



**Kartezyen Hesaplama Ağları Kullanılarak
Üç Boyutlu Sıkıştırılabilir Akışlar için Navier-Stokes
Çözücüsü Geliştirilmesi**

Program Kodu: 1001

Proje No: 114M590

Proje Yürütücüsü:
Prof. Dr. Mehmet Halûk AKSEL

Bursiyerler:

Mohammad AZARIFAR

Saeid DARVISHI

Rasool ELAHI

Selin ÖNDER

Merve ÖZKAN

Mahtab Mansoor SAATLOO

TEMMUZ 2017
ANKARA



ÖNSÖZ

Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağları için zamana bağlı olmayan iki boyutlu laminer akışlarda kullanılmak üzere bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Bu çalışmadaki sonuçlar Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümünde Prof. Dr. M. Halûk Aksel'in danışmanlığında ve TED Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim Üyesi Y. Doç. Dr. Özgür Uğraş BARAN'ın yardımcı danışmanlığında Makine Yüksek Mühendisi Mahtab Mansoor SAATLOO tarafından gerçekleştirilmekte olan "The Development of a Navier-Stokes Solver for the Turbomachinery Flows on Cartesian Grids" isimli Doktora tezi ve Makina Mühendisi Merve ÖZKAN tarafından gerçekleştirilmekte olan "Development of a Two-dimensional Navier-Stokes for Laminar Flows Using Cartesian Grids" isimli Yüksek Lisans tezi çerçevesinde elde edilmiştir. Ayrıca, doktora tez yardımcı danışmanı olduğum Gaziantep Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü'nden Dr. Emre KARA'ya "Development of a Navier-Stokes Solver for Compressible Flows on Cartesian Grids with Aerodynamics Applications" isimli Doktora tezi çerçevesinde projeye yapmış olduğu katkıları için çok teşekkür ederiz. Projede araştırmacı olarak görünmeyen TED Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim Üyesi Y. Doç. Dr. Özgür Uğraş BARAN'a projeye yapmış olduğu katkılar için proje ekibi olarak teşekkür ederiz. Bu proje Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, Mühendislik Araştırma Grubu tarafından desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÖZET	x
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR TARAMASI	3
2.1 Melez Kartezyen Ağ Temelli Çözücüler	4
2.1.1 Sürtünmesiz Akış Çözücüler	4
2.1.2 Viskoz Akış Çözücüler	5
2.1.3 Türbülanslı Akış Çözücüler	7
2.2 Bütünüyle Kartezyen Ağ Temelli Çözücüler	10
2.2.1 Sürtünmesiz Akış Çözücüler	10
2.2.2 Viskoz Akış Çözücüler	12
2.2.3 Türbülanslı Akış Çözücüler	15
2.3 Akademik ve Ticari Ağ Çözücüler	17
2.4 Özel Uygulamalar	18
3. GEREÇ VE YÖNTEM	22
3.1 Çözüm Ağı Üreticisi	22
3.2 Üç Boyutlu Katı Model için Yüzey Hesaplama Ağının Oluşturulması	23
3.3 Sınır Tabakasında Gövde Uyumlu Hesaplama Ağının Oluşturulması	23
3.3.1 Büyüme Eğrileri	26
3.3.2 Büyüme Eğrilerinin Hesaplanması	29
3.3.3 Büyüme Eğrileri Boyunca Düğüm Aralığı	29
3.4 Üç Boyutlu Kartezyen Hesaplama Ağının Oluşturulması	31
3.4.1 Sekizli Ağaç Veri Yapısı	31
3.4.2 Hücre Yapısı ve Oluşumu	32

3.4.3	Hücre Konumlarından Koordinatlarına Ulaşım	35
3.4.4	Hücre Köşelerini Belirleme	36
3.4.5	Hücre Statüsünü Belirleme	37
3.4.6	Kesik Hücrelerin Değerlendirilmesi	39
3.4.7	Ağ Adaptasyonu	39
3.4.8	Kartezyen Ağ Üreticisinin Doğrulanması	40
3.4.8.1	Küp	41
3.4.8.2	Küre	48
3.4.8.3	Delikli Sisлиндir	53
3.5	Kare Piramit Dolgu Ağının Oluşturulması	55
3.6	Tetrahedral Dolgu Ağının Oluşturulması	59
3.7	Navier-Stokes Çözücüsü	61
3.8	Örtüşmeli Çözüm Ağı için Laminer Navier-Stokes Çözücüsü Geliştirilmesi	61
3.8.1	Ayrıklaştırma Yöntemleri	64
3.8.2	Uzayda Ayrıklaştırma Yöntemleri	65
3.8.2.1	Roe'nun Yaklaşık Reimann Çözücüsü	67
3.8.2.2	Liou'nun Adveksiyon Akış Yukarı Ayrıştırma Yöntemi (AUSM)	69
3.8.2.3	Viskoz Akıların Ayrıklaştırılması	71
3.8.3	Örtüşmeli Çözüm Ağı için Geliştirilen Laminer Navier-Stokes Çözücüsünün Test Edilmesi	71
3.9	Otomatik Yerel Ağ İyileştirme Algoritmasının Laminer Navier-Stokes Çözücüsüne Uygulanması	76
3.10	Çoklu Ağ Yönteminin Laminer Navier-Stokes Çözücüsüne Uygulanması	83
3.10.1	Doğrusal Olmayan Denklemler için Çoklu Ağ Yöntemi	83
3.10.2	Hassas Hesaplama Ağı Yinelemeleri	84
3.10.3	Sınırlama	85
3.10.4	Uzatma	86
3.10.5	Düzeltilme ve Son Yinelemeler	87
3.10.6	Çoklu Ağ Yönteminin Etkisi	87
3.10.6.1	Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi	87
3.10.6.2	Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi	89
3.10.6.3	Çevrim Testi	89
3.10.6.4	Yineleme Testi	91
3.10.6.5	Örtüşmeli Hesaplama Ağı Testi	92
3.11	Spalart-Allmaras Türbülans Modelinin 3B Navier-Stokes Çözücüsüne	

Eklenmesi	94
3.11.1 Spalart-Allmaras Türbülans Modelinin Navier-Stokes Denklemlerine Eklenmesi	94
3.11.2 Türbülans Viskositesinin Modellenmesi	95
3.11.3 Türbülans Üretiminin Modellenmesi	95
3.11.4 Türbülansın Yokedilişinin Modellenmesi	97
3.11.5 Zıplama (Trip) Teriminin Modellenmesi	97
3.11.6 Model Sabit Değerleri	98
3.11.7 Spalart-Allmaras Türbülans Modelinin Test Edilmesi	98
3.12 $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ Türbülans Modellerinin Navier-Stokes Çözücüsüne Eklenmesi	101
3.12.1 $k-\varepsilon$ Türbülans Modeli	102
3.12.2 $k-\omega$ Türbülans Modeli	104
3.12.3 $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ Türbülans Modellerinin Sınırlandırılması ve Pozitif Olması	104
3.12.4 $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ Türbülans Modellerinin Test Edilmesi	105
4. BULGULAR	108
4.1 Geliştirilen Navier-Stokes Çözücüsünün Test Edilmesi	108
4.2 NACA 0012 Kanadı Etrafındaki Transonik Akış	108
4.3 ONERA M6 Kanadı Etrafındaki Transonik Akış	111
4.4 Öneriler	118
5. DEĞERLENDİRME	119
KAYNAKÇA	121

TABLO LİSTESİ

Tablo		Sayfa
Tablo 3.1.	Hücre veri yapısı içerisinde tutulan ve ulaşılan veriler	34
Tablo 3.2.	Küp için Kartezyen hesaplama ağlarının karşılaştırılması	43
Tablo 3.3.	Küre için Kartezyen hesaplama ağlarının karşılaştırılması	54
Tablo 3.4.	Delikli silindirin için Kartezyen hesaplama ağlarının karşılaştırılması	55
Tablo 3.5.	Birinci dereceden akış yönü şeması için Runge-Kutta kademe katsayıları (2B)	66
Tablo 3.6.	Birinci dereceden akış yönü şeması için Runge-Kutta kademe katsayıları (2B)	67
Tablo 3.7.	İkinci dereceden akış yönü şeması için Runge-Kutta kademe katsayıları (3B)	67
Tablo 3.8.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için test durumlarının karşılaştırılması	77
Tablo 3.9.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için örtüşmeli hesaplama ağlarının kullanıldığı test durumlarının karşılaştırılması	80
Tablo 3.10.	Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi	88
Tablo 3.11.	Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılarak kademe testi	89
Tablo 3.12.	Viskoz olmayan akışlar için çevrim testi	90
Tablo 3.13.	Viskoz olmayan akışlar için yineleme testi	92
Tablo 3.14.	Viskoz akışlar için örtüşmeli çözüm ağı testi	93

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil		Sayfa
Şekil 3.1.	Geliştirilen ağ üreticinin yapısı	22
Şekil 3.2.	Sınır tabaka ağı üretiminin aşamaları (a) yüzey hesaplama ağı; (b) model kenarları ve köşeleri üzerinde büyüme eğrileri; (c) sınırın yeniden üçgenleştirilmesi; (d) model yüzlerinde büyüme eğrileri; (e) üçgen prizmaların oluşturulması; (f) dolgu elemanlarının oluşturulması; (g) sınır tabaka ağının iç sınırının kendini kesmesinin düzeltilmesi (h) kalan alanın eş yönlü ağ üreticisi tarafından örülmesi	25
Şekil 3.3.	Dağılım olmayan sınırlarda birden fazla büyüme eğrisine gereksinim duyulması (a) G_1^1 boyunca bir büyüme eğrisi G_3^1 ; (b) G_1^1 boyunca iki büyüme eğrisi	27
Şekil 3.4.	Ağ dağılımlarında örgü yüzeyi kullanım alt kümeleri (a) tüm ağ yüzeylerinin ortak büyüme eğrisi paylaştığı durum; (b) ağ dağılımında iki dışbükey kenarlı yüzey; (c) ağ dağılımında üç dışbükey kenarlı yüzey; (d) iki alt gruba bölünür ağ dağılımında tek dışbükey kenar bulunması durumu	28
Şekil 3.5.	Sınır tabaka kalınlığının geometrik olarak değişimi	30
Şekil 3.6.	Geometrik yöntem kullanılarak örnek sınır tabaka ağı	30
Şekil 3.7.	Sekizli ağaç veri yapısının oluşumundaki ilk iki basamak	32
Şekil 3.8.	Hücre köşe ve kenarlarının gösterimi	34
Şekil 3.9.	Hücre komşu yüzeylerinin gösterimi	35
Şekil 3.10.	Dörtlü ağaç veri yapısı	36
Şekil 3.11.	Hücre statüsünü belirleyen sınırlar ve tohum hücre	38
Şekil 3.12.	Başlangıç hesaplama ağı	40
Şekil 3.13.	Rafine edilmiş hesaplama ağı	40
Şekil 3.14.	Küpün üç boyutlu modeli	41
Şekil 3.15.	Küpün yapısal olmayan hesaplama ağı	42
Şekil 3.16.	Küpün ikinci seviye bölünmesi	43

Şekil 3.17.	Küpün üçüncü seviye bölünmesi	44
Şekil 3.18.	Küpün dördüncü seviye bölünmesi	45
Şekil 3.19.	Küpün beşinci seviye bölünmesi	46
Şekil 3.20.	Küpün altıncı seviye bölünmesi	47
Şekil 3.21.	Kürenin üç boyutlu modeli	48
Şekil 3.22.	Kürenin yapısal hesaplama ağı	48
Şekil 3.23.	Kürenin ikinci seviye bölünmesi	49
Şekil 3.24.	Kürenin üçüncü seviye bölünmesi	50
Şekil 3.25.	Kürenin dördüncü seviye bölünmesi	51
Şekil 3.26.	Kürenin beşinci seviye bölünmesi	52
Şekil 3.27.	Delikli silindirin üç boyutlu modeli	53
Şekil 3.28.	Delikli silindirin yapısal hesaplama ağı	54
Şekil 3.29.	Delikli silindirin ikinci seviye bölünmesi	55
Şekil 3.30.	Delikli silindirin üçüncü seviye bölünmesi	56
Şekil 3.31.	Delikli silindirin dördüncü seviye bölünmesi	57
Şekil 3.32.	Delikli silindirin beşinci seviye bölünmesi	58
Şekil 3.33.	GSM yazılımı ile bir küre üzerinde oluşturulan yüzey hesaplama ağı	59
Şekil 3.34.	Küre etrafında oluşturulan sınır tabaka ağındaki üçgen prizmalar	60
Şekil 3.35.	Küre üzerindeki sınır tabaka ağı ile tetrahedral dolgu ağı örneği	60
Şekil 3.36.	Kartezyen ağın üzerine oturan ve kare piramitlerden oluşan bir ağ tabakası	61
Şekil 3.37.	Onera M6 kanadının geometrisi	71
Şekil 3.38.	Onera M6 kanadı üzerinde oluşturulmuş yüzey hesaplama ağı	72
Şekil 3.39.	Onera M6 kanadı etrafındaki Kartezyen çözüm alanının izometrik görüntüsü	72
Şekil 3.40.	Onera M6 etrafındaki kanadının hesaplama ağı içerisindeki görüntüsü	73
Şekil 3.41.	Onera M6 etrafındaki kanadının hesaplama ağı içerisindeki görüntüsü (yakından görünüş)	73
Şekil 3.42.	Kanat boyunun (a) % 44, (b) % 65, (c) % 80 ve (d) %95 oranlarında kanat etrafındaki basınç dağılımı	74
Şekil 3.43.	Kanat boyunun (a) % 44, (b) % 65, (c) % 80 ve (d) %95 oranlarında basınç katsayısının boyutsuz veter uzunluğuna göre değişimi	75
Şekil 3.44.	NACA 0012 kanadı etrafındaki laminer akış için basınç katsayısı dağılımı	78
Şekil 3.45.	NACA 0012 kanadı etrafındaki laminer akış için yüzey sürtünme katsayısı dağılımı	78
Şekil 3.46.	Yedinci test durumunda NACA 0012 kanadı etrafındaki laminer akış için çözüm ağı	79
Şekil 3.47.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış için birinci ve sekizinci test durumlarının ARC2D'nin sonuçları ile karşılaştırılması	81
Şekil 3.48.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış için örtüşmeli ve	

	Kartezyen hesaplama ağıları kullanılarak elde edilen basınç katsayısı Dağılımı	82
Şekil 3.49.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış için örtüşmeli ve Kartezyen hesaplama ağıları kullanılarak elde edilen yüzey sürtünme katsayısı dağılımı	82
Şekil 3.50.	Eşdeğer hücre kavramı	85
Şekil 3.51.	Çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	88
Şekil 3.52.	Çözüm adaptasyonlu hesaplama ağı için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	90
Şekil 3.53.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta çevrim testi için artakalanların CPU zamanına göre	91
Şekil 3.54.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta yineleme testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	92
Şekil 3.55.	NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta melez hesaplama ağı testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi	93
Şekil 3.56.	Yatay plaka üzerindeki türbülanslı akış için çözüm ağı	99
Şekil 3.57.	Yatay plaka üzerindeki yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi (Spalart-Allmaras türbülans modeli)	100
Şekil 3.58.	Plaka boyunca boyutsuz türbülanslı hız profillerinin değişimi (Spalart-Allmaras türbülans modeli)	100
Şekil 3.59.	Yatay plaka üzerindeki yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi ($k-\epsilon$ türbülans modeli)	106
Şekil 3.60.	Plaka boyunca boyutsuz türbülanslı hız profillerinin değişimi ($k-\epsilon$ türbülans modeli)	106
Şekil 3.61.	Yatay plaka üzerindeki yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi ($k-\omega$ türbülans modeli)	107
Şekil 3.62.	Plaka boyunca boyutsuz türbülanslı hız profillerinin değişimi ($k-\omega$ türbülans modeli)	107
Şekil 4.1.	Üç seviye çözüm adaptasyonundan sonra NACA 0012 kanadı etrafındaki çözüm ağı (a) tüm çözüm alanı (b) kanat etrafındaki bölge	109
Şekil 4.2.	NACA 0012 kanadı etrafındaki basınç katsayısı dağılımı	110
Şekil 4.3.	NACA 0012 kanadı etrafındaki Mach sayısı eş eğrileri (Spalart-Allmaras türbülans modeli)	110
Şekil 4.4.	Onera M6 kanadı üzerindeki yüzey çözüm ağı	111
Şekil 4.5.	ONERA M6 kanadı çevresindeki Kartezyen/melez yapılandırılmış çözüm ağı	112
Şekil 4.6.	ONERA M6 kanadı üzerindeki sınır tabaka çözüm ağı ($y^+ < 5$)	112
Şekil 4.7.	ONERA M6 tüm kanadı üzerindeki basınç katsayısı dağılımı (Spalart-Allmaras türbülans modeli)	113
Şekil 4.8.	ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 44'ü-Spalart-Allmaras türbülans modeli)	113

Şekil 4.9.	ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 80'i-Spalart-Allmaras türbülans modeli)	114
Şekil 4.10.	ONERA M6 kanadı için durağan çözüm yakınsama grafiği (Spalart-Allmaras türbülans modeli)	114
Şekil 4.11	ONERA M6 kanadı üzerindeki basınç katsayısı dağılımı ($k-\omega$ türbülans modeli)	115
Şekil 4.12.	ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 44'ü- $k-\omega$ türbülans modeli)	115
Şekil 4.13.	ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 80'i- $k-\omega$ türbülans modeli)	116
Şekil 4.14.	ONERA M6 kanadı üzerindeki basınç katsayısı dağılımı ($k-\epsilon$ türbülans modeli)	116
Şekil 4.15.	ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 44'ü- $k-\epsilon$ türbülans modeli)	117
Şekil 4.16.	ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 80'i- $k-\epsilon$ türbülans modeli)	117

ÖZET

Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağları için üç boyutlu bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Hesaplama ağının üretimi ile akış alanının çözümü aşamaları arasında gerekli olan kullanıcı müdahalesini ortadan kaldırmak üzere geliştirilecek yazılımın tam otomatik olarak gerçekleştirilmiştir. Akış alanındaki gövdenin geometrisi yapısal olmayan üçgen elemanlar kullanılarak üç boyutlu bir yüzey hesaplama ağı şeklinde verildiğinde, gövde uyumlu (body-fitted) üçgen prizma elemanlardan oluşan hesaplama ağı gövde geometrisinin şişirilmesiyle otomatik olarak oluşturulmaktadır. Daha sonra, gövde uyumlu hesaplama ağı, çözüm alanının sınırlarını tanımlayan bir kök hücrenin eşit hücrelere bölünmesi ile elde edilen Kartezyen hesaplama ağının içerisine yerleştirilmektedir. Her iki hesaplama ağının arasında kalan bölge dört yüzlü tetrahedral elemanlarla doldurulmaktadır.

Navier-Stokes denklemlerinin sonlu hacim formülasyonu hücre merkezli yaklaşımla kullanılmaktadır. Hücre yüzlerindeki akılar akı fark ayrıştırması ve akı vektör ayrıştırması yöntemleriyle hesaplanmaktadır. Uzayda ikinci dereceden doğruluk elde edilebilmesi için basit değişkenlerin yeniden oluşturulmasında (reconstruction) yol tümleme (path integration) ve asgari kareler (least squares) yöntemleri kullanılmaktadır. Doğru ve sınırlı değerler elde edilebilmesi için yeniden oluşturma işlemi sırasında limitleyiciler kullanılmaktadır.

Türbülans modeli olarak ise literatürde mevcut modellerden bir denklemlilik Spalart-Allmaras türbülans modeli ile iki denklemlilik $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modellerinden yararlanılmaktadır.

Yakınsamanın hızlandırılabilmesi için yerel zaman adımlarıyla birlikte çok kademeli (multistage) zaman adımlaması kullanılmaktadır..

Çözüme bağlı hesaplama ağı adaptasyonu çözüm ile ağ arasındaki uyumun oluşmasını sağlayarak, akıştaki kritik bölgelerin daha iyi çözümlenmesine olanak sağlamaktadır. Çözüm adaptasyonu kayma tabakalarında hız dönümü, normal ve oblik şoklarda ise hız gradyanı kullanılarak gerçekleştirilmektedir.



Geliştirilen yazılım NACA 0012 ve ONERA M6 kanadı etrafındaki üç boyutlu akış için test edilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar literatürde mevcut deneysel sonuçları ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kartezyen Hesaplama Ağı, Navier-Stokes Akış Çözücüsü, Geometrik Adaptasyon, Çözüm Adaptasyonu, Çoklu Ağ Yöntemi, Spalart-Allmaras, Türbülans Modeli, $k-\varepsilon$ Türbülans Modeli, $k-\omega$ Türbülans Modeli



ABSTRACT

In this project, three-dimensional Navier-Stokes solver is developed for compressible flows using Cartesian grids. When the definition of body geometry is given in terms of a three-dimensional surface mesh consisting triangular elements, geometrically-adaptive, body-fitted grids in the form of triangular prisms is generated automatically by swelling out the body geometry. Later on, this mesh is placed inside a Cartesian grid, which is obtained by dividing a root cell forming outer boundaries of the solution domain recursively. The region between the Cartesian cells and body-fitted hexahedral grids is filled with four faced tetrahedral elements.

The finite volume formulation of the three-dimensional Navier-Stokes equations is used with cell-centered approach. Flux difference and flux vector splitting methods are employed for formulation of the flux at cell faces. Primitive variables are reconstructed using path integral and least squares methods to achieve second order accuracy in space. In order to ensure accurate and bounded values, limiters are employed in the reconstruction process.

For turbulence modeling, one equation Spalart-Allmaras, two equation $k-\varepsilon$ and $k-\omega$ turbulence models are considered.

Multistage time stepping are used with local time stepping to increase the convergence rate. Since Cartesian meshes are highly adaptive, there are significant differences between the length scales of the cells. Hence, the convergence rate is improved by using local time stepping.

Multigrid convergence acceleration technique, specifically nested iteration, is used in order to increase the convergence rate to the steady-state even more.

Solution adaptation is used for resolving more critical regions in the solution domain. Curl of velocity is used for resolving shear layers and divergence of velocity is used for resolving oblique and normal shock waves.

The developed code is tested for the three-dimensional flow about NACA 0012 and ONERA M6 airfoils and the numerical results are verified by using experimental data available in the literature.



Keywords: Cartesian Grids, Navier-Stokes Flow Solver, Geometric Adaptation, Solution Adaptation, Multigrid Method, Spalart-Allmaras, Turbulence Model, $k-\varepsilon$ Turbulence Model, $k-\omega$ Turbulence Model



1. GİRİŞ

Hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde kullanılan yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağları gerçek mühendislik problemlerin çözümünde başarıyla uygulanmıştır. Her iki yöntem de karmaşık geometriler etrafındaki hesaplama bölgesinin ayrıştırılmasında tam otomasyon sağlayamamıştır. Bunun en önemli nedenlerinden biri, her iki yöntemde de katı cisimlerin yakınındaki hücrelerin yüzeye uyumunun gerekmesidir. Bu durumda hesaplama ağı katı cismin geometrisine ve topolojisine bağlanmakta ve yüzeydeki hesaplama ağı yerel geometri ile akışın çelişkili gereksinimine maruz kalmaktadır. Yapısal olmayan yüzey ağlarındaki üçgenlemeler bu gereksinimi rahatlatmasına karşılık, yapısal yüzey ağlarında önceden belirlenmiş bağlantılar ek kısıtlamalar ortaya çıkartmaktadır. Yapısal olmayan ağ teknolojisi, geometrik esnekliği nedeniyle popülerlik kazanarak özellikle viskoz olmayan akışların modellenmesinde kullanılmaktadır. Bu yöntemin (i) belirli bir görünüş oranına (aspect ratio) sahip yüksek kaliteli dört yüzlü hesaplama ağlarının yaratılamaması ve (ii) yüksek derecede eğilmiş dört yüzlü hesaplama ağlarında akış çözücüsünün doğruluk ve güvenilirliğinin azalması olmak üzere iki önemli dezavantajı bulunmaktadır. Bu nedenle, karmaşık geometrileri ele alabilmek için alternatif teknolojiler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin en göze çarpanlardan biri Kartezyen ağ yöntemidir. Bu yöntemin (i) otomatik ağ üretimi, (ii) otomatik ağ uyarlaması, (iii) basit akı hesaplama yöntemi ve basitleştirilmiş veri yapısı olmak üzere çok önemli üç avantajı bulunmaktadır.

Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak geometrik karmaşıklıklarla ilgili zorluklar ile yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarında karşılaşılan akışa ve geometriye yönelik adaptasyon problemleri ortadan kaldırılmıştır. Hesaplama ağının üretimi ile akış alanının çözümü aşamaları arasında gerekli olan kullanıcı müdahalesini ortadan kaldırmak üzere yazılım tam otomatik olarak geliştirilmiştir. Akış alanındaki gövdenin geometrisi açık kaynaklı Tetgen yazılımı kullanılarak üçgen ve dörtgenlerden oluşan üç boyutlu yüzey çözüm ağı kullanılarak tanımlanmıştır. Sınır tabakanın ele alındığı gövde uyumlu (body-fitted) dikdörtgen prizma elemanlardan oluşan hesaplama ağı, gövde şişirilerek otomatik olarak yaratılmaktadır. Hesaplama hacminin sınırlarını tanımlayan kök hücre, hücre sayısının aşırı derecede artmasını engellemek üzere 4 veya 5 derece seviyede eşit hücrelere bölünerek Kartezyen hesaplama ağı oluşturulmaktadır. İki ağ grubu arasında henüz ağ oluşturulmamış bölgenin iki tarafında iki değişik yüzey ağı bulunmaktadır. Kartezyen ağ ile örülmüş ağın yüzey



ağı kısmı dörtgenlerden karşısındaki kısım ise üçgenlerden oluşmaktadır. İlk olarak, Kartezyen ağın üzerine piramit bir ağ tabakası yerleştirilerek, ağın iki tarafının da üçgen yüzey ağlarından oluşması sağlanmaktadır. Daha sonra, karşılıklı iki üçgen yüzey ağının arası Delaunay metodu ile tetrahedral ağ ile doldurulmaktadır. Bu işlem için mevcut yazılımlar ağ üretici ile entegre edilmiştir.

Navier-Stokes denklemleri sonlu hacim yöntemiyle ayrıştırılacak ve yüzeylerdeki akılar Van Leer'in akı vektörü ayrıştırması ve Roe'nun akı farkı ayrıştırılması şemaları ile hesaplanacaktır. Geliştirilecek çözücüye sıfır denklemli Baldwin-Lomax ve bir denklemli Spalart-Allmaras türbülans modeli eklenerek çözücünün türbülanslı akışları modellemesi sağlanacaktır. Zamana bağlı olmayan problemlerde yakınsama çoklu ağ yöntemi ve içten içe yineleme tekniği ile hızlandırılacaktır.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Hesaplmalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemi pratik olarak endüstriyel akışların incelenmesinde kullanılmaktadır. Bu tip endüstriyel akışların incelenebilmesi ise tümüyle doğru fiziksel modelin oluşturulabilmesine dayanmaktadır. Doğru fiziksel modelin oluşturulması, karmaşık geometrilerin modellenmesi, sayısal verimlilik ve doğru sonuçların elde edilmesi olarak tanımlanabilir.

Birçok endüstriyel donanımın tasarım sürecinde, geometrideki küçük bir değişiklik donanımın işlevini ve verimini önemli ölçüde etkilemektedir. HAD yazılımları ise karmaşık geometrik ayrıntılarını doğru bir şekilde modelleyebilmektedir. Bilgisayar ve sayısal yöntemlerdeki gelişmeler ile birlikte, Kartezyen ağ üreticileri popüler hesaplama ağ üreticilerden biri haline gelmiş olup, büyük ölçekli sayısal modellemelerde kullanılmaktadır.

Kartezyen ağ terimi 1970'lere kadar uzanmaktadır. 1970'lerde Peskin, batırılmış sınır yöntemi (immersed boundary method) adlı yapay insan kalbinin akışını simüle etmek için kullandığı yöntemini tanıtmıştır. Bu yöntemin en önemli özelliği olan karmaşık hareketli sınırların modellenmesi, sabit Kartezyen ağlar ile gerçekleştirilmiştir ve bu yöntem klasik gövde uyumlu yöntemde (conventional body conformal method) yaygın olarak kullanılan karmaşık yeniden ağ yaratma (complicated remeshing) algoritmasına olan gereksinimi ortadan kaldırmıştır.

Kartezyen ağ yöntemleri ilk olarak Purvis ve Burkhalter tarafından transonik akış denlemlerini çözmek için kullanılmıştır. Bunun yanında, Clarke vd. (1986) çok elemanlı kanat profili için Euler akış hesaplarını Kartezyen ağ yöntemleri ile gerçekleştirmiştir. Ayrıca, Gaffney vd. (1987), uçak kanatları için Euler denklemleri ile modellenmesi için benzer bir çalışma yapmıştır.

Bu gelişmelerin yanında, Zeeuw ve Powell karmaşık katı sınırlarda sürtünmesiz akışları modellemek için Kartezyen ağ yöntemlerini kullanmıştır. Ayrıca, Aftosmis, Berger ve Melton (1998), Bai vd. (2007), Kupianien ve Sjogreen (2009), Ji, Lien ve Yee (2010), Sang ve Yu (2011), Berger, Aftosmis ve Allmaras (2012) ve Lieu vd. (2013) karmaşık geometriler için Kartezyen ağ çözücüler ile ilgili önemli çalışmalar yapmıştır.

Son on yıllık sürede Kartezyen ağ metodunun tekrar yaygınlaştığına tanık olunmuştur. Gövde uyumlu yapısal ya da yapısal olmayan yöntemlerin aksine Kartezyen ağlar gövde uyumlu olmayan grubuna girmektedir. Konfigürasyon değişikliğinde bu özellik, yüzey oluşturmayı kolaylaştıran ve analizlerin tekrar edilme işlemlerini hızlandıran bir otomasyon sağlamaktadır.

Bu özelliklerden faydalanılarak, iyi tasarlanmış Kartezyen yaklaşımlar, karmaşık geometriler için ağ oluşturma işlemindeki zorlukları ortadan kaldırmaktadır. Alışlageldik şekilde, milyonlarca hücreden oluşan hesaplama ağları dakikalar içerisinde oluşturulabilmektedir. Kartezyen hesaplama ağlarının en önemli dezavantajı ise kullanımının sürtünmesiz ve düşük Reynolds sayısına sahip akışlarla sınırlı olmasıdır. Bu çalışma, laminar ve türbülanslı akış modellerinde üç boyutlu Navier-Stokes denklemlerini çözmek amacıyla, Kartezyen ağ ve prizmatik ağ ya da Kartezyen ağ yapısı içerisinde sınır bölgesi için geliştirilmiş diğer yöntemleri bir araya getirmektedir. Bu yaklaşım, üst üste binen ağlar kullanılarak Kartezyen ağlar ve yapısal ağlar yöntemlerinin birleşimi olarak görülebilir. Gövde uyumlu ve yapısal ağ yapısı, gövde sınırına yakın bölgelerde yüksek kaliteli gösterimi sağlamak amacıyla kullanılmaktadır.

Sunulan literatür araştırmasında, Kartezyen ağlarla ilgili birçok önemli araştırma yer almaktadır ve bu çalışmada uygulanan yöntemler ayrıntılı olarak ele anlatılmaktadır.

2.1 Melez Kartezyen Ağ Temelli Çözücüler

2.1.1 Sürtünmesiz Akış Çözücüler

Nemec vd. (2005), gömülü sınıra sahip Kartezyen ağ sistemlerinde üç boyutlu Euler denklemleri için aralıklı sınırdış formülasyonunu (discrete-adjoint formulation) geliştirmişlerdir. Bu algoritma sınırdışlar ve hassas akış denklemleri için Runge-Kutta zaman şemasını paralel çoklu ağ yöntemi ile birlikte uygulamaktadır.

Z. Wang ve Z. J. Wang (2006) hızlı düzey belirleme yöntemi ile uyarlanabilir Kartezyen hesaplama ağ yaratıcısı geliştirmiştir. Düzey belirleme denklemleri için yarı Lagrangian yöntemi hayata geçirilmiş ve iki boyutlu Kartezyen hesaplama ağları için yeni verimli parçacık düzeltme algoritması ile geliştirilmiştir. Yarı Lagrangian yöntemi ile pasif taşınım hız alanı ile birinci ve ikinci geometrik hız alanları altındaki ortak yüzeylerin çok yönlü hareketleri modellenenmiştir. Doğruluğu artırabilmek amacıyla parçacık düzeltme algoritması kullanılmıştır.

Ji vd. (2008), hibrid kesik hücre ve hayalet hücre metodunu tanımlamışlardır. Rastgele seçilmiş karmaşık alan içinde hareketli sınır problemlerini çözmek için yeni etkili Kartezyen ağ

metodu sunmuşlardır. Özellikle, kesik hücre içindeki sınır çizgilerinin her bölümündeki akı farkı yüzey integralini kullanılarak hesaplanmışlardır.

Luo vd. (2009), düzensiz sıkıştırılabilir Euler denklemlerini çözmek amacıyla Kartezyen ağlar yöntemini ve ağsız yöntemi içeren melez bir yöntem geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntem ile Kartezyen ağların verimliliği ve ağsız yöntemin esnekliğini bir araya getirilmiştir. Çok sayıda sayısal testler ile yeni melez yöntemin doğruluğu, verimliliği, dayanıklılığı ve çok yönlülüğü ispatlanmıştır.

Fujimoto vd. (2009), gövde uyumlu Kartezyen ağ metodunun verimliliği ve küçük açıklık gibi karmaşık uzantıları olan geometrilere uyarlanabilirliğini artırmak amacıyla uzatılmış hayalet yüzeyden yararlanmışlardır. Bu yaklaşımda, diğer yöntemlerden farklı olarak ağ kenarı yakın yüzey hücre silme yöntemi yerine Kartezyen ağ üretme yöntemi ile oluşturulmuştur. Bu yaklaşımın daha hızlı sonuçlar verdiği ve karmaşık geometrilere uyumluluk sağlayabildiği gözlenmiştir.

2.1.2 Viskoz Akış Çözücüler

Coirier ve Powell (1995), zamana bağlı olmayan transonik sürtünmesiz akışlarda Kartezyen yaklaşımının hassasiyetini araştırmıştır. Düzgün ve uyarlanabilir olarak hassaslaştırılan Kartezyen hesaplama ağları ile elde edilen sonuçları yapısal yöntemlerle elde edilmiş sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Melton vd. (1995), üç boyutlu karmaşık, çok elemanlı yapıların etrafındaki Euler akışını Kartezyen ve gövde uyumu olmayan hesaplama ağı algoritmasını geliştirerek hesaplamışlardır. Araştırmanın sonunda, artan verimliliği elde etmek için yüzey sınır şartları iyileştirilmiş ve ağ oluşturma teknikleri düzenlenmiştir.

Wang (1998) dördü ağ yapısına dayanan uyarlamalı bir Kartezyen/dörtgen ağ üreticisi, ağ uyarlayıcısı ve ikinci derece doğrulukta hücre merkezli viskoz bir akış çözücüsü geliştirmiştir. Bu çalışmada, Kartezyen hesaplama ağı ile gövde uyumlu hesaplama ağı örtüştürülmüş ve dördü ağ yapısı kullanılarak hesaplama ağının istenildiği zaman detaylandırılabilmesi (grid refinement), istenildiği zaman da kabalaştırılabilmesi (grid coarsening) sağlanmıştır.

Wang, Chen, Hariharan, Przekwas ve Grove (1999), karmaşık geometriler için 2^n ağaç yapısına dayanan viskoz bir Kartezyen ağ üretim yöntemi geliştirmiştir. 2^n veri yapısıyla karmaşık geometriler, şok dalgaları, kesme tabakaları ve koordinat yönlerindeki yöne bağımlı ağ uyarlamaları kolaylıkla ele alınabilmektedir. Sınır tabakayı çözümlenebilmek için öngörülen kalınlıktaki bir viskoz tabaka ağı, Kartezyen ağ ile gövde arasına izdüşüm tekniği kullanılarak

eklenmektedir. Buna ek olarak, kritik bölgeleri algılayabilen bir algoritma geliştirilmiş ve hücre kesilmesi tümüyle engelleyerek yüksek kalitede hesaplama ağları üretilmiştir.

Tucker and Pan (2000), Kartezyen kesik hücre yöntemini sıkıştırılmayan, viskoz ve laminer akışlara uygulamıştır. Bu yöntemde, katı sınır yüzeylerinde kesik hücreler oluşmaktadır. Bu hücreler için Navier-Stokes denklemlerinin integrasyonu sırasında yeni bir melez yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntem, yüzey hücrelerinin düzenlenmesini ve interpolasyonu kapsamaktadır.

Wang (2000), Kartezyen/dörtgen hesaplama ağlarını kullanan viskoz akış çözücüsü için iç içe geçmiş çoklu ağ algoritması geliştirmişlerdir. Gövde geometrisi etrafında yüzey çektirme yöntemi ile gövde uyumlu dörtgen ağ oluşturulmuştur. Kartezyen ve dörtgen hesaplama ağlarının örtüştürülmesinden sonra, hücre kesme yöntemiyle çözümden kullanılacak hesaplama ağı oluşturulmuştur. Kartezyen ağın tek bir kök hücreden dörtlü ağ veri yapısı kullanılarak elde edilmesine karşılık, dörtgen ağlar dörtlü ağaç ormanı adı verilen ve en kaba dörtgen ağı gösteren çoklu köklerden elde edilmiştir. Çoklu ağ üretimi için gerekli kabalaştırma algoritması dörtlü ağ veri yapısının ters ağacına dayanmaktadır. Akış çözücüsü Roe'nun akı ayrıştırma yöntemine, hücre merkezli sonlu hacim ayrıştırma yöntemine, küçük kareler yeniden yapılandırma yöntemine ve türevi alınabilen bir sınırlayıcıya dayanmaktadır. Çoklu hesaplama stratejisi için testere dışı döngüsü, W-döngüsü ve V-döngüsü kullanılmıştır.

Wang ve Chen (2002a), karmaşık geometrilerde viskoz Kartezyen ağ yöntemini dikkate değer özelliklerini vurgulamışlardır. Rastgele seçilmiş geometrileri destekleyen paralel iç akış çözücülerini ve uyarlanabilirlik ölçütlerini belirtmişlerdir.

Kanan ve Wang (2007), hareketli sınır akış problemleri için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Yayınladıkları makalede, hareketli sınır akışı hesaplaması için Kartezyen prizma ağ metodunun kullanılabilirliğini desteklemişlerdir. Bu yöntem, Kartezyen ağ yönteminin birçok geometriye uyarlanabilirliği avantajı ile hareketli sınır akışını yeniden ağ oluşturma yöntemi olmadan ele alan Chimera yaklaşımını bir araya getirmiştir. Bu yöntem, sayısız düzenli ve düzensiz akış problemlerinde denenmiştir.

Sang and Li (2007), yapısal ve yapısal olmayan çoklu katman melez ağ yöntemini uygulamışlardır. Bu yöntem iki ve üç boyutlu yapılar etrafındaki karmaşık akış alanını modellemek amacıyla oluşturulmuştur. Yöntem içerisinde yapısal Kartezyen hesaplama ağı ile ayrıştırılmış alanda esnekliği sağlayabilmek için üçgen hesaplama ağlarını barındırmaktadır. Yapı yüzeyine yakın yerlerde gövde uyumlu yapısal ağlar, yüzeyden uzak alan için ise Kartezyen ağlar oluşturulmaktadır.

Wang vd. (2008), üç boyutlu sıkıştırılmaz viskoz akışı hesaplamak için tekil değer ayrıştırması (singular value decomposition) ve genellenmiş sonlu fark (generalized finite difference) şemalarını denemişlerdir. Sayısal ayrıştırma, melez Kartezyen ağ ile ağsız bölgelerden oluşan yapıda türevsel yaklaşım ile Kartezyen olmayan ağ yapısında genellenmiş sonlu fark yöntemine dayanan tekil değer ayrıştırması yöntemi ile yapılmıştır.

Ji vd. (2010), Kartezyen kesik hücre yöntemi için ikinci derece doğru şema geliştirmişlerdir. Kartezyen kesik hücre yöntemi ile oluşan küçük hücre olarak adlandırılan problemi belirlemek için hücre birleştirme yaklaşımı kullanılmıştır. Hücre birleştirme yaklaşımında, Kartezyen hücre merkezi yerine, birleştirilmiş ve birleştirilmemiş kesik hücrelerin ağırlık merkezindeki korunumlu değişkenler depolanmaktadır.

Jahangirian ve Hashemi (2012) sıkıştırılabilir akış hesaplamaları için ağsız alan ve uyarlanabilir Kartezyen ağ yapısı içeren melez bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntem sürtünmesiz ve viskoz akış hesaplamalarında yöntemin hatasızlığını ve verimliliğini doğrulamak amacıyla kullanılmaktadır. Bu yeni yöntemin tam yapısal olmayan akış çözücülerine kıyaslandığında özellikle viskoz akış hesaplarında, hesaplama maliyetini yüzde yetmiş kadar azaltabildiği gösterilmiştir.

Ruffin and Lee (2012), üç boyutlu Hilbert uzay dolgu eğrisini (space-filling-curve) paralel Kartezyen akış çözücülere uygulamışlardır. Bu çalışmada uyarlanabilir yapısal olmayan Kartezyen ağ çözücülerin paralelleştirme olasılığı araştırılmıştır. Beklendiği üzere, üç boyutlu Hilbert uzay dolgu eğrisini kullanılan alan ayrıştırma stratejisi aynı oranda dağıtılmış ve engellenmiş komşu ağ ayırmayı sağlamıştır.

2.1.3 Türbülanslı Akış Çözücüler

Wang ve Chen (2002), türbülanslı akışı incelemek amacıyla viskoz Kartezyen ağ üretim yöntemleri üzerine çalışmışlardır. Bu yöntem karmaşık geometrilerle otomatik olarak uyum sağlayabilmiştir. Bunun yanı sıra, otomatik planlanan yüksek görüntü oranı (aspect ratio) kullanılarak viskoz sınır katmanları yüksek çözünürlükle hesaplanmıştır. Bu Kartezyen ağ yaklaşımında, gövde yüzeyleri, geometriyi korumak için kullanılan hücre kesme yöntemini uygulayabilmek amacıyla kullanılmıştır. Ağ oluşturma işlemi güçlü hücre kesme algoritması sayesinde tamamen otomatik hale getirilmiştir.

Jordan vd. (2002), türbülanslı akış modelleme için bir çözüm geliştirmişlerdir. Bir geminin viskoz ağ yapısını oluşturmak için, mevcut olan Kartezyen ağ oluşturucu, CFD-VisCART, uyarlanmış ve değerlendirilmiştir. Modellemelerde Kartezyen ağlar viskoz alanda kullanılmıştır. Geliştirilen çözücü, gelişmiş yüksek dereceli sayısal şemaları ve büyük girdap

benzeşim (large eddy simülasyon-LES) modelini de içeren birçok türbülans modeli kullanmıştır. Bu yaklaşımda, geminin etrafındaki akış gibi düşük hızlı akışlar için basınç temelli akış çözücünden, VSTOL olarak adlandırılan dikey ya da kısa mesafede kalkış ve iniş yapan uçakların etrafındaki akış gibi yüksek hızlı akışlar için ise yoğunluk temelli akış çözücünden yararlanılmıştır. Bu çalışmanın amacı uçağın ve geminin akış alanlarının ayrı ayrı hesaplanabilirliğini doğrulamak ve geliştirmektir.

Iaccarino ve Verzicco (2003), türbülanslı akışı modellemek için daldırılmış sınır (immersed boundary) tekniğini uyarlamışlardır. Temeli gövde uyumsuz ağ kullanımına dayanan daldırılmış sınır uygulamasıyla sıkıştırılmaz, karmaşık yapı etrafındaki türbülanslı akış modellenmiştir. Düzenlenen korunum denklemleriyle yapının akışa etkileri hesaplanmıştır. Türbülans, standart Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) yaklaşımı ya da daha gelişmiş büyük girdap benzeşim yaklaşımı kullanılarak modellenmiştir.

Grove ve Wang (2005), ağaç sistemine dayanan Kartezyen ağ oluşturma üzerine çalışmışlardır. Karmaşık geometrilere viskoz akışı modellemek için 2ⁿ ağaç sistemine dayanan Kartezyen ağ oluşturma yöntemi son zamanlarda geliştirilmiştir. Viskoz melez Kartezyen ağ yöntemi sınır tabakalarını yüksek görüntü oranına sahip planlanan viskoz katman ağları ile çözebilmektedir. Sekizli ağaç sistemi veri yapısı ile karşılaştırıldığında, 2ⁿ ağaç veri yapısı, anisotropic ağ uyarlanabilirliğini desteklemektedir.

Fujimoto ve Fujii (2007), karmaşık geometri etrafındaki türbülanslı akışı modellemek için, bölgesel arıtılmış Kartezyen ağ metodunu önermiş ve Baldwin Lomax türbülans modelini kullanarak yöntemi denemiştir. Bu yöntemin dayanıklılığındaki (robustness) yetersizlik mesafe temelli ağ çözünürlüğü yaklaşımı kullanılarak iyileştirilmiştir. Kartezyen ağlar gövdeye yakın alanda normal yönündeki yüzey üzerinde örülmüştür. Kartezyen ağların belirtildiği şekilde oluşturulması bu yöntemi melez bir yaklaşım haline getirmiştir.

Pattinson (2007), kesik hücre ve toplanmış çoklu ağ hızlandırılmış Kartezyen ağ yöntemini geliştirmiştir. Bu çalışmanın amacı aerodinamik tasarımlarda etkili olarak kullanılacak kurum içi CFD aracı geliştirilmesidir. Uyumlu olmayan kesik hücre Kartezyen ağlar sayısal çözümler için kullanılmıştır.

Jahangirian ve Shoraka (2008), mühendislik hesaplamaları ve aerodinamik akış için uyarlanabilir yapısal olmayan ağ oluşturma yöntemini denemişlerdir. Bu yeni yöntemin karmaşık aerodinamik akış uygulamaları için yapısal olmayan üçgen ağları otomatik olarak oluşturabildiği ve uyarlayabildiği görülmüştür. Kartezyen ağ oluşturma yönteminin, otomatik yüzey ağ oluşturmaya altyapı hazırladığı gösterilmiştir. Kartezyen ağların iki elemanlı ağaç veri yapısı

kullanımı, ağ kabalaştırması ve detaylandırılmasını eş zamanda yapmasına olanak sağlamaktadır.

Mahmutyazıcıoğlu (2010), hücre merkezli melez yapısal olmayan ağlar için yenilikçi bir ağ kabalaştırma yöntemi geliştirmiştir. Bu yeni ağ kabalaştırma tekniği, sekizli ağaç veri yapısı üzerinde hücrelerin dağılımı temelli hücrelerin toplanması yöntemine dayanmaktadır. Sonrasında temel akış çözücüsüne çoklu ağ stratejisi uygulanmıştır. Kabalaştırma algoritmasının performansı, iki ve üç boyutlu bütün ağ tipleri için incelenmiştir. Ağ kabalaştırma algoritması, iyi tanımlanmış, iç içe yuvalanmış, gövde uyumlu, Kartezyen ağlar ile benzer özelliklere sahip, daha iri ağlar üretmiştir. Sürtünmesiz, laminar ve türbülanslı akışlar için çoklu ağ akış çözümleri elde edilmiştir.

Katz vd. (2011), yüksek Reynolds sayısına sahip dış aerodinamik akışlar için otomatik olarak uyarlanabilir melez örgülü Kartezyen bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Örgülü ağlar, yüzey ağlarının düz çizgi şeklinde çekimidir. Bu nedenle her işlemci için paralel yapı içerisinde tümüyle depolanmaktadır. Bu depolama işlemi bağlantılılık (connectivity) algoritması içinde ölçeklenebilirliği artırmıştır. Kartezyen ağ yaklaşımı gövde dışındaki şekiller için uygulanırken, yakın gövde şekilleri örgülü ağ yaklaşımı ile çözümlenmiştir. Bu çalışma için sayısız literatür taraması gerçekleştirilmiştir ve gövde dışındaki alan için örgülü çözücü, NSU3D, Kartezyen SAMARC ile bir araya getirilmiştir. Yüksek Reynolds sayısına sahip viskoz CFD problemleri, gövde yakınındaki hassas alanlarda örgülü ağ temelli çözüm tekniklerine üzerine odaklanılarak incelenmiştir. Örgülü Kartezyen ağ yöntemi literatürde yer alalı sadece 4 yıl olduğu için yöntemin doğrulanabilmesi için birçok teste gereksinim duyulmaktadır.

Kitamura vd. (2011), aerodinamik analizler için yapısal olmayan CFD kodları kullanarak sabit ve yayılan vorteks durumların doğruluk çalışmalarını yürütmüştür. Küre ve roket şeklinin üzerinden geçen akış için, gövde uyumlu ve Kartezyen ağları bir arada barındıran hesaplamalar, kodun yapısal olmayan ağlar gibi birçok ağ yapısında başarılı bir şekilde ele alındığını göstermiştir.

Kitamura and Shima (2011), Kartezyen ve gövde uyumlu melez ağ üreten TS-GRID aracını ve Spalart- Allmaras türbülans modeline sahip LS akış çözücüler kullanarak, yeni basınç akı şemasını, yüksek Reynolds sayılı, supersonic hızlı roket uygulamalarında kullanmışlardır.

2.2 Bütünüyle Kartezyen Ağ Temelli Çözümler

2.2.1 Sürtünmesiz Akış Çözümler

De Zeeuw ve Powell (1993), detaylandırılmış Kartezyen ağ sisteminin yakınsama oranını artırmak amacıyla tam yaklaşık depolama şeması adı verilen etkili bir çoklu ağ yöntemini kullanmışlardır. Cisim sınırları yakınında, kesik hücre ve eğrilik uyarlaması kullanılmıştır. Roe akı yöntemi olarak, doğrusal yeniden yapılanma şemalı Riemann çözücü kullanılmıştır. Çözüm uyarlanabilen detaylandırma ardından, yüksek gradyanlı alan yakınında, çözümlenmiş hesaplama ağı oluşturulmuştur.

Z. Wang ve Z.J. Wang (2004), uyarlanabilir Kartezyen ağ üzerine düzey belirleme yöntemini denemiştir. Uyarlanabilir Kartezyen ağları da kapsayan rastgele seçilmiş iki boyutlu çokgen ağlar için sonlu hacim yöntemiyle düzey belirleme denklemi geliştirilmiştir. Biri doğrusal diğeri ise ikinci derecenin iki farklı en küçük kare (least square) yeniden yapılanma yaklaşımı test edilmiştir. İki yaklaşım da tatminkar sayısal sonuçlar vermiştir. Doğruluk testleri doğrusal dalga denklem çözümlerinin sonuçları ile karşılaştırılarak yürütülmüştür ve önerilen sonlu hacim yönteminin istenilen sayısal doğruluğu arşivleyebildiği göstermiştir.

Bulgök (2005), dinamik veri yapısı kullanarak geometrik ve çözüme yönelik uyarlama ile iki boyutlu Euler denklemlerinin Kartezyen hesaplama ağları üzerindeki çözümünü Riemann çözücüsü kullanarak gerçekleştirmiştir. Çözümü hızlandırmak için yerel zaman adımı yaklaşımından yararlanılmıştır.

Pattinson vd. (2007), sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akış için, kesik hücre uyumlu olmayan Kartezyen ağ yöntemi geliştirmiştir. Sürtünmesiz sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamayan akışları modellemek için çoklu ağ hızlandırılmış kesik hücre uyumlu olmayan Kartezyen ağ metodolojisi kullanılmıştır. Kesik hücre teknolojisi, yüzey tanımlama tutarsızlıklarına duyarlı olan başlangıç noktasındaki örtüşmeli gövde uyumlu ağı oluşturmak amacıyla geliştirilmiştir.

Xia vd. (2007), uyarlanabilir Kartezyen ağ üzerinde yeniden yapılanmanın tutarlı özelliklerini denemişlerdir. Karmaşık akışların hesaplamalı akışkanlar dinamiği kullanılarak genel durum denklemleri ile çözümü için uyarlanabilir yeniden yapılanma yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem, ikili ağaç veri yapısını kullanan Kartezyen ağ yaklaşımı temeline dayanmakta olup, yöntemin amacı kullanıcı tanımlı doğruluğu sağlayabilmek için çözümlüğü otomatik olarak seçilen ve eşit bir şekilde aralıklandırılmamış tabloya özellik bilgilerinin depolanmasıdır.

