yöntem de karmaşık geometriler etrafındaki hesaplama bölgesinin ayrıştırılmasında tam otomasyon sağlayamamıştır. Bunun en önemli nedenlerinden biri, her iki yöntemde de katı cisimlerin yakınındaki hücrelerin yüzeye uyumunun gerekmesidir. Bu durumda hesaplama ağı katı cismin geometrisine ve topolojisine bağlanmakta ve yüzeydeki hesaplama ağı yerel geometri ile akışın çelişkili gereksinimine maruz kalmaktadır. Yapısal olmayan yüzey ağlarındaki üçgenlemeler bu gereksinimi rahatlatmasına karşılık, yapısal yüzey ağlarında önceden belirlenmiş bağlantılar ek kısıtlamalar ortaya çıkartmaktadır. Yapısal olmayan ağ teknolojisi, geometrik esnekliği nedeniyle popülerlik kazanarak özellikle viskoz olmayan akışların modellenmesinde kullanılmaktadır. Bu yöntemin (i) belirli bir görünüş oranına (aspect ratio) sahip yüksek kaliteli dört yüzlü hesaplama ağlarının yaratılmaması ve (ii) yüksek derecede eğilmiş dört yüzlü hesaplama ağlarında akış çözücüsünün doğruluk ve güvenilirliğinin azalması olmak üzere iki önemli dezavantajı bulunmaktadır. Bu nedenle, karmaşık geometrileri ele alabilmek için alternatif teknolojiler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin en göze çarpanlarından biri Kartezyen ağ yöntemidir. Bu yöntemin (i) otomatik ağ üretimi, (ii) otomatik ağ uyarlaması, (iii) basit akı hesaplama yöntemi ve basitleştirilmiş veri yapısı olmak üzere çok önemli üç avantajı bulunmaktadır.

1.2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Kartezyen hesaplama ağları ise yüzeye uyum gerektirmediğinden diğer hesaplama ağlarına göre farklıdır. Bu tip hesaplama ağları dörtgen prizma hücrelerden oluşmakta ve ağ çizgileri birbirlerine dik olarak katı cisim içerisinde doğru uzanmaktadır. Daha sonra bu yöntemde, tümüyle katı cisim içerisinde olan hücreler ile katı cisimle kesişen hücreler belirlenmektedir. Bunların dışında kalan hücreler ise akışın olduğu hücrelerdir. Kartezyen yaklaşımında yüzey geometrisi ile dörtgen prizmaların kesişmelerinin hesaplanmasından kaynaklanan problemler ile yüzeye uygun hesaplama ağı oluşturulması arasında bir

tercih yapılmaktadır. Bu kesiştirme yöntemleri De Zeeuw ve Powell (1991), Karman (1995), Melton (1995, 1996), Quirk (1992) ile Werterlen ve Karman (1995) gibi araştırmacılar tarafından karmaşık geometrilere uygulanmıştır.

Kartezyen yöntemi ile yüzey modellemede bu yaklaşım çok önemli bir sonuç doğurmaktadır. Hesaplama ağındaki hücrelerin geometriyi gelişi güzel kesmesinden dolayı, yüzeydeki kesilmiş hücreler yüzey tanımından bağımsız hale gelmektedir. Böylece, yüzeyin tanımlanması yüzeye uyumlu yaklaşımlarda olduğu gibi hem akışı hem de yerel geometriyi çözümlenmeyi gerektirmemektedir.

Kartezyen yaklaşımlar iki genel kategoriye girmektedirler. İlk kategoride h -rafine dörtgen prizmalardan oluşan yapısal olmayan veya sekizli ağaç sistemine dayanan yapısal hesaplama ağları yer almaktadır. Diğer kategori ise De Zeeuw ve Powell (1991) ve Quirk (1992) tarafından araştırılmış olan ve yapısal ağ blokları içine yerleştirilmiş yapısal alt ağlardan oluşmaktadır. Yapısal olmayan ve sekizli ağaç sistemine dayanan yöntemlerde hesaplama bölgesinde ağ oluşturulması hücre bölünmesine dayanmaktadır. Bu yaklaşımda ya kaba bir hesaplama ağından ya da tek bir kök hücreden başlanılarak dörtgen prizma elemanlar art arda bölünerek akışın ve geometrinin gerektirdiği hesaplama ağı oluşturulmaktadır. Sonuçta elde edilen hesaplama ağı ya tümüyle yapısal olmamakta ya da sekizli ağaç yapısında olmaktadır. De Zeeuw ve Powell (1991), Quirk (1992), Berger ve Melton (1995) ile Melton (1996) bu yaklaşımı iki ve üç boyutlu problemlere başarıyla uygulamıştır.

Günümüzde Kartezyen hesaplama ağı yaklaşımının üç boyutlu karmaşık geometrilere uygulanması yaygınlaşmışsa da bu yaklaşım 1970'li yılların sonlarından itibaren uygulanmaktadır. Purvis ve Burhalter (1979) iki boyutlu tam potansiyel denklemi Kartezyen hesaplama ağı kullanarak çözmüştür. Euler denklemlerinin çözümü 1980'li yılların ortalarından itibaren Clark, Salas ve Hassan (1986) ile Grossman ve Whitaker (1986) gibi araştırmacılar tarafından incelenmiştir. İlk üç boyutlu sürtünmesiz çözümler 1980 sonlarında Gaffney, Hassan ve Salas (1987) tarafından elde edilmiştir.

Kartezyen yaklaşımı endüstriyel problemlere başarıyla uygulanmıştır. Bunlar arasında Boeing firması tarafından kullanılan ve tam potansiyel denklemi çözen TRANAIR yazılımı ile Euler simülasyonu yapan Tidd, Strash, Epstein ve Luntz (1991) tarafından geliştirilen MGAERO yazılımı bulunmaktadır. Lednicer, Tidd ve Birch (1994), Levy, Warner and Nelson (1994), Melton, Enamoto ve Berger (1993) ve Aftosmis, Melton ve Berger (1995) ise karmaşık geometrilere bileşke bazlı bir yaklaşımı kullanmaktadır.

Kartezyen ayrıştırmalar sonucunda ortaya çıkan kesilmiş hücreler sınır şartlarının uygulanmasında çeşitli problemler oluşturmaktadır. Bu problemler Berger ve LeVeque (1990), Berger ve Melton (1995), Coirier ve Powell (1993), Forrer (1996) ile Melton (1996) tarafından tartışılmıştır.

Coirier (1994) tarafından belirtildiği gibi Kartezyen yaklaşımda dörtgen prizmaların h -tipi ayrıştırması sonucunda ortaya çıkan isotropik hücreler sürtünmesiz akışları modellemede çok başarılı olmasına karşılık sınır tabaka içerisinde ve diğer sürtünmeli akışlarda etkili olamamaktadır. Coirier (1994)

ile Karman (1995) sürtünmesiz Kartezyen yaklaşımların sürtünmeli akışlara da uygulanabilmesi için çalışmalar yapmışlardır.

Kartezyen yöntemler ilk olarak 1975 yılında yapısal ve yapısal olmayan çözüm yöntemlerine alternatif olarak önerilmiştir. Bu yöntemlerdeki en büyük amaç otomatik hesaplama ağı üretimini sağlamak ve çözüm adaptasyonunu kolaylaştırmaktır. Ancak, bilgisayarların yetersizliği nedeniyle, bu yöntemlerle 1980'li yıllara kadar çok fazla ilgilenilmemiştir. Bunun en önemli sebebi ise Kartezyen yöntemlerin karmaşık bir veri yapısına gerek duymasıdır.

Clarke, Salas ve Hassan (1986), Kartezyen yöntemleri çoklu kanat profilleri üzerindeki iki boyutlu zamana bağlı olmayan sürtünmesiz akışları zmek için kullanmışlardır. Aynı problemin yapısal yöntemlerle çözümü ise rtşmeli hesaplamalı ağları gibi oldukça karmaşık yöntemler gerektirmektedir. Daha sonra, Mitchel, Salas ve Hassan (1988) iki boyutlu Euler denklemlerinin çözümü için alternatif bir Kartezyen hesaplama ağı yaratma yöntemi geliştirmişlerdir.

Tidd, Strash, Epstein, Luntz, Nachshon ve Rubin (1992), Kartezyen yaklaşımların tüm bir uçak etrafındaki üç boyutlu zamana bağlı olmayan sürtünmesiz akışı zmek için kullanmışlardır. Üç boyutlu problemlerin çözümü için gerekli olan çoklu ağ yöntemini yakınsamayla hızlandırmak için kullanmışlardır. Epstein, Luntz ve Nachshon (1992), benzer yöntemleri genel uçak geometrileri etrafındaki sürtünmesiz akışlara uygulamışlardır.

Kartezyen yöntemler yapısal olmayan bir yaklaşıma dayandığı için genellikle sonlu hacim yöntemi ile birlikte kullanılmaktadır. Ancak, Morinishi (1992) iki boyutlu sıkıştırılabilen Euler denklemlerinin Kartezyen hesaplama ağları üzerindeki çözümü için sonlu fark yöntemini kullanmıştır. Zaman boyutundaki tümleme ise Runge-Kutta şeması ile gerçekleştirilmiştir.

De Zeeuw (1993), zamana bağlı olmayan sürtünmesiz i ve dış akış problemlerinde iki boyutlu Euler denklemlerinin çözümü için Kartezyen yaklaşımların dörtlü ağaç ve bağlı liste veri yapıları ile birlikte kullanmıştır. Testere dişi çevrimi adı verilen bir çoklu ağ yöntemini başarıyla uygulayarak, kullanılan veri yapısından dolayı Kartezyen yöntemlerin çoklu ağ uygulamalarına çok uygun olduğunu göstermiştir. Böylelikle hafıza gereksinimini önemli bir lde arttırmadan hesaplama zamanını yarı yarıya azaltmıştır. Buna ek olarak, küçük kesik hücrelerle ilgili güçlükleri özel bir yerel zaman adımı uygulaması ve uzayda ikinci dereceden hassasiyet ile ortadan kaldırmıştır.

Coirier (1994), iki boyutlu Euler ve Navier-Stokes denklemlerinin hibrid bir hesaplama ağı üzerindeki çözümü için yazılım geliştirilmiştir. Bu çalışmada, sınır tabakayı etkin bir şekilde çözebilmek için hibrid bir hesaplama ağı kullanılmıştır. Ancak, bu alışma, Kartezyen yöntemlerde katı cisme tam bir uyum gerekmediği için, bu yöntemin tam bir uygulaması değildir

Kartezyen yöntemler modern yaklaşımlar olup, bu yöntemlerde kullanılan çözüm teknikleri genelde daha klasik yaklaşımlar olan yapısal yöntemler için geliştirmişlerdir. Quirk (1992) çeşitli çözüm tekniklerinin Kartezyen yöntemlere uygulanabilirliğini araştırarak bir takım iyileştirmeler önermiştir.

Aftosmis (1995), üç boyutlu Kartezyen hesaplama ağı üretimi için iç-dış testi (inside-outside test) ve çokgen klipsleme (polygon clipping) gibi alternatif yöntemler geliştirmiştir. Daha sonra, Aftosmis (1997) Kartezyen yöntemleri bileşke bazı geometrileri kullanarak üç boyutlu geometrilere uygulamıştır. Böylelikle, kirli yüzeylerle ilgili güçlükler ilk defa ortadan kaldırılmıştır. Bu durumda, geometri girdisi grafik ortamda yaratıldıktan sonra Kartezyen yöntemlerle analiz için aktarılmakta ve daha karmaşık geometriler için akış analizi mümkün olmaktadır. Bu işlemde önce herhangi bir yöntemin verimliliğini azaltan kirli yüzeyler manuel olarak temizlenmektedir.

Coirier ve Powell (1995), zamana bağlı olmayan transonik sürtünmesiz akışlarda Kartezyen yaklaşımının hassasiyetini araştırmıştır. Düzgün ve adaptif olarak hassaslaştırılan Kartezyen hesaplama ağları ile elde edilen sonuçları yapısal yöntemlerle elde edilmiş sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Pember, Bell, Colella, Crutchfield ve Welcome (1995), Kartezyen yaklaşımın karmaşık geometriler etrafındaki zamana bağlı sıkıştırılabilir akışların çözümüne özellikle uygun olduğunu göstermiştir. Buna ek olarak, Kartezyen yöntemlerin zamana bağlı olmayan sürtünmesiz akışların çözümünde de çok verimli olduğunu göstermiştir.

Kartezyen yöntemlerin en önemli dezavantajlarından birisi bağlantılılığın (connectivity) belirlenmesinin kullanılan karmaşık veri yapısından dolayı çok zaman almasıdır. Khokhlov (1998), bu güçlüğü özel bir algoritma kullanarak ortadan kaldırmıştır. Özel hücreleri bir araya getirerek bazı kutular oluşturmuş ve bunların arasındaki bağlantıyı ekstra işaretleyiciler kullanarak sağlamıştır. Böylelikle, bağlantılılık bilgisi için ağacın taranmasındaki gerekli zaman aralığı bellek gereksinimi çok fazla arttırılmadan önemli ölçüde azaltılmıştır.

Kartezyen yöntemler genellikle uzayda birinci veya ikinci dereceden hassastır. Forrer ve Jeltsch (1998), iki boyutlu problemlerin çözümünde uzayda daha yüksek dereceden hassasiyet elde edebilmek için özel bir teknik geliştirmiştir. Buna ek olarak, kesik hücreleri de özel bir şekilde ele almıştır. Böylelikle, Kartezyen yöntemlerde kalıtsal olarak bulunan kararsızlık problemi önlenmiştir.

Wang (1998) dördü ağ yapısına dayanan uyarlamalı bir Kartezyen/dörtgen ağ üreticisi, ağ uyarlayıcısı ve ikinci derece doğrulukta hücre merkezli viskoz bir akış çözücüsü geliştirmiştir. Bu çalışmada, Kartezyen hesaplama ağı ile gövde uyumlu hesaplama ağı örtüştürülmüş ve dördü ağ yapısı kullanılarak hesaplama ağının istenildiği zaman detaylandırılabilmesi (grid refinement), istenildiği zaman da kabalaştırılabilmesi (grid coarsening) sağlanmıştır.

Wu ve Li (2003), daha önce sınır tabakada kalıtsal olarak bulunan isotropik olmayan yapıyı ele almak üzere geliştirilmiş bir hassaslaştırma yöntemini sürtünmesiz akış problemlerine uygulamıştır.

Böylelikle iki boyutlu sürtünmesiz akış problemlerinde eğik ve normal şok dalgalarını yakalamak mümkün olmuştur.

Qian, Causon, Ingram ve Mingham (2003), Kartezyen yaklaşımını iki akışkanlı hidrolik akış problemlerinin çözümünde kullanmıştır. Bu çalışmada, sıkıştırılamaz akışlar için geçerli Euler denklemleri yapay sıkıştırılabilirlik faktörü kullanılarak sıkıştırılabilir akışları modellemek için kullanılmıştır. Çözüm alanı su ve havayı kapsamakta olup, iki akışkan arasındaki arayüz temas süreksizliği olarak tanımlanmıştır.

Ye, Mittal, Udaykumar and Shyy (1999) karmaşık gövdeler etrafındaki iki boyutlu zamana bağlı viskoz ve sıkıştırılamayan akışların çözümü için bir Kartezyen hesaplama ağı yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntemde, ikinci dereceden merkezi farklar şemasına dayanan sonlu hacim yöntemi kullanılmıştır. Sınır hücrelerde temel denklemlerin hassas olarak ayrıklaştırılması için interpolasyon yöntemi kullanılmıştır. İzlenen yol çözücünün ikinci dereceden hassasiyetini koruyabilen uzay ayrıştırma şemasının geliştirilebilmesine olanak sağlamıştır. Batık sınırların bulunması doğrusal operatörün şartlandırılmasını değiştirerek yinelemeli çözümü yavaşlattığı için yakınsama ön biçimlendirmeli eşlenik gradyan (preconditioned conjugate gradient) yöntemi kullanılarak hızlandırılmıştır.

Wang, Cphen, Hariharan, Przekwas and Grove (1999), karmaşık geometriler için 2^n ağaç yapısına dayanan viskoz bir Kartezyen ağ üretim yöntemi geliştirmiştir. 2^n veri yapısıyla karmaşık geometriler, şok dalgaları, kesme tabakaları ve koordinat yönlerindeki yöne bağımlı ağ uyarlamaları kolaylıkla ele alınabilmektedir. Sınır tabakayı çözümleyebilmek için öngörülen kalınlıktaki bir viskoz tabaka ağı, Kartezyen ağ ile gövde arasına izdüşüm tekniği kullanılarak eklenmektedir. Buna ek olarak, kritik bölgeleri algılayabilen bir algoritma geliştirilmiş ve hücre kesmesi tümüyle engelleyerek yüksek kalitede hesaplama ağları üretilmiştir.

Tucker and Pan (2000), Kartezyen kesik hücre yöntemini sıkıştırılamayan, viskoz ve laminer akışlara uygulamıştır. Bu yöntemde, katı sınır yüzeylerinde kesik hücreler oluşmaktadır. Bu hücreler için Navier-Stokes denklemlerinin integrasyonu sırasında yeni bir melez yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntem yüzey hücrelerinin düzenlenmesini ve interpolasyonu kapsamaktadır.

Wang (2000), Kartezyen/dörtgen hesaplama ağlarını kullanan viskoz akış çözücüsü için iç içe geçmiş bir çoklu ağ algoritması geliştirmişlerdir. Gövde geometrisi etrafında yüzey çektirme yöntemi ile gövde uyumlu dörtgen ağ oluşturulmuştur. Kartezyen ve dörtgen hesaplama ağlarının örtüştürülmesinden sonra, hücre kesme yöntemiyle çözümde kullanılacak hesaplama ağı oluşturulmuştur. Kartezyen ağın tek bir kök hücreden dörtlü ağ veri yapısı kullanılarak elde edilmesine karşılık, dörtgen ağlar dörtlü ağaç ormanı adı verilen ve en kaba dörtgen ağı gösteren çoklu köklerden elde edilmiştir. Çoklu ağ üretimi için gerekli kabalaştırma algoritması dörtlü ağ veri yapısının ters ağacına dayanmaktadır. Akış çözücüsü Roe'nun akı ayrıştırma yöntemine, hücre merkezli sonlu hacim ayrıştırma yöntemine, küçük kareler yeniden yapılandırma yöntemine ve türevi alınabilen bir limitleyiciye dayanmaktadır. Çoklu hesaplama stratejisi için testere dışı döngüsü, W-döngüsü ve V-döngüsü kullanılmıştır.

Kirkpatrick, Armfield and Kent (2003), viskoz temel denklemlerin aşamalı (staggered) eşit olmayan üç boyutlu Kartezyen ağlar kullanılarak çözümünde kavisli sınırları modellemek için yeni bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntemde, sınırda bulunan Kartezyen hücreler ortadan kaldırılarak, yüzeyle tümüyle uyumlu sınır ağı oluşturulmaktadır. Bu makalede, aşamalı ağ yapısında kesik hücrelerin oluşturulması sırasında ortaya çıkan sorunlar detaylı bir şekilde incelenmiştir. İkinci dereceden hassaslık, sınır hücre yüzleri için türetilen akı hesaplama yöntemleri ile sağlanmıştır.

Russell and Wang (2003), iki boyutlu sıkıştırılmayan viskoz akışlar için bir Kartezyen ağ yöntemi geliştirmişlerdir. Sistem düzgün bir Kartezyen hesaplama ağı için oluşturulmuş olup, girdap-akım fonksiyonu formülasyonu ile çözülmüştür. Hareketli çoklu nesnelere için geçirmezlik şartı ve kaymama şartı, Poisson denkleminin akım fonksiyonu için homojen çözümü ve hareketli yüzeyler üzerinde girdap üretilmesi ile elde edilmiştir.

Gilmanov, Sotiropoulos and Balaras (2003), üç boyutlu karmaşık geometriler etrafındaki akışın analizi için genel bir yeniden yapılandırma algoritması ortaya koymuşlardır. Bu algoritmada, üç boyutlu katı yüzeyin ayrıştırılması ile elde edilen arayüz yakınındaki yapısız üçgen elemanların Kartezyen düğüm noktaları üzerindeki çözümü gövdenin yerel dikmesi boyunca doğrusal interpolasyon kullanılarak yeniden yapılandırılmıştır. Sonuç olarak, çözücünün genel hassasiyeti ikinci derecedendir.

Hunt (2004), Afdosmis (1995) tarafından önerilen veri yapısını ve yöntemleri üç boyutlu Euler denklemlerinin çözümü için kullanmıştır. Geliştirilen yazılım zamana bağlı olan ve olmayan problemler için geçerlidir. Hareketli sınırlarda hücre birleştirmesi adı verilen bir yöntem kullanarak, zamana bağlı problemlerde yerel zaman adımı uygulaması yapılamamasından dolayı kesik hücrelerle ilgili ortaya çıkan güçlükleri ortadan kaldırmıştır. Buna ek olarak, Kartezyen yöntemlerde paralel hesaplamaları kullanarak üç boyutlu karmaşık problemleri kabul edilebilir zaman aralıkları içinde çözmüştür.

Li ve Wu (2004), izotropik olan ve olmayan hassaslaştırma yöntemlerini kuvvetli şok dalgalarının bulunduğu iki boyutlu sürtünmesiz akış problemlerinde kullanmıştır. Çözüm adaptasyonu kullanarak akış alanının kritik bölgelerini incelemek için Kartezyen yöntemlerin etkinliğini göstermiştir.

French (2004), korunabilir hücre köşeli Euler çözücüsünü Kartezyen hesaplama ağlarında kullanmıştır. Daha önceki çalışmalarda çok kademeli zaman adımı kullanılırken, bu çalışmada Lax-Wendroff zaman adımlaması kullanılmıştır. Modern bir yaklaşım olan Kartezyen yöntemlerin birçok klasik çözüm yöntemlerine uygun olduğunu göstermiştir.

Dodone ve Grossman (2004), kesik hücreleri daha etkin olarak ele alabilmek için eğrilikle düzeltilmiş simetri tekniğini (curvature-corrected symmetry technique) geliştirmiştir. Kesik hücrelerin ele alınmasının Kartezyen yöntemlerin en kritik bölümü olup, daha etkin yöntemler gerektirmektedir.

Keats ve Lien (2004), daha önce sıkıştırılmayan laminer akışlar için geliştirilmiş izotropik olmayan hassaslaştırmayı iki boyutlu zamana bağlı olmayan Euler denklemlerine uygulamıştır. Böylelikle

fazla sayıda hesaplama hücrelerinin oluşması önlenerek, hesaplamalar için önemli kazanımlar elde etmiş ve izotropik olmayan hassaslaştırmanın önemini zamana bağlı akışlarda zamana bağlı olmayan akışlara göre çok daha önemli olduğunu göstermiştir.

Sanmiguel-Rojas, Ortega-Casanova, del Pino and Fernandez-Feria (2005) karmaşık geometriler etrafındaki iki boyutlu viskoz akışlar için tüm sınır noktalarının doğal ağ noktası olduğu düzenli olmayan Kartezyen ağ üreten bir yöntem geliştirmişlerdir. Navier-Stokes denklemleri, oluşturulan düzensiz hesaplama ağları üzerinde sonlu fark yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Verstappen and Dröge (2005), gelişmiş güzel olarak düzenlenmiş sınırlar üzerinde zamana bağlı sıkıştırılmaz Navier-Stokes denklemlerini Kartezyen hesaplama ağları üzerinde çözebilmek için sayısal bir yöntem geliştirmişlerdir. Yeni bir kesilmiş hücre ayrıştırma yöntemi ortaya olup, bu yöntem taşınım ve yayılımın izgesel (spectral) özelliklerinin korunmasını sağlamaktadır. Taşınımın ayrıklaştırılması için eğik simetrik (skew symmetric) bir operatör ve herhangi bir ağ üzerinde taşınımın ihmal edilmesi durumunda kinetik enerjiyi koruyabilen tam pozitif katsayı matrisi kullanılmıştır.

Gilmanov ve Sotiropoulos (2005), önceden belirlenmiş bir şekilde hareket eden karmaşık ve esnek batırılmış sınırlar etrafındaki üç boyutlu akışı modelleyen melez (hybrid) bir Kartezyen/batırılmış sınır (Cartesian/immersed boundary) yöntemi geliştirmişlerdir. Bu çalışmada, batırılmış sınır keskin bir arayüzey şeklinde ele alınarak üç boyutlu zamana bağlı sıkıştırılmayan akışlarda Navier-Stokes denklemlerinin sayısal çözümü için bir yöntem geliştirmişlerdir.

Singh ve Shyy (2007), batırılmış sınır yöntemi ile birlikte kullanılan üç boyutlu yerel uyarlamalı ağ yöntemi geliştirmişlerdir. Bu çalışmada hareketli sınır, üçgenlerden oluşan bir yüzey ağları kullanılarak izlenmekte ve akış hareket etmeyen bir Kartezyen hesaplama ağları üzerinde çözülmektedir.

Udaykumar, Krishnan ve Marella (2009), hareket etmekte olan üç boyutlu sınır problemlerini çözmek üzere paralel olarak çalışabilen uyarlamalı keskin ara yüzey Kartezyen ağ yöntemi geliştirmişlerdir. Geliştirilen yöntemin katı-sıvı ve sıvı-sıvı arayüzü bulunan problemleri çözebildiği gösterilmiştir.

Ito, Lai and Li (2009), Navier-Stokes denklemlerini Kartezyen hesaplama ağları kullanarak çözebilmek için genişletilmiş bir yöntem geliştirmişlerdir. Düzensiz alanın dikdörtgen bir alan içerisine konulmasından sonra izdüşüm yöntemi olarak hızlı bir Poisson çözücüsü kullanılmıştır. Kuvvet mukavemetlerini bilinmeyen olarak tanımlayan yöntemlerin oluşturduğu kötü durum, normal hız gradyanındaki atlamanın yeni bir değişken olarak tanımlanması ile engellenmiştir. Bu yaklaşımda, tanımlanan yeni değişken için sistemin durum sayısı (condition number) önemli ölçüde iyileştirilmiştir. Buna ek olarak, hız için ikinci dereceden hassasiyet batık arayüz yöntemi (immersed interface method) kullanılarak sağlanmıştır.

Karagiozis, Kamakoti and Pantano (2010), sıkıştırılabilir Navier-Stokes denklemlerinin Kartezyen hesaplama ağıları üzerinde çözümleri için yeni bir sayısal yöntem önermişlerdir. Bu yöntemde, cisimler batırılmış geometriler olarak tanımlanmış ve temel Navier-Stokes denklemleri sayısal dağılımı düşük olan merkezi fark ayrıştırması ile yaklaşık olarak tanımlanmıştır. Bu yöntemin batık sınırlar için faydalı olduğu, ancak şok içeren sıkıştırılabilir akışlar için uygun olmadığı anlaşılmıştır.

Hartmann, Meinke and Schröder (2010), sıkıştırılabilen akışların uyarlamalı ağılar üzerindeki çözümü için kesinlikle korunabilen Kartezyen bir kesik hücre yöntemi geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda, sınırlarda madde momentum ve enerjinin korunumunu sağlayan sonlu hacim yöntemi kullanılmıştır. Hesaplama ağının çözümü sırasında, düzensiz bölgelerde bulunan hücre merkezlerindeki gradyanlar doğrusal küçük kareler yeniden yapılandırma yöntemi kullanılarak yenilenmiş ve bunlar yüzeydeki akıların hesaplanmasında kullanılmıştır. Sonuç olarak, çözümün hassasiyeti ikinci dereceden olmuştur.

BÖLÜM 2

İKİ BOYUTLU MELEZ AĞ ÜRETİCİSİNİN HAZIRLANMASI

Viskoz akışlarda, sınır tabaka içerisinde yeterli çözünürlük elde edilebilmesi için dörtgen hesaplama ağı oluşturulması gerekir. Dörtgen hücrelerin oluşturulmasından önce geometrinin belirli bir oranda şişirilir. Daha sonra, bu şişirilmiş geometri Kartezyen hesaplama ağının oluşturulması için girdi olarak kullanılarak, Kartezyen hücreler şişirilmiş geometrinin dışında oluşturulur. Orijinal geometri ile şişirilmiş geometri arasında kalan bölgede ise dörtgen hücreler oluşturulur.

2.1 İKİ BOYUTLU KARTEZYEN HESAPLAMA AĞININ OLUŞTURULMASI

2.1.1 Dörtlü Ağaç Veri Yapısı

Kartezyen ağlar, düzenli olmayan hesaplama ağlarının özel bir türüdür ve düzenli olmayan ağlar için ağ noktaları ve komşular arasında sıralama bilgisi düzenli ağlarda olduğu gibi doğrudan bilinmemektedir. Diğer bir deyişle, akı hesaplamaları, çoklu ağ yöntemi ve yeniden yapılandırma yöntemleri için komşuluk ilişkilerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu yüzden iki boyutlu Kartezyen ağlar için dörtlü veri yapısı kullanılmıştır.

Kartezyen ağlarda toplam hücre sayısı başlangıçta bilinmemektedir. Bu nedenle, dinamik veri yapısı kullanılarak hücre sayısının program çalışırken değişebilmesi mümkün kılınmıştır.

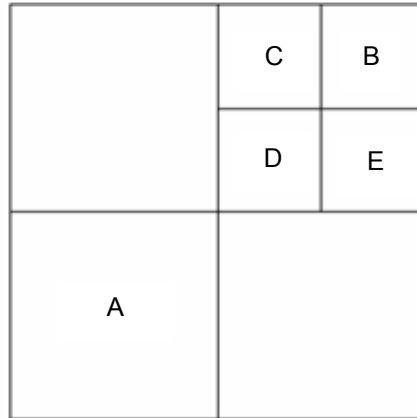
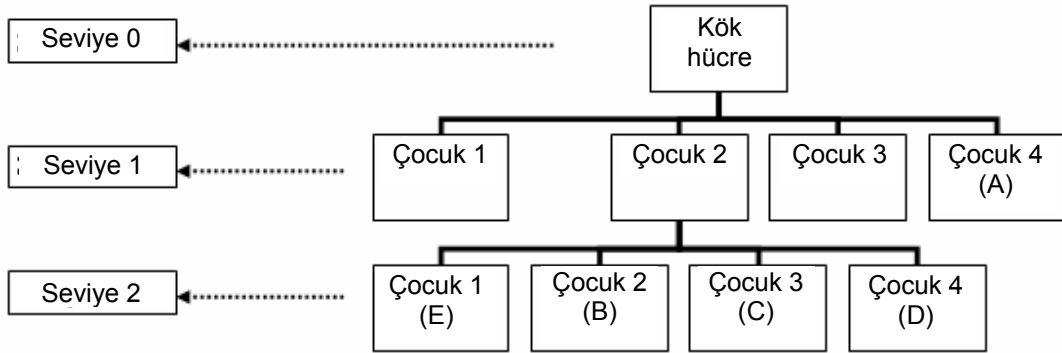
Literatürde komşuluk ilişkilerini tanımlamak için bir çok yöntem kullanılmıştır. İki boyutlu diziler, bağlanmış liste ve ikili ağaç veri yapısı bu yöntemlere örnektir. Bu çalışmada, bir çok avantajından dolayı dörtlü ağaç veri yapısı kullanılmıştır.

Öncelikle, dörtlü ağaç veri yapısından sekizli ağaç veri yapısına geçmek çok kolaydır ve bu durum iki boyutlu Kartezyen ağ yaratmak için hazırlanmış programın üç boyutlu hale getirilmesini kolaylaştırmaktadır. Ayrıca, çözüm adaptasyonu gibi bölgesel alanlarda yapılan hücre sayısında azalma veya artmalar kolay olduğundan ve çoklu ağ yönteminin uygulanmasını kolaylaştıran bir veri yapısı olduğundan dörtlü ağaç veri yapısı tercih edilmiştir.

Dörtlü ağaç veri yapısı, bir soyağacı olarak düşünülebilir ve bu soyağacının en büyük bireyi kök hücre olarak adlandırılmaktadır. Dörtlü ağaç veri yapısında kök hücreyi onun dört çocuğu ve çocuklarının çocukları takip etmektedir ve bu durum Şekil 2.1'de gösterilmektedir.

Geliştirilen yazılımda, bütün hücreler dokuz işaretçi (pointer) ile tanımlanmıştır. Bu işaretçilerden biri hücrenin ailesi, dördü hücrenin çocukları ve kalan dördü ise hücrenin kenar komşularıdır. Bu işaretçiler ve diğerleri aşağıda verilmiştir.

- 1 işaretçi: Hücrenin ebeveyni
- 4 işaretçi: Hücrenin çocukları
- 4 işaretçi: Hücrenin kenar komşuları
- 2 işaretçi: Hücre merkezinin x, y kordinatları
- 1 işaretçi: Hücrenin seviyesi
- 1 işaretçi: Çoklu ağ yönteminde anlatılacak hesaplama hücrelerini tanımlayan "compcell" olarak adlandırılmış değer
- 1 işaretçi: Çoklu ağ yönteminde anlatılacak "perform" olarak adlandırılmış değer



Şekil 2.1 Dörtlü ağaç veri yapısına örnek

Hücrenin ebeveynini belirten işaretçi eğer sıfır olarak atanmışsa, hücre kök hücredir ve ebeveyni yoktur. Eğer hücrenin çocukları sıfır olarak atanmışlarsa, hücreler hesaplama veya yaprak (computational or leaf) hücreler olarak adlandırılmaktadırlar. Ayrıca, hücrelerin komşularını gerektiği zaman belirlemek yerine, hücre yaratıldıktan sonra hemen belirleyip, bu bilgiyi depolamak çok daha fazla avantajlıdır. Üç boyutlu bir hücrenin komşularını belirlemek daha karmaşık bir iş olduğundan dolayı komşu belirleme işlemi üç boyutlu Kartezyen ağ yaratma bölümünde detaylı olarak açıklanacaktır. Eğer hücrenin bir komşusu uzak alan (far field) ise, bu komşu sıfır olarak atanır.

Hücrenin merkez kordinatları ve hücrenin seviyesi de çok önemli parametrelerdir. İki boyutlu bir hücre yerine üç boyutlu bir hücrenin merkez kordinatlarının bulunması işlemi sonraki bölümde açıklanacaktır. Hücrenin seviyesi merkez ve köşe kordinatların hesaplanmasında, hücrenin bir kenarının uzunluğunun hesaplanmasında kullanıldığı için çok önemli bir parametredir. Ayrıca, Kartezyen ağlar yaratılırken bir seviye kuralı çok önemlidir. Bu kural iki komşu arasındaki seviye farkının biri geçmemesi kuralıdır ve bu kural, komşular arasındaki geçişin daha düzgün ve akı hesaplamalarının daha kolay olmasını sağlamaktadır. Köşegen komşuların bulunması da bu kural sayesinde çok basitleşmektedir. Son olarak, bir seviye kuralı veri yapısının daha karmaşık hale gelmesini engellemektedir.

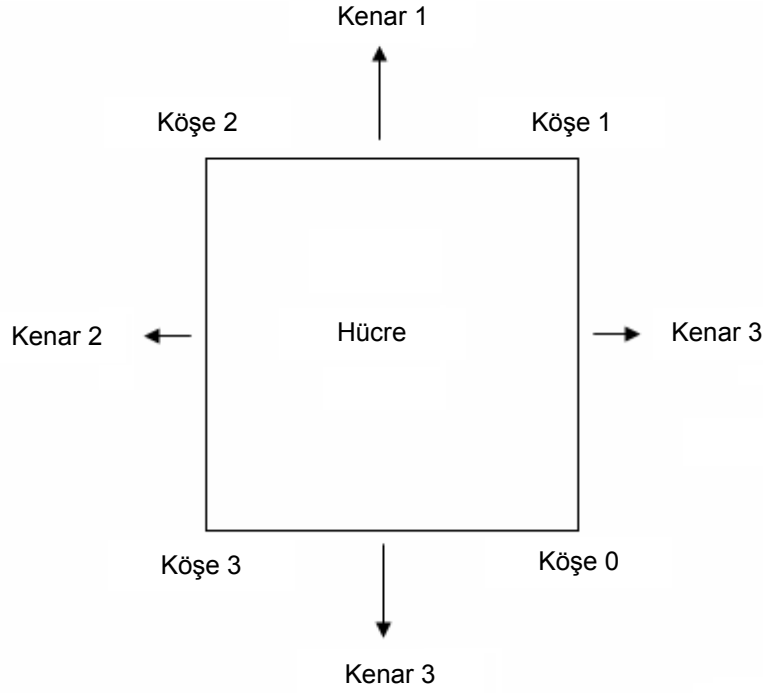
Bu arada, Şekil 2.1'de görüldüğü gibi kök hücrenin seviyesi sıfır ve çocuklarının seviyesi birdir. Diğer bir deyişle, bir çocuk hücrenin seviyesi her zaman ebeveyninin seviyesinden bir fazladır.

İki boyutlu problemler için iki tür komşu vardır. Bunlardan ilki, belirlendikten sonra depolanan kenar komşuları ve gerektiği zaman belirlenen köşegen komşularıdır. Köşegen komşuları, kenar komşuları kadar çok kullanılmadığından ve belirlenmeleri kenar komşuları sayesinde çok kolay olduğundan depolanmazlar.

Geliştirilen yazılımda dört çeşit yaprak hücre bulunmaktadır. Bunlar, dış (outside), iç (inside), kesik (cut) ve ayrık (split) yaprak hücrelerdir. Akı hesaplamalarında iç hücreler kullanılmadığından, iç hücreler yaprak yada hesaplama hücre olarak ele alınmayabilir. Yaprak hücreler için ayrıca depolanan bazı parametreler bulunmaktadır. Bunlar;

- 4 işaretçi: Hücrenin korunabilir değişkenleri
- 4 işaretçi: Hücrenin köşeleri
- 1 işaretçi: Hücrenin çeşidi
- 1 işaretçi: Hücrenin toplam kare endeksi (total square index)
- 2 işaretçi: Yoğunlaştırma ve seyretme kriterleri
- 2 işaretçi: Hız vektörünün gradyanı ve dönümü
- 2 işaretçi: x ve y yönündeki hücrenin kenarlarının iz düşümü
- 4 işaretçi: Zorlayıcı fonksiyonlar (Forcing Functions)

Yaprak hücrelerinin her bir köşesi üç parametre ile tanımlanmaktadır. Bunlar, köşenin x , y koordinatları ve ϕ değeridir. Buradaki ϕ değeri, köşenin geometri içinde kalıp kalmadığını belirlemek için kullanılmaktadır. Yaprak hücrelerinin çeşidinin belirlenmesi ve ϕ değerinin hesaplanması ileride anlatılacaktır. Köşelerin numaralandırılması Şekil 2.2'de görülmektedir.

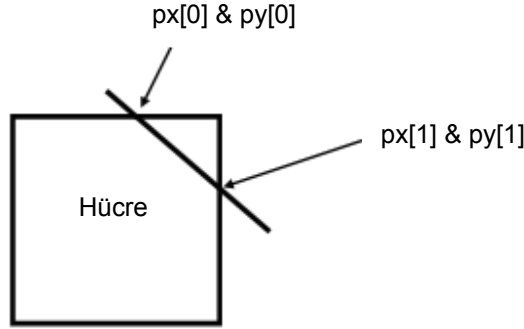


Şekil 2.2 Bir yaprak hücrenin köşe ve kenarlarının numaralandırılması

Kesik ve ayrık hücrelerin merkez koordinatları ve alanları otomatik olarak bilinmediğinden hesaplanmaları gerekmektedir. Bu yüzden bu iki hücre çeşidi için ayrıca bazı parametrelerin depolanması gerekmektedir. Kesik hücreler için bunlar;

- 3 işaretçi: Hücrenin merkezinin x , y koordinatları ve hücrenin alanı
- 4 işaretçi: Hücrenin x , y kesim noktaları ($px[0]$, $px[1]$, $py[0]$ ve $py[1]$)

Bu parametrelerin iki katı da ayrık hücreler için depolanmaktadır çünkü ayrık hücreler genelde iki ayrı hücreymiş gibi düşünülebilir. Kesim noktalarının numaralandırılması da Şekil 2.3'te görülmektedir.



Şekil 2.3 Kesim noktalarının gösterimi

Öncelikle, kesik hücrelerin geometrinin dışında kalan yerleri üçgenlere bölünmektedir. Üçgenlere bölme (triangulation), ilk kesim noktasından başlar. İlk kesim noktasını takip eden saat yönü tersindeki dışarda bulunan köşeler ve ikinci kesim noktası alınır. Böylece tüm köşelerden geçen, tüm dış alanı kapsayan üçgenler oluşturulmuş olur. Sonra, her üçgeni oluşturan vektörlerin çapraz çarpımı yapılır. Bu çarpım her bir üçgenin alanını verir ve tüm üçgen alanlarının toplamı da kesik hücrenin dış alanıdır. Ayrıca, bu dış alanın merkez kordinatları da aşağıdaki denklem kullanılarak bulunmaktadır.

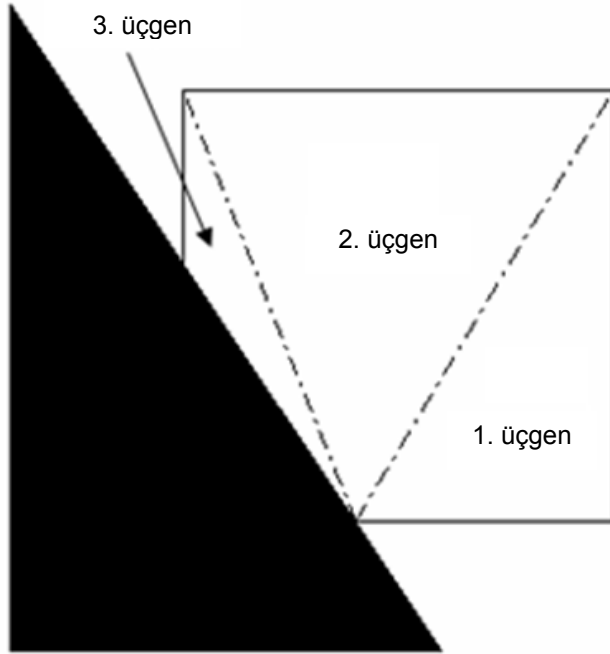
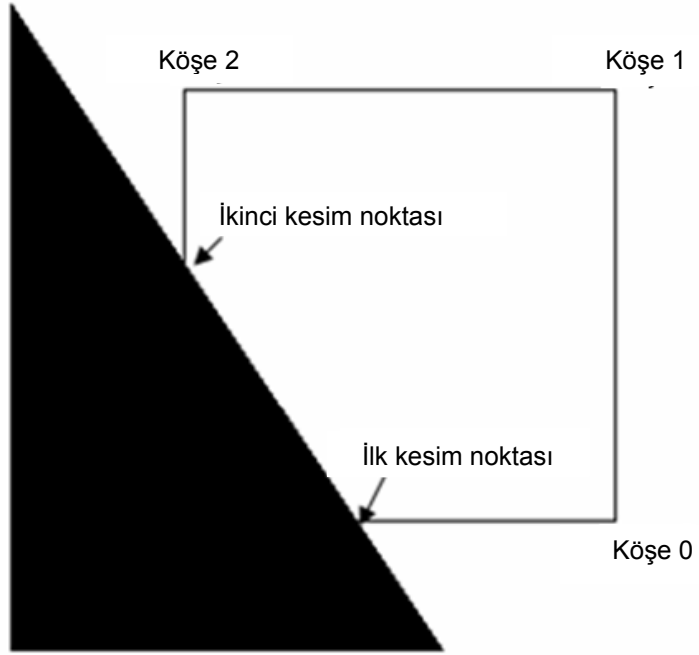
$$C = \frac{\sum_{i=1}^{\text{Üçgenler}} (AC)_i}{\sum_{i=1}^{\text{Üçgenler}} A_i} \quad (2.1)$$

Yukarıdaki denklemde, C_i ve A_i değerleri her bir üçgenin kitle merkezi ve alanıdır. Üçgen oluşturmaya bir örnek Şekil 2.4'te görülmektedir. Bir kesik hücrenin dışında kalan köşeler, oluşturulan ve ilerde anlatılacak olan bir tablo kullanılarak otomatik olarak bulunur. Bu tablo, köşe tablosu (cornerTable) olarak adlandırılmaktadır.

2.1.2 Geometrinin Tanımlanması Ve Geometrik Adaptasyon

2.1.2.1 Geometrinin Tanımlanması

Kartezyen ağı yaratmadan önce çevresinde akışın olacağı geometri tanımlanmalıdır. Geometri geliştirilen yazılımda doğru parçaları olarak tanımlanır ve bu doğru parçalarını oluşturan noktaların sıralanma yönü saat yönünün tersidir. Bu noktalar kapalı bir döngü oluşturmak zorundadır. Tanımlanan geometrinin maksimum uzunluğu bulunur ve bu uzunluk kullanıcı tarafından belirlenen bir sayı ile çarpılır. Elde edilen sonuç, kök hücrenin bir kenarının uzunluğudur.



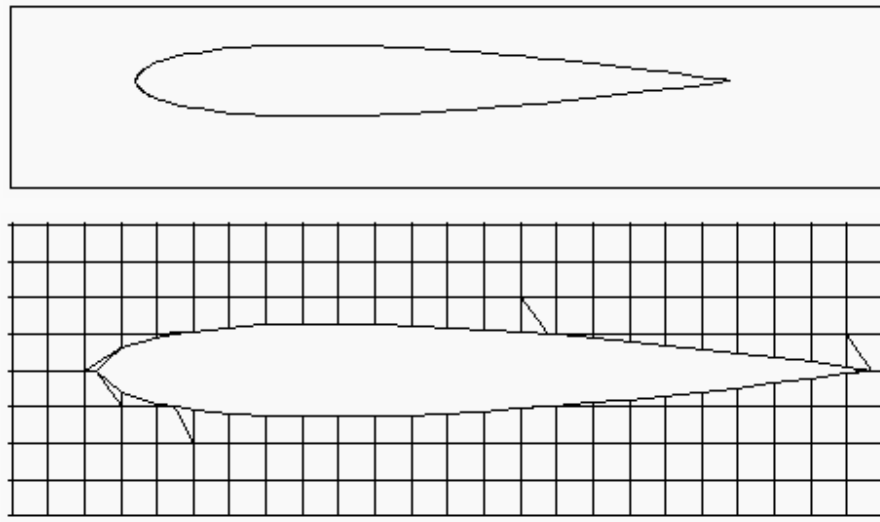
Şekil 2.4 Üçgen oluşturma işlemine bir örnek

Ayrıca geliştirilen kodda boyutsuzlaştırma işlemi (nondimensionalization) uygulanmamaktadır. Çünkü boyutsuzlaştırma işlemi uygulandığında, hesaplama hatalarının çok daha fazla arttığı gözlenmiştir. Geliştirilen kod dış akış çözücü olduğundan geometri genellikle kök hücrenin merkezine yerleştirilmektedir. Fakat gerekli görüldüğünde geometriyi merkezden kaydırmak da mümkündür.