Siyahhan (2008) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise iki boyutlu Euler denklemlerinin Kartezyen hesaplama ağları üzerinde çözümünde hücre akılarının bulunması

için Roe'nun yönteminin yanı sıra akı vektör ayrıştırması yöntemlerinden van Leer, AUSM, AUSMD ve AUSMV yöntemleri kullanılmış, zamanda entegrasyon için ise çok aşamalı bir yöntemden yararlanılmıştır. Yöntemin doğruluğunu arttırmak için hücre içindeki akış değişkenleri yeniden yapılandırılmıştır.

Çakmak vd. (2009), çoklu ağ uygulamalı detaylandırılmış Kartezyen ağlar için iki ve üç boyutlu Euler çözücüsü geliştirmiştir. Çözücü sonlu hacim temeline dayanmakta olup, tutarlı, sürtünmesiz sıkıştırılabilir akışlar için Kartezyen ağ üretmektedir. Dörtlü ve sekizli veri yapısı başarıyla uygulanmış olup ve bağlantı bilgileri bu ağaç veri yapılarından etkili bir şekilde elde edilebilmiştir. Otomatik ağ üreticisi ve çözüm adaptasyonu kolaylıkla uygulanmış ve yöntemin faydaları, elde edilen sonuçlar ile doğrulanmıştır.

Xue (2009), sprej simülasyonlarının doğruluğu iyileştirmek amacıyla, altı yüzlü ağ için h-detaylandırma yöntemini kullanarak uyarlanabilir ağ detaylandırma şeması geliştirmiştir. Elde edilen şema, yapısal olmayan Kartezyen ağ yapısı kullanılarak başarıyla motor simülasyon koduna da uyarlanmıştır. Global ince ağ kullanımına ihtiyaç kalmaksızın, özenli bölgesel ağ adaptasyonu kullanılarak tatminkâr sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Daha etkili depolama elde edebilmek amacıyla ağaç temelli veri depolama yapısı geliştirilmiştir. Sarkan ağ noktalarının ele alınması için kullanılan yöntem başarılı yinelemeli detaylandırma için etkili veri yönetimi sağlamıştır.

Çakmak (2009) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise üç boyutlu akışlar için Kartezyen ağ üreticisi ile Euler çözücüsü geliştirilmiştir. Akışın çözümü hücre merkezli sonlu hacim yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiş, akı formülasyonunda ise akı vektör ayrıştırması ile akı fark ayrıştırması yöntemlerinden yararlanılmıştır. Ağ üretiminde hücreler arasındaki bağlantı bilgisini belirlemek için dinamik veri yapıları kullanılmış ve geometriye bağlı hücre adaptasyonu uygulanmıştır. Çözüm elde edildikten sonra da, çözüme bağlı gradyan bilgisi göz önüne alınarak çözüme bağlı adaptasyon güncel ağa uygulanmıştır. Yakınsamanın hızlandırılabilmesi için yerel zaman adımlarıyla birlikte çok kademeli zaman uygulaması ile çoklu ağ yöntemi de kullanılmıştır.

Ebeida vd. (2010), rastgele şekillendirilmiş iki boyutlu alanlar için uyarlanabilir Kartezyen ağlar oluşturabilecek yeni bir teknik yöntem geliştirmişleridir. Yaklaşımları keskin köşe etrafındaki alanlara yaklaşımda esneklik sağlamıştır. İki boyutlu hesaplama ağları üzerindeki çeşitli uygulamalar yaklaşımın ana özelliklerini ve verimliliğini göstermiştir.

Sang ve Yu (2011), yüksek kaldırma aerodinamik kanat ve gövde modellerini, bütün ağaç veri yapıları Kartezyen ağlar ile sayısal olarak analiz etmişlerdir. Bu çalışma, yüksek kaldırma konfigürasyonun sayısal simülasyonunda, HAD yönteminin Euler akış çözücülerini ve

Kartezyen ağ yöntemlerine göre gelişimini açıklamaktadır. Çoklu alan tekniği zorlukları azaltırken, yüz yüze (face-to-face) tekniği ise geometri kesikliklerindeki sayısal simülasyonu kolaylaştırmıştır.

Ji vd. (2012), Poisson denkleminin etkili çözümü için eklenebilir çoklu ağ ile birleştirilmiş paralel uyarlanabilir ağ detaylandırma üzerine çalışmıştır. Üç hız arttırıcı yöntem (eklenebilir çoklu ağ, uyarlanabilir ağ detaylandırma ve paralelleştirme) bir araya getirilmiştir. Uyarlanabilir Kartezyen ağ üzerindeki bilgileri organize etmek amacıyla, olağan ağaç veri yapıları yerine, bütünüyle dişli ağaç (fully threaded tree-FTT) veri yapısını kullanmıştır. Bütünüyle dişli ağaç veri yapısının tercih edilmesinin nedeni ise yapının minimum bilgisayar belleğine gereksinim duymasıdır. Sonlu hacim yöntemi ise uzaysal ayrıklaştırma için kullanılmış ve akış çözücüsüne çözüm uyarlanabilir ağ detaylandırıcı eklenmiştir.

Körpe (2013) dış balistik analizler için otomatik bir HAD yazılımı geliştirmiştir. Bu çalışmada üç boyutlu HAD kodları C++ dilinde yazılmıştır. Bu yazılım, üç boyutlu modelleyici, yüzey ağ yaratıcısı, Kartezyen hacim ağı yaratıcısı, Euler çözücüsü ve üç serbestlik dereceli hareket çözücüsünden oluşmaktadır. Uzaydaki ayrıklaştırma için sonlu hacim yöntemi kullanılmıştır. Akış çözücüsünde çözüm uyumlu ağ detaylandırma yöntemi kullanılmıştır.

Gallego vd. (2014), sıkıştırılabilir, sürtünmesiz Euler denklemlerini çok yönlü Kartezyen ağlarda çözmüşlerdir. Ağ temelli yöntemler ile kısmi diferansiyel denklemleri çözmek için dağıtılmış ve birleştirilmiş nümerik çevre (Distributed and Unified Numerics Environment-DUNE) yapısı kullanılmıştır. Sayısal akılar, toplam kısıtlı fark (Total Variation Bounded-TVB) sınırlayıcılı kullanılarak HLLC Riemann çözücü ile çözülmüştür.

2.2.2 Viskoz Akış Çözücüler

Anagnostopoulos (2003), bölgesel detaylandırılmış veya yapısal olmayan Kartezyen ağlarda taşınım denklemlerinin çözümü için yeni bir sonlu hacim ayrıklaştırma yöntemi göstermiştir. Bu yöntem türbülanslı akışa uygulanabilmekte ve üç boyuta kolaylıkla genişletilebilmektedir. Bu makalede, yeni yöntem ile yapısal olmayan ya da rastgele detaylandırılmış Kartezyen ağlarda yüksek derecen ayrıştırma uygulaması başarı ile elde edilmiştir.

Sultan (2005), araştırmalarını yapısal olmayan Kartezyen akış çözücüler üzerine yapmıştır. Kartezyen ağ üretici ve akış çözücü geliştirilerek ve iki boyutlu geniş bir aerodinamik test durumlarında denenmiştir. Gövdenin bir grup nokta verisi ile tanımlandığı bir ağ üreticisi tasarlanmıştır. Yüksek çözünürlüklü gövde geometrisi elde etmek amacıyla, ray casting yöntemi kullanılarak ağların geometriye adaptasyonu sağlanmıştır.

Min ve Gibou (2006), bütünüyle uyarlanabilir ağlar üzerinde sıkıştırılamaz Navier Stokes denklemleri için ikinci dereceden doğru bir yöntem geliştirmiştir. Uygun ağ görünümü elde etmek amacıyla dördü ve sekizli ağaç veri yapısı kullanılmıştır.

Luo vd. (2006), Kartezyen ağı ve ağsız melez bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemin amacı karmaşık geometrilerde düzensiz sıkıştırılabilir akışı hesaplayabilmektir. Bu yöntemde, Kartezyen ağlar hesaplama alanı kaplamada referans ağ olarak kullanılırken, ağsız yöntem sınır yüzeylerini adreslemede kullanılmıştır. Elde edilen melez yöntem, Kartezyen ağların verimliliğini ve ağsız metodun esnekliğini içerisinde barındırmaktadır.

Nakahashi ve Kim (2006), yeni bir yaklaşım olan Kartezyen ağ temelli küp inşası (building-cube) yöntemini kullanarak yüksek yoğunluklu ağ akışı hesaplaması oluşturmuşlardır. Bu yöntemde, akış alanı iki boyutta farklı büyüklüklerdeki küplere ayrılmaktadır.

Singh and Shyy (2007), yenilikçi üç boyutlu uyarlanabilir Kartezyen ağ metodu geliştirmişlerdir. arayüzey çözünürlüğünü kontrol etmek için, kütle korumalı algoritma işaret ekleme ve silmede kullanılmıştır. Dinamik olarak uyarlanan Kartezyen ağın alt yapısı ara yüzey konum temelli olup, aşamalı ağ ayrıştırma yaklaşımı Navier Stokes hesaplamalarında kullanılmıştır.

Gibou vd. (2007), tamamen uyarlanabilir Kartezyen ağlara, sıkıştırılabilir akışlar için sonlu fark şemasını uygulamışlar ve şemayı düzensiz ağ sistemi üzerinde açıklamışlardır. Dördü ve sekizli ağaç veri yapıları, etkili ağ gösterimine izin vermektedir. Poisson denklemlerinin çözümü için iki farklı şema tanımlanmıştır. Bunlardan biri hücre merkezli olup simetrik doğrusal sistemler üretirken, birinci dereceden doğru çözüm vermektedir. Diğeri ise düğüm noktası bazlı olup simetrik olmayan doğrusal sistemler üretirken, ikinci derece doğru çözümler üretmektedir.

Hartmann vd. (2008), uyarlanabilir çok seviyeli çoklu ağ formülasyonu üzerine çalışmıştır. Sıkıştırılabilir Navier-Stokes denklemleri için Kartezyen ağ yöntemi, uyarlanabilir ağ detaylandırma ve çoklu ağ hızı ile birlikte kullanılmıştır. Kartezyen ağlarda kesik hücreler sınırları göstermede kullanırken, hayalet hücreler sınır şartlarını uygulamayı kolaylaştırmak için tanımlanmıştır. Hücre ağaç veri yapısı ağ hücrelerini hiyerarşik şekilde organize etmek için kullanılmaktadır. Bu veri yapısı, hücrenin bütün detaylandırma seviyelerini göstermektedir. Ağ seviyesi değiştiğinde kullanmak zorunda olmamasına rağmen çoklu ağ yapısına gereksinim duyulmaktadır.

Chung (2008), düşük Reynolds sayısına sahip su kanatçığı performansını sayısal olarak incelemiştir. Makelesinde, iki boyutlu yüzme halindeki plaka su kanatçığının hidrodinamik performansını, kesik hücre yaklaşımılı Kartezyen ağ ile sayısal olarak belirlemiştir.

Luo vd. (2009), dört ağaç temelli yapısal olmayan Kartezyen kesik hücre algoritmasını incelemiştir. Bu yöntem karmaşık sınır gösterimini kolaylaştırmış ve bütün kesik hücreleri depolamak için düzenli veri yapısını faydalı hale getirmiştir. Beşgenler iki dörtgen parçaya bölünerek basitleştirilmiştir. Bir kez gövde yüzeyleri uygun şekilde tanımlandığında, ağ üretimi otomatik olarak gerçekleşebilmektedir. Dörtlü ağaç temelli yapısal olmayan kesik hücre yöntemi, karmaşık geometrilerde birçok ağ üretim adımını azaltabilmektedir.

Luo vd. (2011), rastgele seçilmiş geometride viskoz sıkıştırılabilir akış modellemek amacıyla çözüm temelli uyarlanabilir ağ detaylandırma özelliğine sahip Kartezyen kesik hücre çözücü geliştirmiştir. Kesik hücreler, geometri ve malzeme bağlantılı verileri barındıran Volume CAD (VCAD) kullanılarak otomatik olarak üretilmektedir. Önerilen çözücü karmaşık geometrileri gösterebilmek için altı kategorili kesik hücre ve geometri ve bağlantı bilgilerini depolamak amacıyla hiyerarşik veri yapısı bulundurmaktadır.

Hartmann vd. (2011a), iki ve üç boyutlu viskoz, rastgele detaylandırılmış ağlar üzerinde sıkıştırılabilir akış problemlerinin çözümlerini sağlayabilecek tamamen korunumlu Kartezyen kesik hücre yöntemini sunmuşlardır. Sonlu hacim ayrıştırma yöntemi kullanılarak, katı belirli kütle momentum ve enerji yakınsamasını sergilenmiştir. Düzensiz şekilli ağ alanında yüzey akılarının formülasyonu içindoğrusal en küçük kare yöntemi, hücre merkezli gradyanları yeniden inşa etmede kullanılmıştır. Sınırlar üzerindeki viskoz terimlerin hesaplanması ve sınır şartlarının belirlenmesi için ifadeler geliştirilmiştir. Bu yöntemin doğruluğu, silindir ve küre etrafındaki laminar akışın simülasyonu ile gösterilmiştir.

Hartmann vd. (2011b), önkarişimli yanma için düzey belirleme temelli uyarlanabilir ağ metodu önerilmiştir. Sıkıştırılabilir Navier Stokes denklemleri çözüm uyarlanabilir dörtlü ya da sekizli ağaç ağ detaylandırılmalı Kartezyen kesik hücre akış çözücüsü kullanılarak çözülmüştür. Önkarişimli alev hareketini tanımlamada kullanılan denklem homojen Kartezyen ağ üzerinde bölgesel seviye belirleme methodu kullanılarak çözülmüştür.

Şahin (2011) tarafından gerçekleştirilen çalışmada Kartezyen hesaplama ağları için iki boyutlu laminar akışları çözebilen bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Viskoz akışların analizi için gövde uyumlu dörtgen hücrelerden oluşan hesaplama ağı geometrinin şişirilmesi ile elde edilmiştir. Hücreler arasındaki ilişki, şişirilmiş geometrinin çevresindeki Kartezyen hücrelerin kesim noktalarını en dış sıradaki dörtgenlerin köşeleri ile çakıştırarak kurulmuştur.

Liu vd. (2013), düzensiz şekilli alanda sıkıştırılabilir Navier Stokes denklemleri için bir batırılmış sınır yöntemi geliştirmiştir. Düzensiz şekilli arayüzler üzerinde Dirichlet ve Neumann sınır şartları için yeni daldırılmış sınır yöntemi olan tamamen radyal temelli fonksiyon yaklaşımı kullanılmıştır.

Uddin vd. (2014), Kartezyen akışkan dinamiği çözücüleri temelli daldırılmış sınır teknolojisini denemişlerdir. Karmaşık geometriler etrafında, sıkıştırılabilir Navier Stokes denklemleri yeni p-uyarlanabilir (p-adaptive) dengeleme yaklaşımı ile çözülmüştür. Gömülü yaklaşımlar etrafında basıncın ve viskoz gerilimlerin azalması yapay nümerik yapılar olmadan ele alınabilmektedir.

2.2.3 Türbülanslı Akış Çözücüler

Wang vd. (2004), Spalart- Allmaras türbülans modeli ve bağımsız eddy simülasyonu (Detached Eddy Simulation-DES) temelli RANS yaklaşımını kullanarak, yüzey pürüzlülüğünün etkilerinin simülasyonu üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmanın temel amacı, modern yapısal olmayan Kartezyen ağı sonlu hacim yöntemi kullanılarak yüzey sürtünmesinin ve pürüzlü yüzeydeki ısı transferi katsayılarının hesaplamasıdır. Bu çalışmada pürüzlülük paneli ile son zamanlarda yapılan deneylerin simülasyonu yapılmış ve elde edilen simülasyonun sonuçlarının doğruluğunu belirlemek için deney verileri ile karşılaştırılmıştır.

De Tullio vd. (2007), üç boyutlu önceden hazırlanmış Navier-Stokes ve RANS denklemlerinin çözümlerini, bölgesel detaylandırılmış yarı yapısal Kartezyen ağ kullanarak incelemiştir. Bu yöntem ses altı, ses civarı ve ses üstü akış sistemlerinde, güzel dökümanlanmış düzenli ve düzensiz deney problemleri ile test edilmiştir. Türbülanslı akış simülasyonunun, gövde sınırı yakınında duvar fonksiyonu kullanılmaksızın bile başarılı olduğu gösterilmiştir.

Eisenbach ve Friedrich (2008), daldırılmış sınır tekniklerini, Kartezyen ağ üzerinde uzayda ikinci dereceden merkez ayrıklaştırma temelli sayısal yöntem ile birlikte kullanmıştır. Bu yöntem, iki boyutlu kanadın etrafındaki sıkıştırılmaz akışa büyük girdap benzeşim yaklaşımı kullanılarak uygulanmıştır.

Yang vd. (2007), iki fazlı düzey belirleme yönteminin formülasyonunu, keskin ara yüzeyli Kartezyen ağlarda, Langrangian dynamic Smagorinsky subgrid-scale büyük girdap benzeşim yaklaşımı ile sıkıştırılabilir akışlar için kullanmışlardır. Araştırmanın sonunda, sıkıştırılabilir akışlarda viskoz sınır şartları değişimini yakalayabilmek için RANS ve LES yaklaşımlarını içeren melez bir yaklaşım önerilmiştir.

Mondal vd. (2007), sınır tabaka yakınında Kartezyen ağ örme yaklaşımını geliştirmişlerdir. Gövde yakınında geometri ile uyum sağlamak için ağ yapısı kaydırılmakta ve bu yöntem gerçek Kartezyen ağ yaklaşımı olarak tanımlanamamaktadır. Türbülanslı akışı Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanarak modellenmiştir.

Badry (2007), sıkıştırılamaz akışı çözebilmek için yapısal olmayan Kartezyen ağı çözücü geliştirmiştir. LES türbülans modeli, yapay türbülans üreten durumlarda kullanılmıştır.

Chen ve Zha (2009), karmaşık geometri etrafındaki akışı modelleyebilmek için yenilikçi otomatik gövde uyumlu Kartezyen melez ağ önermiştir. Türbülansın gerilim hesaplamaları Baldwin-Lomax türbülans modeli kullanılarak ortaya konulmuştur.

Kidron vd. (2009), $k-w$ (TNT) türbülans modelini Kartezyen ağ ile birleştirerek türbülanslı akış çözücüsü geliştirmişlerdir. Kartezyen ağlarda sınır iyileştirme problemi, sınır olmayan uyarlanabilir yöntemler (daldırılmış sınır, kesik hücre, vs), birleştirilmiş Kartezyen yaklaşımı ve yapısal ağ teknikleri kullanılarak çözülmüştür.

Berger vd. (2012), iki boyutlu viskoz sıkıştırılabilir akışlar için, Kartezyen kesik hücre detaylandırılmalı sonlu hacim yöntemini kullanarak, yeni bir yaklaşım geliştirmiştir. Bu yaklaşımda, duvar modeli kesik hücrelerde ağ düzensizliklerini azaltmak ve sınırlar etrafındaki çözünürlük gereksinimlerini belirtmek için kullanılmıştır. Oliver (2008) tarafından geliştirilen Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanılarak, temel sürüm tanımlanmıştır.

Meyer (2013), uyarlanabilir detaylandırılmış Kartezyen ağlar ile türbülanslı akışı modellemiştir. Aşamalandırılmış Kartezyen ağlar üzerine sonlu hacim yöntemini kullanarak sıkıştırılamaz Navier Stokes denklemlerini ayırıklaştırmıştır. Korunumlu daldırılmış ara yüzey yöntemi (Conservative Immersed Interface Method-CIIM) ikinci dereceden yakınsamalı iç ve dış türbülanslı akışlar ile birlikte kullanılmıştır. Geliştirilmiş Kartezyen temelli akış çözücü, LES türbülans modeli ile bütünleştirilmiştir.

Nam ve Lien (2014), karmaşık geometriler etrafındaki sıkıştırılabilir türbülanslı akışı modellemek amacıyla kesik hücre temelli batırılmış sınır yöntemi (Ghost Cell based Immersed Boundary Method-GCIBM) olarak bilinen bir yöntem geliştirmiştir. Karmaşık türbülanslı akışların büyük girdaplarının simülasyonunu iyileştirmek için üç boyutlu IBM CFD kodundan yararlanılmıştır, ancak yüksek Reynolds sayısına sahip akışlar için hala geliştirilme aşamasındadır.

2.3 Akademik ve Ticari Kartezyen Ağ Üreticiler

Aftosmis vd. (1999), üç boyutlu Euler denklemler için CART3D olarak adlandırılan yüksek performanslı otomatik uyarlanabilir Kartezyen ağ tabanlı paralel akış çözücünü geliştirmiştir. Bu araştırma, ilk olarak 1993 yılında Meltonun çalışması ile ortaya çıkmıştır. CART3D akış çözücü, yüzey temelli veri yapısını ve Van-Leer's akış vektörlü ayırma şeması ile birleştirilmiş özel ayırma yöntemini kullanmıştır.

Popinet (2003), zamana bağlı sıkıştırılmaz Euler denklemleri için uyarlanabilir ağ görüntüleme metodunu geliştirmiştir. Dörtlü ve sekizli ağaç veri yapısı kullanılarak çözüm alanı ayrıklaştırılmıştır. Basınç dağılımını hesaplamak için ise çok seviyeli Poisson çözücü kullanılmıştır. Akışkan hacmi (Volume Of Fluids-VOF) yaklaşımı kullanılarak karmaşık yapı sınırları tanımlanmıştır. Dörtlü ve sekizli ağaç ayrıştırmasının esnek ve akış özelliklerinin izlenmesinde doğru ve etkili olduğu kanıtlamıştır. NASCART-GT, iki ve üç boyutlu Kartezyen ağlar üzerinde Euler ve Navier-Stokes çözücüsü olup Georgia Teknoloji Üniversitesi'nde geliştirilmiştir (Marshall ve Ruffin, 2004). Çözücü uzayda beşinci dereceden, zaman hesaplamasında ikinci derecen doğruluğa sahip olup, Roe yaklaşımli Riemann çözücü, AUSM ve AUSMPW+ şemaları kullanılmıştır. $k-\epsilon$ türbülans modeli NASCART-GT içerisinde yer almaktadır (Green vd., 2011).

Marella (2006), üç boyutlu hareketli sınır hesaplamaları için yeni bir teknik tasarlamış ve ELAFINT3D (Eulerian Levelset based Algorithm For Interfacial Transport in 3D) olarak adlandırılan hesaplama yapısını geliştirmiştir. Üç boyutlu batırılmış gövdelerin etrafındaki sıkıştırılmaz akışı çözmek için sayısal bir yöntem geliştirilmiştir. Gömülü sınırlar, seviye belirleme (level set) yöntemleri ile gösterilmiş ve sınır etkilerini göstermek için hiçbir kaynak terim kullanılmadan keskin bir şekilde ele alınmıştır.

Tang (2007), Kartezyen hücre HAD kodunu geliştirmiştir. Bir Kartezyen hücre HAD kodu olan OCTVCE, karmaşık geometrilere şok ve patlama dalgalarının etkileşimini sayısal olarak modellemek için oluşturulmuştur. Görsel hücre gömme yöntemi (Virtual Cell Embedding-VCE), mühendislik tasarım problemlerindeki yeterlilikten ve sağladığı kolaylıktan dolayı Kartezyen hücre çekirdeği olarak seçilmiştir. Geliştirilen kod, düzensiz Euler denklemlerinde sonlu hacim formülasyonunu, ikinci dereceden açık (explicit) Runge Kutta Godonov şeması ile birlikte kullanmaktadır.

Hashimoto vd. (2009), üç boyutlu Kartezyen-prizma melez ağ üreten ve HexaGrid olarak adlandırılan otomatik ağ üreticisi geliştirmiştir. HexaGrid'in kullanım amacı, aerodinamik katsayılarının belirlenmesidir. Kartezyen ağ üreticisi, detaylandırma kutusu kullanmakta olup, çözücü kısmı, genellikle $2n$ ağaç veri yapısı olarak anılan alternatif dijital ağaç (Alternating Digital Tree-ADT) veri yapısı içinde depolanmaktadır. Ağ düzenleme ve ayırmalı Kartezyen

yöntemler ağ kalitesini artırmakta kullanılmaktadır. Hücre köşeli sonlu hacim yöntemi ile Euler ve Navier Stokes denklemleri çözülmüş ve Harten-Lax-van Leer-Einfeldt-Wada (HLLW) yöntemi yardımıyla akı sayısal olarak hesaplanmıştır. Alt/üst simetrik Gauss Seidel (Lower/Upper Symmetric Gauss Seidel-LU-SGS) yöntemi ile zaman hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. İkinci dereceden doğruluk için kullanılan sınırlayıcılar, Venkatakrisnan sınırlayıcısı ve yapısal olmayan MUSCL şemasıdır. İkinci dereceden türbülans modeli olarak ise Spalart-Allmaras modeli kullanılmıştır.

Chandar vd. (2011), grafik işleme birimi (GPU) kullanarak, HAD kodunu hızlandırmak için nesne yönelimli (object oriented) bir araç geliştirmiştir. Bilgisayar donanımlarının gelişmesi ile birlikte, kısmi differensiyel denklemleri çözmek için GPU yönteminin kullanımı artmıştır. Aynı yöntem kullanılarak Kartezyen temelli Euler çözümler geliştirilmiş ve çözümlerin performansı başarıyla iyileştirilmiştir. Akademik Kartezyen ağ üreticilerin yanı sıra birçok Kartezyen temelli yazılım bulunmaktadır (TRANAIR, MGAERO, FloEFD, FlowVision). Ancak bu yazılımlar, karmaşık geometriler etrafındaki akışı optimize edememekte ve etkili sınır şartı tanımlamaya ve detaylandırma tekniklerine gereksinim duymaktadır. CART3D, aralarındaki en başarılı çözümlü olmasına rağmen sadece Euler denklemleri çözebilmektedir. Literatürde uygulama tabanlı Kartezyen yöntemi üzerine birçok çalışma mevcuttur. Bu çalışmalar arasında gelişigüzel karmaşık kardiyovasküler anatomiler üzerinde akış modellenmesini, uçak gövdesi ile pervane etkileşimi ve kare bir kanal içerisindeki türbülanslı akışı saymak mümkündür.

2.4 Özel Uygulamalar

Roussel vd. (2003), parabolik kısmi differensiyel denklemleri Kartezyen geometride çözebilmek için, yeni uyarlanabilir sayısal bir şema sunmuşlardır. Bölgesel detaylandırılmış iç içe ağlar üzerinde çözümü gösterebilmek için, bütünüyle uyarlanabilir çoklu çözünürlüklü şema kullanılmıştır. Hesaplama verimliliği ve sayısal doğruluk, birçok doğrusal ve parabolik test durumu hesaplanarak gösterilmiştir.

Shi ve Yu (2004), görsel sigara dumanı simülasyonu üzerine çalışmışlardır. Kullandıkları yöntem, sekizli ağaç veri yapısını kullanarak simülasyon hacmini birçok küçük alanlara bölmüştür. Sekizli ağaç veri yapısı yüzünden, fiziksel hafıza olarak sabit disk ünitesinde depolanan alt ağların büyük bir kısmı ile az sayıdaki alt ağı tutabilecek kadar yeterli büyüklüğe gereksinim duyulmuştur.

Tai ve Shyy (2005), sivri ara yüzey yöntemi (Sarp Interface Method-SIM) ve korunum kanunlarını iyileştirme üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmada, SIM yönteminin doğruluğu ve hesaplama hızı gösterilmiş ve Couette tam gelişmiş kanal ve boşluk akışı ile test edilmiştir. Ara

yüzeyde korunumlu özellikler, kesik hücre yaklaşımıyla denenmiştir. Ara yüzeyde ortalama alma çoklu ağ yöntemi geliştirilmiş ve etkili olduğu gösterilmiştir.

Singh vd. (2005), etkili daldırılmış sınır kodu geliştirerek statik ve yükselen kabarcıklarda test etmiştir. Etkili bir hesaplama için akışın yerel uzunluk ölçekleri uyarlanabilir Kartezyen ağ yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir.

Bijl vd. (2005), rüzgâr türbin kanadı etrafında oluşan uyarlanabilir yapısal olmayan altı yüzlü ağ hesaplamasının geçerliliği üzerine çalışmıştır. Aerodinamik kuvvet hesaplarında kullanılan kanat elemanı yöntemi (Blade Element Method-BEM), türbin sertifikası için yapılan tasarım adımlarında ve dinamik kuvvet hesaplamalarında da yaygın olarak kullanılmaktadır. Uyarlanabilir yapısal olmayan altı yüzeyli ağ hesaplamaları ile akış modellerinde birçok sadeleştirme yapılarak hesaplamaların daha hızlı olması sağlanmıştır. Rüzgâr tüneli ölçümleri ile yüzde yirmiye varan kararsızlığa sahip sistemlerde BEM kuvvet hesaplamaları karşılaştırılmıştır. Bu çalışma çerçevesinde düzensiz akışa daha çok yoğunlaşıldığı gözlenmiştir.

Dragojlovic vd. (2006), viskoz ve sıkıştırılabilir akış için bir gömülü sınır metodu geliştirmişlerdir. Bu çalışmada, iki boyutlu karmaşık geometrilerde zamana bağlı sıkıştırılabilir Navier-Stokes denklemlerinin çözümü için bir algoritma tanıtılmıştır.

Uzgoren vd. (2007), uyarlanabilir detaylandırılmış Kartezyen ağ kullanarak hareketli gövdeleri ve çok fazlı akışları incelemek için birleştirilmiş işaretleyici temelli bir yaklaşım sunmuşlardır. Yaklaşım performansını vurgulamak amacıyla birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalar, (i) değişik kontrol koşullarında ve akış modellerinde boşaltma tankında ara yüzey şekli, kalıntı hacmi, çalkalanma oluşumu ve oluşan dalga periyotları, (ii) hareketli kanat profili etrafındaki akışkan hareketi, ve (iii) karmaşık geometriler etrafındaki akıştır.

Chen vd. (2007), Poisson ve ısı denklemleri için super yakınsamalı bir sonlu fark şeması üzerine çalışmıştır. Dirichlet sınır şartlarına sahip düzensiz çözüm alanlarında değişken katsayılı Poisson ve ısı denklemlerinin çözümünde sonlu fark şemasını kullanmıştır. Komşu iki hücre arasındaki büyüklük farkı sınırlı olmayan ağlar gibi derecelendirilmemiş Kartezyen ağ ile hesaplama alanı ayrılaştırılmıştır. Detaylandırma kriterleri düzensiz arayüzey yakınlığı temeline dayanmaktadır. Böylelikle daha ince çözünürlüklü hücreler ara yüzeye yerleştirilmektedir.

Uzgoren vd. (2009), çok düzeyli Kartezyen ağ yöntemi üzerine çalışmıştır. Çalışmalarında, hesaplama maliyetini azaltmak amacıyla, ağ detaylandırma ve çoklu alan yöntemini kullanan işaret temelli çok fazlı ön izleme algoritmasını göstermişlerdir

Mehl vd. (2008), düzenli ve uyarlanabilir detaylandırılmış Kartezyen ağ kullanan akışkan çözücü temelli bölmeli akışkan yapı simülasyonları için bir Eulerian yaklaşımı tanıtılmıştır. Özellikle etkili uygulama ve akış çözücüyü simülasyonunun içine gömme üzerine yoğunlaşmışlardır.

De Zélicourt vd. (2009), karmaşık kardiovasküler incelemelerde akışı simüle etmişlerdir. Yapısal olamayan Kartezyen ağ yaklaşımı sonuçları, yeniden laminar akış elde edildiği ve akışın türbülansa dönüştüğü bölgeler de dâhil olmak üzere düşük Reynolds sayısına sahip akışlarda dahi kardiyovasküler akışın karmaşık dinamiğini göstermiştir. Bu karmaşık akış fenomenleri, güçlü eğrilikli ve kesit alanındaki hızlı değişikliklerde dahil olmak üzere anatomik geometrilerin karmaşıklığı ve üç boyutlu akış içerisindeki geometrik ayrıntılar gibi düzensiz pertürbasyonlar tarafından uyarlanmıştır.

Udaykumar vd. (2009), uyarlanabilir detaylandırılmış ve paralelleştirilmiş sivri ara yüzeyli Kartezyen ağ metodu üzerine çalışmıştır. Bu metod, akış alanı içinde, özellikleri bütün sistem ölçeğinden farklı bir uzunluk ölçeğiyle çözümlenebilen üç boyutlu hareketli sınır problemlerinin etkili hesaplanabilmesi için genişletilmiş ve geliştirilmiştir. Elde edilen algoritma iki ve üç boyutlu hareketli sınır problemlerinde kullanılmıştır.

Bungartz vd. (2010), paralel çok ölçekli akış dinamiği çözücülerini sekizli ağaç yapısına benzer uyarlanabilir Kartezyen ağ üzerine uygulamışlardır. Uyarlanabilir Kartezyen ağ yapısının gelişmiş HAD uygulamaları için uygun olduğunu göstermiştir. Bu çalışmanın asıl amacı uyarlanabilir Kartezyen ağ üzerinde kısmi differensiyel denklem çözümü için Peano yapısını sergilemektir. Bu ağların katı yapısallık ve çoklu düzey özelliklerini çocuklarına taşıma gibi özellikleri düşük hafıza gereksinimi, paralel çoklu ağ çözücülerin uyarlanabilir ağlar üzerine etkin uygulanması ve rastgele seçilmiş uzaysal boyutlara izin vermektedir.

Hartmann vd. (2010), sıkıştırılabilir viskoz akışlarda iki ve üç boyutlu hareketli sınır problemleri için kesik hücreli bir Kartezyen ağ yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntemde, hareketli sınır, düzey belirleme metodu ile sınır şartları ise hayalet hücre kullanılarak uygulanmıştır.

Miki vd. (2011), ara değerler eklenmiş differensiyel operasyon şema temelli dördüncü dereceden bir Kartezyen bölgesel ağ detaylandırma (Local Mesh Refinement-LMR) yöntemini önermişlerdir. Önerilen Kartezyen LMR yöntemi, üç boyutlu adveksiyon ve diffuzyon denklemleri için dördüncü dereceden doğruluğa sahiptir. LMR yönteminin, hastanın akciğer hava akışının simülasyonunda nasıl uygulanacağı açıklanmıştır.

Yu vd. (2011), büyük harekete sahip üç boyutlu akışkan katı etkileşimi problemlerini çözebilmek için Kartezyen ağ ve ağsız melez ağ temelli sayısal bir yöntem geliştirmişlerdir.

Gövde, ağsız düğüm noktaları ile ayrıklaştırılmış ve sarılmıştır. Ayrıklaştırmış denklemler, ikinci dereceden kesri adım izdüşüm yöntemi yardımıyla zamanda bütünleştirilmiştir.

Liang (2011), yüksek çözünürlüklü simülasyon elde edebilmek ve hesaplama maliyetlerini azaltmak amacıyla yeni bir Kartezyen ağ yöntemini geliştirmiştir. Her altyapı hücresine farklı bölünme seviyesi verilerek, problem çözüm alanının tamamen tek tip ağ ile kaplanması ve bölgesel detaylandırma başarılmıştır.

Kolobov and Arslanbekov (2012), az iyonlaştırılmış plazma simülasyonu için, uyarlanabilir ağ ve algoritma detaylandırma metodolojisi geliştirmiştir. Bu yöntemin uygulanması, sekizli ağa Kartezyen ağ ve kinetik denklemleri çözmek için ayrık hız modelleri temeline dayanmaktadır.

Meinke vd. (2013), Kartezyen ağda keskin hareketli sınırlar için bir kesik hücre yöntemi geliştirmiştir. Hareketli sınırların yakınında sürekli ayrıklaştırma kullanılarak, bu yöntem ile yapay titreşimler engellenmiştir. Ayrıca, farklı sınır birleşenleri göstermek için arayüz yakalayan ve çoklu düzey belirleme fonksiyonu kullanılarak bir algoritma ve kesik hücre hesaplamaları için geliştirilmiş algoritma, birçok uygulamada yer alan karmaşık geometrilerdeki sivri uçların doğru olarak ele alınmasını sağlamıştır.

Liang (2012), iki boyutlu yüzeysel su denklemleri (Shallow Water Equations-SWE) için sadeleştirilmiş uyarlanabilir bir Kartezyen ağ sistemi önermiştir. Bu çalışmada, yeni sadeleştirilmiş ağ sistemi, bölgesel detaylandırma ve dinamik adaptasyon sağlamıştır. Tek tip olmayan ağ yapısında, düzenli Kartezyen ağın yapısal özellikleri korunmuş ve komşu bilgileri, basit bir cebirsel ilişki ile elde edilmiştir. Dinamik ağ adaptasyonu ise altyapı hücrelerinin bölünme seviyesi değiştirilerek elde edilmiştir.

Schneiders vd. (2013), Kartezyen kesik hücre yönteminde yeni bir hareketli sınır formülasyonu geliştirmiştir. Çalışmada, kesik hücre yöntemi, genel hücre birleştirme tekniği ile birlikte kullanıldığında hareketli sınır etrafındaki akış alanı içinde yapay titreşimlerin arttığı gösterilmiştir. Çalışmalarında, fiziksel olmayan titreşimleri gidermeye odaklanmışlardır.

Chung (2013), gömülü hareketli gövdeli sıkıştırılamaz iki fazlı akışı modellemek için uyarlanabilir Kartezyen kesik hücre ve seviye belirleme yöntemleri kullanmıştır. Kullanılan yöntemin, iki boyutlu düzensiz viskoz sıkıştırılamaz yüzeysiz ya da laminar akış rejimi içerisinde hareketli katı gövdenin etrafında gözlenen çok fazlı akışı modellemede başarılı olduğu bilinmektedir. Daldırılmış hareketli gövdeler için düzey belirleme fonksiyonu ve Navier-Stokes denklemlerinin bir araya getirilmesi ile elde edilen bir dış yinelemeli bir çözüm yöntemi geliştirmişlerdir.

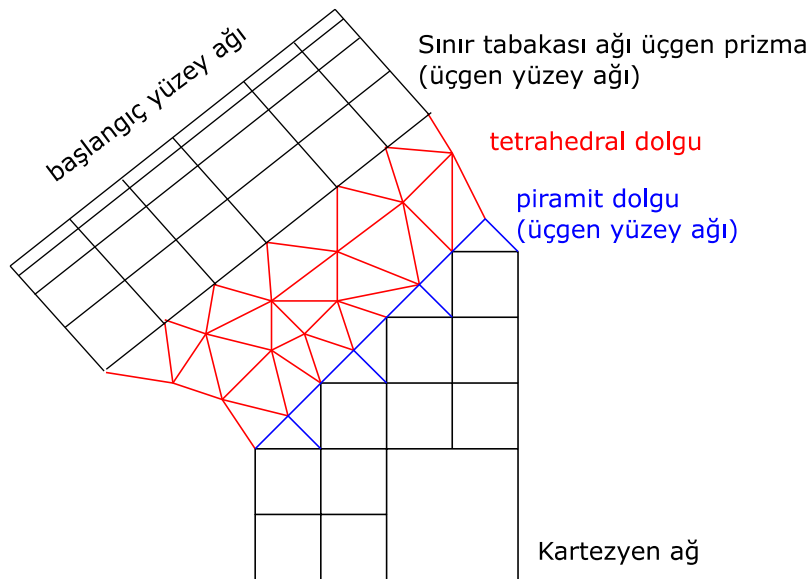
3. GEREÇ VE YÖNTEM

3.1 Çözüm Ağı Üreticisi

Proje önerisinde çözüm ağı üreticisinin, ilk olarak akış alanındaki gövdenin geometrisi üç boyutlu yüzey çözüm ağı ile verildiğinde, gövde uyumlu (body-fitted) dikdörtgen prizma elemanlardan oluşan hesaplama ağının, gövde şişirilerek otomatik olarak oluşturulması öngörülmüştü. Daha sonra, gövde uyumlu hesaplama ağı, dikdörtgen prizma elemanlardan oluşan Kartezyen hesaplama ağının içerisine yerleştirilerek örtüşmeli hesaplama ağının oluşturulması planlanmıştır. Ancak, örtüşmeli hesaplama ağında oluşan kesik hücrelerin çözücüde istenilen hassasiyetin elde edilmesini engellediği belirlenmiştir. Bu aşamada gövde uyumlu çözüm ağı ile Kartezyen hesaplama ağının örtüştürülerek birbiriyle kesiştirilmesinden vazgeçilerek, iki çözüm ağının arasında kalan bölgenin doldurulmasına karar verilmiştir.

Bu proje kapsamında geliştirilen çözüm ağı üretim sürecinin aşamaları aşağıdaki gibi özetlenebilir. Bunlar

- (i) çözüm alanının katı modelleme yazılım ile oluşturulması,
- (ii) üçgenlerden oluşan yüzey ağının oluşturulması,
- (iii) beş yüzlü üçgen prizmalardan oluşan sınır tabaka ağının oluşturulması,



Şekil 3.1. Geliştirilen ağı üreticinin yapısı

(iv) altı yüzlü küplerden oluşan Kartezyen ağının oluşturulması,
(v) Kartezyen ağın yüzeyine kare piramit dolgu ağının yerleştirilmesi ve
(vi) sınır tabaka ağı ile üzerine piramit dolgu ağı yerleştirilmiş bölgenin dört yüzlü tetrahedral dolgu ile doldurulması şeklindedir. Geliştirilen ağ üreticinin yapısı iki boyutlu basitleştirilmiş haliyle Şekil 3.1 'de gösterilmiştir.

Sonuçta elde edilen ağlar Şekil 3.1'de gösterildiği gibi yüzeyden içeriye doğru şu özellikte sahiptir.

- (i) Ağdalı akışlar için 8-15 tabaka üçgen prizmadan oluşan sınır tabakası ağı.
- (ii) 1 tabaka kare piramit dolgu.
- (iii) 2-3 tabaka arası tetrahedral dolgu.
- (vii) Kartezyen hacim ağı.

3.2 Üç Boyutlu Katı Model için Yüzey Hesaplama Ağının Oluşturulması

Çözülmesi gereken herhangi bir HAD problemi için ele alınacak geometrinin üç boyutlu katı modelinin geliştirilecek Kartezyen çözücüne aktarılması gerekmektedir. Bu nedenle üç boyutlu katı model için yüzey hesaplama ağının oluşturulmasına gereksinim duyulmaktadır. Bu amaçla geliştirilecek Kartezyen çözücünün gereksinimlerini karşılayabilecek ve Geuzaine ve Remacle (2009) tarafından geliştirilen açık kaynaklı ve GNU genel kamu lisansı (GNU-General Public License) ile korunan yapısal olmayan hesaplama ağı oluşturma yazılımı olan Gmsh'in kullanılmasına karar verilmiştir. Gmsh üç boyutlu bir sonlu eleman hesaplama ağı yaratıcısı olup, içerisinde gömülü bir bilgisayar yardımıyla tasarım modülü ve bir son işlemci modülü kullanılmaktadır. Bu yazılım hızlı, basit ve kullanım kolaylığı sağlayan hesaplama ağı yaratmak amacıyla tasarlanmış olup, parametrik girdi alabilme ve ileri görüntüleme sağlayabilme yetenekleri bulunmaktadır. Bu yazılım geometri, hesaplama ağı, çözücü ve son işlemci olmak üzere dört modülden oluşmaktadır. İstenildiğinde herhangi bir akış çözücüsü Gmsh yazılımını dışarıdan bağlanabilmektedir. Gmsh yazılımı STEP, IGES ve BREP formatındaki geometri dosyalarını okuyabilmektedir. Bu çalışmada bu yazılımın sadece yüzey hesaplama ağı yaratma modülünün kullanılmasına karar verilmiştir. Bu yüzey ağı, sınır tabakası ağının ve Kartezyen hesaplama ağının oluşturulabilmesi için başlangıç noktasını oluşturacaktır.

3.3 Sınır Tabakasında Gövde Uyumlu Hesaplama Ağının Oluşturulması

Sınır tabaka içerisindeki ağ yapısı, verilen geometri etrafında yarı yapılandırılmış tabakalı ağ şeklindedir. Genellikle, ilk yüzeyin yüzey normalleri yönünde ilerletilmesi [Mavripilis

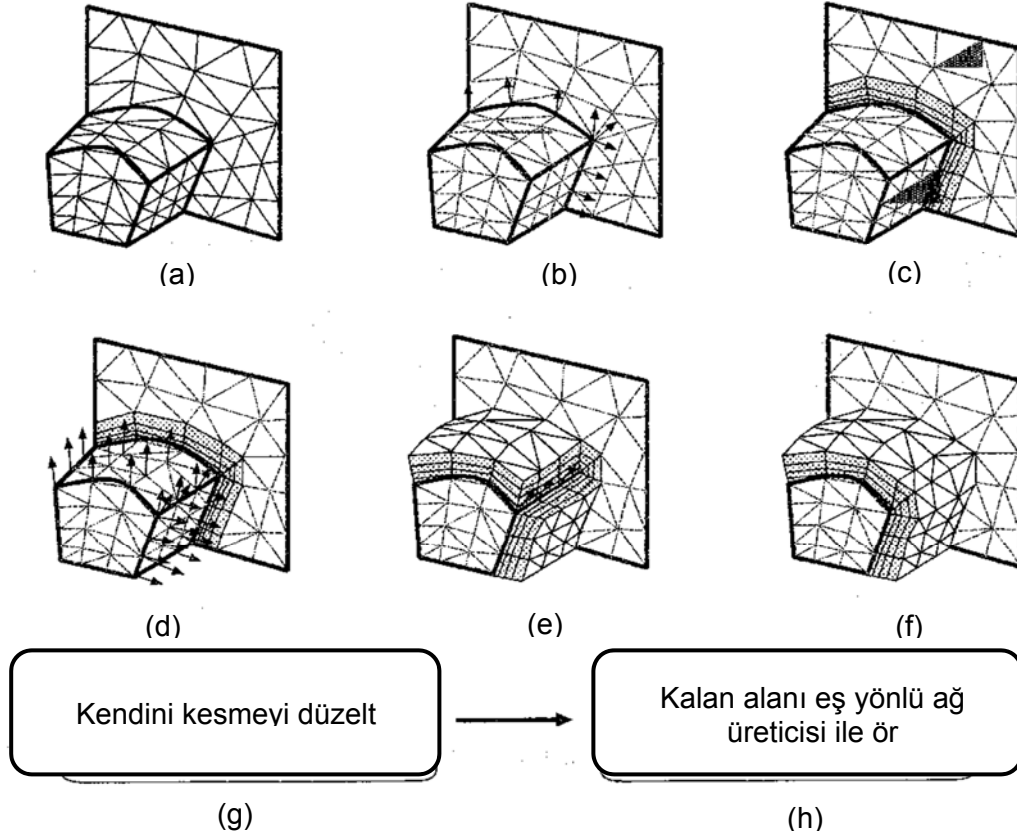
(1990), Parizadeh (1994), Moller ve Hansbo (1995), Caugny ve Shephard (1999)] ve/veya hesaplama ağının yerel değişiklikleri [Marcum (1995)] şeklinde oluşturulur. Sınır tabaka ağ yapısı hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde yaygın olarak kullanılmaktadır. [Weider (1998)] Yaygın olarak kullanılan ikinci dereceden yapısal olmayan HAD şemaları ve ticari yazılımlar, viskoz modellemeler sırasında gövde etrafındaki hız profilini doğru bir şekilde elde edebilmek için sınır tabaka ağ yapısına gereksinim duymaktadır. [Joe (1991), Moller ve Hansbo (1995), Caugny ve Shephard (1999)] Endüstride yaygın olarak kullanılmakta olan kaldırma ve sürüklenme kuvvetlerinin belirlenmesinde sınır tabakası ağ yapısının kalitesi son derece önemlidir.

Sınır tabaka ağ yaklaşımı, temel olarak ilerleyen tabaka (advancing layer) yaklaşımını kullanmakta olup, bu yaklaşımı karmaşık manifold olmayan geometrilerin yüzeye yakın bölgelerinde kaliteli anizotropik elemanlar ile hesaplama ağı oluşturmak için genelleştirmektedir. Bu nedenle, bu yöntem genelleştirilmiş tabaka yöntemi (generalized advancing layer method) olarak adlandırılır. İlerleyen tabaka yönteminde olduğu gibi, bu yöntemde yüzey ağ yapısını girdi olarak almaktadır. Daha sonra, yön bağımlı (anisotropic) sınır tabaka ağını oluşturmakta ve bunu hesaplama alanındaki ağ oluşumunu tamamlamak üzere eş yönlü (isotropic) ağ yaratıcıya göndermektedir. Sınır tabaka ağı üzerindeki düğüm noktaları, yüzey hesaplama ağı düğüm noktalarından kaynaklanan ve büyüme eğrileri adı verilen eğriler üzerine yerleştirilmektedir. Sınır tabaka düğüm noktaları sınır tabaka ağının yön bağımlı elemanlarını oluşturmak üzere birleştirilmektedir.

Genelleştirilmiş ilerleyen tabaka yöntemi, her yüzeyin düğüm noktalarından çıkan çoklu büyüme eğrilerine (diğer bir açıdan, çoklu sınır tabakası ağının düğüm noktalarının oluşturmasına) izin vermektedir. Çoklu büyüme eğrileri, bir yüzey ağı kenarını ya da köşesini paylaşan beş yüzlü yapıların kenarlarından bağlanması zorunluluğunu ortadan kaldırma esnekliğini getirmektedir. Bu yöntem, çoklu büyüme eğrilerinin sebep olduğu üçgen prizmalar arasındaki boşluğu doldurmak için yöntemler içermektedir. Bunun sağlanmasında karşılaşılabilecek herhangi bir başarısızlık, eş yönlü ağ oluşturucusunu yüksek derecede yön bağımlı yüzeylerin maruz bırakacaktır.

Genelleştirilmiş ilerleyen tabakalar yönteminin temel adımları aşağıda verilmiş ve sınır tabaka ağının üretime aşamaları Şekil 3.2'de gösterilmiştir.

(i) Büyüme eğrileri, ilk olarak model köşeleri üzerinde gruplandırılmış geometrik model üzerindeki yüzey ağ köşelerinde belirlenir.



Şekil 3.2. Sınır tabaka ağı üretiminin aşamaları (a) yüzey hesaplama ağı; (b) model kenarları ve köşeleri üzerinde büyüme eğrileri; (c) sınırın yeniden üçgenleştirilmesi; (d) model yüzlerinde büyüme eğrileri; (e) üçgen prizmaların oluşturulması; (f) dolgu elemanlarının oluşturulması; (g) sınır tabaka ağının iç sınırının kendini kesmesinin düzeltilmesi (h) kalan alanın eş yönlü ağ üreticisi tarafından örülmesi

(ii) Bu büyüme eğrileri kısmen veya tamamen model kenarı üzerinde bulunuyor ise, model kenarları üzerinde gruplandırılmış sınır tabaka elemanları (ağ kenar ve köşeleri) oluşturulur.

(iii) Model kenarları üzerinde gruplandırılmış sınır tabakası ağ elemanları, model kenarının ayrıklaştırılmasına (discretization) dâhil edilir.

(iv) Model kenarlarında gruplandırılmış ağ düğümlerinde elde edilir.

(v) Model sınırları üzerinde bulunan büyüme eğrileri düzgünleştirilerek, kısaltılarak veya küçültülerek, kendilerini kesmeleri ve üst üste binmeleri engellenir.

(vi) Model sınırları üzerinde bulunan büyüme eğrileri, üç tip temel sınır katman yapısını (dörtgenler, geçiş elemanları ve dolgu elemanları) oluşturmak bir araya getirilir. Bu yapılar,



model yüzeyleri üzerinde gruplandırılmış sınır tabaka üçgenleri ile sonuçlanacak şekilde üçgenleştirilir (triangulated).

(vii) Model yüzeyleri üzerinde bulunan sınır tabaka üçgenleri de yüzey üçgenleştirilmesine dâhil edilir.

(viii) Model yüzeylerinde gruplandırılmış olan ağ köşelerinde büyüme eğrileri elde edilir.

(ix) Büyüme eğrileri, geçerli elemanların oluşmasını sağlamak amacıyla kısaltılır, küçültülür ve düzgünleştirilir.

(x) Eş yönlü ağ üreticisine geçerli bir girdi sağlayabilmesi için sınır tabaka ağı iç sınırının, kendini kesip kesmediği (self intersections) kontrol edilir. Sınır tabaka ağın iç sınırının kendini kesmesi, bölgesel katman daraltılması ve gerekirse eleman silinmesi ile giderilir.

(xi) Geriye kalan alan, Kartezyen ağ üretici ile örülür.

3.3.1 Büyüme Eğrileri

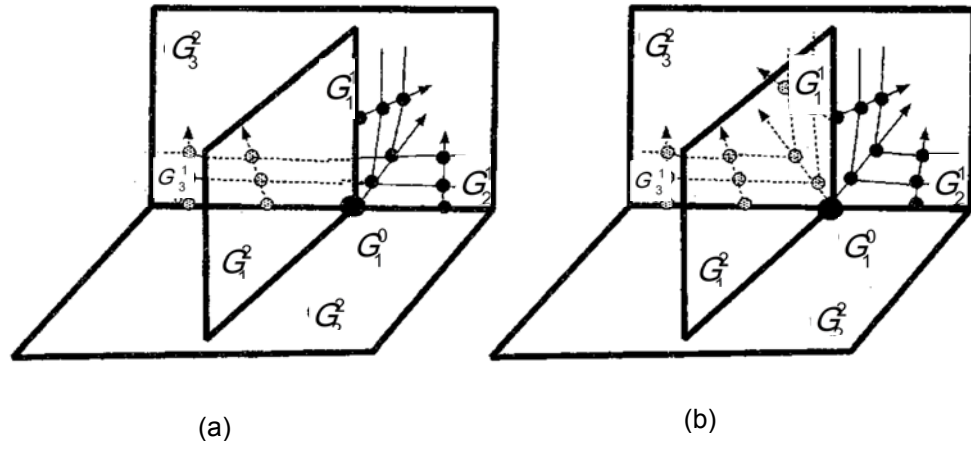
Sınır tabaka ağındaki noktalar, kullanıcı tarafından istenilen katman büyüklükleri göz önüne alınarak sınır ve iç büyüme eğrileri boyunca yerleştirilir. İç büyüme eğrisinin ilki dışındaki bütün düğüm noktaları, modelin bir alanında belirlenir. Sınır büyüme eğrilerinin bütün düğümleri model sınırı üzerinde olacak şekilde belirlenmektedir. Sınır büyüme eğrileri, büyüme eğrisi düğüm noktalarının belirlendiği yüzey üzerinde rastgele bir şekil alabilmektedir.

Genelleştirilmiş ilerleyen katman metodu, model sınırları üzerinde sınıflandırılmış noktalardan tek bölge elde etmek için çoklu büyüme eğrilerine izin vermektedir. Herhangi bir ağ köşesindeki büyüme eğrisi sayısı model yüzü kullanımına göre, bölgesel model topolojisine ve geometrisine bağlıdır. Tek yüzey kullanımına nazaran ağ köşesindeki çoklu büyüme ağı için topolojik gereksinimler bazı manifold olmayan (non-manifold) sınırlarda meydana gelmektedir. Bu sınırlarda, geçerli ağ yapısı elde edebilmek için çoklu büyüme eğrisi gerekmektedir.

Topolojik olarak geçerli bir ağ üretmek için gerekli olan sınır örgü köşesindeki minimum büyüme eğrisi sayısı, sınır tabakalı bir model yüzeyi üzerinde bulunan en az bir ağ yüzeyi kullanımını kapsayan köşedeki ağ manifoldu sayısına eşittir.

Bu önermeyi, Şekil 3.3'deki örnek ile açıklamak mümkündür. Burada, gömülü yüzey G_1 , G_1 köşesine ve iki diğer yüzey olan G_2 ve G_3 boyunca bağlıdır. Sınır tabaka örgüsünün G_2 'de

ve G_1^2 'nin iki tarafında da büyüdüğü var sayılmıştır. Şekil 3.3 de, $M_i^0 \subset G_1^0$ ve $M_i^0 \subset G_1^1$ deki sadece bir büyüme eğrisinin kullanılması bazı dörtlü yapıların G_1^1 ile kesişmesine veya G_1^2 'nin içerisine girmesine neden olmaktadır. Her manifold için bir tane olmak üzere köşede yer alan iki büyüme eğrisi minimum kabul edilebilir sayıyı oluşturmaktadır. Ayrıca, her bir büyüme eğrisinin düğüm noktaları ilgili manifold ağının içinde yer almaktadır. Benzer olarak, üç boyutta, her köşede minimum sayıda büyüme eğrisi mevcut değil ise iç kenarlar model yüzlerinin içine girebilmektedir.



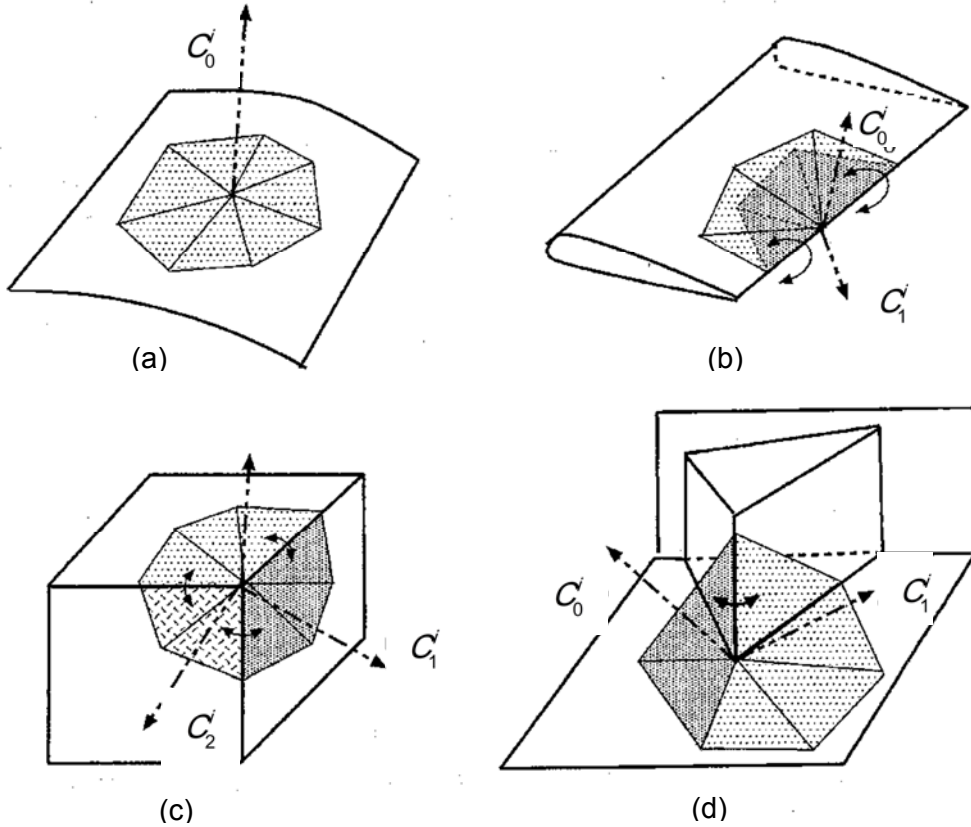
Şekil 3.3. Dağılım olmayan sınırlarda birden fazla büyüme eğrisine gereksinim duyulması
(a) G_1^1 boyunca bir büyüme eğrisi G_3^1 ; (b) G_1^1 boyunca iki büyüme eğrisi

Bazı ağ köşelerinde, çok sayıda büyüme eğrisi model yüzeyinin geometrisinden ve ayrıklaştırma aralığının yetersizliğinden dolayı gerekli olabilmektedir. Bunun sebebi, geçerli beş yüzeyle hücre oluşturabilmek için, ağ köşesindeki büyüme eğrilerinin düğüm noktalarının bu köşeye bağlanan hücre yüzeyinden görülebilir olması gerekmektedir. Düğümsel görünebilirlik, hücre yüzeyinin düğüm noktasına bağlanması ile elde edilen elemanın pozitif hacme sahip olmasını garantilemektedir. Yüzey ayrıklaştırmasının yetersiz olması ya da model geometrisinin çok hızlı değişmesi durumunda, ağ yüzeyinin normali, tüm yüzeylerden görülebilir ortak bir düğüm noktasının bulunması engelleyebilecek kadar çok değişebilmektedir. Bu gibi imkânsız durumlar, büyüme eğrisinin ağ yüzeyi normalinden büyük ölçüde sapmasıyla elemanlar içerisinde büyük dihedral açısına neden olan örgü yüzey normallerinden saptığı yerlerle sınırlıdır. Bu nedenle, genel olarak, ağ köşelerine bağlı ağ yüzey normallerinin çok fazla değiştiği durumlarda çoklu büyüme eğrilerinin olması arzu edilmektedir.

Kaliteli beşyüzeyle hücreleri içeren geçerli bir ağ üretebilmek için, ağ manifoldları öncelikle her ağ düğümü için hesaplanır, ardından bu noktalar ağ yüzlerinin oluşturulması için altkümelere ayrılır. Tüm bu ağ yüzeyi kullanım altkümeleri, ağ yüzlerinde yer alacak şekilde ayrıştırılır.

Ortak bir büyüme eğrisi paylaşan ağ dağılımlarında ağ yüzü alt kümelerinin kullanımının belirlenmesi, ağ yüzeyi çiftleri arasındaki ikidüzlemli (dihedral) açılara dayanmaktadır. Şekil 3.4'te örgü yüzey kullanımı altkümüesi örneği yer almaktadır.

Şekil 3.4a'da, ağ yüzey kullanımı, bir büyüme eğrisi paylaşan tek bir alt küme oluşturmaktadır. Şekil 3.4b ve 3.4c'deki ağ yüzeylerinin bazı çiftleri, büyük bir dihedral açılara sahiptir. Bu nedenle, çiftler birden fazla yüzey kullanım setlerine ayrılmaktadır. Şekil 3.4d'de, büyük dihedral açılı sadece bir tane yüzey kullanım çifti olduğu için ağ yüzey kullanımı iki alt gruba ayrılır. Bu ağ manifoldu için sadece bir tane büyüme eğrisi kullanılması düz yüzeyli elemanlara neden olmaktadır.



Şekil 3.4. Ağ dağılımlarında örgü yüzeyi kullanım alt kümeleri (a) tüm ağ yüzeylerinin ortak büyüme eğrisi paylaştığı durum; (b) ağ dağılımında iki dışbükey kenarlı yüzey; (c) ağ dağılımında üç dışbükey kenarlı yüzey; (d) iki alt gruba bölünür ağ dağılımında tek dışbükey kenar bulunması durumu

3.3.2 Büyüme Eğrilerinin Hesaplanması

Model köşe ve kenarlarında tanımlanan ağ köşelerinden başlayan büyüme eğrileri ilk olarak sınır büyüme eğrileri olarak büyütülmesine çalışılmıştır. Bu aşamada, büyüme eğrisi ağın model ile topolojik bağdaşması ve ağın tahmini geometrik geçerliliği ile uyumlu olmak zorundadır. Sınır büyüme eğrisi oluşturulmasında bu gerekliliklerin herhangi birini ihlal edilirse, büyüme eğrisi içeri doğru büyümektedir.

Büyüme eğrisi hesaplanırken büyüme eğrisinin ilk düğümü dışındaki bütün düğümlerinin mümkün olan en düşük dereceli model oluşumu üzerinde tek bir tanımı olduğu var sayılmaktadır. Örneğin, model köşesi üzerinde bulunan ağ köşesinden bir büyüme eğrisi oluşturulurken, büyüme eğrisini taşıyabilecek en düşük derecede model oluşumu bağlı bir model kenarıdır. Model kenarları ve yüzeyleri kavisli olabileceğinden, düğümlerin ilk konumlarına yakın model oluşumu üzerinde yerlerini bulabilmek için büyüme eğrisi düz çizgi yaklaşımı (verilen ağ yüzeylerinin normallerinin ortalamasından elde edilmektedir) ile ifade edilmiştir.

Hesaplanan büyüme eğrisinin ağın geçerlilik ve kalite şartlarını sağlamasını garanti etmek için detaylı bir denetim yapılmaktadır. Denetimler, büyüme eğrisi ve herhangi komşu büyüme eğrisi arasında gelecekte oluşacak bağlantıların (ağ kenar ve yüzeyleri) topolojik uyumluluğunu ihlal etmeyeceğini garanti etmek için yapılmaktadır. Ayrıca, büyüme eğrisinden elde edilecek elemanların ikidüzlemlili (dihedral) açısı eleman kalitesinden emin olmak için tahmin edilmektedir. Manifold olmayan modeldeki bir örgü köşesinden başlayan iki büyüme eğrisi aynı model yüzeyinden geçmekte ise, eğrilerin kesişen ya da birleşen eğriler olup olmadığı kontrol edilmektedir. Kesişme yok ise, oluşturulacak dört yüzlü sınır tabaka yapılarının birbirleri ile kesişmediklerinin sağlanmış olması kontrol edilmektedir. Kesişme durumunda ise büyüme eğrisi yaratılmayarak yerine başka bir büyüme eğrisi kullanılmaktadır.

3.3.3 Büyüme Eğrileri Boyunca Düğüm Aralığı

Büyüme eğrileri için düğüm aralığı üç yöntem ile belirtilebilir. Bu yöntemler geometrik, üstel (exponential) veya uyarlamalı yöntemlerdir. Bu çalışmada geometrik yöntem kullanılmıştır.

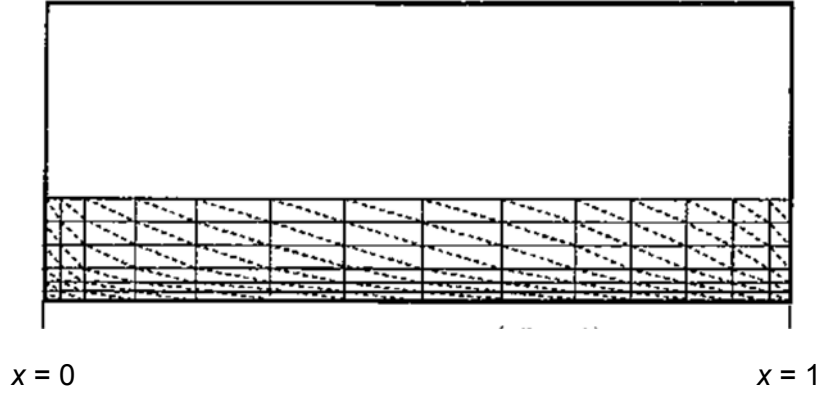
Bu yöntemde, birinci katmanın kalınlığının, ξ_0 , katmanların sayısının, n , ve toplam sınır katmanı ağını kalınlığını olan T 'nin öncelikle belirlenmesi gerekmektedir. Daha sonra, tabaka kalınlık büyüme faktörü, r ,

$$r = \frac{t_i}{t_{i+1}} \quad 0 \leq i \leq n-1 \quad (3.1)$$

aşağıdaki denklem kullanılarak bulunur.

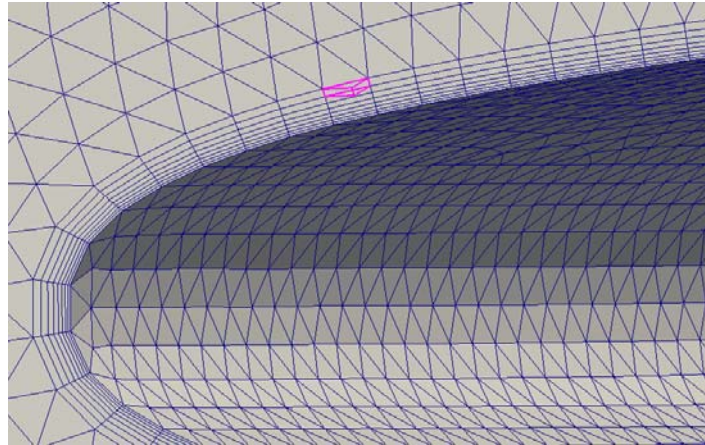
$$T = \frac{t_0 (t^n - 1)}{t - 1} \quad (3.2)$$

Bu yöntem kullanarak, tek tek katmanların kalınlığının geometrik ilerlemeler ile büyümesi hesaplanabilmektedir. Örnek olarak $t_0 = 0.01$, $T = 0.15$ ve $n = 6$ için elde edilen sınır tabaka ağı Şekil 3.5'te görülmektedir.



Şekil 3.5. Sınır tabaka kalınlığının geometrik olarak değişimi

Şekil 3.6'de üç boyutlu bir kanat üzerinde geometrik yöntemle üretilmiş sınır tabakası ağının kesiti görülebilir. Şekil üzerinde sınır tabakasına ait bir adet prizma ayrıntılı hale gelecek şekilde farklı renkte gösterilmiştir. Sınır tabakası ağının dışında tetrahedral ağ elemanları da görülebilir.



Şekil 3.6. Geometrik yöntem kullanılarak örnek sınır tabaka ağı

3.4 Üç Boyutlu Kartezyen Hesaplama Ağının Oluşturulması

Genel olarak, Hesaplmalı Akışkanlar Dinamiği'nde sonuçların hassas olması istendiğinden çok ufak hücrelerden oluşan hesaplama ağlarının kullanılması gerekmektedir. Ancak, hesaplama ağında çok ufak hücrelerin kullanılması hesaplama zamanını ve bellek gereksinimini önemli ölçüde arttırmaktadır. Bazen, bir problemin çözümü için gerekli hesaplama zamanı kabul edilemez seviyelere ulaşabilmektedir. Bu duruma alternatif olarak, küçük hücreler tüm hesaplama alanı yerine sadece gerektiği yerde kullanılabilir. Bu durumda, daha küçük hücrelerin kullanılacağı kritik alanların belirlenmesi gerekmektedir. Bu yöntem adaptasyon olarak adlandırılmaktadır.

Kartezyen yöntemlerin en önemli özelliklerinden biri herhangi bir geometriye değişik adaptasyon çeşitlerinin rahatlıkla uygulanabilmesidir. Bu nedenle de oldukça düşük sayıda hücre kullanarak, hassas sonuçlar elde edilebilmektedir. Bu da hesaplama zamanında ve bellek gereksiniminde önemli kazanımlar sağlamaktadır.

Geometrik ve çözüm adaptasyonu olmak üzere iki tip adaptasyon vardır. Geometrinin tanımlanmasından sonra bu adaptasyonlar kullanılarak problemin çözümü için uygun hesaplama ağ veya ağları elde edilmektedir.

Sekizli ağaç veri yapısı ile de komşuluk ve aile ilişkilerinin depolanmasının yanı sıra akı değerlerinin, hücre tiplerinin ve merkez koordinatlarının depolanması da sağlanmaktadır.

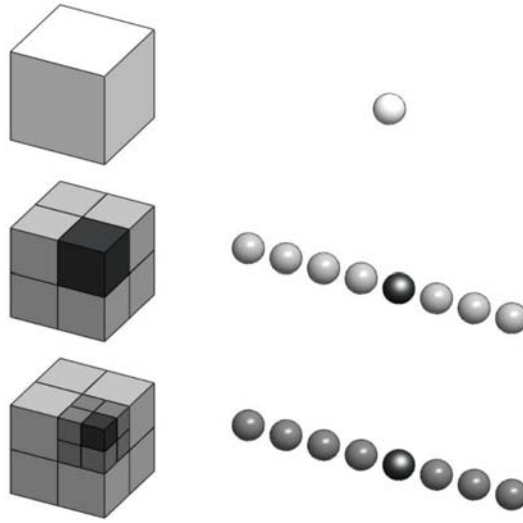
3.4.1 Sekizli Ağaç Veri Yapısı

Sekizli ağaç veri yapısı genellikle 3 boyutlu uzayı bölümlendirmek için kullanılan bir veri yapısıdır. Bu yapıda 3 boyutlu bir hacim temel olarak sekiz küpe bölünür. İki boyutlu bir alanı bölümlendirmek için kullanılan dörtlü ağaç veri yapısının 3 boyuttaki formu olarak kabul edilebilen hiyerarşik bir veri yapısıdır. Sekizli ağaç veri yapısı kök bir hücre ve kök hücrenin ayrışması ile oluşan diğer hücreler tarafından oluşmaktadır. Bu veri yapısı içinde bulunan tüm hücreler birbirlerine bir ağacın dalları ve gövdesini oluşturacak şekilde bağlanmaktadır. Veri yapısı içindeki veri transferi bu dallar ve gövde sayesinde sağlanmaktadır. Bu nedenle de hücrelerin ağaç içerisindeki pozisyonları büyük önem taşımaktadır. Hücrenin ağaç içerisindeki konum bilgisi, o hücrenin veri yapısıyla bağlantılı tüm bilgilerinin elde edilmesine olanak sağlamaktadır.

Sekizli ağaç veri yapısı oluşumu kök hücrenin bölünmesiyle başlamaktadır. Sayısal çözüm hacmini tamamen içine alan kök hücre, ilk olarak sekiz eşit hacimde küpe ayrılmaktadır. İlk bölünmeden sonra sekiz çocuk hücre oluşmaktadır. Bu ve daha alt bölünmeleri izleyerek

veri yapısı oluşmaya devam eder ve istenilen seviyede bölünmeler gerçekleşince durur. Şekil 3.7'de sekizli ağaç veri yapısının ilk iki bölünme aşaması şematik olarak verilmiştir.

Sekizli ağaç veri yapısının en önemli özelliklerinden birisi kök hücreden en büyük bölünme seviyesine sahip çocuk hücrelere kadar uzanan hücreler arası ilişkiler zinciridir. Bu zincir ebeveynlik, çocukluk ve komşuluk ilişkileri ile sağlanmaktadır. Sekiz çocuk hücrelerine bölünen bir hücre, o hücrelerin ebeveyn hücresi olarak adlandırılmaktadır. Yeni oluşan sekiz hücre ise kendi içlerinde ve diğer ebeveyn hücrelerin çocuklarıyla komşuluk ilişkisi içerisinde. Bu şekilde kök hücreden torun ve büyük torun hücrelere, çocuk hücrelerden ebeveyn ve büyük ebeveyn hücrelere bağlantı kurulmuş olmaktadır.



Şekil 3.7. Sekizli ağaç veri yapısının oluşumundaki ilk iki basamak

3.4.2 Hücre Yapısı ve Oluşumu

Hücre yapısı C++ dilinde nesnel olarak oluşturulmuştur. Çözüm ağının sağlıklı bir şekilde oluşturulabilmesi için sekizli ağaç ile alakalı her hücrenin sahip olması gereken veriler vardır. Bu verilerin bir kısmı hücre nesnelere içerisinde bulunmakta ve bir kısmına da hücre içerisinde bulunan veriler kullanılarak ulaşılmaktadır. Ulaşılan verilerin de hücre veri yapılarının içerisinde tutulma imkânları vardır. Ancak endüstriyel seviyede kullanılan bir çözüm ağında oluşturulacak hücre sayıları düşünüldüğünde (milyonlar seviyesinde) hafıza kullanımını verimli bir şekilde gerçekleştirebilmek için bu verilere dolaylı olarak ulaşma yolu seçilmiştir. Bu noktada, endüstriyel boyutlarda bir çözüm ağının oluşturma süresinin günler veya haftalar sürmesini engellemek için dolaylı yoldan ulaşılan verilere ulaşım hızının da optimum değerinde olması gerekmektedir. Bu amaçla sekizli ağaç veri yapıları için en verimli yöntem olan ikili sayı sistemleri yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemle dolaylı yoldan ulaşılan verileri hücre içerisinde

tutmaya gerek kalmadan, milyonlarca hücre içeren bir çözüm ağının oluşumu dakikalar içerisinde tamamlanmaktadır. Hücre veri yapısı içerisinde doğrudan tutulan ve dolaylı olarak ulaşılan veriler Tablo 3.1’de verilmiştir. Bu verilerin tanımları aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.1. Hücre veri yapısı içerisinde tutulan ve ulaşılan veriler

Tutulan	Ulaşılan
Bölünme seviyesi	Yaprak hücre bilgisi
X Konumu	Merkez koordinatları
Y Konumu	Köşe koordinatları
Z Konumu	Ebeveyn hücre
Çocuk hücreler	Komşu hücreler
	Statü

(i) **Bölünme seviyesi:** Bir hücrenin kök hücrenin kaç seviye bölünmesi ile oluştuğunu tutan bir tamsayıdır.

(ii) **X, Y, Z konumları:** Bir hücrenin sekizli ağaç içerisindeki pozisyon bilgisini içeren tam sayılar grubudur.

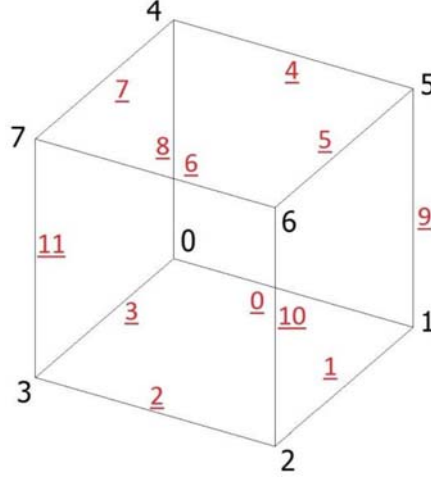
(iii) **Çocuk hücreler:** Bir hücrenin çocuk hücrelerini temsil eden nesnelere grubudur. Eğer bir hücre hiç bölünmemiş ise çocuk hücre verisi bulunmamaktadır. Her hücrenin 0 veya 8 adet hücre bulunabilir. 0’dan 7’ye kadar numaralandırılan bu çocuk hücreler 3 bit boyutunda bilgi ile temsil edilebilirler. Buna göre ilk bit çocuk hücrenin ebeveynine göre x konumunu, ikinci bit y konumunu, üçüncü bit ise z konumunu temsil eder. Bu şekilde verilen bir konuma göre ebeveyn hücreden çocuk hücreye ulaşım sağlanır.

(iv) **Yaprak hücre bilgisi:** Bir sekizli ağaçta bulunan hücrelerin kendi dallarında en yüksek seviyede bölünmeye sahip olan hücrelerdir. Dolayısıyla bu hücrelere ait çocuk hücreler bulunmamaktadır.

(v) **Merkez koordinatları:** Bir hücrenin hacimsel merkezinin Kartezyen eksenlerde koordinatlarının tutulduğu reel sayılardır. Bu noktalar ağ üretimi sırasında hesaplanmamaktadır.

(vi) **Köşe koordinatları:** 6 yüzeyi bulunan bir hücrenin 8 köşe noktasının koordinatlarını içeren veri grubudur. Şekil 3.8’de bir hücrenin köşeleri şematik olarak verilmiştir.

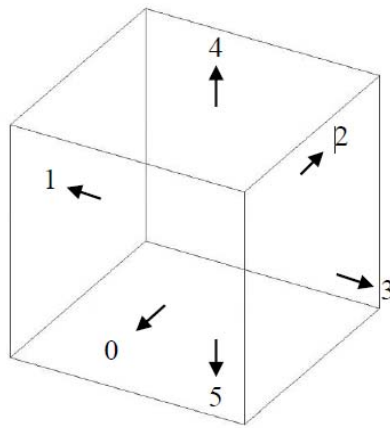
Bu bilgi de ağ üretimi boyunca hesaplanmamaktadır. Ancak simülasyon sırasında koordinatlar belirtilen düzende hesaplanmaktadır.



Şekil 3.8. Hücre köşe ve kenarlarının gösterimi

(vii) **Ebeveyn hücre:** Bir hücrenin ebeveyn hücre nesnesini bulandıran veridir. Kök hücrenin ebeveyn hücresi bulunmamaktadır. Çocuk hücrelerde ebeveyn hücrelere bir işaretçi saklanmasına gerek yoktur.

(viii) **Komşu hücreler:** Bir hücrenin 6 yüzey komşusunu bulandıran nesnelere. Hücrenin kenar ve köşe komşularına gereksinim olduğu durumda, yüzey komşuları ve onların yüzey komşuları yoluyla ulaşılabilir. Şekil 3.9'da bir hücrenin 6 yüzey komşusunun yönleri verilmiştir.



Şekil 3.9. Hücre komşu yüzeylerinin gösterimi

(ix) **Statü:** Bir hücrenin sayısal çözüm hacminin neresinde bulunduğunu belirleyen veridir. Bir hücre kök hücrenin sınırları içerisinde bulunmak zorundadır fakat çözüm hacminin yüzeyi ile kök hücre sınırları arasında veya çözüm hacminin içerisinde bulunan bir geometrinin içerisinde bulunabilmektedir. Bu tür hücrelerin bulunup ayıklanması gerekmektedir. Bu işleme hücre statüsünü belirleme bölümünde değinilecektir.

3.4.3 Hücre Konumlarından Koordinatlarına Ulaşım

Bir önceki bölümde hücre veri yapısı içerisinde hücrenin X, Y ve Z konumları tutulduğu belirtilmişti. Bu konumlar tamsayı olup 3 boyutlu uzayda hücrenin koordinatlarını vermemektedir. Bu konum değişkenleri hücrenin sekizli ağaç içerisindeki konumunu vermektedir. Bu tamsayılar kullanılarak ise hücrenin 3 boyuttaki koordinatlarına ve gerekli diğer verilerine ulaşılabilmektedir. Bu işlem için aşağıda verilen

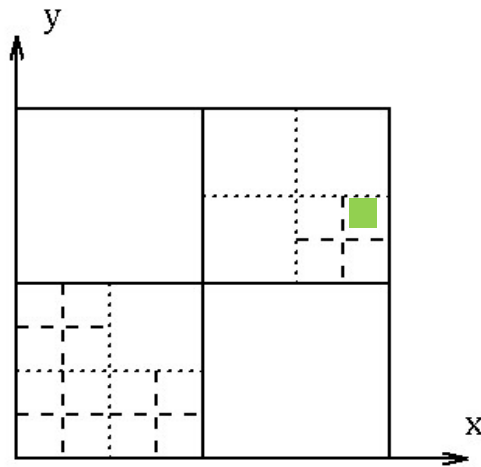
$$\text{Hücre Koordinatı} = \text{Min Kök Koordinatı} + \frac{\text{Konum}}{2^{\text{Seviye}}} \text{Kök Kenar Uzunluğu} \quad (3.3)$$

denklemi kullanılmaktadır. Hücre koordinatlarının bulunması temsili olarak Şekil 3.10'da verilen 2 boyutta tanımlı bir dörtlü ağaç üzerinden anlatılacaktır. Yeşil renk ile belirtilen hücrenin hücre içerisinde tutulan verileri aşağıdaki gibidir.

(i) Bölünme seviyesi: 3

(ii) X konumu: 7

(iii) Y Konumu: 6



Şekil 3.10. Dörtlü ağaç veri yapısı

Bu durumda Denklem (3.3) kullanılarak X ve Y koordinatları,

$$X_c = 0 + \frac{7}{2^3}1 = 0.875$$

$$Y_c = 0 + \frac{6}{2^3}1 = 0.75$$

şeklinde bulunmaktadır.

3.4.4 Hücre Köşelerini Belirleme

Octree yöntemi ile üretilen hücreler, konumlarına kolayca ulaşılabilecek bir veri yapısına sahiptirler. Ancak, bu yapı genel sayısal sonlu eleman veya HAD çözücülerinde kullanılmaya uygun değildir. Bu gibi programların ağ verisini kullanabilmeleri için köşe koordinatlarının belirlenmesi ve aktif olan köşelerin numaralandırılması gerekir.

Bu amaçla genel octree hücre veri yapısından, yine octree tabanlı bir düğüm veri yapısı geliştirilmiştir. Komşuluk ve uzaysal pozisyon bilgileri aynı olan bu yeni veri yapısına sadece düğüm numaralandırılması eklenmiştir.

Hücre merkezleri ile hücre köşe noktalarının birbirine çok benzer olduğu görülmektedir. Dikkat edilmesi gereken nokta, her bir hücre için 8 adet, yani bir seviye fazla köşe noktası üretilmektedir. Bu durumda köşe numaralarının hücre numaraları ile ilişkili olduğu ve bölünme oranın hücre bölünme oranından bir fazla olduğu görülmektedir.

Uygulama sırasında, düğüm koordinatlarına ve düğüm numaralarına gerek duyulduğunda, yeni bir düğüm kök hücresi yaratılır. Ardından, hücre kök hücresinden başlanarak hücre ağacının tüm elemanları dolaşarak ve her hücre için sekiz köşe de düğüm ağacına işlenir.

Bu şekilde düğüm noktaları yaratıldıktan sonra, aktif olan en uçtaki dalların köşeleri 0'dan başlanılarak numaralandırılır. Eğer bir düğüm noktasının çocukları varsa, o düğüm noktası numaralandırılmaz, onun yerine kendisi ile aynı fiziksel koordinatı paylaşan en fazla bölünme oranına sahip düğümün numarasını kullanır. Böylece aynı noktanın çıktı dosyasında yinelenmesi önlenir ve hücre-düğüm bağlantısında karışıklığın önüne geçilmiş olur.

Hücre koordinatlarının hesaplanması bir önceki bölümde anlatıldığı gibidir. Hücre numaraları ile düğüm numaraları bağlantılı olduğu için, düğüm koordinatları hücre merkezinden \pm Kök Kenar Uzunluğu / 2 kadar uzaktadır.

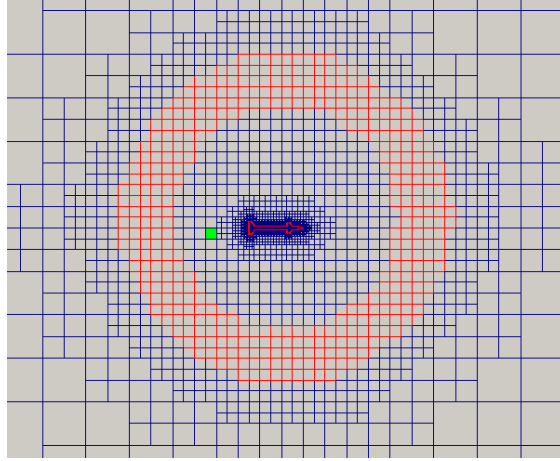
3.4.5 Hücre Statüsünü Belirleme

Sekizli ağaç veri yapısındaki gereksinimlerden ilki kök hücrenin sayısal çözüm hacminin tamamını kaplamasıdır. Kök hücrenin hacmi kapsayan bir kutu görevi görmesi gerekmektedir. Hacim sınırlarında, kök hücre yüzeylerinin ötesine geçen kısımların bulunması halinde sağlıklı bir çözüm ağı oluşturulma şansı yoktur. Benzer şekilde kök hücre yüzeylerinin hacim sınırlarıyla kesişmeleri veya sınırlarına çok yaklaşmaları, ağ oluşumu açısından çok kötü sonuçlar doğurabilmektedir.

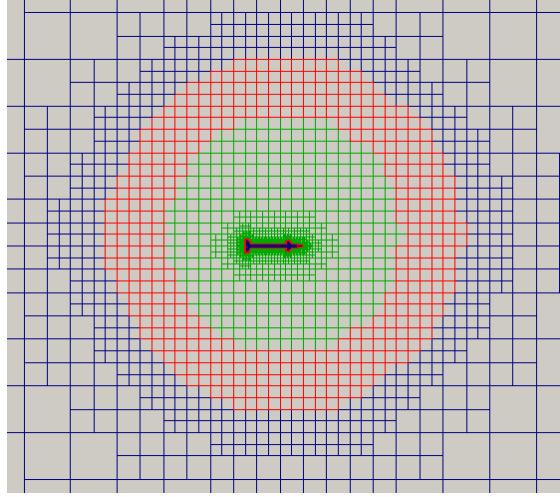
Kök hücrenin belirli bir güvenlik katsayısıyla birlikte çözüm hacmi yüzeylerini kapsayacak şekilde oluşturulması ile birlikte, kök hücre yüzeyleri ve sayısal çözüm hacmi yüzeyleri arasında kaçınılmaz bir hacim oluşmaktadır. Bu hacim Şekil 3.11b'de mavi renk ile verilmektedir. Benzer bir kullanılmayan hacim ise sayısal hacim içerisinde bulunan geometrilerin hacmidir. Şekil 3.11c'de mavi renk ile belirtilen hacim bu tür bir hacme örnek olarak verilebilir. Bu iki tür kullanılmayan hacim içerisinde, bu hacimlerin kök hücrenin içerisinde bulunmalarından dolayı sekizli ağaç hücreleri oluşmaktadır. Oluşan bu hücrelerde herhangi bir sayısal çözüm yapılmayacağı için bu hücrelerin ayıklanması gerekmektedir.

Ayıklama işlemi sayısal çözüm yapılacak hücrelerin belirlenmesi sayesinde yapılmaktadır. Bu belirleme işlemi de tohum verme yöntemi ile sağlanmaktadır. Tohum verme yönteminde ilk olarak sayısal çözüm yapılacak hacim içerisinde bir noktanın koordinatları belirlenir. Daha sonra bu koordinatlara sahip noktayı içinde bulunduran sekizli ağaç hücresi belirlenir. Şekil 3.11a'de yeşil ile gösterilen hücre, tohum olarak verilebilecek bir noktayı içeren sekizli ağaç hücresini temsil etmektedir. Tohum hücrenin belirlenmesi ile birlikte hücre statüsü sayısal hacim hücresi olarak belirlenir ve bu hücreden komşularına doğru yayılma başlar.

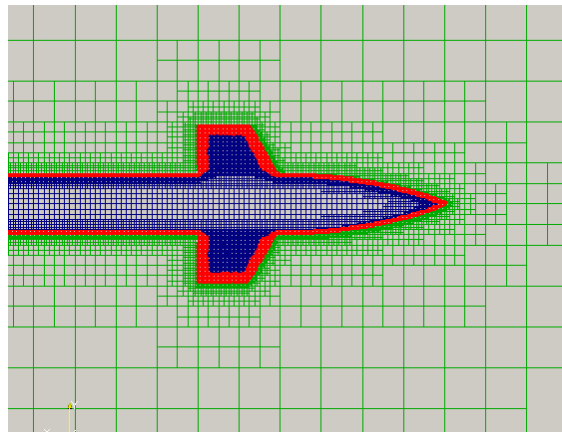
Tarama bir hücreden komşu hücresine sıçradığı zaman ilk olarak hücrenin Şekil 3.11'de kırmızı renk ile belirtilen iç veya dış sınırlara dayanıp dayanmadığı kontrolünü yapar. Eğer gelinen yönde sayısal çözüm hacmi sınırlarına dayanıldıysa o yönde tarama durdurulur ve diğer yönlerde taramaya devam edilir. Bu şekilde tohum hücreden başlayarak, sayısal çözüm hacmi sınırları içerisinde kalan tüm hücreler taranarak onların statüsü ağ oluşumuna uygun olarak belirlenir. Kök hücre içerisinde bulunan ve ağ oluşumuna uygun olarak belirlenen sekizli ağaç hücrelerinin dışında kalan tüm hücreler ise ağ oluşumuna uygun olmayan hücre statüsüne girer. Şekil 3.11b ve 3.11c'de sınır hücreleri, çözüm ağı hücreleri ve dış hücreler sırası ile kırmızı, yeşil ve mavi renklerle gösterilmiştir. Sonuç olarak sadece yeşil hücreler kalacak şekilde ayıklama yapılır ve çözüm ağının Kartezyen kısmı oluşturulur.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.11. Hücre statüsünü belirleyen sınırlar ve tohum hücre

3.4.6 Kesik Hücrelerin Değerlendirilmesi

Kartezyen ağ üretiminin en ilgi çekici konularından biri kesik hücrelerin ele alınmasıdır. Kesik hücreler geometri ile etkileşimde bulunduğu için, geometrinin içinde ve dışında kalan hacimlerin belirlenmesi gerekmektedir. Bunu gerçekleştirebilmek için her kesik hücre içerisindeki geometri topolojisinin belirlenmesi gerekir. İlerleyen küpler (marching cubes) yöntemi literatürde en çok kullanılan yöntemlerden biridir.[Loreman ve Kline (1987), Çakmak (2009) ve Körpe (2013). İlerleyen dört yüzlüler (marching tetrahedrals) yöntemi ilerleyen küpler yöntemine alternatif olarak kullanılan diğer bir yöntem olup, her iki yöntemde geliştirilmiş olan ağ üretici yazılımı içerisinde gömülmüştür. Bunu yanında geometriyi hesaplama ağı ile birleştirmek için en iyi yöntem tam uyum (exact fit) yöntemidir .[Berger, Aftosmis ve Melton (1998)]. Bu yöntemde ithal edilen yüzey ağı topolojisi Kesik Kartezyen hücrelere doğrudan uyarlanmaktadır. Dolayısıyla bu yöntem, gerçekçi olmayan ayrılmış hücre (split cells) gibi ilerlemeli yöntemlerin sakıncalı yönlerini ortadan kaldırmaktadır.

Geliştirilmiş olan tam uyumlu yüzey uyarlama yöntemi kesik hücreler içerisindeki yüzeyleri oluşturmak için ithal edilmiş yapısız yüzey ağındaki üçgenleri kırpan Sutherland-Hodgman çokgen kırpma (polygon clipping) yöntemini kullanmaktadır. Kırpma işleminden sonra geride kalan çokgenler Kartezyen ağ yüzeylerini tanımlamaktadır. Kesik hücrelerin hacmi, yine bir açık kaynaklı yazılım olan Tetgen'in dörtenleştirme (tetrahedralization) yöntemi ile yapılmaktadır. Tetgen'in kütüphaneleri hızlı haberleşme sağlayabilmek için Kartezyen ağ üreticinin içerisinde gömülmüştür.

3.4.7 Ağ Adaptasyonu

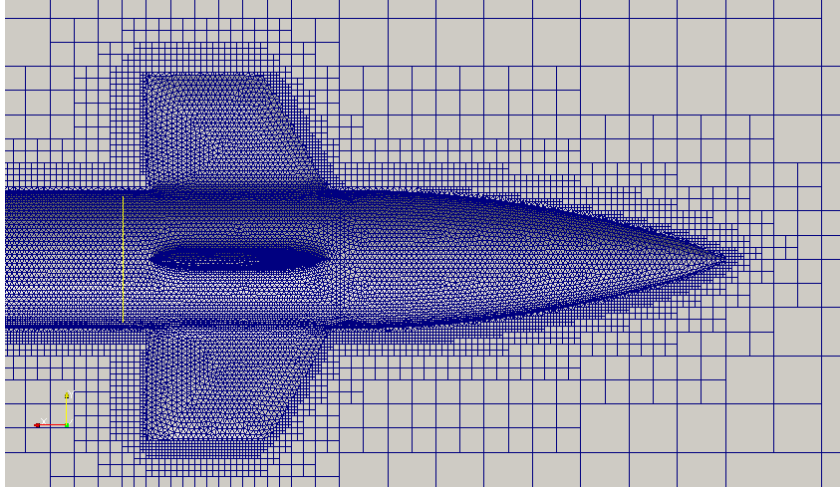
Yinelemeli sayısal çözümler Şekil 3.12'de görüldüğü gibi çözüm alanında oluşturulan bir hesaplama ağı ile başlamaktadır. Yinelemeler süresince fiziksel problemin çözümü çözüm alanı içinde oluşmaktadır. Ağ adaptasyonu çözümün yeterli çözünürlükte elde edilmesi için kullanılan en etkili yöntemlerden birisidir. Ağ adaptasyonunda çözümün en çok değiştiği bölgeler belirlenerek, bu bölgelerde ağ yoğunluğu artırılmaktadır. Daha sonra bu yeni hesaplama ağı çözücüye gönderilmektedir.

Örneğin yoğunluğun hassas bir şekilde belirlenmesi isteniyorsa, yoğunluğun gradyanı

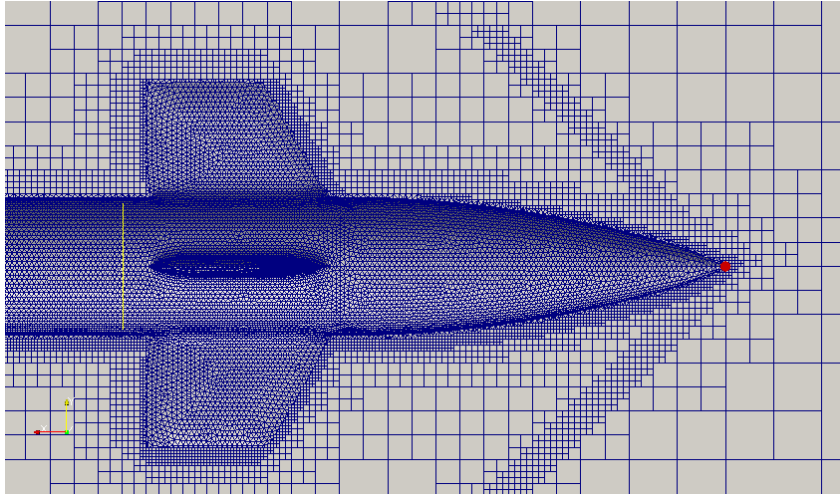
$$R = \frac{\sum_{i=0}^n \nabla \rho}{n} \quad (3.4)$$

denklemleri ile hesaplanabilir. Böylelikle şok ve kuyruk akımı gibi yoğunluk gradyanının yüksek olduğu bölgeler belirlenebilir. Şekil 3.12'de gösterilen başlangıç hesaplama ağı şok ve diğer

yüksek gradyanlı bölgelere göre yoğunlaştırılarak Şekil 3.13'de görülen hesaplama ağı elde edilmiştir. Bu şekilde şok dalgası cebirsel olarak görülmektedir.



Şekil 3.12. Başlangıç hesaplama ağı



Şekil 3.13. Rafine edilmiş hesaplama ağı

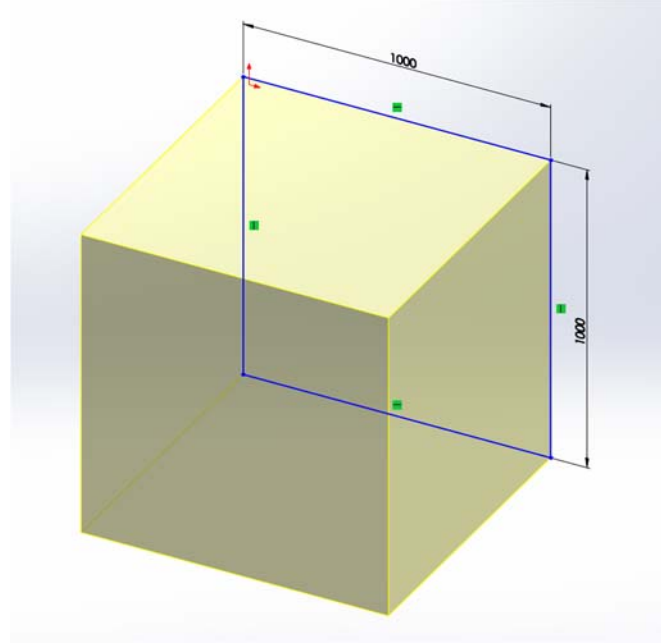
3.4.8 Kartezyen Ağ Üreticisinin Doğrulanması

Geliştirilmiş olan Kartezyen ağ üretici yazılımında sekizli ağaç yapılandırmasında ilk hücre olan kök hücrenin boyutları geometrinin her bir Kartezyen eksen yönündeki en büyük boyutuna göre seçilmektedir. Kartezyen ağ üreticisinin doğrulanması küp, küre, silindir ve delikli silindir için yapılmıştır. Küp ve küre için en büyük boyutlar sırasıyla kenar uzunluğu ve çaptır. Buna karşılık silindir ve delikli silindir için en büyük boyut silindirin uzunluğu olarak

alınmıştır. Kök hücrenin boyutları tanımlanan bir kök hücre ölçeğinin en büyük boyutla çarpılmasıyla elde edilmektedir.

3.4.8.1 Küp

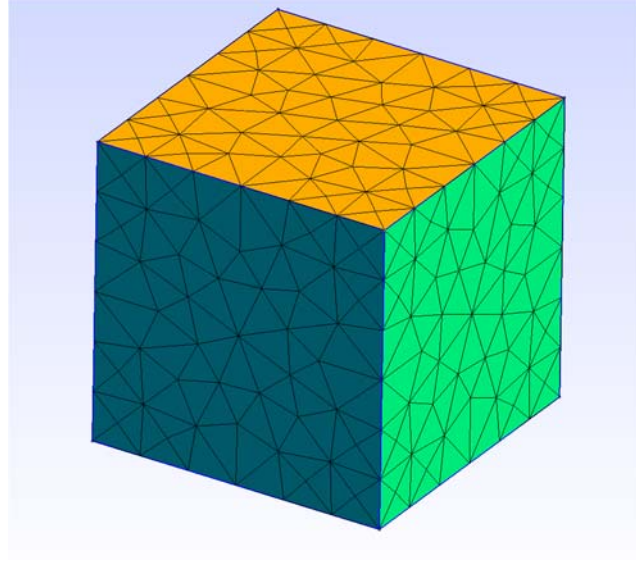
Küpün üç boyutlu modeli Şekil 3.14'te gösterilmiştir. Sekizli ağaç yapısının seviyesi arttırıldıkça Kartezyen hücrelerin boyutları hızla azaldığından küp kenarlarının uzunlukları 1000 birim olarak alınmıştır. Çok küçük hacimler yüzey uyarlaması ve hacim hesaplaması sırasında sıkıntılar yaratmaktadır. Küpün ideal yüzey alanı ve hacmi 6×10^6 birim² ve 1×10^9 birim³ olarak bulunabilir.



Şekil 3.14. Küpün üç boyutlu modeli

Küpün oluşturulan üç boyutlu modeli GMSH yapısal olmayan ağ üretme yazılımına ithal edilmiştir. Geometrinin yüzeyleri üçgenlerle tanımlandığı için yüzey hesaplama ağının yoğunluğu yüzeylerin kavisliliğinin yakalanması açısından çok önemlidir. Ancak bir küpün yüzeyleri düzlem şeklinde olduğu için hesaplama ağının yoğunluğu önemli bir parametre olmadığı gibi Kartezyen hesaplama ağının oluşturulma süresini uzatmaktadır, Küp için oluşturulan yapısal olmayan yüzey hesaplama ağı Şekil 3.15'te gösterilmiştir. Yüzey alanı için üçgenleri, hacim için ise dört yüzlü yapıları kullanarak küpün alanı ve hacmi 5.9999985×10^6 birim² ve 9.98715520×10^8 birim³ olarak bulmak mümkündür.

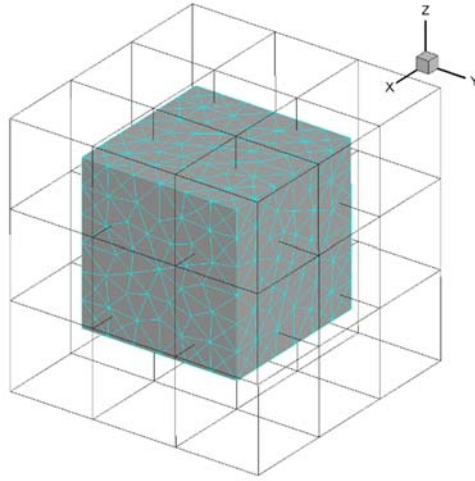
Küp için kök hücre ölçeği 2.13 olarak alınmıştır. Küpün ikinci, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı seviye bölünme sonucundaki kesik hücreleri, iç hücreleri ve Kartezyen ağ yüzeyleri Şekil 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 ve 3.20'de gösterilmiştir. Çeşitli seviyelerdeki bölünme sonucunda elde edilen küp yüzey alanı ve hacmi Tablo 3.2'de verilmiştir.