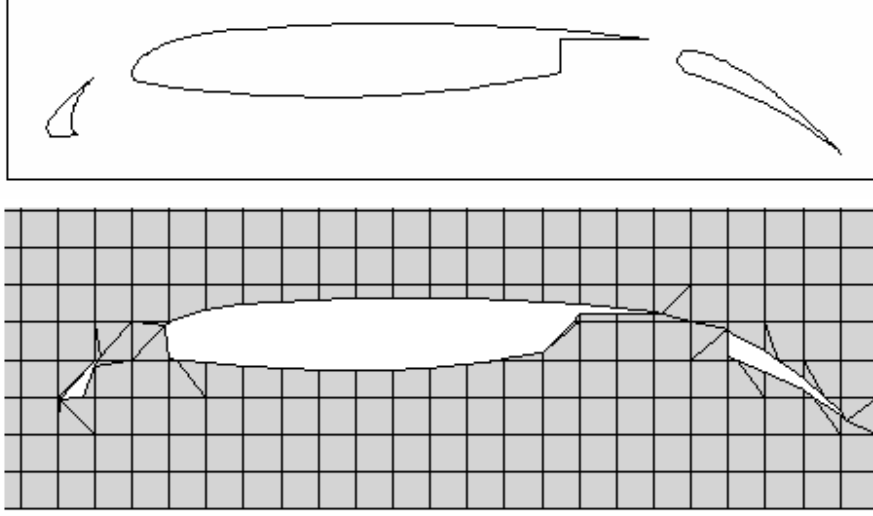
2.1.2.2 Eşit Ağ Adaptasyonu

Eşit ağ adaptasyonunda, yaprak hücreler herhangi bir kriter olmadan bölünmektedir. Bu adaptasyonda bir seviye kuralını kontrol etmeye gerek yoktur. Ayrıca her hücre bölünmesinden sonra oluşan yeni çocuk hücrelerin merkez koordinatları ve komşuları hemen belirlenmelidir. Bu adaptasyonun amacı, diğer adaptasyonlar uygulanmadan önce yeteri kadar küçük hücreler elde edilmesidir. Eşit ağ adaptasyonu sırasında toplam hücre sayısı eksponansiyel olarak yükseldiği için bu tip geometrik adaptasyonun uygulanması diğer geometrik adaptasyon tiplerine göre çok daha pahalıdır. Fakat yinede başlangıçta yeterince yoğun bir ağ elde etmek önemlidir. Literatürde iki veya üç seviye eşit ağ adaptasyonunun uygulanmasının yeterli olduğu yazmaktadır. Fakat geliştirilen kodda seyreltme işlemide uygulandığından dolayı eşit ağ adaptasyon seviyesi için bir sınırlama bulunmamaktadır. Tanımlanan geometriler (NACA0012 ve üç elemanlı kanatçık profilleri) ve çevrelerinde eşit ağ adaptasyonu sonucu yaratılan Kartezyen ağlar Şekil 2.5 ve Şekil 2.6'da görülmektedir.

İstenilen seviyede eşit ağ adaptasyonu uygulandıktan sonra bir diğer geometrik adaptasyon olan kutu adaptasyonuna geçebilmek için yaprak hücre çeşitlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bir yaprak hücrenin köşelerinin tanımlanan geometrinin içinde mi dışında mı kaldığını iç-dış testi belirlemektedir.



Şekil 2.5 NACA0012 kanatçık profili ve çevresinde yaratılan düzgün ağ (uniform mesh)



Şekil 2.6 Üç elemanlı kanatçık profili ve çevresinde yaratılan düzgün ağ (uniform mesh)

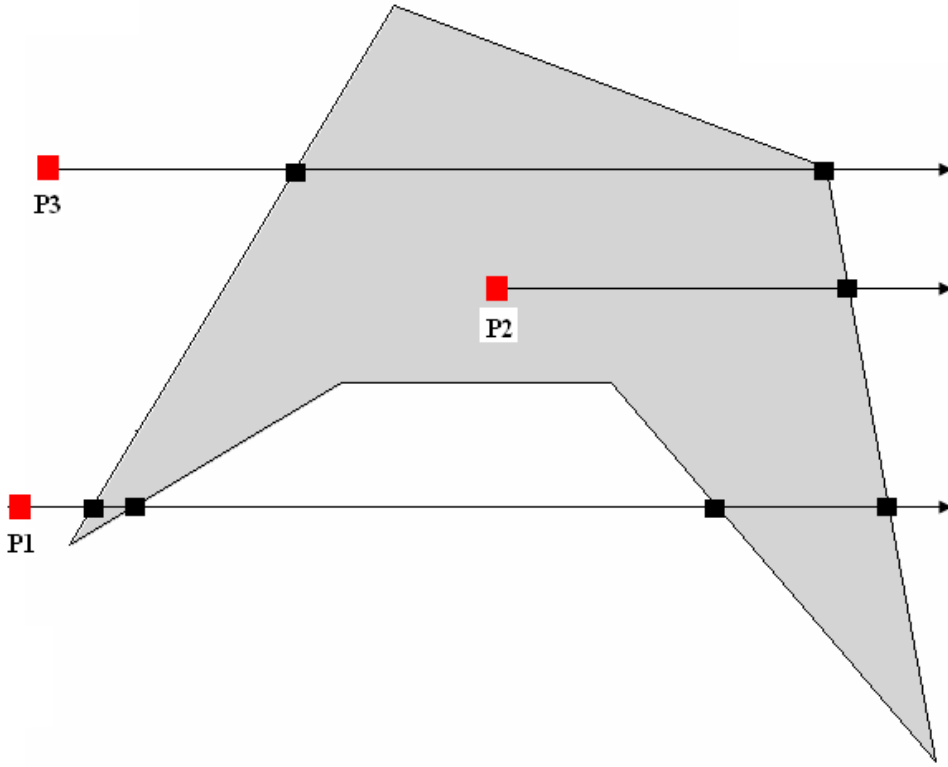
Literatürde bir çok iç-dış testi vardır. Fakat bunlardan en popüler olan ikisi, ışın fırlatma (ray-casting) ve sayı döndürme (winding number) yöntemleridir.

Bu çalışmada, ışın fırlatma yöntemi birçok avantajından dolayı tercih edilmiştir. Fakat bu iki yöntem içinde bir kısıtlama bulunmaktadır. Bu kısıtlama şöyle özetlenebilir. Geometrinin tanımlanması için verilen noktalar kesinlikle kapalı bir döngü oluşturmalıdır. Bu kapalı döngünün içinde deliklerin bulunması iç-dış testlerinin uygulanmasında bir sorun teşkil etmektedir.

Işın Fırlatma Yöntemi: Önceden de bahsedildiği gibi bu yöntem, hücrenin köşe noktalarının tanımlanan geometri içinde kalıp kalmadığının tespit edilmesi için gereklidir. Öncelikle, test edilecek noktadan sabit x veya y doğruları boyunca iki boyutlu problemler için ışın fırlatılır. Bu ışının, geometriyi oluşturan doğru parçalarından kaçını kestiyi hesaplanır ve hesaplanan değer tek sayı çıkarsa, ele alınan köşe geometrinin içinde, çift sayı çıkarsa geometrinin dışında demektir.

Işın fırlatma yöntemini daha detaylı anlatabilmek için Şekil 2.7'de verilen örnekteki üç farklı durumu incelemek faydalı olacaktır. İlk durumda, pozitif x yönünde P1 noktasından fırlatılan ışın, basit kapalı geometriyi dört kez kesmiştir. Yani ışın atma yöntemine göre bu nokta kesim sayısı çift sayı olduğundan geometrinin dışında bulunmaktadır. İkinci durumda, pozitif x yönünde P2 noktasından fırlatılan ışın, basit kapalı geometriyi bir kez kesmiştir. Yani ışın atma yöntemine göre bu nokta kesim sayısı tek sayı olduğundan geometrinin içinde bulunmaktadır. Son durumda, pozitif x yönünde P3 noktasından fırlatılan ışın, basit kapalı geometriyi üç kez kesmiştir. Diğer bir deyişle, bu ışın tarafından geometriyi oluşturan üç ayrı doğru kesilmiştir. Yani ışın atma yöntemine göre bu nokta kesim sayısı tek sayı olduğundan geometrinin içinde bulunmaktadır. Fakat şekilde de görüldüğü gibi P3 noktası

geometrinin içinde değil, dışında bulunan bir noktadır. Bu problem, bir noktadan fırlatılan ışının geometriyi oluşturan doğruların bitiş noktalarından biriyle kesişmesi sonucu ortaya çıkmaktadır. Çünkü, bu bitiş noktaları iki kez sayılmaktadır. Bu problemi ortadan kaldırmak için bitiş noktalarındaki kesişimleri bir kez saymak yerine, fırlatılan ışının yönünü değiştirmenin daha faydalı olduğu görülmüştür. Çünkü, iki boyutlu problemlerde sorun sadece bitiş noktalarından kaynaklanmasına rağmen, ışın fırlatma yöntemi üç boyutlu problemlere uygulandığında oluşan sorunlar daha karmaşık hale gelmektedir ve bu yüzden ışının yönünü değiştirmek en faydalı çözümdür. Pozitif x yönündeki ışın bitiş noktası ile kesiştiği için P3 noktasından pozitif y yönünde bir ışın fırlatılır ve görüldüğü gibi bu ışının geometri ile kesişme sayısı sıfırdır ve bu yüzden P3 noktası geometrinin dışındadır.

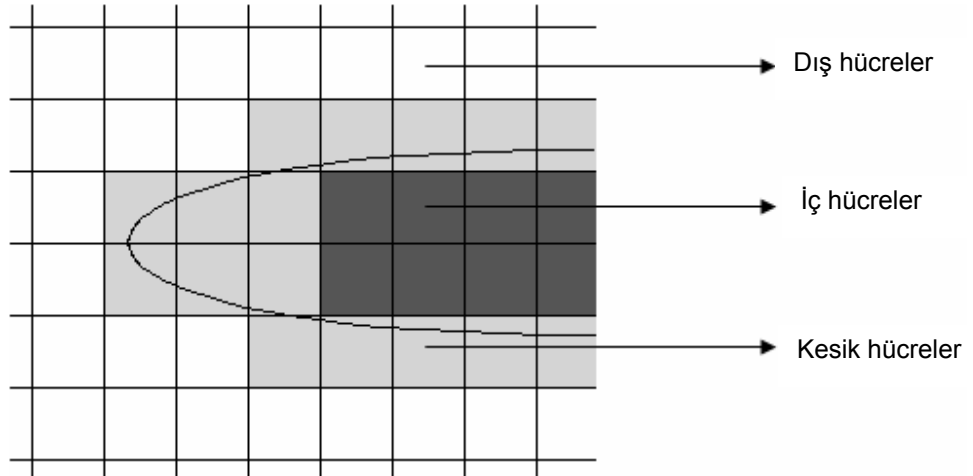


Şekil 2.7 Işın fırlatma yöntemine bir örnek

Işın atma yönteminin kuralını çiğneyen bir özel durum daha bulunmaktadır. Eğer bir nokta, geometriyi oluşturan herhangi bir doğru parçası ile kesişiyorsa, bu noktadan fırlatılan ışının geometriyi kesme sayısı tek veya çift çıkabilir. Bu yüzden, ışın fırlatma yöntemi bir noktaya uygulanmadan önce, bu noktanın geometriyi oluşturan herhangi bir doğru parçası ile kesişip kesişmediği kontrol edilmeli, eğer kesişmiyorsa ışın atma yöntemi uygulanmalıdır. Zaten kesişiyorsa, bu nokta otomatik olarak geometrinin içinde olarak atanmalıdır.

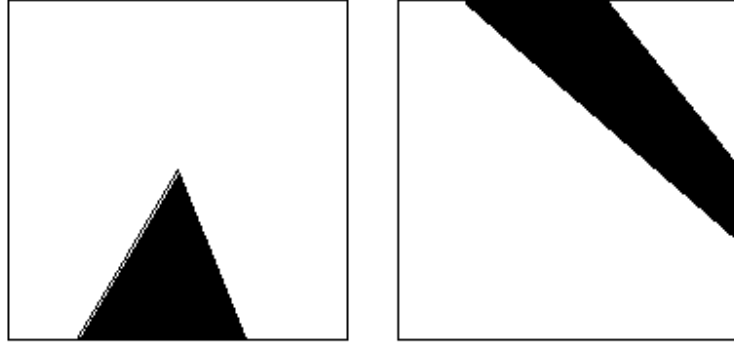
Öncedende belirtildiği gibi ışın atma yönteminin sayı döndürme (winding number) yöntemi ile karşılaştırıldığında bir çok avantajı bulunmaktadır. Bunlardan ilki, ışın fırlatma yönteminin geometriyi oluşturan tüm doğru parçalarını ele alması gerekmektedir. Örneğin bir noktadan pozitif x yönünde fırlatılan bir ışının geometrinin tüm parçalarını kesip kesmediğini kontrol etmektense, öncelikle bu noktanın y koordinatının, hangi doğru parçalarının bitiş noktalarının y koordinatlarının arasında kalıp kalmadığı tespit edilir. Eğer herhangi bir doğru parçasının her iki bitiş noktasında test edilen noktanın y koordinatından büyük veya küçük olduğu tespit edilirse, bu parçaların ışınla kesişip kesişmediği test edilmez. Çünkü kesişmedikleri otomatik olarak bilinmektedir. Bu yüzden, sayı döndürme yöntemine göre ışın fırlatma yöntemi daha hızlıdır. Ayrıca, ışın fırlatma yönteminde sonuçlar yuvarlama hatalarından (floating round off errors) etkilenmezler. Son olarak, ışın fırlatma yöntemini üç boyutlu problemlere uygulamak da çok basittir.

Bir yaprak hücrenin tüm köşelerine iç-dış testi uygulandıktan sonra, hücrenin çeşidi belirlenmelidir. Her köşe için atanan ϕ değerlerinin yardımı ile hücrenin çeşidi belirlenmektedir. Bir hücrenin köşesinin ϕ değeri eğer 1 ise bu köşe dışarda, -1 ise bu köşe geometrinin içindedir. Köşelerin ϕ değeri ileride anlatılacak olan karelerle ilerleme (marching squares) yöntemi için çok önemlidir. Önceden de bahsedildiği gibi dört çeşit yaprak hücre çeşidi vardır. Eğer bir hücrenin köşelerinin ϕ değerlerinin hepsi 1 olarak atanmış ise hücre dış hücredir. Eğer bir hücrenin köşelerinin ϕ değerlerinin hepsi -1 olarak atanmış ise hücre iç hücredir. Geriye kalan tüm hücrelerde kesik hücre olarak atanırlar. Şekil 2.8'de iç, dış ve kesik hücreler görülmektedir.



Şekil 2.8 Hücre çeşitlerine örnekler

Bu sınıflandırma yapıldıktan sonra bazı özel durumlar için yeni bir çeşit yaprak hücre gerekli olduğu görüldü. Şekil 2.9'da iki özel durum gösterilmektedir. Şekil 2.9'daki iki hücrenin de tüm köşelerinin ϕ değerleri 1 olarak atanmıştır ve yukarıda anlatıldığı gibi bu hücreler ilk olarak dış hücreler olarak atanmışlardır. Fakat bu hücreleri dış hücre olarak kabul edip, akı hesaplaması yapmak büyük yanıltır. Bu yüzden, bu gibi özel olan hücreler geliştirilen programda kesik hücre olarak atanmaktadır. Bu hücreler ileride detaylı olarak anlatılacaklardır.



Şekil 2.9 Özel durumlara iki örnek

Hücre çeşitleri belirlendikten sonra geometri çevresindeki iç hücreler hariç diğer yaprak hücrelere üç çeşit adaptasyon uygulanmaktadır. Bu adaptasyonların hepsine birden geometrik adaptasyon denilmektedir.

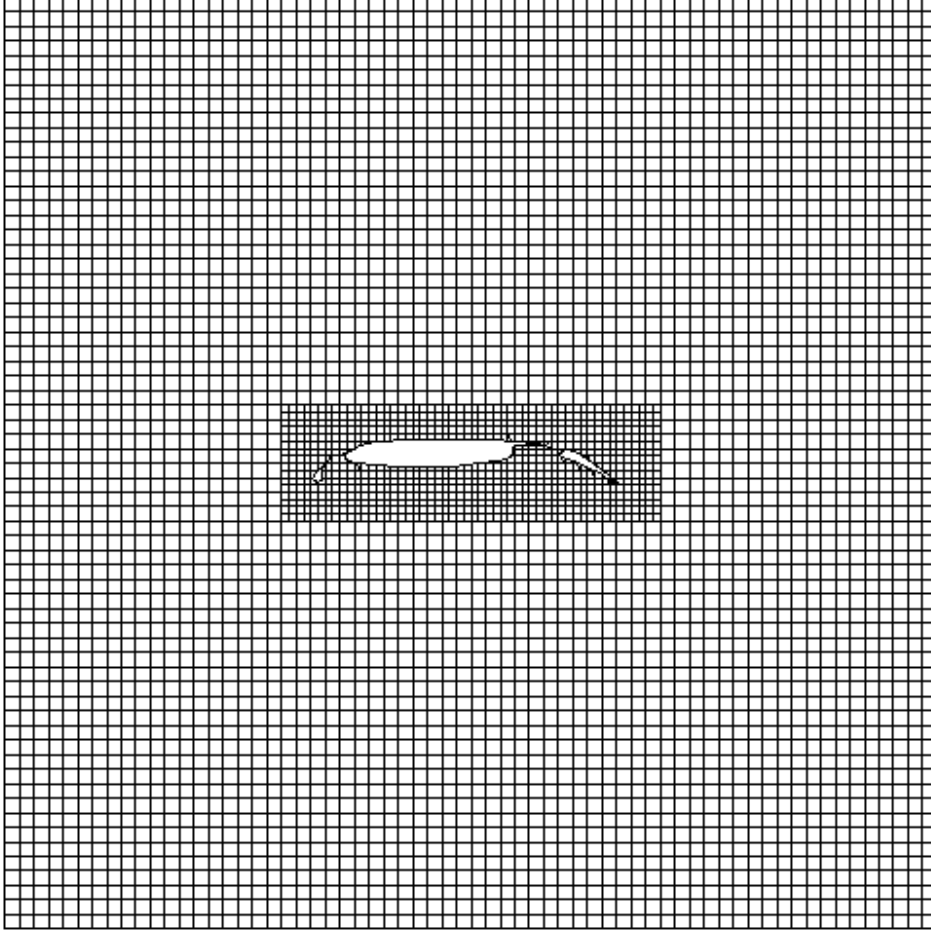
2.1.2.3 Geometrik Adaptasyon

Geometrinin tanımlanmasından ve eşit ağ adaptasyonundan sonra problemin çözümüne geçilmeden önce geometri çevresine geometrik adaptasyon uygulanır. Kutu adaptasyonu, kesik&ayrık hücre adaptasyonu ve eğrilik adaptasyonu olmak üzere üç tip geometrik adaptasyon vardır.

2.1.2.3.1 Kutu Adaptasyonu

Eşit ağ adaptasyonundan sonra, duvara yakın yerlerde daha küçük hücreler elde edilebilmesi için kutu adaptasyonu uygulanır. Akış alanı içerisinde bulunan cisim hayali bir kutu içerisinde alınarak kutu adaptasyonuna başlanır. Tanımlanan geometri tarafından kesilen hücreler yeterli derecede hassas hesaplama ağı elde edilene kadar bölünür. Böylelikle cisim etrafında daha küçük hücrelerin elde edilmesi mümkün olur. Unutulmamalıdır ki, kutu içinde kalan hücreler bölünmeden önce çocuklarının bir seviye kuralına uyup uymadıkları kontrol edilir ve eğer uyuyorlarsa, hücre bölünür. Eğer herhangi biri uymuyorsa,

öncelikle bölünecek olan hücrenin komşusu bölünür ve böylelikle bir seviye kuralı hiçbir zaman ihlal edilmemiş olur. Şekil 2.6'daki eşit ağ adaptasyonuna, kutu adaptasyonu uygulanırsa Şekil 2.10 elde edilir.



Şekil 2.10 Kutu adaptasyonuna bir örnek

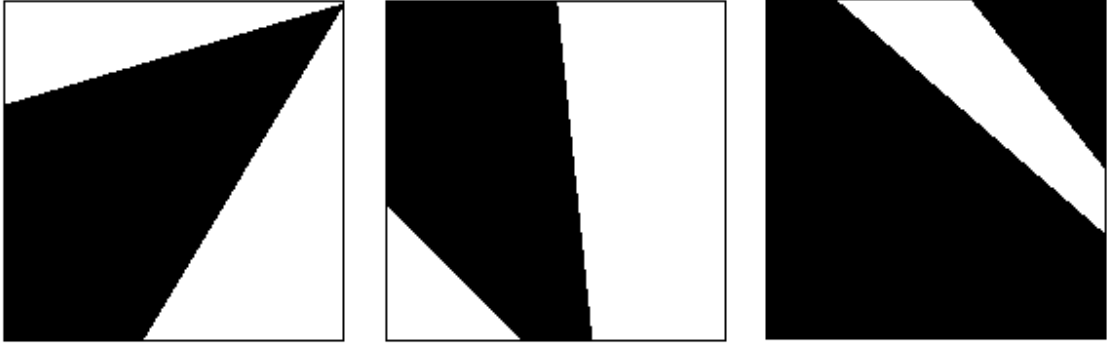
Kutu adaptasyonu ile kesik&ayrık hücre adaptasyonu arasında uygulanması gereken ara işlemler bulunmaktadır. Bunlar, kesik hücrelerin belirlenmesi, sınıflandırılması ve karelerle ilerleme (marching squares) yönteminin uygulanmasıdır.

(a) Kesik Hücrelerin Belirlenmesi ve Sınıflandırılması

İç-dış testinden sonra yaprak hücreler, iç, dış ve kesik olmak üzere üç gruba ayrılmışlardır. Fakat önceden de belirtildiği gibi bu sınıflandırmayı bozan bazı özel hücreler için yeni bir yaprak hücre çeşidine

gereksinim duyulmuştur. Bu yüzden, bu özel hücrelerin çeşidi ayrık olarak belirlenmiştir. Ayrık hücreler diğer hücreler gibi tek bir hesaplama alanından veya ayrı iki hesaplama alanından oluşabilirler. Tek hesaplama alanından oluşan ayrık hücrelerde akı hesaplaması kesik hücrelerinkine benzemektedir. Öte yandan, ayrı iki hesaplama alanından oluşan ayrık hücrelerde akı hesaplanması, her alan için ayrı ayrı yapılmaktadır. Ayrık hücreler, veri yapısını çok daha karmaşık hale getirmelerine rağmen çoklu ağ yönteminin uygulanabilmesi için zorunludurlar. Bu zorunluluk ayrıntılı bir şekilde ileride anlatılacaktır. Ayrık hücreler, veri yapısını karmaşık hale getirmenin dışında hesaplama zamanını ve hafıza kullanımını da arttırmaktadır. Bu dezavantajları yüzünden literatürdeki bazı çalışmalar, ayrık hücre kullanmaktan kaçınmışlardır.

Bu çalışmada, çoklu ağ yöntemini verimli bir şekilde kullanabilmek için ayrık hücrelerden faydalanılmıştır. İç-dış testinden sonra üç gruba ayrılan yaprak hücrelerden, özel olanları belirlenir ve ayrık hücre olarak atanırlar. Bu aşamaya ayrık hücrelerin belirlenmesi denilmektedir. Mesela, dış hücre olarak atanan bir yaprak hücrenin geometri tarafından kesilmiş bir kenarı varsa, bu hücrenin çeşidi dış hücreden ayrık hücreye çevrilmelidir. Aynı şekilde iç-dış testinden sonra iç hücre olarak atanan bir yaprak hücrenin de bir kenarı geometri tarafından kesilmiş ise bu hücrede ayrık hücre olarak atanır. Bilindiği gibi kesik hücrelerin de sadece iki tane kesim noktası bulunmalıdır. Eğer ikiden fazla kesim noktası bulunan bir kesik hücre varsa, bu hücrede aynı diğerleri gibi özel bir hücredir ve ayrık hücre olarak atanmalıdır. Bu durumlar Şekil 2.11'de örneklendirilmiştir.



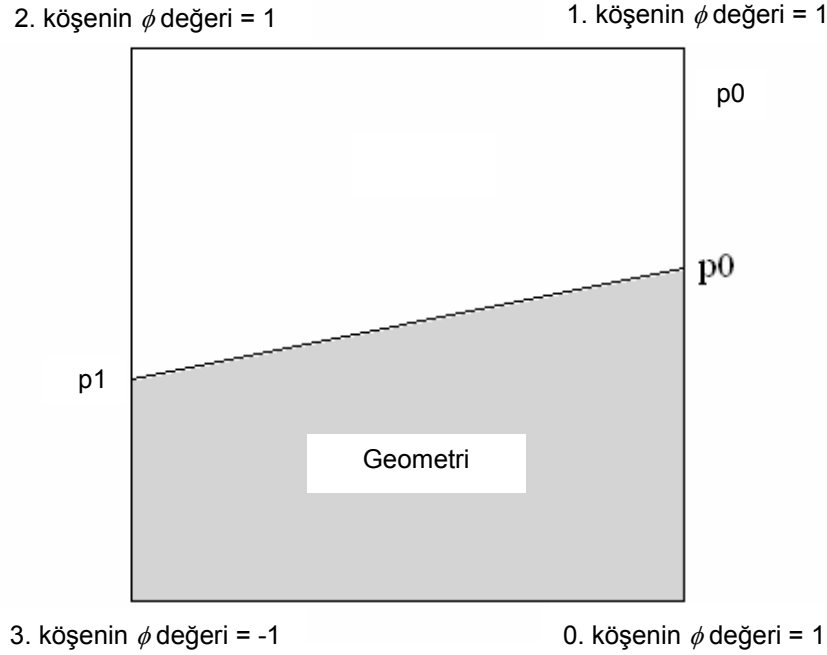
Şekil 2.11 Ayrık hücrelere üç örnek

Dörtlü ağaç veri yapısında da bahsedildiği gibi herbir yaprak hücrenin toplam kare endeksi adında bir işaretçisi vardır. Bu işaretçi akı hesaplama işlemini çok kolaylaştırmaktadır. Şekil 2.2'de bir hücrenin kenarlarının ve köşelerinin nasıl numaralandığı örneklendirilmiştir. Yaprak hücreyi oluşturan köşe

noktalarının ϕ değerlerine bakılarak toplam kare endeksi hesaplanır. Her köşenin eğer ki ϕ değeri -1 ise kendine ait kare endeksi vardır ve bu değerler, aşağıda gösterilmektedir.

- Eğer 0. köşenin ϕ değeri = -1, bu köşenin kare endeksi= 1
- Eğer 1. köşenin ϕ değeri = -1, bu köşenin kare endeksi= 2
- Eğer 2. köşenin ϕ değeri = -1, bu köşenin kare endeksi= 4
- Eğer 3. köşenin ϕ değeri = -1, bu köşenin kare endeksi= 8

Mesela Şekil 2.12'de verilen hücrenin 0. ve 3. köşelerinin ϕ değerleri -1'dir ve yukarıdaki bilgiler ışığında bu hücrenin toplam kare endeksi dokuz bulunur (1+8). Dış hücrelerin toplam kare endeksi sıfır ve iç hücrelerin toplam kare endeksi onbeştir.



Şekil 2.12 Toplam kare endeksinin hesaplanmasına bir örnek

Ayrık hücreler belirlendikten sonra bu hücreler sınıflandırılırlar. Bu sınıflandırma, ayrık hücrelerin toplam kare endekslerine göre yapılmaktadır. Eğer bir yaprak hücre, iç-dış testinden sonra kesik hücre olarak atandıysa ve toplam kesim sayısı dört olarak bulunduysa bu hücre ayrık hücre olarak atanır fakat kesik hücre iken bulunan toplam kare endeksi aynı kalır. Eğer bir yaprak hücre, iç-dış testinden sonra dış hücre olarak atandıysa fakat kenarları geometri tarafından kesik ise toplam kesişme sayısı bulunur ve bu sayı iki ise toplam kare endeksi -15, dört ise -25 olarak atanır. Eğer bir yaprak hücre, iç-dış testinden

sonra iç hücre olarak atandıysa fakat kenarları geometri tarafından kesik ise toplam kesişme sayısı bulunur ve bu sayı iki ise toplam kare endeksi -20, dört ise -30 olarak atanır. Son olarak, dörtten fazla kesim noktası bulunan kesik hücrelerin toplam kare endeksi -40 olarak atanır ve bu hücreler kesim sayısı dört ve daha az olan hücreler elde edilene kadar bölünürler. Genelde böyle hücrelerle çok nadiren karşılaşmakta ve bir veya iki bölmeden sonra sorun çözülmektedir.

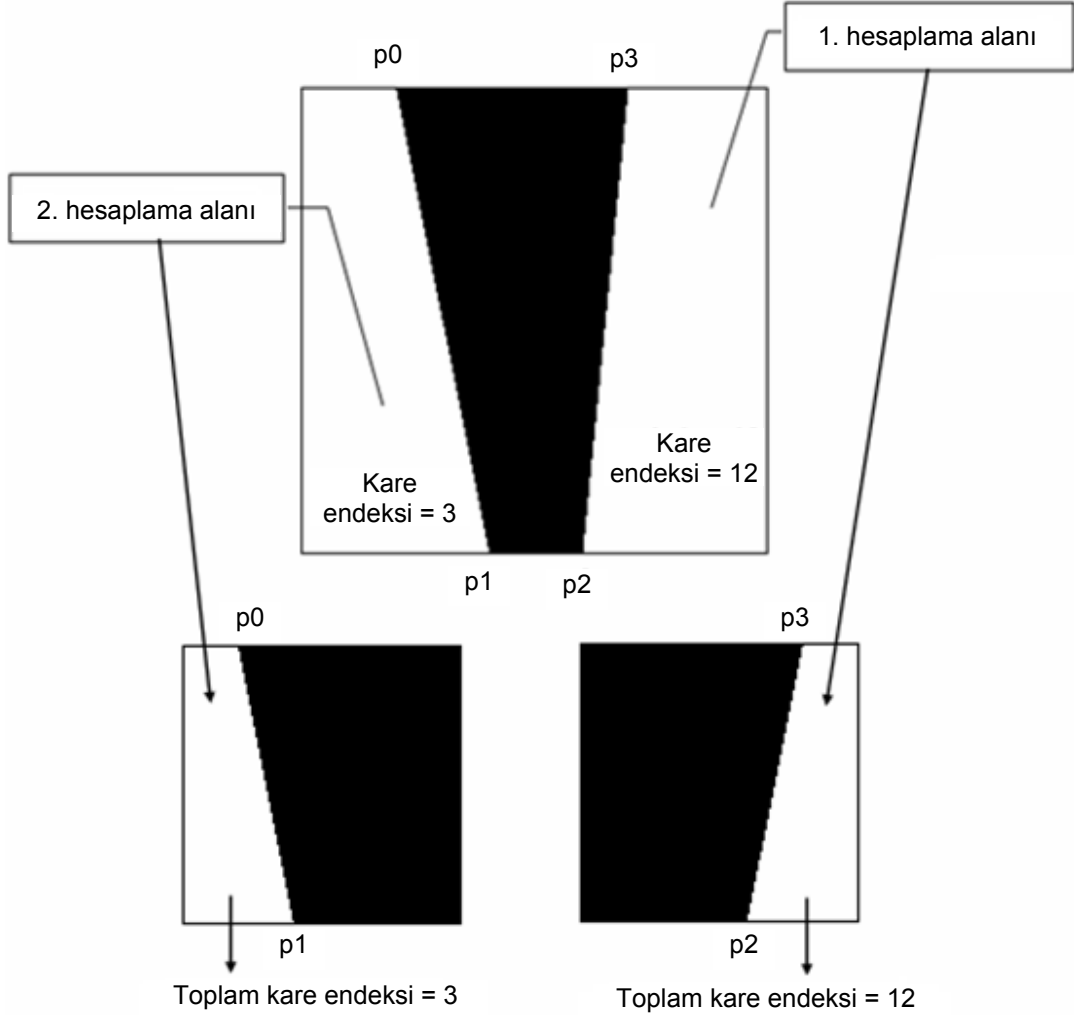
Ayrık hücreler sınıflandırıldıktan sonra, kesim noktaları numaralandırılmalıdır ve numaralandırma gelişigüzel yapılmamalıdır. Ayrık hücrelerin alanlarının, merkez kordinatlarının hesaplanması ve ayrıca akı hesaplanması zorlaşmasın diye numaralandırma belirli bir sıra izlemelidir. Ayrıca iki hesaplama alanından oluşan ayrık hücrelerin akı hesaplaması, kesik hücrelerin hesaplanmasına benzemesi için her bir ayrı hesaplama alanının sanki kesik hücreymiş gibi özel bir kare endeksi daha vardır. Bu bilgiler ekler kısmında sunulmaktadır. Mesela, toplam kare endeksi -25 olan Şekil 2.13'teki yaprak hücre iki ayrı hesaplama alanından oluşmaktadır ve ilk hesaplama alanı kesik hücre gibi düşünülseydi, bu kesik hücrenin kesim noktalarının ilki p0, ikincisi p1 ve toplam kare endeksi de 3 olurdu. Ayrıca ikinci hesaplama alanında kesik bir hücre gibi düşünülseydi, bu kesik hücrenin kesim noktalarının ilki p2, ikincisi p3 ve toplam kare endeksi de 12 olurdu. Mesela birinci hesaplama alanındaki akılar hesaplanmak istendiğinde, bu alan toplam kare endeksi 3 olan bir kesik hücrenin akısının hesaplandığı gibi hesaplanır.

(b) Karelerle İlerleme Yöntemi

Kutu adaptasyonundan ve ayrık hücrelerin belirlenmesinden sonraki aşama kesik ve ayrık hücrelerin kesim noktalarının kordinatlarının belirlenmesi işlemidir. Geliştirilen kodda bu işlem karelerle ilerleme yöntemi kullanılarak yapılmaktadır. Literatürde, bu yöntem yerine, iki boyutlu problemler için doğru veya poligon kliplleme yöntemleri kullanılmaktadır. Polygon veya doğru kliplleme yöntemlerinde her kenarın kesik olup olmadığı test edilir ve kesik olan kenarlarda kesim noktasının kordinatları tespit edilir. Sonra kesik ve kesik olmayan kenarlar ayrı ayrı hafızada depolanır. Bu durum, hafızanın verimsiz kullanıldığının bir göstergesidir. İki boyutlu problemler için hafızayı verimsiz kullanmak büyük problem yaratmasada, üç boyutlu problemler için verimli hafıza kullanımı çok önemlidir. Karelerle ilerleme yönteminde tüm kenarları depolamak yerine sadece toplam kare endeksi adı verilen işaretçinin depolanması yeterlidir. Bu işaretçi kullanılarak kesik ve kesik olmayan kenarlar bir tablo sayesinde otomatik olarak bulunurlar.

Şekil 2.12'deki hücre örnek alınarak kesik olan ve olmayan kenarların tespit edilmesi ve kenarlardan geçen akının karelerle ilerleme yöntemi ile hesaplanması daha ayrıntılı olarak bu bölümde anlatılacaktır. Bilindiği gibi Şekil 2.12'deki hücre, kare endeksi 9 olan bir kesik hücredir. Bu hücrenin kesim noktalarının hangi kenarlarda olduğunu tespit etmek için Şekil 2.14'te verilen doğru tablosundan (lineTable) yararlanılır. Bu tabloda kare endeksi 9 olan hücreler için kesim noktaları kırmızı bir kutu içine alınarak gösterilmiştir. Bu kutudaki ilk sayı (0), ilk kesim noktasının, p0, 0. kenarda olduğunu ve ikinci sayı

(2), ikinci kesim noktasının, p_1 , 2. kenarda olduğunu belirtmektedir. Böylece kesik kenarlar otomatik olarak bulunmuştur. Bu bilgi ışığında bu kenarlardaki kesim noktalarının koordinatları iki doğru kesişimi denkleminde kolaylıkla bulunur.



Şekil 2.13 Bir ayırık hücrenin kesim noktalarının numaralandırılması ve ayrı hesaplama alanlarının kesik hücre gibi düşünüldüğünde aldıkları toplam kare endeksleri

Ayrıca, akı hesaplamak da karelerle ilerleme yöntemi kullanılarak çok kolaydır. Bu işlem içinde köşe tablosundan (cornerTable) faydalanılır. Önceden bahsedildiği gibi Şekil 2.12'deki hücrenin toplam kare endeksi dokuzdur ve bu kare endekse karşılık gelen sıra, köşe tablosunda kırmızı kutu içine alınmıştır. Bu kutu içindeki ilk sayı, dışarda kalan ilk köşeyi verir. Yani saat yönünün tersi yönünde ilk kesim noktasından sonra gelen ilk dışarda kalan köşe, 1. köşedir. Akı hesaplamasına öncelikle ilk kesim noktası (p_0) ve 0. köşe arasında kalan kenardan başlanır. Bu hesaptan sonra akının hesaplanacağı ikinci

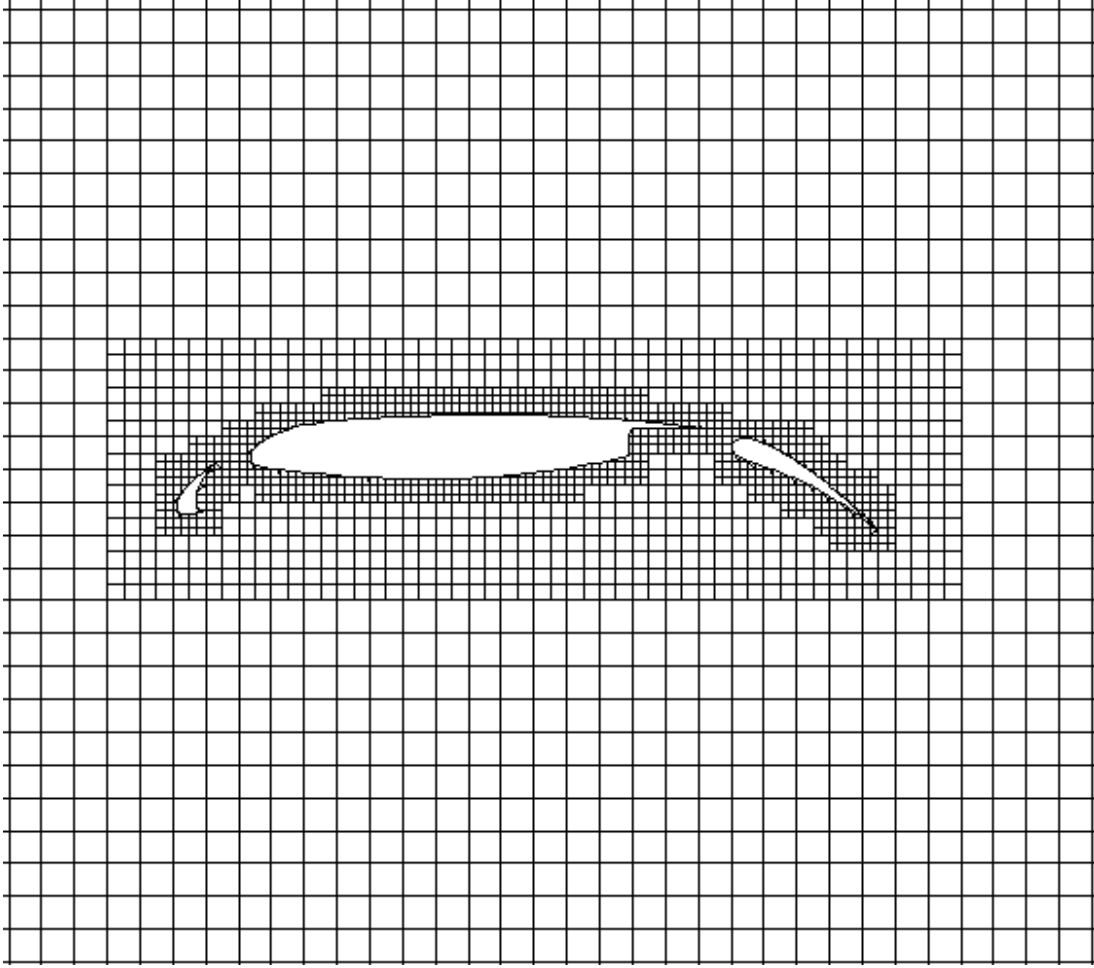
kenara geçilir. İkinci kenar, kırmızı kutu içerisinde bulunan ilk sayı (1) ile ikinci sayı (2) arasında kalan kenardır. Yani 1. köşe ile 2. köşe arasında kalan kenardan (1. kenar) geçen akı hesaplanır. Daha sonra üçüncü kenar, kırmızı kutu içerisinde bulunan ikinci sayı (2) ile üçüncü sayı (-1) arasında kalan kenardır. Yalnız farkedildiği üzere üçüncü sayı tabloda -1 olarak gösterilmektedir. Böyle bir köşe olmadığına göre köşe olarak -1 görüldüğünde geliştirilen kod artık dışarda köşe kalmadığını anlar ve -1 olarak atanan köşe yerine ikinci kesim noktasını, p1, koyar. Yani son akının hesaplanacağı kenar, 2. köşe ile ikinci kesim noktası (p1) arasında kalan kenardır.

<pre> int lineTable[16][6] = {(-1, -1, -1, -1, -1, -1), //0 {0 , 3, -1, -1, -1, -1}, //1 {1 , 0, -1, -1, -1, -1}, //2 {1 , 3, -1, -1, -1, -1}, //3 {2 , 1, -1, -1, -1, -1}, //4 {2 , 1, 0, 3, -1, -1}, //5 {2 , 0, -1, -1, -1, -1}, //6 {2 , 3, -1, -1, -1, -1}, //7 {3 , 2, -1, -1, -1, -1}, //8 {0 , 2, -1, -1, -1, -1}, //9 {3 , 2, 1, 0, -1, -1}, //10 {1 , 2, -1, -1, -1, -1}, //11 {3 , 1, -1, -1, -1, -1}, //12 {0 , 1, -1, -1, -1, -1}, //13 {3 , 0, -1, -1, -1, -1}, //14 {-1, -1, -1, -1, -1, -1} }; </pre>	<pre> int cornerTable[16][4] = {(-1, -1, -1, -1), //0 {1 , 2, 3, -1}, //1 {2 , 3, 0, -1}, //2 {2 , 3, -1, -1}, //3 {3 , 0, 1, -1}, //4 {-1, -1, -1, -1}, //5 {3 , 0, -1, -1}, //6 {3 , -1, -1, -1}, //7 {0 , 1, 2, -1}, //8 {1 , 2, -1, -1}, //9 {-1, -1, -1, -1}, //10 {2 , -1, -1, -1}, //11 {0 , 1, -1, -1}, //12 {1 , -1, -1, -1}, //13 {0 , -1, -1, -1}, //14 {-1, -1, -1, -1} }; </pre>
---	---

Şekil 2.14 Karelerle ilerleme yöntemi için gerekli olan tablolar

2.1.2.3.2 Kesik ve Ayırık Hücre Adaptasyonu

Kutu adaptasyonundan sonra geometri çevresinde daha yoğun bir ağ yaratmak ve kesik hücrelerle dış hücreler arasındaki geçişin daha düzgün olması sağlamak için bu adaptasyondan faydalanılır. Bu adaptasyonda da bir seviye kuralı kontrol edilerek hücre bölünmesi yapılmalıdır. Şekil 9'daki kutu adaptasyonlu ağa kesik ve ayırık hücre adaptasyonu uygulanırsa Şekil 2.15 elde edilir.

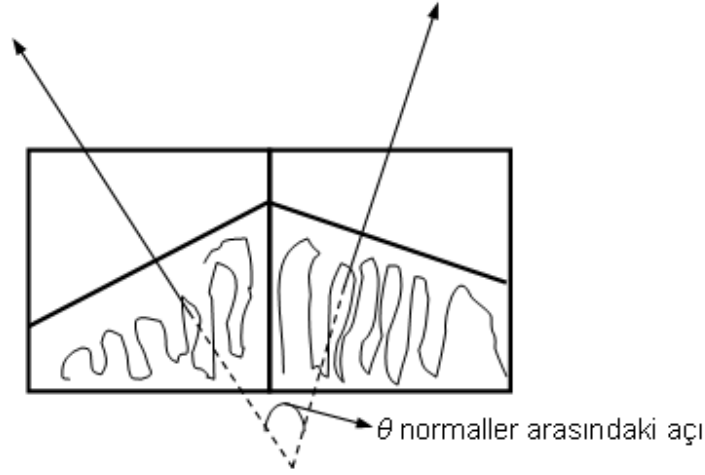


Şekil 2.15 Kesik ve ayrık hücre adaptasyonuna bir örnek

2.1.2.3.3 Eğrilik Adaptasyonu

Ağ üretimi işlemindeki son adım, eğrilik adaptasyonudur. Eğrilik adaptasyonunun amacı, parçanın yüksek eğriliğe sahip olduğu alanlarda, parçayı yeteri kadar doğru betimleyecek çözünürlüğün olduğunu kesinleştirmektir. Çünkü bu alanlar yüksek gradyanlar ile ilişkili olacaktırlar.

Eğrilik adaptasyonunda, hücrenin yoğunlaştırılıp yoğunlaştırılmayacağına karar vermek için komşu kesik hücreleri kesen kenarlar değerlendirilirler. Bu yüzden öncelikle komşu kesik hücreler belirlenmelidir sonra eğrilik yoğunlaştırma kriteri geliştirmek için eğrilik ölçülmelidir. Eğriliği ölçmek için akış alanını gösteren kesen kenarların normal vektörleri arasında kalan açı kullanılır. Eğer açının değeri eşik değerini aşarsa, hücre yoğunlaştırılır. Bu durum Şekil 2.16'da gösterilmiştir.