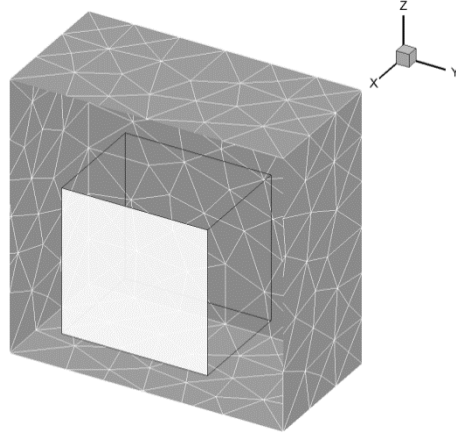
Şekil 3.15. Küpün yapısal olmayan hesaplama ağı

Tablo 3.2. Küp için Kartezyen hesaplama ağlarının karşılaştırılması

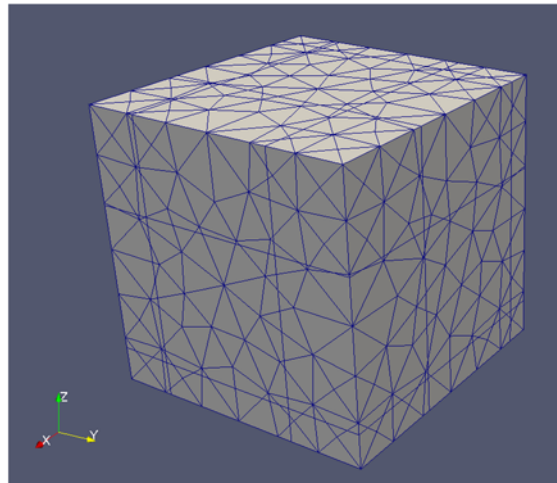
Bölünme seviyesi	Kesik hücre sayısı	İç hücre sayısı	Kartezyen ağ hacmi (birim ³)	Modele göre hacim hatası (%)	Yapısız ağa göre hacim hatası (%)	Görsel hafıza kullanımı (kB)	Üretim zamanı (dak:sn)
2	26	1	7.7536x10 ⁸	22.46	22.36	2,232	0:2
3	98	27	9.4772x10 ⁸	5.23	5.12	4,124	0:5
4	324	252	9.6982x10 ⁸	3.02	2.89	17,860	0:24
5	1352	2744	9.9486x10 ⁸	0.52	0.39	119,376	0:58
6	5402	24389	9.9960x10 ⁸	0.04	0.09	921,592	6:31



(a) İkinci seviye bölünme için küpün kesik hücreleri

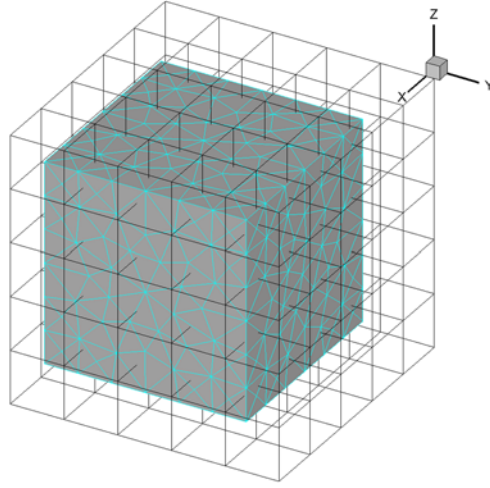


(b) İkinci seviye bölünme için küpün iç hücreleri

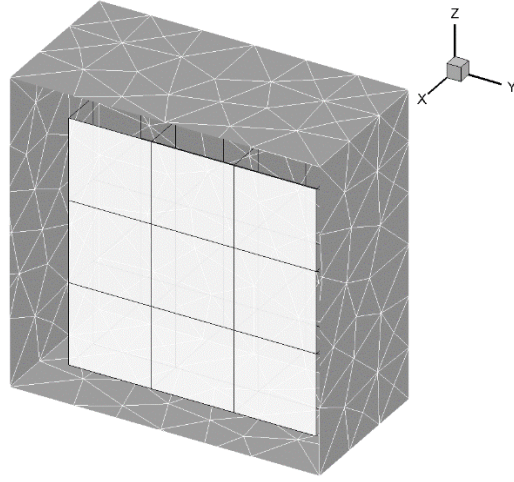


(c) İkinci seviye bölünme için küpün Kartezyen yüzey ağı

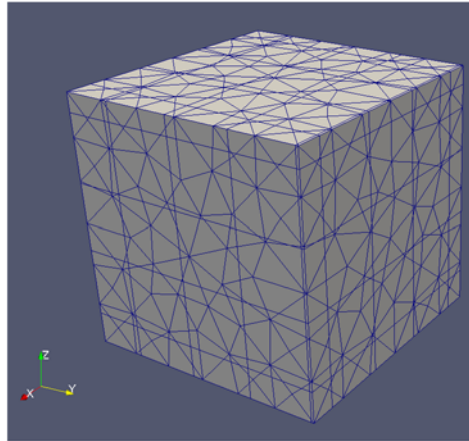
Şekil 3.16. Küpün ikinci seviye bölünmesi



(a) Üçüncü seviye bölünme için küpün kesik hücreleri

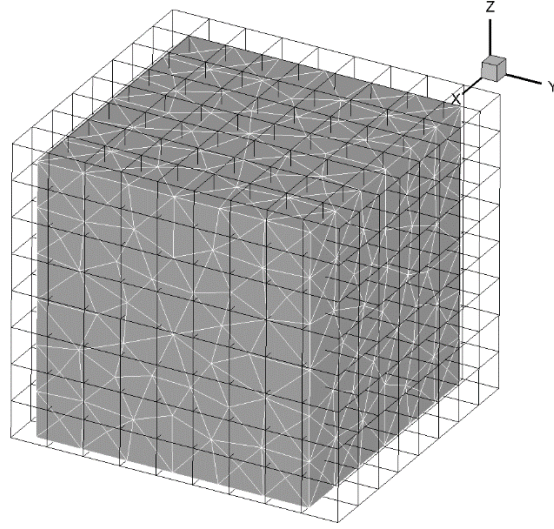


(b) Üçüncü seviye bölünme için küpün iç hücreleri

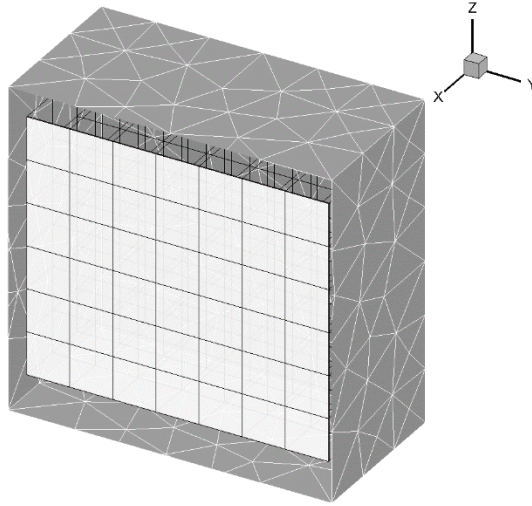


(c) Üçüncü seviye bölünme için küpün Kartezyen yüzey ağı

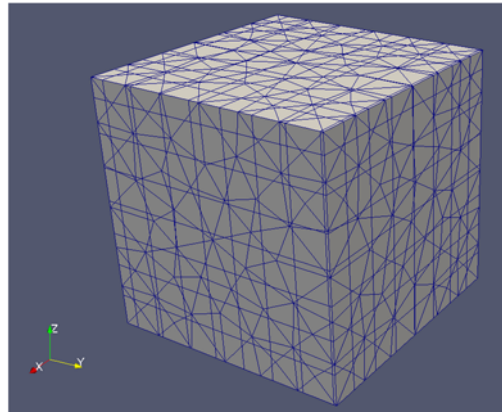
Şekil 3.17. Küpün üçüncü seviye bölünmesi



(a) Dördüncü seviye bölünme için küpün kesik hücreleri

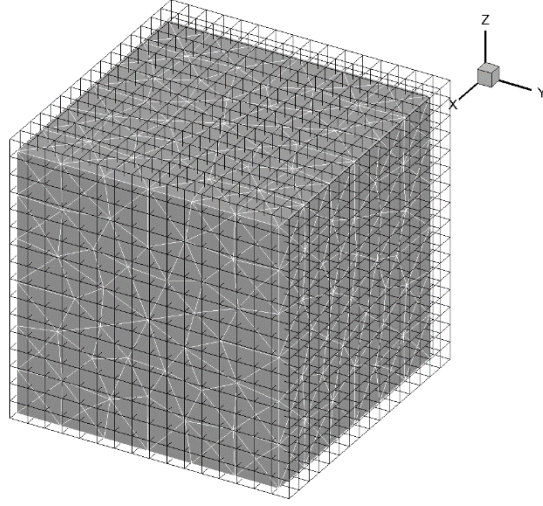


(b) Dördüncü seviye bölünme için küpün iç hücreleri

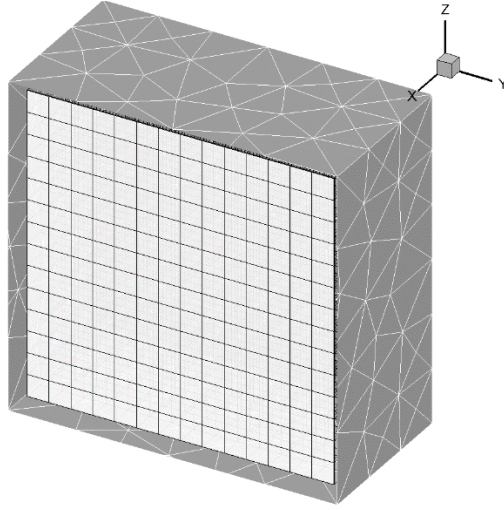


(c) Dördüncü seviye bölünme için küpün Kartezyen yüzey ağı

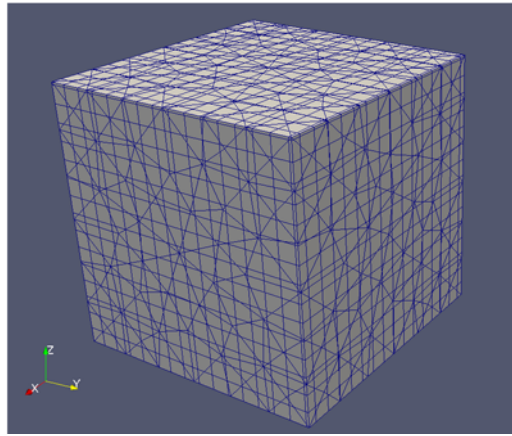
Şekil 3.18. Küpün dördüncü seviye bölünmesi



(a) Beşinci seviye bölünme için küpün kesik hücreleri

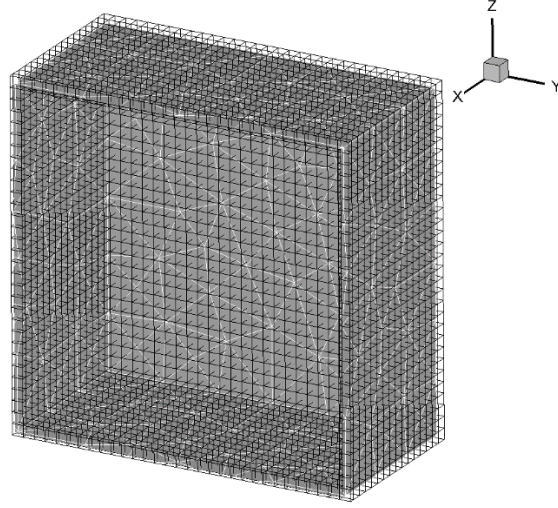


(b) Beşinci seviye bölünme için küpün iç hücreleri

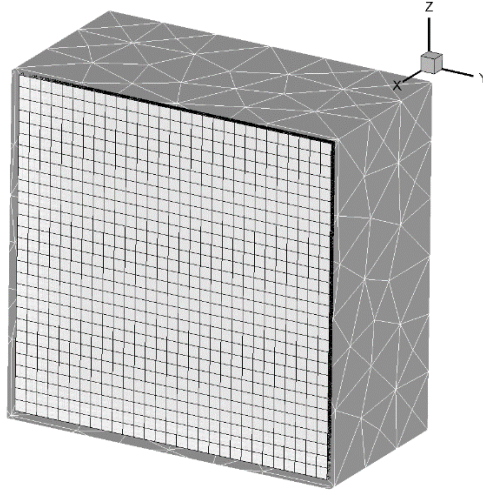


(c) Beşinci seviye bölünme için küpün Kartezyen yüzey ağı

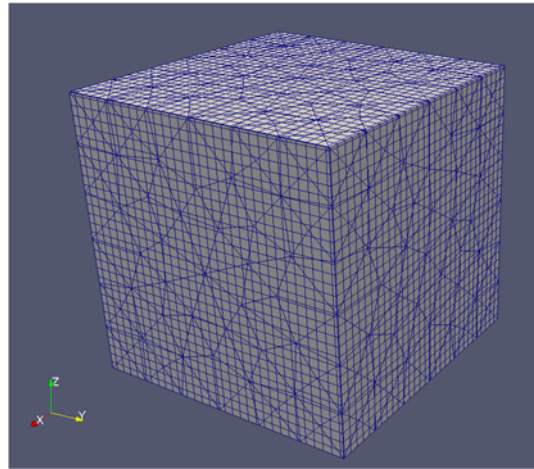
Şekil 3.19. Küpün beşinci seviye bölünmesi



(a) Altıncı seviye bölünme için küpün kesik hücreleri



(b) Altıncı seviye bölünme için küpün iç hücreleri

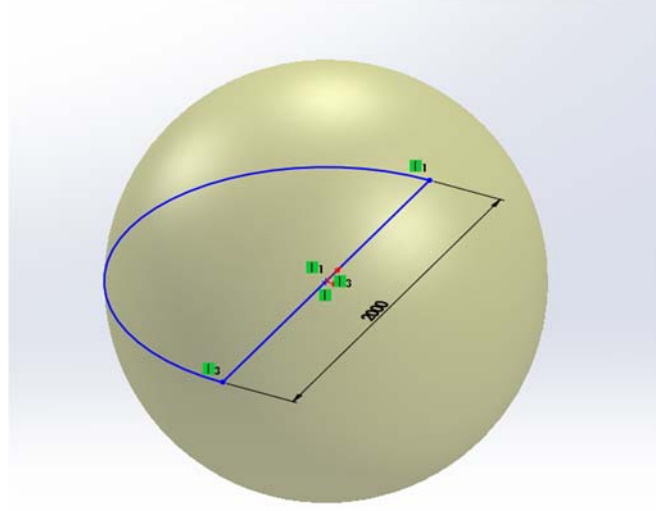


(c) Altıncı seviye bölünme için küpün Kartezyen yüzey ağı

Şekil 3.20. Küpün altıncı seviye bölünmesi

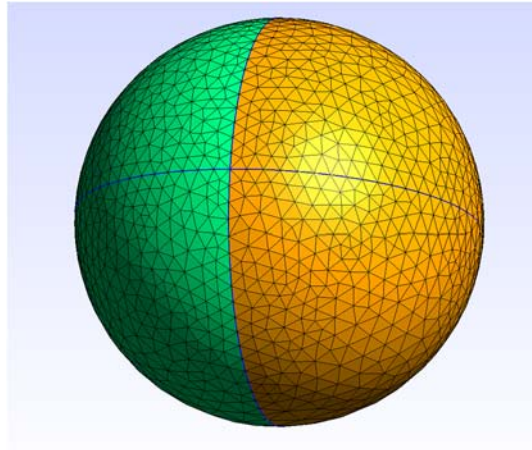
3.4.8.2 Küre

Kürenin üç boyutlu modeli Şekil 3.21'de gösterilmiştir. Kürenin yarıçapı 1000 birim olarak alınmıştır. Kürenin ideal yüzey alanı ve hacmi 1.256637061×10^7 birim² ve 1×10^9 birim³ olarak bulunabilir.



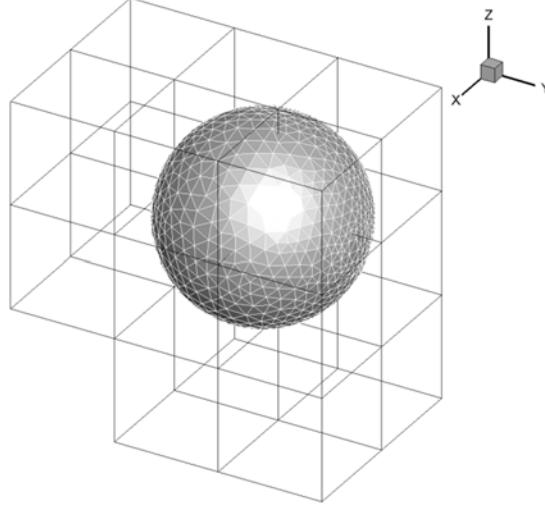
Şekil 3.21. Kürenin üç boyutlu modeli

GMSH yazılımı tarafından oluşturulan yapısal olmayan yüzey hesaplama ağı Şekil 3.22'de gösterilmiştir. Orta düzeyde bir ağ yoğunluğu kullanılmıştır. Kürenin kavislini yakalamak için yüksek sayıda üçgen ağ hücresi kullanılmıştır. Yapısız hesaplama ağını kullanarak elde edilen kürenin alanı ve hacmi 1.2526799×10^7 birim² ve 4.16471782×10^9 birim³ olarak bulmak mümkündür.

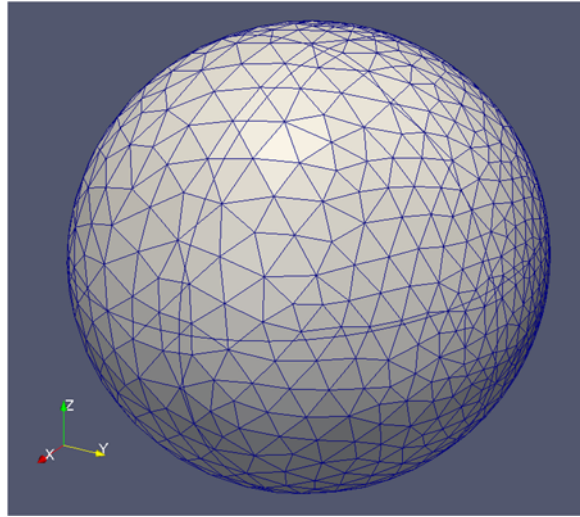


Şekil 3.22. Kürenin yapısal hesaplama ağı

Küre için kök hücre ölçeği 2.13 olarak alınmıştır. Kürenin ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci seviye bölünme sonucundaki kesik hücreleri, iç hücreleri ve Kartezyen ağ yüzeyleri Şekil 3.23, 3.24, 3.25 ve 3.26'da gösterilmiştir. Çeşitli seviyelerdeki bölünme sonucunda elde edilen küre yüzey alanı ve hacmi Tablo 3.3'de verilmiştir.

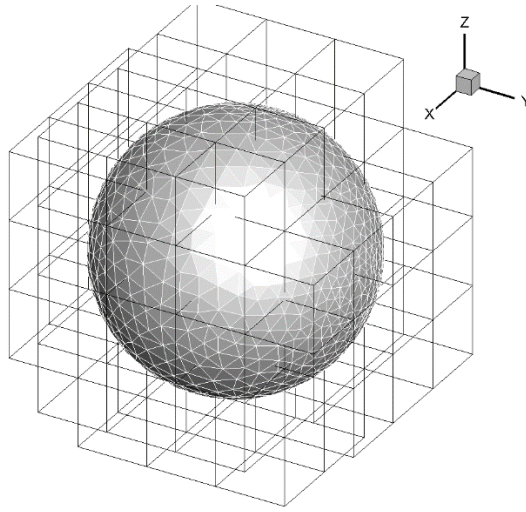


(a) İkinci seviye bölünme için kürenin kesik hücreleri

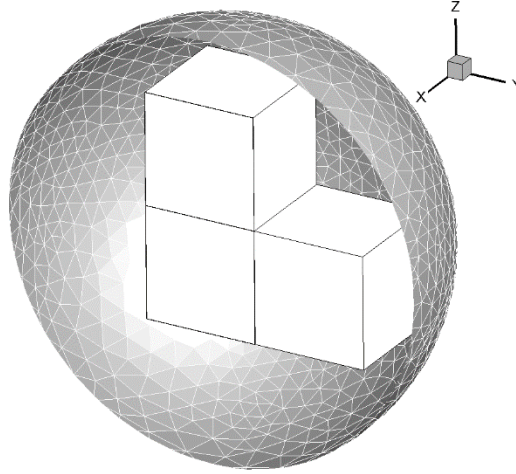


(b) İkinci seviye bölünme için kürenin Kartezyen yüzey ağı

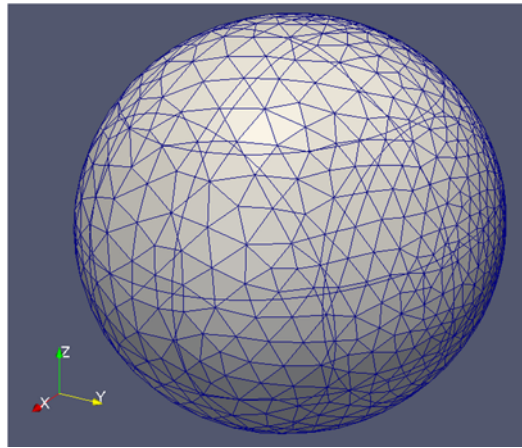
Şekil 3.23. Kürenin ikinci seviye bölünmesi



(a) Üçüncü seviye bölünme için kürenin kesik hücreleri

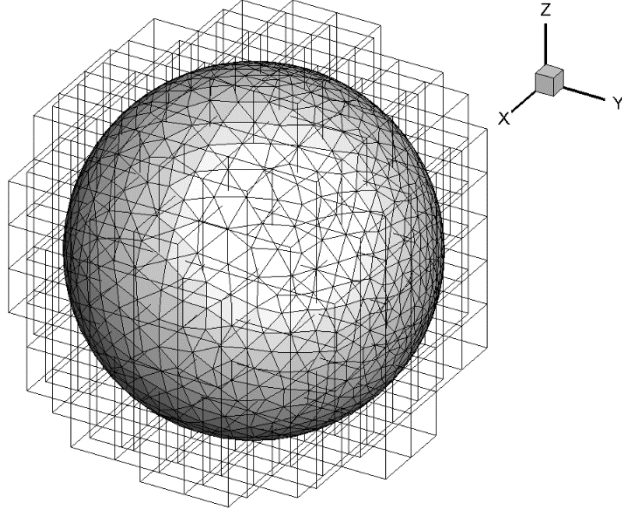


(b) Üçüncü seviye bölünme için kürenin iç hücreleri

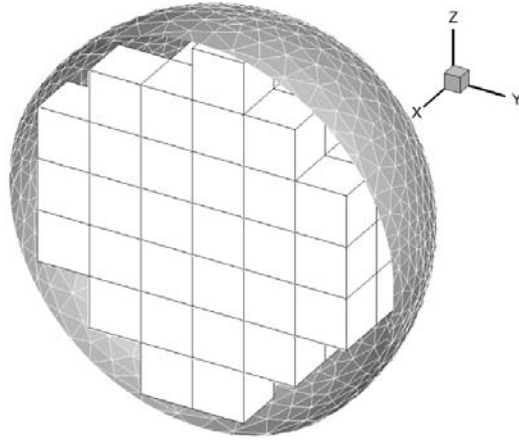


(b) Üçüncü seviye bölünme için kürenin Kartezyen yüzey ağı

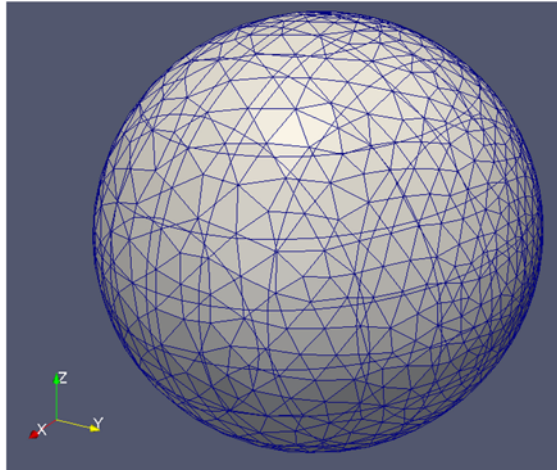
Şekil 3.24. Kürenin üçüncü seviye bölünmesi



(a) Dördüncü seviye bölünme için kürenin kesik hücreleri

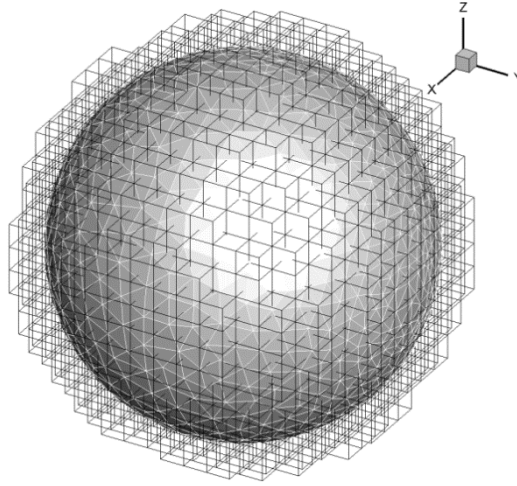


(b) Dördüncü seviye bölünme için kürenin iç hücreleri

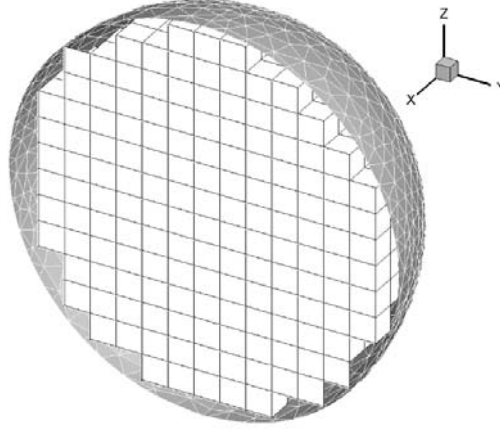


(c) Dördüncü seviye bölünme için kürenin Kartezyen yüzey ağı

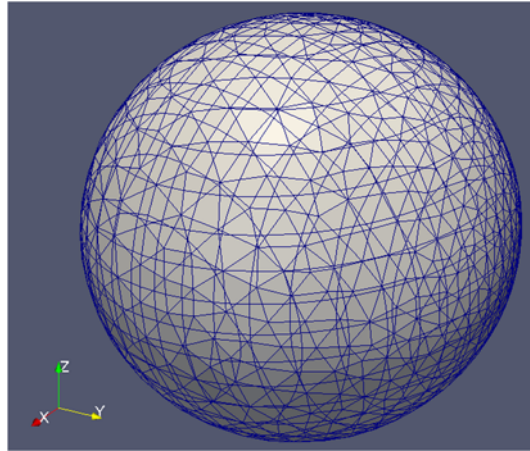
Şekil 3.25. Kürenin dördüncü seviye bölünmesi



(a) Beşinci seviye bölünme için kürenin kesik hücreleri



(b) Beşinci seviye bölünme için kürenin iç hücreleri



(c) Beşinci seviye bölünme için kürenin Kartezyen yüzey ağı

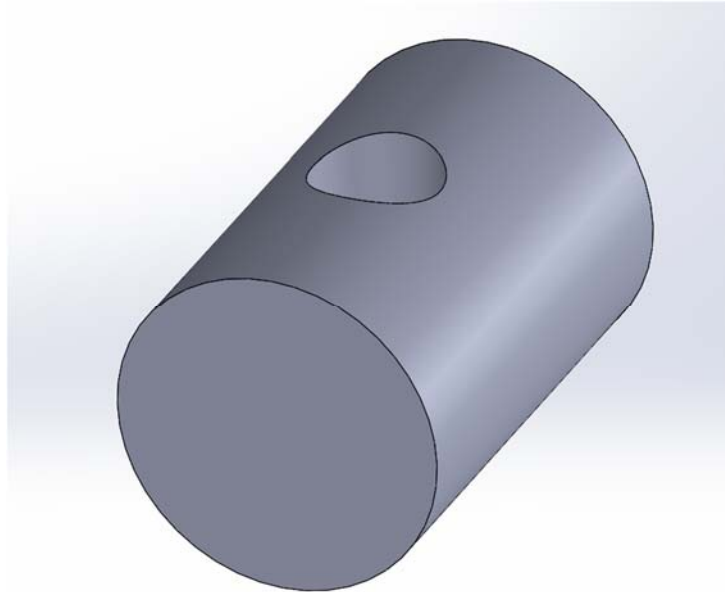
Şekil 3.26. Kürenin beşinci seviye bölünmesi

Tablo 3.3. Küre için Kartezyen hesaplama ağlarının karşılaştırılması

Bölünme seviyesi	Kesik hücre sayısı	İç hücre sayısı	Kartezyen ağ hacmi (birim ³)	Modele göre hacim hatası (%)	Yapısız ağa göre hacim hatası (%)	Görsel hafıza kullanımı (kB)	Üretim zamanı (dak:sn)
2	19	0	1.8973x10 ⁹	22.46	22.36	4,784	0:01
3	71	5	3.5890x10 ⁹	5.23	5.12	7,404	0:12
4	272	108	4.0208x10 ⁹	3.02	2.89	20,596	0:36
5	1060	1279	4.1285x10 ⁹	0.52	0.39	122,260	3:09

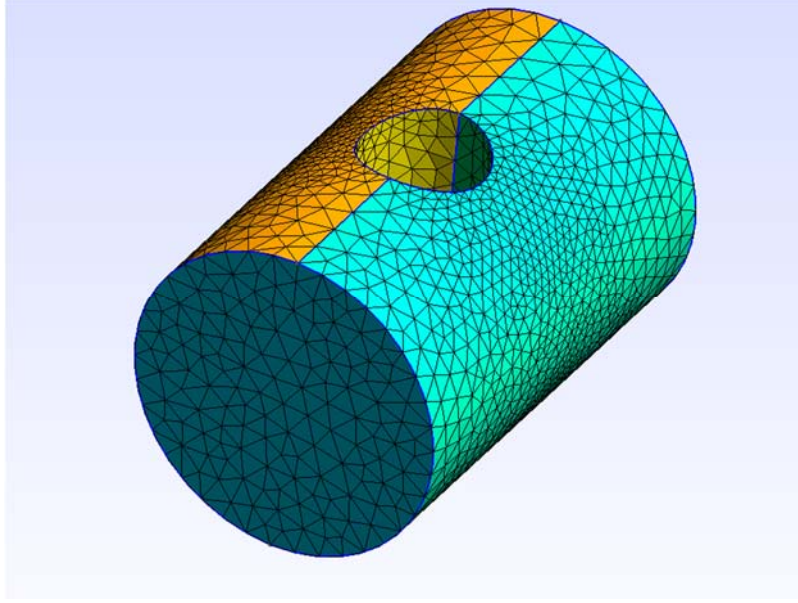
3.4.8.3 Delikli Silindir

Delikli silindirin üç boyutlu modeli Şekil 3.27'de gösterilmiştir. Delikli silindirin yarıçapı 1000 birim, boyu ise 10000 birim olarak alınmıştır. Delikli silindirin ideal yüzey alanı ve hacmi 2.8925318×10^7 birim² ve 8.440137755×10^9 birim³ olarak bulunabilir.



Şekil 3.27. Delikli silindirin üç boyutlu modeli

GMSH yazılımı tarafından oluşturulan yapısal olmayan yüzey hesaplama ağı Şekil 3.28'de gösterilmiştir. Yapısız hesaplama ağını kullanarak elde edilen kürenin alanı ve hacmi 2.8870046×10^7 birim² ve 8.43537408×10^9 birim³ olarak bulmak mümkündür.

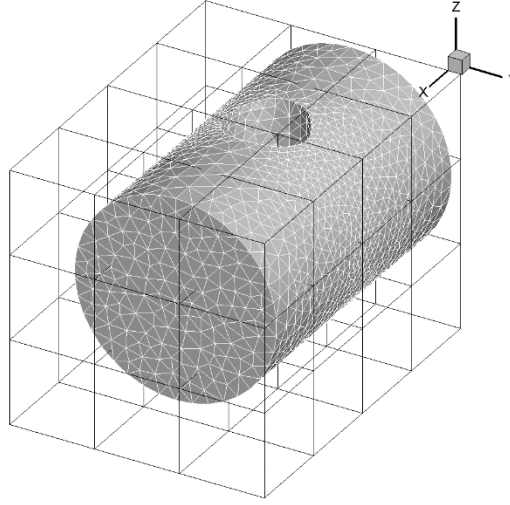


Şekil 3.28. Delikli silindirin yapısal hesaplama ağı

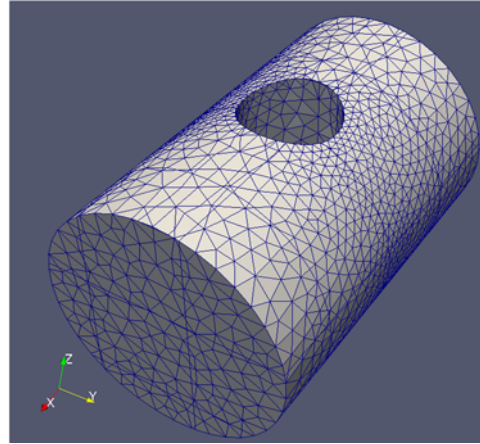
Delikli silindir için kök hücre ölçeği 1.12 olarak alınmıştır. Delikli silindirin ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci seviye bölünme sonucundaki kesik hücreleri, iç hücreleri ve Kartezyen ağ yüzeyleri Şekil 3.29, 3.30, 3.31 ve 3.32’de gösterilmiştir. Çeşitli seviyelerdeki bölünme sonucunda elde edilen delikli silindirin yüzey alanı ve hacmi Tablo 3.4’de verilmiştir.

Tablo 3.4. Delikli silindirin için Kartezyen hesaplama ağlarının karşılaştırılması

Bölünme seviyesi	Kesik hücre sayısı	İç hücre sayısı	Kartezyen ağ hacmi (birim ³)	Modele göre hacim hatası (%)	Yapısız ağa göre hacim hatası (%)	Görsel hafıza kullanımı (kB)	Üretim zamanı (dak:san)
2	40	0	4.4610x10 ⁹	47.15	47.11	6,500	00:03
3	175	27	8.4061x10 ⁹	0.40	0.35	8,825	00:10
4	777	542	8.2702x10 ⁹	5.09	1.96	24,512	00:52
5	3242	5822	8.4061x10 ⁹	0.40	0.35	129,344	06:54



(a) İkinci seviye bölünme için delikli silindirin kesik hücreleri

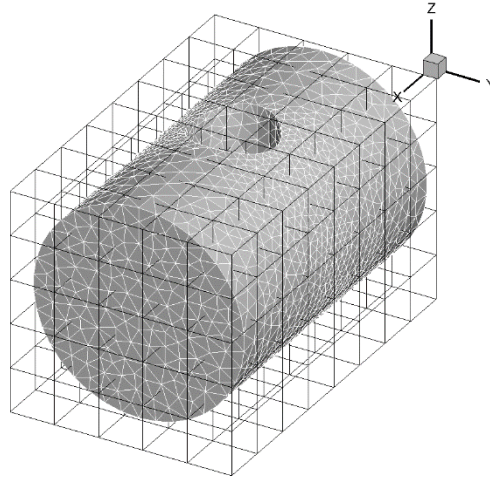


(b) İkinci seviye bölünme için delikli silindirin Kartezyen yüzey ağı

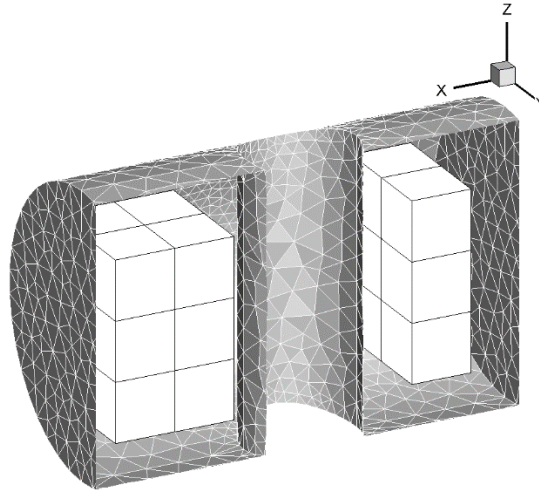
Şekil 3.29. Delikli silindirin ikinci seviye bölünmesi

3.5 Kare Piramit Dolgu Ağının Oluşturulması

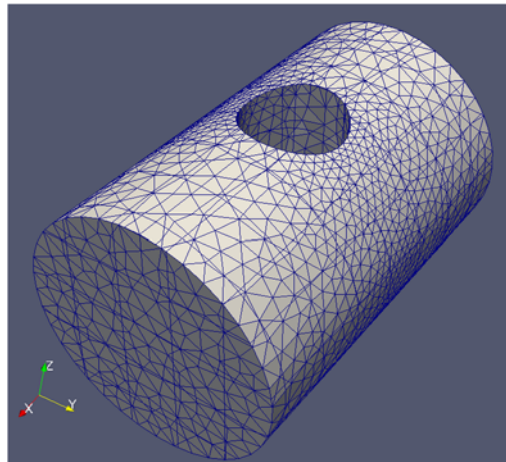
Gelinen aşamada hexahedra'dan oluşan bir iç ağ, bir üçgen yüzey ağı ve buna bağlı piramit bir ağ vardır. Buna ek olarak iki ağ grubu arasında henüz ağ oluşturulmamış bir bölge vardır. Bu bölgenin iki tarafında iki yüzey ağı mevcuttur. Kartezyen ağ ile örülmüş ağın yüzey ağı kısmı dörtgenlerden karşısındaki kısım ise üçgenlerden oluşmaktadır. Her iki yüzey ağ yapısının aynı olabilmesi için Kartezyen ağın üzerine oturan ve kare piramitlerden oluşan bir ağ tabakası yerleştirilir. Böylelikle ağın iki tarafı da üçgen yüzey ağlarından oluşur.



(a) Üçüncü seviye bölünme için delikli silindirin kesik hücreleri

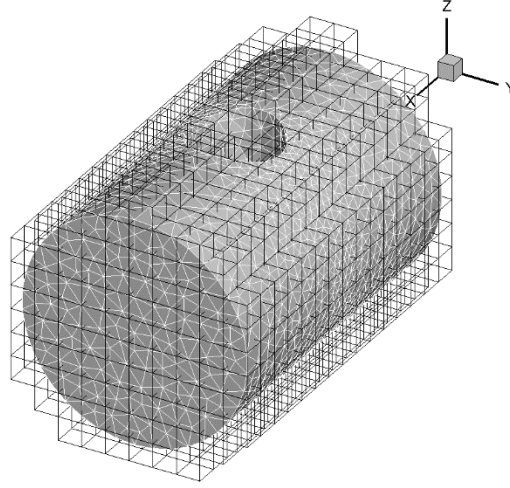


(b) Üçüncü seviye bölünme için delikli silindirin iç hücreleri

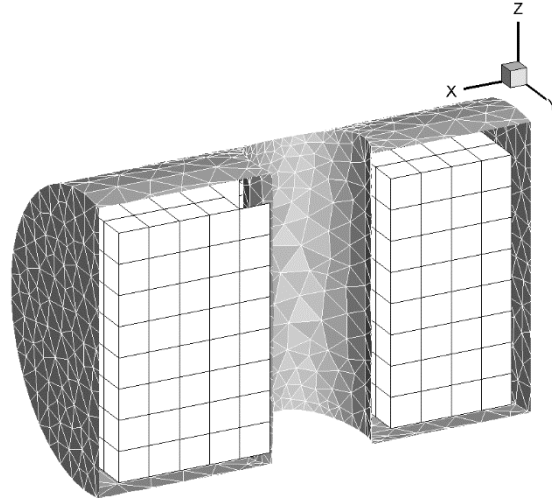


(c) Üçüncü seviye bölünme için delikli silindirin Kartezyen yüzey ağı

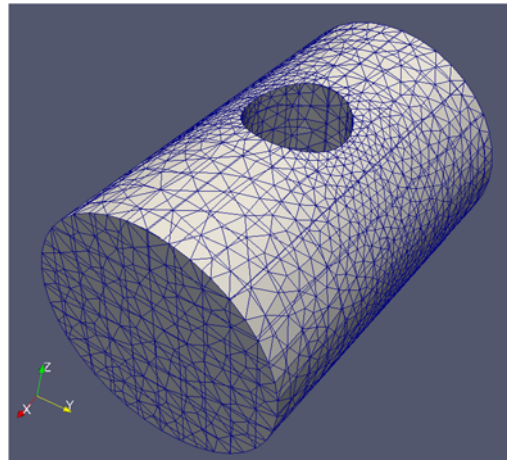
Şekil 3.30. Delikli silindirin üçüncü seviye bölünmesi



(a) Dördüncü seviye bölünme için delikli silindirin kesik hücreleri

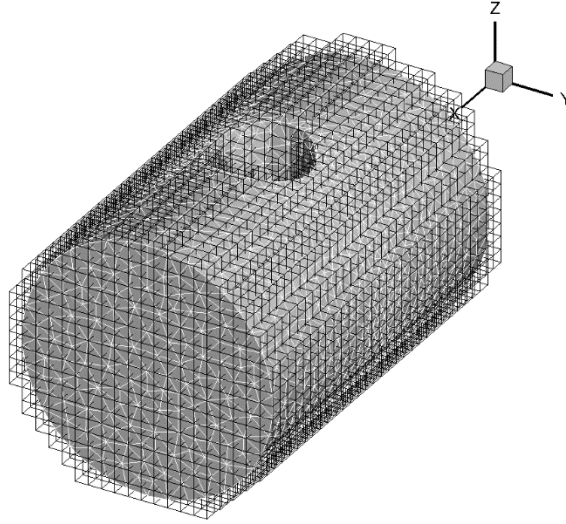


(b) Dördüncü seviye bölünme için delikli silindirin iç hücreleri

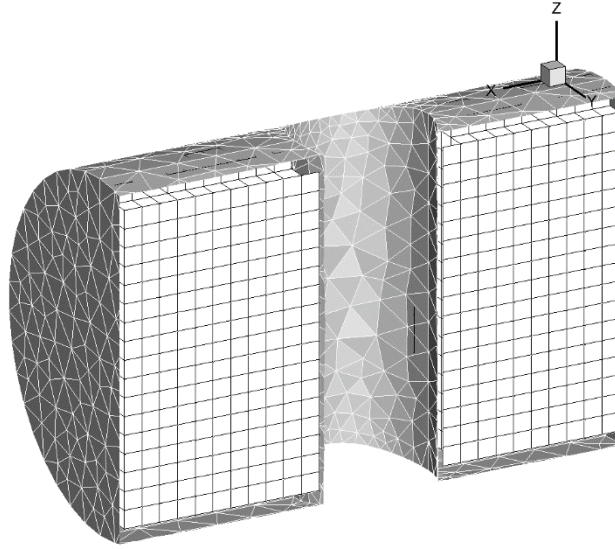


(c) Dördüncü seviye bölünme için delikli silindirin Kartezyen yüzey ağı

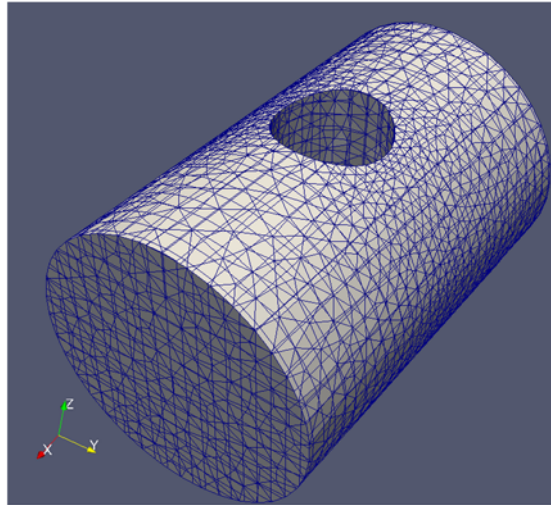
Şekil 3.31. Delikli silindirin dördüncü seviye bölünmesi



(a) Beşinci seviye bölünme için delikli silindirin kesik hücreleri



(b) Beşinci seviye bölünme için delikli silindirin iç hücreleri



(c) Beşinci seviye bölünme için delikli silindirin Kartezyen yüzey ağı

Şekil 3.32. Delikli silindirin beşinci seviye bölünmesi

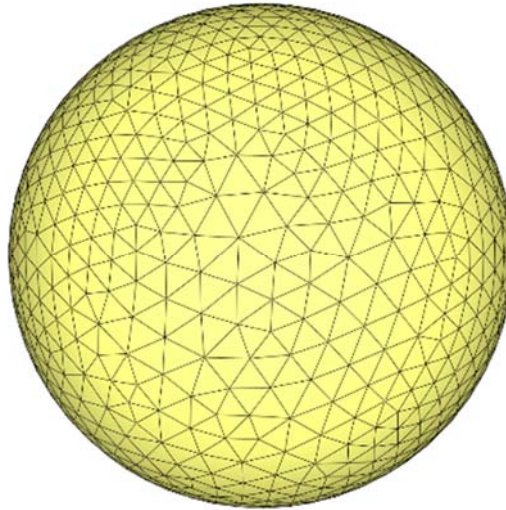
3.6 Tetrahedral Dolgu Ağının Oluşturulması

Bu amaçla, karşılıklı iki üçgen yüzey ağının arası Delaunay yöntemi ile tetrahedral ağ ile doldurulur.

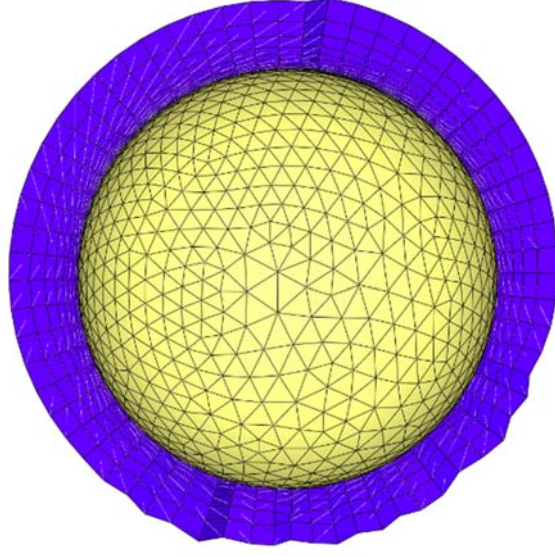
Delaunay ağ üreteçleri düzlemde yer alan bir grup noktanın arasında oluşturulan özel bir üçgenleme temeline dayanır. Delaunay prensibine dayanan bu sistemde, uzaydaki herhangi bir nokta ait olmadığı hiçbir üçgenin çevre dairesinin içerisinde yer almaz. Aynı nokta kümesi için birden fazla Delaunay üçgenleme mümkün olsa da, her Delaunay üçgenler sistemi yüksek kalitede üçgenlerden oluşmaktadır.

Bu yöntemin üç boyutlu ağlara uyarlanması da mümkündür. Sayısız açık kaynaklı ağ üreteçleri mevcuttur. Mevcut projede daha önceki çalışmalarda geliştirilmiş üç boyutlu ağ üretici kullanılmıştır. Bu işlem için mevcut yazılımlar ağ üretici ile entegre edilmiştir.

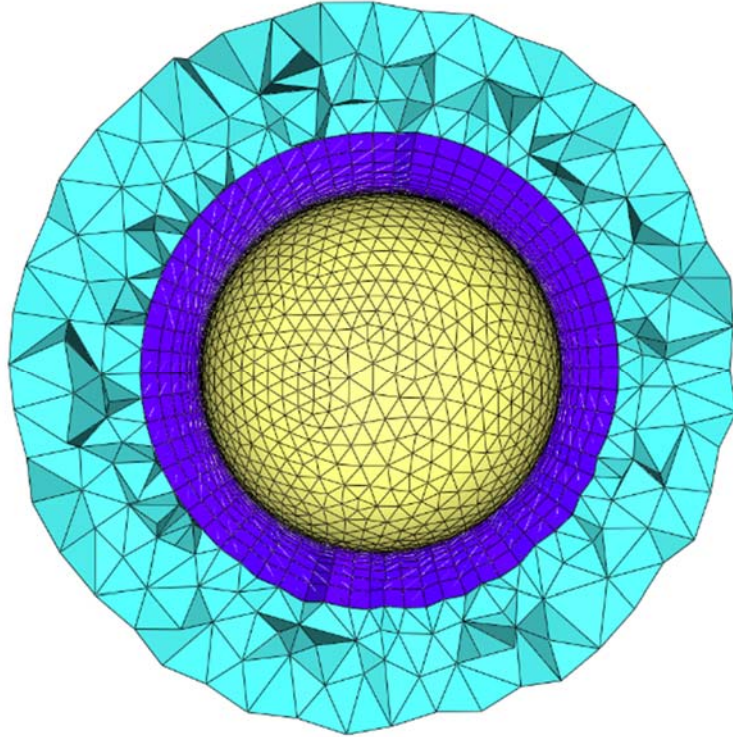
GMSH yazılımı yöntemi kullanılarak bir kürenin yüzeyinde oluşturulan yüzey hesaplama ağı Şekil 3.33'de gösterilmiştir. Küre etrafında oluşturulan sınır tabaka ağı Şekil 3.34'te gösterilmiştir. Küre yüzeyindeki ağın şişirilmesiyle elde edilen sınır tabaka ağı üzerinde oluşturulan tetrahedral dolgu ağı ise Şekil 3.35'te gösterilmiştir. Kartezyen ağın üzerine oturan ve kare piramitlerden oluşan bir ağ tabakası ise Şekil 3.36'da verilmiştir.



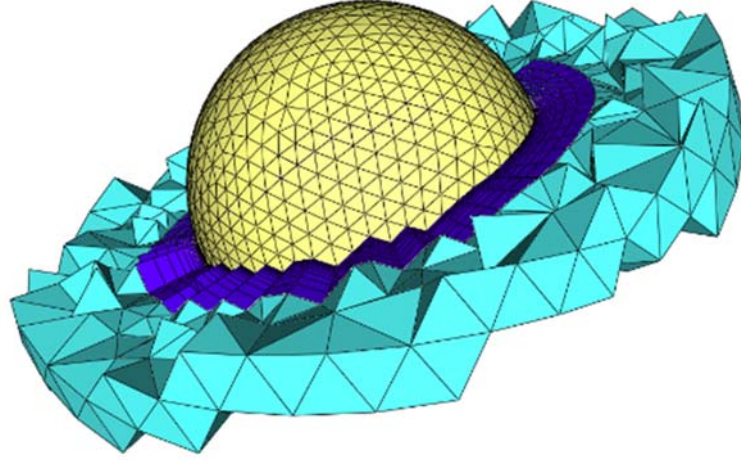
Şekil 3.33. Delaunay yöntemi kullanılarak bir küre üzerinde oluşturulan yüzey hesaplama ağı



Şekil 3.34. Küre etrafında oluşturulan sınır tabaka ağındaki üçgen prizmalar



Şekil 3.35. Küre üzerindeki sınır tabaka ağı ile tetrahedral dolgu ağı örneği



Şekil 3.36. Kartezyen ağın üzerine oturan ve kare piramitlerden oluşan bir ağ tabakası

3.7 Navier-Stokes Çözücüsü

Proje önerisinde üç boyutlu Navier-Stokes çözücüsünün örtüşmeli hesaplama ağları için geliştirilmesi öngörülmüştü. Çalışmalar sırasında bu tip çözüm ağlarında ortaya çıkan kesik hücrelerin çözümün hassasiyetini önemli ölçüde etkilediği belirlenerek, örtüşmeli çözüm ağı yerine, sınır tabaka çözüm ağı ile Kartezyen çözüm ağı arasında kalan bölgenin tetrahedral çözüm ağı ile doldurulduğu melez bir çözüm ağı kullanılmasına karar verilmiştir. Ancak, projenin laminar Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmesi ayağında proje önerisinde öngörüldüğü gibi çalışmalar örtüşmeli çözüm ağları için gerçekleştirilmiştir. Türbülanslı akışlarda ise kesik hücrelerden kaynaklanan sorunların giderilmesine yönelik olarak Navier-Stokes çözücüsünün geliştirilmesine melez çözüm ağları ile devam edilmiştir.

3.8 Örtüşmeli Çözüm Ağı için Laminar Navier-Stokes Çözücüsü Geliştirilmesi

Navier-Stokes denklemlerinin bir Cartesian koordinat sistemindeki vektörel yazılımları şöyledir.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} + \frac{\partial H_v}{\partial z} \quad (3.5)$$

Burada

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uh \end{bmatrix} \quad (3.7a)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ \rho vh \end{bmatrix} \quad (3.7b)$$

$$H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ \rho wh \end{bmatrix} \quad (3.7c)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w - q_x \end{bmatrix} \quad (3.8a)$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w - q_y \end{bmatrix} \quad (3.8b)$$

$$H_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w - q_z \end{bmatrix} \quad (3.8c)$$

Stokes'un yapışkanlık kanununu kullanarak kesme gerilimleri şöyle yazılabilir:

$$\tau_{xx} = \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3.9a)$$

$$\tau_{yy} = \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3.9b)$$

$$\tau_{zz} = \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3.9c)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.9d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.9e)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.9f)$$

Isı akıları da Fourier'nin iletkenlik kanunuyla şöyle açıklanabilir:

$$q_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.10a)$$

$$q_y = -\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.10b)$$

$$q_z = -\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.10c)$$

Durum denklemi de şöyledir

$$p = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (3.11)$$

Ayrıca Denklem (3.7)'de de kullanılan birim kütledeki toplam entalpi de şöyle açıklanabilir

$$h = \frac{e + p}{\rho} \quad (4.8)$$

Yukarıdaki denklemlerde u , v ve w sırasıyla x , y ve z yönlerindeki hız bileşenleri, p basınç, e birim hacimdeki toplam iç enerji, μ toplam viskozite (laminer artı türbülant) ve κ da toplam ısı iletkenliğidir. Ayrıca γ da akışkanın spesifik ısılarının oranıdır.

Formülasyonda kullanılan bir başka parametre de Prandtl sayısıdır ve şöyle verilebilir

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (3.13)$$

Burada, c_p akışkanın sabit basınçtaki özgül ısıdır.

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (3.14)$$

Sutherland'in formülü havanın yapışkanlığının sıcaklığa bağlılığını göz önüne alarak hesaplamak için kullanılan deneysel bir formüldür ve şöyle verilebilir

$$\mu_{lam} = 1.45 \times 10^{-6} \frac{T^{1.5}}{T + 110.0} \quad (3.15)$$

Denklem (3.15)'de sıcaklık Kelvin olarak verilirken yapışkanlık Pa.s olarak elde edilir.

Gelişi güzel bir kontrol hacmi \forall için Gauss'un ıraksaklık teorisi kullanılarak (3.5) numaralı denklem

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \int_A (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dA = \int_A (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) dA \quad (3.16)$$

şeklini alır. Bu denklemde $\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k}$ ve $\mathbf{G} = G_x \mathbf{i} + G_y \mathbf{j} + G_z \mathbf{k}$ sırasıyla viskoz olmayan ve viskoz akıl vektörlerini, \mathbf{Q} ise korunabilir değişkenlerin vektörünü göstermektedir. $(\mathbf{F} \cdot \mathbf{n})$ viskoz olmayan taşınım (convective) akı vektörü \mathbf{F} 'nin toplam akının hesaplandığı hücre yüzeyine dik bileşkesini, $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{n})$ viskoz yayıngan ((diffusive) akı vektörü \mathbf{G} 'nin toplam akının hesaplandığı hücre yüzeyine dik bileşkesini ve A bu yüzeyin alanını göstermektedir.

3.8.1 Ayırıklaştırma Yöntemleri

(3.16) numaralı denklemin çözümü için sonlu hacim yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde hesaplama yapılan hücreden çıkan akı bu hücreye komşu olan diğer hücreye girmektedir. Akış değişkenleri her hücrenin merkezinde saklanmaktadır. Her hücre için ortak alanlar hesaplanmakta ve verilmiş bir başlangıç şartından başlayarak zaman içerisinde açık (explicit) Runge-Kutta yöntemi kullanılarak entegre edilmektedir.

3.8.2 Uzayda Ayırıklaştırma

Reynolds ortalamalı Navier-Stokes denklemlerinden elde edilen akış değişkenleri her hücrenin merkezinde saklanmakta olup, bu değişkenlerin her hücre içinde değişmediği kabul edilmiştir. (3.16) numaralı denklemin yarı ayırıklaştırılmış şekli her hücre hacminden geçen akıların toplamı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\nabla \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \sum_{f=1}^{nyüz} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) \Delta A = \sum_{f=1}^{nyüz} (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) \Delta A \quad (3.17)$$

Viskoz olmayan ve viskoz akıların hücre yüzeyleri üzerinde değişmediği varsayılmış ve her zaman adımı için yüzeylerdeki korunabilir değişkenler hücre merkezindeki değişkenler yardımıyla bulunmaktadır. Her hücredeki artakalan Res aşağıdaki şekilde tarif edilir.

$$Res(\mathbf{Q}) = \sum_{f=1}^{nyüz} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) \Delta A \quad (3.18)$$

Bu durumda (3.18) numaralı denklem

$$O(Res^2) \quad (3.19)$$

şeklini alır. Bu denklem (3.15) numaralı temel denklemin artakalan, hücre hacmi ve korunabilir değişkenlerin zamana bağlı türevleri cinsinden ifade edilebileceğini göstermektedir.

Korunabilir değişkenlerin zamana bağlı türevleri yinelemeler sırasında sıfır artakalan elde etmek üzere ayırıklaştırılmaktadır. (3.17) numaralı denklemin sol tarafı korunabilir değişkenlerin $m + 1$ ile m zaman adımları arasındaki sonlu farkı cinsinden aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkündür.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \frac{\mathbf{Q}^{m+1} - \mathbf{Q}^m}{\Delta t} \quad (3.20)$$

Bu durumda açık (explicit) ve kapalı (implicit) zaman adımlama şemaları sırasıyla

$$\frac{\mathbf{Q}^{m+1} - \mathbf{Q}^m}{\Delta t} = -\frac{1}{\nabla} Res(\mathbf{Q}^{m+1}) \quad (3.21)$$

Çözücüde açık zaman adımlama şeması kullanılmış olup, İkinci derece şema $O(Res^2)$ için Taylor seri açılımı daha yüksek dereceli terimlerin ihmal edilmesiyle

$$Res(\mathbf{Q}^{m+1}) = Res(\mathbf{Q}^m) + \frac{\partial Res(\mathbf{Q}^m)}{\partial \mathbf{Q}} (\mathbf{Q}^{m+1} - \mathbf{Q}^m) + O(Res^2) \quad (3.22)$$

denklemleri elde edilir. Akış çözücüsünün integrasyonu sırasında n kademeli zaman adımlama şeması kullanan birinci dereceden doğru Runge-Kutta yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntem aşağıda verilmiştir.

$$Q^0 = Q^m \quad (3.23a)$$

$$Q^1 = Q^0 - CFL \frac{\alpha_1 \Delta t}{\nabla} Res(Q^0) \quad (3.23b)$$

$$Q^2 = Q^0 - CFL \frac{\alpha_2 \Delta t}{\nabla} Res(Q^1) \quad (3.23c)$$

$$Q^3 = Q^0 - CFL \frac{\alpha_3 \Delta t}{\nabla} Res(Q^2) \quad (3.23d)$$

.....

$$Q^{m+1} = Q^n = Q^0 - CFL \frac{\alpha_n \Delta t}{\nabla} Res(Q^{n-1}) \quad (3.23e)$$

Yukarıdaki denklemlerde n Runge-Kutta kademe sayısını, CFL Courant-Fredricks-Levy sayısını ve α 'lar kademe katsayılarını göstermektedir. Bu katsayılar değişik kademelerdeki zaman adımları için tablo haline getirilmiştir. Bu katsayılar, iki boyut için Tablo 3.5'de birinci dereceden, Tablo 3.6'da ise ikinci dereceden akış yönü şeması için verilmiştir. [Ashford (1996)], Üç boyutta ise birinci dereceden akış yönü şeması için Tablo 3.7'de verilmiştir. [Lloyd (1999), Çakmak (2009)]

Tablo 3.5. Birinci dereceden akış yönü şeması için Runge-Kutta kademe katsayıları (2B)

Kademe sayısı	CFL	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
2	1.0	0.3333	1.0000	-	-	-	-
3	1.5	0.1481	0.4000	1.0000	-	-	-
4	2.0	0.0833	0.2069	0.4265	1.0000	-	-
5	2.5	0.0533	0.1263	0.2375	0.4414	1.0000	-
6	3.0	0.0370	0.0851	0.1521	0.2562	0.4512	1.0000

Tablo 3.6. İkinci dereceden akış yönü şeması için Runge-Kutta kademe katsayıları (2B)

Kademe sayısı	CFL	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
2	0.4693	0.4242	1.0000	-	-	-	-
3	0.6936	0.1918	0.4929	1.0000	-	-	-
4	0.9214	0.1084	0.2602	0.5052	1.0000	-	-
5	1.1508	0.0695	0.1602	0.2898	0.5060	1.0000	-
6	1.3805	0.0482	0.1085	0.1885	0.3050	0.5063	1.0000

Tablo 3.7. Birinci dereceden akış yönü şeması için Runge-Kutta kademe katsayıları (3B)

Kademe sayısı	CFL	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
2	1.0	0.4361	1.0000	-	-	-	-
4	$2\sqrt{2}$	0.2500	0.3333	0.5000	1.000	-	-

Bu çalışmada viskoz ve viskoz olmayan akışlar için uzayda iki değişik ayrıklaştırma şeması kullanılmıştır. Bunlarda birincisi Riemann çözücüsünün bir çeşidi olan Roe'nun Yaklaşık Reimann Çözücüsü, ikicisi ise bir akı vektörü ayrıştırma yöntemi olan Liou'nun Adveksiyon Akış Yukarı Ayrıştırma yöntemidir (Liou's Advection Upstream Splitting Method). Viskoz akı hesaplamaları ise Gauss'un ıraksak teoremi kullanılarak (Gauss divergence theorem) sol ve sağ hücrelerin merkezlerindeki ortalama gradyanları ile yapılmaktadır.

3.8.2.1 Roe'nun Yaklaşık Reimann Çözücüsü

Roe'nun Yaklaşık Reimann Çözücüsü'nde [Toro (2009), Çakmak vd. (2010), Şahin (2011)], hücre yüzeylerindeki akı L ile gösterilen sol hücre ile R ile gösterilen sağ hücrenin akıları kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$\Phi(\mathbf{Q}_L, \mathbf{Q}_R) = \frac{1}{2}(\Phi(\mathbf{Q}_L) + \Phi(\mathbf{Q}_R)) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 |\lambda_i| \Delta v_i \mathbf{R}_i \quad (3.24)$$

Yukarıdaki denklemdaki sol ve sağ hücre akıları ise

$$\Phi(\mathbf{Q}_L) = \begin{bmatrix} \rho V_n \\ \rho u V_n + p n_x \\ \rho v V_n + p n_y \\ \rho w V_n + p n_z \\ \rho V_n H \end{bmatrix}_L \quad (3.25a)$$

$$\Phi(\mathbf{Q}_R) = \begin{bmatrix} \rho V_n \\ \rho u V_n + p n_x \\ \rho v V_n + p n_y \\ \rho w V_n + p n_z \\ \rho V_n H \end{bmatrix}_R \quad (3.25b)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu denklemlerdeki normal hız olan V_n ise

$$V_n = u n_x + v n_y + w n_z \quad (3.26)$$

şeklinde verilir. Yukarıdaki denklemlerde Φ 'ler yüzeye dik olan akı vektörlerini, i akı vektörünün sıra sayısını, λ_i eigen vektörleri, \mathbf{R}_i sağ karakteristik vektörü, Δv_i ise dalga gücünü göstermektedir.

Eigen değerlerinin, sağ karakteristik vektörleri ve dalga güçlerinde kullanılan Roe'nun ortalama değerleri aşağıdaki gibi verilebilir

$$\rho_{RL} = \sqrt{\rho_L \rho_R} \quad (3.27)$$

$$u_{RL} = \frac{u_L \sqrt{\rho_L} + u_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3.28)$$

$$v_{RL} = \frac{v_L \sqrt{\rho_L} + v_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3.29)$$

$$w_{RL} = \frac{w_L \sqrt{\rho_L} + w_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3.30)$$

$$H_{RL} = \frac{H_L \sqrt{\rho_L} + H_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3.31)$$

$$c_{RL} = \sqrt{(\gamma - 1) \left(H_{RL} - \frac{u_{RL}^2 + v_{RL}^2 + w_{RL}^2}{2} \right)} \quad (3.32)$$

Eigen değerler ise (3.27), (3.28), (3.29), (3.30), (3.31) ve (3.32) numaralı denklemler kullanılarak

$$\lambda = \begin{bmatrix} u_{RL} - c_{RL} \\ u_{RL} \\ u_{RL} \\ u_{RL} \\ u_{RL} + c_{RL} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

şeklinde hesaplanır. Sağ eigen vektörler ve dalga güçleri ise aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ u_{RL} - c_{RL} & u_{RL} & 0 & 0 & u_{RL} + c_{RL} \\ v_{RL} & v_{RL} & 1 & 0 & v_{RL} \\ w_{RL} & w_{RL} & 0 & 1 & w_{RL} \\ H_{RL} - u_{RL}c_{RL} & \frac{u_{RL}^2 + v_{RL}^2 + w_{RL}^2}{2} & v_{RL} & w_{RL} & H_{RL} + u_{RL}c_{RL} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\Delta v = \begin{bmatrix} \frac{\Delta p - \rho_{RL} c_{RL} \Delta u}{2c_{RL}^2} \\ \Delta p - \frac{\Delta p}{c_{RL}^2} \\ \rho_{RL} \Delta v \\ \rho_{RL} \Delta w \\ \frac{\Delta p + \rho_{RL} c_{RL} \Delta u}{2c_{RL}^2} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Yukarıdaki denklemlerdeki $\Delta\rho$, Δp , Δu , Δv ve Δw aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\Delta\rho = \rho_R - \rho_L \quad (3.36a)$$

$$\Delta p = p_R - p_L \quad (3.36b)$$

$$\Delta u = u_R - u_L \quad (3.36c)$$

$$\Delta v = v_R - v_L \quad (3.36d)$$

$$\Delta w = w_R - w_L \quad (3.36e)$$

3.8.2.2 Liou'nun Adveksiyon Akış Yukarı Ayrıştırma Yöntemi (AUSM)

Viskoz olmayan akışlar için Liou ve Steffen (1993) tarafından geliştirilen Liou'nun Adveksiyon Akış Yukarı Ayrıştırma Yönteminin (AUSM) Van Leer'in ayrıştırma yöntemine göre üstün özellikleri bulunmaktadır. AUSM yöntemi doğruluk açısından van Leer'in yöntemine göre daha iyi sonuç vermektedir. Bu yöntemde akı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\Phi(\mathbf{Q}_L, \mathbf{Q}_R) = \frac{1}{2} [M_{1/2}(\Psi_R + \Psi_L) - |M_{1/2}|(\Psi_R - \Psi_L)] + p_{1/2} \quad (3.37)$$

Bu denklemde ψ akı vektörünü, $M_{1/2}$ ayrıştırmış Mach sayısını, $p_{1/2}$ ise ayrıştırmış Mach sayısını göstermektedir. Bunlar aşağıdaki denklemlerde verildiği gibi sağ ve sol tarafın ortalaması şeklindedir.

$$M_{1/2} = \frac{\bar{M}_L^+ + \bar{M}_R^+}{2} \quad (3.38a)$$

$$p_{1/2} = \frac{\bar{p}_L^+ + \bar{p}_R^+}{2} \quad (3.38b)$$

$$\Psi_L = \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho c \bar{u} \\ \rho c \bar{v} \\ \rho c \bar{w} \\ \rho V_n H \end{bmatrix}_L \quad (3.39a)$$

$$\Psi_R = \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho c \bar{u} \\ \rho c \bar{v} \\ \rho c \bar{w} \\ \rho V_n H \end{bmatrix}_R \quad (3.39b)$$

Mach sayısının pozitif ve negatif bölümleri aşağıdaki denklemler yardımıyla hesaplanabilir.

$$\bar{M}_L^+ = \begin{cases} 0.25(\bar{M}_L + 1)^2 & |\bar{M}_L| \leq 1 \\ 0.25(\bar{M}_L + |\bar{M}_L|) & |\bar{M}_L| > 1 \end{cases} \quad (3.40a)$$

$$\bar{M}_L^- = \begin{cases} 0.25(\bar{M}_R - 1)^2 & |\bar{M}_R| \leq 1 \\ 0.25(\bar{M}_R - |\bar{M}_R|) & |\bar{M}_R| > 1 \end{cases} \quad (3.40b)$$

Yukarıdaki denklemlerde \bar{M}_L ve \bar{M}_R dönüştürülmüş hızlar olan $\bar{u}\bar{v}$ ve \bar{w} 'ye dayanmaktadır. Basıncın pozitif ve negatif bölümleri ise ayrıştırmış basıncı aşağıdaki gibi hesaplamak üzere kullanılmaktadır.

$$p_L^+ = p_L \bar{M}_L \begin{cases} 2 - \bar{M}_L & |\bar{M}_L| \leq 1 \\ 1 / \bar{M}_L & |\bar{M}_L| > 1 \end{cases} \quad (3.41a)$$

$$p_R^- = p_R \bar{M}_R \begin{cases} -2 - \bar{M}_R & |\bar{M}_R| \leq 1 \\ 1 / \bar{M}_R & |\bar{M}_R| > 1 \end{cases} \quad (3.41b)$$

3.8.2.3 Viskoz Akıların Ayırıklaştırılması

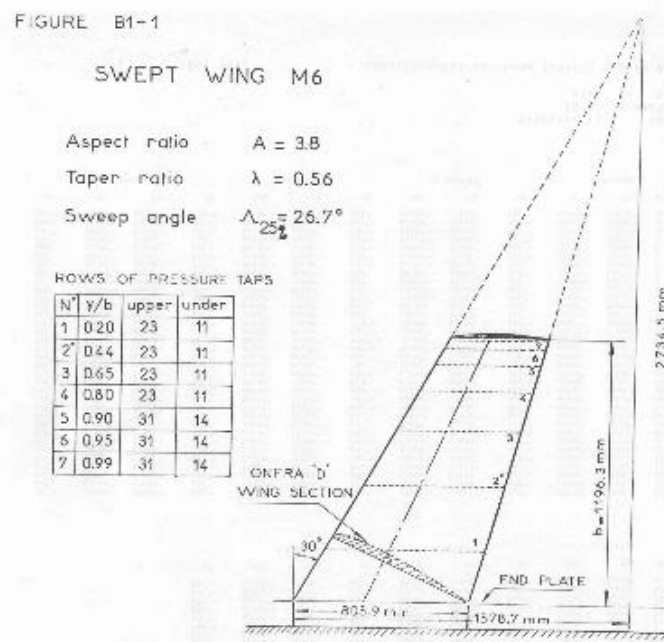
Hücre yüzeyinin merkezindeki viskoz akılar, G , hücre merkezi ile komşu hücre merkezindeki akıların ortalaması alınarak bulunmaktadır. Hücre merkezindeki gradyanlar taşınım terimleri sırasında yapılan hesaplamalardan bilinmektedir. Yüzey gradyanları ise ortalama gradyan yöntemi ile hesaplanmaktadır. Bu yöntemde hücre merkezlerindeki gradyanlar bulunduktan sonra, hücre yüzündeki gradyan bu yüzü paylaşan iki hücredeki gradyanların ortalaması alınarak elde edilmektedir. Bu yöntem hücrenin bütün yüzeylerini dolaşmaktadır.

$$\sum_{f=1}^{nyüz} (GA_x)_f \quad (3.42)$$

Bu denklemde A_x , hücrenin f yüzünün yz düzlemi üzerindeki izdüşümünü göstermektedir. Bu adım daha sonra xz ve yz düzlemleri için tekrarlanmaktadır.

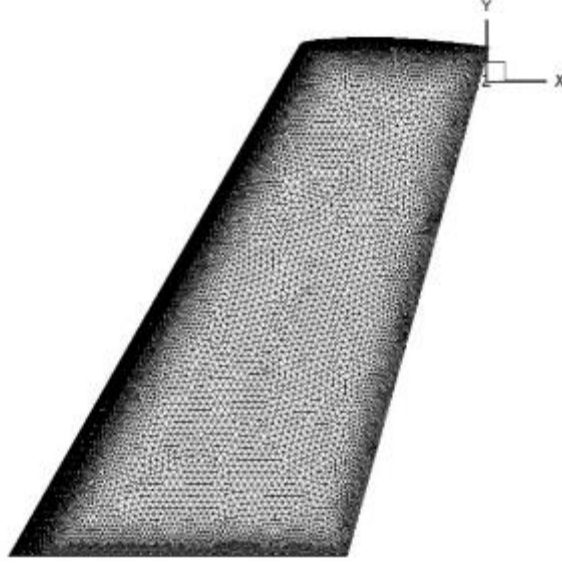
3.8.3 Örtüşmeli Çözüm Ağı için Geliştirilen Laminer Navier-Stokes Çözücüsünün Test Edilmesi

Şekil 3.37’de gösterilen Onera M6 kanadını geometrisi transonik akışların şok ve yerel süpersonik akış gibi karmaşıklığını içerdiğinden Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği yazılımlarının doğrulanması için en klasik test durumlarından biridir. Bu test durumunda Mach sayısı 0.8395 ve hücum açısı da 3.06 olarak alınmıştır.

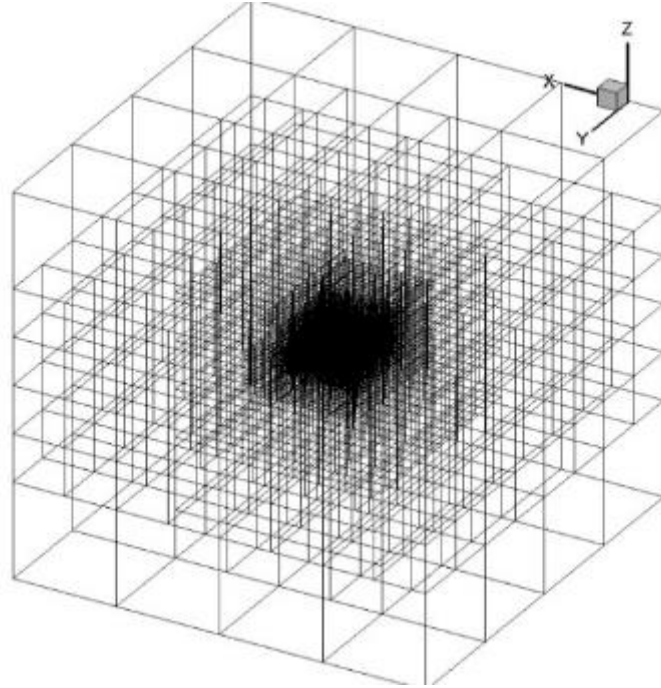


Şekil 3.37. Onera M6 kanadının geometrisi

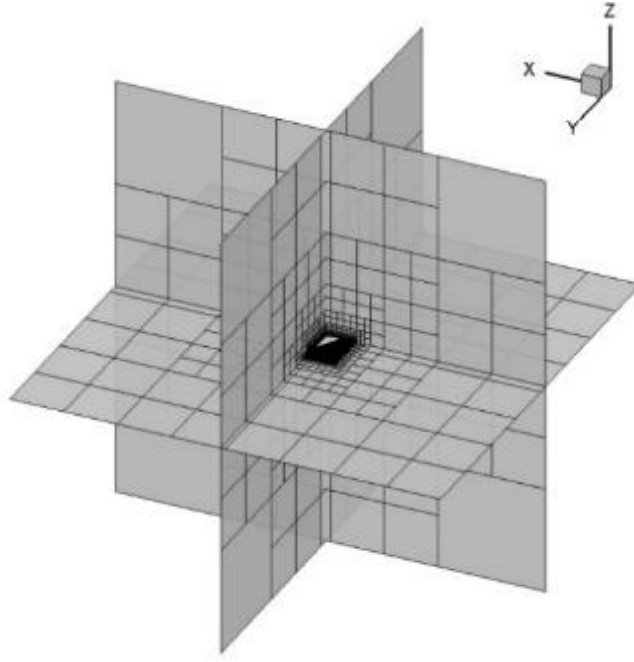
Onera M6 kanadı üzerinde oluşturulmuş yüzey hesaplama ağı Şekil 3.38'de kullanılmıştır. Çözümlerde kullanılan Kartezyen çözüm alanının izometrik görüntüsü ise Şekil 3.39'da gösterilmiştir. Kanadın hesaplama ağı içerisindeki görünümü Şekil 3.40'da gösterilmiştir. Kanadın yakından görünümü Şekil 3.41'de verilmiştir.



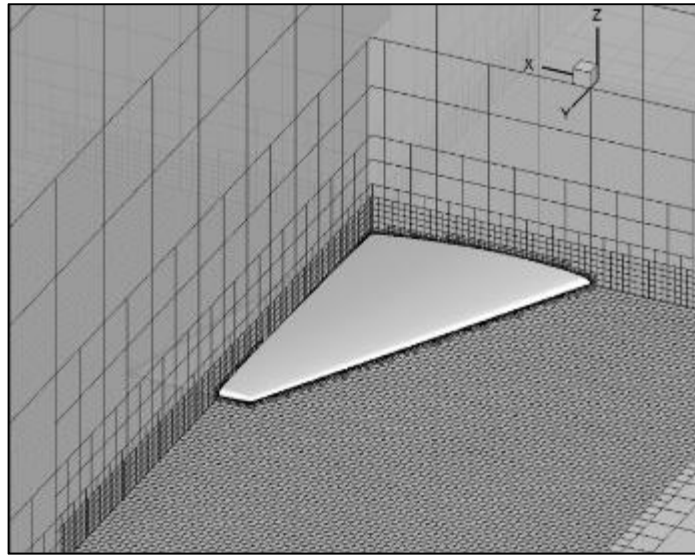
Şekil 3.38. Onera M6 kanadı üzerinde oluşturulmuş yüzey hesaplama ağı



Şekil 3.39. Onera M6 kanadı etrafındaki Kartezyen çözüm alanının izometrik görüntüsü



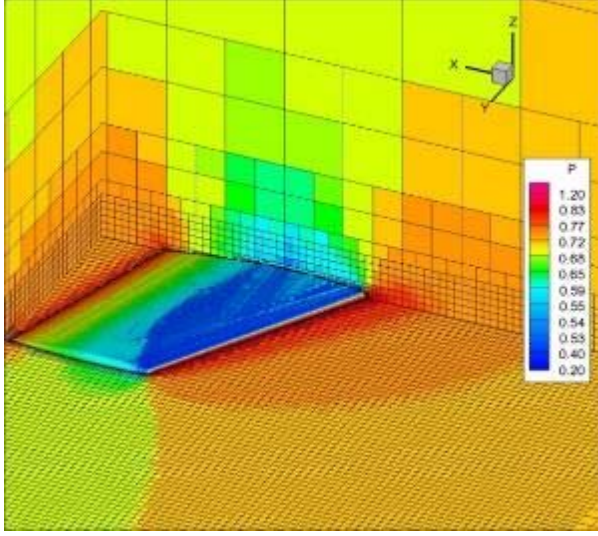
Şekil 3.40. Onera M6 etrafındaki kanadının hesaplama ağı içerisindeki görüntüsü



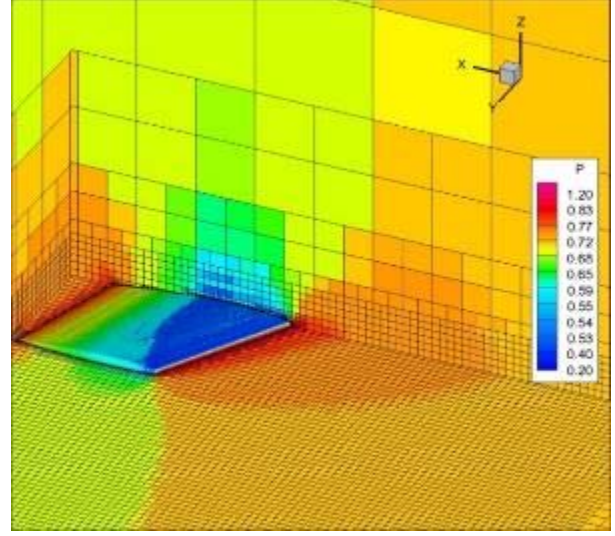
Şekil 3.41. Onera M6 etrafındaki kanadının hesaplama ağı içerisindeki görüntüsü (yakından görünüş)

Kanat etrafındaki basınç dağılımı kanat boyunun % 44, % 65, % 80 ve %95 oranlarında alınan kesitlerde izometrik olarak Şekil 3.42'de gösterilmiştir. Elde edilen basınç dağılımlarının Dadone ve Bernard (2007) tarafından elde edilen basınç dağılımları ile uyumlu olduğu görülmüştür. Kanat üzerindeki lambda şeklindeki koyu mavi renkteki bölge hücum kenarındaki

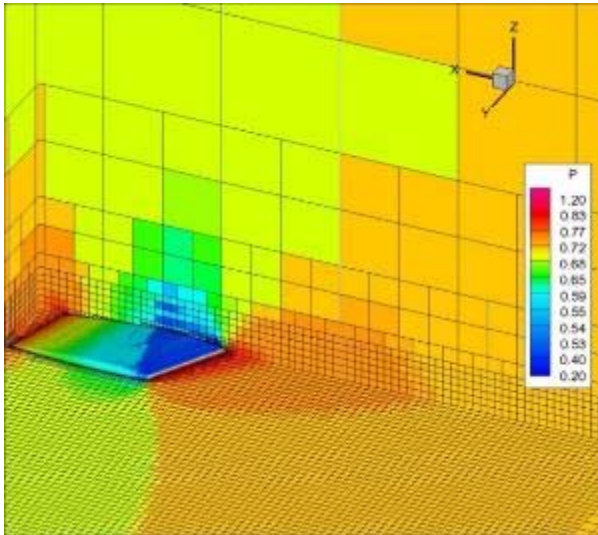
zayıf şokun ile kanat ucunun ortasındaki kuvvetli şok tarafından oluşturulmaktadır. İki kuvvetli şok dalgası da elde edilmiştir. Bu iki şok dalgası arasındaki basınç geri kazanımı kanat boyunun % 40'ındaki kesitte kanat veter uzunluğunun 0.35 ile 0.55'i arasında, kanat boyunun % 65'indeki kesitte ise kanat veter uzunluğunun 0.2 ile 0.45'i arasında doğru olarak elde edilmiştir. Kanat boyunun % 80 ve % 95'lik kesitlerinde ise kandin hücum kenarından veter orta noktasına kadar olan düzgün değişimi de elde edilmiştir.



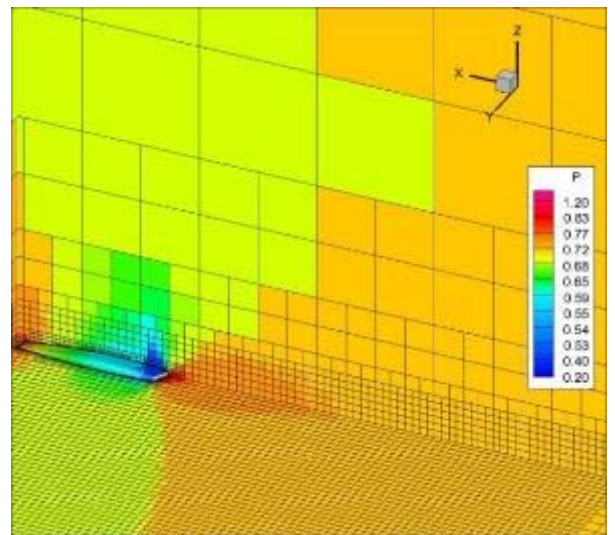
(a)



(b)



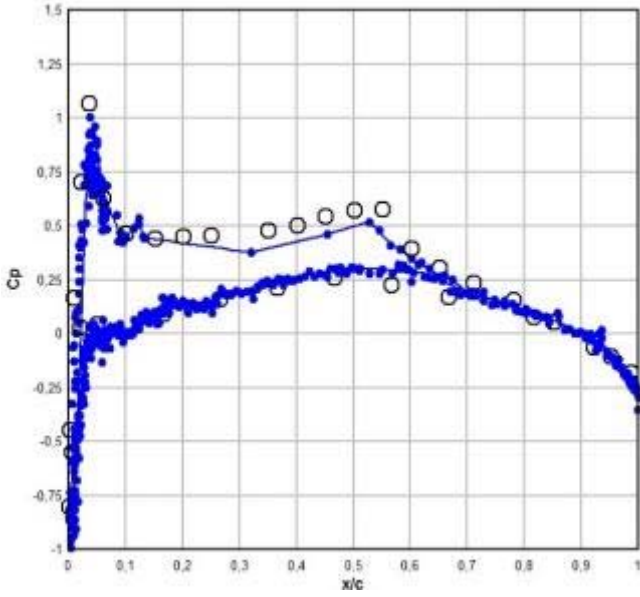
(c)



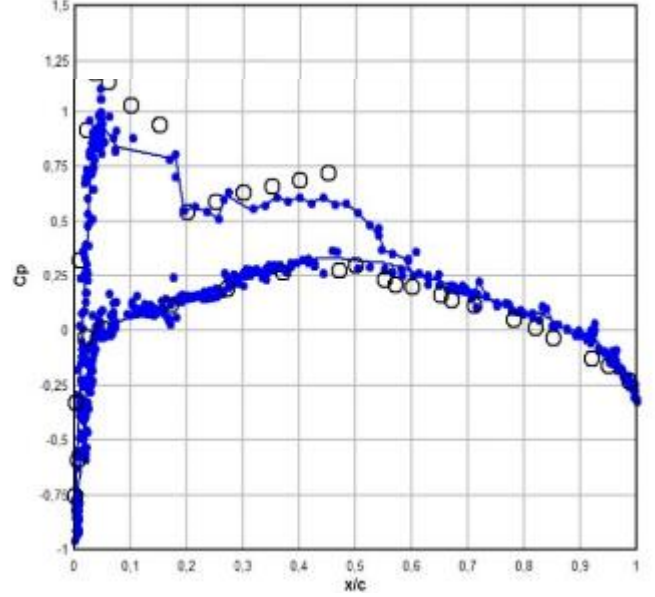
(d)

Şekil 3.42. Kanat boyunun (a) % 44, (b) % 65, (c) % 80 ve (d) %95 oranlarında kanat etrafındaki basınç dağılımı

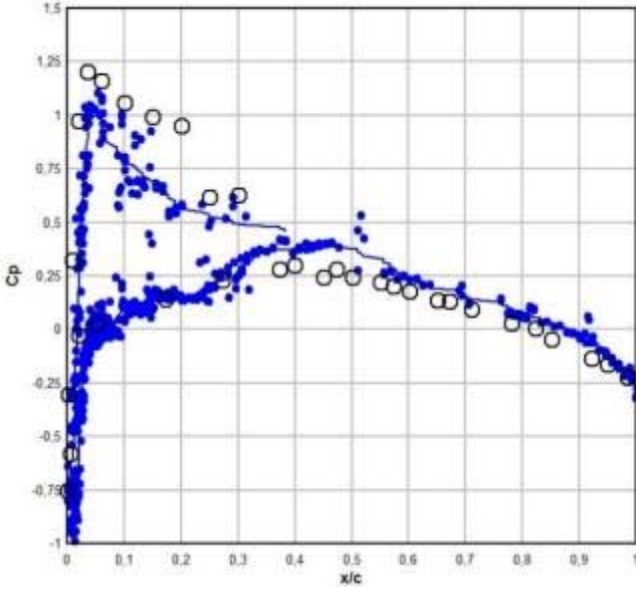
Kanat boyunun % 44, % 65, % 80 ve %95 oranlarında alınan kesitlerdeki basınç katsayısının boyutsuz veter uzunluğuna göre değişimi de deneysel olarak elde edilen dağılımlar ile Şekil 3.43'de karşılaştırılmıştır.



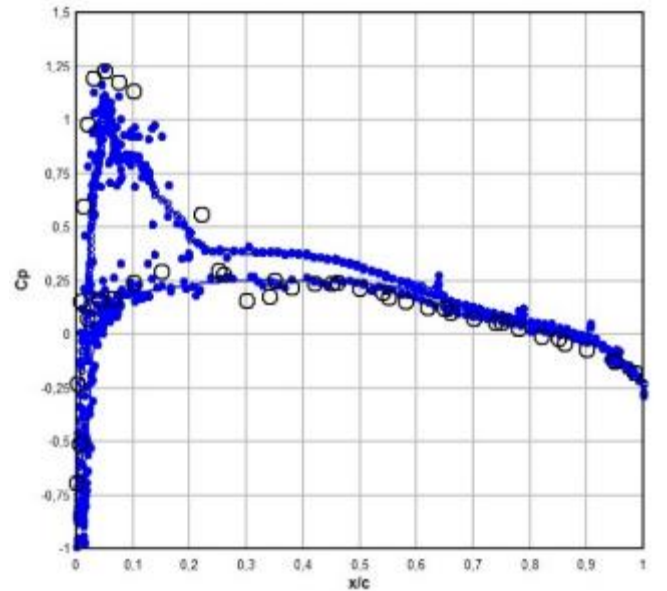
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 3.43. Kanat boyunun (a) % 44, (b) % 65, (c) % 80 ve (d) %95 oranlarında basınç katsayısının boyutsuz veter uzunluğuna göre değişimi

3.9 Otomatik Yerel Ağ İyileştirme Algoritmasının Laminer Navier-Stokes Çözücüsüne Uygulanması

Çözüm adaptasyonu önemli bir hesaplama ağı adaptasyon yöntemi olup, yazılımın çalıştırılması sırasında önceden belirlenmiş seviyede bir yakınsama elde edildiği zaman uygulanmaktadır. Bu yöntem akışın sıkıştırılabilirlik ve dönellik gibi özelliklerine göre uygulanmaktadır. Daha hassas sonuçlar elde edebilmek için şoklar nedeniyle süreksiz olan kritik bölgeler ile durgunluk noktalarında çözünürlük artırılmaktadır.

Şokların yerlerini ve kayma tabakalarını belirleyebilmek için çözüm adaptasyonu kriteri olarak hızın ıraksaklığı (divergence) ve rotasyonelliği (curl) kullanılmaktadır. Bu kriterin kullanılması sırasında karakteristik bir uzunluğa gereksinim vardır.

$$\tau_D = |\nabla \cdot \mathbf{V}| A_{hücre}^{3/2} \quad (3.43)$$

$$\tau_C = |\nabla \times \mathbf{V}| A_{hücre}^{3/2} \quad (3.44)$$

Her hücre için bu kriterler kontrol edilmektedir. Eğer bu kriterlerden herhangi biri bunların standart sapmalarından büyükse hücre bölünmektedir.

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \tau_D^2}{n}} \quad (3.45)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \tau_C^2}{n}} \quad (3.46)$$

Bu denklemlerde n toplam hücre sayısını göstermektedir.

Otomatik yerel ağ iyileştirme algoritması kullanılarak çözüm ağının çözünürlüğünün artırılmasının önemi NACA 0012 kanat profili etrafındaki 0,5 Mach sayısı, 5.000 Reynolds sayısı ve 0 derecelik hücum açısındaki ses civarı akışta incelenmiştir. Hücum açısının 0 olması nedeniyle, kanat profilinin alt ve üst yüzeylerindeki basınç ve sürtünme katsayılarının dağılımının simetrik olması gerekmektedir.

Toplam olarak 9 adet test durumu incelenmiştir. Bu test durumlarının ilk yedisinde sadece Kartezyen çözüm ağı, son iki tanesinde ise örtüşmeli çözüm ağı kullanılmıştır. Bütün test durumları için dış sınırlar kanat profilinden kanat veter boyunun 18 katı kadar uzakta alınmıştır. Viskoz olmayan akı hesaplamaları için AUSMV akı hesaplama yöntemi kullanılmıştır. Çözümün yinelenmesine normalize edilmiş yoğunluğun ortalama karekökünün logaritması -9 olana kadar devam edilmiştir. Beş seviyeli çoklu ağ yöntemi çözümün

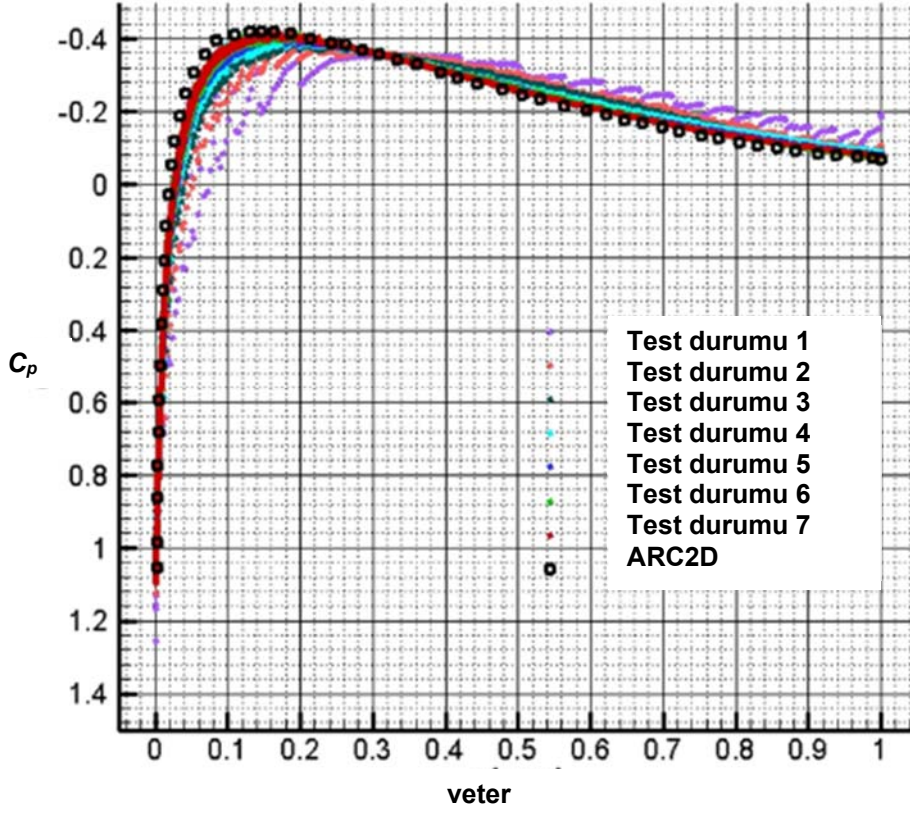
hızlandırılması için kullanılmıştır. Bu test durumu 32 GB ana belleğe sahip 2,33 GHz hızında 4 işlemcili bir bilgisayarda gerçekleştirilmiştir.

İlk yedi test durumu için değişen tek parametre çözüm ağı küçültme çevrimlerinin (solution refinement cycle) sayısı olup, bu parametre 0 ile 6 arasında değiştirilmiştir. Çözüm adaptasyonu sırasında iki çevrim arasındaki aralık 10 olarak alınmıştır. Test durumları için elde edilen sürüklenme katsayısı değerleri ile NASA tarafından geliştirilmiş olan ARC2D yazılımından elde edilen değer Tablo 3.8'de verilmiştir. ARC2D yazılımı yapısal hesaplama ağı kullanmakta olup hücre merkezlidir. Buna ek olarak, çözüm zamanları ve hücre sayıları da Tablo 3.8'de verilmiştir.

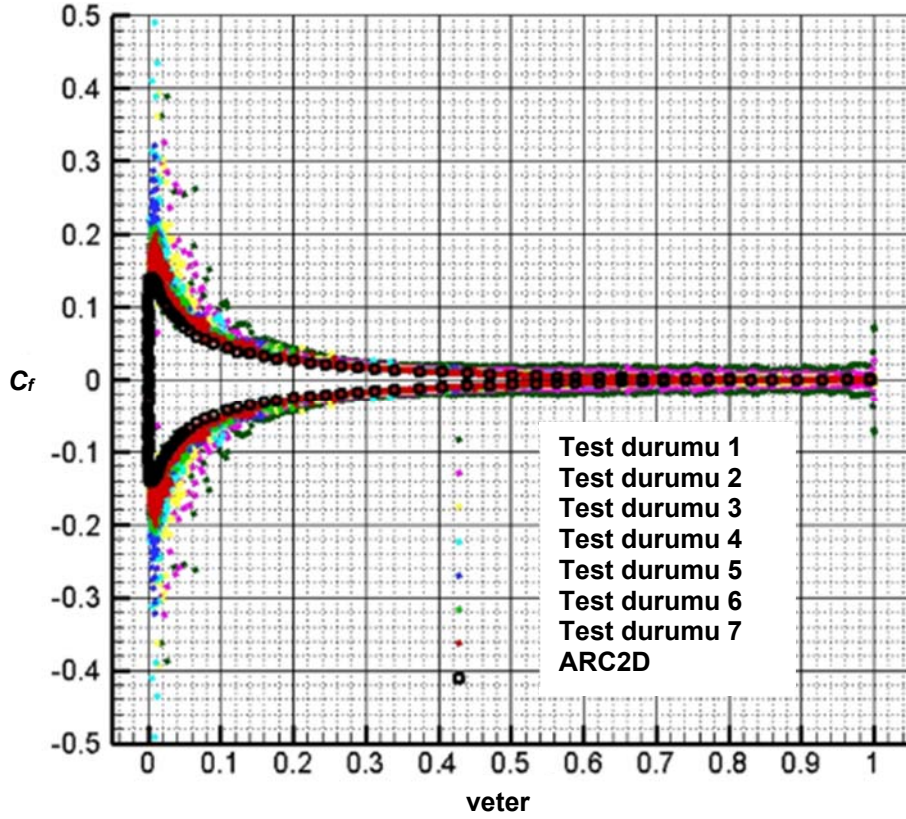
Tablo 3.8. NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için test durumlarının karşılaştırılması

Test durumu	Tanım	C_D	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
1	Küçültme çevrimsiz	0,0651	4.040	0 saat 38 dakika 49 saniye
2	1 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0483	9.442	0 saat 43 dakika 56 saniye
3	2 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0397	21.208	1 saat 26 dakika 9 saniye
4	3 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0356	46.488	2 saat 44 dakika 23 saniye
5	4 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0328	92.486	4 saat 37 dakika 41 saniye
6	5 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0316	172.874	8 saat 23 dakika 3 saniye
7	6 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0311	335.606	25 saat dakika 16 saniye
-	ARC2D	0,0321	40.960	-

Çözüm ağı küçültme çevrimi sayısının azaltılmasıyla, sürüklenme katsayısının literatürde mevcut değere yaklaştığı görülmektedir. Buna karşılık yakınsama zamanının önemli ölçüde arttığı gözlenmektedir. Altıncı test durumu literatürde bulunan sürüklenme katsayısının değerine en yakın değeri vermiş olup, bu katsayıyı literatürde verilen katsayıya göre yüzde 1.6 az tahmin etmiştir. Bir fazla çözüm ağı küçültme çevrimi kullanılması sürüklenme katsayısını literatürde verilen değerden uzaklaştırmasına karşılık, Şekil 3.44 ve 3.45'te görüldüğü gibi basınç ve yüzey sürtünme dağılımını daha yakın olarak bulmaktadır.



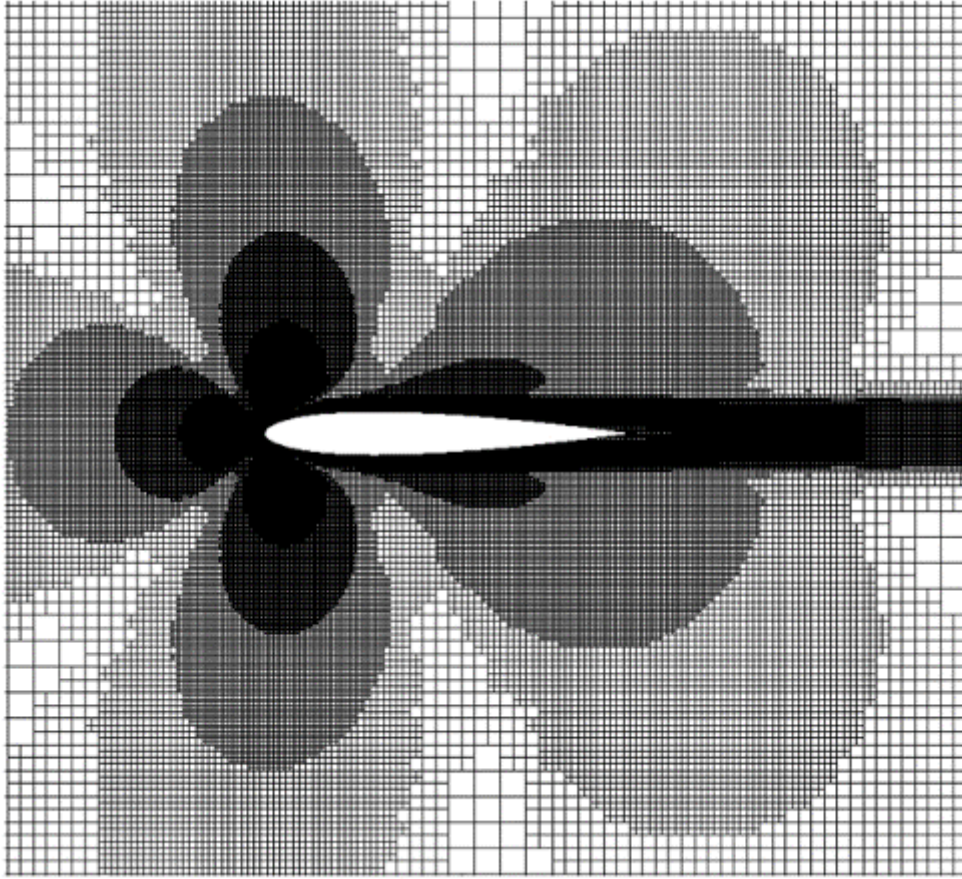
Şekil 3.44. NACA 0012 kanadı etrafındaki laminar akış için basınç katsayısı dağılımı



Şekil 3.45. NACA 0012 kanadı etrafındaki laminar akış için yüzey sürtünme katsayısı dağılımı

Yedinci test durumu basınç katsayısı için çok iyi sonuçlar vermektedir. Yüzey sürtünme katsayısının en büyük değeri % 42 oranında daha fazla bulunmasına karşılık, bu katsayının diğer değerleri literatürle uyumludur. Çözüm ağı küçültme çevrimi sayısı arttırıldıkça, sürtünme katsayısının en büyük değeri için daha iyi sonuçlar alınabileceği tahmin edilmektedir. Buna karşılık, altıncı ve yedinci test durumları arasındaki yüzde artışa bakıldığında, yakınsama zamanının da önemli ölçüde artacağını tahmin etmemek mümkün değildir.

Yedinci test durumu için kullanılan hesaplama ağı Şekil 3.46'da gösterilmiştir. Durgunluk noktaları nedeniyle hücum kenarına yakın bölgelerde oluşan hassas hesaplama ağı kolaylıkla görülebilmektedir. Buna ek olarak, kayma tabakaları da çözüm ağının küçültülmesiyle daha hassas bir şekil almıştır.