Şekil 2.16 İki komşu kesik hücrenin normalleri

İki kesik komşu hücrenin normal vektörleri aşağıdaki denklemler kullanılarak elde edilir.

$$\mathbf{n}_1 = \Delta y \mathbf{i} - \Delta x \mathbf{j} = (y_1 - y_0) \mathbf{i} - (x_1 - x_0) \mathbf{j} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{n}_2 = \Delta y \mathbf{i} - \Delta x \mathbf{j} = (y_1 - y_0) \mathbf{i} - (x_1 - x_0) \mathbf{j} \quad (2.3)$$

Sonra, normal vektörler arasında kalan açı bağlantısı aşağıdaki denklemlerle elde edilir.

$$\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = n_{1x} n_{2x} + n_{1y} n_{2y} = |\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2| \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{n_{1x} n_{2x} + n_{1y} n_{2y}}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} \quad (2.4)$$

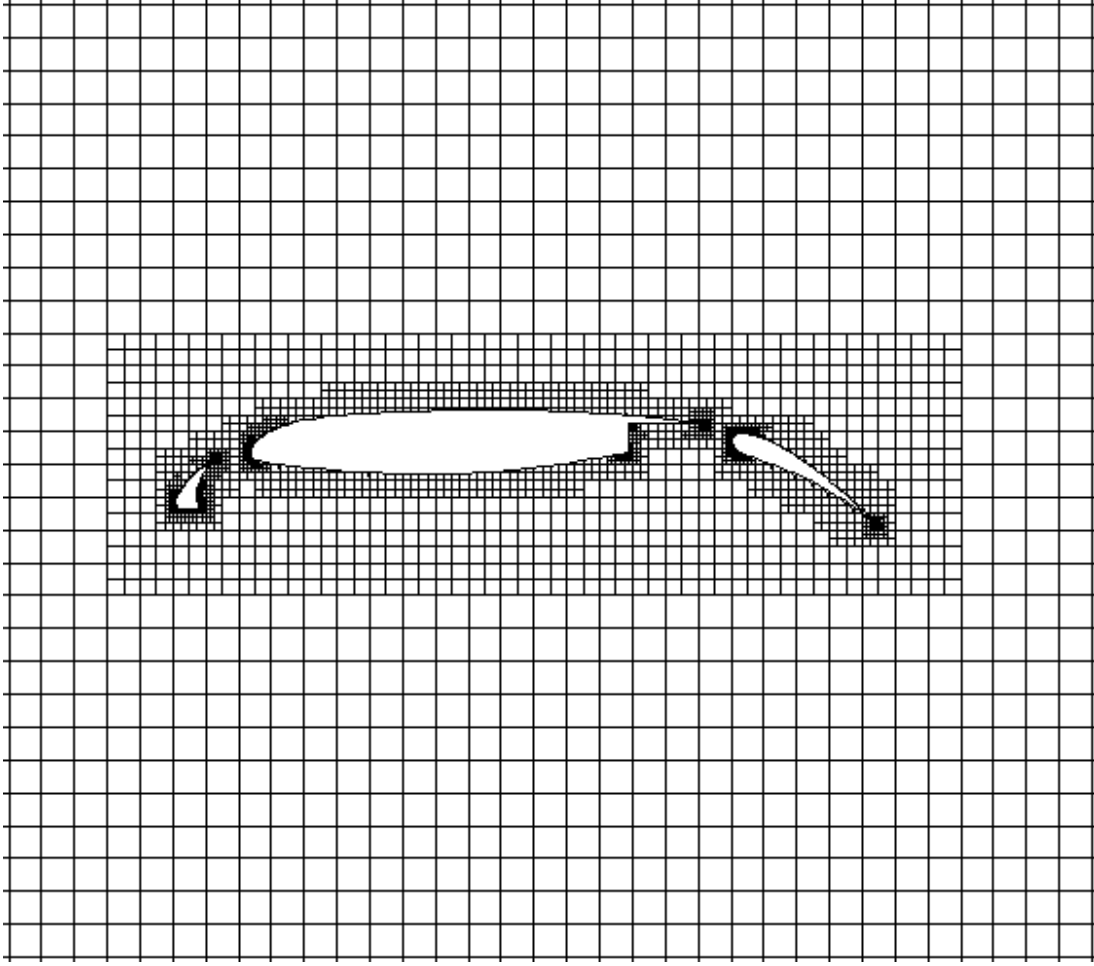
Sonra θ değeri eşik değerinden büyük ise, hücre yoğunlaştırılır.

$$\cos \theta = \frac{n_{1x} n_{2x} + n_{1y} n_{2y}}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} < \cos \theta_{\text{esik}} \quad (2.5)$$

Şekil 2.14'teki hesaplama ağına eğrilik adaptasyonu uygulandığında Şekil 2.17'deki hesaplama ağı elde edilir.

2.2 GÖVDE UYUMLU HESAPLAMA AĞININ OLUŞTURULMASI

Viskoz akışlarda, sınır tabaka içerisinde yeterli çözünürlük elde edilebilmesi için dörtgen hesaplama ağı oluşturulması gerekir. Dörtgen hücrelerin oluşturulmasından önce geometrinin belirli bir oranda şişirilir. Daha sonra, bu şişirilmiş geometri Kartezyen hesaplama ağının oluşturulması için girdi olarak kullanılarak, Kartezyen hücreler şişirilmiş geometrinin dışında oluşturulur. Orijinal geometri ile şişirilmiş geometri arasında kalan bölgede ise dörtgen hücreler oluşturulur.



Şekil 2.17 Eğrilik adaptasyonuna bir örnek

2.2.1 Sınır Tabaka Kalınlığının Belirlenmesi

Sınır tabakanın kalınlığı Reynolds sayısına göre belirlenir. Laminer akışlar için sınır tabaka kalınlığı olan δ , aşağıdaki ilişki kullanılarak belirlenir.

$$\delta = \frac{5}{\sqrt{Re}} \quad (2.5)$$

Daha kalın sınır tabakası gerektiren türbülanslı ve ayrılmış akışlar için bu kalınlık 1'den büyük bir faktörle çarpılır. Bu proje çerçevesinde geliştirilen ve sadece laminer akışların ele alındığı bu yazılımda da emniyet faktörü olarak yukarıdaki bağlantıdan elde edilen kalınlığın belli bir faktörle çarpılması mümkündür.

Sınır tabakanın oluşturulması sırasında, geometrinin doğru olarak şişirilebilmesi için bazı düzeltmelere gerekebilmektedir. Sınır tabaka kalınlığının her noktada aynı kalitede olabilmesi için yüksek kavisli bölgelerin dikkatli bir şekilde ele alınması gerekir. Buna ek olarak, bazı içbükey yüzeylerde oluşan negatif hacimlerin ortadan kaldırılması gerekir. Şişirme işleminden sonra, dörtgen hücreler şişirilmiş geometrinin kenarında olan Kartezyen hücrelere göre oluşturulur.

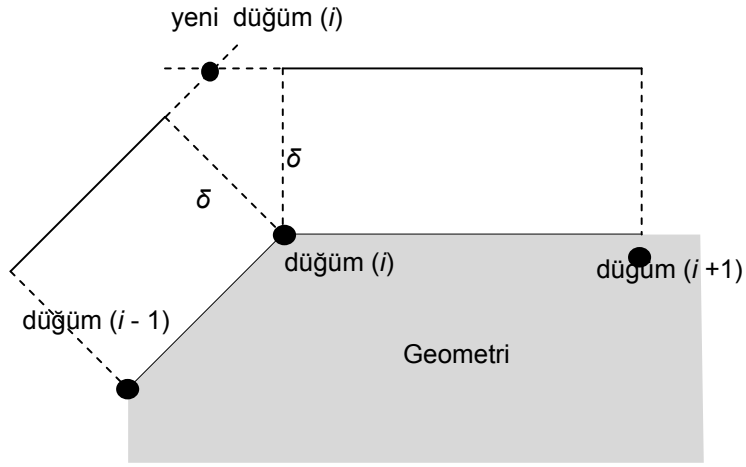
2.2.1.1 Şişirilmiş Geometrinin Oluşturulması

Geometri daha önceden de belirtildiği gibi düğüm noktaları ile tanımlanmaktadır. Şişirilmiş geometrinin oluşturulmasında birbirini takip eden noktaların birleştirilmesi ile oluşturulan çizgi parçaları kullanılmaktadır. Çizgi parçasının oluşturulmasından sonra, yeni çizgi parçasının başlangıç ve bitiş noktaları düğüm noktalarının sınır tabaka kalınlığı kadar çizgi parçasına dik olarak kaydırılmaktadır. Bütün yeni çizgi parçalarının oluşturulmasından sonra yeni düğüm noktaları birbirini takip eden çizgi parçaların kesiştirilmektedir. Şekil 2.18'de şişirilmiş düğüm noktasının oluşturulması için iki örnek verilmiştir. Şekil 2.18a'da kesişme noktasının oluşturulması için çizgi parçalarının uzatılması gerekirken, Şekil 2.18b'de çizgi parçalarının kısaltılması gerekmektedir.

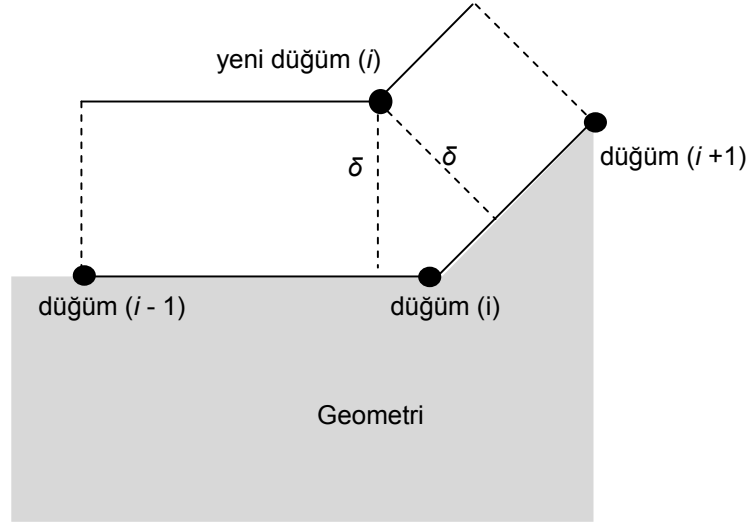
2.2.1.2 Yüksek Kavisli Bölgelerin Ele Alınması

Şekil 2.18'de görüldüğü gibi yeni düğüm noktasının elde edilmesi için çizgi parçaların uzatılması veya kısaltılması gerekmektedir. Orijinal çizgi parçası ile şişirilmiş çizgi parçası arasındaki kalınlığın aynı olmasına karşılık, kısaltılmış çizgi parçasında kalınlık daha az, uzatılmış çizgi parçasında da kalınlık daha fazla olmaktadır. Bu durum kavisin fazla olmadığı bölgelerde problem yaratmamasına karşılık, geometrinin dışbükey bölümlerinde kalınlık çok fazla olmaktadır. Bu durum bir kanadın arka kenarı için Şekil 2.19'de gösterilmiştir.

Dışbükey bölgelerde iyi bir şişirilmiş geometri elde edebilmek için düğüm noktasının sınır tabaka kalınlığı kullanılarak sadece bir konuma değil de, Şekil 2.20'de görüldüğü gibi birçok konuma çekilmesi gerekir. Bu konumların sayısı dışbükey bölgenin açısına göre belirlenmektedir. Bu açının 60 dereceden küçük olması durumunda, geometri üzerinde bulunan orijinal düğüm noktasından beş değişik düğüm noktası oluşturulmaktadır. Açının 60 derece ile 120 derece arasında olması durumunda ise üç değişik düğüm noktası yaratılmaktadır. Bu durumda, bu üç düğüm noktası sınır tabakanın bütün noktalarında eşit kalınlık elde edilebilmesi için yeterli olmaktadır. Bu açının 120 dereceden olması durumunda, kavisli bölge çok keskin olmadığı için bir düğüm noktası yeterli olmaktadır. Şekil 2.20'de dışbükey bölgedeki açının 60 dereceden küçük olduğu ve açının 60 ile 120 derece arasında olduğu iki değişik durum gösterilmiştir.

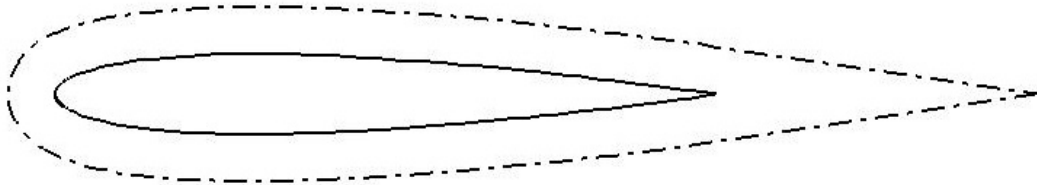


(a)



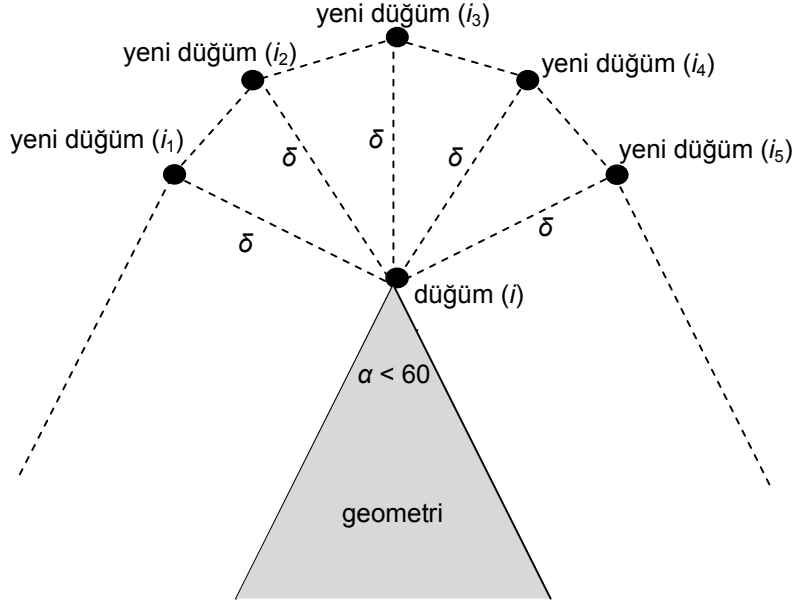
(b)

Şekil 2.18 Şişirilmiş geometri için yeni düğüm noktası oluşturulması

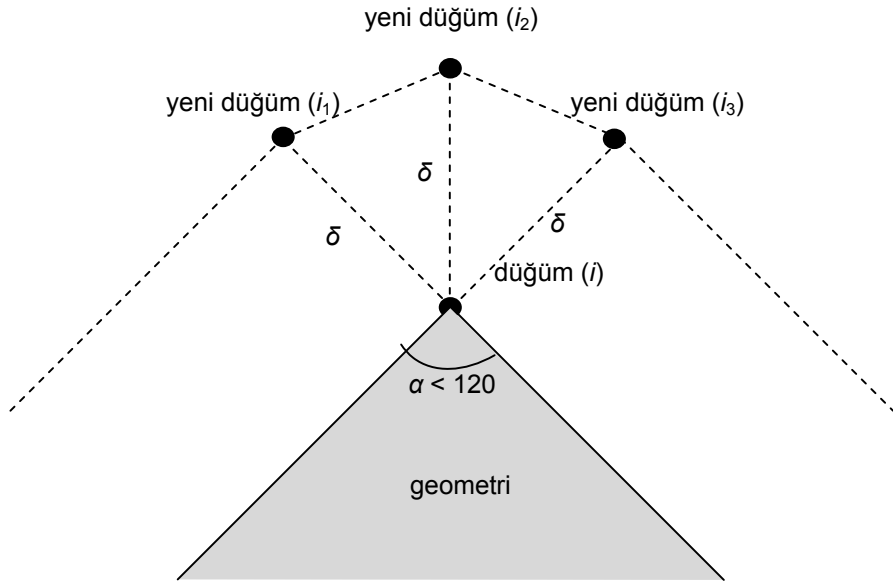


Şekil 2.19 Dışbükey bölgelerin ele alınmaması durumunda orijinal ve şişirilmiş geometriler

Dışbükey bölgelerde düğüm noktalarının değişik konumlara kaydırılmasıyla, Şekil 2.19'da görülen şişirilmiş geometri Şekil 2.21'de gösterildiği hale gelir.

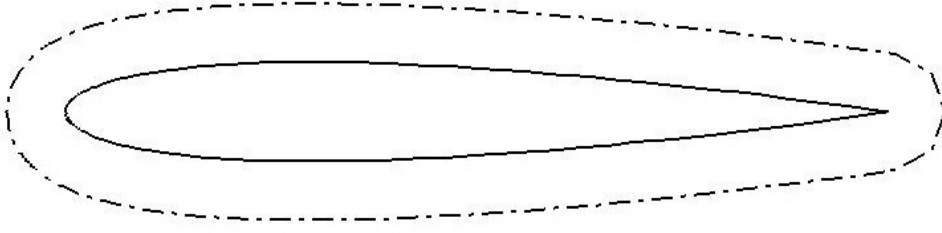


(a)



(b)

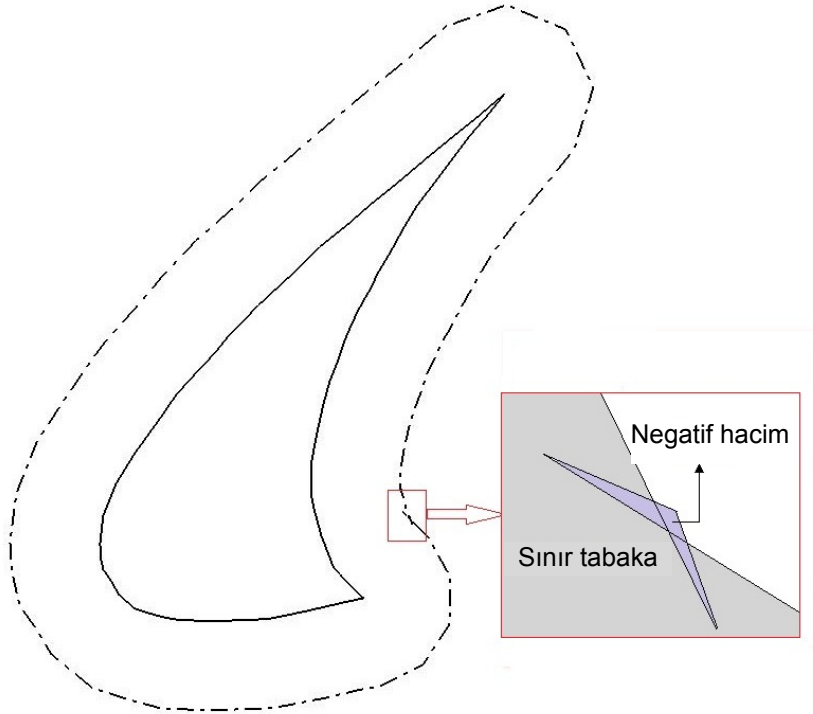
Şekil 2.20 Yüksek kavisli bölgede şişirilmiş bir düğüm noktası yaratılması



Şekil 2.21 Dışbükey bölgelerin ele alınması durumunda orijinal ve şişirilmiş geometriler

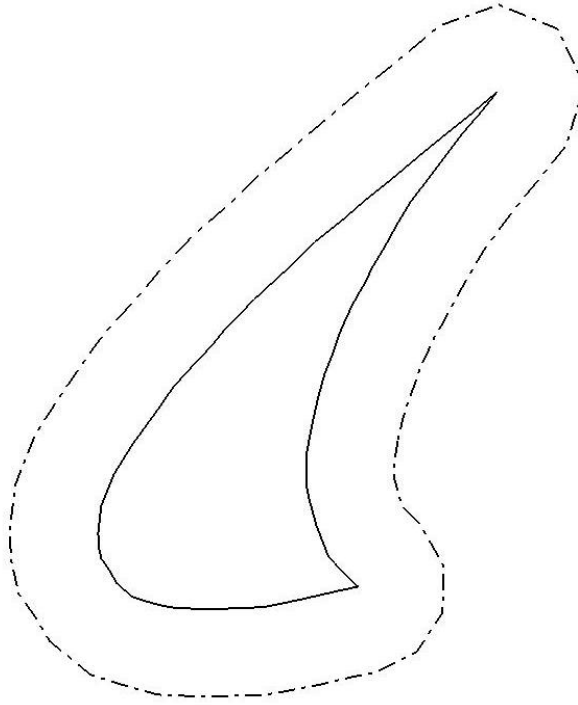
2.2.1.3 Negatif Hacmin Yok Edilmesi

Bazı dışbükey yüzeylerde geometrinin dışarıya doğru çıkartılması ile negatif hacimler oluşmaktadır. Bunun sebebi, ardışık çizgi parçalarının aynı miktarda yer değiştirmesinden sonra yanlış düğüm noktalarının birleştirilmesi sonucunda negatif hacimlerin oluşturulmasıdır. Bu durum, Şekil 2.22’te gösterilmiştir.



Şekil 2.22 Dışbükey bölgedeki negatif hacim

Negatif hacmin ortadan kaldırılabilmesi için, kesişen çizgi parçalarının kesişme noktası yeni düğüm noktası olarak kabul edilmektedir. Ancak, bu durum sabit bölgede yeni negatif hacimlerin oluşmasına sebep olmaktadır. Dolayısıyla, bu yöntem kullanılarak negatif hacimlerin ortadan kaldırılmasına birbiriyle kesişen çizgi parçaları kalamayana kadar devam edilmektedir. Negatif hacimlerin ortadan kaldırılmasından sonra Şekil 2.22'de görülen kanat Şekil 2.23'de görülen iyi bir şişirilmiş geometriye sahip olmaktadır.



Şekil 2.23 Negatif hacimlerin ortadan kaldırılmasından sonraki sınır tabaka

2.3 DÖRTGEN HÜCRELERİN OLUŞTURULMASI

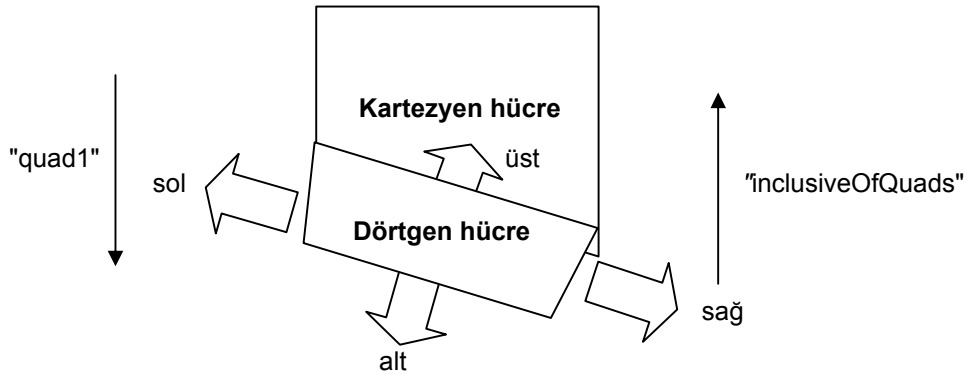
Sınır tabakasının şişirilmiş geometri ile belirlenmesinden sonra, iki geometri arasındaki boşluk dörtgen hücrelerle doldurulmaktadır. Dörtgen hücreler sınır tabaka dışında oluşturulmuş olan Kartezyen hesaplama ağına bağlanmaktadır. Bu bağlantı bilgileri ile düzgün bir melez hesaplama ağı oluşturulmaktadır.

Dörtgen hesaplama ağının oluşturulması sırasında sıra sayısı ve uzatma faktörü olarak girdi kullanılmaktadır. Sınır tabaka içerisindeki sıra sayısı kullanıcı tarafından belirlenmektedir. Dörtgen

hücrelerin kalınlıkları ise iki ardışık sıradaki dörtgen hücrelerin oranından oluşan uzama faktörü ile belirlenmektedir.

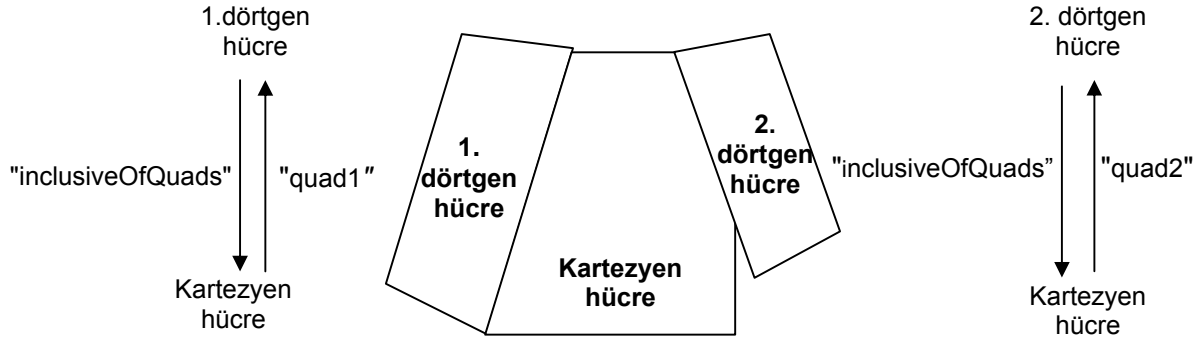
2.3.1 Bağlanırlık

Sıra sayısı ve dörtgen hücrelerin kalınlığının belirlenmesinden sonra dörtgen hücreler Kartezyen hücrelere bağlantılı olarak Şekil 2.24'de oluşturulmaktadır. Dörtgen hücreler ile Kartezyen hücreler arasındaki bağlantılar "quad1" ve "inclusiveOfQuads" olmak üzere iki işaretleyici ile sağlanmaktadır. Bir Kartezyen hücreye ait dörtgen hücre bulunursa bu dörtgen hücre "quad1" işaretleyicisinde saklanmaktadır. Karşıt bağlantı ilişkisi ise "inclusiveOfQuads" işaretleyicisi ile elde edilmektedir. Bu yöntemle köşe noktalarının Kartezyen hücrelerin kesişme noktaları ile çakışması sağlanmaktadır. Başka bir deyişle, akıların ortak arayüzlerde hesaplanmasından dolayı, akış değişkenlerinin Kartezyen hücrelerden dörtgen hücrelere içdeğerbiçimi gerekmemektedir.



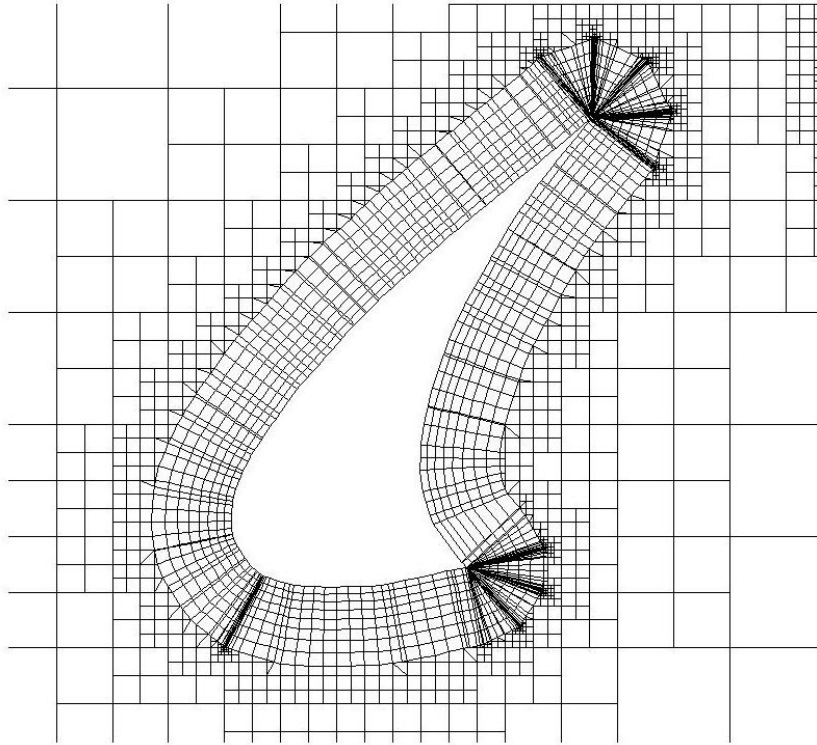
Şekil 2.24 Kartezyen hücre ile bağlantılı dörtgen hücre arasındaki ilişki

Bazı durumlarda, bir Kartezyen hücrenin iki yüzü de sadece bir kontrol hacmine sahip olan şişirilmiş geometriye komşu olabilmektedir. Bu durumda "quad2" isimli ikinci bir işaretleyicisi kullanılmaktadır. Birinci dörtgen hücre "quad1" işaretleyicisinde saklanırsa, ikinci dörtgen hücre "quad2" işaretleyicisinde saklanmaktadır. Buna karşılık, karşıt ilişki için sadece "inclusiveOfQuads" işaretleyicisi yeterli olmaktadır.



Şekil 2.25 Kartezyen hücre ile bağlantılı iki dörtgen hücre arasındaki ilişki

Kartezyen ve dörtgen hücreler arasındaki bağlantı sağlandıktan sonra, dörtgen hücreler arasındaki bağlantı bilgisi komşuluk bilgisi ile sağlanmaktadır. Şekil 2.24'de gösterildiği gibi komşular ilgili yöne göre belirlenmektedir. Böylelikle tüm dörtgen ve Kartezyen hücrelerin birbiriyle bağlanmaktadır. Şekil 2.26'da üç elemanlı kanadın son kanatçığı etrafındaki melez hesaplama ağı görülmektedir.



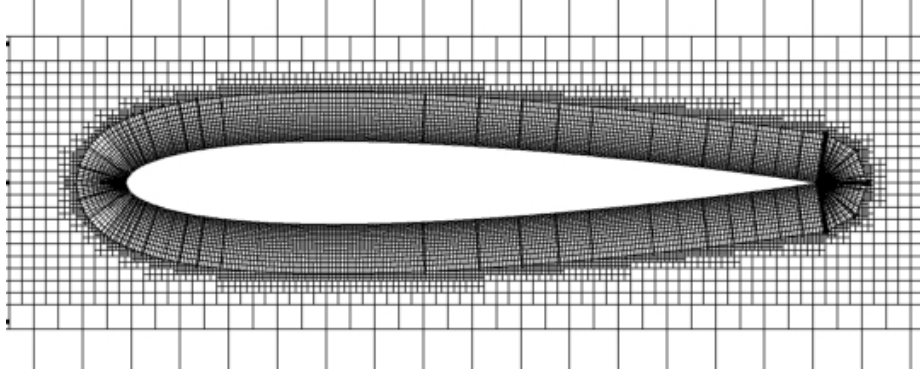
Şekil 2.26 Üç elemanlı kanadın son kanatçığı etrafındaki melez hesaplama ağı

Şekil 2.26'da görüldüğü gibi ufak Kartezyen hücrelerin yanındaki dörtgen hücrelerin boyutları çok küçüktür. Kesik hücre, ayırık hücre ve eğrilik adaptasyonlarının sadece Kartezyen hücrelere uygulanmasına karşılık, ufak Kartezyen hücrelerden daha küçük dörtgen hücreler oluşmasından dolayı yüksek kavisli bölgelerde otomatik olarak daha ufak olmaktadır.

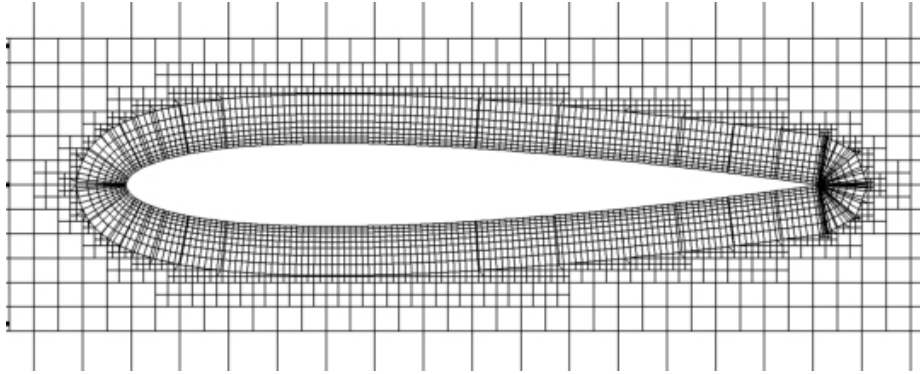
Çözüm adaptasyonu sırasında dörtgen hücrelerin doğrudan bölünmemektedir. Çözüm adaptasyonu sırasında dörtgen hücrelerin bölünmesini gerektiren bölgeler ortaya çıktığında, öncelikle bu dörtgen hücrenin bağlantılı olduğu dörtgen hücre bölünmektedir. Daha sonra, Kartezyen hücrenin bağlantılı olduğu dörtgen hücreler silinmekte ve yeni dörtgen hücreler bölünmüş Kartezyen hücrelerin çocuklarına göre oluşturulmaktadır. Sonuç olarak, bu bölgedeki hücreler, dörtgen hücreler bölünmeden ufaltılmaktadır. Buna karşılık çözüm adaptasyonu sırasında sınır tabaka içerisindeki sıra sayısı değişmemektedir.

2.3.2 Dörtgen Hücrelerin İrileştirilmesi

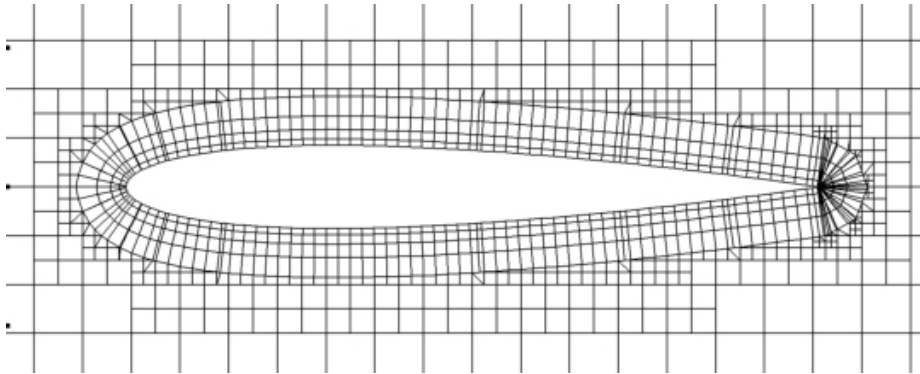
Dörtgen hücrelerin Kartezyen hücrelere göre oluşturulmasından dolayı, dörtgen hücrelerin irileştirilmesi Kartezyen hücrelerin irileştirilmesinden farklıdır. Melez bir hesaplama ağında, Kartezyen hücreler ilk olarak sınırlama adımında irileştirilmektedir. Kesik ve ayırık hücreler küçük hücrelere göre değiştirildiği için, bu hücrelere bağlantılı olarak duvar kenarında bulunan dörtgen hücreler de otomatik olarak irileştirilmektedir. Ancak, bu yeterli olmamaktadır. Buna ek olarak, sınır tabaka içerisindeki sıra sayısı ikiye bölünerek dörtgen hücrelerin yatay yönün yanında dik yönde de irileştirilmesi sağlanmaktadır. Dörtgen hücrelerin sınır tabakasındaki sıra sayısının ikiye bölünmesi ile irileştirilmesinden dolayı, bu sayının kullanıcı tarafından 2'nin katları olarak belirlenmesi gerekmektedir. Buna ek olarak, uzatma faktörünün karesinin alınması ile irileştirilmiş dörtgen hücrelerin tüm küçük hücreleri kapsamı sağlanmaktadır. Herhangi bir kademede, dörtgen hücrelerin sıra sayısının 1 olmasından sonra, bu sayı gövde geometrisini kaybetmemek için bundan sonraki tüm irileştirilmiş kademelerde aynı kalmamaktadır. Şekil 2.27'de NACA 0012 kanadı etrafındaki 16 sıralı melez hesaplama ağı, çoklu ağ yönteminde kullanılan diğer hesaplama ağları ile birlikte gösterilmiştir.



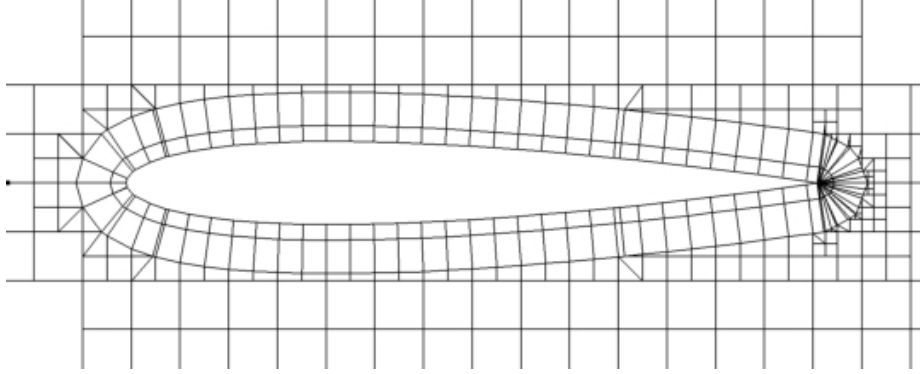
(a) h -hesaplama ağı



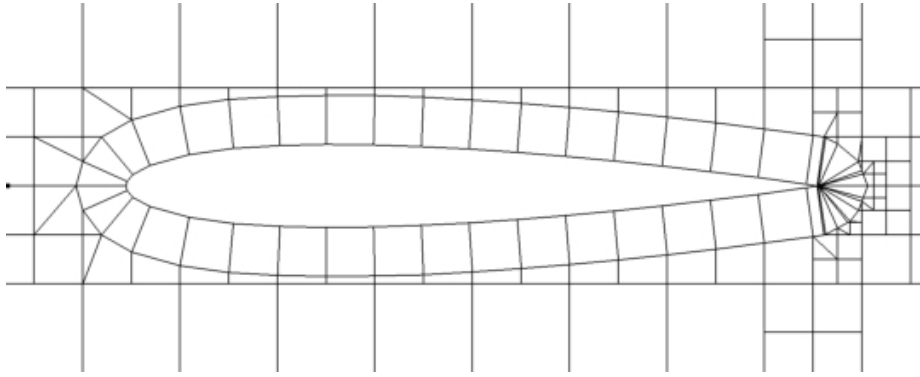
(b) $2h$ -hesaplama ağı



(c) $4h$ -hesaplama ağı



(d) $8h$ -hesaplama ağı



(e) $16h$ -hesaplama ağı

Şekil 2.27 Çoklu ağ yönteminde NACA 0012 kanadı etrafında kullanılan melez hesaplama ağı

BÖLÜM 3

İKİ BOYUTLU LAMİNAR NAVIER-STOKES ÇÖZÜCÜSÜNÜN GELİŞTİRİLMESİ

Bu bölümde ilk olarak iki boyutlu Navier-Stokes denklemlerinin integral formu verilmiştir. Daha sonra, bu denklemler uygun referans değerleri kullanılarak boyutsuz hale getirilmiştir. Son olarak, duvar ve uzak alan sınır şartları viskoz olmayan ve viskoz akışlar için incelenmiştir. İkinci aşamada temel denklemlerin uzayda ayrıklaştırılmasından sonra, zamanda ayrıklaştırma çok kademeli zaman adımlama yöntemi ile incelenmiş ve viskoz olmayan ve viskoz akışlar için zaman adımının hesaplanması açıklanmıştır. Üçüncü aşamada viskoz olmayan akı hesaplama yöntemleri tartışılmıştır. Bu çerçevede AUSM ve türevleri gibi akı ayırma yöntemleri ile Roe'nun yaklaşık Reimann çözücüsü incelenmiştir. Dördüncü aşamada ilkel akış değişkenlerinin en küçük kareler yöntemi kullanılarak yeniden yapılandırılması anlatılmış ve daha kararlı sonuçlar alınabilmesi için gradyan limitleme yöntemleri verilmiştir. Beşinci aşamada viskoz akış hesaplamaları verilmiştir. Viskoz yeniden yapılandırma yönteminde, viskoz akı, hücre merkezlerinde viskoz olmayan yeniden yapılandırma kullanılarak elde edilen akış değişkenleri ve gradyanları kullanılarak elde edilmiştir. Altıncı aşamada basınç ve yüzey sürtünme katsayılarının hesaplanması anlatılmıştır. Son aşamada ise çözüm adaptasyonu incelenmiştir. Bu adaptasyon ile kritik bölgelerdeki hesaplama ağları iyileştirilerek, daha hassas çözümler elde edilebilmektedir.

3.1 TEMEL DENKLEMLER

Navier-Stokes denklemleri cisimler etrafındaki akışlar için temel denklemlerdir. Bu denklemler integral veya diferansiyel formda olup, kütle, momentum ve enerjinin korunumu kullanılarak elde edilmiştir. Bu proje çerçevesinde geliştirilen yazılımda, integral formundaki Navier-Stokes denklemleri uygun duvar ve uzak alan sınır şartları ile birlikte kullanılmıştır.

3.1.1 İki Boyutlu Temel Denklemlerin Integral Hali

Bu denklemler sıkıştırılabilir akışlar için aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \int_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (3.1)$$

Bu denklemde, \mathbf{Q} yoğunluk, momentum ve toplam enerji için korunabilir değişken vektörünü, \mathbf{F} viskoz olmayan akı vektörünü, \mathbf{G} viskoz akı vektörünü, \mathbf{n} ise dS alanına dik yöndeki birim vektörü göstermektedir. İki boyutlu Kartezyen koordinatlarda korunabilir değişken vektörü \mathbf{Q} , viskoz olmayan akı vektörü, \mathbf{F} ve viskoz akı vektörü, \mathbf{G} , aşağıdaki gibi verilir.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \mathbf{i} + \rho v \mathbf{j} \\ (\rho u^2 + p) \mathbf{i} + \rho uv \mathbf{j} \\ \rho uv \mathbf{i} + (\rho v^2 + p) \mathbf{j} \\ \rho u H \mathbf{i} + \rho v H \mathbf{j} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \mathbf{i} + \tau_{yx} \mathbf{j} \\ \tau_{xy} \mathbf{i} + \tau_{yy} \mathbf{j} \\ (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x) \mathbf{i} + (u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y) \mathbf{j} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Birim normal vektör x -ekseni ile birim normal vektör arasında kalan θ açısı kullanılarak tanımlanırsa, viskoz olmayan ve viskoz akı vektörlerinin birim normal vektör ile nokta çarpımı aşağıdaki gibi verilir.

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \rho u \cos \theta + \rho v \sin \theta \\ (\rho u^2 + p) \cos \theta + \rho uv \sin \theta \\ \rho uv \cos \theta + (\rho v^2 + p) \sin \theta \\ \rho u H \cos \theta + \rho v H \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \cos \theta + \tau_{yx} \sin \theta \\ \tau_{xy} \cos \theta + \tau_{yy} \sin \theta \\ (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x) \cos \theta + (u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y) \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Yukarıda denklemlerde, ρ yoğunluğu, u ve v sırasıyla x ve y yönlerindeki hız bileşmelerini, p statik basıncı, E özgül toplam enerjisi, H ise özgül toplam entalpiyi göstermektedir. τ_{xy} , τ_{yx} , and τ_{yy} gerilmeleri gösterirken, q_x ve q_y sırasıyla x ve y yönlerindeki ısı akılarını göstermektedir. Yukarıdaki denklemleri çözebilmek için bazı ek ilişkilere gereksinim vardır. Bu ilişkiler mükemmel gaz varsayımı ve termodinamik ilişkiler kullanılarak elde edilir. Denklemleri kapalı hale getirebilmek için aşağıdaki denklemlerden yararlanır.

$$p = \rho RT \quad (3.7)$$

$$e = c_v T \quad (3.8)$$

$$R = c_p - c_v \quad (3.9)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (3.10)$$

$$E = e + \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (3.11)$$

Yukarıdaki denklemlerde, R gaz sabitini, c_p sabit basınç altındaki özgül ısıyı, c_v sabit hacim altındaki özgül ısıyı, e özgül iç enerjisi, T sıcaklığı ve γ özgül ısı oranını göstermektedir. Bu denklemler kullanılarak özgül toplam entalpi ve statik basınç aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$H = E + \frac{p}{\rho} \quad (3.12)$$

$$p = \rho(\gamma - 1) \left(\rho E - \frac{\rho(u^2 + v^2)}{2} \right) \quad (3.13)$$

Bu çalışma sadece Newtonyen akışkanlarla sınırlı olduğundan, viskoz gerilmeler ile laminar dinamik viskozite, μ , ve hız gradyanları arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde verilir.

$$\tau_{xx} = -\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.14)$$

$$\tau_{yy} = -\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.15)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.16)$$

Hava için laminar dinamik viskozite Sutherland kanunu kullanılarak aşağıdaki şekilde verilir.

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{3/2} \left(\frac{T_\infty + 110.4}{T + 110.4} \right) \quad (3.17)$$

Bu denklemde, referans dinamik viskozite olan μ_∞ sıcaklık olarak $T_\infty = 273.15$ K alınarak bulunur. Isı akı bileşenleri ise Fourier'in ısı iletim kanunu kullanılarak

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.18)$$

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.19)$$

şeklinde bulunur. Burada k ısı iletim katsayısını göstermektedir.

3.1.2 Boyutsuzlaştırma

Boyutsuzlaştırma korunabilir değişkenlerin değişik büyüklüklerde olmasından kaynaklanan sayısal hataları engellediği için oldukça avantajlıdır. Buna ek olarak, ele alınması gereken parametre sayısını azaltmakta ve denklemlerin daha kolay ele alınmasını sağlamaktadır. Geliştirilen yazılımda, temel denklemler aşağıda verilen referans değerler kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\begin{aligned}
 x' &= \frac{x}{L_\infty} & y' &= \frac{y}{L_\infty} & t' &= \frac{t c_\infty}{L_\infty} \\
 u' &= \frac{u}{c_\infty} & v' &= \frac{v}{v_\infty} & p' &= \frac{p}{c_\infty^2} \\
 \rho' &= \frac{\rho}{\rho_\infty} & E' &= \frac{E}{c_\infty^2} & \mu' &= \frac{\mu}{\mu_\infty}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Bu denklemlerde üst indis (') boyutsuz değişkenleri göstermektedir. Boyutsuz Reynolds sayısının kullanılmasıyla, temel denklemler aşağıdaki şekilde boyutsuzlaştırılabilir.

$$\int_V \frac{\partial \mathbf{Q}'}{\partial t'} dt' + \int_S (\mathbf{F}' \cdot \mathbf{n}') dS' = \frac{M_\infty}{Re_\infty} \int_S (\mathbf{G}' \cdot \mathbf{n}') dS' \tag{3.21}$$

Burada Re , akış hızı V ile referans uzunluk L 'ye bağlı Reynolds sayısını

$$Re_\infty = \frac{\rho_\infty V L_\infty}{\mu_\infty} \tag{3.22}$$

M_∞ ise serbest akış Mach sayısını

$$M_\infty = \frac{V}{c_\infty} = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{c_\infty} \tag{3.23}$$

göstermektedir. Boyutsuz korunabilir değişkenler ile viskoz olmayan ve viskoz akı vektörlerinin birim normal vektör ile nokta çarpımları aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\mathbf{Q}' = \begin{bmatrix} \rho' \\ \rho' u' \\ \rho' v' \\ \rho' E' \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$\mathbf{F}' \cdot \mathbf{n}' = \begin{bmatrix} \rho' u' \cos \theta + \rho' v' \sin \theta \\ (\rho' u'^2 + p') \cos \theta + \rho' u' v' \sin \theta \\ \rho' u' v' \cos \theta + (\rho' v'^2 + p') \sin \theta \\ \rho' u' \left(E' + \frac{p'}{\rho'} \right) \cos \theta + \rho' v' \left(E' + \frac{p'}{\rho'} \right) \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{G}' \cdot \mathbf{n}' = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau'_{xx} \cos \theta + \tau'_{yx} \sin \theta \\ \tau'_{xy} \cos \theta + \tau'_{yy} \sin \theta \\ (u' \tau'_{xx} + v' \tau'_{xy} - q'_x) \cos \theta + (u' \tau'_{yx} + v' \tau'_{yy} - q'_y) \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Denklem (3.25) boyutsuz viskoz olmayan akı vektörünün boyutlu olanı ile aynı olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, viskoz olmayan çözümler için ek terimlere gerek bulunmamaktadır. Buna karşılık, ilk tahminler uygun olmalıdır.

Boyutsuz serbest akış değerleri olarak yoğunluk 1 olarak seçilmiştir. Statik basınç ise ses hızını 1'e eşitlemek için $1/\gamma$ şeklinde seçilmiştir. Bu ilk tahminler ile boyutsuz denklemlere yeni terimler eklemeye gerek yoktur. İlk tahminler aşağıda verilmiş olup, bu denklemlerde *in* alt indisi serbest akış değerlerini göstermektedir.

$$\rho'_{in} = 1 \quad p'_{in} = \frac{1}{\gamma} \quad c'_{in} = \sqrt{\frac{p'_{in} \gamma}{\rho'_{in}}} = 1 \quad (3.27)$$

Viskoz terimlere bakıldığında boyutsuz gerilmelerin boyutlu olanlarla aynı olduğu görülmektedir. Korunmuş denklemler için Mach sayısının Reynolds sayısına oranı gerekmektedir. Buna karşılık, ısı iletkenliğinin Prandtl sayısı kullanılarak boyutsuzlaştırılmasından dolayı ısı akısı terimleri boyutlu olanlardan farklıdır. Prandtl sayısı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (3.28)$$

Prandtl sayısı ve boyutsuz değişkenler kullanılarak ısı akısının bileşkeleri aşağıdaki şekilde boyutsuz hale getirilir. Yazılımda sıcaklık gradyanının yerine basınç gradyanının hesaplanıyor olmasından dolayı, bu denklemler bu gradyana göre revize edilmiştir.

$$q'_x = -\frac{\gamma}{(\gamma-1)Pr} \frac{\partial(p' / \rho')}{\partial x'} \quad (3.29)$$

$$q'_y = -\frac{\gamma}{(\gamma-1)Pr} \frac{\partial(p' / \rho')}{\partial y'} \quad (3.30)$$

Buradan itibaren, üst indis (') gösterimi kolaylaştırmak için kullanılmayacaktır. Bu durumda üst indisi olmayan değişkenler boyutsuz değişkenleri gösterecektir.