Şekil 3.46. Yedinci test durumunda NACA 0012 kanadı etrafındaki laminer akış için çözüm ağı

Sadece Kartezyen hesaplama ağlarının kullanıldığı test durumları yanında sekizinci ve dokuzuncu test durumlarında Örtüşmeli ağ yapısının laminar akış üzerindeki etkisi incelenmiştir. Her iki test durumu için de 16 sıra dörtgen hücre kullanılmıştır. Dokuzuncu test durumunda çoklu ağ yapısı kullanılmamasına karşılık, sekizinci test durumunda kullanılmıştır. Sonuçlar Tablo 3.9'da gösterilmiştir. Tablo 3.8 ve 3.9'dan görüldüğü gibi örtüşmeli hesaplama ağının çözüm adaptasyonunun uygulanmadığı durumlara göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

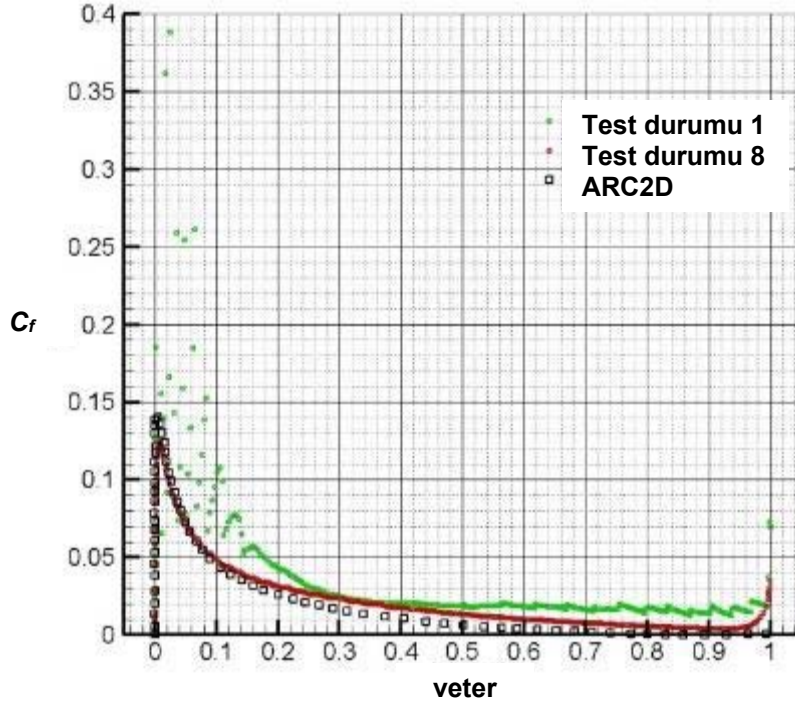
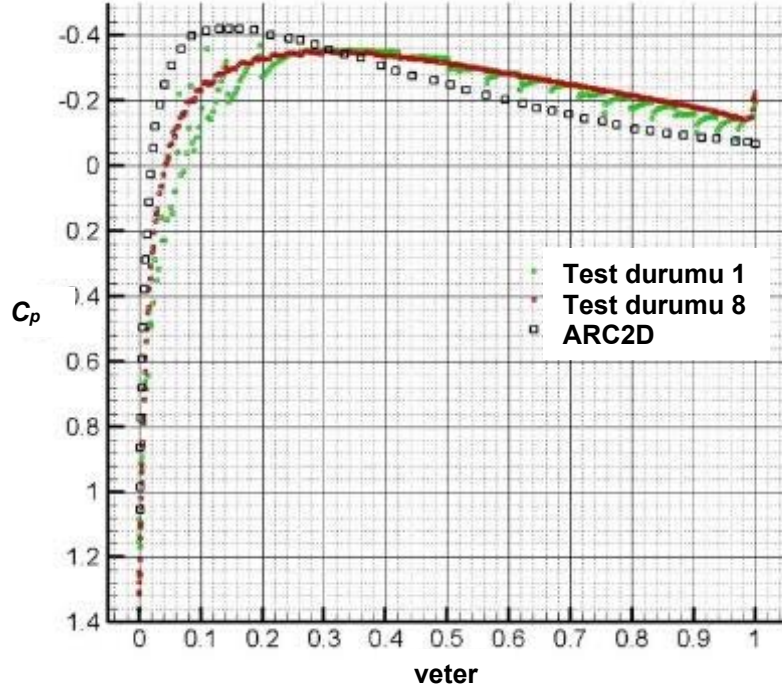
Tablo 3.9 NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminar ses altı akış için örtüşmeli hesaplama ağlarının kullanıldığı test durumlarının karşılaştırılması

Test durumu	Tanım	C_D	Hücre sayısı	Çözüm zamanı
8	Küçültme çevrimsiz	0,0590	14.562	15 saat 16 dakika 54 saniye
9	3 çözüm ağı küçültme çevrimi	0,0371	107.250	108 saat 46 dakika 36 saniye
-	ARC2D	0,0321	40.960	-

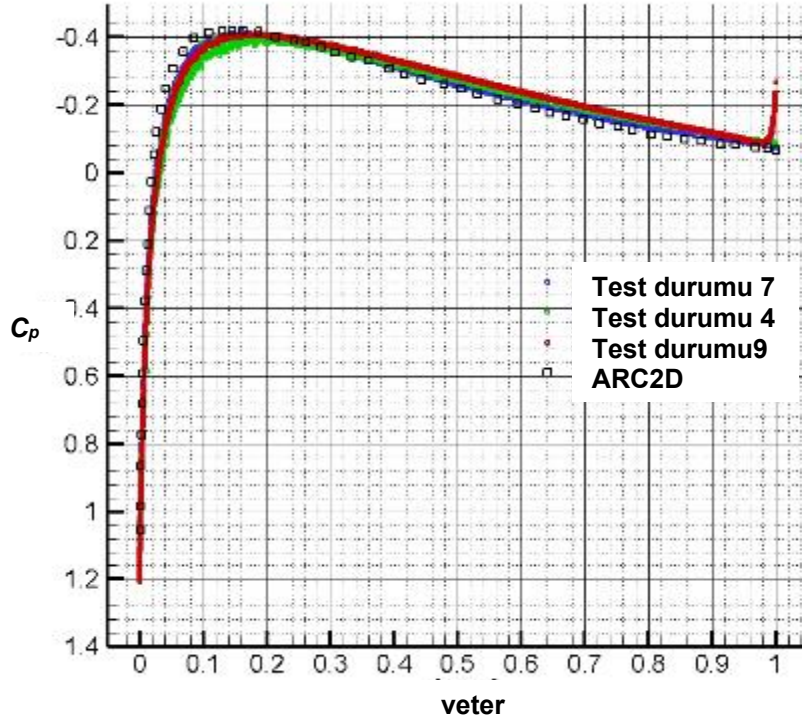
Şekil 3.47'de çözüm adaptasyonu kullanılmadan Kartezyen ve örtüşmeli hesaplama ağları için basınç ve yüzey sürtünme katsayılarının dağılımları karşılaştırılmıştır. Birinci test durumunda değişik boyutlardaki hücrelerin kullanılmasından kaynaklanan saçılma, örtüşmeli hesaplama ağı kullanıldığında önemli ölçüde azalmaktadır. Buna ek olarak, sekizinci test durumunda dörtgen hücrelerin kullanılmadığı birinci test durumunda elde edilemeyen yüzey sürüklenme katsayısının doruk noktası yakalanabilmektedir. Ayrıca, genel olarak sekizinci test durumunun sonucu birinci test durumuna göre literatürde verilen sonuçlara göre daha yakındır. Buna karşılık, kritik bölgelerde yeterli küçüklükte hücreler kullanılmadığı için basınç dağılımı hala referans dağılımdan uzaktır.

Şekil 3.48 ve 4.49'da üç çevrimli çözüm adaptasyonu ve örtüşmeli hesaplama ağının kullanıldığı dokuzuncu test durumu, üç çevrimli çözüm adaptasyonu ve Kartezyen hesaplama ağının kullanıldığı üçüncü test durumu, altı çevrimli çözüm adaptasyonu ve Kartezyen hesaplama ağının kullanıldığı yedinci test durumu ve ARC2D için basınç ve yüzey sürtünme katsayılarının karşılaştırılması gösterilmiştir. Basınç dağılımı için yedinci test durumu en iyi sonucu vermesine karşılık, dokuzuncu test durumu yüzey sürtünmesinin dağılımı için en iyi sonucu vermektedir. Tüm yüzey üzerindeki yüzey sürtünme katsayısının dağılımı ile hücum kenarındaki doruk noktasının hassas bir şekilde yakalanmasına karşılık, hücum kenarında hem basınç, hem de yüzey sürtünme katsayılarında sapmalar görülmüştür. Sonuç olarak, örtüşmeli hesaplama ağının yüzey sürüklenme katsayısı için daha hassas ve saçılmasız

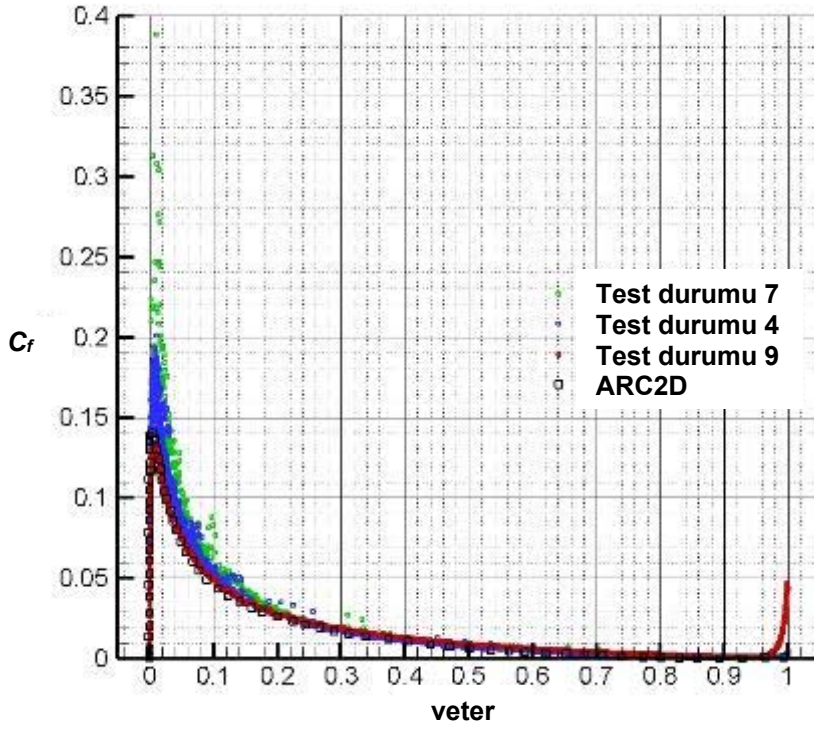
sonuçlar vermesine karşılık, yakınsama zamanının önemli ölçüde arttığı görülmüştür. Buna karşılık, rtřmeli hesaplama ağının basınç katsayısının dağılımı üzerinde önemli bir etkisi olmadığı belirlenmiştir.



şekil 3.47. NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış için birinci ve sekizinci test durumlarının ARC2D'nin sonuçları ile karşılaştırılması



Şekil 3.48. NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış için örtüşmeli ve Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak elde edilen basınç katsayısı dağılımı



Şekil 3.49. NACA 0012 kanat profili etrafındaki laminer akış için örtüşmeli ve Kartezyen hesaplama ağları kullanılarak elde edilen yüzey sürtünme katsayısı dağılımı

3.10 Çoklu Ağ Yönteminin Laminer Navier-Stokes Çözücüsüne Uygulanması

Çoklu ağ yöntemi, kaba hesaplama ağları kullanarak düşük frekanslı hataları ortadan kaldırarak, çözümün yakınsamasını hızlandırır. Bu yöntem hata düzeltilmesi ve kaba hesaplama ağı olmak üzere iki ana öğeye dayanmaktadır. Birinci öğede, hassas hesaplama ağları üzerinde bazı yinelemeler yapılarak, yüksek frekanslı hatalar yok edilebilmektedir. Ancak, bu yinelemeler düşük frekanslı hataları önemli ölçüde azaltamamaktadır. Düşük frekanslı hataları düzeltmek üzere kaba hesaplama ağları kullanılmaktadır. Bu nedenle, en hassas hesaplama ağı kullanılarak elde edilen çözüm kaba hesaplama ağlarına taşınarak, bu ağlar üzerinde yinelemeler yapılmaktadır. Sonuç olarak, kaba hesaplama ağlarında yüksek frekanslı hatalar düzeltilmektedir. Kaba hesaplama ağları üzerindeki bu yüksek frekanslı hatalar, hassas hesaplama ağları üzerinde düşük frekanslı hatalara karşılık geldiğinden, bu hatalar çözümün hassas hesaplama ağına taşınmasıyla azaltılabilmektedir. Dolayısıyla, Trottenberg, Oosterlee ve Schüler (2001) tarafından da belirtildiği gibi yüksek ve alçak frekanslı hataları çoklu ağ yöntemiyle azaltılabilmektedir.

Çoklu ağ yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan problemler için de kullanılabilir. Brandtl (1977), doğrusal olmayan problemler için etkili bir çoklu ağ yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntem Tam Yaklaşık Depolama (Full Approximate Storage-FAS) yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Jameson (1985) ve De Zeeuw (1993) bu yöntemi Euler çözücüsünde kullanmışlardır. Geliştirilen yazılımda da bu yöntem kullanılmıştır.

Bu bölümde, doğrusal olmayan problemler için çoklu ağ kavramı incelenmiştir. Daha sonra, Kartezyen ve dörtgen hesaplama ağları için kabalaştırma işlemi açıklanmıştır. Son olarak, viskoz olmayan ve viskoz akışlar için çoklu ağ yöntemi detaylı olarak incelenmiştir.

3.10.1 Doğrusal Olmayan Denklemler için Çoklu Ağ Yöntemi

Doğrusal olmayan problemler ayrıklaştırılmış şekilde aşağıdaki gibi verilebilir.

$$L_h \tilde{\mathbf{Q}}_h = 0 \quad (3.47)$$

Bu denklemde, L doğrusal olmayan diferansiyel uzay operatörünü, $\tilde{\mathbf{Q}}$ yakınsamış ayrık çözümü, h alt indisi ise ağ adımı boyutunu göstermektedir. h 'nin en küçük ağ adımı olmasına karşılık, $2h, 4h \dots$ ve nh daha kaba ağ adımlarını göstermektedir. Yaklaşık ayrık çözüm olan $\hat{\mathbf{Q}}$ kullanıldığında, aşağıdaki bağlantı elde edilir.

$$L_h \hat{\mathbf{Q}}_h = R_h(\hat{\mathbf{Q}}_h) \quad (3.48)$$

Bu denklemde, R artakalan fonksiyonunu göstermektedir. Denklem (3.47)'den denklem (3.48) çıkartılırsa, aşağıdaki denklem elde edilir.

$$L_h \hat{\mathbf{Q}}_h - L_h \check{\mathbf{Q}}_h = R_h(\hat{\mathbf{Q}}_h) \quad (3.49)$$

Hata fonksiyonu yaklaşık çözüm ile gerçek çözüm arasındaki fark olduğundan, bu denklem en hassas hesaplama ağından bir adım uzak olan kaba hesaplama ağı ile elde edilen çözüm ile yaklaşık olarak sağlanabilir. Bu işlemi yapabilmek için bilgiyi hassas hesaplama ağından kaba hesaplama ağına taşıyan ve hem artakalan fonksiyonu hem de yaklaşık çözüm için kullanılabilen bir sınırlayıcı operatör aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$L_{2h}(I_h^{2h} \check{\mathbf{Q}}_h + \mathbf{e}_{2h}) - L_{2h} I_h^{2h} \check{\mathbf{Q}}_h = I_h^{2h} R_h \quad (3.50)$$

$2h$ adımındaki hata fonksiyonu yukarıdaki denklemdeki tek bilinmeyendir. Daha sonra, bilgiyi kaba hesaplama ağından hassas hesaplama ağına taşıyan uzatma operatörü kullanılarak, iyileştirilmiş yaklaşık çözüm elde edilir.

$$\check{\mathbf{Q}}_h^{yeni} = \check{\mathbf{Q}}_h + I_{2h}^h \mathbf{e}_{2h} \quad (3.51)$$

Bu denklemler geliştirilen yazılıma dört adımda uygulanmıştır. Bunlar hassas hesaplama ağı yinelemeleri, sınırlama, uzatma ve düzeltmeli son yinelemelerdir. İkinci dereceden şemalar kullanıldığı zaman, çoklu ağ yönteminin uygulanması ile ilgili problemlerle karşılaşmıştır. Çoklu ağ yönteminin adımları açıklandıktan sonra, ikinci derece şemalar için yapılan değişiklikler açıklanacaktır.

3.10.2 Hassas Hesaplama Ağı Yinelemeleri

Yüksek frekanslı hataları azaltmak için başlangıçta belli sayıda yineleme yapılması gerekmektedir. Bu yinelemeler en hassas hesaplama ağında çok kademeli zaman adımlaması kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_h^{(0)} &= \mathbf{Q}_h^n \\ \mathbf{Q}_h^{(k)} &= \mathbf{Q}_h^{(0)} - \nu \frac{\alpha_k \Delta t}{A} \left[\text{Res}(\mathbf{Q}_h^{(k-1)}) + \mathbf{FF}_h \right] \quad k = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{Q}_h^{n+1} = \mathbf{Q}_h^{(m)}$$

Yukarıdaki denklem setinde, n alt indisi zaman adımını, FF ise kuvvetlendirme fonksiyonunu göstermektedir. Hassas hesaplama ağı yinelemeleri için kuvvetlendirme fonksiyonu bütün korunabilir değişkenler için sıfır olarak alınır. n 'inci zaman adımındaki çözüm kullanılarak, $(n+1)$ 'inci zaman adımındaki çözüm elde edilir. Yüksek frekanslı hatalar önemli ölçüde

azalırken, düşük frekanslı hatalar çok az azalmaktadır. Bu adımdaki yineleme sayısı girdi olarak verilmektedir. Bir çevrim için bütün yinelemeler tamamlandıktan sonra, artakalanlar olan $Res(\mathbf{Q}_h^m)$ sınırlama adımında kullanılmak üzere son değerler kullanılarak bulunmaktadır.

3.10.3 Sınırlama

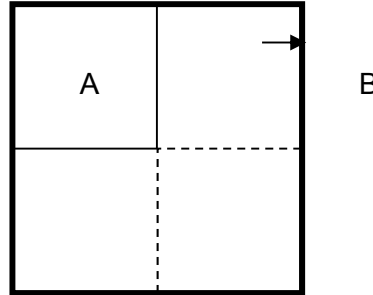
Bu adımda, hassas hesaplama ağında elde edilen sonuçlar sınırlama operatörü yardımıyla kaba hesaplama ağlarına taşınmaktadır. Hassas hesaplama ağında elde edilen çözüm ve son artakalan kullanılarak kaba hesaplama ağları için ilk tahmin belirlenmektedir.

Şekil 3.50'de A hücresi h ağ aralığı için hesaplama hücresi iken, B hücresi $2h$ ağ aralığı için hesaplama hücresidir. Bu durumda A hücresi B hücresinin eşdeğer küçük hücresidir. Başka bir deyişle, B hücresi A hücresinin eşdeğer büyük hücresidir. Bu durumda, B hücresinin dört adet eşdeğer küçük hücresi bulunmaktadır.

Bu kısa açıklamadan sonra, kaba hesaplama ağındaki ilk tahmini çözümü ile kuvvetlendirme fonksiyonunun bulunması için gerekli denklemler aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{Q}_{2h}^{(0)} = I_h^{2h} \mathbf{Q}_h^{(m)} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{FF}_{2h} = \hat{I}_h^{2h} \left[Res(\mathbf{Q}_h^{(m)}) + \mathbf{FF}_h \right] - Res(\mathbf{Q}_{2h}^{(0)}) \quad (3.54)$$



Şekil 3.50. Eşdeğer hücre kavramı

Burada I_h^{2h} hacim ağırlıklı sınırlama operatörünü, \hat{I}_h^{2h} ise artakalan toplama operatörünü göstermektedir. Bu operatörler

$$I_h^{2h} \mathbf{Q}_h^{(m)} = \frac{\sum_{\text{küçük hücreler}}^{\text{eşdeğer}} [\mathbf{Q}_h^{(m)} A]}{\sum_{\text{küçük hücreler}}^{\text{eşdeğer}} [A]} \quad (3.55)$$

$$\hat{I}_h^{2h}[\alpha] = \sum_{\substack{\text{eşdeğer} \\ \text{küçük hücreler}}} [\alpha] \quad (3.56)$$

şeklinde verilebilir. İlk değerler ve kuvvetlendirme fonksiyonunu belirlendikten sonra, kullanıcı tarafından verilen bazı ara adım yinelemeleri yapılmaktadır. Böylelikle, kaba hesaplama ağlarındaki yaklaşık çözümlerin iyileştirilmesi gerçekleştirilmektedir. Yukarıdaki denklemler, h 'den $2h$ 'ye geçişi göstermektedir. Kademe sayısının birden fazla olduğu durumlarda, $4h$, $8h$, $16h$ gibi daha kaba hesaplama ağlarındaki yaklaşık çözümler aynı yöntemle elde edilebilmektedir. Geliştirilen yazılımda en fazla 7 kademe kullanılmakta olup, en kaba hesaplama ağının aralığı $128h$ olmaktadır.

3.10.4 Uzatma

Bu adımın amacı, kaba hesaplama ağlarında elde edilen çözümlerin, daha iyi sonuçlar almak üzere en hassas hesaplama ağına transfer edilmesidir. Bu amaçla kaba hesaplama ağlarında elde edilen sonuçlar ve uzatma operatörü aşağıda verildiği gibi birlikte kullanılmaktadır.

$$\mathbf{Q}_h^{yeni} = \mathbf{Q}_m^h + I_{2h}^h (\mathbf{Q}_{2h}^{(yeni)} - I_h^{2h} \mathbf{Q}_{2h}^{(m)}) \quad (3.57)$$

Burada, I_{2h}^h uzatma operatörünü göstermekte olup,

$$I_{2h}^h(\alpha) = \alpha \quad (3.58)$$

şeklinde tanımlanır ve uzatma için enjeksiyon operatörü olarak adlandırılır. Uzatma operatörü olarak, gradyan ile yön vektörünün nokta çarpımı olan gradyan operatörü de kullanılabilir. Geliştirilen yazılımda enjeksiyon operatörü kullanılmıştır.

Geliştirilen yazılımda iki değişik çevrim kullanılmıştır. Bunlar, testere dişi ve V çevrimleridir. Bunlar arasındaki tek fark, V-çevriminde uzatma adımından sonra yinelemelerin olmasıdır. V-çevriminde çözümün kaba hesaplama ağına aktarılmasıyla elde edilen iyileştirilmiş çözümden sonra belli sayıda yineleme yapılmaktadır. Yinelemelerin yapılabilmesi için kuvvetlendirme fonksiyonları gerektiğinden, sınırlama adımında elde edilen tüm kuvvetlendirme fonksiyonlarının saklanması gerekmektedir. V-çevriminde fazla sayıda değişkenin saklanması gerektiğinden, bu çevrim testere dişi çevrimine nazaran daha düşük bir yakınsama hızına sahiptir.

3.10.5 Düzeltme ve Son Yinelemeler

Çoklu ağ yöntemindeki son adım düzeltme ve son yinelemelerdir. Bu adımda, iyileştirilmiş yaklaşık çözüm belli sayıda yineleme ile iyileştirilmektedir. İlk tahmin olarak, uzatma sonucu elde edilen iyileştirilmiş çözüm olan Q_n^{yeni} kullanılmaktadır. Bu adım, sadece en hassas hesaplama ağına başka bir girdi olarak verilen yineleme sayısı kadar uygulanmaktadır. Bütün bu adımlar sonucunda, en hassas hesaplama ağındaki çözüm mümkün olduğu kadar yüksek ve düşük frekanslı hatalardan arınmış olarak elde edilmektedir.

3.10.6 Çoklu Ağ Yönteminin Etkisi

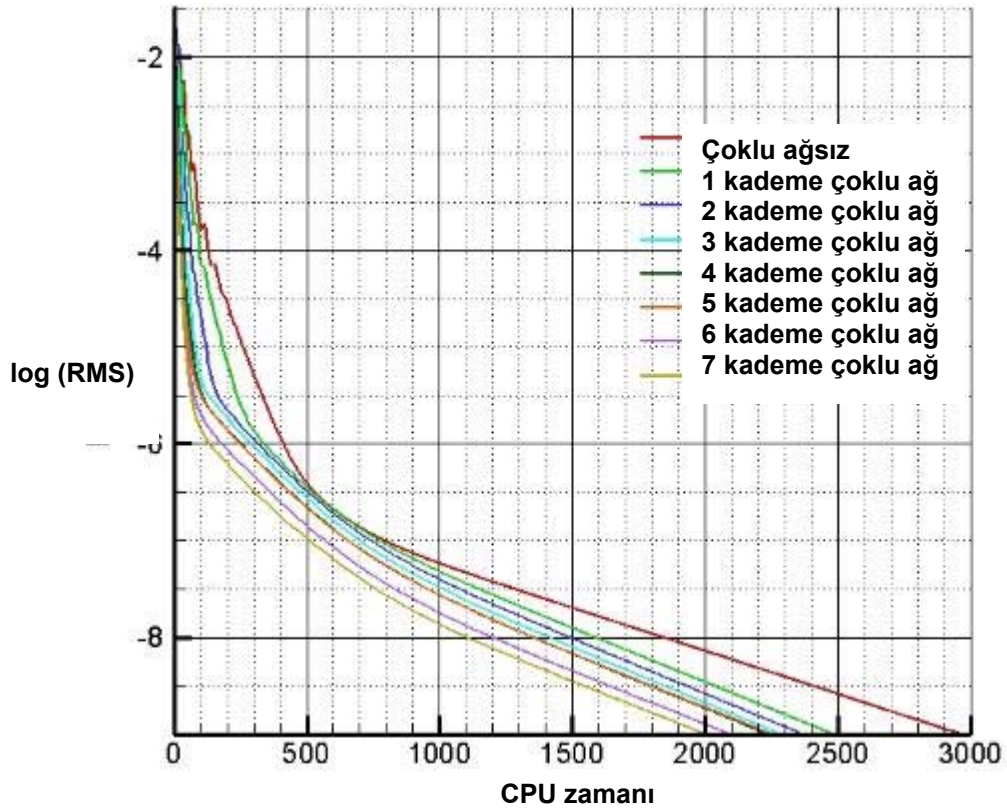
Çoklu ağ yönteminin etkisini incelemek üzere için önceki bölümde otomatik yerel ağ iyileştirme algoritmasının test edilmesinde kullanılan NACA 0012 kanadı kullanılmıştır. Bu bölümde beş değişik problem tartışılmıştır. Birinci problemde çözüm adaptasyonu kullanılmamış olup, çoklu ağ yönteminin kademesinin çözüme etkisi incelenmiştir. İkinci olarak, üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılarak sonra çoklu ağ yönteminin kademesinin çözüme etkisi araştırılmıştır. Üçüncü olarak, testere dişi ve V çevrimleri arasındaki fark çözüm adaptasyonlu ve çözüm adaptasyonsuz durumlar için gösterilmiştir. Dördüncü olarak, çoklu ağ yönteminin adımlarında kullanılan yineleme sayısının çözüme etkisi üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılarak incelenmiştir. Son olarak, örtüşmeli hesaplama ağları için çoklu ağ yönteminin etkileri araştırılmıştır.

3.10.6.1 Çözüm Adaptasyonu Kullanılmadan Kademe Testi

Birinci problemde çözüm adaptasyonu kullanılmamıştır. Toplam olarak, 8 test durumu incelenmiştir. Bu test durumlarındaki tek değişken çoklu ağ kademe sayısıdır. Bu çalışmanın amacı, viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman çoklu ağ yöntemini kademesinin etkisinin araştırılmasıdır. Bütün test durumları için testere dişi çevrimi ve viskoz olamayan akıların hesaplanmasında AUSMV yöntemi kullanılmıştır. Çözüm normalize edilmiş artakalan -9'a ulaşana kadar yinelenmiştir. Tablo 3.10 ve Şekil 3.51'den anlaşılacağı gibi kademe sayısının 7'ye kadar attırılması bile yeteri derecede hızlanma yaratmamıştır. Viskoz olmayan akışlar için aynı şartlar altında 6 değerinde bir hızlanma oranı elde edilmişken, viskoz akışlarda bu oran 1,5 olarak bulunmuştur.

Tablo 3.10. Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
1	Çoklu ağsız	2.958	-
2	Bir kademe çoklu ağ	2.480	1,19
3	İki kademe çoklu ağ	2.364	1,25
4	Üç kademe çoklu ağ	2.280	1,30
5	Dört kademe çoklu ağ	2.232	1,33
6	Beş kademe çoklu ağ	2.251	1,31
7	Altı kademe çoklu ağ	2.091	1,41
8	Yedi kademe çoklu ağ	2.002	1,48



Şekil 3.51. Çözüm adaptasyonu kullanılmadan kademe testi için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

3.10.6.2 Çözüm Adaptasyonu Kullanıldığında Kademe Testi

Kademe arttırılmasının etkisi de bu problemde incelenmiştir. Bu problemde üç çevrimli çözüm adaptasyonu kullanılmış olup, test durumları ve çözümler Tablo 3.11 ve Şekil 3.52'de verilmiştir.

Tablo 3.11. Viskoz akışlarda çözüm adaptasyonu kullanılarak kademe testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
9	Çoklu ağsız	67.660	-
10	Bir kademe çoklu ağ	42.862	1,58
11	İki kademe çoklu ağ	23.558	2,87
12	Üç kademe çoklu ağ	13.169	5,14
13	Dört kademe çoklu ağ	10.838	6.24
14	Beş kademe çoklu ağ	9,859	6,86
15	Altı kademe çoklu ağ	10.284	6,58
16	Yedi kademe çoklu ağ	9.582	7,06

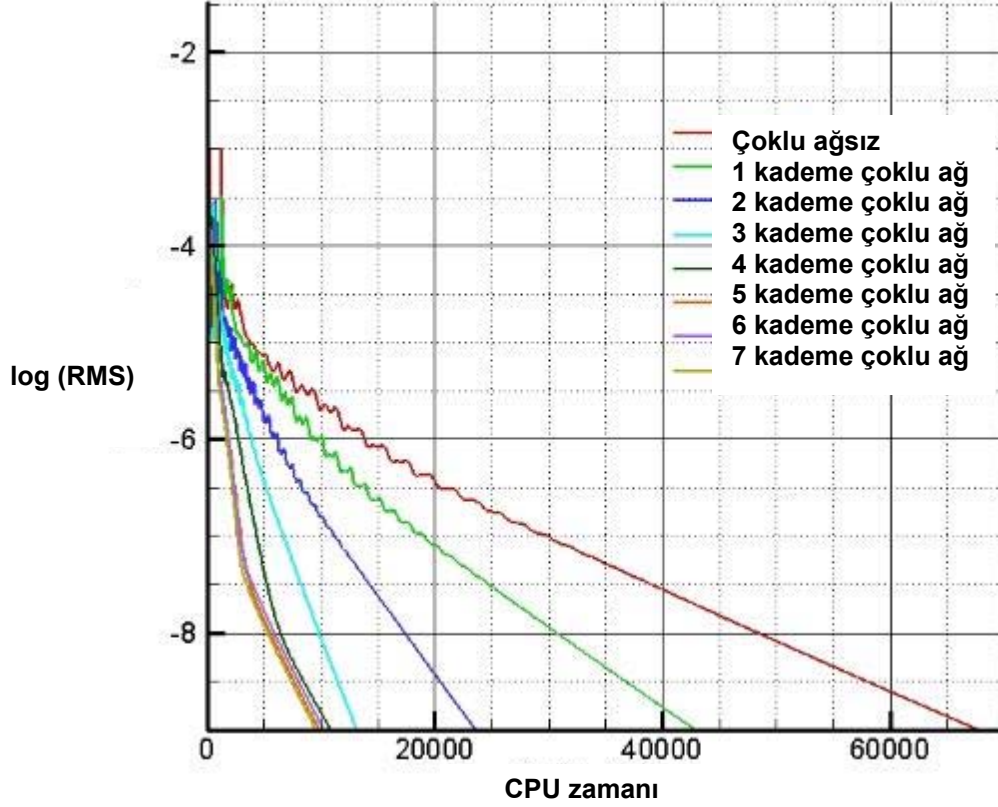
Çözüm adaptasyonu uygulanan hesaplama ağında kademe arttırımının çözümü hızlandırdığı görülmektedir. 15. test durumu dışındaki test durumları için kademe sayısının arttırılmasıyla yakınsama zamanı azalmaktadır. Önceki problemle karşılaştırıldığında, çoklu ağ yönteminin kademe sayısının arttırılmasının çözüm zamanını önemli ölçüde azalttığı görülmektedir. Kaba hesaplama ağındaki hızlanma oranı 1,5 iken hassas hesaplama ağında bu oran 7'ye kadar yükselmektedir.

Buna ek olarak, kademe sayısının beşin üzerine çıkartılması yakınsama zamanında önemli bir fark yaratmamaktadır. Örneğin 14. test durumu 9.859 saniyede yakınsarken, son test durumu 9.582 saniyede yakınsamaktadır. Çoklu hesaplama ağı kullanılmadan yakınsamanın 67.660 saniyede elde edildiği düşünülürse bu farkın oldukça küçük olduğu görülebilir.

3.10.6.3 Çevrim Testi

Bu bölümde testere dişi ve V- çevrimi olmak üzere iki değişik çevrim çözüm adaptasyonlu ve çözüm adaptasyonsuz olarak test edilmiştir. Bütün test durumları için yedi kademeli çoklu ağ yöntemi kullanılmıştır. Son iki test durumunda ise hesaplama ağına üç

çevrimli küçültme uygulanmıştır. Bu test durumları için elde edilen sonuçlar Tablo 3.12'de gösterilmiştir.

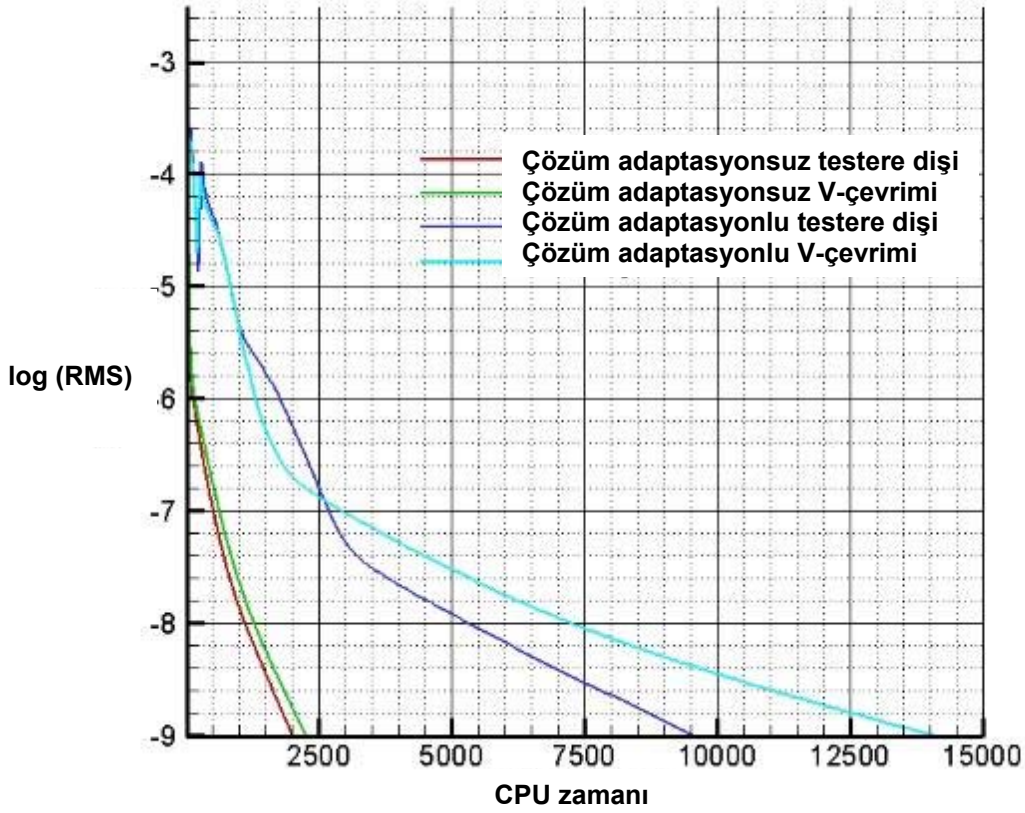


Şekil 3.52. Çözüm adaptasyonlu hesaplama ağı için NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

Şekil 3.53'den görüldüğü gibi hem çözüm adaptasyonsuz ve hem de çözüm adaptasyonlu çözümlerde V-çevriminin yakınsaması test dişi çevrimine göre daha yavaştır. İki çevrim arasındaki fark çözüm adaptasyonsuz hesaplama ağı için çok az olmasına karşılık, bu fark hassas hesaplama ağları kullanıldıkça artmaktadır.

Tablo 3.12. Viskoz olmayan akışlar için çevrim testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
17	Çözüm adaptasyonsuz testere dişi çevrimi	2.002	1,48
18	Çözüm adaptasyonsuz V-çevrimi	2.248	1,32
19	3 çevrimlik çözüm adaptasyulu testere dişi çevrimi	9.582	7,06
20	3 çevrimlik çözüm adaptasyulu V-çevrimi	14.077	4,81



Şekil 3.53. NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta çevrim testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

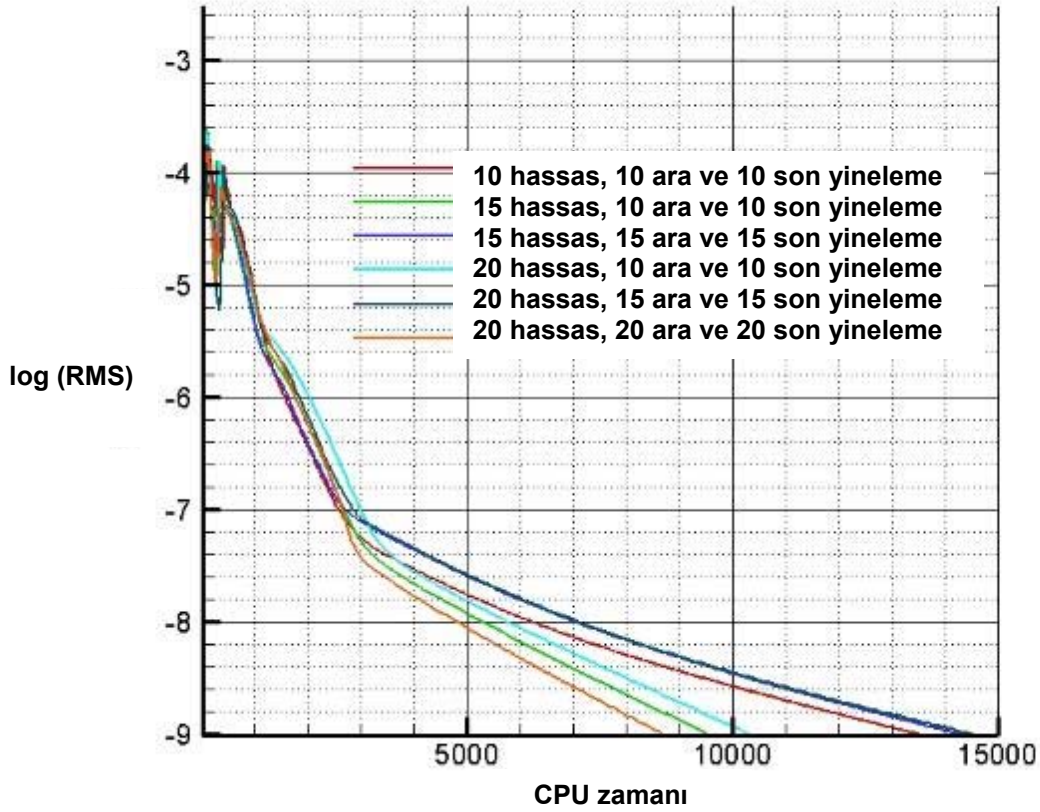
3.10.6.4 Yineleme Testi

Bu problemde çoklu ağ yöntemindeki yineleme sayısının etkisini optimize etmek için üç çevrimli çözüm adaptasyonunun kullanıldığı hesaplama ağından yararlanılmıştır. Altı test durumu incelenmiştir. Viskoz olmayan akışlar için yineleme sayısı aynı olmasına karşılık, bu çalışmada her adımda kullanılan yineleme sayısı aynı değildir. Bazı test durumları için hassas hesaplama ağında daha çok sayıda yineleme kullanılmıştır. Test durumlarının tanımı ve sonuçlar Tablo 3.13'de gösterilmiştir.

Şekil 3.54'de görüldüğü gibi 26. test durumu viskoz akışlar için en iyi sonucu vermiştir. Bunu yanında 22. test durumu da 26. test durumundan çok farklı değildir. Bunlardan viskoz akışlarda düşük frekanslı hataları ortadan kaldırmak için gerekli yineleme sayısı viskoz olmayan akışlara göre fazladır.

Tablo 3.13. Viskoz akışlar için yineleme testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
21	10 hassas, 10 ara ve 10 son yineleme	13.549	4,99
22	15 hassas, 10 ara ve 10 son yineleme	9.582	7,06
23	15 hassas, 15 ara ve 15 son yineleme	14.346	4,72
24	20 hassas, 10 ara ve 10 son yineleme	10.346	6,54
25	20 hassas, 15 ara ve 15 son yineleme	14.572	4,64
26	20 hassas, 20 ara ve 20 son yineleme	8.773	7,71



Şekil 3.54. NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta yineleme testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

3.10.6.5 Örtüşmeli Hesaplama Ağı Testi

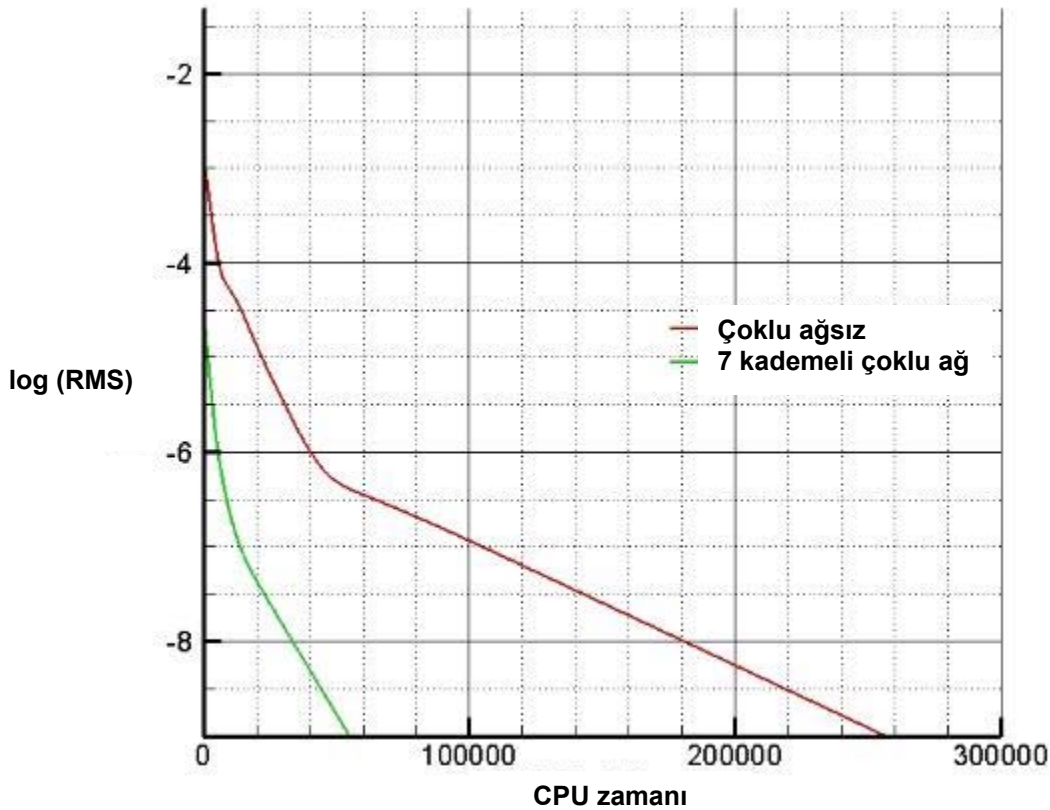
Son olarak, çoklu ağ yöntemi örtüşmeli hesaplama ağları üzerinde test edilmiştir. Sınır tabaka içerisinde dörtgen hücrelerin kullanılması nedeniyle, hücre sayısı önemli ölçüde artmıştır. Örneğin çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman, Kartezyen hesaplama ağında 4.040 hücre kullanılırken, örtüşmeli hesaplama ağında 14.562 hücre kullanılmıştır. Başka bir deyişle, en kaba hesaplama ağında bile sınır tabaka içerisinde küçük hücreler bulunması

nedeniyle, çok sayıda hücre kullanılmaktadır. Yüksek hücre sayısı ve hücreler arasındaki boyut farkı nedeniyle, yakınsama zamanı Kartezyen hesaplama ağlarına göre oldukça uzundur. Bu nedenle, çoklu ağ yöntemi çözüm zamanını azaltmak açısından çok önemlidir.

Bu problem için iki test durumu incelenmiştir. Bunlarda ilkinde çoklu ağ yöntemi kullanılmamıştır. İkincisinde ise yedi kademeli çoklu ağ yöntemi kullanılmıştır. Düşük yinleme sayıları çözümü iraksattığı için yinleme sayısı 30 olarak alınmıştır. Sınır tabaka içerisinde bulunan çok küçük hücreler nedeniyle, düşük frekanslı hataları azaltmak için gerekli yineleme sayısı diğer problemlere göre daha fazladır. İkinci test durumunda testere dişi çevrimi kullanılmıştır. Sonuçlar Tablo 3.14 ve Şekil 3.55'te verilmiştir.

Tablo 3.14. Viskoz akışlar için örtüşmeli hesaplama ağı testi

Test durumu	Tanım	Zaman (s)	Hızlanma oranı
27	Çoklu ağsız	256.049	-
28	Yedi kademeli çoklu ağ	55.014	4,65



Şekil 3.55. NACA 0012 kanat profili etrafındaki akışta melez hesaplama ağı testi için artakalanların CPU zamanına göre değişmesi

Çoklu ağ yönteminin kullanılmadığı hesaplama ağında çözümün yakınsaması dörtgen hücrelerin kullanılmadığı duruma göre 8 kat daha yavaştır. Daha önce olduğu gibi çoklu ağ yöntemin etkisi hassas hesaplama ağları çok daha fazla olup, örtüşmeli hesaplama ağı için yedi kademeli çoklu ağ yöntemiyle elde edilen hızlanma oranı 4,65'tir. Dolayısıyla çözüm adaptasyonu kullanılmadığı zaman, melez ve Kartezyen hesaplama ağları arasında önemli bir fark oluşmuştur.

3.11 Spalart-Allmaras Türbülans Modelinin 3B Navier-Stokes Çözücüsüne Eklenmesi

Spalart ve Allmaras tarafından önerilen türbülans modeli, türbülans kinematik viskozitenin modifiye edilmiş olan bir değişken için taşınım denklemini çözmektedir. Spalart-Allmaras türbülans modelindeki taşınım değişkeni olan $\tilde{\nu}$ duvar yakınında viskoziteden etkilenen duvar yakınındaki bölgeler dışında kinematik viskozite ile eşdeğerdir. Bu denklem tensör notasyonunda aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} (1 - f_{t2}) + \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} \right] + \frac{C_{b2}}{\sigma_\nu} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \\ - C_{w1} f_w (1 - f_{t2}) \frac{C_{b1}}{\kappa^2} \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + f_{t1} \Delta U^2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

3.11.1 Spalart-Allmaras Türbülans Modelinin Navier-Stokes Denklemlerine Eklenmesi

Yukarıda verilen Spalart-Allmaras denklemi vektörel olarak da yazılabilir. Eğer Denklem (3.59) yoğunluk ile çarpılırsa korunabilir şekilde yazılabilir. Bu şekilde yazılan Spalart-Allmaras denklemi kolaylıkla ayrıştırılarak Navier-Stokes denklemleri ile aşağıdaki şekilde birleştirilebilir.

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{tur}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{tur}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_{tur}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}_{tur}}{\partial z} = \mathbf{S}_{tur} \quad (3.60)$$

Burada

$$\mathbf{U}_{tur} = [\rho \tilde{\nu}] \quad (3.61a)$$

$$\mathbf{F}_{tur} = \left[\rho u \tilde{\nu} - \left(\frac{1}{\sigma_\nu} (\mu_{lam} + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x} \right) \right] \quad (3.61b)$$

$$\mathbf{G}_{tur} = \left[\rho v \tilde{\nu} - \left(\frac{1}{\sigma_\nu} (\mu_{lam} + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} \right) \right] \quad (3.61c)$$

$$S_{tur} = \left[C_{b1}\rho(1-f_{t2})\tilde{S}\tilde{v} + \frac{C_{b2}\rho}{\sigma_v} \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \right)^2 \right\} - \left(C_{w1}f_w\rho - \frac{C_{b1}\rho}{\kappa^2}f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 + \rho f_{t1}\Delta U^2 \right] \quad (3.61d)$$

Böylelikle, Denklem (3.60) ile tanımlanan Spalart-Allmaras türbülans modeli Denklem (3.5) ile tanımlanan laminar Navier-Stokes denklemlerine altıncı denklem olarak eklenebilir. Bu durumda Denklem (3.5) ile (3.10) ile tanımlanan laminar Navier-Stokes denklemlerindeki viskozite ve ısı iletkenlik katsayısı toplam viskozite ve toplam ısı iletkenlik katsayısı haline gelir. Toplam viskozite ve toplam ısı iletkenlik katsayısı aşağıdaki gibi laminar ve türbülanslı bölümlerden meydana gelir.

$$\mu = \mu_{lam} + \mu_{tur} \quad (3.62)$$

$$\kappa = \kappa_{lam} + \kappa_{tur} = \left(\frac{\mu_{lam}}{Pr_{lam}} \right) \frac{\gamma R}{\gamma - 1} + \left(\frac{\mu_{tur}}{Pr_{tur}} \right) \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (3.63)$$

Yukarıdaki denklemlerde hava için $Pr_{lam} = 0.72$ ve $Pr_{tur} = 0.90$ olarak alınabilir.

3.11.2 Türbülans Viskositesinin Modellenmesi

Türbülans viskozitesi olan μ_{tur} aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\mu_{tur} = \rho \tilde{v} f_{v1} \quad (3.64)$$

Bu denklemdeki viskoz sönümlenme fonksiyonu olan f_{v1}

$$f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v1}^3} \quad (3.65a)$$

ve

$$X = \frac{\tilde{v}}{\nu} \quad (3.65b)$$

3.11.3 Türbülans Üretiminin Modellenmesi

Üretim terimi aşağıdaki gibi modellenebilir.

$$C_{b1}\tilde{S}\tilde{v}(1-f_{t2}) \quad (3.66)$$

Burada

$$\tilde{S} = S f_{v3} + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad (3.67a)$$

$$f_{v2} = \left(1 + \frac{X}{C_{v2}}\right)^{-3} \quad (3.67b)$$

$$f_{v3} = \frac{(1 + X f_{v1})(1 - f_{v2})}{\max(X, 0.001)} \quad (3.67c)$$

ve

$$f_{t2} = C_{t3} \exp(-C_{t4} X^2) \quad (3.67d)$$

Yukarıdaki denklemlerde C_{b1} , C_{t4} , C_{t3} ve κ sabit olup, d duvardan uzaklığı, S ise skalar deformation tensorünü göstermekte olup

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (3.67e)$$

şeklinde ifade edilir. Burada Ω_{ij} ortalama dönme hızı tensörünü göstermekte olup

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.67f)$$

şeklinde verilebilir.

S 'nin bu şekilde tanımlanması duvarlarla sınırlanmış akışlarda, türbülansın sadece duvar yakınılarında girdapın olduğu bölgelerde oluştuğunun varsayılmasından kaynaklanmaktadır. Ancak, ortalama gerilmelerin de türbülans üretimine katkısının ele alınması gerektiği vurgulanarak, bu model Dacles [23] tarafından S 'nin tanımında dönme hızı ve gerilme tensörlerinin birlikte kullanılacağı şekilde aşağıdaki gibi güncellenmiştir.

$$S = |\Omega_{ij}| + C_{prod} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|) \quad (3.67g)$$

Yukarıdaki denklemde $C_{prod} = 2.0$, $|\Omega_{ij}| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ ve $|S_{ij}| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ şeklinde olup, ortalama gerilme hızı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.67h)$$

Modelin orijinal halinde, \tilde{S} negatif olacak şekilde tanımlanmıştır. Ancak bu tanım r 'nin değerini bozarak, yakınsamayı yavaşlatmaktadır. Bu nedenle f_{v3} fonksiyonu tanımlanarak, f_{v2}

fonksiyonu değiştirilmiştir. Bu değişiklik Spalart tarafından \tilde{S} 'nin değerinin negatif olmasının engellenmesi için önerilmiştir.

3.11.4 Türbülansın Yokedilişinin Modellenmesi

Yokediliş terimi aşağıdaki şekilde modellenenebilir.

$$C_{w1} f_w (1 - f_{t2}) \frac{C_{b1}}{\kappa^2} \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (3.68)$$

Bu denklemde

$$f_w(r) = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad (3.69a)$$

$$g = r + C_{w2} (r^6 - r) \quad (3.69b)$$

ve

$$r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2} \quad (3.69c)$$

şeklindedir. C_{w1} , C_{w2} ve C_{w3} sabit olup, r 'nin büyük değerleri 10'a indirgenmelidir.