3.1.3 Sınır Şartları

Dış akışlar için iki tip sınır şartı bulunmaktadır. Bunlar uzak alan sınır şartı ile duvar sınır şartıdır.

3.1.3.1 Uzak Alan Sınır Şartı

Uzak alan sınır şartları çözüm alanının en dışındaki hücreler için kullanılmaktadır. Bu sınır şartları komşusu olmayan hücre yüzleri için kullanılmaktadır. Uzak alan sınırları en az analiz edilen kanat profilinin veter uzunluğunun 18 katı uzaklıkta olduğu için, buradaki sınır şartları serbest akış değerleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu serbest akış değerleri gerçek komşusu olmayan hücre yüzüne komşu olarak oluşturulan hayalet hücrenin değerlerine eşitlenmektedir. Buna ek olarak, hayalet hücrenin boyutları gerçek hücre ile aynıdır.

$$\rho_h = \rho_{in} \quad p_h = p_{in} \quad c_h = c_{in} \quad (3.31)$$

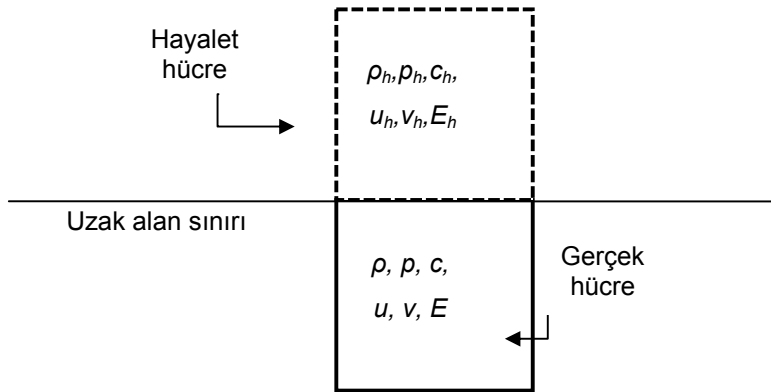
Bu değerler kullanılarak, uzak alan yüzleri için hız bileşikleri ve özgül toplam entalpi aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$u_h = M_\infty \cos(\theta_y) \quad (3.32)$$

$$v_h = M_\infty \sin(\theta_y) \quad (3.33)$$

$$E_h = \frac{p_{in}}{\rho_{in}(\gamma - 1)} + \frac{u_h^2 + v_h^2}{2} \quad (3.34)$$

Şekil 3.1'de en dışta bulunan bir hücre için hayalet hücre görülmektedir.

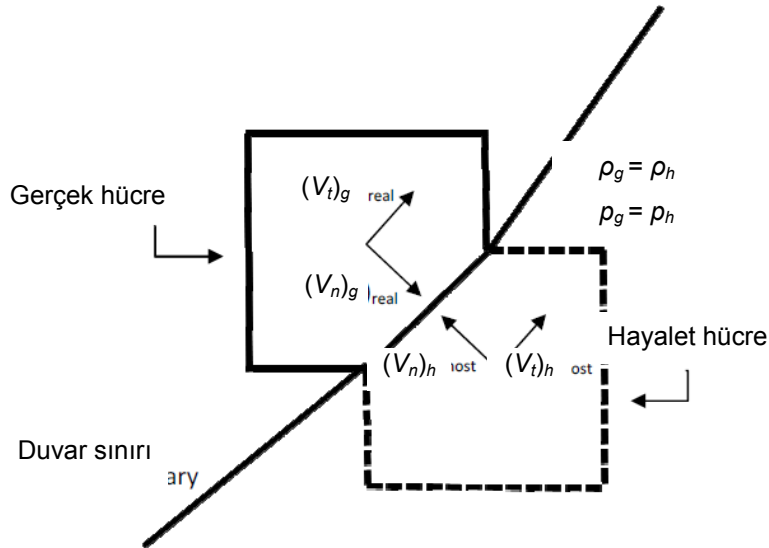


Şekil 3.1 Uzak alan sınır şartı

3.1.3.2 Duvar Sınır Şartı

Duvar sınır şartları katı duvarların yanında kullanılmaktadır. Bu hücreler viskoz olmayan akışlar için kesilmiş veya ayrılmış hücreler olabilmesine karşılık, viskoz akışlarda dörtgen hücrelerin kullanımına bağlı olarak kesilmiş, ayrılmış veya dörngen hücreler olabilmektedir. Akışkan ile duvar arasındaki arayüzdeki akı hayalet hücre yöntemi ile hesaplanmaktadır. Oluşturulan hayalet hücrenin boyutları gerçek hücrenin boyutları ile aynıdır. Buna ek olarak, viskoz olmayan ve viskoz olan akışlar için hayalet hücredeki basınç ve yoğunluk değerleri gerçek hücrelerdeki değerlere eşit olarak alınır.

Viskoz olmayan akışların çözümünde, gerçek hücrenin arayüzündeki teğet ve normal hız bileşkeleri bulunur. Hayalet hücrenin arayüzündeki teğet hız bileşkesi gerçek hücreninkine eşit olarak alınır. Buna karşılık, dik hız bileşkesi aynı büyüklükte fakat ters yönde alınır. Bu hız bileşkeleri kullanılarak, hücre merkezindeki hız bileşkeleri Şekil 3.2'de görüldüğü gibi arayüzün normal açısı kullanılarak bulunur.

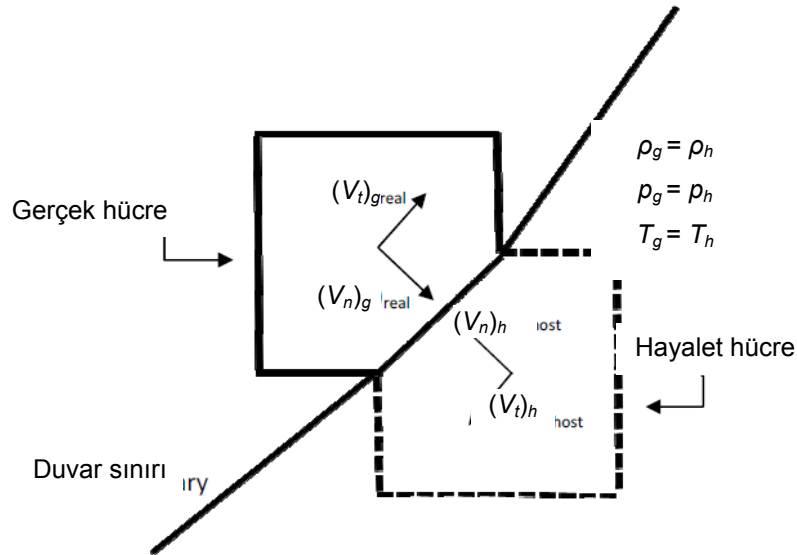


Şekil 3.2 Viskoz olmayan akışlar için duvar sınır şartı

Viskoz akışlar için arayüzdeki hız bileşkelerinin yönleri kaymama sınır şartını sağlamak üzere terine alınır. Viskoz olmayan akışlardaki normal hız bileşkесinin yönünün değiştirilmesine ek olarak, viskoz akışlarda teğet hız bileşkесinin de yönü değiştirilir. Buna ek olarak, ısı akısı terimlerinin hesaplanması sırasında duvar sıcaklığı sabit olarak alınır. Başka bir deyişle, hayalet hücredeki sıcaklık, gerçek hücredeki sıcaklığa eşit olarak alınır.

3.2 UZAYDA VE ZAMANDA AYRIKLAŞTIRMA

Boyutsuz Navier-Stokes denklemlerinin uygun sınır şartları ile elde edilmesinden sonra bu denklemlerin çözülebilmesi için uzay ve zaman boyutunda ayrıklaştırılması gerekmektedir. Bu denklemlerin ayrıklaştırılmasında için sonlu hacim yöntemi kullanılmıştır. Zamana bağlı olmayan akışlar incelenecek olmasına karşılık, korunabilir değişkenlerin zamana bağlı türevlerinin ayrıklaştırılarak artakalanlara eşitlenmesi gerekir. Bu çerçevede, zaman adımı hesaplarının akış tipinin vizkoz veya viskoz olmamasına göre hassas olarak yapılması istenir. Yazılımın çalıştırmaya başlanması sırasında ortaya çıkabilecek kararsızlık problemlerini ortadan kaldırmak için Courant sayısının azaltılması için bir yöntem ortaya atılmıştır.



Şekil 3.3 Viskoz akışlar için duvar sınır şartı

3.2.1 Uzayda Ayrıklaştırma

Sonlu hacim yöntemini kullanarak Navier-Stokes denklemlerinin kolayca çözülmesi mümkündür. Öncelikle çözüm alanı hücrelere bölünmekte ve bu hücreler zamanla değişmeyen kontrol hacimleri halini almaktadır. Korunabilir değişkenler hücre merkezlerinde tanımlanarak, bu değişkenlerin tüm hücre içerisinde değişmediği kabul edilmektedir. Buna ek olarak, viskoz olmayan ve viskoz akılar, hücre yüzlerinden geçen akıların toplamı olarak yazılabilir. Bu durumda (3.21) numaralı denklem iki boyutlu akışlar için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$A \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \sum_{\text{yüzler}} \left[\left(\mathbf{F} - \frac{M_\infty}{Re_\infty} \mathbf{G} \right) \cdot \mathbf{n} \right] \Delta s = 0 \quad (3.35)$$

Yukarıdaki denklemde A hücrenin alanını ve Δs hücre yüzünün kenar uzunluğunu göstermektedir. Yukarıdaki denklem kullanılarak hücre içindeki artakalan

$$Res(\mathbf{Q}) = \sum_{\text{yüzler}} \left[\left(\mathbf{F} - \frac{M_\infty}{Re_\infty} \mathbf{G} \right) \cdot \mathbf{n} \right] \Delta s \quad (3.36)$$

şeklinde ifade edilir. (3.35) ve (3.36) numaralı denklemler birleştirilirse, ayrıklaştırılmış temel denklem artakalanlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = -\frac{1}{A} Res(\mathbf{Q}) \quad (3.37)$$

Sonuç olarak, uzayda ayrıklaştırılmış temel denklem derli toplu bir şekilde artakalanlar, hücre alanı ve korunabilir değişkenlerin zamana bağlı türevleri cinsinden ifade edilmiştir.

3.2.2 Zaman Boyutunda Ayrıklaştırma

Uzayda ayrıklaştırmadan sonra, korunabilir değişkenlerin zamana bağlı türevleri de ayrıklaştırılabilir. Bu ayrıklaştırma zamana bağlı ayrıklaştırma olarak anılmaktadır. Yazılımın zamana bağlı olmayan akışları çözmesine karşılık, yinelemeli yöntem sonucunda artakalanları sıfır yapabilmek için zaman boyutunda ayrıklaştırma gerekir. Zamana bağlı türevler korunabilir değişkenlerin $(n+1)$ 'inci zaman adımındaki değeri ile n 'inci zaman adımındaki değerinin farkının zaman adımına bölünmesi ile elde edilir.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \frac{\mathbf{Q}^{n+1} - \mathbf{Q}^n}{\Delta t} \quad (3.38)$$

Bu ayrıklaştırılmış denklem, (3.37) numaralı denklem ile verilen korunabilir değişkenlerin artakalanlarının hücre alanına bölünmesine eşitlenebilir. Bu eşitleme sırasında iki değişik yöntem kullanılabilir. Artakalanların n 'inci zaman adımında hesaplanması durumunda, bilinmeyenler korunabilir değişkenlerin $(n+1)$ 'inci zaman adımındaki değerleridir. Bu yöntem açık zaman şeması (explicit time scheme) olarak adlandırılır.

$$\frac{\mathbf{Q}^{n+1} - \mathbf{Q}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{A} Res(\mathbf{Q}^n) \quad (3.39)$$

Eğer $(n+1)$ 'inci zaman adımındaki artakalanlar da göz önüne alınırsa, bilinmeyenler denklemin her iki tarafında da yer alır. Bu yöntem kapalı zaman şeması (implicit time scheme) olarak adlandırılır.

$$\frac{Q^{n+1} - Q^n}{\Delta t} = -\frac{1}{A} Res(Q^{n+1}) \quad (3.40)$$

Kapalı zaman şemasında, $(n+1)$ 'inci zaman adımındaki artakalanlar Taylor serisi açılımında yüksek dereceli türevlerin ihmal edilmesi ile elde edilir.

$$Res(Q^{n+1}) = Res(Q^n) + \frac{\partial Res(Q^n)}{\partial Q} (Q^{n+1} - Q^n) \quad (3.41)$$

Geliştirilen yazılımda açık zaman şeması kullanılmıştır.

3.2.3 Çok Kademeli Zaman Adımlama

Ayrıklaştırılmış denklemler çok kademeli zaman adımlama yöntemiyle çözülmektedir. Bu yöntemin uygulanabilmesi için öncelikle korunabilir değişkenlerin değerleri serbest akış değerlerine eşitlenir. Daha sonra, her yinelemede çok kademeli zaman adımlaması kullanılarak artakalanlar bulunur. Genelleştirilmiş m -kademeli şema aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$Q^{(0)} = Q^n \quad (3.42a)$$

$$Q^{(k)} = Q^{(0)} - \nu \frac{\alpha_k \Delta t}{A} Res(Q^{(k-1)}) \quad k = 1, \dots, m \quad (3.42b)$$

$$Q^{n+1} = Q^{(m)} \quad (3.42c)$$

Burada ν Courant sayısını (CFL sayısı), α_k ise k kademesi için kademe katsayısını göstermektedir.

Geliştirilen yazılımda, birinci ve ikinci dereceden şemalar için üç, dört ve beş kademeli zaman adımlama kullanılabilir. Tablo 3.1 ve 3.2'de sırasıyla birinci ve ikinci derece şemalar için CFL sayıları ve kademe katsayıları verilmiştir.

Tablo 3.1 Birinci derece şema için CFL sayıları ve kademe katsayıları

Kademe	ν	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
3	1.5	0.1481	0.4000	1.0000		
4	2.0	0.0833	0.2069	0.4265	1.0000	
5	2.5	0.0533	0.1263	0.2375	0.4414	1.0000

Tablo 3.2 İkinci derece şema için CFL sayıları ve kademe katsayıları

Kademe	u	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
3	0.6936	0.1918	0.4929	1.000		
4	0.9214	0.1084	0.2602	0.5052	1.0000	
5	1.150	0.0695	0.1602	0.2898	0.5060	1.0000

3.2.4 Zaman Adımı Hesaplamaları

Hızlı ve kararlı çözümler elde edebilmek için zaman adımının hesaplanması son derece önemlidir. Zaman adımı doğrudan hücre boyutlarına ve akış özelliklerine bağlıdır. Çok küçük seçilmesi durumunda, çözümün yakınsaması çok yavaş olmaktadır. Buna karşılık, zaman adımının büyük olması durumunda, çözüm kolaylıkla ıraksamaktadır. Buna ek olarak, uygun zaman adımının belirlenmesi için hesaplama yöntemi çok önemlidir. Genel ve yerel olmak üzere iki tip zaman adımı hesaplama yöntemi vardır.

Genel zaman adımı hesaplama yönteminde, çözüm alanındaki tüm hücreler incelenerek, elde edilen minimum zaman adımı bütün hücrelere uygulanır. Bu yöntem genellikle zamana bağlı akışların çözümünde her zaman adımında mantıklı sonuçlar elde edebilmek için kullanılır. Bu yöntem, sadece son çözümün önemli olduğu zamana bağlı olmayan akışlarda herhangi bir zaman adımındaki çözüm önemli olmadığı için pratik değildir. Buna ek olarak, bu yöntemde yakınsama zamanı önemli ölçüde artmaktadır.

Yerel zaman adımı hesaplama yönteminde her hücrenin kendine özgü bir zaman adımı bulunmaktadır. Büyük hücreler için zaman adımının büyük olmasına karşılık, küçük hücrelerdeki zaman adımı daha küçüktür. Bu durum yakınsamayı hızlandırmaktadır. Ara aşamalarda çözümün hassas olması gerekmediği için bu yöntem yakınlaşma zamanında önemli bir avantaj sağlamaktadır. Bu bağlamda, geliştirilen yazılımda zamana bağlı olmayan akışların analizinde yerel zaman adımı hesaplama yöntemi kullanılmaktadır. Kartezyen hesaplama ağlarındaki hücre boyutları arasında çok büyük farklar olduğu için bu yöntem çok avantajlıdır. Burada, zaman adımının hesaplanmasının bağlı olduğu akış özellikleri her yinelemede değiştiği için, her hücre için gerekli zaman adımının her yinelemede hesaplanması gerekmektedir.

Yerel zaman adımının hesaplanması için iki değişik yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan ilki viskoz olmayan akışlarda, ikincisi ise viskoz akışlarda kullanılmaktadır. Buna ek olarak, çözümün başlangıcındaki kararsızlık problemlerini engellemek için CFL sayısını azaltan bir yöntem de kullanılmaktadır.

3.2.4.1 Viskoz Olmayan Akışlar için Zaman Adımı Hesaplanması

İki boyutlu viskoz olmayan akışlar için her hücre için gerekli zaman adımı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\Delta t = \frac{A}{\varphi_x + \varphi_y} \quad (3.43)$$

Burada, φ_x ve φ_y taşınım spektral çaplarını göstermektedir. Bunların hesaplanması için S_x ve S_y , yüzeylerinin x ve y yönündeki izdüşümlerinin mutlak değeri kullanılmaktadır.

$$\varphi_x = \frac{1}{2}(|u| + c) \sum_{\text{yüzler}} |S_x| \quad (3.44)$$

$$\varphi_y = \frac{1}{2}(|v| + c) \sum_{\text{yüzler}} |S_y| \quad (3.45)$$

3.2.4.2 Viskoz Akışlar için Zaman Adımı Hesaplanması

Viskoz akışlardaki kararsızlık problemlerini engellemek için akışın taşınım ve yayılım özelliklerinin göz önüne alınması gerekmektedir. Bu durumda her hücre için yerel zaman adımı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_c \Delta t_v}{\Delta t_c + \Delta t_v} \quad (3.46)$$

Burada Δt_c taşınım zaman adımını, Δt_v ise viskoz zaman adımını göstermektedir. Taşınım zaman adımı, viskoz zaman adımı gibi hesaplanmasına karşılık taşınım adımı için aşağıdaki bağlantı kullanılmaktadır.

$$\Delta t_v = K_v \frac{A}{\lambda_v} \quad (3.47)$$

Burada, K_v empirik olarak belirlenmiş bir katsayı olup viskoz etkilerin önemini göreceli olarak son zaman adımı bağlantısına aktarmaktadır. Bu katsayı birçok durum için 0.25 olarak alınmaktadır. Düşük Reynolds sayılı akışlarda viskoz etkiler çok daha baskın olduğundan kararlı sonuçlar elde edebilmek için bu katsayının değerinin artırılması gerekir. Diğer değişken λ_v ise Navier-stokes denklemlerinin yayılım

operatörünün en büyük özdeğerini göstermektedir. Bu değişken kontrol hacmi sınırları için ayrılaştırılmış ortalama bir değer olup, aşağıdaki gibi verilir.

$$\lambda_v = \frac{\gamma M_\infty}{RePrA} \sum_{\text{yüzler}} \frac{\mu}{\rho} \Delta s^2 \quad (3.48)$$

Burada dinamik viskozite ve yoğunluk hücre yüzü sınırı üzerinde hesaplanmakta olup, Δs hücre yüzünün uzunluğunu göstermektedir.

3.2.4.3 CFL Sayısının Azaltılması

Bazen kritik noktadaki ilk tahminler başlangıçtaki yinelemeler sırasında sıcaklık ve basınç değerlerinin negatif değerlere düşmesine sebep olmaktadır. Bu problem, CFL sayısının azaltılması ile çözülebilmektedir. Ancak, bu işlem çözüm zamanını önemli ölçüde arttırmaktadır. Yakınsama zamanının artışı ve başlangıçtaki kararsızlık problemlerini engellemek için her zaman adımında yoğunluk ve basıncının göreceli değişimini limitleyen bir CFL sayısı azaltma yöntemi kullanılır.

Bu yöntemde, her zaman adımının başlangıcındaki artakalanlar kullanılarak, korunabilir değişkenlerdeki maksimum göreceli değişim bulunur.

$$\Delta \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} = \frac{\Delta t}{A} \begin{bmatrix} Res(\rho) \\ Res(\rho u) \\ Res(\rho v) \\ Res(\rho E) \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Basıncıdaki göreceli değişim, özgül toplam enerji, yoğunluk ve hız bileşkelerindeki göreceli değişim kullanılarak

$$\Delta p = (\gamma - 1) \left[\Delta(\rho E) - (u \Delta(\rho u) + v \Delta(\rho v)) + \Delta \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \right] \quad (3.50)$$

şeklinde bulunur. Basınç ve yoğunluktaki göreceli değişim ise aşağıdaki gibi verilir.

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (3.51)$$

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta p}{p} \quad (3.52)$$

CFL sayısı ise her zaman adımında yoğunluk ve basınçtaki maksimum değişimin belirlenen bir tolerans olan ε_{cut} 'tan daha az olmaya zorlanması ile azaltılabilir.

$$v_{cut} = \frac{\varepsilon_{cut}}{\max(\varepsilon_p, \varepsilon_p)} \quad (3.53)$$

Daha sonra, CFL sayısı orijinal CFL sayısı ile azaltılmış CFL sayısının minimum değeri olarak alınır.

$$v_{yeni} = \min(v, v_{cut}) \quad (3.54)$$

Azaltılmış CFL sayısı bulunurken özgül tolerans 0.1 olarak alınmıştır. İlk bakışta, bu uygulama ile yakınsama zamanının arttığı düşünülebilmesine karşılık CFL sayısı sadece yazılımın ilk çalıştırıldığı anda azaltılmaktadır. Bu ilk aşamalardan sonra, CFL sayısı tekrar izin verilen maksimum değerine çıkmaktadır.

3.3 VİSKOZ OLMAYAN AKI HESAPLAMALARI

Bir problemin analizi sırasında viskoz olmayan akı hesaplamaları çok önemli bir rol oynar. Bu çalışmada, bir Riemann çözücüsü ve üç akı vektörü ayırma yöntemi olmak üzere dört değişik yöntem kullanılmıştır. Riemann çözücüsü olarak Roe'nun yaklaşık Riemann çözücüsü kullanılmıştır. Buna karşılık, Liou'nun yukarı yönde adveksiyon ayrıştırma yöntemi (Liou's Advection Upstream Splitting Method-AUSM) ile AUSMV ve AUSMD şeklinde adlandırılan iki türevi yazılımın içine gömülmüştür.

Bu yöntemlerde akı değeri hesaplanacak hücredeki değişkenler içdeğerbiçim ile hücre yüzlerinin orta noktalarında hesaplanır. Buna ek olarak, komşu hücredeki değerlerin de hücre yüzüne içdeğerbiçiminin yapılması gerekir. Arayüzün iki tarafındaki hücreler sağ ve sol hücreler olarak adlandırılır. Değişkenlerin sağ ve sol hücrelerin arayüzüne taşınmasından sonra, viskoz olmayan akıların hesaplanması bu dört yöntemden bir tanesi ile gerçekleştirilir. Son olarak, hücre arayüzünde bulunan akı değerlerinin Kartezyen koordinatlara aktarılması gerekir.

Temel denklemlerin dönel değişmezliği aşağıdaki gibi kullanılırsa, korunabilir değişkenlerin ve akı vektörünün hücre yüzüne dik ve teğet yönündeki değerleri bulunabilir.

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{T}\mathbf{Q}) = \mathbf{T}^{-1} \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{Q}}) \quad (3.55)$$

Yukarıdaki denklemde, sembollerin üzerindeki "-" işareti hücre yüzü yönüne dönüştürülmüş değişken ve vektörleri göstermektedir. Buna ek olarak, \mathbf{T} ve \mathbf{T}^{-1} dönüşüm matrisi ile bu matrisin tersini göstermekte olup, bunlar hücre yüzünün dik açısı, θ , kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Bunun sonucunda, dönüştürülmüş korunabilir değişkenler ve dönüştürülmüş viskoz olmayan akı vektörü aşağıdaki şekli alır.

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho\bar{u} \\ \rho\bar{v} \\ pE \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{Q}}) = \begin{bmatrix} \rho\bar{u} \\ \rho\bar{u}^2 + p \\ \rho\bar{u}\bar{v} \\ \rho\bar{u}H \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Burada \bar{u} ve \bar{v} hücre yüzündeki dik ve teğet hız bileşkenlerini göstermekte olup aşağıdaki şekilde ifade edilirler.

$$\bar{u} = u \cos\theta + v \sin\theta \quad (3.60)$$

$$\bar{v} = v \cos\theta - u \sin\theta \quad (3.61)$$

Viskoz olmayan akı hesaplamaları dönüştürülmüş değişken ve vektörler kullanılarak yapılır. Daha sonra, bulunan vektörün aşağıdaki gibi tekrar Kartezyen koordinatlara dönüştürülmesi gerekir.

$$\mathbf{T}^{-1}\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{Q}}) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \quad (3.62)$$

3.3.1 Roe'nun Yaklaşık Riemann Çözücüsü

Roe'nun yaklaşık Reimann çözücüsünde genel olarak aşağıdaki denklem kullanılır.

$$\bar{\mathbf{F}}_k(0) = \frac{1}{2}(\bar{\mathbf{F}}_k(\bar{\mathbf{Q}}_L) + \bar{\mathbf{F}}_k(\bar{\mathbf{Q}}_R)) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 |\lambda_i| \mathbf{r}_{ik} \Delta v_i \quad k = 1, \dots, 4 \quad (3.63)$$

Burada alt indis L akısı hesaplanacak olan sol hücreyi göstermekte olup, R ise komşu hücre olan sağ hücreyi, λ 1x4 boyutlarıdaki özdeğer matrisini, r 4x4 boyutundaki sağ özdeğer matrisini, Δv 1x4 boyutundaki dalga gücü matrisini, k ise akı vektörünün sırasını göstermektedir.

Özdeğerler, sağ özdeğer vektörü ve dalga gücü vektörü Roe'nun ortalama değerleri kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\rho_{RL} = \sqrt{\rho_L \rho_R} \quad (64)$$

$$u_{RL} = \frac{\bar{u}_L \sqrt{\rho_L} + \bar{u}_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (65)$$

$$v_{RL} = \frac{\bar{v}_L \sqrt{\rho_L} + \bar{v}_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3.66)$$

$$H_{RL} = \frac{H_L \sqrt{\rho_L} + H_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3.67)$$

$$c_{RL} = \sqrt{(\gamma - 1) \left(H_{RL} - \frac{u_{RL}^2 + v_{RL}^2}{2} \right)} \quad (3.68)$$

Bu ortalama değerler kullanılarak, (3.63) numaralı denklemin sağ tarafındaki vektörler aşağıdaki bağlantılar kullanılarak hesaplanır.

$$\lambda = \begin{bmatrix} u_{RL} - c_{RL} \\ u_{RL} \\ u_{RL} \\ u_{RL} + c_{RL} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ u_{RL} - c_{RL} & u_{RL} & 0 & u_{RL} + c_{RL} \\ v_{RL} & v_{RL} & 1 & v_{RL} \\ H_{RL} - u_{RL} c_{RL} & \frac{u_{RL}^2 + v_{RL}^2}{2} & v_{RL} & H_{RL} + u_{RL} c_{RL} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

$$\Delta \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta p - \rho_{RL} c_{RL} \Delta u}{2 c_{RL}^2} \\ \Delta p - \frac{\Delta p}{c_{RL}^2} \\ \rho_{RL} \Delta v \\ \frac{\Delta p + \rho_{RL} c_{RL} \Delta u}{2 c_{RL}^2} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Burada

$$\Delta \rho = \rho_R - \rho_L \quad (3.72a)$$

$$\Delta p = p_R - p_L \quad (3.72b)$$

$$\Delta u = u_R - u_L \quad (3.72c)$$

$$\Delta V = V_R - V_L \quad (3.72d)$$

şeklinde verilir.

3.3.2 Liou'nun Yukarı Yönde Adveksiyon Ayrıştırma Yöntemi (AUSM)

AUSM şeması, hücre yüzündeki akılar hesaplanırken momentum akısındaki adveksiyon ve basınç terimlerinin ayrıştırılması ile aşağıdaki gibi çalışır.

$$\bar{F}(0) = \frac{1}{2} [M_{1/2}(\psi_L + \psi_R) - |M_{1/2}|(\psi_R - \psi_L)] + p_{1/2} \quad (3.73)$$

Burada $M_{1/2}$ ayrıştırılmış Mach sayısını, $p_{1/2}$ ayrıştırılmış basıncı, ψ ise basınç terimleri çıkarılmış akı vektörünü göstermektedir.

$$\psi = \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho c \bar{u} \\ \rho c \bar{v} \\ \rho c E \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Ayrıştırılmış Mach sayısı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\bar{M}_{1/2} = \bar{M}_L^+ + \bar{M}_R^- \quad (3.75)$$

Burada \bar{M}_L^+ Mach sayısının sol durumun hücre yüzüne dik hız bileşkesi kullanılarak elde edilen pozitif değerini, \bar{M}_R^- ise Mach sayısının sağ durumun hücre yüzüne dik hız bileşkesi kullanılarak elde edilen negatif değerini göstermektedir. Bunlar aşağıdaki gibi verilirler.

$$\bar{M}_L^+ = \begin{cases} \frac{1}{4}(\bar{M}_L + 1)^2 & |\bar{M}_L| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(\bar{M}_L + |\bar{M}_L|) & |\bar{M}_L| > 1 \end{cases} \quad (3.76)$$

$$\bar{M}_R^- = \begin{cases} -\frac{1}{4}(\bar{M}_R - 1)^2 & |\bar{M}_R| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(\bar{M}_R - |\bar{M}_R|) & |\bar{M}_R| > 1 \end{cases} \quad (3.77)$$

Burada \bar{M}_L ve \bar{M}_R sırasıyla sol ve sağ durumlardaki Mach sayısının dönüştürülmüş hıza bağlı değerlerini göstermektedir.

$$\bar{M}_L = \frac{\bar{u}_L}{c_L} \quad (3.78)$$

$$\bar{M}_R = \frac{\bar{u}_R}{c_R} \quad (3.79)$$

Ayrıştırılmış basınç ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{p}_{1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_L^+ + p_R^- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Burada

$$p_L^+ = p_L \bar{M}_L \begin{cases} 2 - \bar{M}_L & |\bar{M}_L| \leq 1 \\ 1/\bar{M}_L & |\bar{M}_L| > 1 \end{cases} \quad (3.81)$$

$$p_R^- = p_R \bar{M}_R \begin{cases} -2 - \bar{M}_R & |\bar{M}_R| \leq 1 \\ 1/\bar{M}_R & |\bar{M}_R| > 1 \end{cases} \quad (3.82)$$

3.3.3 AUSMD Yöntemi

AUSMD yöntemi AUSM yönteminin türevidir. AUSMD şeklinde adlandırılmasının nedeni sayısal akının hesaplanmasının sonlu fark ayrıştırma şemaları ile aynı olmasıdır. Bu yöntemde, Mach sayısının ayrıştırılması yerine kütle akısı ayrıştırılmakta olup, akı vektörü de değiştirilmektedir. Buna ek olarak, basınç da AUSM yöntemindeki gibi ayrıştırılmıştır. Bu yöntemde, arayüz akısı aşağıdaki bağlantı kullanılarak hesaplanabilir.

$$\bar{\mathbf{F}}(0) = \frac{1}{2} \left[(\rho u)_{1/2} (\psi_L + \psi_R) - |(\rho u)| (\psi_R - \psi_L) \right] + p_{1/2} \quad (3.83)$$

Bu denklemde $(\rho u)_{1/2}$ sol ve sağ durumlara bağlı ayrıştırılmış hıza dayanan ayrıştırılmış kütle akısı olup, bu şekilde şok süresizliği için en iyi çözünürlük elde edilebilmektedir. Burada, ψ değiştirilmiş akı vektörünü, $p_{1/2}$ ise ayrıştırılmış basıncı göstermektedir.

Ayrıştırılmış akı vektörü aşağıdaki gibi tarif edilir.

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{u} \\ \bar{v} \\ H \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

Kütle akısı ise

$$(\rho U)_{1/2} = U_L^+ \rho_L + U_R^- \rho_R \quad (3.85)$$

şeklinde ayrıştırılabilir. Burada

$$U_L^+ = \begin{cases} \alpha_L \left[\frac{(\bar{u}_L + c_{max})^2}{4c_{max}} \right] + (1 - \alpha_L) \left[\frac{\bar{u}_L + |\bar{u}_L|}{2} \right] & |\bar{u}_L| \leq c_{max} \\ \frac{\bar{u}_L + |\bar{u}_L|}{2} & |\bar{u}_L| > c_{max} \end{cases} \quad (3.86)$$

$$U_R^- = \begin{cases} \alpha_R \left[-\frac{(\bar{u}_R - c_{max})^2}{4c_{max}} \right] + (1 - \alpha_R) \left[\frac{\bar{u}_R - |\bar{u}_R|}{2} \right] & |\bar{u}_R| \leq c_{max} \\ \frac{\bar{u}_R - |\bar{u}_R|}{2} & |\bar{u}_R| > c_{max} \end{cases} \quad (3.87)$$

Bu bağlantılarda, α_L , α_R ve maximum arayüz ses hızı aşağıdaki gibi tarif edilir.

$$\alpha_L = \frac{2 \left(\frac{p_L}{\rho_L} \right)}{\left(\frac{p_L}{\rho_L} \right) + \left(\frac{p_R}{\rho_R} \right)} \quad (3.88)$$

$$\alpha_R = \frac{2 \left(\frac{p}{\rho_R} \right)}{\left(\frac{p_L}{\rho_L} \right) + \left(\frac{p_R}{\rho_R} \right)} \quad (3.89)$$

$$c_{max} = \max(c_L, c_R) \quad (3.90)$$

Ayrıştırılmış basınç ise.

$$\mathbf{p}_{1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_L^+ + p_R^- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

şeklinde yazılabilir Burada

$$p_L^+ = p_L \begin{cases} \frac{(\bar{u}_L + c_{max})^2}{4c_{max}^2} \left(2 - \frac{\bar{u}_L}{c_{max}} \right) & |\bar{u}_L| \leq c_{max} \\ \frac{\bar{u}_L + |\bar{u}_L|}{2\bar{u}_L} & |\bar{u}_L| > c_{max} \end{cases} \quad (3.92)$$

$$p_R^- = p_R \begin{cases} \frac{(\bar{u}_R - c_{max})^2}{4c_{max}^2} \left(2 + \frac{\bar{u}_R}{c_{max}} \right) & |\bar{u}_R| \leq c_{max} \\ \frac{\bar{u}_R - |\bar{u}_R|}{2\bar{u}_R} & |\bar{u}_R| > c_{max} \end{cases} \quad (3.93)$$

3.3.4 AUSMV Yöntemi

AUSMV yöntemi AUSM yönteminin başka bir türeği olup, sonlu hacim ayrıştırmasına dayanmaktadır. Bu şema, momentum hesaplamaları ile basınç ve hız ayrıştırma hesaplamaları dışında AUSMD şemasına çok benzerdir.

Bu yöntemde de (3.83) numaralı denklem arayüz akısının hesaplanmasında kullanılmaktadır. Buna karşılık, hücre yüzü akısı vektörünün ikinci sırasındaki basınçsız hücre yüzü akısı hesaplama terimi yerine aşağıda verilen yeni bir dik momentum hesaplama yöntemi kullanılmıştır.

$$\frac{1}{2} [(\rho U)_{1/2} (\psi_R + \psi_L) - |(\rho U)_{1/2}| (\psi_R - \psi_L)] \Rightarrow (\rho U^2)_{1/2} \quad (3.94)$$

Yukarıdaki denklemde $(\rho u)_{1/2}$ hücre arayüzüne dik momentum akış olup aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$(\rho U^2)_{1/2} = U_L^+ \rho_L \bar{u}_L + U_R^- \rho_R \bar{u}_R \quad (3.95)$$

Bu şemada, hız aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$U_L^+ = \begin{cases} \frac{(\bar{u}_L + c_L)^2}{4c_L} & |\bar{u}_L| \leq c_L \\ \frac{\bar{u}_L + |\bar{u}_L|}{2} & |\bar{u}_L| > c_L \end{cases} \quad (3.96)$$

$$U_R^- = \begin{cases} -\frac{(\bar{u}_R - c_R)^2}{4c_R} & |\bar{u}_R| \leq c_R \\ \frac{\bar{u}_R - |\bar{u}_R|}{2} & |\bar{u}_R| > c_R \end{cases} \quad (3.97)$$

Arayüz ayrıştırılmış basıncı için ise (3.91) numaralı denklem aşağıda verilen ayrıştırma hesaplamaları ile kullanılır.

$$p_L^+ = p_L U_L^+ \begin{cases} \frac{1}{c_L} \left(2 - \frac{\bar{u}_L}{c_L} \right) & |\bar{u}_L| \leq c_L \\ \frac{1}{\bar{u}_L} & |\bar{u}_L| > c_L \end{cases} \quad (3.98)$$

$$p_R^- = p_R U_R^- \begin{cases} \frac{1}{c_L} \left(-2 - \frac{\bar{u}_R}{c_R} \right) & |\bar{u}_R| \leq c_R \\ \frac{1}{\bar{u}_R} & |\bar{u}_R| > c_R \end{cases} \quad (3.99)$$

3.4 YENİDEN YAPILANDIRMA

Geliştirilen yazılımda hücre merkezli yaklaşım kullanılmaktadır. Başka bir deyişle, ilkel ve korunabilir akış değişkenleri hesaplandıktan sonra hücre merkezlerinde saklanmaktadır. Viskoz olmayan akıların hesaplanması için iki hücrenin arayüzündeki ilkel akış değişkenlerinin bilinmesi gerekir. Daha önceden belirtildiği gibi, akının hesaplanacağı hücre sol durum, komşu hücre ise sağ durum olarak adlandırılır.

Arayüzdeki değişkenlerin tahmini için birinci dereceden ve ikinci dereceden olmak üzere iki değişik yöntem kullanılabilir. Birinci derece şemalarda, hücre yüzünün sağ ve sol durumları basitçe akış değişkenlerinin hücre merkezindeki değerleri olarak alınır. İkinci derece şemalarda ise hücre merkezlerindeki akış değişkenlerinin hücre arayüzlerinde kullanılabilmesi için yeniden yapılandırılması gerekir. Yeniden yapılandırma ile daha hassas sonuçlar elde edilebilmesine karşılık çözüm zamanı, gradyanların her yinelemede tüm hücreler için hesaplanması gerektiğinden, önemli ölçüde artacaktır.

Yeniden yapılandırma şeması olarak akış değişkenlerinin hücre merkezlerindeki gradyanlarının hesaplanabilmesi için en küçük kareler yöntemi kullanılabilir. Gradyanlar hesaplandıktan sonra, ilkel değişkenlerin hücre arayüzlerindeki değerlerinin bulunması için kullanılır.

3.4.1 En Küçük Karalar Yeniden Yapılandırma Yöntemi

Literatürde iki popüler yeniden yapılandırma yöntemi bulunmaktadır. Geliştirilen yazılımda diğer yeniden yapılandırma yöntemi olan yörünge integrali yöntemine göre daha iyi sonuçlar veren en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Hücre içerisinde bulunan bir noktadaki değişkenlerin değeri hücre merkezindeki ilkel değişkenler ile bunların gradyanları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\mathbf{q}(x, y) = \mathbf{q}_{hücre} + \frac{d\mathbf{q}}{dx}(x - x_c) + \frac{d\mathbf{q}}{dy}(y - y_c) \quad (3.100)$$

Yukarıdaki denklemde alt indis *hücre* gradyanları bulunmak istenilen hücrenin merkezini göstermektedir. \mathbf{q} ise ilkel değişkenlerin vektörü olup aşağıdaki gibi ifade edilir

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \bar{u} \\ \bar{v} \\ P \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

İlkel değişkenlerin gradyanları, bu gradyanların hesaplanacağı hücre ile komşu hücrelerin ağırlık merkezlerindeki ilkel değişkenler kullanılarak bulunur. Aşağıdaki bağlantılarda n alt indisi komşu hücreleri göstermektedir.

$$\frac{dq}{dx} = \frac{1}{\Delta} \left[I_{yy} \sum_n (\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_{hücre}) (x_n - x_{hücre}) - I_{xy} \sum_n (\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_{hücre}) (y_n - y_{hücre}) \right] \quad (3.102)$$

$$\frac{dq}{dy} = \frac{1}{\Delta} \left[I_{xy} \sum_n (\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_{hücre}) (x_n - x_{hücre}) - I_{xx} \sum_n (\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_{hücre}) (y_n - y_{hücre}) \right] \quad (3.103)$$

Bu denklemde

$$I_{xx} = \sum_n (x_n - x_{hücre})^2 \quad (3.104)$$

$$I_{yy} = \sum_n (y_n - y_{hücre})^2 \quad (3.105)$$

$$I_{xy} = \sum_n (x_n - x_{hücre})(y_n - y_{hücre}) \quad (3.106)$$

$$\Delta = I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2 \quad (3.107)$$

şeklinde ifade edilir.

3.4.2 Gradyan Limitleme

Daha sonra kararlılık problemlerine sebep olabilecek gradyanların büyük olduğu yerlerdeki sayısal dalgalanmaların engellenmesi için gradyanlar için sınırlayıcı kullanılabilir. Bu sınırlayıcının kullanılması ile bir hücrenin belirli bir noktasındaki ilkel değişken hesapları aşağıdaki gibi değişir.

$$\mathbf{q}(x, y) = \mathbf{q}_{hücre} + \phi \left[\frac{dq}{dx} (x - x_c) + \frac{dq}{dy} (y - y_c) \right] \quad (3.108)$$

Yukarıdaki denklemde ϕ dört ilkel değişken için 1x4 boyutlarındaki sınırlayıcı vektörü göstermektedir. Bu sınırlayıcının değerinin 0 ile 1 arasında olması gerekmektedir. Sınırlayıcının değerini belirlemek üzere, ele alınan hücre ile komşu hücrelerdeki ilkel değişkenlerin maksimum ve minimum değerlerine gereksinim vardır.

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{max} &= \max(\mathbf{q}_{hücre}, \mathbf{q}_n) \\ \mathbf{q}^{min} &= \min(\mathbf{q}_{hücre}, \mathbf{q}_n) \end{aligned} \quad n = 1, \dots, m^{inci} \text{ komşu} \quad (3.109)$$

Burada m ele alınan hücrenin komşularının sayısını göstermektedir. Sınırlayıcının gerçek değerinin hesaplanabilmesi için hücredeki ilkel değişkenlerin bilinmesi gerekir. Dış hücreler için bu noktalar genel olarak köşelerdir. Buna karşılık, kesik ve ayırık hücrelerde, bu noktalar kesişme noktaları olabilir. Hücre içindeki her nokta için sınırlayıcı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\phi_i = \begin{cases} 1 & \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{hücre} \\ \min\left(1, \frac{(\mathbf{q}^{min} - \mathbf{q}_{hücre})}{(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{hücre})}\right) & \mathbf{q}_i < \mathbf{q}_{hücre} \\ \min\left(1, \frac{(\mathbf{q}^{max} - \mathbf{q}_{hücre})}{(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{hücre})}\right) & \mathbf{q}_i > \mathbf{q}_{hücre} \end{cases} \quad i = 1, \dots, k \quad (3.110)$$

Burada k değişkenlerin maksimum ve minimum değerlerinin bulunabilmesi için hücre içerisinde ele alınan nokta sayısını göstermektedir.

Sınırlayıcının bütün noktadaki değerinin bulunmasından sonra, bunların minimumu sınırlayıcının gerçek değeri olarak alınır.

$$\phi = \min(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k) \quad (3.111)$$

Bütün ilkel değişkenler için aynı yöntem kullanılarak, sınırlayıcı vektörü elde edilir.

3.5 VİSKOZ AKILARIN HESAPLANMASI

Hücre yüzündeki viskoz akı olan \mathbf{G} , akış değişkenlerin ve bunların gradyanların fonksiyonudur.

$$\mathbf{G} = f(\mathbf{q}_f, \nabla \mathbf{q}_f) \quad (3.112)$$

Hücre yüzündeki akış değişkenleri hücre merkezindeki sağ ve sol durumların ortalaması alınarak elde edilir. Ancak bu değişkenlerin hücre yüzündeki değerlerinin hesaplanabilmesi için değişik yöntemler vardır. Bu yöntemlerin bazıları hızlı sonuç vermelerine karşılık çok hassas değildir. Buna karşılık, bazıları ise daha hassas olmasına karşılık daha yavaş sonuç vermektedir.

3.5.1 Viskoz Akıların Yeniden Yapılandırılması

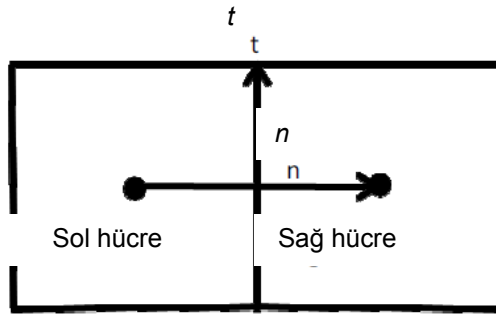
Hücre yüzlerindeki gradyanlar, yeniden yapılandırma ve hücre merkezli akış değişkenleri kullanılarak hesaplanan hücre merkezli gradyanlardan elde edilir. Viskoz olmayan yeniden

yapılandırılmadan elde edilen gradyanların viskoz akı hesaplarına eklenmesiyle, arayüzden uzakta olan veriler de göz önüne alınarak daha hassas sonuçlar elde edilebilir.

Bir değişkenin sol ve sağ hücrelerin arayüzü yönündeki gradyanları, hücre merkezlerinde yeniden yapılandırma ile edilen gradyanların ortalamasının x ve y koordinatlarındaki gradyanlara dönüştürülmesi ile elde edilir.

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(\frac{dq}{dx} \right)_L \cos \theta_t + \left(\frac{dq}{dy} \right)_L \sin \theta_t \right] + \left[\left(\frac{dq}{dx} \right)_R \cos \theta_t + \left(\frac{dq}{dy} \right)_R \sin \theta_t \right] \right\} \quad (3.113)$$

Yukarıdaki denklemde, t arayüz yönündeki birim vektörü, n sağ ile sol hücreler arası yöndeki birim vektörü ve θ_t ise t vektörü ile x eksenindeki açıyı göstermektedir. Şekil 3.4'te bu vektörler iki düzenli hücrenin arayüzü için gösterilmiştir.



Şekil 3.4 Bir hücre arayüzündeki viskoz akının hesaplanması

q 'nın n yönündeki türevi merkezi farklar kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{dq}{dn} = \frac{q_{komşu} - q_{hücre}}{r_{komşu} - r_{hücre}} \quad (3.114)$$

Yukarıdaki bağlantıların hücre yüzündeki gradyanlar kullanılarak aşağıdaki şekilde de ifade edilmesi mümkündür.

$$\left(\frac{dq}{dx} \right)_f \cos \theta_n + \left(\frac{dq}{dy} \right)_f \sin \theta_n = \frac{dq}{dn} \quad (3.115)$$

$$\left(\frac{dq}{dx} \right)_f \cos \theta_t + \left(\frac{dq}{dy} \right)_f \sin \theta_t = \frac{dq}{dt} \quad (3.116)$$

Burada θ_n , n birim vektörü ile x eksenini arasındaki açıyı göstermektedir. Bu bağlantılardaki iki bilinmeyen hücre arayüzündeki x ve y yönündeki türevler olup kolaylıkla hesaplanabilir.

Hücre yüzü gradyanlarının duvar sınırlarında hesaplanabilmesi için sağ durum duvar üzerinde alınır. Burada ilkel değişken vektörü aşağıdaki gibi alınır.

$$\mathbf{q}_R = \begin{bmatrix} \rho_{hücre} \\ 0 \\ 0 \\ p_{hücre} \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

Viskoz akıların hesaplanabilmesi için sağ durumdaki viskoz olmayan yeniden yapılandırılmış gradyanlara gereksinim vardır. Bu gradyanlar, hücre yüzündeki gradyanlarla aynı olması için, hücre merkezindeki yeniden yapılandırılmış gradyanlara eşit olarak alınır.

3.6 KATSAYILARIN HESAPLANMASI

Geliştirilen yazılımın hassasiyetini kanıtlayabilmek için veter uzunluğu boyunca iki katsayı kullanılmıştır. Viskoz akışlar için yüzey sürtünme katsayısı kullanılırken, hem viskoz hem de viskoz olmayan akışlar için basınç katsayısı kullanılmıştır. Bu katsayılar duvar sınırındaki hücreler için hesaplanmıştır. Daha sonra, bu veriler kullanılarak oluşturulan grafiklerin literatürde mevcut olma deneysel ve sayısal verilerle karşılaştırılması mümkündür.

3.6.1 Basınç Katsayısı

Basınç katsayısı, bir kanadın veter uzunluğu boyunca göreceli basıncın değişmesini anlatan boyutsuz bir niceliktir. Durgunluk basıncı ile statik basınç arasındaki fark dinamik basınç kullanılarak boyutsuzlaştırılırsa

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (3.118)$$

denklemi elde edilir. Viskoz olmayan akışlarda dinamik basınç kullanılmasına karşılık, bu parametre viskoz akışlar için çok doğru bir ölçüt değildir. Bu nedenle, sıkıştırılabilir viskoz akışlar için Mach sayısı kullanılabilir.

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{p}{p_\infty} - 1 \right) \quad (3.119)$$

Boyutsuzlaştırılmış serbest akış değerleri ve sınır şartları kullanıldığında basınç katsayısı için verilen her iki denklem de aynı sonucu vermektedir. Bu nedenle yazılımda (3.118) numaralı denklem kullanılmıştır. Eğer yazılımda boyutsuzlaştırma yapılmamış olsaydı (3.119) numaralı denklemin kullanılması gerekirdi.

3.6.2 Yüzey Sürtünme Katsayısı

Yüzey sürtünmesi duvar yüzeyinin üzerinde hareket eden akışkana sürtünmesinden kaynaklanmaktadır. Yüzey sürtünmesini hesaplanması sırasında yerel duvar kayma gerilmesi, τ_w , kullanılır. Boyutsuzlaştırma, basınç katsayısında olduğu gibi dinamik basınç kullanılarak gerçekleştirilir.

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (3.120)$$

Yerel kayma gerilmesinin duvara teğet yönde alınması gerekir. Hücre yüzündeki normal ve kayma gerilmeleri viskoz yeniden yapılandırma kullanılarak hesaplanabilir. Duvarın hemen yakınındaki hücrelerde kayma gerilmelerinin hesaplanmasından sonra bunların Kartezyen koordinatlardan duvara teğet yöne dönüştürülmesi gerekir. Bu dönüştürme için Mohr dairesi kullanılabilir.

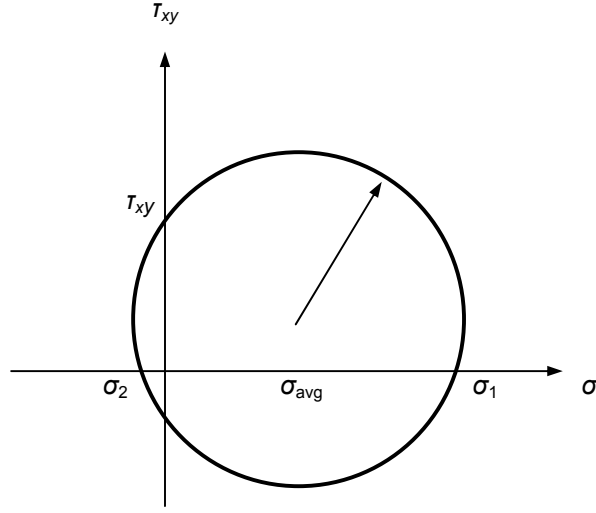
Mohr dairesi Şekil 3.5'de görüldüğü gibi düzlemsel normal gerilmeler, τ_{xx} ve τ_{yy} , ile kayma gerilmesi, τ_{xy} , kullanılarak oluşturulabilir. Daha sonra bu daire kullanılarak, daire üzerindeki herhangi bir nokta üzerindeki dönüştürülmüş gerilmeler bulunur. x ekseninden θ açısı kadar uzaklıkta bulunan bir nokta için kayma gerilmesi Mohr dairesi kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\tau_{xx} - \tau_{yy}}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (3.121)$$

3.7 **ÇÖZÜM ADAPTASYONU**

Çözüm adaptasyonu önemli bir hesaplama ağı adaptasyon yöntemi olup, yazılımın çalıştırılması sırasında önceden belirlenmiş seviyede bir yakınsama elde edildiği zaman uygulanmaktadır. Bu yöntem akışın sıkıştırılabilirlik ve dönellik gibi özelliklerine göre uygulanmaktadır. Daha hassas sonuçlar elde edebilmek için şoklar nedeniyle süresiz olan kritik bölgeler ile durgunluk noktalarında çözünürlük artırılmaktadır.

Şokların yerlerini ve kayma tabakalarını belirleyebilmek için çözüm adaptasyonu kriteri olarak hızın iraksaklığı (divergence) ve rotasyonelliği (curl) kullanılmaktadır. Bu kriterin kullanılması sırasında karakteristik bir uzunluğa gereksinim vardır.



Şekil 3.5 Mohr dairesi

$$\tau_D = |\nabla \cdot \mathbf{V}| A_{hücre}^{3/2} \quad (3.122)$$

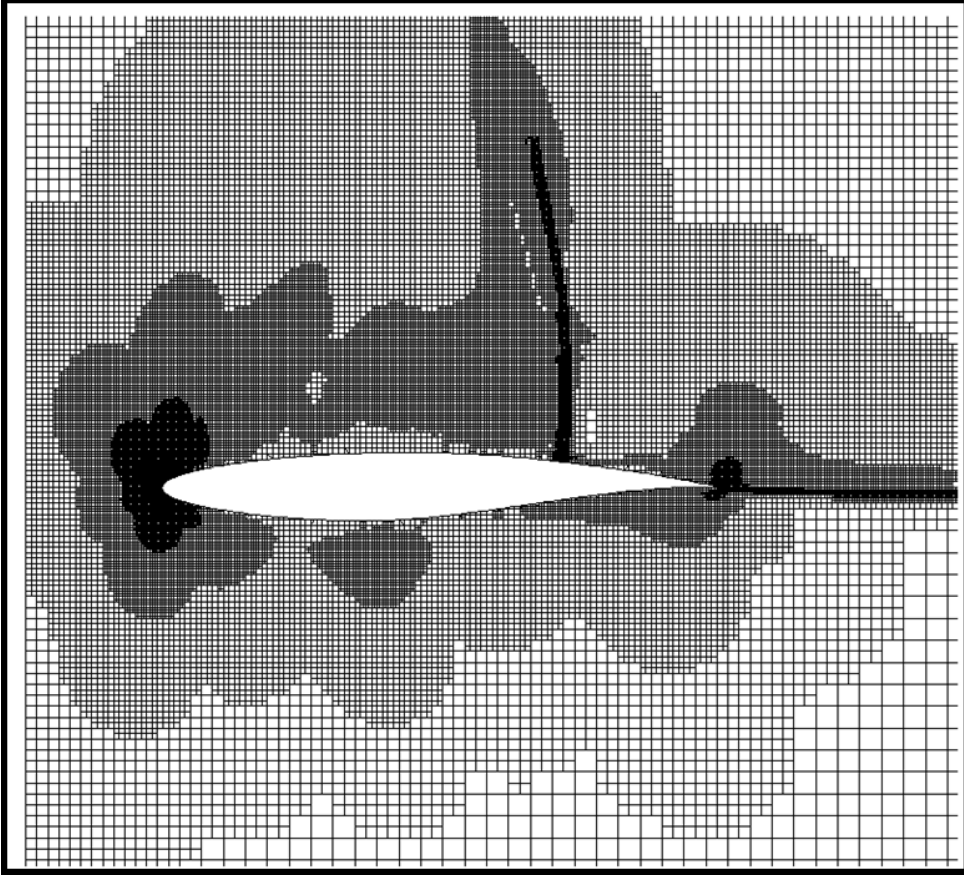
$$\tau_C = |\nabla \times \mathbf{V}| A_{hücre}^{3/2} \quad (3.123)$$

Her hücre için bu kriterler kontrol edilmektedir. Eğer bu kriterlerden herhangi biri bunların standart sapmalarından büyükse hücre bölünmektedir.

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_D)^2}{n}} \quad (3.123)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_C)^2}{n}} \quad (3.124)$$

Bu denklemlerde n toplam hücre sayısını göstermektedir. Şekil 3.6'da çözüm adaptasyonunun bir örneği görülmektedir. Burada şokun olduğu yerde, durgunluk noktalarında kayma tabakalarında hesaplama ağının çözünürlüğü altı seviyeli çözüm adaptasyonu kullanılarak artırılmıştır.



Şekil 3.6 Çözüm adaptasyonuna örnek

BÖLÜM 4

ÇOKLU AĞ YÖNTEMİ

Çoklu ağ yöntemi, kaba hesaplama ağları kullanarak düşük frekanslı hataları ortadan kaldırarak, çözümün yakınsamasını hızlandırır. Bu yöntem hata düzeltilmesi ve kaba hesaplama ağı olmak üzere iki ana öğeye dayanmaktadır. Birinci öğede, hassas hesaplama ağları üzerinde bazı yinelemeler yapılarak, yüksek frekanslı hatalar yok edilebilmektedir. Ancak, bu yinelemeler düşük frekanslı hataları önemli ölçüde azaltamamaktadır. Düşük frekanslı hataları düzeltmek üzere kaba hesaplama ağları kullanılmaktadır. Bu nedenle, en hassas hesaplama ağı kullanılarak elde edilen çözüm kaba hesaplama ağlarına taşınarak, bu ağlar üzerinde yinelemeler yapılmaktadır. Sonuç olarak, kaba hesaplama ağlarında yüksek frekanslı hatalar düzeltilmektedir. Kaba hesaplama ağları üzerindeki bu yüksek frekanslı hatalar, hassas hesaplama ağları üzerinde düşük frekanslı hatalara karşılık geldiğinden, bu hatalar çözümün hassas hesaplama ağına taşınmasıyla azaltılabilmektedir. Dolayısıyla, Trottenberg, Oosterlee ve Schöler (2001) tarafından da belirtildiği gibi yüksek ve alçak frekanslı hataları çoklu ağ yöntemiyle azaltılabilmektedir.

Çoklu ağ yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan problemler için de kullanılabilir. Brandtl (1977), doğrusal olmayan problemler için etkili bir çoklu ağ yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntem Tam Yaklaşık Depolama (Full Approximate Storage-FAS) yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Jameson (1983) ve De Zeeuw (1993) bu yöntemi Euler çözücüsünde kullanmışlardır. Geliştirilen yazılımda da bu yöntem kullanılmıştır.

Bu bölümde, doğrusal olmayan problemler için çoklu ağ kavramı incelenmiştir. Daha sonra, Kartezyen ve dörtgen hesaplama ağları için kabalaştırma işlemi açıklanmıştır. Son olarak, viskoz olmayan ve viskoz akışlar için çoklu ağ yöntemi detaylı olarak incelenmiştir.

4.1 DOĞRUSAL OLMAYAN DENKLEMLER İÇİN ÇOKLU AĞ YÖNTEMİ

Doğrusal olmayan problemler ayrıklaştırılmış şekilde aşağıdaki gibi verilebilir.

$$L_h \tilde{Q}_h = 0 \quad (4.1)$$

Bu denklemde, L doğrusal olmayan diferansiyel uzay operatörünü, $\tilde{\mathbf{Q}}$ yakınsamış ayırık çözümü, h alt indisi ise ağ adımı boyutunu göstermektedir. h 'nin en küçük ağ adımı olmasına karşılık, $2h, 4h \dots$ ve nh daha kaba ağ adımlarını göstermektedir. Yaklaşık ayırık çözüm olan $\hat{\mathbf{Q}}$ kullanıldığında, aşağıdaki bağlantı elde edilir.

$$L_h \hat{\mathbf{Q}}_h = R_h(\hat{\mathbf{Q}}_h) \quad (4.2)$$

Bu denklemde, R artakalan fonksiyonunu göstermektedir. Denklem (4.1)'den denklem (4.2) çıkartılırsa, aşağıdaki denklem elde edilir.

$$L_h \hat{\mathbf{Q}}_h - L_h \tilde{\mathbf{Q}}_h = R_h(\hat{\mathbf{Q}}_h) \quad (4.3)$$

Hata fonksiyonu yaklaşık çözüm ile gerçek çözüm arasındaki fark olduğundan, bu denklem en hassas hesaplama ağından bir adım uzak olan kaba hesaplama ağı ile elde edilen çözüm ile yaklaşık olarak sağlanabilir. Bu işlemi yapabilmek için bilgiyi hassas hesaplama ağından kaba hesaplama ağına taşıyan ve hem artakalan fonksiyonu hem de yaklaşık çözüm için kullanabilen bir sınırlayıcı operatör aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$L_{2h}(I_n^{2h} \tilde{\mathbf{Q}}_h + \mathbf{e}_{2h}) - L_{2h} I_n^{2h} \tilde{\mathbf{Q}}_h = I_n^{2h} R_h \quad (4.4)$$

$2h$ adımındaki hata fonksiyonu yukarıdaki denklemdeki tek bilinmeyendir. Daha sonra, bilgiyi kaba hesaplama ağından hassas hesaplama ağına taşıyan uzatma operatörü kullanılarak, iyileştirilmiş yaklaşık çözüm elde edilir.

$$\tilde{\mathbf{Q}}_h^{yeni} = \tilde{\mathbf{Q}}_h + I_{2h}^h \mathbf{e}_{2h} \quad (4.5)$$

Bu denklemler geliştirilen yazılıma dört adımda uygulanmıştır. Bunlar hassas hesaplama ağı yinelemeleri, sınırlama, uzatma ve düzeltmeli son yinelemelerdir. İkinci dereceden şemalar kullanıldığı zaman, çoklu ağ yönteminin uygulanması ile ilgili problemlerle karşılaşmıştır. Çoklu ağ yönteminin adımları açıklandıktan sonra, ikinci derece şemalar için yapılan değişiklikler açıklanacaktır.

4.1.1 Hassas Hesaplama Ağı Yinelemeleri

Yüksek frekanslı hataları azaltmak için başlangıçta belli sayıda yineleme yapılması gerekmektedir. Bu yinelemeler en hassas hesaplama ağında çok kademeli zaman adımlaması kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

$$\mathbf{Q}_h^{(0)} = \mathbf{Q}_h^n$$

$$\mathbf{Q}_h^{(k)} = \mathbf{Q}_h^{(0)} - \nu \frac{\alpha_k \Delta t}{A} \left[\text{Res}(\mathbf{Q}_h^{(k-1)}) + \mathbf{FF}_h \right] \quad k = 1, \dots, m \quad (4.6)$$

$$\mathbf{Q}_h^{n+1} = \mathbf{Q}_h^{(m)}$$

Yukarıdaki denklem setinde, n alt indisi zaman adımını, FF ise kuvvetlendirme fonksiyonunu göstermektedir. Hassas hesaplama ağı yinelemeleri için kuvvetlendirme fonksiyonu bütün korunabilir değişkenler için sıfır olarak alınır. n 'inci zaman adımındaki çözüm kullanılarak, $(n+1)$ 'inci zaman adımındaki çözüm elde edilir. Yüksek frekanslı hatalar önemli ölçüde azalırken, düşük frekanslı hatalar çok az azalmaktadır. Bu adımdaki yineleme sayısı girdi olarak verilmektedir. Bir çevrim için bütün yinelemeler tamamlandıktan sonra, artakalanlar olan $\text{Res}(\mathbf{Q}_h^m)$ sınırlama adımında kullanılmak üzere son değerler kullanılarak bulunmaktadır.

4.1.2 Sınırlama

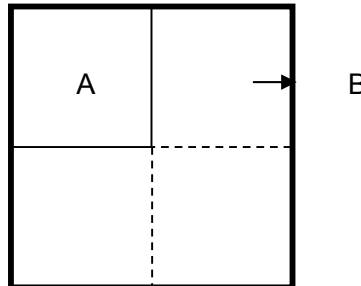
Bu adımda, hassas hesaplama ağında elde edilen sonuçlar sınırlama operatörü yardımıyla kaba hesaplama ağlarına taşınmaktadır. Hassas hesaplama ağında elde edilen çözüm ve son artakalan kullanılarak kaba hesaplama ağları için ilk tahmin belirlenmektedir.

Şekil 4.1'de A hücresi h ağ aralığı için hesaplama hücresi iken, B hücresi $2h$ ağ aralığı için hesaplama hücresidir. Bu durumda A hücresi B hücresinin eşdeğer küçük hücresidir. Başka bir deyişle, B hücresi A hücresinin eşdeğer büyük hücresidir. Bu durumda, B hücresinin dört adet eşdeğer küçük hücresi bulunmaktadır.

Bu kısa açıklamadan sonra, kaba hesaplama ağındaki ilk tahmini çözümü ile kuvvetlendirme fonksiyonunun bulunması için gerekli denklemler aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{Q}_{2h}^{(0)} = I_{2h}^{2h} \mathbf{Q}_h^{(m)} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{FF}_{2h} = \hat{I}_h^{2h} \left[\text{Res}(\mathbf{Q}_h^{(m)}) + \mathbf{FF}_h \right] - \text{Res}(\mathbf{Q}_{2h}^{(0)}) \quad (4.8)$$



Şekil 4.1 Eşdeğer hücre kavramı

Burada I_h^{2h} hacim ağırlıklı sınırlama operatörünü, \hat{I}_h^{2h} ise artakalan toplama operatörünü göstermektedir.

Bu operatörler

$$I_h^{2h} \mathbf{Q}_h^{(m)} = \frac{\sum_{\substack{\text{eşdeğer} \\ \text{küçük hücreler}}} [\mathbf{Q}_h^{(m)} \mathbf{A}]}{\sum_{\substack{\text{eşdeğer} \\ \text{küçük hücreler}}} [\mathbf{A}]} \quad (4.7)$$

$$\hat{I}_h^{2h} [\alpha] = \sum_{\substack{\text{eşdeğer} \\ \text{küçük hücreler}}} [\alpha] \quad (4.8)$$

şeklinde verilebilir. İlk değerler ve kuvvetlendirme fonksiyonunu belirledikten sonra, kullanıcı tarafından verilen bazı ara adım yinelemeleri yapılmaktadır. Böylelikle, kaba hesaplama ağlarındaki yaklaşık çözümlerin iyileştirmesi gerçekleştirilmektedir. Yukarıdaki denklemler, h 'den $2h$ 'ye geçişi göstermektedir. Kademe sayısının birden fazla olduğu durumlarda, $4h$, $8h$, $16h$ gibi daha kaba hesaplama ağlarındaki yaklaşık çözümler aynı yöntemle elde edilebilmektedir. Geliştirilen yazılımda en fazla 7 kademe kullanılmakta olup, en kaba hesaplama ağının aralığı $128h$ olmaktadır.

4.1.3 Uzatma

Bu adımın amacı, kaba hesaplama ağlarında elde edilen çözümlerin, daha iyi sonuçlar almak üzere en hassas hesaplama ağına transfer edilmesidir. Bu amaçla kaba hesaplama ağlarında elde edilen sonuçlar ve uzatma operatörü aşağıda verildiği gibi birlikte kullanılmaktadır.

$$\mathbf{Q}_h^{\text{yeni}} = \mathbf{Q}_m^h + I_{2h}^h (\mathbf{Q}_{2h}^{(\text{yeni})} - I_h^{2h} \mathbf{Q}_{2h}^{(m)}) \quad (4.9)$$

Burada, I_{2h}^h uzatma operatörünü göstermekte olup,

$$I_{2h}^h (\alpha) = \alpha \quad (4.10)$$

şeklinde tanımlanır ve uzatma için enjeksiyon operatörü olarak adlandırılır. Uzatma operatörü olarak, gradyan ile yön vektörünün nokta çarpımı olan gradyan operatörü de kullanılabilir. Geliştirilen yazılımda enjeksiyon operatörü kullanılmıştır.

Geliştirilen yazılımda iki değişik çevrim kullanılmıştır. Bunlar, testere dişi ve V çevrimleridir. Bunlar arasındaki tek fark, V-çevriminde uzatma adımından sonra yinelemelerin olmasıdır. V-çevriminde çözümün kaba hesaplama ağına aktarılmasıyla elde edilen iyileştirilmiş çözümden sonra belli sayıda yineleme yapılmaktadır. Yinelemelerin yapılabilmesi için kuvvetlendirme fonksiyonları gerektiğinden, sınırlama adımında elde edilen tüm kuvvetlendirme fonksiyonlarının saklanması gerekmektedir. V-çevriminde fazla sayıda değişkenin saklanması gerektiğinden, bu çevrim testere dişi çevrimine nazaran daha düşük bir yakınsama hızına sahiptir.

4.1.4 Düzeltilme ve Son Yinelemeler

Çoklu ağ yöntemindeki son adım düzeltme ve son yinelemelerdir. Bu adımda, iyileştirilmiş yaklaşık çözüm belli sayıda yineleme ile iyileştirilmektedir. İlk tahmin olarak, uzatma sonucu elde edilen iyileştirilmiş çözüm olan Q_n^{yeni} kullanılmaktadır. Bu adım, sadece en hassas hesaplama ağına başka bir girdi olarak verilen yineleme sayısı kadar uygulanmaktadır. Bütün bu adımlar sonucunda, en hassas hesaplama ağındaki çözüm mümkün olduğu kadar yüksek ve düşük frekanslı hatalardan arınmış olarak elde edilmektedir.

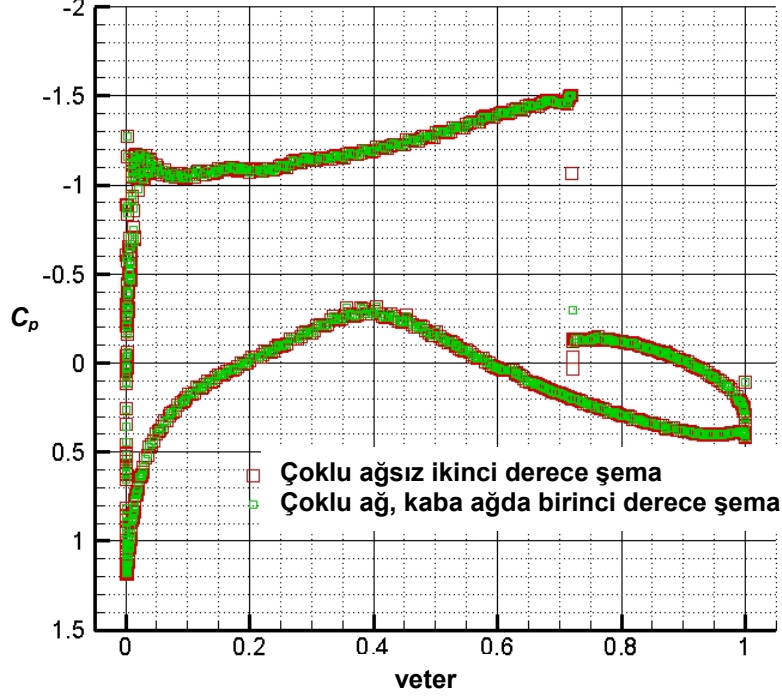
4.1.5 İkinci Derece Şemalar için Değişiklikler

Çoklu ağ yöntemi ve ikinci derece şemalarla akış çözümlerinde bazı problemlerle karşılaşmıştır. Bu durumlarda, kaba hesaplama ağlarında basınç ve/veya yoğunluk negatif değerlere düşmektedir. Bu nedenle, kaba hesaplama ağlarında ikinci derece şemalar kullanılmasına karşılık, kaba hesaplama ağlarında çözüm birinci derece şema ile elde edilmektedir. Sadece hassas yinelemeler adımı ile düzeltme ve son yinelemeler adımı ikinci derece şema kullanılmıştır.

Sadece ikinci derece şema kullanılarak elde edilen sonuçlarla değiştirilmiş çözümün aynı sonucu verdiği RAE 2822 kanat profili etrafındaki akış incelenerek gösterilmiştir. Bu çalışmada, 0,75 Mach sayısında ve 3 derece hücum açısında viskoz olmayan akış kullanılmıştır. Hesaplama ağına beş çevrimli çözüm adaptasyonu uygulanmıştır. Elde edilen basınç katsayısı dağılımı Şekil 4.2'de verilmiştir.

Şekil 4.2'de görüldüğü gibi her iki test durumu için de aynı dağılım elde edilmiştir. Her iki test durumu için de sürüklenme katsayısı 0,0427 olarak bulunmuştur. Buna karşılık, kaldırma katsayısında az bir farklılık görülmüştür. Yedi seviyeli çoklu ağ ile elde edilen çözümde kaldırma katsayısı 0,9725 olarak bulunurken, çoklu ağ kullanılmadan bu katsayı 0,9720 olarak bulunmuştur. Bu ufak fark ihmal edilebileceğinden yapılan değişikliğin ikinci dereceden şemaların çoklu ağ yöntemi ile uygulanmasında faydalı olduğu görülmektedir.

Buna ek olarak, çoklu ağ yöntemi çözüm zamanını önemli ölçüde etkilemektedir. Bu problem için hızlanma oranı 19 olarak elde edilmiştir. Buna karşılık, birinci derece şema kullanıldığı zaman hızlanma oranı 17 olmuştur. Bu farkın birinci ve ikinci derece şemaların uygulanması için gerekli zamanın farklı olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. İkinci derece şemalar, her hücre için gradyan ve sınırlayıcıların hesaplanmasını gerektirdiğinden birinci derece şemalara göre daha fazla zaman almaktadır. Çoklu ağ yönteminde ikinci derece şemalar bazen kullanılmıştır. Bu nedenle, birinci derece şemaların kullanılmasıyla, hesaplama zamanı oldukça azalmaktadır.



Şekil 4.2 RAE 2822 kanat profili etrafında tümüyle ve kısmen ikinci derece şema kullanılmasıyla elde edilen basınç katsayısı dağılımlarının karşılaştırılması

4.2 VİSKOZ OLMAYAN AKIŞLARDA ÇOKLU AĞ YÖNTEMİNİN ETKİSİ

Bu bölümde çoklu ağ yönteminin etkisi RAE 2822 kanat profili etrafındaki 0,75 Mach sayısı ve 3 derecelik hücum açısındaki ses civarı akışta incelenmiştir. Çözümler 5. bölümde tartışıldığından çoklu ağ yönteminin yakınsama zamanına etkisini görmek üzere sadece artakalanlar incelenmiştir.

Bu bölümde dört değişik problem tartışılmıştır. Bu dört problem durumu için 25 test durumu incelenmiştir. Birinci problemde çözüm adaptasyonu kullanılmamış olup, bu kaba hesaplama ağında çoklu ağ yönteminin kademesi incelenmiştir. İkinci problemde, beş çevrimli çözüm adaptasyonu kullanıldıktan sonra çoklu ağ yönteminin kademesinin etkisi incelenmiştir. Üçüncü problemde testere dişi ve V çevrimleri arasındaki fark çözüm adaptasyonlu ve çözüm adaptasyonsuz durumlar için karşılaştırılmıştır. Son olarak, çoklu ağ yönteminin adımlarında kullanılan yineleme sayısının çözüme etkisi incelenmiştir.

4.2.1 Viskoz Olmayan Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi

Birinci problemde çözüm adaptasyonu kullanılmamıştır. Toplam olarak, 8 test durumu incelenmiştir. Bütün test durumlarında kullanılan hücre sayısı 4.055'tir. Çözüm normalize edilmiş artakalan -10'a kadar ulaşana kadar yinelenmiştir. Akı hesaplama yöntemi olarak Roe'nun Riemann çözücüsü kullanılmıştır. Bütün adımlarda yineleme sayısı 10 olarak alınmış ve testere dışı çevrimi kullanılmıştır. Bu test durumları arasındaki tek değişiklik çoklu ağ yönteminde kullanılan kademe sayısıdır. Bu sayı 0 ile 7 arasında değiştirilmiştir. Sonuçlar Tablo 4.1'de gösterilmiştir. Bu test durumları için artakalanların CPU zamanına göre değişimi Şekil 4.2'de gösterilmiştir.

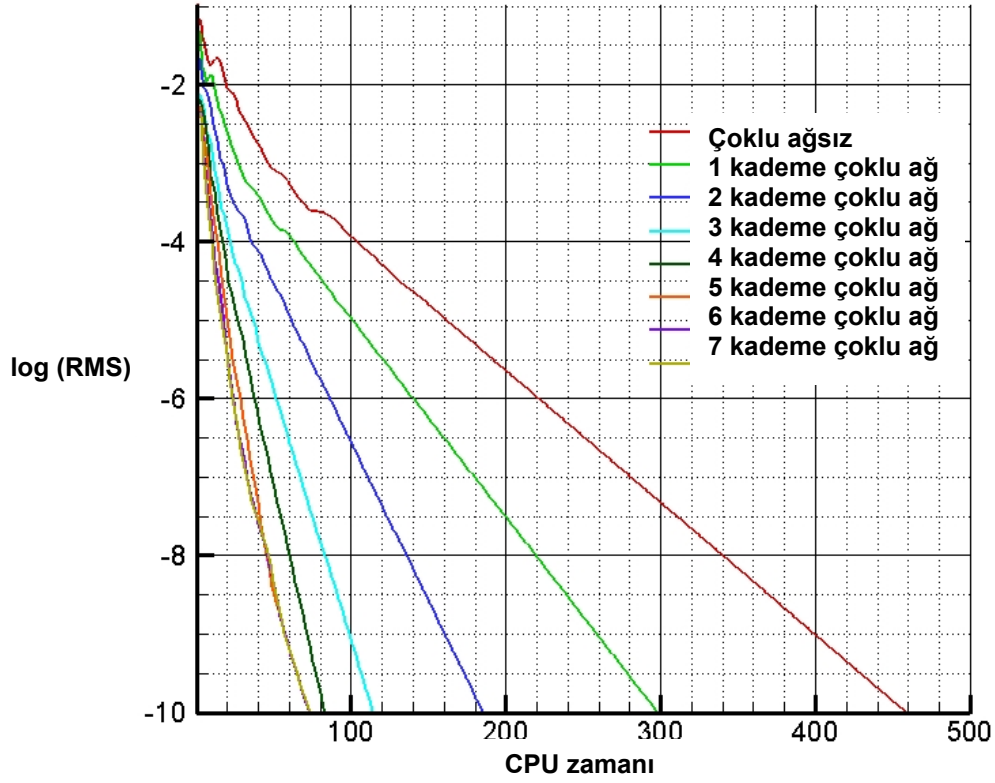
Tablo 4.1 Viskoz olmayan akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
1	Çoklu ağsız	458	-
2	Bir kademe çoklu ağ	298	1,54
3	İki kademe çoklu ağ	187	2,45
4	Üç kademe çoklu ağ	116	3,95
5	Dört kademe çoklu ağ	85	5,39
6	Beş kademe çoklu ağ	74	6,19
7	Altı kademe çoklu ağ	73	6,27
8	Yedi kademe çoklu ağ	73	6,27

Tablo 4.2'den anlaşılacağı üzere, çoklu ağ yönteminde kademe sayısı arttıkça, çözüm hızlanmaktadır. Ancak son üç test durumuna bakıldığında, yakınsama zamanının belirgin bir şekilde değişmediği görülmektedir. En büyük hızlanma oranı yedinci ve sekizinci test durumları için 6,27 olarak elde edilmiştir.

4.2.2 Viskoz Olmayan Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanıldığında Kademe Testi

Bu problemde beş çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılmış olup, test durumları ve çözümler Tablo 4.2'de verilmiştir.



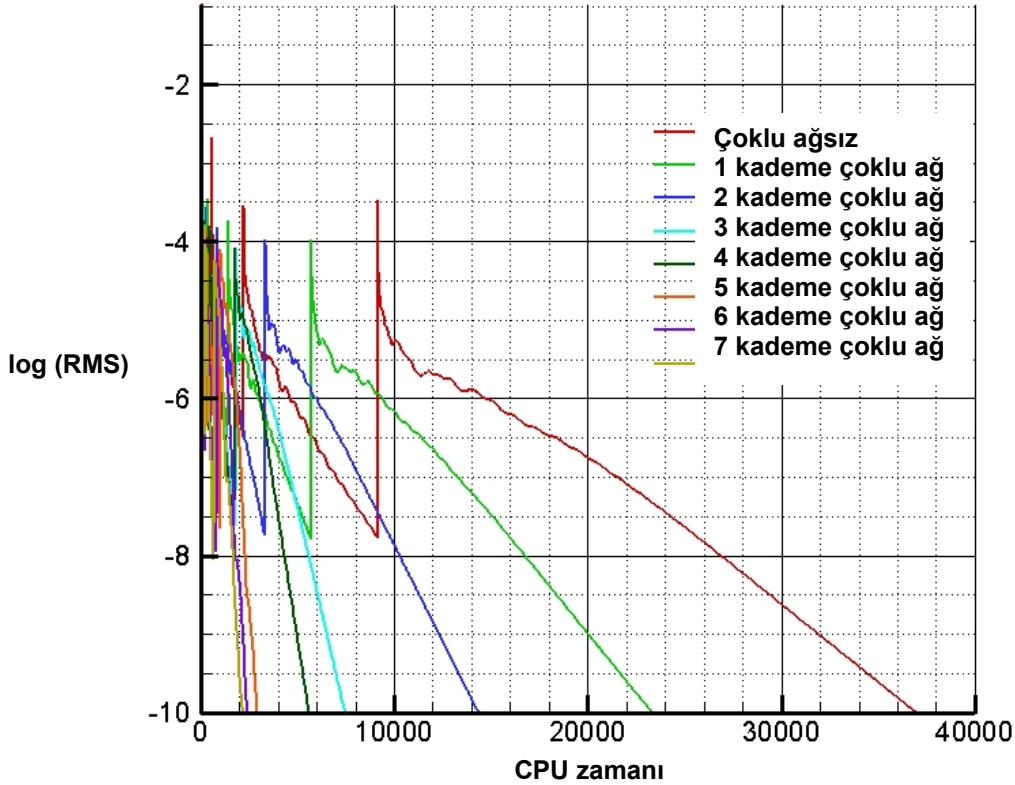
Şekil 4.3 Çözüm adaptasyonsuz hesaplama ağı için RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

Tablo 4.2 Visköz olmayan akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılarak kademe testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
9	Çoklu ağısız	36.965	-
10	Bir kademe çoklu ağ	23.327	1,58
11	İki kademe çoklu ağ	14.356	2,57
12	Üç kademe çoklu ağ	7.510	4,92
13	Dört kademe çoklu ağ	5.631	6,56
14	Beş kademe çoklu ağ	2.943	1,56
15	Altı kademe çoklu ağ	2.423	15,26
16	Yedi kademe çoklu ağ	2.177	16,98

Çözüm adaptasyonu uygulanan hesaplama ağında kademe sayısının artırılmasının çözümü hızlandırdığı görülmektedir. Beş kademeye kadar hızlanma oranı ikiye katlanmıştır. Daha sonra, orandaki artış yavaşlamasına karşılık, oran sürekli olarak artarak yedi kademede 17'ye ulaşmıştır.

Şekil 4.4'te artakalanların CPU zamanına göre değişimi gösterilmiştir. Burada, 14, 15 ve 16. test durumları için elde edilen artakalanların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Kademe artışının çözüm adaptasyonu uygulanan hesaplama ağındaki çözümde çok büyük bir hızlanma artışına sebep olduğu görülmektedir. Buna karşılık, çözüm adaptasyonu uygulanmadığı zaman kademe artışı ile elde edilebilen en yüksek hızlanma oranı 7 olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.4 Çözüm adaptasyonlu hesaplama ağı için RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

4.2.3 Viskoz Olmayan Akışlarda Çevrim Testi

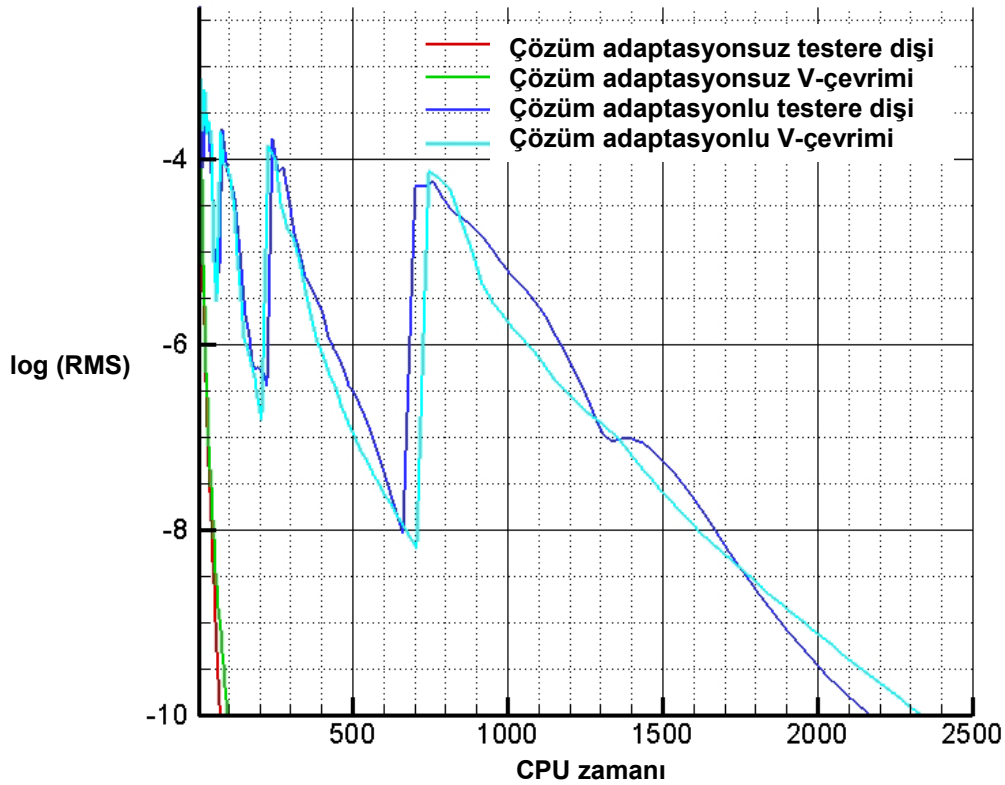
Bu bölümde testere dişi ve V- çevrimi olmak üzere iki değişik çevrim çözüm adaptasyonlu ve çözüm adaptasyonsuz olarak test edilmiştir. Bütün test durumları için yedi kademeli çoklu ağ yöntemi

kullanılmıştır. Son iki test durumunda ise hesaplama ağına beş çevrimli küçültme uygulanmıştır. Bu test durumları için elde edilen sonuçlar Tablo 4.3'te gösterilmiştir.

Şekil 4.7'den görüldüğü gibi hem çözüm adaptasyonsuz ve hem de çözüm adaptasyonlu çözümlerde V-çevriminin yakınsaması test dışı çevrimine göre daha yavaştır. V-çevrimin yavaş yakınsamasının sebebi, uzatma adımıyla yapılacak yinelemelerde kullanılacak kuvvetlendirme fonksiyonunun saklanmasıdır.

Tablo 4.3 Viskoz olmayan akışlar için çevrim testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
17	Çözüm adaptasyonsuz testere dışı çevrimi	73	6,27
18	Çözüm adaptasyonsuz V-çevrimi	98	4,67
19	5 çevrimlik çözüm adaptasyonlu testere dışı çevrimi	2.177	16,98
20	5 çevrimlik çözüm adaptasyonlu V-çevrimi	2.365	15,63



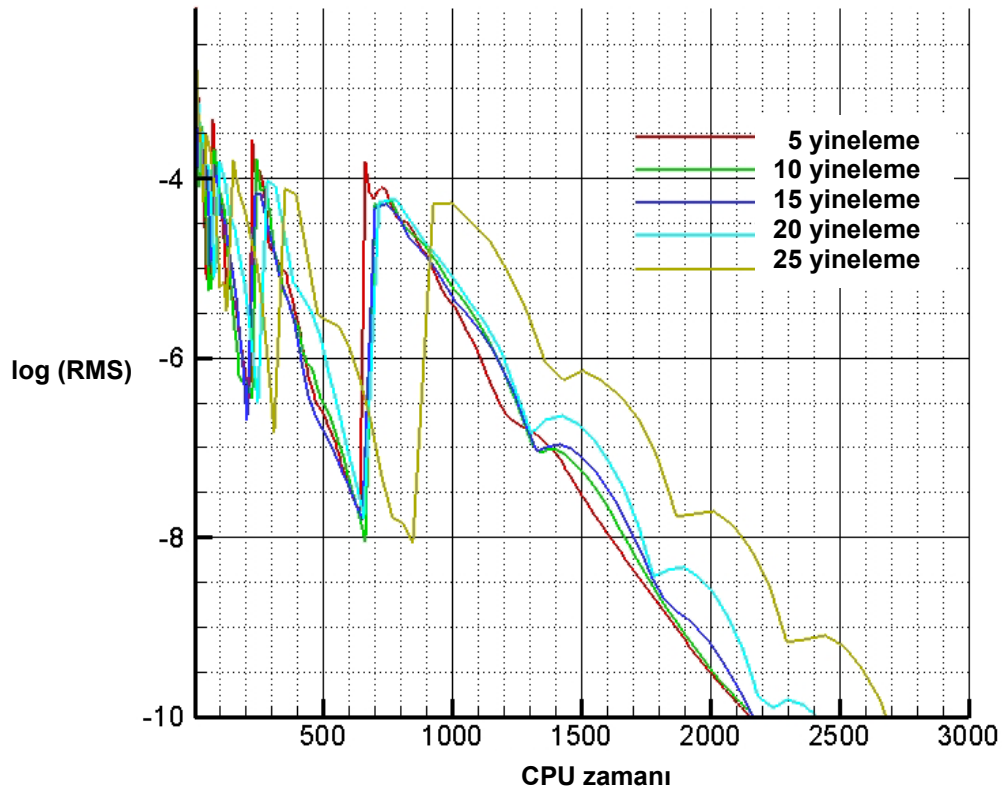
Şekil 4.5 RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta çevrim testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

4.2.4 Viskoz Olmayan Akışlarda Yineleme Testi

Yakınsama zamanını etkileyen en önemli girdilerden biri çoklu ağ yönteminde kullanılan yineleme sayısıdır. Viskoz olmayan akışlar için optimum yineleme sayısını bulabilmek için beş test durumu için yineleme sayıları değiştirilmiştir. Beş çevrimli çözüm adaptasyonu için aynı hesaplama ağı kullanıldığı için değiştirilen tek parametre yineleme sayısıdır.

Tablo 4.4 Viskoz olmayan akışlar için yineleme testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
21	5 yineleme	2.165	17,07
22	10 yineleme	2.177	16,98
23	15 yineleme	2.182	16,94
24	20 yineleme	2.418	15,29
25	25 yineleme	2.728	13.55



Şekil 4.6 RAE 2822 kanat profili etrafındaki akışta yineleme testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

Bu çalışmada, hassas hesaplama ağı, orta ve son adımlarda aynı sayıda yineleme kullanılmıştır. Tablo 4.3 ve Şekil 4.6'dan anlaşıldığı gibi yineleme sayısı azaldıkça yakınsama hızı da artmaktadır. Viskoz olmayan akışlar için optimum yineleme sayısı 5 olarak belirlenmiştir. Bu durumda 17,07'lik bir hızlanma oranı elde edilmiştir. 21, 22 ve 23. test durumları arasında sadece birkaç saniyelik bir hesaplama zamanı artışı görülmektedir. Dolayısıyla, viskoz olmayan akışlarda düşük frekanslı hataların ortadan kaldırılması için çok fazla yineleme gerekmediği anlaşılmaktadır.

4.3 VİSKOZ AKIŞLARDA ÇOKLU AĞ YÖNTEMİNİN ETKİSİ

Bu bölümde çoklu ağ yönteminin etkisi NACA 0012 kanat profili etrafındaki 0,5 Mach sayısı, 5.000 Reynolds sayısı ve 0 derecelik hücum açısındaki ses civarı akışta incelenmiştir. Çözümler 5. bölümde tartışıldığından çoklu ağ yönteminin yakınsama zamanına etkisini görmek üzere sadece artakalanlar incelenmiştir.

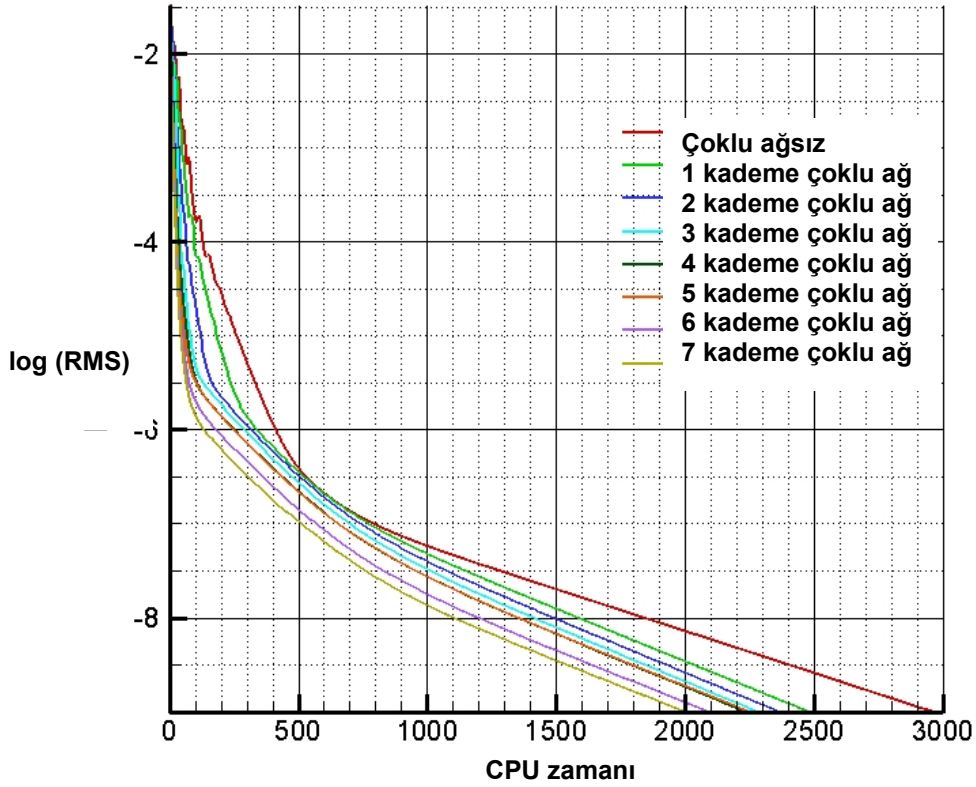
Bu bölümde beş değişik problem tartışılmıştır. Birinci problemde çözüm adaptasyonu kullanılmamış olup, çoklu ağ yönteminin kademesinin çözüme etkisi incelenmiştir. İkinci olarak, üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılarak sonra çoklu ağ yönteminin kademesinin çözüme etkisi araştırılmıştır. Üçüncü olarak, testere dişi ve V çevrimleri arasındaki fark çözüm adaptasyonlu ve çözüm adaptasyonsuz durumlar için gösterilmiştir. Dördüncü olarak, çoklu ağ yönteminin adımlarında kullanılan yineleme sayısının çözüme etkisi üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılarak incelenmiştir. Son olarak, melez hesaplama ağları için çoklu ağ yönteminin etkileri araştırılmıştır.