3.11.5 Zıplama (Trip) Teriminin Modellenmesi

Bu terim sınır tabaka geçiş noktasının tanımlanmasını sağlamakta olup,

$$\rho f_{t1} \Delta U^2 \quad (3.70)$$

şeklinde tanımlanır. Burada

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp\left(-C_{t2} \frac{W_t^2}{\Delta U^2} (d^2 + g_t^2 d_t^2)\right) \quad (3.71)$$

şeklinde olup, d_t en yakın zıplama noktasına olan uzaklığı, W_t duvar üzerindeki zıplama noktasındaki girdabi, ΔU zıplama noktasındaki hız farkının normunu (duvar hareketsiz olduğu zaman sıfır olur) ve $g_t = \min(0.1, \Delta U / \omega_t \Delta x)$ olup Δx ise zıplama noktasındaki duvar boyu aralığı göstermektedir.

Bu model geçiş noktasının lokalize edilmesini sağlamasına karşılık, bu çalışmada Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanıldığında akış alanının tümüyle türbülanslı olduğu varsayılmıştır. Bu nedenle, bu terim kullanılmamıştır.

3.11.6 Model Sabit Değerleri

Modelin sabit değerleri olan $C_{b1}, C_{b2}, \sigma_{\bar{v}}, C_{v1}, C_{w1}, C_{w2}, C_{w3}, C_{\beta}, C_{t4}$, ve κ öndeğerleri aşağıdaki gibidir.

$$C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, \sigma_v = 2/3, C_{v1} = 7.1, C_{w2} = 0.3, \kappa = 0.4187$$

$$C_{t4} = 2, C_{t3} = 1.1, C_{t2} = 2, C_{t1} = 1 \text{ ve } C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\bar{v}}} \quad (3.72)$$

3.11.7 Spalart-Allmaras Türbülans Modelinin Test Edilmesi

Spalart-Allmaras türbülans modelinin test edilmesi için yatay bir plaka üzerindeki viskoz akış incelenmiştir. Bu amaçla serbest akış Mach sayısı 0,3, Reynolds sayısı da 6.000.000 olarak seçilmiştir. Laminer akıştan türbülanslı akışa geçişin plakanın başlangıç kenarından 0,054 m içerde olduğu varsayılmıştır. Bu noktadaki Reynolds sayısı 324.000 olmaktadır.

Çözümün hassasiyetini test etmek üzere analitik ve empirik yöntemler birlikte kullanılmıştır. Laminer akış rejiminde, yerel yüzey sürtünme katsayısı Blasius analitik çözümünden aşağıdaki gibi alınmıştır.

$$C_f = 0.664 (\text{Re}_x)^{-0.5} \quad (3.73a)$$

Türbülanslı akış rejiminde ise Prandtl'in 1/5 kanunu aşağıdaki gibi kullanılmıştır.

$$C_f = 0.0592 (\text{Re}_x)^{-0.2} \quad (3.73b)$$

Hesaplanan türbülanslı hız profilleri empirik olarak elde edilmiş universal hız dağılımlarıyla karşılaştırılmıştır. Türbülanslı boyutsuz hız profilleri için aşağıdaki formül kullanılmıştır.

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & 0 < y^+ < 5 \\ 5.0 \log(y^+) - 3.05 & 5 < y^+ < 30 \\ 2.5 \log(y^+) + 5.5 & 30 < y^+ \end{cases} \quad (3.74)$$

Yukarıdaki denklemdeki y^+ değeri

$$y^+ = \frac{\rho}{\mu_{lam}} u_\tau y \quad (3.75)$$

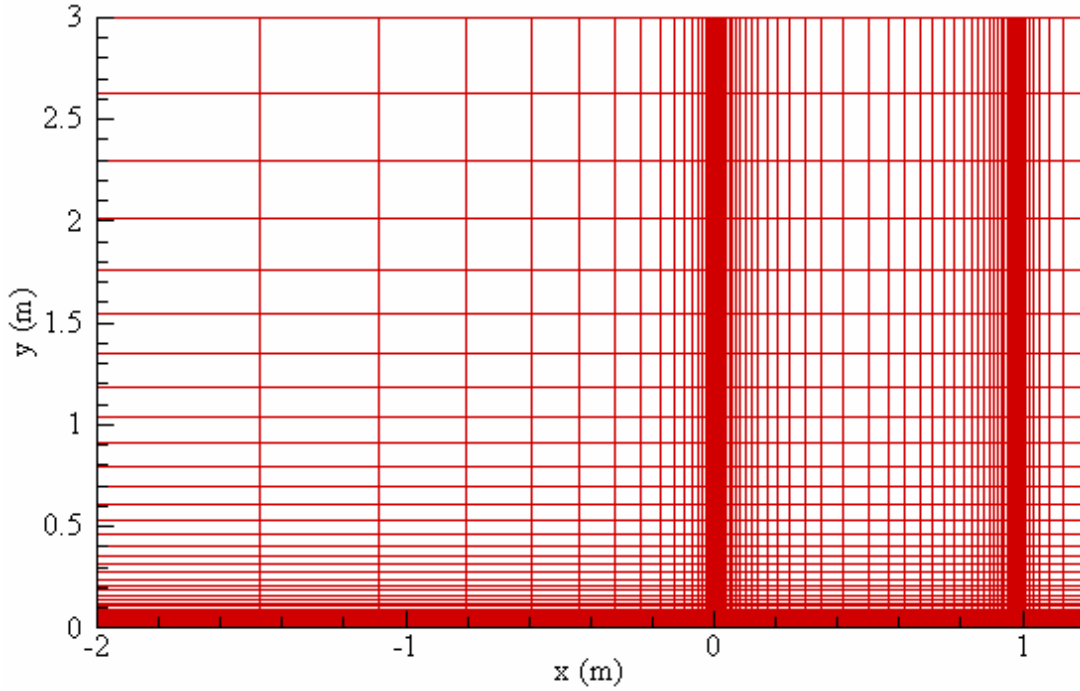
şeklinde verilir. Sürtünme hızı u_τ ise

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}} \quad (3.76)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda boyutsuz hız aşağıdaki gibi verilir.

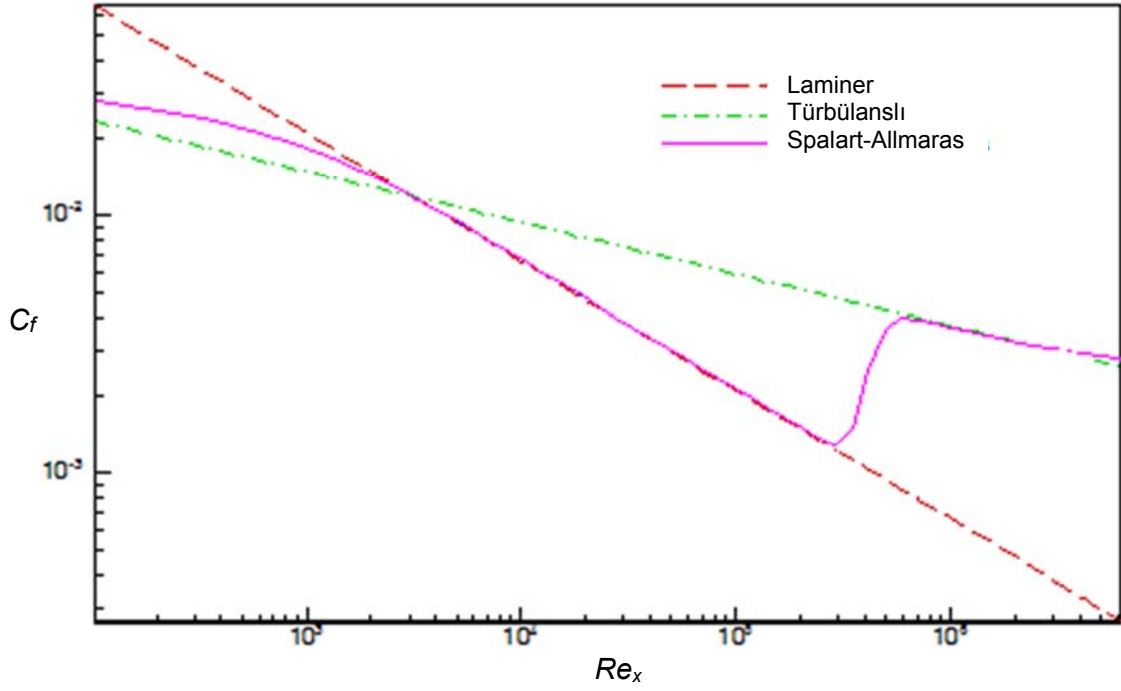
$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (3.77)$$

Spalart-Allmaras türbülans modelinin test edilmesi için Şekil 3.56'da gösterilen 121X81 çözünürlüğündeki sınır tabaka çözüm ağı kullanılmıştır. Çözüm ağı plakanın başında ve sonunda minimum $\Delta y = 0,000015$ ve minimum $\Delta x = 0,000032$ olacak şekilde yoğunlaştırılmıştır. Çözüm ağına plaka öncesinde 37 düğüm noktası, plaka üzerinde 70 düğüm noktası ve plakadan sonra 8 düğüm noktası bulunmaktadır.

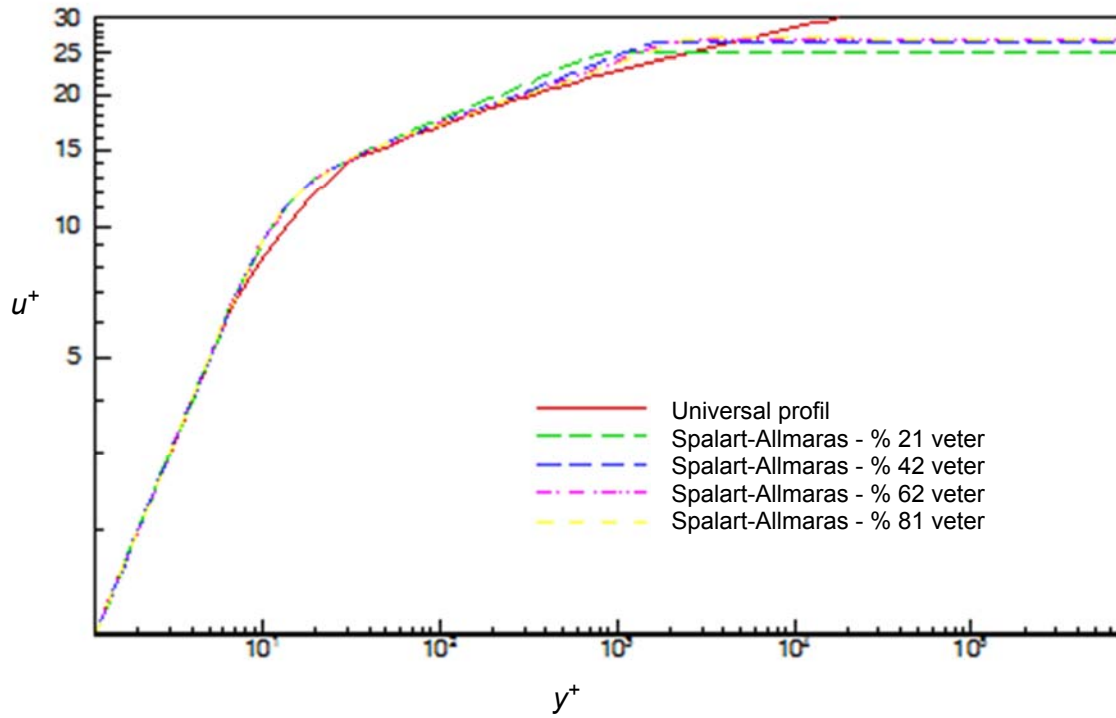


Şekil 3.56. Yatay plaka üzerindeki türbülanslı akış için çözüm ağı

Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanılarak elde edilen yerel yüzey sürtünme katsayısı Şekil 3.57'de ve boyutsuz türbülanslı hız profilleri de Şekil 3.58'de verilmiştir. Şekil 3.57'de görüldüğü gibi Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanılarak elde edilen sayısal sonuçların yerel yüzey sürtünme katsayısını oldukça iyi bir şekilde tahmin etmektedir. Şekil 3.58'de görüldüğü gibi boyutsuz türbülanslı hız dağılımları sınır tabakanın sonuna doğru universal hız dağılımından sapma göstermektedir. Sınır tabakanın dışına doğru oluşan bu tip sapma deneysel sonuçlarla uyumludur. Genel olarak elde edilen sonuçların analitik sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.



Şekil 3.57. Yatay plaka üzerindeki yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi (Spalart-Allmaras türbülans modeli)



Şekil 3.58. Plaka boyunca boyutsuz türbülanslı hız profillerinin değişimi (Spalart-Allmaras türbülans modeli)

3.12 $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ Türbülans Modellerinin Navier-Stokes Çözücüsüne Eklenmesi

$k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modelleri için taşınım denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial U_{tur}}{\partial t} + \frac{\partial F_{tur}}{\partial x} + \frac{\partial G_{tur}}{\partial y} + \frac{\partial H_{tur}}{\partial z} = S_{tur} \quad (3.78)$$

Bu denklemden

$$U_{tur} = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \phi \end{bmatrix} \quad (3.79a)$$

$$F_{tur} = \begin{bmatrix} \rho u k - \left(\mu_{lam} + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \\ \rho u \phi - \left(\mu_{lam} + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.79b)$$

$$G_{tur} = \begin{bmatrix} \rho v k - \left(\mu_{lam} + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \\ \rho v \phi - \left(\mu_{lam} + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.79c)$$

$$H_{tur} = \begin{bmatrix} \rho w k - \left(\mu_{lam} + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \\ \rho w \phi - \left(\mu_{lam} + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.79d)$$

ifade edilir. Yukarıdaki denklemlerde, k türbülans kinetic enerjisini, ϕ ise $k-\varepsilon$ türbülans modelinde ε 'yi, $k-\omega$ türbülans modelinde ω 'yi göstermektedir. Kaynak terimi $k-\varepsilon$ türbülans modelinde

$$S_{k-\varepsilon} = \begin{bmatrix} P_k - \rho \varepsilon - D \\ C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2 \rho}{k} f_2 - E \end{bmatrix} \quad (3.80a)$$

şeklinde, $k-\omega$ türbülans modelinde ise

$$S_{k-\omega} = \begin{bmatrix} P_k - \beta^* \rho k \omega \\ \alpha P_k \frac{\omega}{k} - \beta \rho \omega^2 \end{bmatrix} \quad (3.80b)$$

şeklinde ifade edilir.

Denklem (3.80a) ve (3.80b)'deki türbülans üretim terimi

$$P_k = \sigma_{xx \text{ tur}} \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_{xy \text{ tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \sigma_{xz \text{ tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \sigma_{yy \text{ tur}} \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma_{yz \text{ tur}} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \sigma_{zz \text{ tur}} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.81)$$

Yukarıdaki denkleme

$$\sigma_{xx \text{ tur}} = -\frac{2}{3} \rho k - \frac{2}{3} \mu_{\text{tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2 \mu_{\text{tur}} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.82a)$$

$$\sigma_{yy \text{ tur}} = -\frac{2}{3} \rho k - \frac{2}{3} \mu_{\text{tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2 \mu_{\text{tur}} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.82b)$$

$$\sigma_{zz \text{ tur}} = -\frac{2}{3} \rho k - \frac{2}{3} \mu_{\text{tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2 \mu_{\text{tur}} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.82c)$$

$$\sigma_{xy \text{ tur}} = \mu_{\text{tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.82d)$$

$$\sigma_{xz \text{ tur}} = \mu_{\text{tur}} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.82e)$$

$$\sigma_{yz \text{ tur}} = \mu_{\text{tur}} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.82f)$$

$$\sigma_{yx \text{ tur}} = \sigma_{xy \text{ tur}} \quad (3.82g)$$

$$\sigma_{zx \text{ tur}} = \sigma_{xz \text{ tur}} \quad (3.82h)$$

$$\sigma_{zy \text{ tur}} = \sigma_{yz \text{ tur}} \quad (3.82i)$$

3.12.1 k - ε Türbülans Modeli

Yüksek Reynolds sayılı k - ε türbülans modeli için Denklem (4.76a)'da

$$D = 0 \quad (3.83a)$$

$$E = 0 \quad (3.83b)$$

$$f_2 = 1.0 \quad (3.83c)$$

Bu çalışmada kullanılan Chien'in düşük Reynolds sayılı $k-\varepsilon$ türbülans modelinde ise

$$D = 2 \frac{\mu_{lam} k}{y^2} \quad (3.84a)$$

$$E = 2 \frac{\mu_{lam} \varepsilon}{y^2} \exp(-0.5y^+) \quad (3.84b)$$

$$f_2 = \left(1 - 0.222 \exp\left(-\frac{Re_T^{k\varepsilon}}{6}\right) \right)^2 \quad (3.84c)$$

Bu denklemlerdeki Reynolds sayısı

$$Re_T^{k\varepsilon} = \frac{\rho k^2}{\mu_{lam} \varepsilon} \quad (3.85)$$

şeklinde ve boyutsuz duvar uzaklığı olan y^+ ise

$$y^+ = \frac{\rho}{\mu_{lam}} u_\tau y \quad (3.86)$$

verilir. Sürtünme hızı u_τ ise

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}} \quad (3.87)$$

The eddy viscosity for the $k-\varepsilon$ model has the following form:

$$\mu_{tur} = \left\{ c_\mu Re_T^{k\varepsilon} \right\} f_\mu \mu_{lam} \quad (3.88)$$

Yukarıdaki denklemde, yüksek Reynolds sayılı $k-\varepsilon$ türbülans modeli için

$$f_\mu = 1 \quad (3.89a)$$

Chien'in düşük Reynolds sayılı $k-\varepsilon$ türbülans modeli için

$$f_\mu = 1 - \exp(-0.0115y^+) \quad (3.89b)$$

şeklinde alınır.

Model kapanış katsayıları, yüksek Reynolds sayılı $k-\varepsilon$ türbülans modeli için

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad Pr_T = 0.9 \quad (3.90a)$$

Chien'in düşük Reynolds sayılı $k-\varepsilon$ türbülans modeli için

$$C_{\varepsilon 1} = 1.35, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.80, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad Pr_T = 0.9 \quad (3.90b)$$

3.12.2 $k-\omega$ Türbülans Modeli

$k-\omega$ türbülans modelinde türbülans viskozitesi aşağıdaki gibi verilir.

$$\mu_{tur} = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.91)$$

Düşük Reynolds sayılı akışlar için $k-\omega$ türbülans türbülans modelinin kapanış katsayıları

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0^* + Re_T^{k\omega} / R_k}{1 + Re_T^{k\omega} / R_k} \quad (3.92a)$$

$$\alpha = \frac{5}{9} \frac{\alpha_0 + Re_T^{k\omega} / R_\omega}{1 + Re_T^{k\omega} / R_\omega} (\alpha^*)^{-1} \quad (3.92b)$$

$$\beta^* = \frac{9}{100} \frac{5/18 + (Re_T^{k\omega} / R_\beta)^4}{1 + (Re_T^{k\omega} / R_\beta)^4} \quad (3.93c)$$

$$\sigma_k = \sigma_\omega = 2 \quad (3.93d)$$

$$\beta = 3/40, \quad \alpha_0^* = \beta/3, \quad \alpha_0 = 1/10, \quad R_\beta = 8, \quad R_k = 6, \quad R_\omega = 27/10 \quad (3.93e)$$

şeklinde verilir. Türbülanslı Reynolds sayısı ise

$$Re_T^{k\omega} = \frac{\rho k}{\omega \mu_{lam}} \quad (3.94)$$

Yüksek Reynolds sayılı akışlar için $k-\omega$ türbülans modelinin kapanış katsayıları ise

$$\alpha^* = 1.0, \quad \alpha = \frac{5}{9}, \quad \beta^* = \frac{9}{100} \quad \text{ve} \quad \sigma_k = \sigma_\omega = 2 \quad (3.95)$$

3.12.3 $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ Türbülans Modellerinin Sınırlandırılması ve Pozitif Olması

Hesaplamalar sırasında k , ε ve ω 'nin değerleri limitleyicilerle sınırlandırılması gerekir. Aksi halde, bu değişkenler fiziksel olarak anlamı olmayan negatif değerler alırlar ve kararlılık

problemleri oluşturabilirler. k , ε ve ω 'nin değerlerinin negayif olması durumunda Gerolymos ve Vallet (1996) k - ε türbülans modelinde

$$k = \varepsilon = 10^{-23} \quad (3.96a)$$

k - ω türbülans türbülans modelinde ise

$$k = 10^{-6} \quad \omega = 5 \quad (3.96b)$$

olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Liu (1994), türbülans kinetik enerjisinin yok edilmesinin iki katını geçmemesi gerektiğini belirtmiştir. Bu durumda

$$P_k = \min(P_k, 2\rho\varepsilon) \quad (3.97)$$

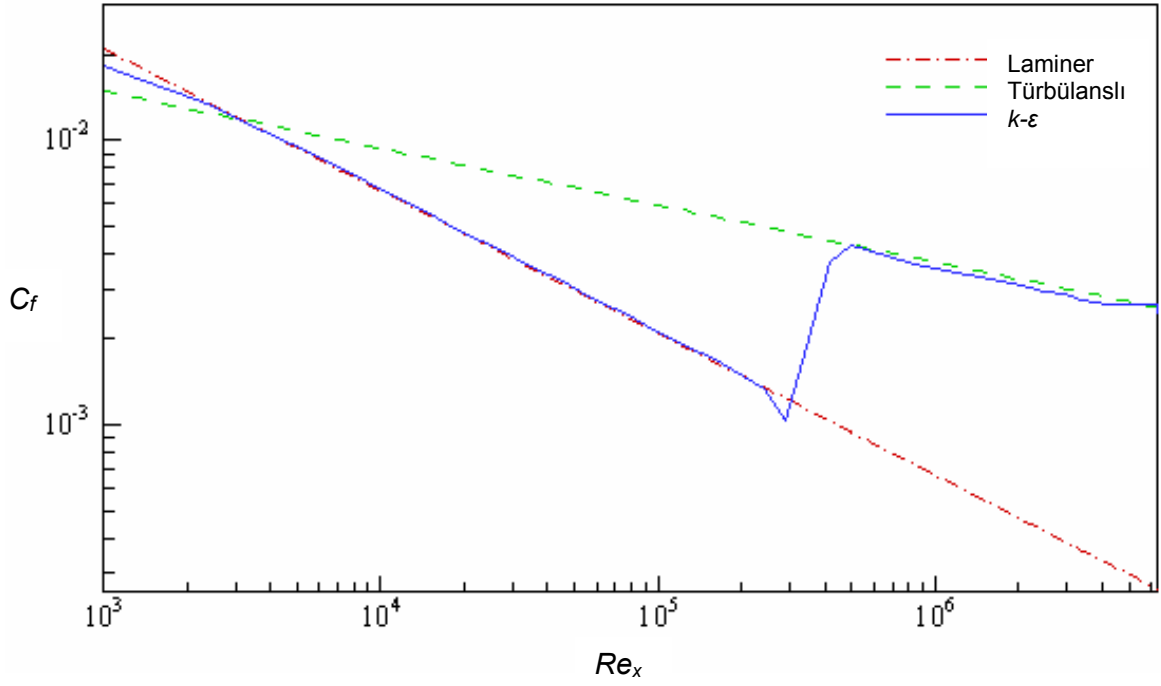
olur.

3.12.4 k - ε ve k - ω Türbülans Modellerinin Test Edilmesi

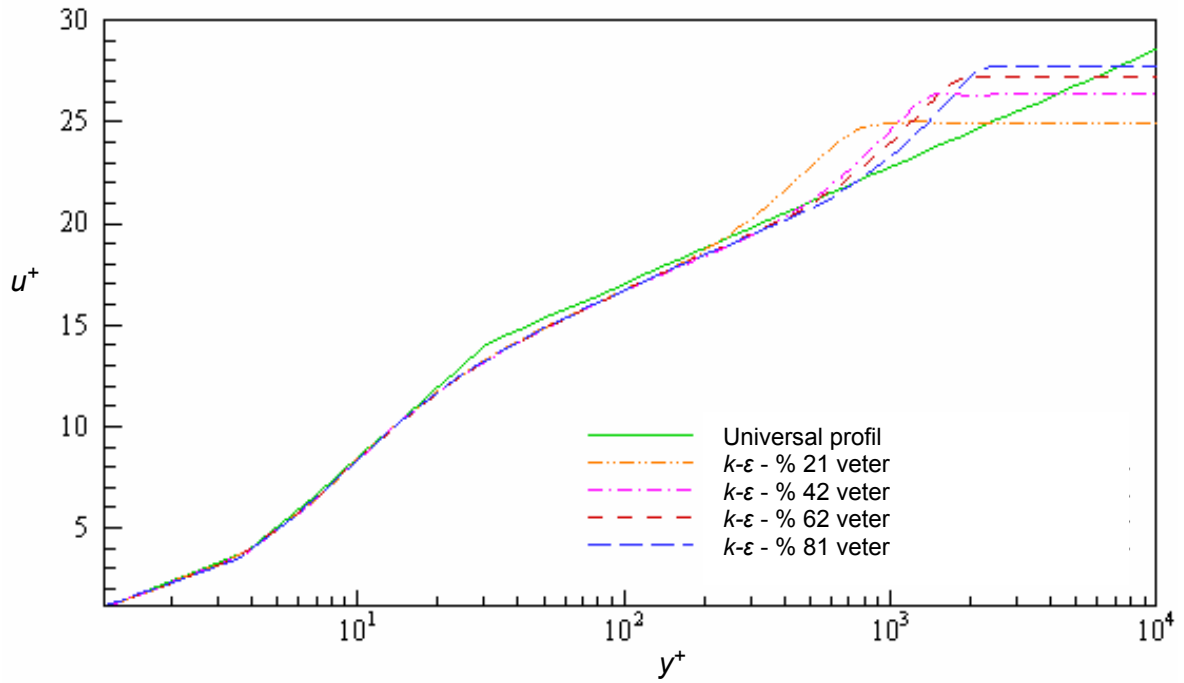
k - ε ve k - ω türbülans modellerinin test edilmesi için Bölüm 3.11'de Spalart-Allmaras türbülans modelinin test edilmesi için kullanılan yatay plaka ve aynı çözüm ağı kullanılmıştır.

k - ε türbülans modeli kullanılarak elde edilen yerel yüzey sürtünme katsayısı Şekil 3.59'da ve boyutsuz türbülanslı hız profilleri de Şekil 3.60'da verilmiştir. Yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi analitik çözüm ile yakın bir uyum göstermektedir. Geçiş rejiminden hemen önceki ufak düşüş El Khoury (2001)'de de görülmekte olup, türbülans modelinin laminer akış ile etkileşiminden kaynaklanmaktadır. Önemli olan türbülanslı akış rejiminde modelin performansı olduğu için elde edilen sonuçlar oldukça tatminkârdır.

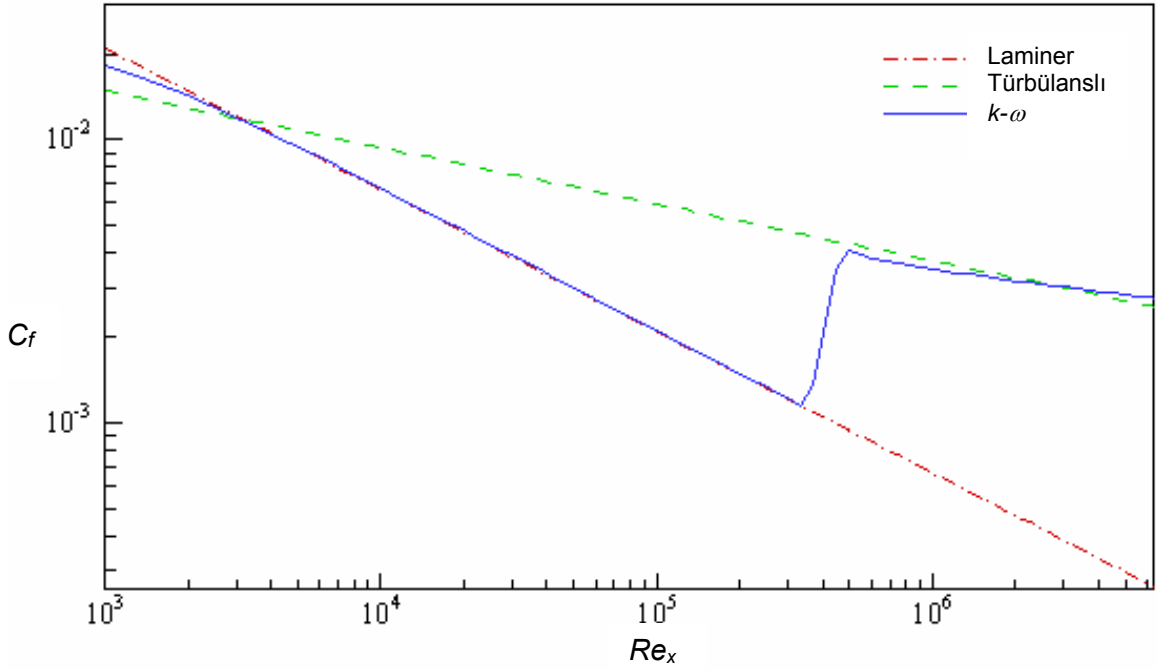
k - ω türbülans modeli kullanılarak elde edilen yerel yüzey sürtünme katsayısı Şekil 3.61'de ve boyutsuz türbülanslı hız profilleri de Şekil 3.62'de verilmiştir. Wilcox'un k - ω formülasyonu Chien'in k - ε formülasyonuna göre daha az katı (stiff) olduğu için Wilcox'un k - ω ile sonuçların elde edilmesi çok daha kolay olmuştur.



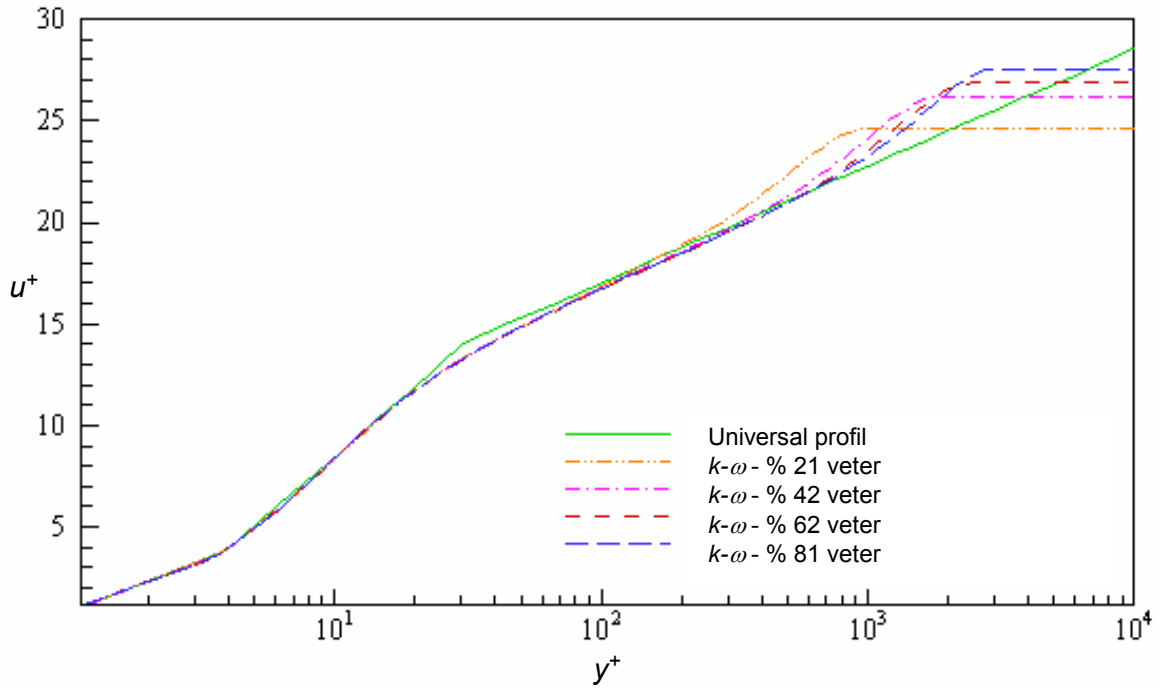
Şekil 3.59. Yatay plaka üzerindeki yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi ($k-\varepsilon$ türbülans modeli)



Şekil 3.60. Plaka boyunca boyutsuz türbülanslı hız profillerinin değişimi ($k-\varepsilon$ türbülans modeli)



Şekil 3.61. Yatay plaka üzerindeki yerel yüzey sürtünme katsayısının değişimi ($k-\omega$ türbülans modeli)



Şekil 3.62. Plaka boyunca boyutsuz türbülanslı hız profillerinin değişimi ($k-\omega$ türbülans modeli)

4. BULGULAR

4.1 Geliştirilen Navier-Stokes Çözücüsünün Test Edilmesi

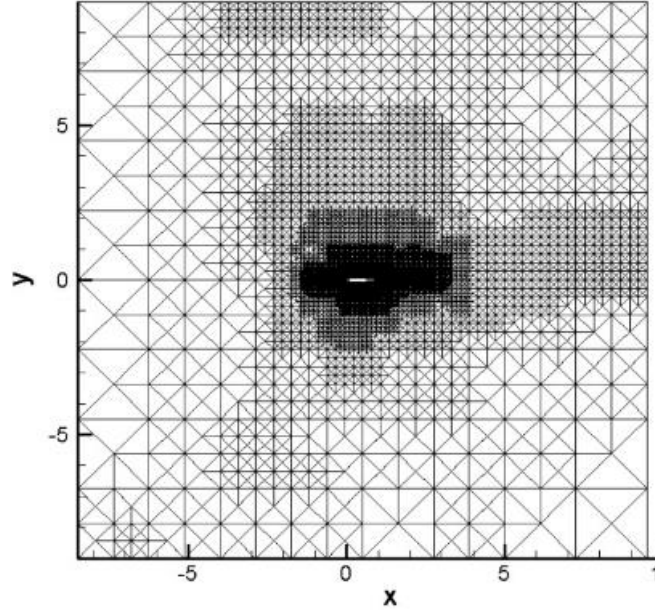
Bu proje çerçevesinde geliştirilen Navier-Stokes çözücüsü literatürde deneysel sonuçları bulunan iki problem kullanılarak test edilmiştir. Çözücünün yüksek Reynolds sayılı akışlarda ayrılmış akışları yakalayabildiğini göstermek üzere ilk olarak NACA 0012 kanadının etrafındaki iki boyutlu akış incelenmiştir. Çözücünün transonik akışlardaki yerel süpersonik akışları, şokları ve enzer özellikleri yakaladığını gösterebilmek için ONERA M6 kanadı etrafındaki üç boyutlu transonik akış incelenmiştir.

4.2 NACA 0012 Kanadı Etrafındaki Transonik Akış

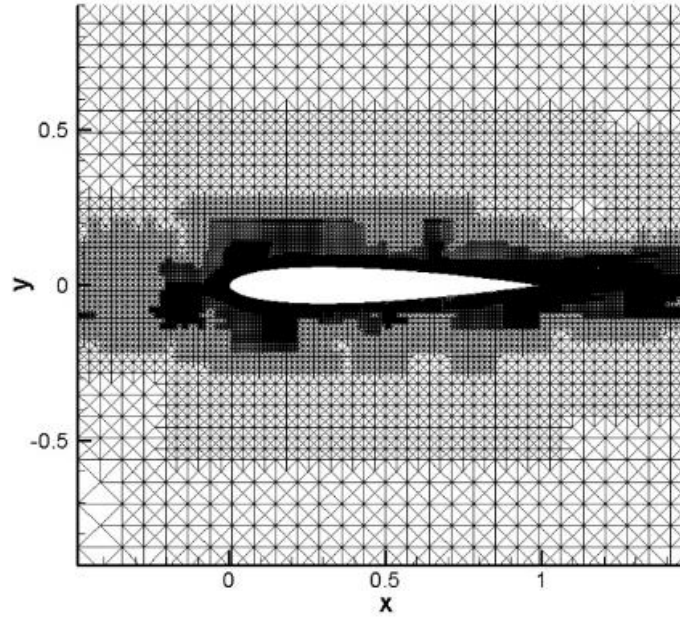
İlk olarak, geliştirilen çözücünün yüksek Reynolds sayılarındaki ayrılmış akışları modelleyebildiğini gösterebilmek için NACA 0012 kanadı etrafındaki transonik akış incelenmiştir. Bu kanada ait deneysel veriler Harris (1981) Tarafından NASA'nın Langley'deki 8-Foot Transonik Basınç Tünelinde elde edilmiştir. Bu tünelin açıklık-veter (span-chord) oranının çok büyük olması ve duvar sınır tabaka etkilerinin az olması nedeniyle, bu test durumu ayrılmış akışların tahmin edilmesini kıyaslamak amacıyla kullanılmaktadır. Bu çalışma için serbest akış Mach sayısı 0,799, hücum açısı ise 2,26 derece (rüzgar tüneli duvarlarıyla etkileşim için düzeltilmiştir) olarak alınmıştır. Bu durumda Reynolds sayısı 9.000.000 olmaktadır.

Sayısal çalışmada eşit Kartezyen çözüm ağı elde edilmesi dört seviye bölme gerçekleştirilmiştir. Çözüm adaptasyonu için maksimum hücre bölünme sayısı 20 olarak alınmıştır. Akı hesaplamaları için ikinci dereceden doğruluklu AUSM yöntemi kullanılmıştır. Üç kademe çözüm adaptasyonu uygulandıktan sonra NACA 0012 kanadı etrafındaki çözüm ağı Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Şekil 4.2'de NACA 0012 kanadının alt ve üst yüzeylerinde geliştirilen çözücü kullanılarak Spalart-Allmaras, $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modeli ile elde basınç katsayısı dağılımı gösterilmiştir. Her üç türbülans modeinde de kanadın alt yüzetindeki basınç dağılımı deneysel sonuçlara çok yakındır. Buna karşılık, kanadın üst yüzeyindeki şok deneysel sonuçlara göre veterin yaklaşık %46'sında görülmesine karşılık, sayısal sonuçlarda her üç türbülans modeli de bu noktayı biraz ilerde tahmin etmektedir. İki denklemlili $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ türbülans

modelleri Sapalrt-Allmaras türbülans modeline göre şokun yerini daha iyi tahmin etmektedir. Benzer bir şekilde her üç türbülans modeli deneysel verilerde bulunan şok sonrası platoyu tam olarak yakalayamamaktadır. Şekil 4.3'de gösterilen Mach eş eğrileri, Mach sayısının kanadın üst yüzeyinde 0,8'den 1,3'e yükseldiğini göstermektedir. Buna karşılık kanadın alt yüzeyindeki hız değişimi çok daha azdır. Mach gradyanlarının en yüksek olduğu nokta veterin yaklaşık olarak % 60'ındadır.

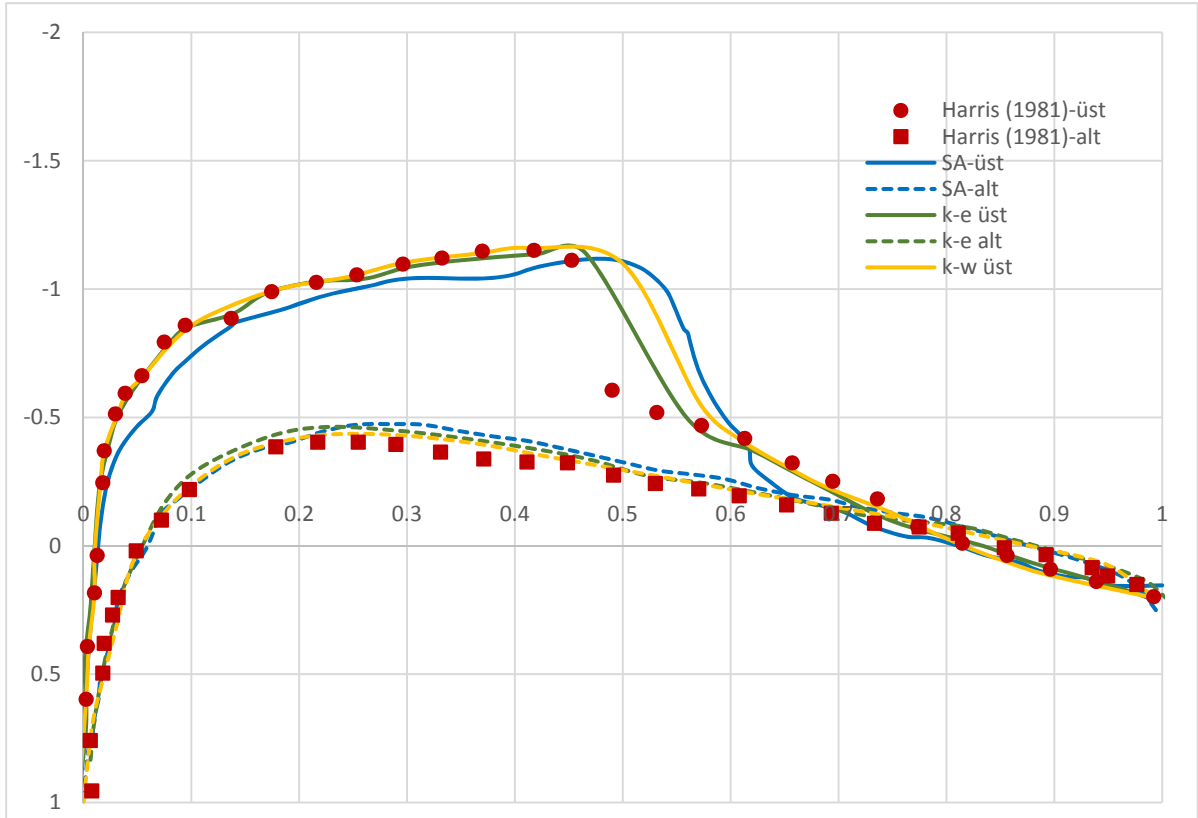


(a)

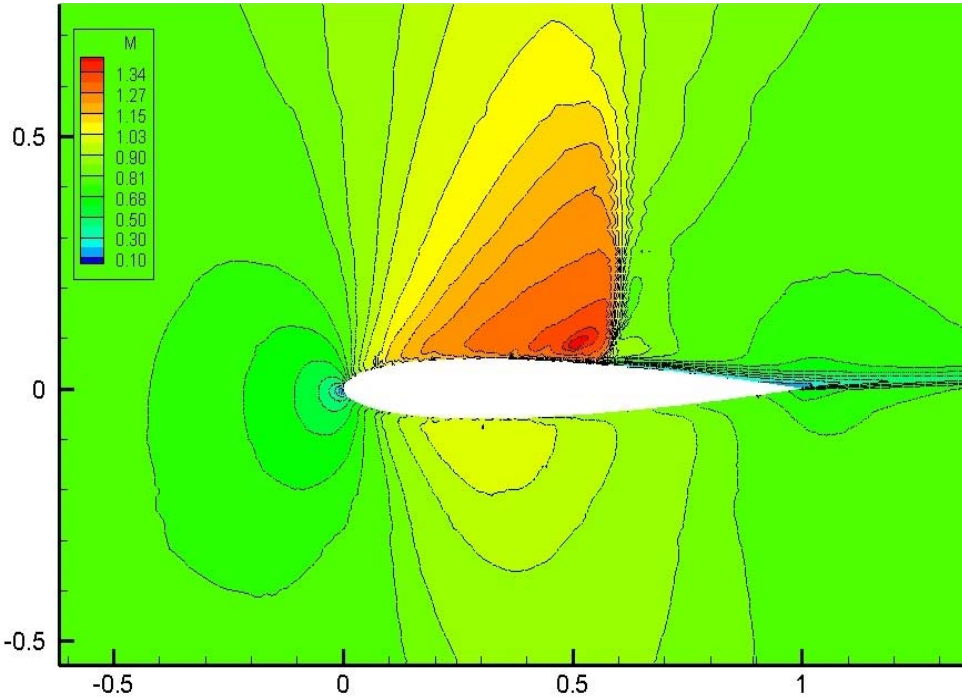


(b)

Şekil 4.1. Üç seviye çözüm adaptasyonundan sonra NACA 0012 kanadı etrafındaki çözüm ağı (a) tüm çözüm alanı (b) kanat etrafındaki bölge



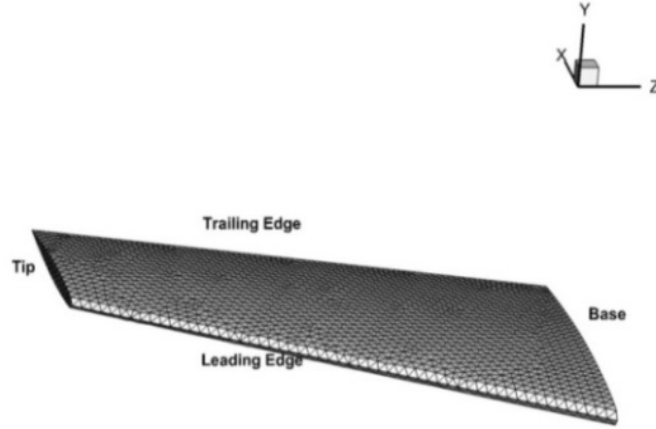
Şekil 4.2. NACA 0012 kanadı etrafındaki basınç katsayısı dağılımı



Şekil 4.3. NACA 0012 kanadı etrafındaki Mach sayısı eş eğrileri (Spalart-Allmaras türbülans modeli)

4.3 ONERA M6 Kanadı Etrafındaki Transonik Akış

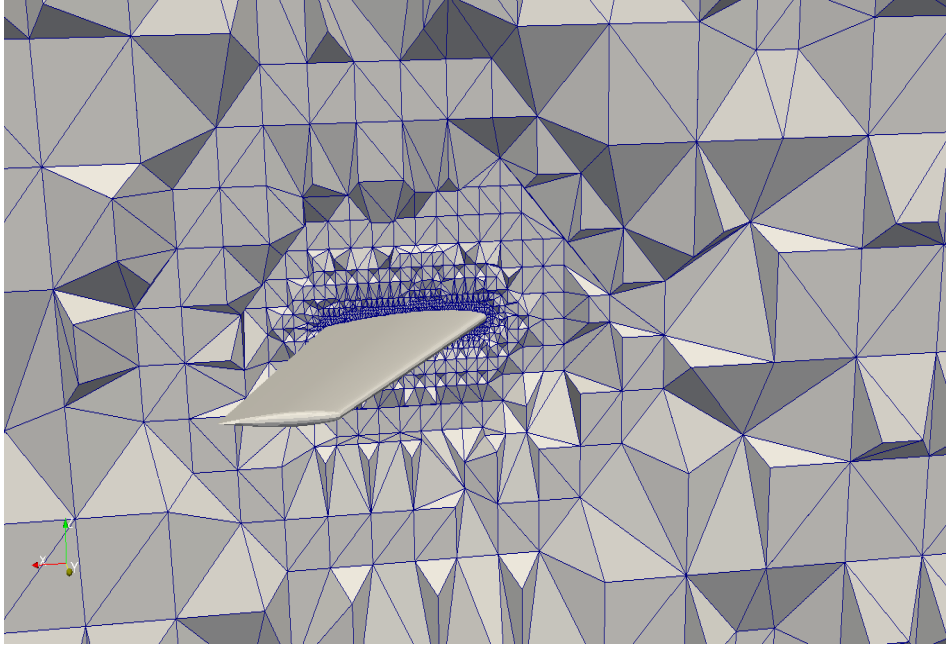
Geliştirilen kodun üç boyutlu sıkıştırılabilen akışlar için doğrulanması için klasik bir Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği doğrulama test durumu olan ONERA M6 kanadının deneysel verileri seçilmiştir. Bu geometri etrafında ki transonik akışın seçilmesinin temel sebebi bu akış şartlarında oluşan kuvvetli yerel şoklardır. Geometrik veriler kanat kesit geometrisine ait iki boyutlu spline verilerinden elde edilmiştir. Daha sonra bu kesit uçtan tabana doğru hücum kenarı boyunca uzatılmaktadır. Bu akış şartlarında serbest akış Mach sayısı 0.8395, hücum açısı ise 3,06 derecedir. ONERA M6 kanadının geometrisi Şekil 3.36'da verilmiştir. Bu kanat üzerinde oluşturulan yüzey çözüm ağı Şekil 4.4'de gösterilmiştir. Kanadın dış sınırlara göre konumu Şekil 4.4'de verilmiştir. Bu şekilden de anlaşılacağı üzere sayısal çözüm kanadın simetrisi de kullanılarak elde edilmiştir.



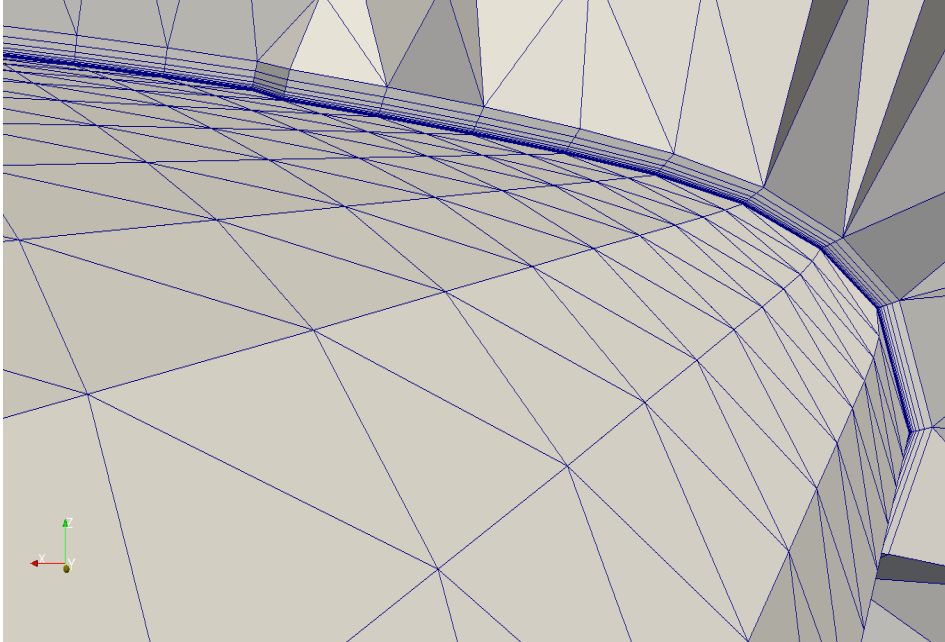
Şekil 4.4 Onera M6 kanadı üzerindeki yüzey çözüm ağı

ONERA M6 kanadı etrafında oluşturulan melez çözüm ağı Şekil 4.5'da verilmiştir. Kanat üzerindeki sınır tabaka çözüm ağı ise Şekil 4.6'da gösterilmiştir. Bu çözüm ağında y^+ değerleri 5'ten küçüktür. Çözüm ağında yaklaşık olarak 150.000 Kartezyen hücre ve 900.000 pentahedral hücre bulunmaktadır.

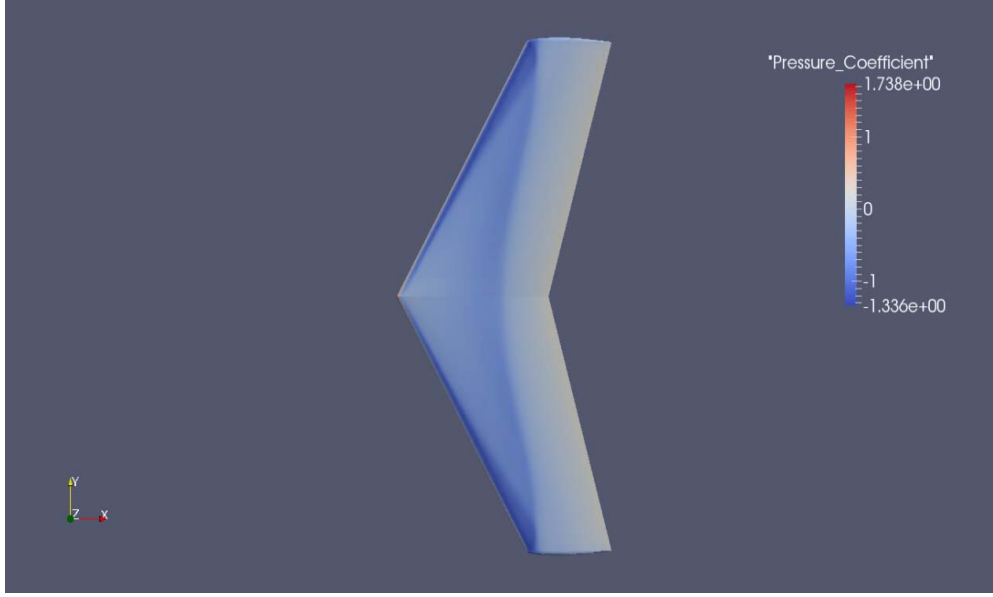
Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanılarak elde edilen tüm kanat üzerindeki basınç katsayısı dağılımı Şekil 4.7'de gösterilmiştir. Kanat etrafındaki basınç dağılımı kanat boyunun % 44 ve % 80 oranlarında alınan Şekil 4.8 ve 4.9'da verilmiştir. Elde edilen basınç dağılımlarının Dadone ve Bernard (2007) tarafından elde edilen basınç dağılımları ile uyumlu olduğu görülmüştür. Kanat üzerindeki lambda şeklindeki koyu mavi renkteki bölge hücum kenarındaki zayıf şokun ile kanat ucunun ortasındaki kuvvetli şok tarafından oluşturulmaktadır. İki kuvvetli şok dalgası da elde edilmiştir.