4.2.1 Viskoz Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi

Birinci problemde çözüm adaptasyonu kullanılmamıştır. Toplam olarak, 8 test durumu incelenmiştir. Bu test durumlarındaki tek değişken çoklu ağ kademe sayısıdır. Bu çalışmanın amacı, viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman çoklu ağ yöntemi kademesinin etkisinin araştırılmasıdır. Bütün test durumları için testere dişi çevrimi ve viskoz olmayan akışların hesaplanmasında AUSMV yöntemi kullanılmıştır. Çözüm normalize edilmiş artakalan -9'a ulaşana kadar yinelenmiştir. Tablo 4.4 ve Şekil 4.7'den anlaşılacağı gibi kademe sayısının 7'ye kadar artırılması bile yeteri derecede hızlanma yaratmamıştır. Viskoz olmayan akışlar için aynı şartlar altında 6 değerinde bir hızlanma oranı elde edilmişken, viskoz akışlarda bu oran 1,5 olarak bulunmuştur.

Tablo 4.5 Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
1	Çoklu ağsız	2.958	-
2	Bir kademe çoklu ağ	2.480	1,19
3	İki kademe çoklu ağ	2.364	1,25
4	Üç kademe çoklu ağ	2.280	1,30
5	Dört kademe çoklu ağ	2.232	1,33
6	Beş kademe çoklu ağ	2.251	1,31
7	Altı kademe çoklu ağ	2.091	1,41
8	Yedi kademe çoklu ağ	2.002	1,48



Şekil 4.7 Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

4.3.2 Viskoz Akışlarda Çözüm Adaptasyonu Kullanıldığında Kademe Testi

Kademe arttırılmasının etkisi de bu problemde incelenmiştir. Bu problemde üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılmış olup, test durumları ve çözümler Tablo 4.6'de verilmiştir.

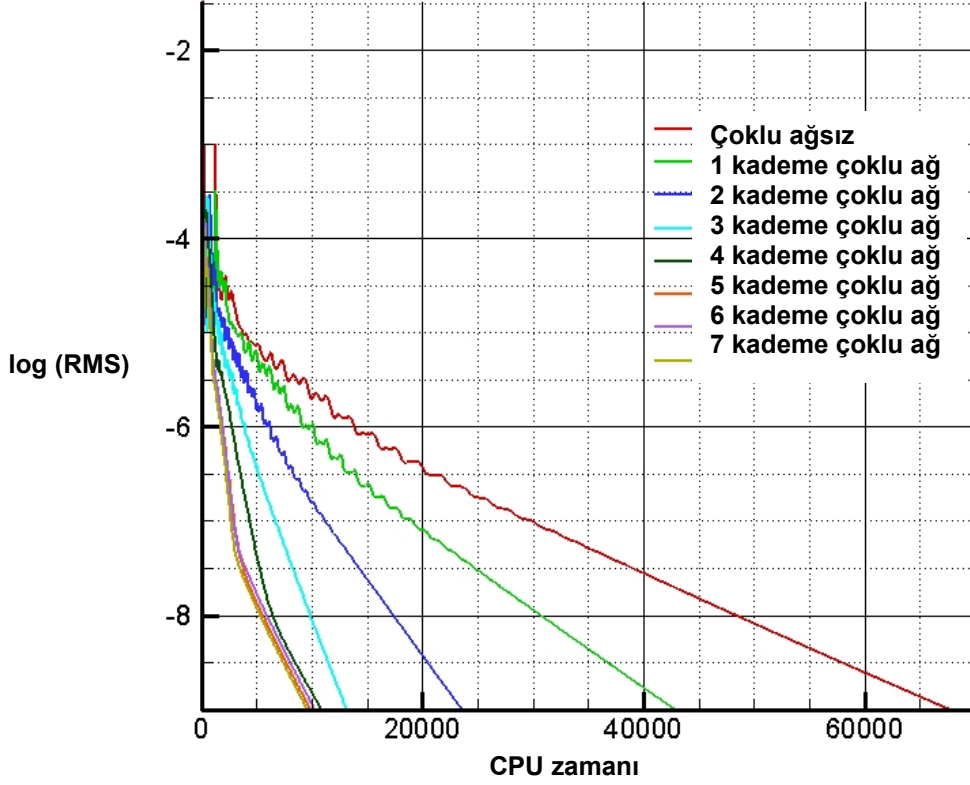
Tablo 4.6 Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılarak kademe testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
9	Çoklu ağsız	67.660	-
10	Bir kademe çoklu ağ	42.862	1,58
11	İki kademe çoklu ağ	23.558	2,87
12	Üç kademe çoklu ağ	13.169	5,14
13	Dört kademe çoklu ağ	10.838	6.24
14	Beş kademe çoklu ağ	9,859	6,86
15	Altı kademe çoklu ağ	10.284	6,58
16	Yedi kademe çoklu ağ	9.582	7,06

Çözüm adaptasyonu uygulanan hesaplama ağında kademe arttırımının çözümü hızlandırdığı görülmektedir. 15. test durumu dışındaki test durumları için kademe sayısının arttırılmasıyla yakınsama zamanı azalmaktadır. Önceki problemle karşılaştırıldığında, çoklu ağ yönteminin kademe sayısının arttırılmasının çözüm zamanını önemli ölçüde azalttığı görülmektedir. Kaba hesaplama ağındaki hızlanma oranı 1,5 iken hassas hesaplama ağında bu oran 7'ye kadar yükselmektedir.

Buna ek olarak, kademe sayısının beşin üzerine çıkartılması yakınsama zamanında önemli bir fark yaratmamaktadır. Örneğin 14. test durumu 9.859 saniyede yakınsarken, son test durumu 9.582 saniyede yakınsamaktadır. Çoklu hesaplama ağı kullanılmadan yakınsamanın 67.660 saniyede elde edildiği düşünülürse bu farkın oldukça küçük olduğu görülebilir.

Eğer viskoz olmayan akışta kullanılan hassas hesaplama ağı yeniden ele alınırsa, viskoz olmayan akışlarda 17 değerinde bir hızlanma oranı sağlayan çoklu ağ yönteminin yeterli kadar hızlanma sağlamadığı görülmektedir. Dolayısıyla, 7 değerindeki bir hızlanma oranı, yakınsama zamanında önemli bir iyileştirme yapmaktadır.



Şekil 4.8 Çözüm adaptasyonlu hesaplama ağı için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

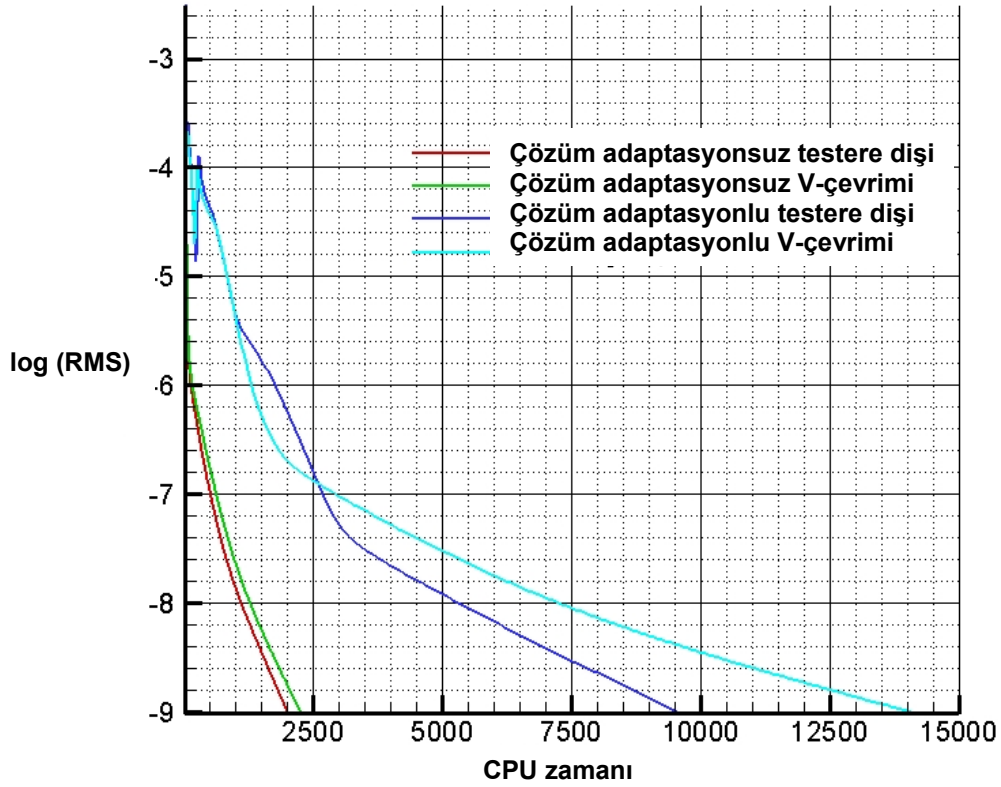
4.3.3 Viskoz Akışlarda Çevrim Testi

Bu bölümde testere dişi ve V- çevrimi olmak üzere iki değişik çevrim çözüm adaptasyonlu ve çözüm adaptasyonsuz olarak test edilmiştir. Bütün test durumları için yedi kademeli çoklu ağ yöntemi kullanılmıştır. Son iki test durumunda ise hesaplama ağına üç çevrimli küçültme uygulanmıştır. Bu test durumları için elde edilen sonuçlar Tablo 4.3'te gösterilmiştir.

Şekil 4.7'den görüldüğü gibi hem çözüm adaptasyonsuz ve hem de çözüm adaptasyonlu çözümlerde V-çevriminin yakınsaması test dişi çevrimine göre daha yavaştır. İki çevrim arasındaki fark çözüm adaptasyonsuz hesaplama ağı için çok az olmasına karşılık, bu fark hassas hesaplama ağları kullanıldıkça artmaktadır.

Tablo 4.7 Viskoz olmayan akışlar için çevrim testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
17	Çözüm adaptasyonsuz testere dışı çevrimi	2.002	1,48
18	Çözüm adaptasyonsuz V-çevrimi	2.248	1,32
19	3 çevrimlik çözüm adaptasyolu testere dışı çevrimi	9.582	7,06
20	3 çevrimlik çözüm adaptasyolu V-çevrimi	14.077	4,81



Şekil 4.9 NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta çevrim testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

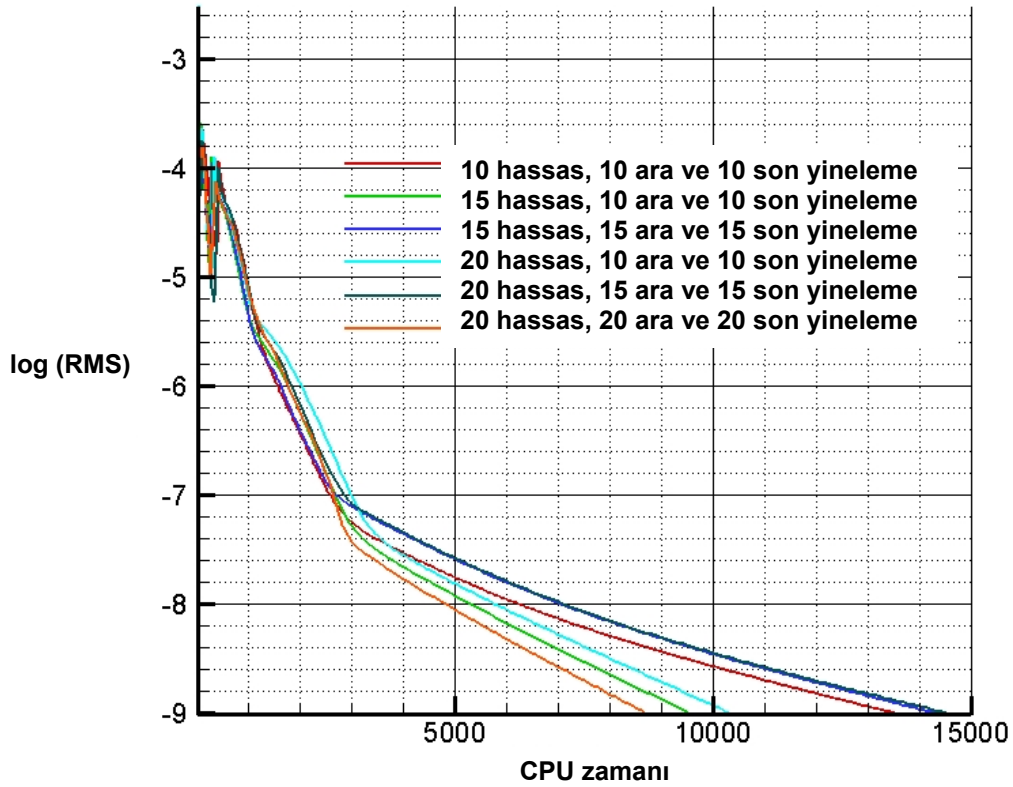
4.3.4 Viskoz Akışlarda Yineleme Testi

Bu problemde çoklu ağ yöntemindeki yineleme sayısının etkisini optimize etmek için üç çevrimli çözüm adaptasyonunun kullanıldığı hesaplama ağından yararlanılmıştır. Altı test durumu incelenmiştir. Viskoz olmayan akışlar için yineleme sayısı aynı olmasına karşılık, bu çalışmada her adımda kullanılan

yineleme sayısı aynı değildir. Bazı test durumları için hassas hesaplama aşında daha çok sayıda yineleme kullanılmıştır. Test durumlarının tanımı ve sonuçlar Tablo 4.8'de gösterilmiştir.

Tablo 4.8 Viskoz akışlar için yineleme testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
21	10 hassas, 10 ara ve 10 son yineleme	13.549	4,99
22	15 hassas, 10 ara ve 10 son yineleme	9.582	7,06
23	15 hassas, 15 ara ve 15 son yineleme	14.346	4,72
24	20 hassas, 10 ara ve 10 son yineleme	10.346	6,54
25	20 hassas, 15 ara ve 15 son yineleme	14.572	4,64
26	20 hassas, 20 ara ve 20 son yineleme	8.773	7,71



Şekil 4.10 NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta yineleme testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

Şekil 4.10'da görüldüğü gibi 26. test durumu viskoz akışlar için en iyi sonucu vermiştir. Bunu yanında 22. test durumu da 26. test durumundan çok farklı değildir. Bunlardan viskoz akışlarda düşük frekanslı hataları ortadan kaldırmak için gerekli yineleme sayısı viskoz olmayan akışlara göre fazladır.

4.3.5 Viskoz Akışlarda Melez Hesaplama Ağı Testi

Son olarak, çoklu ağ yöntemi melez hesaplama ağları üzerinde test edilmiştir. Sınır tabaka içerisinde dörtgen hücrelerin kullanılması nedeniyle, hücre sayısı önemli ölçüde artmıştır. Örneğin çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman, Kartezyen hesaplama ağında 4.040 hücre kullanılırken, melez hesaplama ağında 14.562 hücre kullanılmıştır. Başka bir deyişle, en kaba hesaplama ağında bile sınır tabaka içerisinde küçük hücreler bulunması nedeniyle, çok sayıda hücre kullanılmaktadır. Yüksek hücre sayısı ve hücreler arasındaki boyut farkı nedeniyle, yakınsama zamanı Kartezyen hesaplama ağlarına göre oldukça uzundur. Bu nedenle, çoklu ağ yöntemi çözüm zamanını azaltmak açısından çok önemlidir.

Bu problem için iki test durumu incelenmiştir. Bunlarda ilkinde çoklu ağ yöntemi kullanılmamıştır. İkincisinde ise yedi kademeli çoklu ağ yöntemi kullanılmıştır. Düşük yineleme sayıları çözümü iraksattığı için yineleme sayısı 30 olarak alınmıştır. Sınır tabaka içerisinde bulunan çok küçük hücreler nedeniyle, düşük frekanslı hataları azaltmak için gerekli yineleme sayısı diğer problemlere göre daha fazladır. İkinci test durumunda testere dışı çevrimi kullanılmıştır. Sonuçlar Tablo 4.9 ve Şekil 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.9 Viskoz akışlar için melez hesaplama ağı testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
27	Çoklu ağsız	256.049	-
28	Yedi kademeli çoklu ağ	55.014	4,65

Çoklu ağ yönteminin kullanılmadığı hesaplama ağında çözümün yakınsaması dörtgen hücrelerin kullanılmadığı duruma göre 8 kat daha yavaştır. Daha önce olduğu gibi çoklu ağ yöntemin etkisi hassas hesaplama ağları çok daha fazla olup, melez hesaplama ağı için yedi kademeli çoklu ağ yöntemiyle elde edilen hızlanma oranı 4,65'tir. Dolayısıyla çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman, melez ve Kartezyen hesaplama ağları arasında önemli bir fark oluşmuştur.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR

Bu bölümde, geliştirilen kod viskoz olmayan ve viskoz laminer akışlar için doğrulanmıştır. Testler üç gruba ayrılmıştır. Birinci grupta, bir kanat etrafındaki viskoz olmayan akış ses civarı ve ses üstü hızlar için test edilmiştir. Daha sonra, kodu laminer akışlar için doğrulamak amacıyla düşük Reynolds sayılarında ses altı ve ses civarı akışlar incelenmiştir. Son olarak, melez hesaplama ağının geçerliliğini doğrulamak üzere yüksek Reynolds sayılı bir akış ele alınmıştır. Ancak, geliştirilen Navier-Stokes çözücüsü türbülanslı akışları modelleyemeyeceğinden sonuçların çok hassas olması beklenmemektedir. Bütün test durumları için sonuçlar literatürde mevcut deneysel ve sayısal sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, dört çekirdekli 2,33 GHz bir işlemciye ve 32 GB ana belleğe sahip bir iş istasyonu kullanılarak elde edilmiştir.

5.1 VISKOZ OLMAYAN AKIŞLAR

Bu bölümde, bir parçalı kanat etrafındaki ses civarı ve ses üstü akış olmak üzere iki problem ele alınmıştır. Şokun yer ve şiddeti basınç dağılımı grafikleri kullanılarak literatürde bulunan veriler kullanılarak karşılaştırılmıştır.

5.1.1 RAE 2822 Kanadı Etrafındaki Ses Civarı Akış

İlk olarak, simetrik olmayan RAE 2822 kanadı etrafındaki ses civarı akış incelenmiştir. Bu problem için Mach sayısı 0.75, hücum açısı ise 3 derece olarak alınmıştır. Ses civarı akışın seçilmesinin sebebi, Kartezyen hesaplama ağı kullanılarak şokun yerinin ve şiddetinin şok etrafında daha küçük hücreler kullanılarak daha hassas bir şekilde belirlenebildiğinin gösterilmesidir.

Sonuçlar altı değişik test durumu için elde edilmiştir. Tablo 5.1'de laminer ses altı akış için test durumlarının ortak özellikleri verilmiştir. Sonuçlar, AGARD (1986) raporunda verilen ve 20.480 hücreden oluşan O-tipi bir hesaplama ağı ile elde edilen çalışmanın sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bütün test durumları için dış sınır kanattan 18 veter boyu uzakta alınmıştır. Akı hesaplama yöntemi olarak Roe'nun Riemann çözücüsü kullanılmıştır. Yinelemeler normalize edilmiş süreklilik artakalanının ortalama

karekökünün logaritması -10 olana kadar devam edilmiştir. Bu test durumlarının ortak özellikleri Tablo 5.1'de verilmiştir.

Tablo 5.1 Viskoz olmayan ses civarı akış için test durumlarının ortak özellikleri

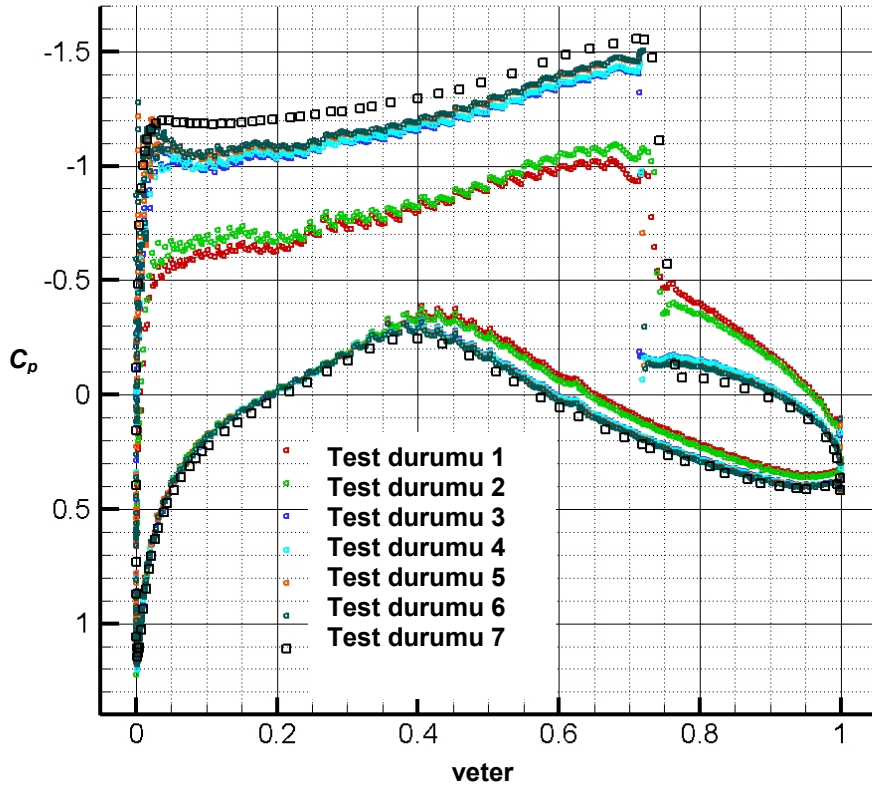
Hesaplama Ağı Parametreleri	
Dış sınır büyüklük faktörü	18
Çözüm Parametreleri	
Akı hesaplama yöntemi	Roe
CFL güvenlik faktörü	1
Çözünürlük çevrim aralığı	20
Yakınsama için log (RMS)	-10
Çoklu Ağı Parametreleri	
Çoklu ağ tipi	Testere dişi
Çoklu ağ seviyesi	7
Hassas ağda yineleme sayısı	10
Ara adım hesaplama sayısı	10
Son ağda yineleme sayısı	10

Bütün test durumları için iki parametre değiştirilmiştir. Bunlardan birincisi şemanın derecesi, diğeri de çözüm adaptasyonundaki çözünürlük çevrim aralığıdır. Yüzey akı hesaplaması için ikinci dereceden şema kullanılan test durumlarında gradyan sınırlayıcı kullanılmıştır. Tablo 5.2'de test durumları için kaldırma sürüklenme katsayıları ile yakınsama zamanları verilmiştir. İkinci derece şemalarda gradyan sınırlayıcıları kullanılmadığında basınç negatif değerler almıştır. Bunun sebebi, ikinci derece şemalarda oluşan dalgalı artakalanlardır. Sınırlayıcılar her yinelemedeki gereğinden büyük değişimleri engellediğinden, sınırlayıcı kullanılmadan elde edilen çözümlerde kararsızlık problemleri yaşanmaktadır.

Tablo 5.2'de görüldüğü gibi çözünürlük çevrim aralığı arttırıldıkça, sonuçlar literatürde bulunan sonuçlara yaklaşmaktadır. Buna ek olarak, ikinci derece şemalar sabit bir adaptasyon çevrimi için daha hassas sonuçlar vermektedir. Buna karşılık, ikinci derece şemalar için çözüm zamanı önemli ölçüde artmaktadır. Örnek olarak, çözüm küçültmesi kullanılmadığı zaman artma oranı 9 iken, 5 çözünürlük çevrimi kullanıldığında bu oran 2,5 olmaktadır. Tartışmasız olarak, en iyi sonuç ikinci derece şema ve beş çözüm adaptasyon çevrimi kullanılan altıncı test durumu için elde edilmiştir. Şekil 5.1'de basınç dağılımları bütün test durumları için literatürde bulunan çözümle karşılaştırılmıştır.

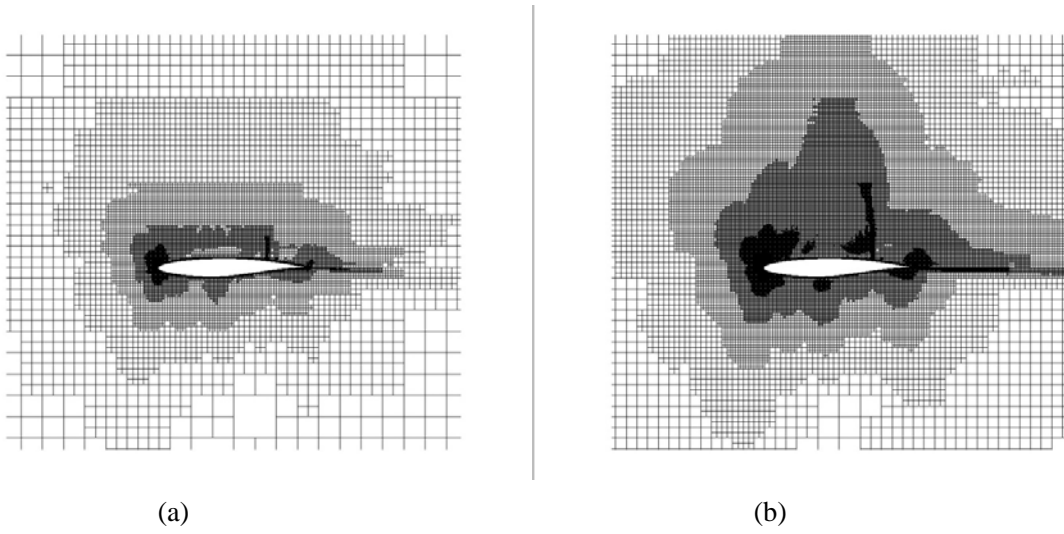
Tablo 5.2 RAE 2822 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması

Test durumu	Tanım	C_D	C_L	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
1	Küçültme çevrimsiz birinci derece	0,0663	0,6725	4.055	0 saat 1 dakika 13 saniye
2	Küçültme çevrimsiz ikinci derece	0,0638	0,7089	4.055	0 saat 9 dakika 19 saniye
3	3 çözüm ağı küçültme çevrimli birinci derece	0,0444	0,9267	18.880	0 saat 6 dakika 31 saniye
4	3 çözüm ağı küçültme çevrimli ikinci derece	0,0446	0,9377	17.697	0 saat 24 dakika 53 saniye
5	5 çözüm ağı küçültme çevrimli birinci derece	0,0424	0,9649	61.526	0 saat 36 dakika 16 saniye
6	5 çözüm ağı küçültme çevrimli ikinci derece	0,0427	0,9725	57.496	1 saat 25 dakika 5 saniye
-	AGARD	0,0448	1,1044	20.480	-



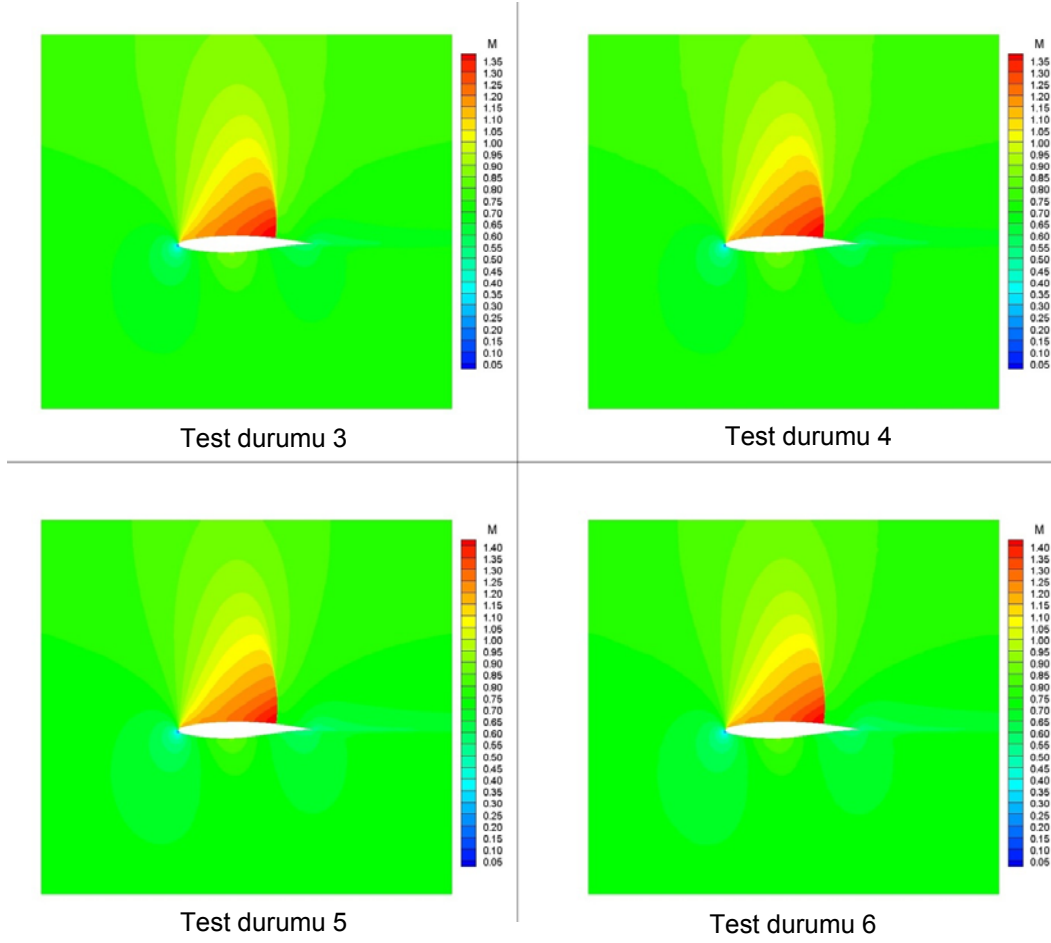
Şekil 5.1 RAE 2822 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses civarı akış için basınç katsayısı dağılımı

Şekil 5.1'de görüldüğü gibi, bir şokun bulunduğu üst yüzey üzerindeki basınç dağılımı bütün test durumları daha düşük olarak tahmin edilmiştir. Düşük küçültme çevrimli çözüm adaptasyonu kullanıldığında özellikle üst yüzeyde büyük farklılıklar görülmektedir. Buna karşılık, 3 veya daha büyük sayıda küçültme çevrimi kullanıldığında bütün test durumları için daha yakın sonuçlar elde edilmiştir. Başka bir deyişle, küçültme çevrim sayısı arttırıldıkça, çözüm literatürde verilen sonuca yaklaşmaktadır. Buna ek olarak, şok yeri tüm test durumları için iyi bir şekilde yakalanmaktadır. Alt yüzeydeki basınç dağılımı ise literatürde verilen sonuçlarla uyumludur. Üçüncü ve beşinci test durumları için kullanılan hesaplama ağları Şekil 5.2'de gösterilmiştir.



Şekil 5.2 (a) Üçüncü ve (b) beşinci test durumları için RAE 2822 kanat profili etrafındaki ses civarı akış için hesaplama ağları

Küçültme çevriminin arttırılması yanında, ikinci derece şemaların kullanılması birinci derece şemalara göre Tablo 5.2 ve Şekil 5.1'de görüldüğü gibi daha hassas sonuçlar vermektedir. En iyi sonucun altıncı test durumu için elde edildiği görülmektedir. Şekil 5.1'den çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için şema derecesinin etkilerini görmek oldukça zor olduğu için Şekil 5.3 ve 5.4'te üç ve beş çevrimli çözüm adaptasyonunun uygulandığı durumlar için Mach sayısı ve basınç eş eğrileri gösterilmiştir. Birinci sırada üç küçültme çevrimin uygulandığı test durumları, ikinci sırada beş küçültme çevriminin kullanıldığı test durumları karşılaştırılmaktadır.

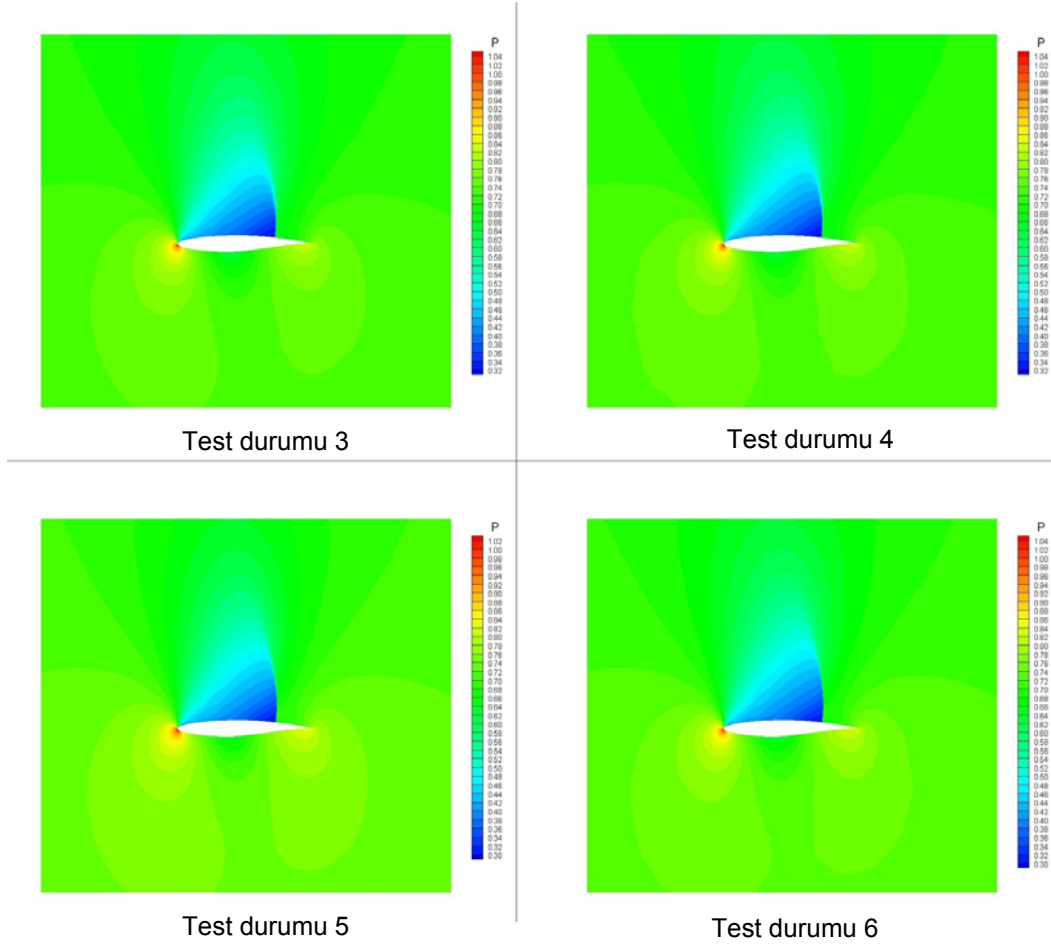


Şekil 5.3 Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için RAE 2822 kanat profili etrafındaki ses civarı akış için Mach eş eğrileri

5.1.2 NACA 0012 Kanat Profili Etrafındaki Ses Üstü Akış

İkinci problem olarak, simetrik olan NACA 0012 kanat profili etrafındaki ses üstü akış incelenmiştir. Bu problem için Mach sayısı 1,12, hücum açısı ise 7 derece olarak alınmıştır. Bu problemin amacı eğik ve yay şeklindeki şokların doğru olarak yakalanabildiğinin gösterilmesidir.

Bu problem için sekiz değişik test durumu incelenmiştir. Bütün test durumları için dış sınır kanattan 18 veter boyu uzakta alınmıştır. Buna ek olarak, birinci derece şemalar ve yedi kademeli çoklu ağ yöntemi kullanılmıştır. Değişen girdiler ise çözüm küçültme çevrim sayısı ve akı hesaplama yöntemidir.



Şekil 5.4 Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için RAE 2822 kanat profili etrafındaki ses civarı akış için basınç eş eğrileri

Bu proje çerçevesinde geliştirilmiş kotta dört değişik viskoz olmayan akı hesaplama yöntemi bulunmaktadır. Bu problemde, bu dört yöntem karşılaştırılmıştır. Öncelikle, bu yöntemler çözüm adaptasyonu kullanılmadan sadece veter boyunca basınç dağılımına bakılarak karşılaştırılmıştır. Daha sonra, değişik akı hesaplama yöntemleri ile çözüm elde edilirken dört çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılmıştır. Buradaki amaç, tüm yöntemlerin AGARD (1983) raporunda verilen ve 20.480 hücreden oluşan O-tipi hesaplama ağı ile elde edilen sonuçlara yakın sonuçlar verdiğinin gösterilmesidir. Bu test durumlarının ortak özellikleri Tablo 5.3'te verilmiştir. Sekiz değişik test durumu için elde edilen sonuçlar Tablo 5.4'te verilmiştir.

Tablo 5.3 Viskoz olmayan ses üstü akış için test durumlarının ortak özellikleri

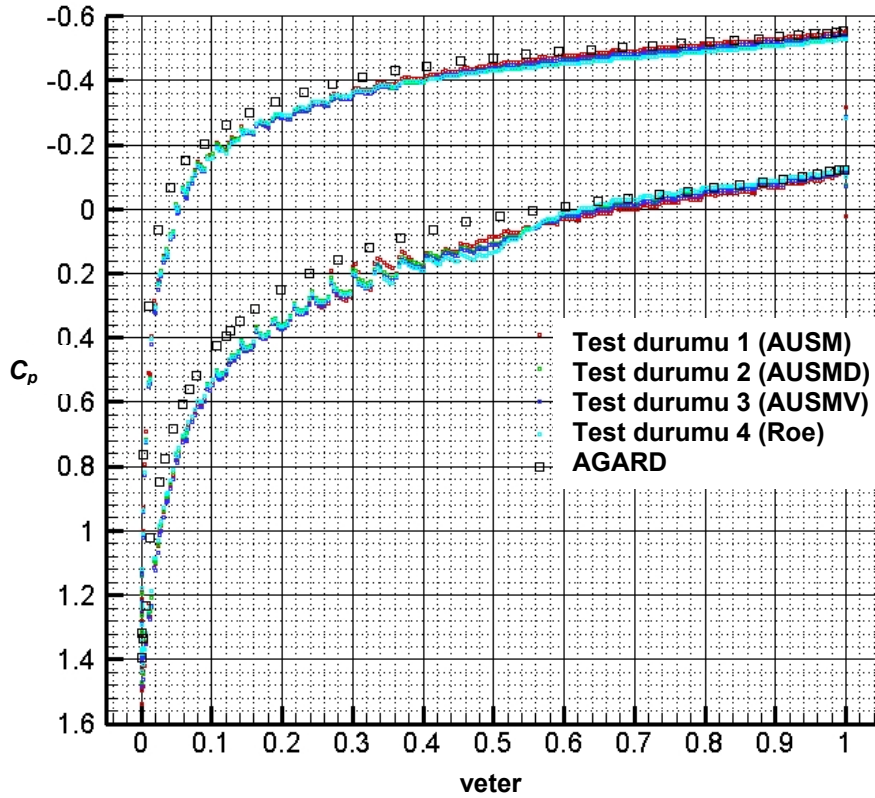
Hesaplama Ağı Parametreleri	
Dış sınır büyüklük faktörü	18
Çözüm Parametreleri	
CFL güvenlik faktörü	1
Çözünürlük çevrim aralığı	20
Yakınsama için log (RMS)	-10
Çoklu Ağı Parametreleri	
Çoklu ağ tipi	Testere dişi
Çoklu ağ seviyesi	7
Hassas ağda yineleme sayısı	10
Ara adım hesaplama sayısı	10
Son ağda yineleme sayısı	10

Tablo 5.4 RAE 2822 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması

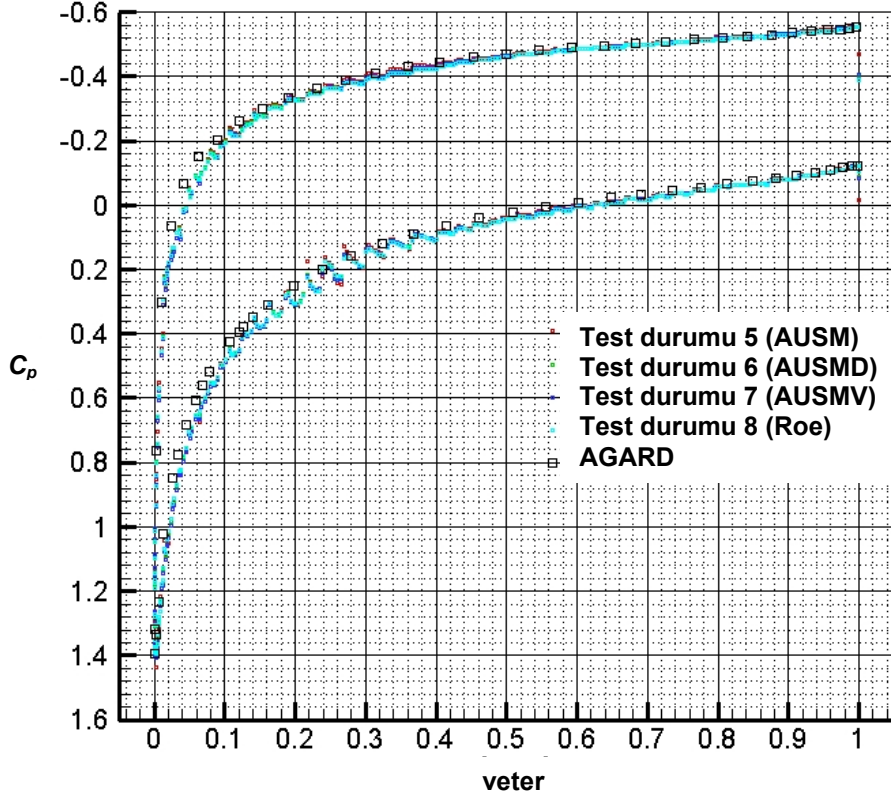
Test durumu	Tanım	C_D	C_L	CFL	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
1	Küçültme çevrimsiz AUSM yöntemi	0,1688	0,5421	0,9	4.040	1 dakika 35 saniye
2	Küçültme çevrimsiz AUSMD yöntemi	0,1658	0,5253	1,0	4.040	1 dakika 21 saniye
3	Küçültme çevrimsiz AUSMV yöntemi	0,1684	0,5333	1,0	4.040	1 dakika 8 saniye
4	Küçültme çevrimsiz Roe yöntemi	0,1648	0,5220	1,0	4.040	1 dakika 18 saniye
5	4 çözüm ağı küçültme çevrimli AUSM yöntemi	0,1603	0,5218	0,9	23.753	15 dakika 59 saniye
6	4 çözüm ağı küçültme çevrimli AUSMD yöntemi	0,1599	0,5203	1,0	25.362	17 dakika 17 saniye
7	4 çözüm ağı küçültme çevrimli AUSMV yöntemi	0,1608	0,5209	1,0	25.331	15 dakika 8 saniye
8	4 çözüm ağı küçültme çevrimli Roe yöntemi	0,1595	0,5193	1,0	25.178	21 dakika 15 saniye
-	AGARD	0,1538	0,5138	-	20.480	-

Çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman Roe'nun akı hesaplama yöntemi AGARD (1983) raporundaki sonuçlara en yakın sonuçları vermiştir. Sürüklenme katsayısını % 7,1, kaldırma katsayısını ise % 1,6 oranında fazla tahmin etmiştir. Buna karşılık, AUSM yöntemi, sürüklenme katsayısını % 9,8, kaldırma katsayısını ise % 5,5 oranında fazla tahmin ederek en kötü sonuçları vermiştir. Çözüm

adaptasyonu uygulandığında tüm test durumları AGARD (1983) raporundaki sonuçlara yakın sonuçlar vermiştir. Bu ilk dört test durumu için yaklaşık olarak aynı zamanda yakınsama elde edilmiştir. Roe yöntemi, sürüklenme katsayısını % 3,7, kaldırma katsayısını ise % 1,15 oranında fazla tahmin etmiştir. Buna karşılık, AUSMD yöntemi, sürüklenme katsayısını % 4,6 oranında, AUSM yöntemi ise kaldırma katsayısını % 1,6 oranında fazla tahmin ederek en kötü sonuçları vermiştir. Sonuç olarak, çözüm adaptasyonu tüm akı hesaplama yöntemleri ile hassas sonuçlar elde edilmesinde önemli bir rol oynamıştır. Değişik akı hesaplama yöntemleri ile elde edilen sonuçlar arasındaki farklılıklar çözüm ağı küçültme çevrim sayısının artırılması ile azalmaktadır. Şekil 5.5'te çözüm adaptasyonu kullanılmadan elde edilen basınç dağılımları, Şekil 5.6'da ise 4 çevrimlik çözüm adaptasyonu sonucunda elde edilen basınç dağılımları görülmektedir.

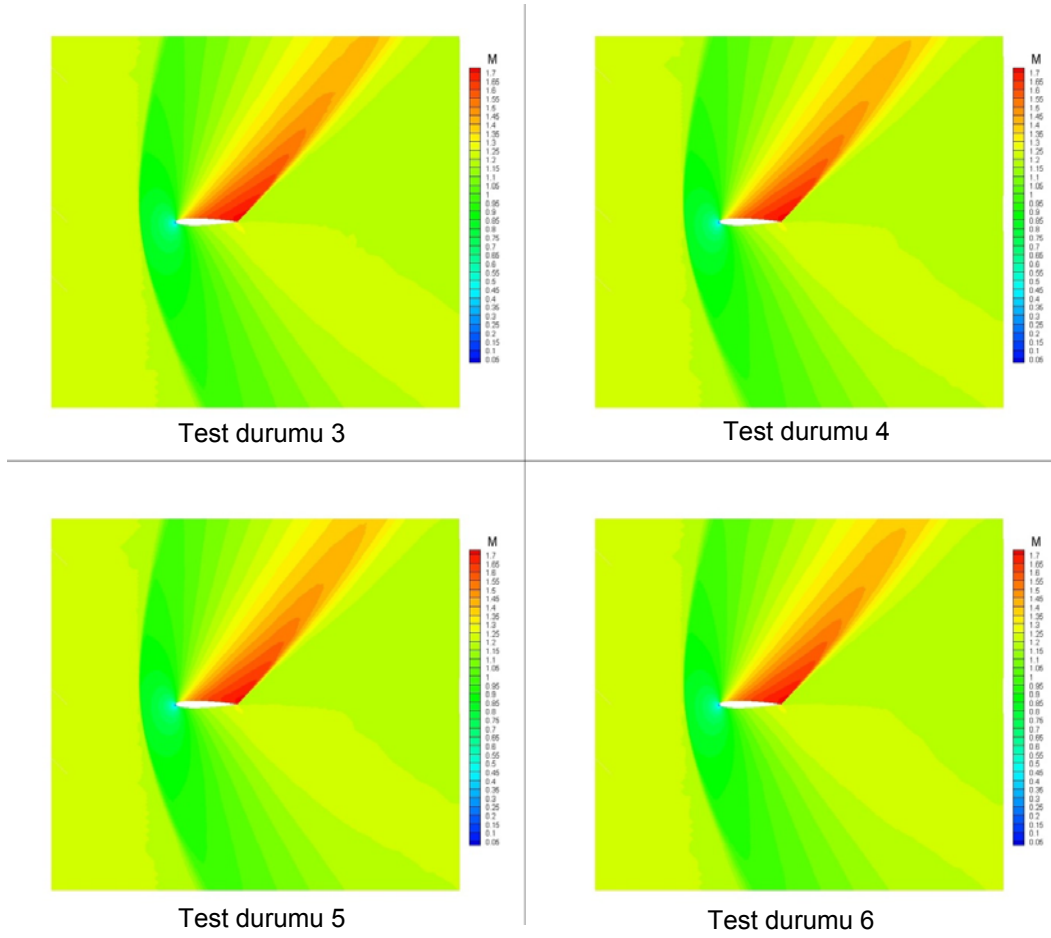


Şekil 5.5 NACA 0012 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses üstü akış için çözüm adaptasyonu kullanılmadan elde edilen basınç katsayısı dağılımı



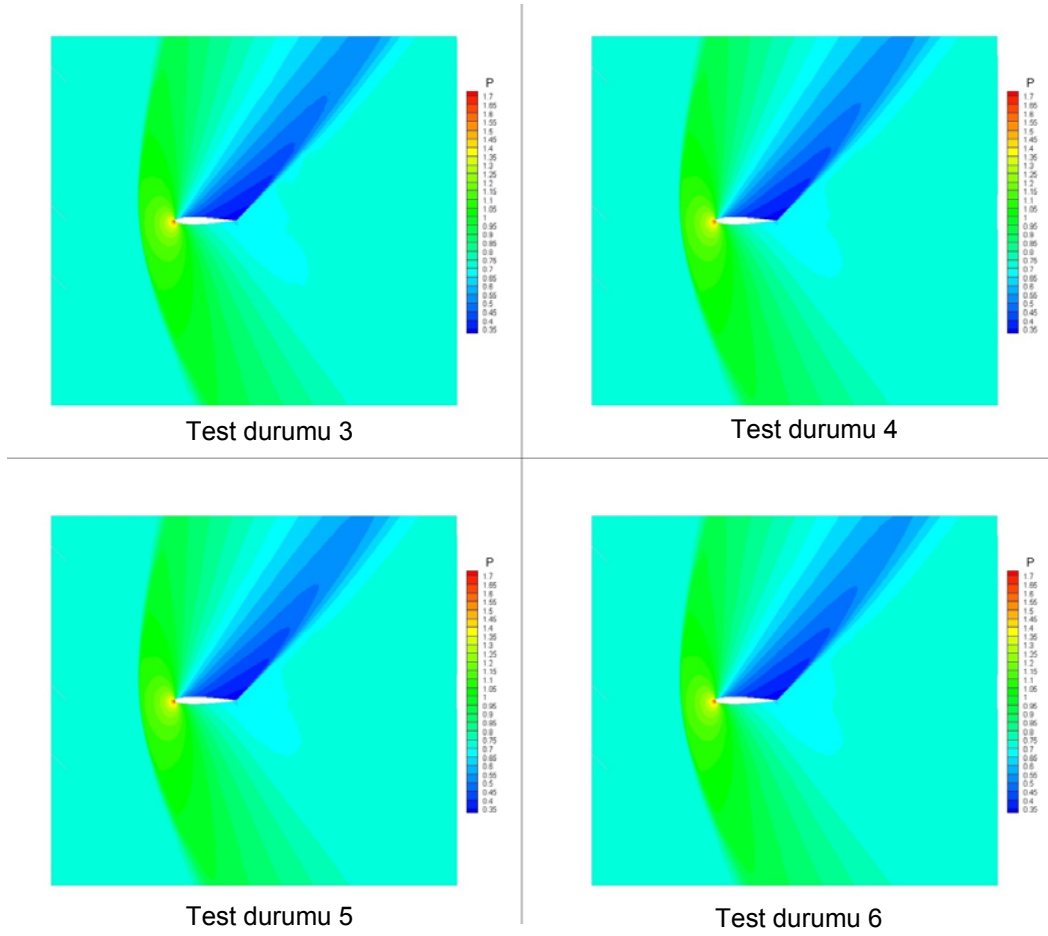
Şekil 5.6 NACA 0012 kanat profili etrafındaki viskoz olmayan ses üstü akış için çözüm adaptasyonu kullanılmadan elde edilen basınç katsayısı dağılımı

Şekil 5.5'te AUSM yönteminin kanat profilinin üst yüzeyinin ikinci yarısında AGARD (1983) raporunda verilen sonuçlara yaklaştığı görülmektedir. En büyük sapma ise alt yüzeyde görülmektedir. Buna karşılık, Roe akı hesaplama yönteminin alt yüzeyinin ikinci yarısında basınç dağılımını hassas bir şekilde yakalamasına karşılık, üst yüzeyde ise diğer yöntemlere göre en büyük sapmayı vermektedir. Şekil 5.6'da ise tüm yöntemlerin literatürde verilen sonucu yakaladığı görülmektedir. Bu yöntemler arasındaki farklılığı gözlemlenmek oldukça zordur. Şekil 5.7 ve 5.8'de çözüm adaptasyonu kullanılarak elde edilen Mach sayısı ve basınç eş eğrileri gösterilmiştir.



Şekil 5.7 Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için NACA 0012 kanat profili etrafındaki ses üstü akış için Mach eş eğrileri

Şekil 5.7’de değişik akı hesaplama yöntemleri arasındaki çok hafif farklılıklar görülmektedir. Hücum kenarı önünde oluşan yay şeklindeki şok bütün test durumlarında yakalanmıştır. Kanat profilini üst yüzeyindeki eğik şokun da tüm test durumları yakalanmasına karşılık, eğik şokun boyu ve şiddetinde bazı ufak farklılıklar bulunmaktadır. AUSM yönteminde şok boyunun biraz fazla olmasına karşılık, AUSMD yönteminde kısalmaktadır. Bunlara ek olarak, Roe yöntemi dört yöntem arasında en küçük şok boyunu veren yöntemdir. Şekil 5.8’de ise dört yöntemle de elde edilmiş olan eğik şok üzerindeki basınç farkı görülmektedir.



Şekil 5.8 Çözüm adaptasyonunun uygulandığı test durumları için NACA 0012 kanat profili etrafındaki ses üstü akış için basınç eş eğrileri

5.2 DÜŞÜK REYNOLDS SAYILI AKIŞLAR

Bu bölümde iki değişik problem incelenmiştir. Bunlardan bir tanesinin ses altı akış olmasına karşılık, diğeri ise oldukça düşük Reynolds sayısı için çözülen ses civarı akıştır. Düşük Reynolds sayılı akışlarda akış rejimi laminar olduğu için oldukça hassas sonuçlar elde edilmesi beklenmektedir. Buna karşılık, Kartezyen hesaplama ağı sınır tabaka içerisinde yeterli küçüklükte hücreler oluşturduğundan dörtgen hesaplama ağının kullanılmasına gerek olmamıştır. Melez hesaplama ağının etkisini görmek üzere birinci problem için sınır tabaka içerisinde dörtgen hesaplama ağı kullanılmıştır.

5.2.1 NACA 0012 Kanadı Etrafındaki Ses Altı Akış

Geliştirilen yazılımın düşük Reynolds sayılı problemler için test edilmesi amacıyla ilk olarak NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış incelenmiştir. Bu problem için Mach sayısı 0,5, hücum açısı 0 derece ve Reynolds sayısı 5000 olarak alınmıştır. Bu test probleminin amacı simetrik bir kanat profili için hesaplama ağının çözünürlüğünün artırılmasının önemini vurgulanmasıdır. Buna ek olarak, hücum açısının 0 olması nedeniyle, kanat profilinin alt ve üst yüzeylerindeki basınç ve sürtünme katsayılarının dağılımının simetrik olması gerekmektedir.

Toplam olarak 7 test durumu incelenmiştir. Bütün test durumları için dış sınırlar kanat profilinden kanat veter boyunun 18 katı kadar uzakta alınmıştır. Viskoz olmayan akı hesaplamaları için AUSMV akı hesaplama yöntemi kullanılmıştır. Çözümün yinelenmesine normalize edilmiş yoğunluğun ortalama karekökünün logaritması -9 olana kadar devam edilmiştir. Beş seviyeli çoklu ağ yöntemi çözümün hızlandırılması için kullanılmıştır. Tablo 5.5'te laminer ses altı akış için test durumlarının özellikleri verilmiştir.

Tablo 5.5 Laminer ses altı akış için test durumlarının ortak özellikleri

Hesaplama Ağı Parametreleri	
Dış sınır büyüklük faktörü	18
Dörtgen hücre kullanımı	Yok
Çözüm Parametreleri	
Şemanın derecesi	1
Akı hesaplama yöntemi	AUSMV
Çok kademe sayısı	3
CFL güvenlik faktörü	1
Çözünürlük çevrim aralığı	10
Yakınsama için log (RMS)	-9
Çoklu Ağ Parametreleri	
Çoklu ağ tipi	Testere dişi
Çoklu ağ seviyesi	5
Hassas ağda yineleme sayısı	15
Ara adım hesaplama sayısı	10
Son ağda yineleme sayısı	10

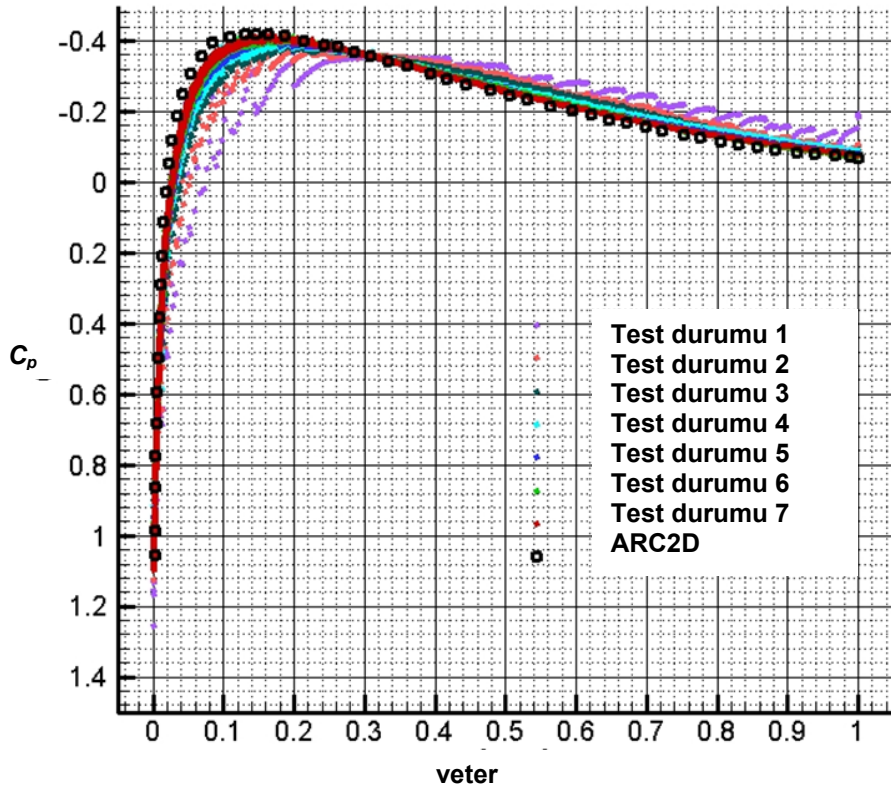
Bu test durumları için değişen tek parametre çözüm ağı küçültme çevrimlerinin (solution refinement cycle) sayısı olup, bu parametre 0 ile 6 arasında değiştirilmiştir. Çözüm adaptasyonu sırasında iki çevrim arasındaki aralık 10 olarak alınmıştır. Test durumları için elde edilen sürüklenme katsayısı değerleri ile NASA tarafından geliştirilmiş olan ARC2D yazılımından elde edilen değer Tablo 5.6'da verilmiştir. ARC2D yazılımı yapısal hesaplama ağı kullanmakta olup hücre merkezlidir. Buna ek olarak, çözüm zamanları ve hücre sayıları da Tablo 5.6'da verilmiştir.

Tablo 5.6 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için test durumlarının karşılaştırılması

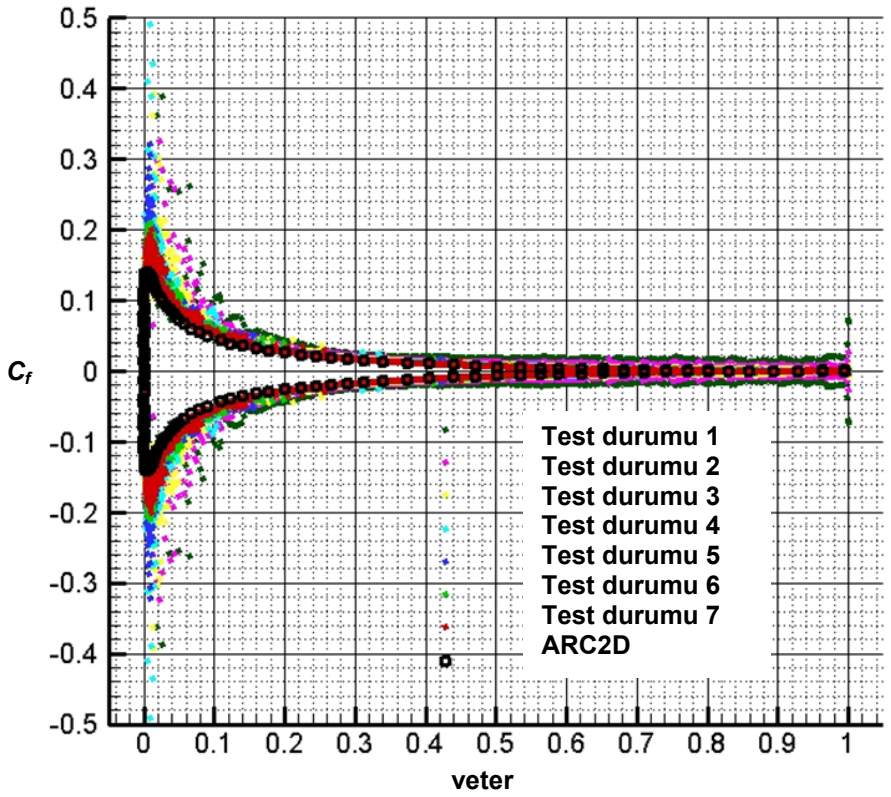
Test durumu	Tanım	C_D	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
1	Küçültme çevrimsiz	0,0651	4.040	0 saat 38 dakika 49 saniye
2	1 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0483	9.442	0 saat 43 dakika 56 saniye
3	2 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0397	21.208	1 saat 26 dakika 9 saniye
4	3 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0356	46.488	2 saat 44 dakika 23 saniye
5	4 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0328	92.486	4 saat 37 dakika 41 saniye
6	5 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,03 6	172.874	8 saat 23 dakika 3 saniye
7	6 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0311	335.606	25 saat dakika 16 saniye
-	ARC2D	0,0321	40.960	-

Çözüm ağı küçültme çevrimi sayısının azaltılmasıyla, sürüklenme katsayısının literatürde mevcut değere yaklaştığı görülmektedir. Buna karşılık yakınsama zamanının önemli ölçüde arttığı gözlenmektedir. Altıncı test durumu literatürde bulunan sürüklenme katsayısının değerine en yakın değeri vermiş olup, bu katsayıyı literatürde verilen katsayıya göre yüzde 1.6 az tahmin etmiştir. Bir fazla çözüm ağı küçültme çevrimi kullanılması sürüklenme katsayısını literatürde verilen değerden uzaklaştırmasına karşılık, Şekil 5.9'da görüldüğü gibi basınç dağılımını daha yakın olarak bulmaktadır.

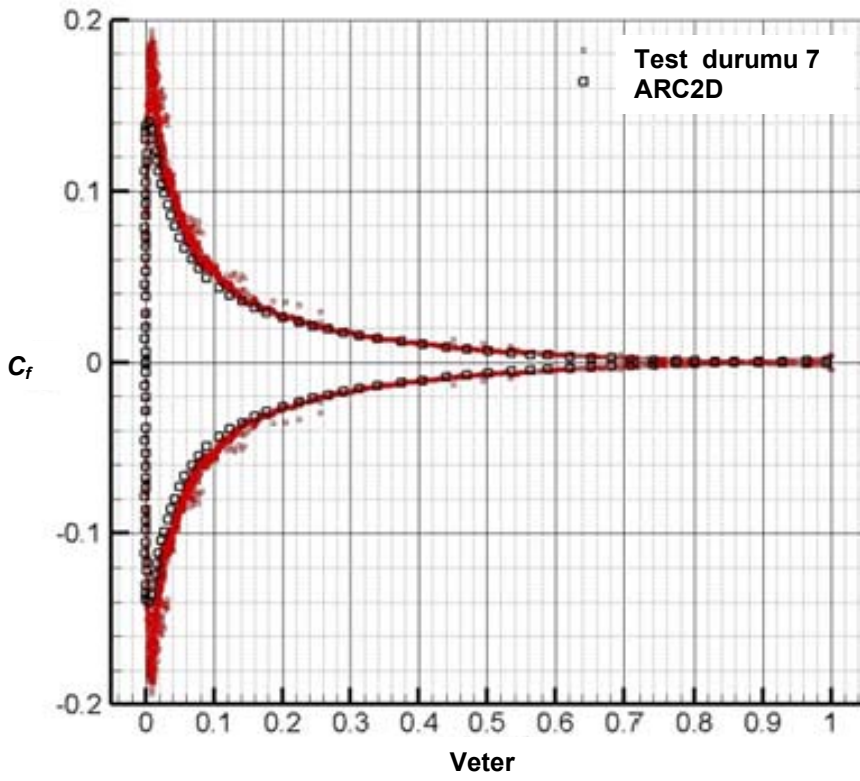
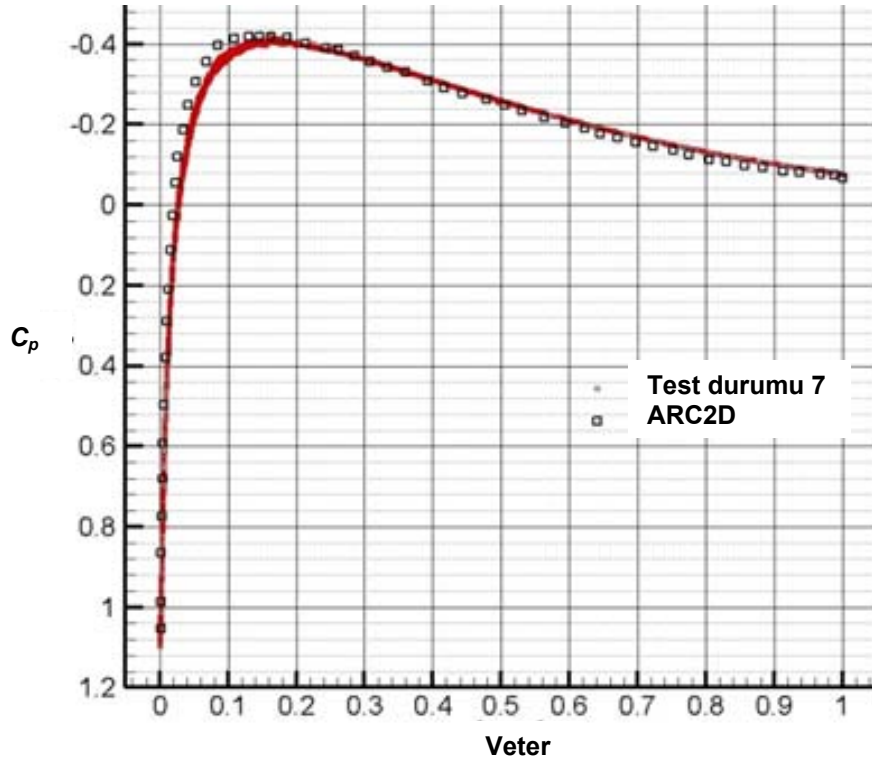
Şekil 5.9 ve 5.10, çevrim sayısının artırılmasıyla daha hassas basınç ve yüzey sürtünme dağılımı elde edilebildiğini göstermektedir. Basınç katsayısının en yüksek değerinin tam olarak elde edilememesine karşılık, yedinci test durumunun en yakın sonucu verdiği görülmektedir. İlk test durumlarında yüzey sürtünme katsayısı dağınlık göstermektedir. Çevrim sayısının artırılmasıyla, dağılımın hücre boyutlarının küçülmesi nedeniyle azaldığı anlaşılmaktadır. Bu nedenle, yedinci test durumu için daha hassas sonuçlar vermiştir. Karşılaştırmayı kolaylaştırmak amacıyla, yedinci test durumu Şekil 5.11'de ARC2D verileri ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.9 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için basınç katsayısı dağılımı



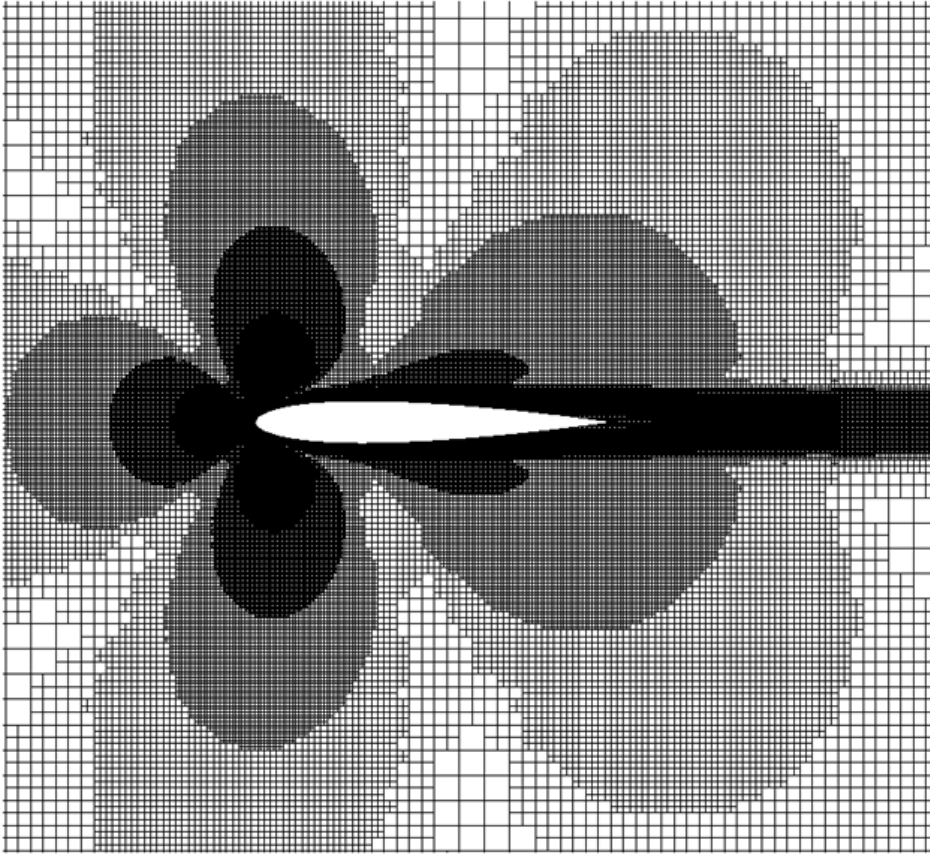
Şekil 5.10 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için yüzey sürtünme katsayısı dağılımı



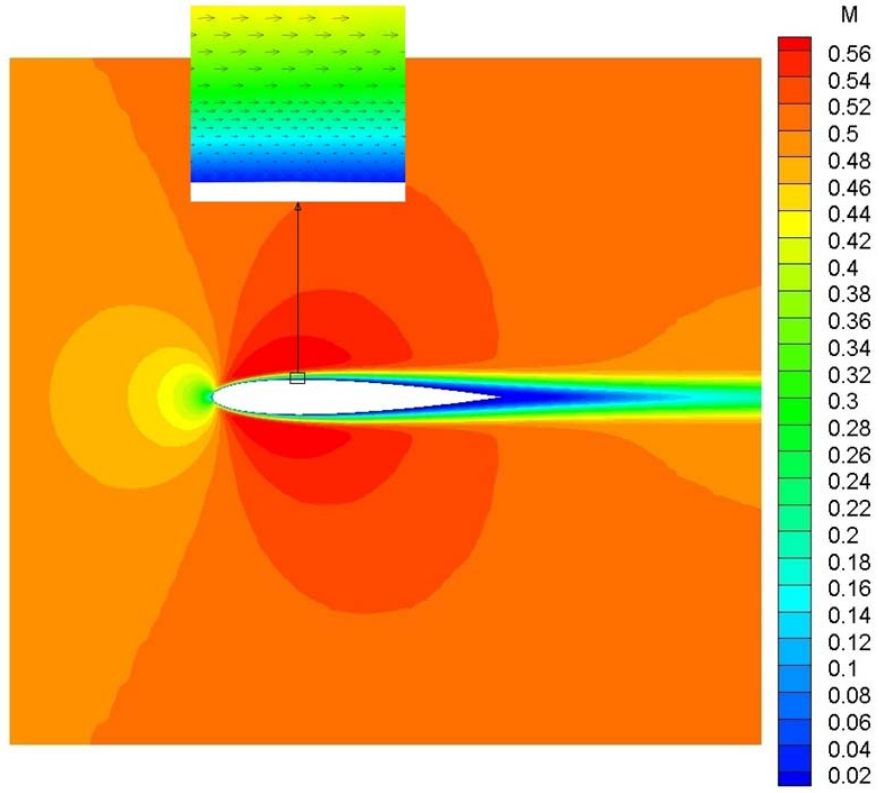
Şekil 5.11 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için yedinci test durumu ile ARC2D verilerinin karşılaştırılması

Yedinci test durumu basınç katsayısı için çok iyi sonuçlar vermektedir. Yüzey sürtünme katsayısının en büyük değeri % 42 oranında daha fazla bulunmasına karşılık, bu katsayının diğer değerleri literatürle uyumludur. Şekil 5.10'da çözüm ağı küçültme çevrimi sayısı arttırıldıkça, fazla tahmin etme oranının azaldığı görülmektedir. Çözüm ağı küçültme çevrimi sayısı arttırıldıkça, sürtünme katsayısının en büyük değeri için daha iyi sonuçlar alınabileceği tahmin edilmektedir. Buna karşılık, altıncı ve yedinci test durumları arasındaki yüzde artışa bakıldığında, yakınsama zamanının da önemli ölçüde artacağını tahmin etmemek mümkün değildir.

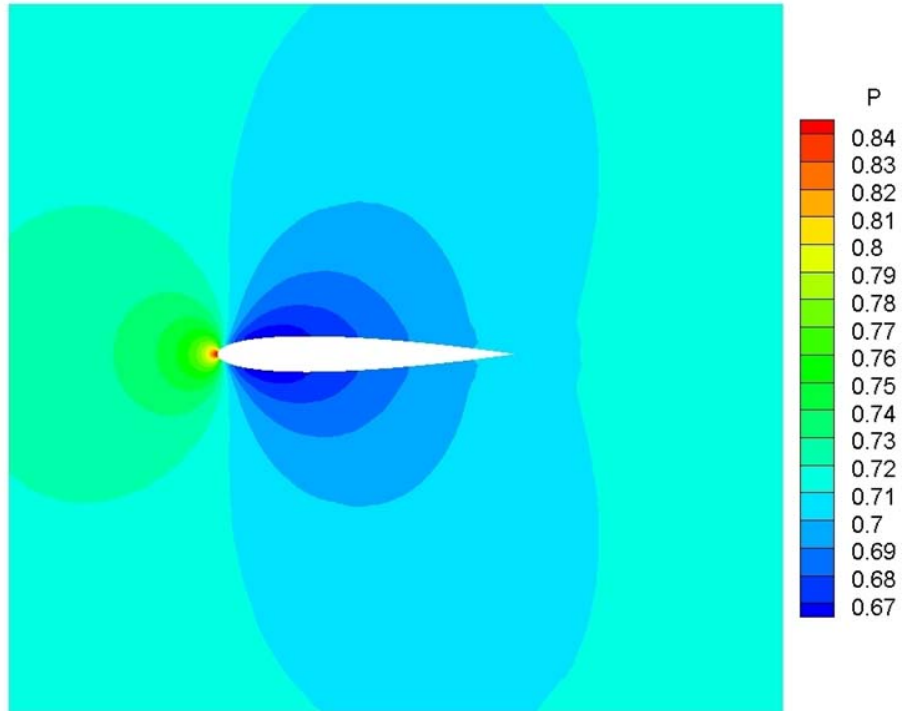
Yedinci test durumu için kullanılan hesaplama ağı Şekil 5.12'de gösterilmiştir. Durgunluk noktaları nedeniyle hücum kenarına yakın bölgelerde oluşan hassas hesaplama ağı kolaylıkla görülebilmektedir. Buna ek olarak, kayma tabakaları da çözüm ağının küçültülmesiyle daha hassas bir şekil almıştır. Mach sayısı ve basınç eş eğrileri sırasıyla Şekil 5.13 ve 5.14'de verilmiştir. Veter uzunluğunun % 30'unda üst yüzey hız dağılımı Şekil 5.13'de gösterilmiştir.



Şekil 5.12 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer ses altı akış için kullanılan hesaplama ağı



Şekil 5.13 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için Mach eş eğrileri



Şekil 5.14 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için basınç eş eğrileri

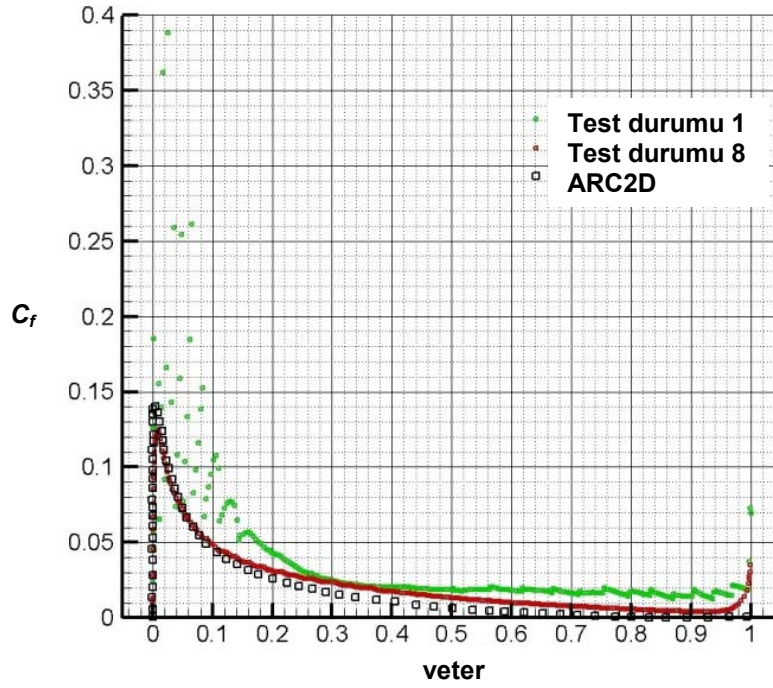
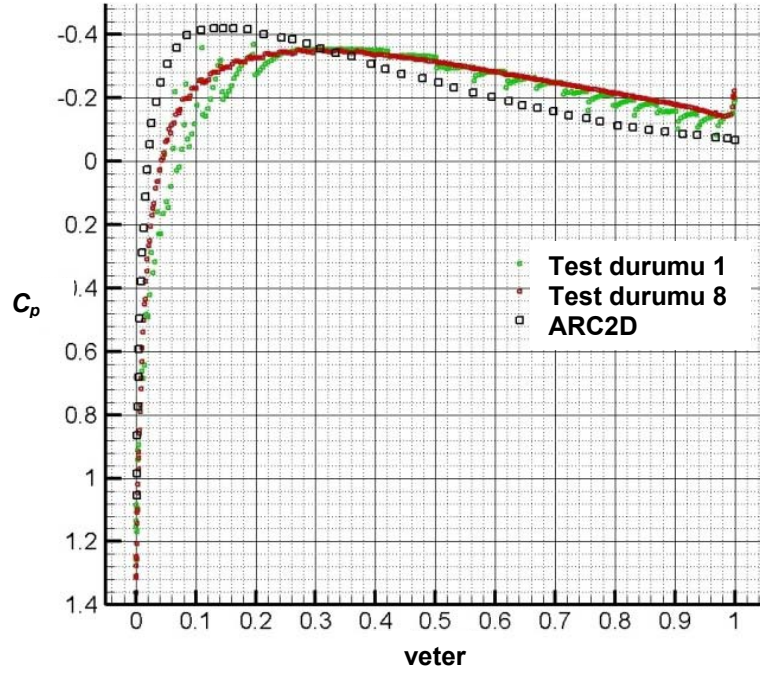
Sadece Kartezyen hesaplama ağlarının kullanıldığı test durumları yanında sekizinci ve dokuzuncu test durumlarında melez ağ yapısının laminer akış üzerindeki etkisi incelenmiştir. Her iki test durumu için de 16 sıra dörtgen hücre kullanılmıştır. Dokuzuncu test durumunda çoklu ağ yapısı kullanılmamasına karşılık, sekizinci test durumunda kullanılmıştır. Sonuçlar Tablo 5.7’de gösterilmiştir. Tablo 5.6 ve 5.7’den görüldüğü gibi melez hesaplama ağının çözüm adaptasyonunun uygulanmadığı durumlara göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Tablo 5.7 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer ses altı akış için melez hesaplama ağlarının kullanıldığı test durumlarının karşılaştırılması

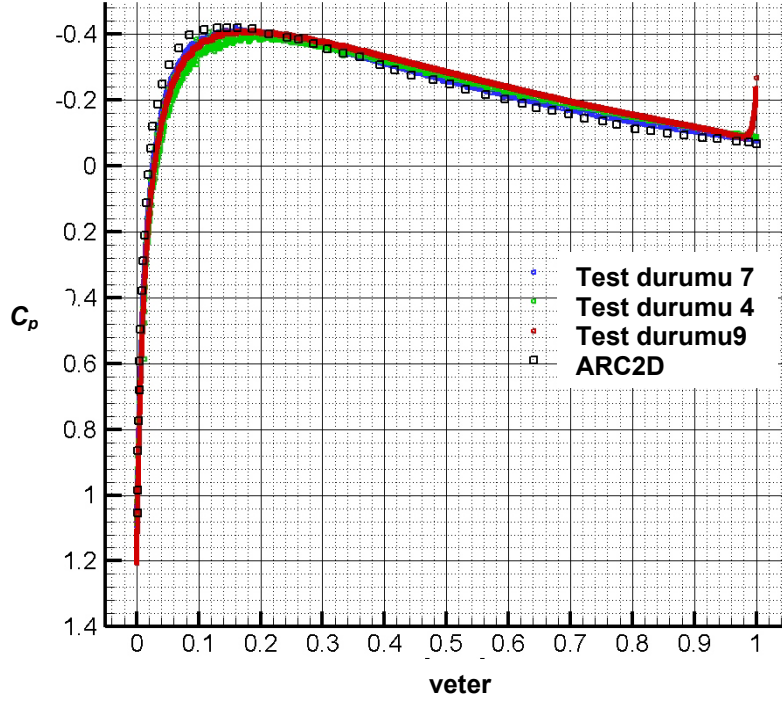
Test durumu	Tanım	C_D	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
8	Küçültme çevrimsiz	0,0590	14.562	15 saat 16 dakika 54 saniye
9	3 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0371	107.250	108 saat 46 dakika 36 saniye
-	ARC2D	0,0321	40.960	-

Şekil 5.15’te çözüm adaptasyonu kullanılmadan Kartezyen ve melez hesaplama ağları için basınç ve yüzey sürtünme katsayılarının dağılımları karşılaştırılmıştır. Birinci test durumunda değişik boyutlardaki hücrelerin kullanılmasından kaynaklanan saçılma, melez hesaplama ağı kullanıldığında önemli ölçüde azalmaktadır. Buna ek olarak, sekizinci test durumunda dörtgen hücrelerin kullanılmadığı birinci test durumunda elde edilemeyen yüzey sürüklenme katsayısının doruk noktası yakalanabilmektedir. Ayrıca, genel olarak sekizinci test durumunun sonucu birinci test durumuna göre literatürde verilen sonuçlara göre daha yakındır. Buna karşılık, kritik bölgelerde yeterli küçüklükte hücreler kullanılmadığı için basınç dağılımı hala referans dağılımdan uzaktır.

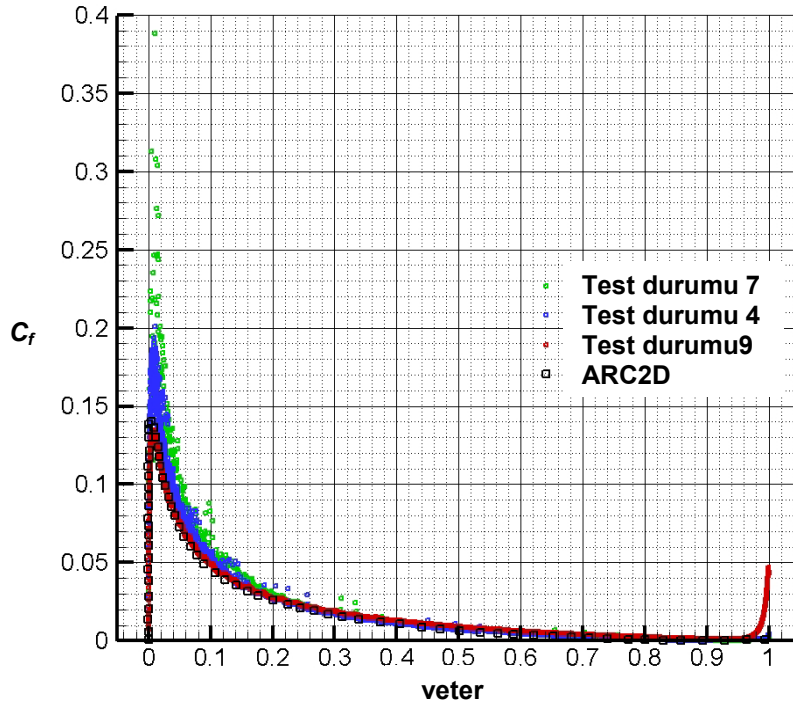
Şekil 5.16 ve 5.17’de üç çevrimli çözüm adaptasyonu ve melez hesaplama ağının kullanıldığı dokuzuncu test durumu, üç çevrimli çözüm adaptasyonu ve Kartezyen hesaplama ağının kullanıldığı üçüncü test durumu, altı çevrimli çözüm adaptasyonu ve Kartezyen hesaplama ağının kullanıldığı yedinci test durumu ve ARC2D için basınç ve yüzey sürtünme katsayılarının karşılaştırılması gösterilmiştir. Basınç dağılımı için yedinci test durumu en iyi sonucu vermesine karşılık, dokuzuncu test durumu yüzey sürtünmesinin dağılımı için en iyi sonucu vermektedir. Tüm yüzey üzerindeki yüzey sürtünme katsayısının dağılımı ile hücum kenarındaki doruk noktasının hassas bir şekilde yakalanmasına karşılık, hücum kenarında hem basınç, hem de yüzey sürtünme katsayılarında sapmalar görülmüştür. Sonuç olarak, melez hesaplama ağının yüzey sürüklenme katsayısı için daha hassas ve saçılmasız sonuçlar vermesine karşılık, yakınsama zamanının önemli ölçüde arttığı görülmüştür. Buna karşılık, melez hesaplama ağının basınç katsayısının dağılımı üzerinde önemli bir etkisi olmadığı belirlenmiştir.



Şekil 5.15 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için birinci ve sekizinci test durumlarının ARC2D'nin sonuçları ile karşılaştırılması



Şekil 5.16 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için melez ve Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak elde edilen basınç katsayısı dağılımı



Şekil 5.17 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için melez ve Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak elde edilen yüzey sürtünme katsayısı dağılımı

5.2.2 NACA 0012 Kanadı Etrafındaki Ses Civarı Akış

İkinci problem ise Mach sayısının 0,8, hücum açısını 10 derece ve Reynolds sayısının 500 olduğu durumda NACA 0012 kanadı etrafındaki laminar akıştır. Bu problemin amacı geliştirilen yazılımın çok düşük Reynolds sayılı problemleri çözebildiğini göstermektedir. Buna ek olarak, değişik çözüm adaptasyonu döngüleri karşılaştırılarak, çözüm adaptasyonunun önemi gösterilmiştir.

Bu problemde de bir önceki probleme benzer olarak yedi test durumu kullanılmıştır. Tüm test durumları için viskoz olmayan akıların hesaplanmasında AUSMV akı hesaplama yöntemi kullanılmıştır. Uzak sınırlar kanattan 18 veter boyu uzaklığa konulmuştur. İki çözüm yoğunlaştırma döngüsü arasındaki aralık 15 olarak alınmıştır. Yakınsama kistası olarak yoğunluktaki son artakalan -9 olarak tanımlanmıştır. Çoklu hesaplama ağının çok düşük Reynolds sayıları için uygulanmasında problemlerle karşılaşıldığı için bu yöntem ilk 6 test durumuna uygulanmamıştır. Bu problemin çözülmesinden sonra, çoklu hesaplama ağ yöntemi üç döngü ile yedinci test durumu için uygulanmıştır.

Tablo 5.8 Laminer ses civarı akış için test durumlarının ortak özellikleri

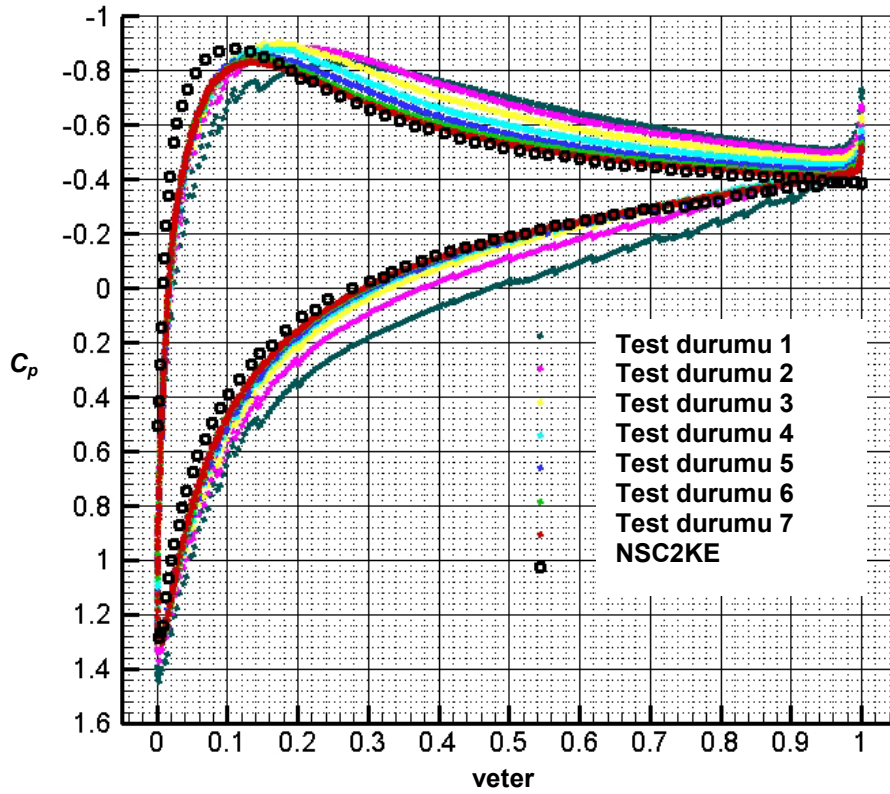
Hesaplama Ağı Parametreleri	
Dış sınır büyüklük faktörü	18
Dörtgen hücre kullanımı	Yok
Çözüm Parametreleri	
Şemanın derecesi	1
Akı hesaplama yöntemi	AUSMV
Çok kademe sayısı	3
CFL emniyet faktörü	1
Çözünürlük çevrim aralığı	15
Yakınsama için log (RMS)	-9

Tablo 5.8'te, tüm test durumları için, sürüklenme ve kaldırma katsayıları ile yakınsama zamanını göstermektedir. Bu problem için literatürde veri bulunamamasından dolayı, karşılaştırmalar bu yazılımla çözülen test durumları arasında yapılmıştır. Buna karşılık, basınç katsayıları ile yüzey sürtünme katsayıları Bonfiglioli (1998) tarafından NSC2KE çözücüsü ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada kullanılan hesaplama ağı, 10.924 üçgen elemandan ve 5.590 düğüm noktasından oluşan düzenli ve düzensiz hücrelerden oluşan melez bir hesaplama ağıdır. Sonuçlar Şekil 5.18 ve 5.19'da gösterilmiştir.

Sürüklenme ve kaldırma katsayıları çözüm yoğunlaştırma döngüleri arttırıldıkça azalmaktadır. Buna ek olarak, yedinci test durumu için gerekli çözüm zamanı üç kademelik çoklu ağ yöntemi kullanıldığı için altıncı test durumuna göre önemli ölçüde azalmıştır. Bu problem için sayısal ve deneysel sonuçların

olmamasından dolayı, çözümün hassasiyeti bu katsayıların incelenmesi ile anlaşılacaktır. Buna karşılık, Şekil 5.18 ve 5.19'nun karşılaştırma amacı ile kullanılması mümkündür.

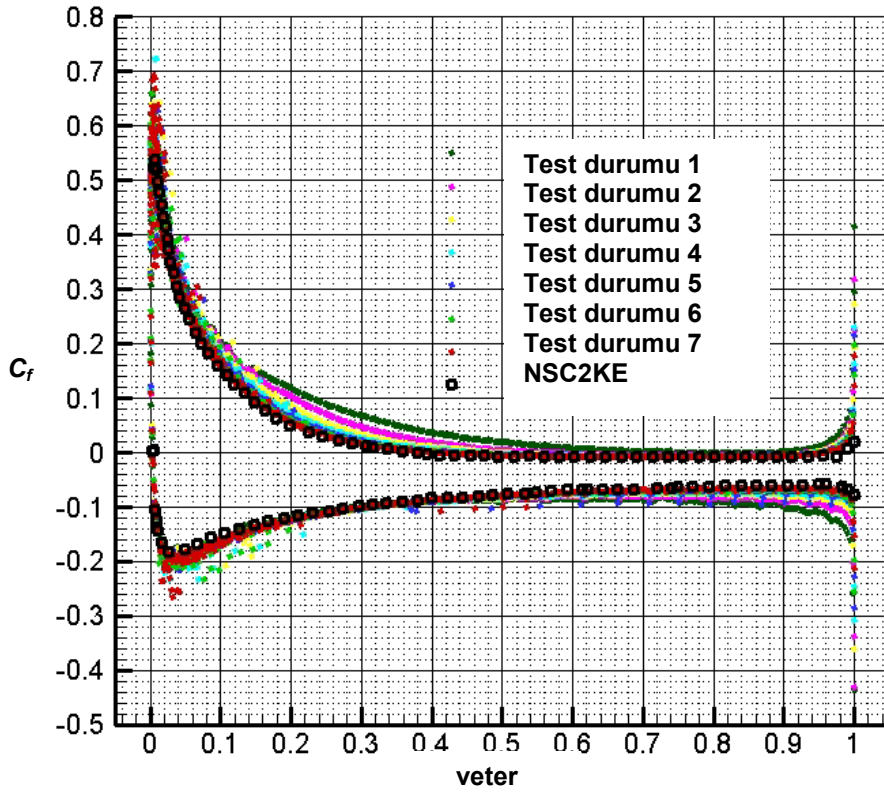
Şekil 5.18 ve 5.19'dan çevrim sayısının artırılmasıyla referansta verilen sonuçlara daha yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir. İlk test durumları için, çevrim sayısı her arttırıldığında, çözümlerin önemli ölçüde saptığı gözlemlenmiştir. Ancak, daha sonraki test durumlarında fark azalmıştır. Altıncı ve yedinci test durumları incelendiğinde basınç ve yüzey sürtünme katsayılarında çok az bir farkın olduğu görülmektedir. Bu son iki test durumu en iyi sonucu vermektedir. Ancak, hücum kenarı etrafındaki bölgelerde, basınç katsayısı az olarak tahmin edilerek, tepe noktası tam olarak yakalanamamaktadır. Buna karşılık, geometrinin diğer bölgelerindeki basınç dağılımı literatürdeki sonuçlarla iyi bir uyum sağlamaktadır. Yüzey sürtünme katsayısı ise literatürdeki verilerin en alçak ve en yüksek noktalarında çok az fark olmasına karşılık uyumlu bir şekilde elde edilmiştir.



Şekil 5.18 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için basınç katsayısı dağılımı

Tablo 5.9 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması

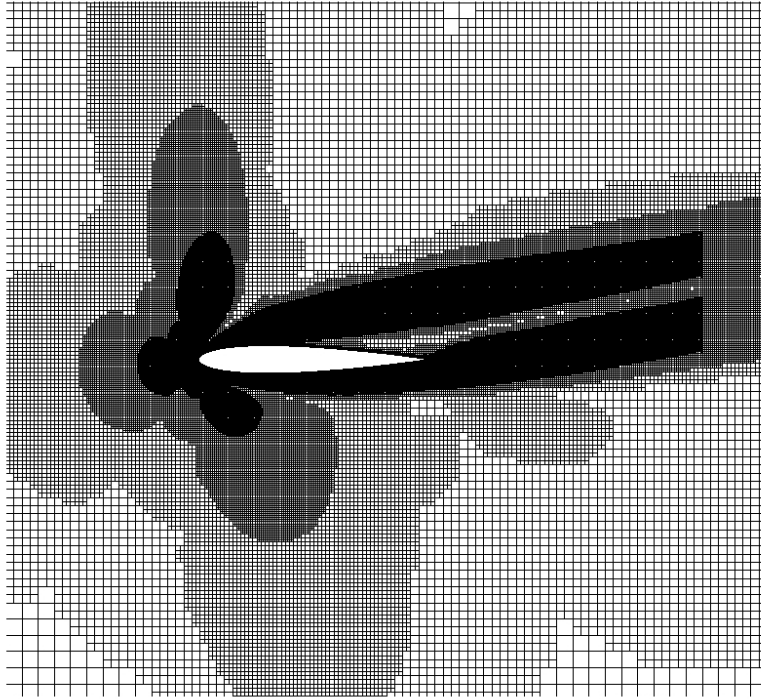
Test durumu	Tanım	C_D	C_L	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
1	Küçültme çevrimsiz	0,2256	0,6752	4.040	6 saat 38 dakika 26 saniye
2	1 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,2084	0,6156	7.378	10 saat 49 dakika 25 saniye
3	2 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,1942	0,5598	12.902	17 saat 29 dakika 57 saniye
4	3 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,1841	0,5195	23.411	28 saat 36 dakika 12 saniye
5	4 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,1775	0,4931	45.024	36 saat 18 dakika 49 saniye
6	5 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,1718	0,4705	87.372	77 saat 5 dakika 29 saniye
7	6 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,1686	0,4589	176.059	34 saat 33 dakika 37 saniye



Şekil 5.19 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için yüzey sürtünme katsayısı dağılımı

Yedinci test durumu için kullanılan hesaplama ağı Şekil 5.20'de gösterilmiştir. Hücüm kenarı etrafındaki bölgelerde durgunluk noktaları etrafında oluşan büyük gradyanlar nedeniyle hücreler ufalmaktadır. Akışın hücüm açısı ile gelmesi nedeniyle, iz bölgesi kanat profilinin arka kenarı yerine kanadın üst yüzeyinde sıfır dereceden farklı bir açı ile oluşmaktadır. İz bölgesinde bazı tabakalar oluşması nedeniyle bu bölgedeki hücreler çözüm adaptasyonu ile küçülmektedir.

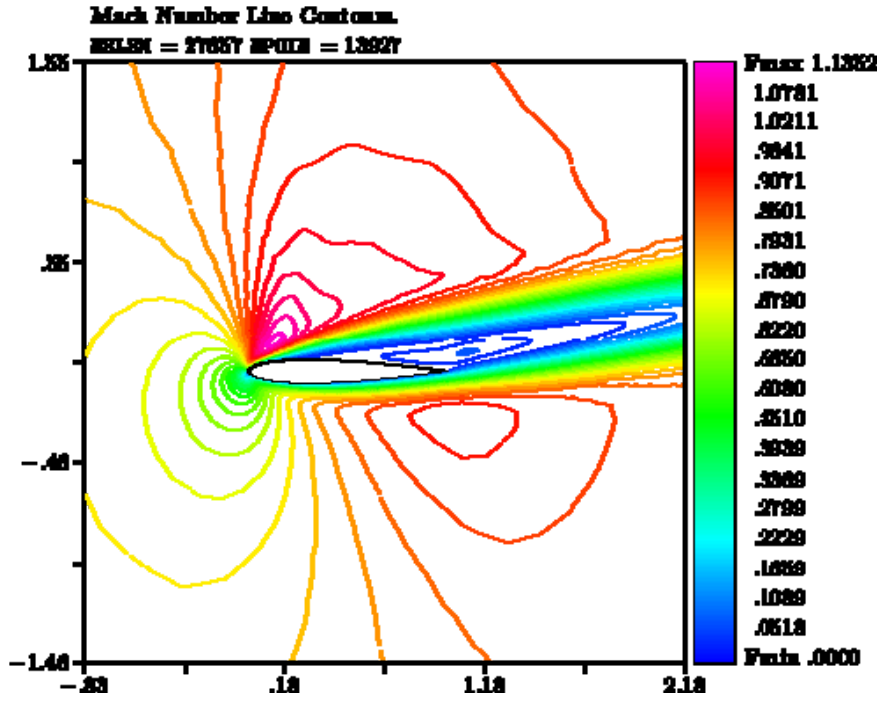
NSC2KE yazılımıyla ve yedinci test durumu için elde edilen Mach eş eğrileri sırasıyla Şekil 5.21 ve 5.22'de gösterilmiştir. Bu iki şekil arasındaki benzerlik açıkça görülmektedir. Buna ek olarak, yedinci test durumu için basınç ve sıcaklık eş eğrileri sırasıyla Şekil 5.23 ve 5.24'te verilmiştir.



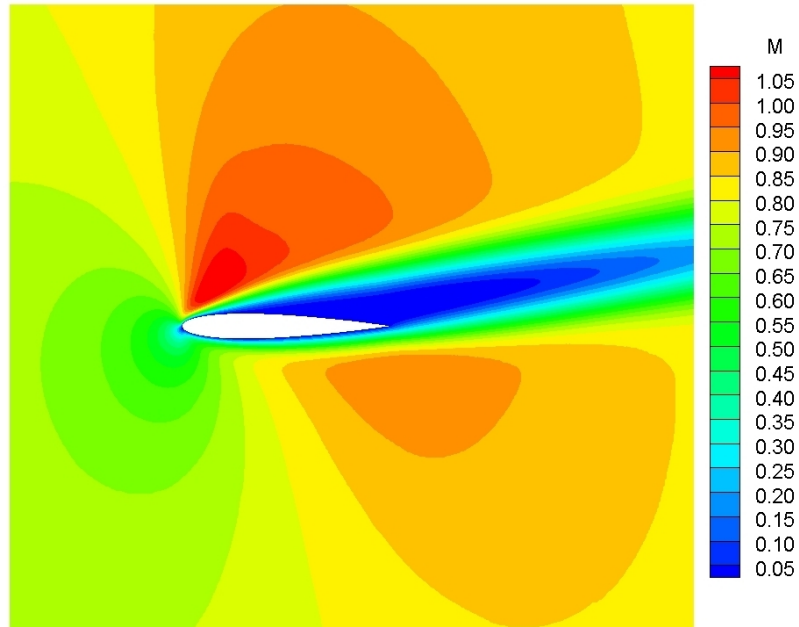
Şekil 5.20 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için kullanılan hesaplama ağı

5.3 YÜKSEK REYNOLDS SAYILI AKIŞLAR

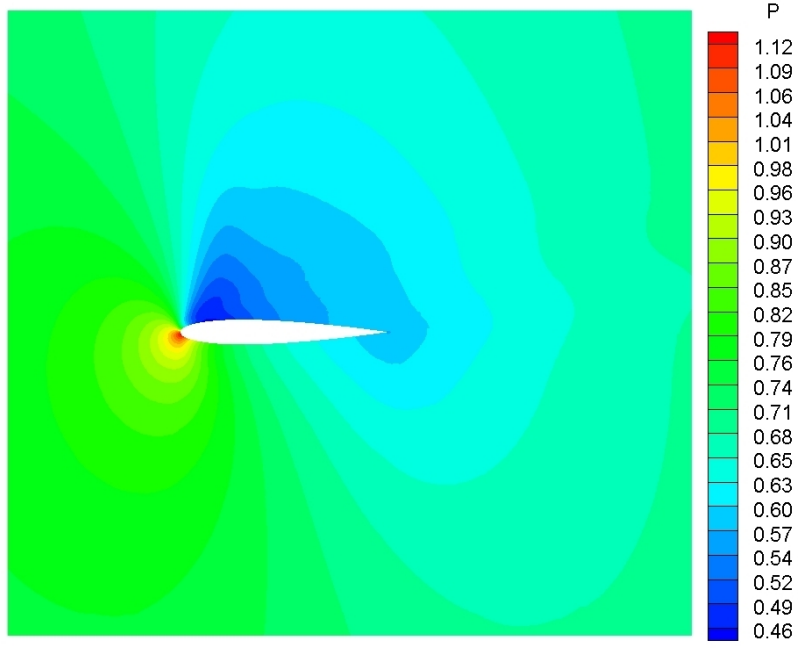
Bu bölümde ses altı akış içinde çok parçalı bir kanat profili test edilmiştir. Reynolds sayısının yüksek olması nedeniyle, bu problemde akış türbülanslıdır. Bu nedenle, deneysel sonuçlarla yakın sonuçlar elde edilmesi beklenmemektedir. Bu problemin seçilmesinin amacı, sınır tabaka içerisinde gövde uyumlu sınır tabaka hesaplama ağı ile sınır tabaka dışındaki Kartezyen hesaplama ağından oluşan değişik melez hesaplama ağlarının etkilerinin incelenmesidir.



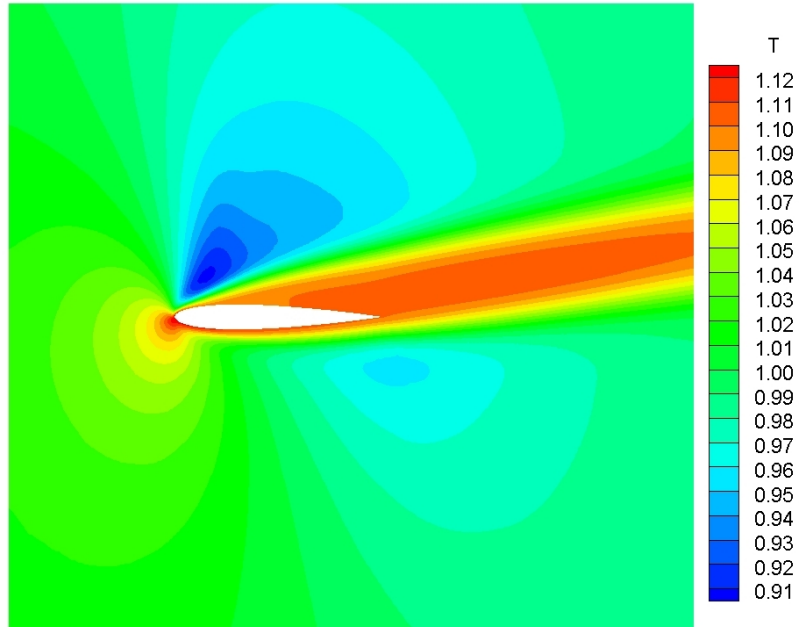
Şekil 5.21 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için NSC2KE yazılımı ile elde edilen Mach eş eğrileri



Şekil 5.22 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için elde edilen Mach eş eğrileri



Şekil 5.23 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için elde edilen basınç eş eğrileri



Şekil 5.24 Yedinci test durumunda NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için elde edilen sıcaklık eş eğrileri

5.3.1 30P30N Kanat Profili Etrafındaki Ses Altı Akış

Bu çalışmada üç parçalı bir kanat profili olan 30P30N etrafındaki ses altı akış incelenmiştir. Bu problemde Mach sayısı 0.2, hücum açısı 8 derece ve Reynolds sayısı 9.000.000 olarak alınmıştır. Tüm test durumları için dörtgen hücrelerin sıra sayısı dışındaki parametreler değiştirilmemiştir. Test durumlarının ortak özellikleri Tablo 5.7’de verilmiştir. Sıra sayısı beş değişik test durumu için 0 ile 32 arasında değiştirilmiş ve sonuçlar Sangho, Alonso ve Jameson (2002) tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.10 Yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için test durumlarının ortak özellikleri

Hesaplama Ağı Parametreleri	
Dış sınır büyüklük faktörü	18
Esneleme faktörü	1.1
Çözüm Parametreleri	
Şemanın derecesi	1
Akı hesaplama yöntemi	AUSMV
Çok kademe sayısı	3
CFL emniyet faktörü	1
Çözünürlük çevrim aralığı	15
Yakınsama için log (RMS)	-8

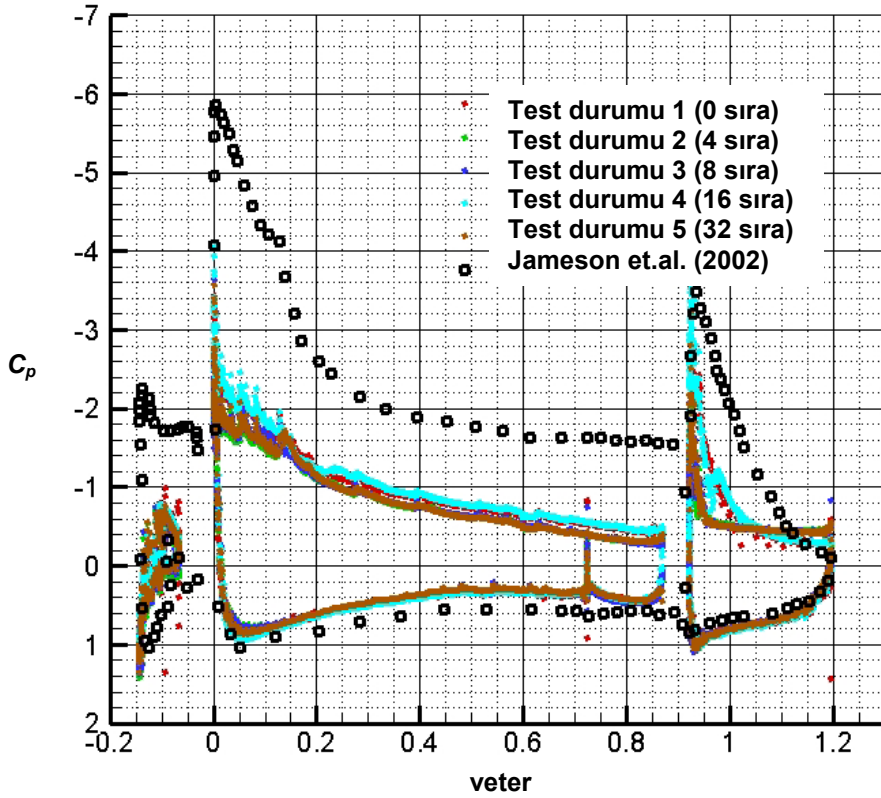
Tüm test durumları için viskoz olmayan akı hesaplama yöntemi olarak AUSMV ve üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılmıştır. Normalize edilmiş artakalan -8 olduğu zaman, yakınsamanın elde edildiği varsayılmıştır. Dörtgen hücreler arasındaki ilişki 1,1 değerine sahip bir esneleme faktörü ile sağlanmıştır. Bu problemde çoklu ağ yöntemi kullanılmamıştır. Tüm test durumları için sonuçlar Tablo 5.9’da verilmiştir.

Tablo 5.9’dan anlaşılacağı üzere, dörtgen hücreler kullanıldığı zaman hesaplama zamanı belirgin bir şekilde artmaktadır. Bütün test durumları için çözüm adaptasyonu çevrim sayısının eşit olarak alınmasına karşılık, sıra sayısı arttıkça hücre sayısı belirgin bir şekilde artmaktadır.

Şekil 5.25’te, bütün test durumları için basınç katsayısı dağılımı literatürde bulunan deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Üst yüzey üzerinde deneysel sonuçlara en yakın sonuçlar ilk iki test durumu için elde edilmiştir. Ancak, gerçek akış türbülanslı olduğu için sayısal sonuçlar ile deneysel sonuçlar arasında büyük bir fark bulunmaktadır. Sıra sayısının artmasıyla, bu fark daha da artmaktadır.

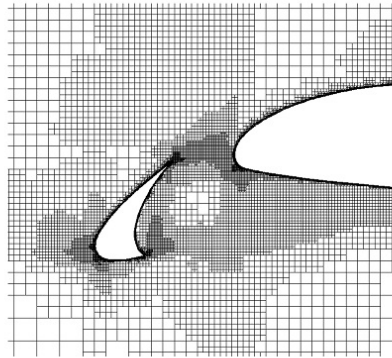
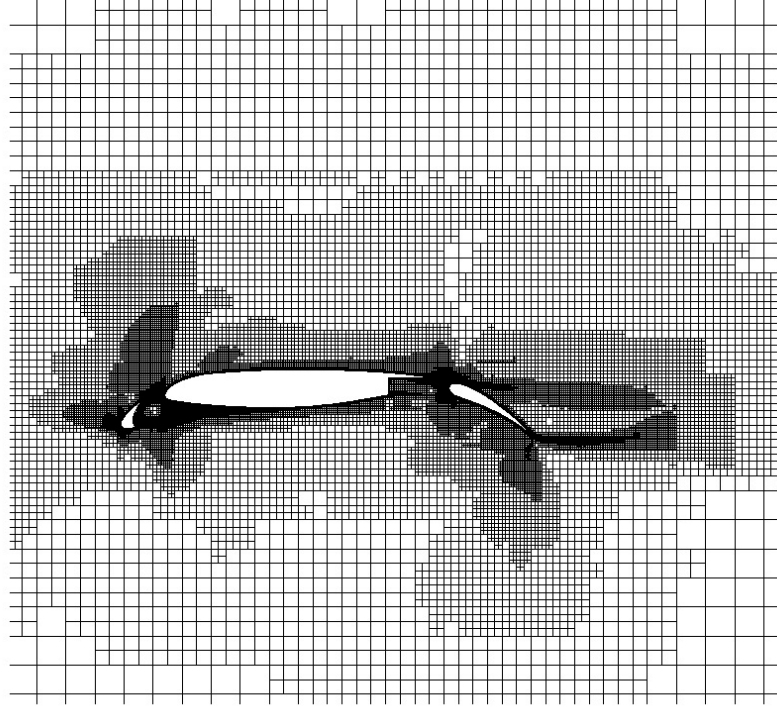
Tablo 5.11 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses civarı akış için test durumlarının karşılaştırılması

Test durumu	Tanım	C_D	C_L	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
1	Dörtgen hüresiz	0,2121	1,1911	38254	6 saat 57 dakika 24 saniye
2	4 sıra dörtgen hücre	0,2010	1,2182	62675	33 saat 43 dakika 47 saniye
3	8 sıra dörtgen hücre	0,2115	1,0278	82702	49 saat 3 dakika 54 saniye
4	16 sıra dörtgen hücre	0,2293	1,0181	111051	97 saat 14 dakika 8 saniye
5	32 sıra dörtgen hücre	0,2191	1,0351	172114	104 saat 47 dakika 12 saniye

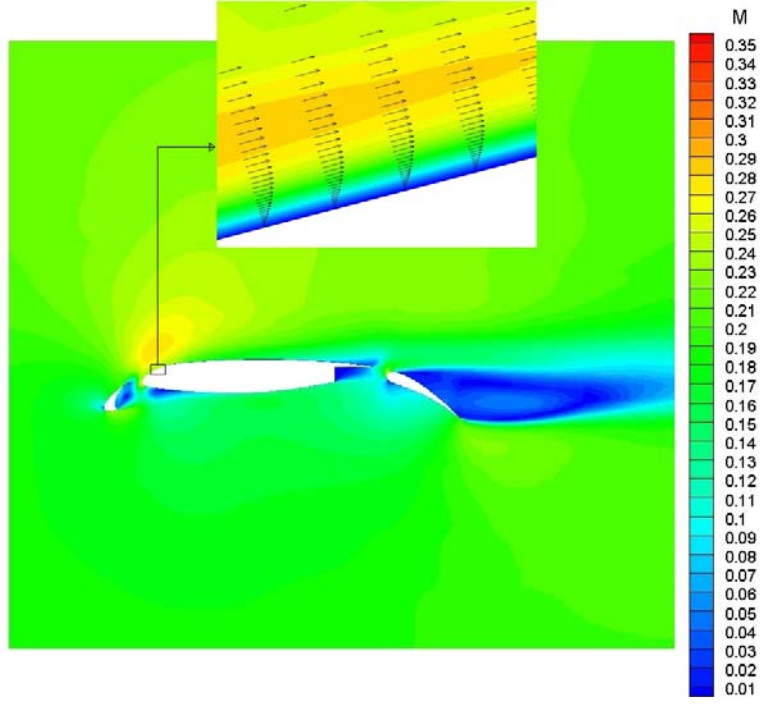


Şekil 5.25 30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için basınç katsayısı dağılımı

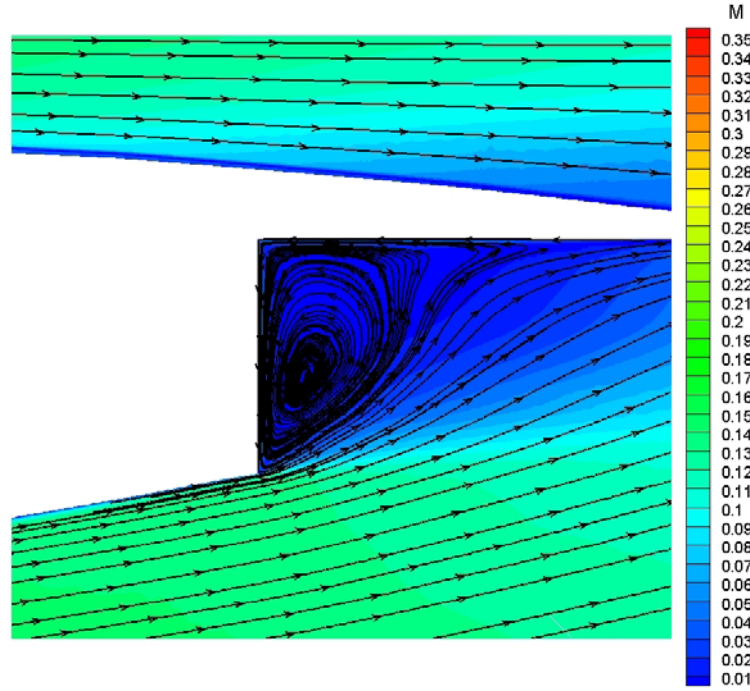
5. test durumu için kullanılan hesaplama ağı Şekil 5.26'da gösterilmiştir. Şekil 5.27 ve 5.29'da beşinci test durumu için Mach ve basınç eş eğrileri gösterilmiştir. Ana elemanın veter uzunluğunun % 10'unda üst yüzey üzerindeki hız profili Şekil 5.27'de gösterilmiştir. Kanadın ana elemanının firar kenarı yakınında oluşan girdap Şekil 5.28'de görülmektedir.



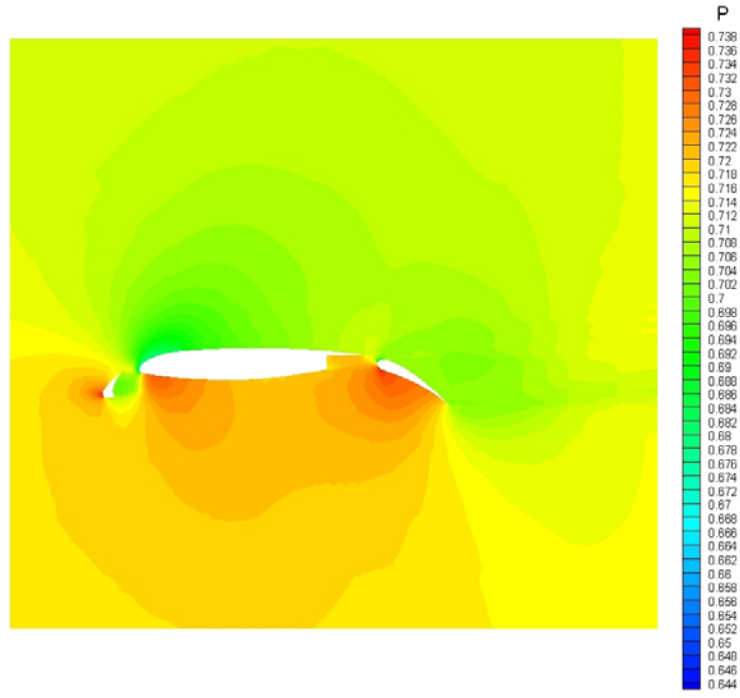
Şekil 5.26 30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için hesaplama ağı (beşinci test durumu)



Şekil 5.27 30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için Mach eş eğrileri (beşinci test durumu)



Şekil 5.28 30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için ana elemanın firar kenarı etrafındaki akım çizgileri (beşinci test durumu)



Şekil 5.29 30P30N kanat profili etrafındaki yüksek Reynolds sayılı ses altı akış için basınç eş eğrileri (beşinci test durumu)

BÖLÜM 6

DEĞERLENDİRME

Bu çalışmanın amacı sonlu hacim yöntemi ile Kartezyen hesaplama ağlarında kullanılmak üzere iki boyutlu laminar akışlar için Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmesidir. Geliştirilen çözücü hem viskoz olmayan akışlar, hem de laminar viskoz akışlar için doğrulanmıştır.

Geliştirilen çözücünün viskoz olmayan akışlar için doğrulanabilmesi için iki test durumu incelenmiştir. Birinci test durumunda, birinci ve ikinci derece akı hesaplama yöntemleri 0, 3 ve 5 çevrimli çözüm adaptasyonu ile birlikte kullanılmıştır. Çözüm adaptasyon sayısı düşük olduğu zaman ikinci dereceden akı hesaplama yöntemlerinin literatürde verilen sonuçlara daha fazla yaklaştığı belirlenmiştir. 5 çevrimli çözüm adaptasyonu kullanıldığı zaman birinci ve ikinci derece şemalarla hemen hemen aynı sonuçlar elde edilmiştir. Buna ek olarak, hesaplama ağının küçültülmesinin önemi gösterilmiştir. Çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman basınç dağılımı literatürde verilen basınç dağılımından belirgin bir şekilde sapmaktadır. Buna karşılık, 5 çevrimli çözüm adaptasyonu kullanıldığı zaman yakınsama zamanı artmasına karşılık, özellikle kanat profilinin üst yüzeyinde oluşan şok dalgası literatürde verilene çok yakın bir yerde yakalanmaktadır.

İkinci test durumunda viskoz olmayan akı hesaplama yöntemleri çözüm adaptasyonu kullanılmadan ve kullanılarak incelenmiştir. Çözüm adaptasyonu kullanıldığı zaman, tüm yöntemler yaklaşık olarak aynı basınç dağılımını vermiştir. Bu yöntemler arasındaki fark çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman belirgin olmaktadır. Üzerinde çalışılan test durumunda, çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman alt yüzeydeki en iyi sonuç Roe yöntemi ile elde edilmesine karşılık, üst yüzeyde AUSM yöntemi en iyi sonucu vermiştir. Çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman, şokun yeri ve basınç katsayısının doruk noktası gayet güzel bir şekilde yakalanmaktadır.

Düşük Reynolds sayılı akışlar iki problem kullanılarak test edilmiştir. Bu problemlerde, sınır tabakanın yeterli büyüklükte olmasından dolayı melez hesaplama ağları yerine Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak düşük Reynolds sayılı akışlar için yeterli çözünürlük elde edilmiştir. Birinci problemde 0,5 Mach sayısı ve 5.000 Reynolds sayısındaki ses altı akış incelenmiştir. Testler sadece çözüm adaptasyonundaki çevrim sayısı değiştirilerek gerçekleştirilmiştir. Çevrim sayısı arttırıldıkça elde edilen basınç ve yüzey sürüklenme katsayılarının dağılımları literatürde verilenlerle uyumlu olarak elde edilmiştir.

Ancak, yedi çevrimli çözüm adaptasyonu kullanıldığında çözümün yakınsama zamanı önemli ölçüde artmıştır. Buna karşılık, bu test durumuyla dörtgen hücre kullanılmadan yüzey sürüklenme katsayısının doruk noktası biraz fazla tahmin edilmesine karşılık, en iyi sonuçlar elde edilmiştir. Buna ek olarak, melez hesaplama ağının etkisini incelemek üzere iki test durumu incelenmiştir. Sonuç olarak, melez hesaplama ağları kullanılarak yüzey sürüklenme katsayısının saçılma olmadan ve daha hassas olarak bulunmuştur.

Düşük Reynolds sayılı akışlar için ele alınan ikinci problemde NACA 0012 kanat profili etrafındaki 500 Reynolds sayısında, 0,8 Mach sayısında ve 10 derecelik hücum açısında simetrik olmayan ses civarı akış ele alınmıştır. Bu problemin amacı, geliştirilen kodun düşük sayılı Reynolds sayılarında simetrik olmayan akışı modelleyebildiğinin gösterilmesidir. Çözüm adaptasyonu çevrim sayısının artırılmasıyla, sonuçlar literatürde verilen sonuçlara yaklaşmıştır. 6 çevrimli çözüm adaptasyonunun uygulandığı yedinci test durumunda, basınç dağılımının doruk noktası tam olarak yakalanamamasına rağmen, literatürde verilene en yakın sonuçlar elde edilmiştir.

Yüksek Reynolds sayılı akışlar tek bir problemle ele alınmıştır. Yüksek Reynolds sayılarında, laminer akış rejimi türbülanslı hale geldiğinden geliştirilen kodla çok da hassas sonuçlar alınması beklenilmemiştir. Bu çalışmanın amacı 30P30N kanat profili etrafındaki melez hesaplama ağlarının çözüme etkisinin araştırılmasıdır. Sınır tabaka içerisinde çok sayıda dörtgen hücre kullanılması basınç dağılımında bazı farklılıklar yaratmıştır. Ancak, kullanılan çözücü laminer bir çözücü olduğu için sonuçlar literatürde mevcut deneysel sonuçlarla karşılaştırılmamıştır.

Yakınsama zamanını azaltmak amacıyla çoklu ağ yöntemi kullanılmıştır. Çoklu ağ yönteminin viskoz olmayan ve viskoz akışlar üzerindeki etkisi çözüm adaptasyonsuz kademe testi, çözüm adaptasyonlu kademe testi, çevrim testi ve yineleme testi uygulanarak araştırılmıştır. Kademe sayısının artırılmasının hem viskoz olmayan hem de viskoz akışlarda daha büyük bir hızlanma oranı sağladığı görülmüştür. Ayrıca, hesaplama ağına çözüm adaptasyonu uygulandığında çoklu ağ yönteminin etkisinin daha belirginleştiği ve yakınsama hızının arttığı anlaşılmıştır. Örneğin, viskoz olmayan akışlarda çözüm adaptasyonu uygulanmadığında hızlanma oranı 6,27 iken, çözüm adaptasyonu uygulandığında bu oran 16,98'e yükselmiştir. Buna karşılık, viskoz akışlarda ise bu oran 1,48'den 7,06'ya artmıştır.

Çevrim testleri sonucunda, V-çevriminin yakınsamasının testere dışı çevrimine göre daha yavaş olduğu, bunun sebebinin de uzatma adımında kullanılacak kuvvettendirme fonksiyonunun saklanması için ek bellek gereksiniminden kaynaklandığı anlaşılmıştır. Buna ek olarak, yineleme testleri yapılarak viskoz olmayan ve viskoz akışlar için optimum yineleme sayısı belirlenmiştir. Viskoz olmayan akışlar için 5 yineleme en iyi sonucu vermesine karşılık, viskoz akışlar için 20 yineleme en iyi sonucu vermiştir. Bunun yanında, çoklu ağ yönteminin melez hesaplama ağları üzerindeki etkisi de araştırılmıştır. Bu testler sonucunda, melez hesaplama ağlarında normal hesaplama ağlarına göre daha büyük hızlanma oranı elde edilmiştir. Melez hesaplama ağlarında çözüm adaptasyonu uygulanmadığı zaman, hücre sayısı belirgin bir ölçüde fazla olduğu için çoklu ağ yönteminin etkisinin çok daha önemli olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- AFTOSMIS, M. J., 3D Applications of a Cartesian Grid Euler Method, AIAA Paper 95-0853, (1995).
- AFTOSMIS, M. J., Robust and Efficient Cartesian Mesh Generation for Component-Based Geometry, AIAA Paper 97-0196, (1997).
- AFTOSMIS, M. J., MELTON, J. E. and BERGER, M. J., Adaptation and Surface Modeling for Cartesian Mesh Methods, AIAA Paper 95-1725-CP, (1995).
- AGARD Subcommittee C., Test Cases for Inviscid Flow Field Methods. AGARD Advisory Report 211, (1986).
- BERGER, M. J. and LeVEQUE, R., Cartesian Meshes and Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic partial Differential Equations, Proc. 3rd Intl. Conf. Hyp. Problems, Upsala, Sweeden, (1990)
- BERGER, M. J. and MELTON, J. E., An Accuracy Test of a Cartesian Grid Method for Steady Flow in Complex Geometries, Proc. 8th. Intl. Conf Hyp. Problems, Upsala, Sweeden, (1995).
- BRANDT, A., Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary Value Problems, *Mathematics for Computation*, 31, 333-390, (1977).
- CLARKE, D. K., SALAS, D. and HASSAN, H. A., Euler Calculations for Multielement Airfoils Using Cartesian Grids, *AIAA Journal*, 24, 353-358, (1986).
- COIRIER, W. J., An Adaptively Refined, Cartesian, Cell-Based Scheme for the Euler and Navier Stokes Equations (PhD Thesis), The University of Michigan, Michingan, (1994).
- COIRIER, W. J. and POWELL, K. G., An Accuracy Assessment of Cartesian-Mesh Approaches for the Euler Equations, *Journal of Computational Physics*, 117, 121-131, (1993).
- De ZEEUW, D. L. and POWELL, K. G., An adaptively Refined Cartesian Mesh Solver for the Euler Equations, AIAA Paper 91-1542, (1991).
- De ZEEUW, D. L., A Quad-Tree Based Adaptively-Refined Cartesian-Grid Algorithm for the Solution of The Euler Equations (PhD Thesis), The University of Michigan, Michigan, (1993).
- DADONE, A. And GROSSMAN, B., Ghost-Cell Method for Inviscid Two-Dimensional Flows on Cartesian Grids, *AIAA Journal*, 42, 2499-2507, (2004).

EPSTEIN, B., LUNTZ, A. and NACHSON, A., Cartesian Euler Method For Arbitrary Aircraft Configurations, *AIAA Journal*, 30, 679-687, (1992).

FORRER, H., Boundary Treatment for a Cartesian Grid Method, Seminar für Angewante Mathematic, ETH Zürich, ETH Research Report No. 96-04, (1996).

FORRER, H. and JELTSCH, R., A Higher-Order Boundary Treatment for Cartesian-Grid Methods, *Journal of Computational Physics*, 140, 259-277, (1998).

FRENCH, R. D., Solution of the Euler Equations on Cartesian Grids, *Applied Numerical Mathematics*, 49, 367-379, (2004).

GAFFNEY, R. HASSAN, H. And SALAS M., Euler Calculations for Wings Using Cartesian Grids, AIAA Paper 87-0356, (1987).

GILMANOV, A., SOTIROPOULOS, F. and BALARAS, E., A General Reconstruction Algorithm for Simulating Flows with Complex 3D Immersed Boundaries on Cartesian Grids, *Journal of Computational Physics*, 191, 660-669, (2003)

GROSMAN, B. And WHITAKER, D., Supersonic Flow Computations using a Rectangular Coordinate Finite Volume Method, AIAA Paper 86-0442, (1986).

HARTMANN, D., MEINKE, M. and SCHRODER, W., "A Strictly Conservative Cartesian Cut Cell Method for Compressible Viscous Flows on Adaptive Grids", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (2010).

HUNT, J., An Adaptive 3D Cartesian Approach for the Parallel Computation of Inviscid Flow about Static and Dynamic Configurations (Ph. D. Thesis), University of Michigan, Michigan, (2004).

ITO, K., LAI, M. C. and LI, Z., A Well-Conditioned Augmented System for Solving Navier-Stokes Equations in Irregular Domains, *Journal of Computational Physics*, 228, 2616-2628, (2009).

JAMESON, A., Solution of the Euler Equations for Two-Dimensional Transonic Flow by a Multigrid Method, *Applied Mathematics and Computation*, 13, 327-355, (1983).

KARAGIOZIS, K., KAMAKOTI, R. and PANTANO, C., A Low Numerical Dissipation Immersed Interface Method for the Compressible Navier-Stokes Equations, *Journal of Computational Physics*, 229, 701-727, (2010).

KARMAN, S. L., Jr., SPLITFLOW: A 3D Unstructured Cartesian/Prismatic Grid CFD Code for Complex Geometries, AIAA Paper 95-0343, (1995).

KEATS, W. A. and LIEN, F. S., Two-Dimensional Anisotropic Cartesian Mesh Adaptation for the Compressible Euler Equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 46, 1099-1125, (2004).

KHOKLOV, A. M., Fully-Threaded Tree Algorithms for Adaptive Refinement Fluid Dynamics Simulations, (1998).

KIRKPATRICK, M. P., ARMFIELD, S. W. and KENT, J. H., A Representation of Curved Boundaries for the Solution of the Navier-Stokes Equations on a Staggered Three-Dimensional Cartesian Grid, *Journal of Computational Physics* 184, 1-36, (2003).

LEDNICER, D., TIDD, D. and BIRCH, N., Analysis of a Closed Coupled Nacelle Installation using a Panel Method (VSAERO) and a Multigrid Euler Method (MGAERO), ICAS-94-2.2.1, (1994).

LEVY, D., WARINER, D. and NELSON, E., Validation of Computational Euler Solutions for a High Speed Business Jet, AIAA Paper 94-1843, (1994).

LI, K. and WU, Z. N., Nonet-Cartesian Grid Method for Shock Flow Computations, *Journal of Scientific Computing*, 20, 303-329, (2004).

MELTON, J. E., ENOOTO, E. Y. and BERGER, M. J., 3D Automatic Cartesian Grid Generation for Euler Flows, AIAA Paper 93-3386-CP, (1993).

MELTON, J. E., BERGER, M. J., AFTOSMIS, M. J. and WONG, M. D., 3D Applications of a Cartesian Grid Euler Method, AIAA Paper 95-0853, (1995).

MELTON, J. E., Automated Three-Dimensional Cartesian Grid Generation and Euler Flow Equations for Arbitrary Geometries (Ph. D. Thesis), University of California, Davis, California, (1996)

MITCHEL, R. A., SALAS, M. D. and HASSAN, H. A., Grid Embedding Technique Using Cartesian Grids for Euler Solutions, *AIAA Journal*, 26, 754-756, (1988).

MORINISHI, K., A Finite-Difference Solution of the Euler Equations on Non-Body-Fitted Cartesian Grids, *Computers & Fluids*, 21, 331-344, (1992).

PEMBER, R. B., BELL, J. B., COLELLA, P. CRUTCHFIELD, W. Y. and WELCOME, M. L., An Adaptive Cartesian Grid Method for Unsteady Compressible Flow in Irregular Regions, *Journal of Computational Physics*, 120, 278-304, (1995).

POPINET, S., GERRIS: A Tree-Based Adaptive Solver for the Incompressible Euler Equations in Complex Geometries, *Journal of Computational Physics*, 190, 572-600, (2003).

PURVIS, J. and BURKHALTER, J., Prediction of Critical Mach Number for Store Configurations, *AIAA Jol.* 17,11, (1979).

RUSSELL, D. and WANG Z.J., A Cartesian Grid Method for Modeling Multiple Moving Objects in 2D Incompressible Viscous Flow, *Journal of Computational Physics*, 191, 177-205, (2003).

TROTTEBERG, U., OOSTERLEE, C. W. and SCHÜLLER A., *Multigrid*, Academic Press, (2001).

QIAN, L., CAUSON, D. M., INGRAM, D. M. and MINGHAM, C. G., Cartesian Cut Cell Two-Fluid Solver for Hydraulic Flow Problems, *Journal of Hydraulic Engineering*, 129, 688-696, (2003).

QUIRK, J. J., An Alternative to Unstructured Grids for Computing Gas-Dynamic Flows Around Arbitrarily Complex 2-Dimensional Bodies", *Computers & Fluids*, 23, 125-142, (1992).

SANGHO, K., ALONSO, J. J., and JAMESON, A., Design Optimization of High-Lift Configurations Using a Viscous Continuous Adjoint Method, *AIAA Paper AIAA-2002-0844*, (2002).

SANMIGUAL-ROJAS, E., ORTEGA-CASANOVA, J., DEL PINO, C. and FERNANDEZ-FERIA R., A Cartesian Grid Finite Difference Method for 2D Incompressible Viscous Flows In Irregular Geometries, *Journal of Computational Physics*, 204, 302-318, (2005).

SINGH, R. and SHYY, W., Three-Dimensional Adaptive Cartesian Grid Method with Conservative Interface Restructuring and Reconstruction, *Journal of Computational Physics*, 224, 150-167, (2007).

TIDD, D. M., STRASH, D. J., EPSTEIN, B., LUNTZ, A., NACHSHON, A. and RUBIN, T., Multigrid Euler Calculations over Complete Aircraft, *Journal of Aircraft*, 29, 1080-1085, (1992).

TROTTEBERG, U., OOSTERLEE, C.W. and SCHÜLLER A., *Multigrid*, Academic Press, (2001).

VERSTAPPEN, R. and DRÖGE M., A Symmetry-Preserving Cartesian Grid Method for Computing a Viscous Flow Past a Circular Cylinder, *C.R. Mechanique*, 333, 51-57, (2005).

TUCKER, P.G. and PAN Z., A Cartesian Cut Cell Method for Incompressible Viscous Flow, *Applied Mathematical Modelling*, 24, 591-606, (2000).

WANG, Z. J., A Fast Nested Multigrid Viscous Flow Solver for Adaptive Cartesian/Quad Grids, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33, 657-680, (2000).

WANG, Z. J., A Quadtree-Based Adaptive Cartesian/Quad Grid Flow Solver for Navier-Stokes Equations, *Computers & Fluids*, 27, 4, 529-549, (1998).

WANG, Z. J., CPHEN, R. F., HARIHARAN, N., PRZEKWAŚ, A. J. and GROVE, D., A 2^n Tree Based Automated Viscous Cartesian Grid Methodology for Feature Capturing, *AIAA-99-3300*, (1999),

WERTERLEN, T. J. and KARMAN, S. L., Rapid Assessment of F-16 Store Trajectories Using Unstructured CFD, *AIAA Paper 95-0354*, (1995).

WU, Z. N. and LI, K., Anisotropic Cartesian Grid Method for Steady Inviscid Shocked Flow Computation, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41, 1053-1084, (2003).

YE, T., MITTAL, R., UDAYKUMAR, H. S. and SHYY, W., An Accurate Cartesian Grid Method For Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries, *Journal of Computational Physics*, 156, 209-240, (1999).

**TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

Proje No: 109M510
Proje Başlığı: Kartezyen Hesaplama Ağları Kullanılarak İki Boyutlu Sıkıştırılabilir Akışlar için Laminar Navier-Stokes Çözücüsü Geliştirilmesi
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: Prof. Dr. M. Halûk AKSEL, Öğr. Gör. Dr. Tahsin ÇETİNKAYA, Makina Yük. Müh. Mehmet Serkan ŞAHİN
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: Makina Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06800 Ankara
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi:
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 1 Mayıs 2010 – 1 Mayıs 2012
Öz (en çok 70 kelime) Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağları için zamana bağlı olmayan iki boyutlu laminar akışlar için bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Bu yöntemle geometrik karmaşıklıklarla ilgili zorluklar ile yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarında karşılaşılan akışa ve geometriye yönelik adaptasyon problemleri ortadan kaldırılmıştır. Buna ek olarak, geliştirilmiş olan yazılım tam otomatik olup, ağ üretimi ile çözüm aşamaları arasında kullanıcı müdahalesi gerektirmemektedir. Geliştirilen yazılım literatürde mevcut deneysel sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır.
Anahtar Kelimeler: Kartezyen Hesaplama Ağı, Navier-Stokes Akış Çözücüsü, Geometrik Adaptasyon, Çözüm Adaptasyonu, Çoklu Ağ Yöntemi
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> <small>Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.</small>
Projeden Yapılan Yayınlar: Bu proje çerçevesinde gerçekleştirilen çalışmalarını içeren makale Science Citation Index tarafından taranan bir dergiye yayınlanmak üzere gönderilme aşamasındadır.
Ekte Bulunan “ARDEB Başarı Öyküsü Formu”, “Kazanımlar” Bölümünde Belirtilen Kriterlere Göre Proje Çıktılarınızın Başarı Öyküsü Niteliği Taşındığını Düşünüyorsanız “ARDEB Başarı Öyküsü Formu”nu doldurunuz.