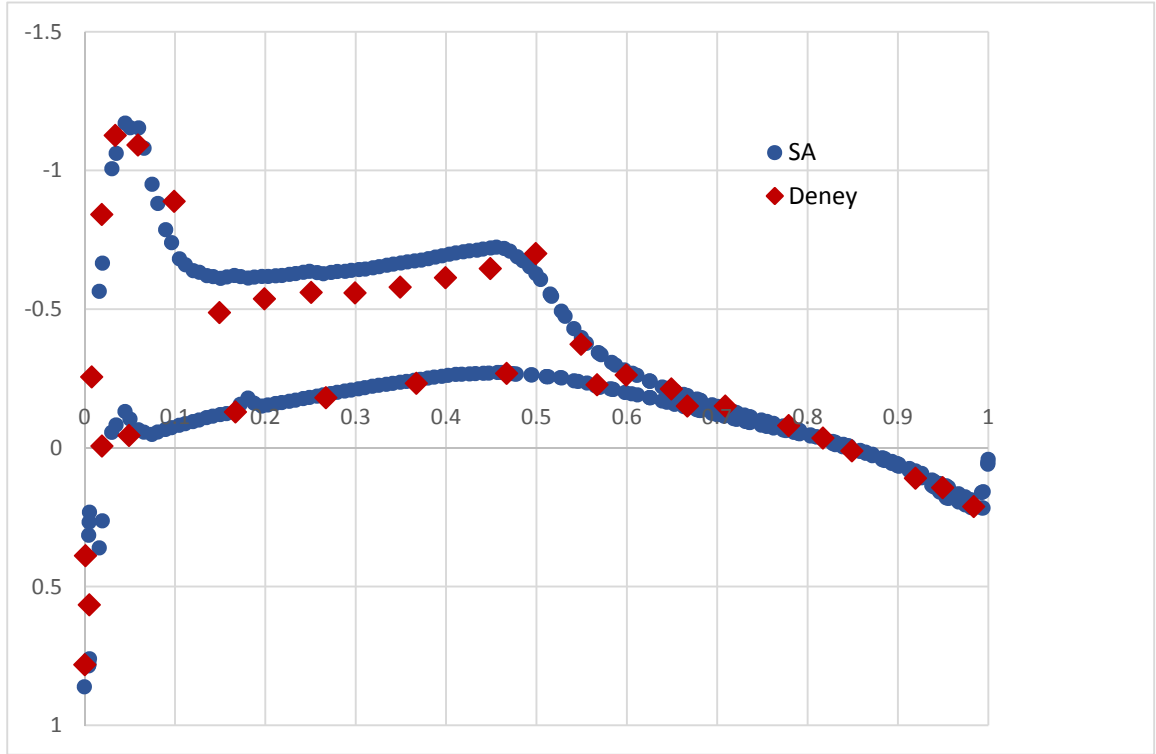
Şekil 4.5 ONERA M6 kanadı çevresindeki Kartezyen/melez yapılandırılmış çözüm ağı



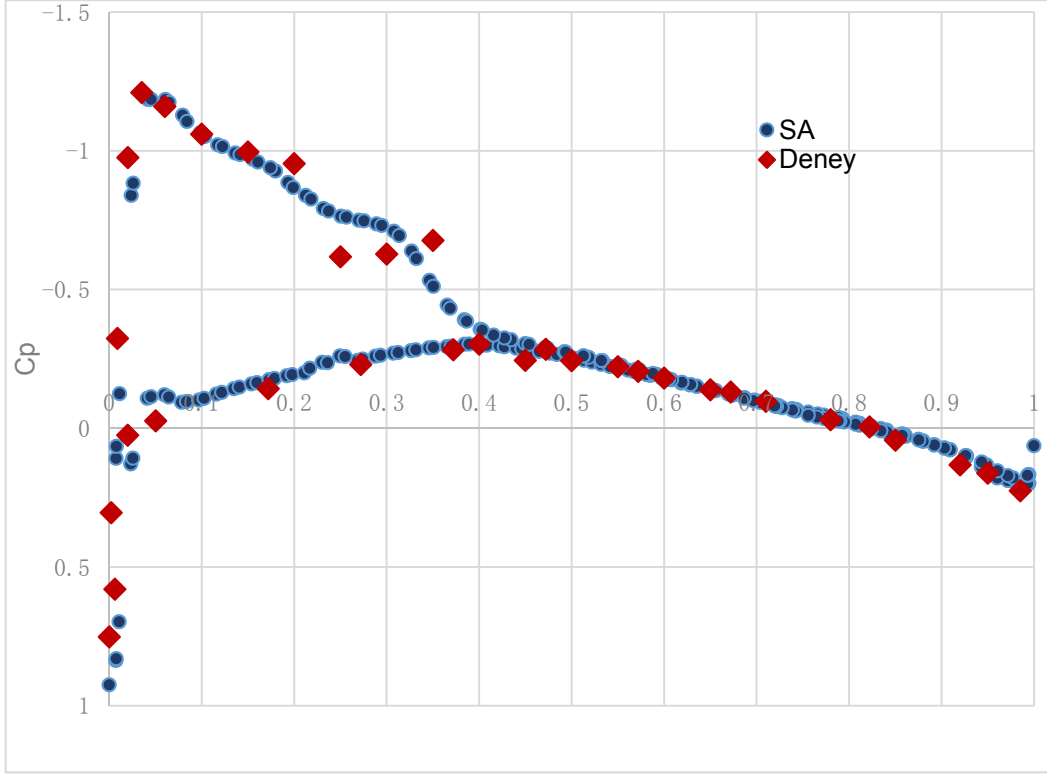
Şekil 4.6 ONERA M6 kanadı üzerindeki sınır tabaka çözüm ağı ($y^+ < 5$)



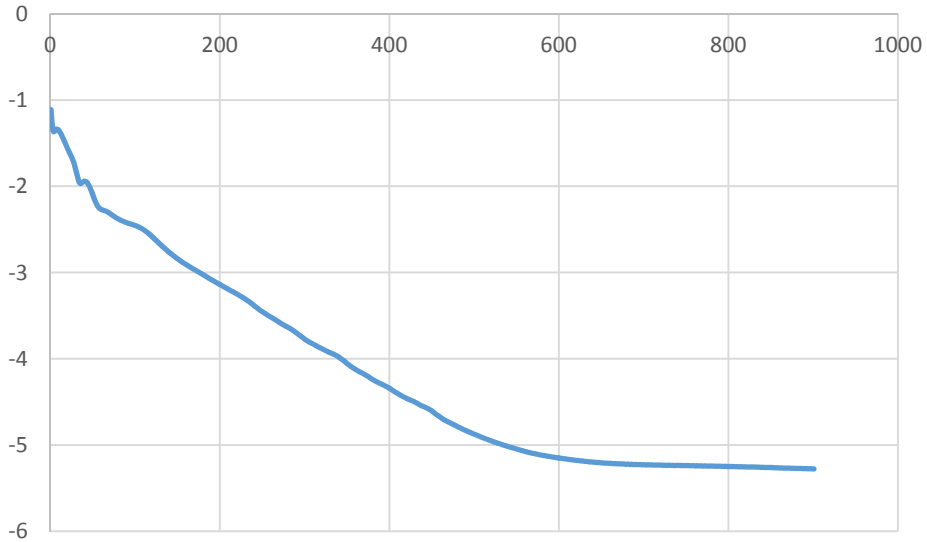
Şekil 4.7. ONERA M6 tüm kanadı üzerindeki basınç katsayısı dağılımı (Spalart-Allmaras türbülans modeli)



Şekil 4.8. ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 44'ü-Spalart-Allmaras türbülans modeli)

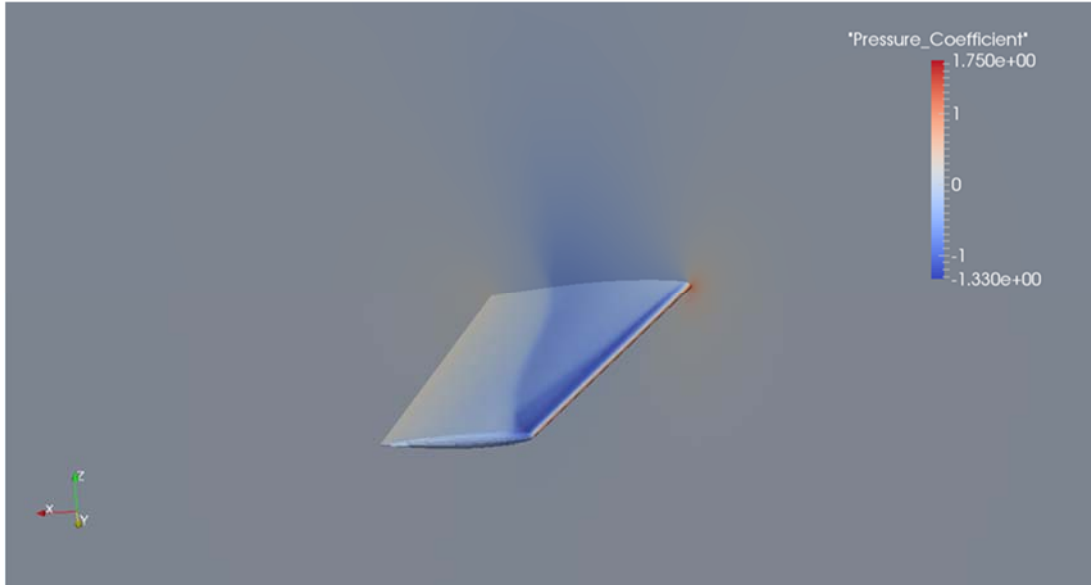


Şekil 4.9. ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 80'i-Spalart-Allmaras türbülans modeli)

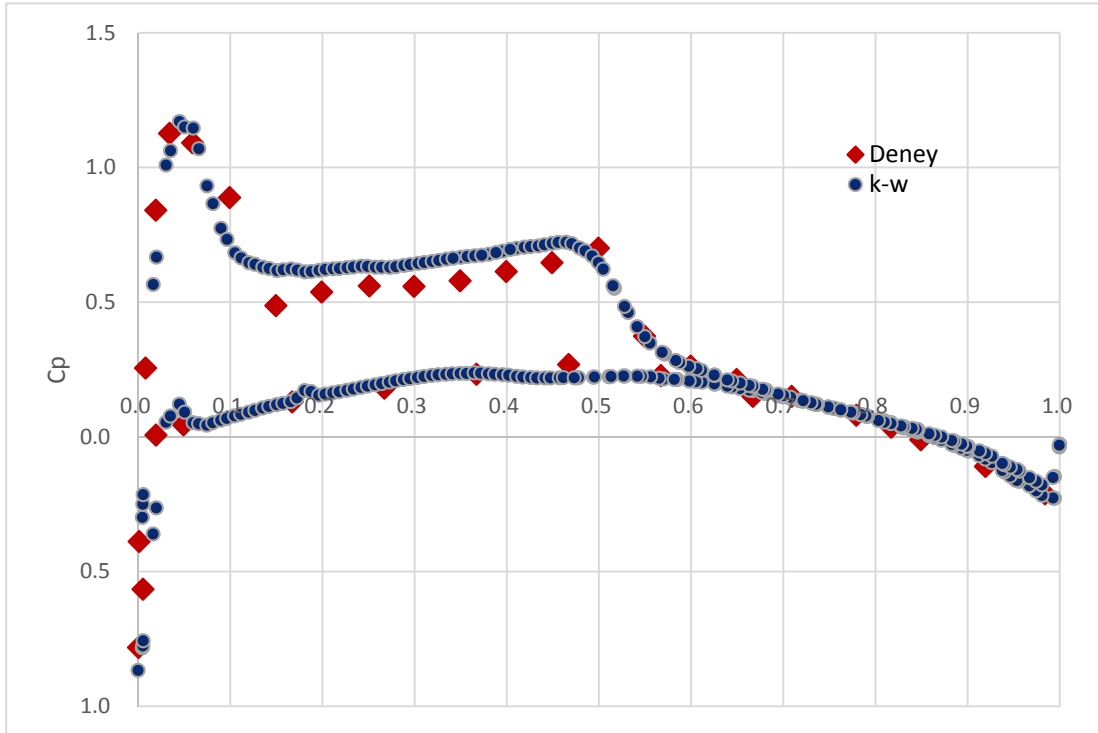


Şekil 4.10. ONERA M6 kanadı için durağan çözüm yakınsama grafiği (Spalart-Allmaras türbülans modeli)

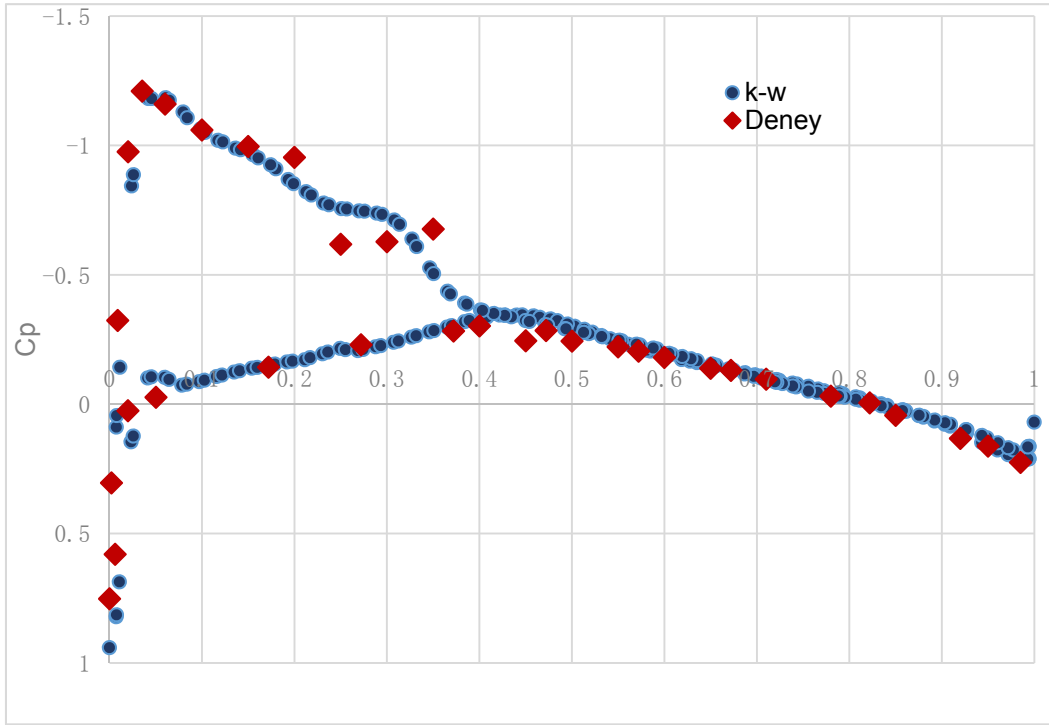
$k-\omega$ türbülans modeli kullanılarak elde edilen kanat üzerindeki basınç katsayısı dağılımı Şekil 4.11'de gösterilmiştir. Kanat etrafındaki basınç dağılımı kanat boyunun % 44 ve % 80 oranlarında alınan Şekil 4.12 ve 4.13'de vermiştir. Elde edilen basınç dağılımları Dadone ve Bernard (2007) tarafından elde edilen basınç dağılımları ile uyumlu olduğu görülmüştür. Kanat üzerindeki lambda şeklindeki koyu mavi renkteki şok belirgin olarak görülmektedir.



Şekil 4.11. ONERA M6 tüm kanadı üzerindeki basınç katsayısı dağılımı ($k-\omega$ türbülans modeli)

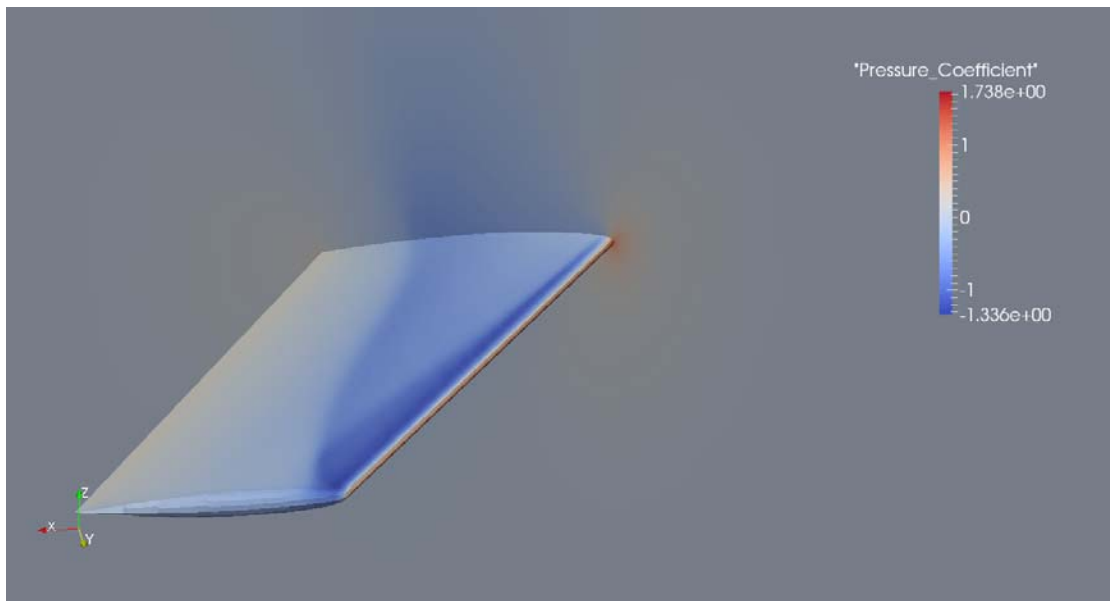


Şekil 4.12. ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 44'ü- $k-\omega$ türbülans modeli)

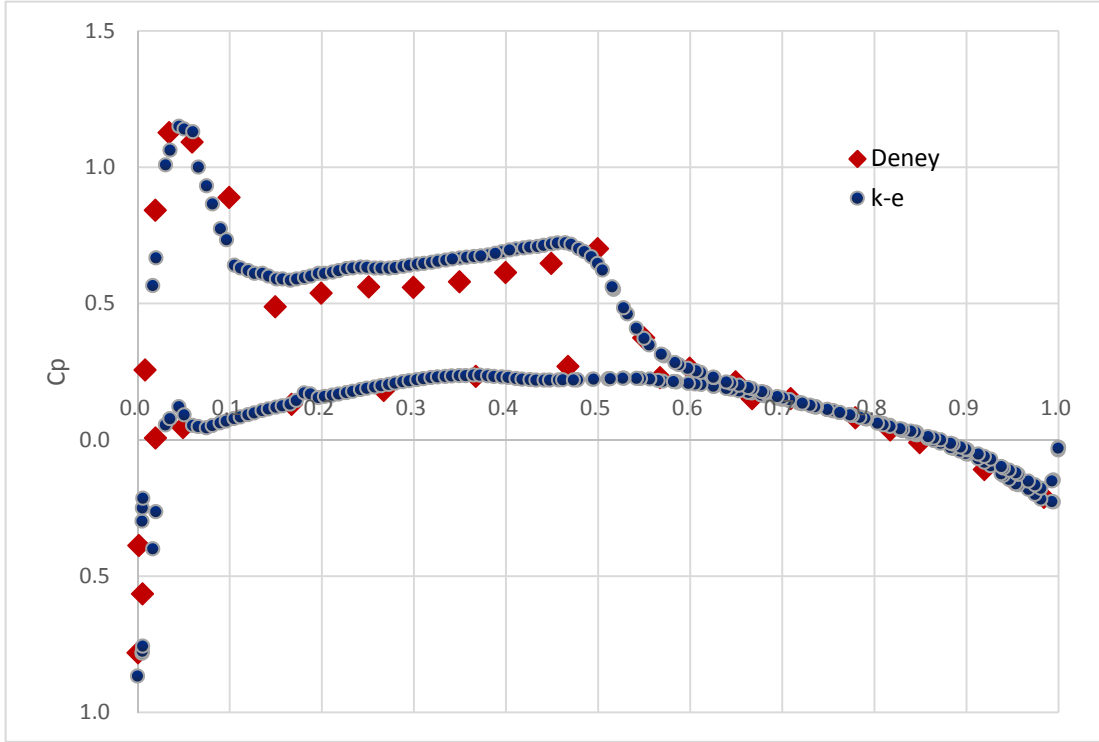


Şekil 4.13. ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 80'i- $k-\omega$ türbülans modeli)

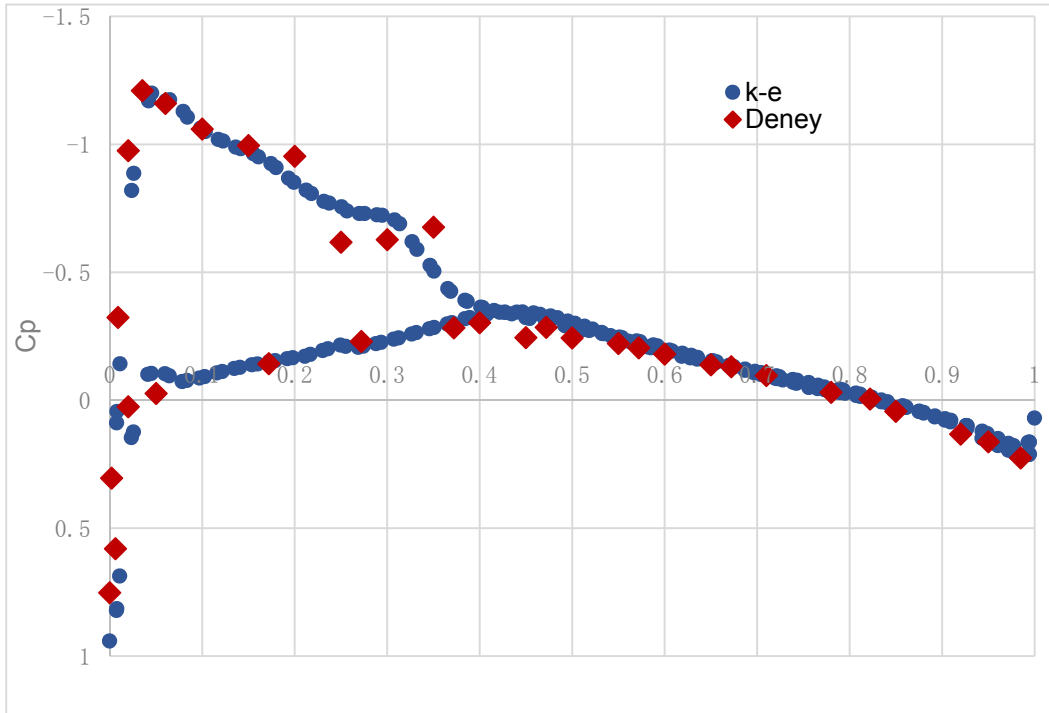
$k-\epsilon$ türbülans modeli kullanılarak elde edilen kanat üzerindeki basınç katsayısı dağılımı Şekil 4.14'de gösterilmiştir. Kanat üzerindeki lambda şeklindeki koyu mavi renkteki şok belirgin olarak görülmektedir. Kanat etrafındaki basınç dağılımı kanat boyunun % 44 ve % 80 oranlarında alınan Şekil 4.15 ve 4.16'da verimiştir.



Şekil 4.14. ONERA M6 tüm kanadı üzerindeki basınç katsayısı dağılımı ($k-\epsilon$ türbülans modeli)



Şekil 4.15. ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 44'ü- $k-\epsilon$ türbülans modeli)



Şekil 4.16. ONERA M6 kanadının alt ve üstündeki basınç katsayısı dağılımı (kanat uzunluğunun % 80'i- $k-\epsilon$ türbülans modeli)

4.4 Öneriler

Bu proje çerçevesinde öngörülen çalışmalar başarıyla gerçekleştirilmiştir. Bu aşmaktan sonra yapılması gereken çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

(i) Bu proje çerçevesinde geliştirilen yazılım tek bir işlemcide çalıştırılabilmektedir. Yazılımın gerçek mühendislik problemlerinin çözümünde kullanılabilmesi için öncelikle yazılımın paralel çalışacak hale getirilmesi gerekmektedir. Bu adaptasyonun yapılabilmesi için Message Passing Interface (MPI) algoritmalarının verimli olarak kullanılması gerekmektedir.

(ii) Yazılım paralel hale getirildikten sonra gerçek mühendislik problemlerinin çözümünde test edilmesi gerekmektedir. Böylelikle geliştirilen yazılımın gerçek niteliklerinin belirlenmesi mümkün olacaktır.

5. TARTIŞMA

Bu proje kapsamında Kartezyen hesaplama ağları için üç boyutlu sıkıştırılabilir bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Kartezyen hesaplama ağları ile geometrik karmaşıklıklarla ilgili zorluklar ile yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarında karşılaşılan akışa ve geometriye yönelik adaptasyon problemleri ortadan kaldırılmıştır. Buna ek olarak, klasik Hesaplamalı Akışkankar Dinamiği çözücülerinde karşılaşılan çözüm ağının üretim aşaması ile akış alanının çözümü aşaması arasında gerekli olan kullanıcı müdahalesi ortadan kaldırılmıştır. Çözüm ağı üretimi akış alanındaki gövdenin geometrisinin yapısal olmayan üçgen elemanlar kullanılarak üç boyutlu bir yüzey hesaplama ağı ile modellenmesi ile başlamaktadır. Daha sonra, gövde uyumlu (body-fitted) üçgen prizma hücrelerden oluşan çözüm ağı gövde geometrisinin şişirilmesiyle otomatik olarak elde edilmektedir. Bu gövde uyumlu çözüm ağı, çözüm alanının sınırlarını tanımlayan bir kök hücrenin eşit hücrelere bölünmesi ile elde edilen Kartezyen çözüm ağının içerisine yerleştirilmektedir. Örtüşmeli çözüm ağlarında oluşan kesik hücrelerin yarattığı sorunlar nedeniyle, örtüşmeli çözüm ağının kullanılmasından vazgeçilmiştir. Bunun yerine, Kartezyen çözüm ağı ile bu çözüm ağı içerisinde yerleştirilen gövde uyumlu çözüm ağı arasında boş bir bölge bırakılmıştır. Daha sonra, bu iki hesaplama ağının arasında kalan bölge dört yüzlü tetrahedral elemanlarla doldurulmuştur. Kartezyen çözüm ağı için diziler gibi klasik veri yapıları yerine sekizli ağaç (octree) ve bağlanmış liste (linked list) gibi dinamik veri yapıları kullanılmıştır. Bağlantı bilgileri sekizli ağaç veri yapısı kullanılarak hücreler arası ebebeyin-çocuk ilişkisi ile elde edilmiştir. Bu tip bir veri yapısıyla, yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarına göre daha karmaşık geometrilerin ele alınması mümkün olmuştur.

Bu çalışmada, Navier-Stokes denklemlerinin sonlu hacim formülasyonu hücre merkezli yaklaşımla kullanılmıştır. Hücre yüzlerindeki akılar akı fark ayrıştırması ve akı vektör ayrıştırması yöntemleriyle hesaplanmıştır. Uzayda ikinci dereceden doğruluk elde edilebilmesi için basit değişkenlerin yeniden oluşturulmasında (reconstruction) yol tümeleme (path integration) ve asgari kareler (least squares) yöntemleri kullanılmıştır. Doğru ve sınırlı değerler elde edilebilmesi için yeniden oluşturma işlemi sırasında limitleyicilerden yararlanılmıştır.

Türbülans modeli olarak ise literatürde mevcut modellerden bir denklemlilik Spalart-Allmaras türbülans modeli ile iki denklemlilik $k-\epsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modellerinden yararlanılmıştır.



Yakınsamanın hızlandırılabilmesi için yerel zaman adımlarıyla birlikte çok kademeli (multistage) zaman adımlaması kullanılmıştır. Kartezyen çözüm ağlarının adaptasyona çok uygun olmasından dolayı çözüm adaptasyonu uygulanmıştır. Bu adaptasyon sonucunda hücre boyları arasında önemli farklılıklar olduğundan yakınsama hızı yerel zaman adımı uygulaması ile arttırılmıştır.

Çözüm adaptasyonu çözüm ile ağ arasındaki uyumun oluşmasını sağlayarak, akıştaki kritik bölgelerin daha iyi çözümlenmesine olanak sağlamıştır. Böylelikle, çözüm zamanında önemli bir artış olmadan yüksek seviyede hassasiyet elde edilmesi mümkün olmuştur. Çözüm adaptasyonu kayma tabakalarında hız dönümü, normal ve oblik şoklarda ise hız gradyanı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu iki kriterin birlikte kullanılması ayrı ayrı kullanılmasına göre çok daha iyi sonuçlar vermiştir.

Geliştirilen yazılım NACA 0012 ve ONERA M6 kanadı etrafındaki üç boyutlu sıkıştırılabılır akışlar için test edilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar literatürde mevcut deneysel sonuçları ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

KAYNAKÇA

- Aftosmis M. J., Berger M. J., and Melton J. E. 1998. “Robust and Efficient Cartesian Mesh Generation for Component-based Geometry”, *AIAA Journal*, 36(6), 952–960.
- Aftosmis, M. J., Berger, M. J. and Adomavicius, G. 1999. A Parallel Cartesian Approach for External Aerodynamics of Vehicles with Complex Geometry. In: *Proceedings of the Thermal and Fluids Analysis Workshop*.
- Anagnostopoulos, J. S. 2003. “Discretization of Transport Equations on 2D Cartesian Unstructured Grids Using Data from Remote Cells for the Convection Terms”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 42(3), 297–321.
- Ashford, G. A. 1996. An unstructured grid generation and adaptive solution technique for high-Reynolds-number compressible flows. Doctoral Dissertation, University of Michigan, USA.
- Aybay, O. 2004. Implementation of the Spalart Allmaras turbulence model to a two-dimensional Unstructured Navier-Stokes Solver, Master’s dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Badry, A. (2007). Synthetic Turbulence Generation for LES on Unstructured Cartesian Grids. Doctoral Dissertation, School of Mechanical Engineering, Cranfield University, UK.
- Bai J.S., Li P., Zou L.Y. and Wang T. 2007. “A Quadtree Adaptive Level Set Method for Capturing Interfacial Instability on Cartesian Grid”, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, (4), 263–272.
- Berger, M. J., Aftosmis, M. J. and Allmaras, S. R. 2012. “Progress towards a Cartesian Cut-Cell Method for Viscous Compressible Flow”, *AIAA Paper 2012*, 1301, 1–24.
- Bijl, H., Van Zuijlen, A. H. and Van Mameren, A. 2005. “Validation of Adaptive Unstructured Hexahedral Mesh Computations of Flow around a Wind Turbine Airfoil”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 48(9), 929–945.
- Brandt A. 1977. “Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary-Value Problems”, *Mathematics for Computation*, 31, 333-390.

Bulgök, M. 2005. A Quadtree-Based Adaptively-Refined Cartesian-Grid Algorithm for Solution of the Euler Equations, Master's Dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

Bungartz, H. J., Mehl, M., Neckel, T. and Weinzierl, T. 2010. "The PDE Framework Peano Applied to Fluid Dynamics: An Efficient Implementation of a Parallel Multiscale Fluid Dynamics Solver on Octree-like Adaptive Cartesian Grids", *Computational Mechanics*, 46(1), 103–114.

Chandar, D., Sitaraman, J. and Mavriplis, D. 2011. "CU++ET: An Object Oriented Tool for Accelerating Computational Fluid Dynamics Codes using Graphical Processing Units", 20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, HI, AIAA Paper, 3222, 1–13.

Chen, H., Min, C. and Gibou, F. 2007. "A Supra-Convergent Finite Difference Scheme for the Poisson and Heat Equations on Irregular Domains and Non-graded Adaptive Cartesian Grids", *Journal of Scientific Computing*, 31(1–2), 19–60.

Chen, X. and Zha, G. C. 2009. A Hybrid Cartesian-Body Fitted Grid Approach for Simulation of Flows in Complex Geometries. In: 19th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, San Antonio, TX, AIAA Paper, 3880, 1–18.

Chung, M. H. 2008. "Numerical Study of Rowing Hydrofoil Performance at low Reynolds Numbers", *Journal of Fluids and Structures*, 24(3), 313–335.

Chung, M. H. 2013. "An Adaptive Cartesian Cut-Cell/Level-Set Method to Simulate Incompressible Two-Phase Flows with Embedded Moving Solid Boundaries", *Computers & Fluids*, 71, 469–486.

Clarke D. K., Hassan H. A. and Salas M. D. 1986. "Euler Calculations for Multielement Airfoils Using Cartesian Grids. *AIAA Journal*, 24(3), 353–358.

Coirier, W. J. and Powell, K. G. 1995. "A Cartesian, Cell-Based Approach for Adaptively-Refined Solutions of the Euler and Navier-Stokes Equations". In: *Surface Modeling, Grid Generation, and Related Issues in Computational Fluid Dynamic (CFD) Solutions*, 1, 207–224.

Çakmak, M. 2009. Development of a Multi-grid Accelerated Euler Solver on Adaptively Refined Two and Three-dimensional Cartesian Grids, Master's Dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

Çakmak, M., Aksel, M. H. and Sert, C. 2010. "Development of Two and Three-dimensional Euler Solvers for Adaptively Refined Cartesian Grids with Multi-grid Applications". In: *Proceedings of the ECCOMAS CFD 2010 Conference*, Lisbon, Portugal, 1–18.

Dadone A. and Bernard G. 2007. "Ghost-Cell Method for Analysis of Inviscid Three dimensional Flows on Cartesian Grids", *Computers & Fluids*, 36(10), 1513–1528.



- De Tullio, M. D., De Palma, P., Laccarino, G., Pascazio, G. and Napolitano, M. 2007. "An Immersed Boundary Method for Compressible Flows Using Local Grid Refinement, *Journal of Computational Physics*, 225(2), 2098–2117.
- De Zeeuw, D. L. 1993. A Quadtree-Based Adaptively-Refined Cartesian-Grid Algorithm for Solution of the Euler Equations, Doctoral Dissertation, University of Michigan, USA.
- De Zélicourt, D., Ge, L., Wang, C., Sotiropoulos, F., Gilmanov, A. and Yoganathan, A. 2009. "Flow Simulations in Arbitrarily Complex Cardiovascular Anatomies—An Unstructured Cartesian Grid Approach", *Computers & Fluids*, 38(9), 1749–1762.
- Dragojlovic, Z., Najmabadi, F. and Day, M. 2006. "An Embedded Boundary Method for Viscous, Conducting Compressible Flow", *Journal of Computational Physics*, 216(1), 37–51.
- Ebeida, M. S., Davis, R. L. and Freund, R. W., 2010. "A New Fast Hybrid Adaptive Grid Generation Technique for Arbitrary Two-dimensional Domains. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(3), 305–329.
- Eisenbach, S. and Friedrich, R. 2008. "Large-Eddy Simulation of Flow Separation on an Airfoil at a High Angle of Attack and $Re = 10^5$ using Cartesian Grids", *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 22(3–4), 213–225.
- El Khoury, M. 2001. Development of a Three Dimensional Object Oriented Navier Stokes Solver Using Two Equation Turbulence Models", M. Sc. Thesis, METU, Turkey.
- Fujimoto, K. and Fujii, K. 2007. "Study on the Automated CFD Analysis Tools for Conceptual Design of Space Transportation Vehicles. In: ASME/JSME 2007 5th Joint Fluids Engineering Conference, 1813–1822.
- Fujimoto, K., Fujii, K. and Wang, Z. J. 2009. "Improvements in the Reliability and Efficiency of Body-Fitted Cartesian Grid Method". In: 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper, 1173, 1–11
- Gallego, J. P., Löbber, J., Müthing, S., Bastian, P., Klingenberg, C. and Xia, Y. 2014. "Implementing a Discontinuous Galerkin Method for the Compressible, Inviscid Euler Equations in the DUNE Framework". *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 1–2.
- Gaffney, R. L., Hassan H. A. and Salas, M. D. 1987. "Euler Calculations for Wings Using Cartesian Grids", AIAA Paper, 87–0356.

- Gerolymos, G.A., and Vallet, I. 1996. "Implicit Computation of Three-Dimensional Compressible Navier-Stokes Equations Using $k-\varepsilon$ Closure", *AIAA Journal*, Vol. 34, pp. 1321-1330.
- Geuzaine, C. and Remacle, J. F. 2009 "Gmsh: A 3-D Finite Element Mesh Generator with Built-in Pre- and Post-Processing Facilities," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79 (11), 1309–1331.
- Gibou, F., Min, C. and Cenicerros, H. 2007. "Finite Difference Schemes for Incompressible Flows on Fully Adaptive Grids". *International Series of Numerical Mathematics*, 154, 199–208.
- Green, B. E., Czerwiec, R., Cureton, C., Lillian, C., Kernazhitskiy, S., Eymann, T. and Decker, R. 2011. Evaluation of Flow Solver Accuracy Using Five Simple Unsteady Validation Cases. In: 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper, 0029.
- Grove, D.V. and Wang, Z. J. 2005. "Computational Fluid Dynamics Study of Turbulence Modeling for an Ogive Using Cobalt Flow Solver and a 2ⁿ Tree-Based Cartesian Grid Generator. In: 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper, 1042, 1–10.
- Harris, C.D. 1981. Two-dimensional Aerodynamic Characteristics of the NACA0012 Airfoil in the Langley 8-foot Transonic Pressure Tunnel. NASA TM 81927.
- Hartmann, D., Meinke, M. and Schröder, W. 2008. "An Adaptive Multilevel Multigrid Formulation for Cartesian Hierarchical Grid Methods. *Computers & Fluids*, 37(9), 1103–1125.
- Hartmann, D., Schneiders, L., Meinke, M. and Schröder, W. 2010. A Numerical Method for Moving-Boundary Problems of Compressible Viscous Flow. In: *Proceedings of the ECCOMAS CFD 2010 Conference*, Lisbon, Portugal.
- Hartmann, D., Meinke, M. and Schröder, W. 2011a. "A Strictly Conservative Cartesian Cut-Cell Method for Compressible Viscous Flows on Adaptive Grids", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(9), 1038–1052.
- Hartmann, D., Meinke, M. and Schröder, W., 2011b. "A Level-Set Based Adaptive-Grid Method for Premixed Combustion", *Combustion and Flame*, 158(7), 1318–1339.
- Hashimoto, A., Murakami, K., Aoyama, T. and Lahur, P. 2009. Lift and Drag Prediction Using Automatic Hexahedra Grid Generation Method. In: 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper, 1365, 1–11.
- Iaccarino, G. and Verzicco, R. 2003. "Immersed Boundary Technique for Turbulent Flow Simulations", *Applied Mechanics Reviews*, 56(3), 331–347.

Jahangirian, A. and Shoraka, Y. 2008. "Adaptive Unstructured Grid Generation for Engineering Computation of Aerodynamic Flows. *Mathematics and Computers in Simulation*, 78(5), 627–644.

Jahangirian, A., and Hashemi, M. Y. 2012. "Adaptive Cartesian Grid with Mesh-less Zones for Compressible Flow Calculations". *Computers & Fluids*, 54, 10–17.

Jameson, A. 1985. "Multigrid Algorithms for Compressible Flow Calculations. *Multigrid Methods II*", Lecture Notes in Mathematics, 1228, Springer Verlag, Berlin.

Ji, H., Lien, F. S. and Yee, E. 2008. "A Robust and Efficient Hybrid Cut-Cell/Ghost-Cell method with Adaptive Mesh Refinement for Moving Boundaries on Irregular Domains. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(3), 432–448.

Ji, H., Lien and F. S., Yee, E. 2010. "Numerical Simulation of Detonation Using an Adaptive Cartesian Cut-cell Method Combined with a Cell-merging Technique". *Computers & Fluids*, 39(6), 1041–1057.

Ji, H., Lien, F. S. and Yee, E. 2012. "Parallel Adaptive Mesh Refinement Combined with Additive Multigrid for the Efficient Solution of the Poisson Equation". *ISRN Applied Mathematics*, 1–24.

Jordan, J. K., Bayyuk, S. A. and Habchi, S. D. 2002. "Coupled VSTOL Aircraft and Ship Airwake Turbulent Flow Simulation Model" (No. CFDRC-8408/3). CFD Research Corp, Huntsville, AL, USA.

Kannan, R. and Wang, Z. J. 2007. "Overset Adaptive Cartesian/Prism Grid Method for Stationary and Moving-Boundary Flow Problems". *AIAA Journal*, 45(7), 1774–1779.

Katz, A., Wissink, A. M., Sankaran, V., Meakin, R. L. and Chan, W. M. 2011. "Application of Strand Meshes to Complex Aerodynamic Flow Field", *Journal of Computational Physics*, 230(17), 6512–6530.

Kidron, Y., Mor-Yossef, Y. and Levy, Y. 2009. Turbulent Flow Predictions Using a Cartesian Flow Solver. In: 19th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, San Antonio, TX, AIAA Paper, 3881, 1–18.

Kitamura, K., Fujimoto, K., Shima, E., Kuzuu, K. and Wang, Z. J. (2011). "Validation of Arbitrary Unstructured CFD Code for Aerodynamic Analyses", *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 53(182), 311–319.

Kitamura, K. and Shima, E., 2011. "A New Pressure Flux for AUSM-Family Schemes for Hypersonic Heating Computations. In: 20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper, 2011–3056, 1–21.



- Kolobov, V. I. and Arslanbekov, R. R. 2012. "Towards Adaptive Kinetic-Fluid Simulations of Weakly Ionized Plasmas", *Journal of Computational Physics*, 231(3), 839–869.
- Körpe, S. B. 2013. Development of an External Ballistics Simulation Software, Master's dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Kupiainen M. and Sjögren B. 2009. "A Cartesian Embedded Boundary Method for the Compressible Navier-Stokes Equations". *Journal of Scientific Computing*, 41(1), 94–117.
- Liang, Q. 2011. "A Structured but Nonuniform Cartesian Grid Based Model for the Shallow Water Equations". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 66(5), 537–554.
- Liang, Q. 2012. "A Simplified Adaptive Cartesian Grid System for Solving the 2D Shallow Water Equations", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 69(2), 442–458.
- Liou M.S. and Steffen C. J. 1993. "A New Flux Splitting Scheme", *Journal of Computational Physics*, 107, 23–39.
- Liu, F. 1994 "Multigrid Solution of the Navier-Stokes Equations with a Two-equation Turbulence Model", *Frontiers of Computational Fluid Dynamics*, John Wiley & Sons, pp. 339-359.
- Liu, J., Zhao, N., Hu, O., Goman, M. and Li, X. K. 2013. "A New Immersed Boundary Method for Compressible Navier–Stokes Equations", *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 27(3), 151–163.
- Lloyd, B. 1989. A semi-implicit Navier-Stokes solver and its application to a study of separated flow about blunt delta wings. Doctoral Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, USA.
- Luo, H., Baum, J. D. and Löhner, R. 2006. "A Hybrid Cartesian Grid and Gridless Method for Compressible Flows. *Journal of Computational Physics*, 214(2), 618–632.
- Luo, H., Baum, J. D. and Löhner, R. 2009. "A Hybrid Building Block and Gridless Method for Compressible Flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 59(4), 459–474.
- Luo, X., Gu, Z., Lei, K., Wang, S. and Kase, K. 2009. "Solution of Navier Stokes Equations Based on the Quadtree Cut Cell Method". *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 52(6), 877–884.
- Luo, X. L., Lei, K. B., Gu, Z. L., Wang, S. and Kase, K. 2011. "A Novel Cartesian Cut Cell Solver for Incompressible Viscous Flow in Irregular Domains", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67(3), 289–313.

Mahmutyazıcıoğlu, E. 2010. Development of an Octree Based Grid Coarsening and Multigrid Flow Solution. Doctoral Dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

Marcum, D.. 1995. "Generation of Unstructured Grids for Viscous Flow Applications In: 33rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper, 95–0212.

Marella, S. V. 2006. A Parallelized Sharp-Interface Fixed Grid Method for Moving Boundary Problems. Doctoral Dissertation, Iowa State University, USA.

Marshall, D. D. and Ruffin, S. M. 2004. "An Embedded Boundary Cartesian Grid Scheme for Viscous Flows using a New Viscous Wall Boundary Condition Treatment. In: 42th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. AIAA Paper, 04–581.

Mavriplis, D. J., 1990. "Adaptive Mesh Generation for Viscous Flows Using Triangulation, Journal of Computational Physics, 90(2), 271-291.

Mehl, M., Brenk, M., Bungartz, H. J., Daubner, K., Muntean, I. L. and Neckel, T. 2008. "An Eulerian Approach for Partitioned Fluid–Structure Simulations on Cartesian Grids", Computational Mechanics, 43(1), 115–124.

Meinke, M., Schneiders, L., Günther, C. and Schröder, W. 2013. "A Cut-Cell Method for Sharp Moving Boundaries in Cartesian Grids", Computers & Fluids, 85, 135–142.

Melton, J. E., Aftosmis, M. J., Berger, M. J. and Wong, M. D. 1995. Development and Application of a 3D Cartesian Grid Euler Method. In: Surface Modeling, Grid Generation, and Related Issues in Computational Fluid Dynamic (CFD) Solutions, 1, 225–249.

Meyer, M. 2013. Simulation of Complex Turbulent Flows on Cartesian Adaptive Grids. Doctoral Dissertation, Technische Universität München, München, Germany.

Miki, T., Imai, Y., Ishikawa, T., Wada, S., Aoki, T. and Yamaguchi, T. 2011. A Fourth Order Cartesian Local Mesh Refinement Method for the Computational Fluid Dynamics of Physiological Flow in Multi-Generation Branched Vessels. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 27 (3), 424–435.

Min, C. and Gibou, F. 2006. "A Second Order Accurate Projection Method for the Incompressible Navier–Stokes Equations on Non-graded Adaptive Grids. Journal of Computational Physics, 219 (2), 912–929.

Mondal, P., Munikrishna, N. and Balakrishnan, N. 2007. "Cartesian-like Grids Using a Novel Grid-Stitching Algorithm for Viscous Flow Computations", Journal of Aircraft, 44(5), 1598–1609.



Möller, P. and Hansbo, P. 1995. "On Advancing Front Mesh Generation in Three-Dimensions", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38 (21), 3551-3569.

Nakahashi, K. and Kim, L. 2006. *Computational Fluid Dynamics 2004*. Berlin, Heidelberg: Springer.

Nam, J. W. and Lien, F. S. 2014. A Ghost-Cell Immersed Boundary Method for Large-Eddy Simulations of Compressible Turbulent Flows. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 28 (1–2), 1–15.

Nemec, M., Aftosmis, M. J., Murman, S. M. and Pulliam, T. H. 2005. "Adjoint Formulation for an Embedded-Boundary Cartesian Method. AIAA Conference Paper, 877, 1–15.

Pattinson, J. 2007. A Cut-Cell, Agglomerated-Multigrid Accelerated, Cartesian Mesh Method for Compressible and Incompressible Flow. Master's Dissertation, University of Pretoria, South Africa.

Pattinson, J., Malan, A. G. and Meyer, J. P. 2007. "A Cut Cell Non-Conforming Cartesian Mesh Method for Compressible and Incompressible Flow", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 72(11), 1332–1354.

Peskin C.S. 1972. "Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method", *Journal of Computational Physics*, 10 (2), 252–271.

Popinet, S. 2003. "Gerris: A Tree-Based Adaptive Solver for the Incompressible Euler Equations in Complex Geometries", *Journal of Computational Physics*, 190(2), 572–600.

Purvis J. W. and Burkhalter J. E. 1979. Prediction of Critical Mach Number for Store Configurations. *AIAA Journal*, 17 (11), 1170–1177.

Roussel, O., Schneider, K., Tsigulin, A. and Bockhorn, H. 2003. "A Conservative Fully Adaptive Multiresolution Algorithm for Parabolic PDEs", *Journal of Computational Physics*, 188(2), 493–523.

Ruffin, S. M. and Lee, J. 2012. "Implementation of a 3D Hilbert SFC into a Parallel Cartesian-grid Flow Solver", *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 6, 803–810.

Sang, W. and Li, F. 2007. "An Unstructured/Structured Multi Layer Hybrid Grid Method and its Application", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53(7), 1107–1125.

Sang, W. and Yu, J. 2011. "Numerically Analyzing More Efficiently High-lift Aerodynamics of Wing/Body Model with Omni-Free Cartesian Grids". *Aerospace Science and Technology*, 15 (5), 375–380.



- Schneiders, L., Hartmann, D., Meinke, M. and Schröder, W. (2013). "An Accurate Moving Boundary Formulation in Cut-Cell Methods", *Journal of Computational Physics*, 235, 786–809.
- Shi, L. and Yu, Y. 2004. Visual Smoke Simulation with Adaptive Octree Refinement. In: *Proceedings of the Seventh IASTED International Conference on Computer Graphics and Imaging*, 13–19.
- Spalart, P. R., Allmaras, S.R. 1992. « A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", *AIAA Paper*, 92–0439, 1–16.
- Singh, R., N'Dri, N., Uzgoren, E., Shyy, W. and Garbey, M. 2005. Three-dimensional Adaptive, Cartesian Grid Method for Multiphase Flow Computations. In: *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1–17.
- Siyahhan, B. 2008. A Two-dimensional Euler Flow Solver on Adaptive Cartesian Grids, *Master's Dissertation*, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Sultan, K. M. 2005. Development of an Unstructured Cartesian Flow Solver, *Doctoral Dissertation*, RWTH -Aachen University, Germany.
- Şahin, M. S. 2011. Development of a Two-dimensional Navier-Stokes Solver for Laminar Flows Using Cartesian Grids. *Master's dissertation*, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Tai, C. F. and Shyy, W. 2005. "Multigrid Computations and Conservation Law Treatment of a Sharp Interface Method", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 48(5), 405–424.
- Tang, J. 2007. Theory Manual to OctVCE—a Cartesian Cell CFD code with Special Application to Blast Wave Problems, *Department of Mechanical Engineering Report 2007/12*, The University of Queensland, Australia.
- Toro, E. F. 2009. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, 3rd Edition, Springer-Verlag, Berlin.
- Trottenberg, U., Oosterlee C.W. and Schüller A. 2001. *Multigrid*, Academic Press.
- Tucker, P. G. and Pan, Z. (2000). "A Cartesian Cut Cell Method for Incompressible Viscous Flow". *Applied Mathematical Modelling*, 24(8), 591–606.
- Udaykumar, H. S., Krishnan, S. and Marella, S. V. 2009. "Adaptively Refined, Parallelised Sharp Interface Cartesian Grid Method for Three-dimensional Moving Boundary Problems. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 23(1), 1–24.

- Uddin, H., Kramer, R. M. J. and Pantano, C. 2014. "A Cartesian-Based Embedded Geometry Technique with Adaptive High-Order Finite Differences for Compressible Flow around Complex Geometries", *Journal of Computational Physics*, 262, 379–407.
- Uzgoren, E., Singh, R., Sim, J. and Shyy, W. 2007. A Unified Adaptive Cartesian Grid Method for Solid-Multiphase Fluid Dynamics with Moving Boundaries. In: 18th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper, 2007–4576, 1–19.
- Uzgoren, E., Sim, J. and Shyy, W. 2009. "Marker-based, 3-D Adaptive Cartesian Grid Method for Multiphase Flow around Irregular Geometries", *Communications in Computational Physics*, 5(1), 1–41.
- Wang, Z. and Wang, Z. J. 2006. "A Fast Level Set Method with Particle Correction on Adaptive Cartesian Grid. In: Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 9-12 January 2006, Reno, Nevada, USA, 1–18.
- Wang, Z. J. 1998. "A Quadtree-Based Adaptive Cartesian/Quad Grid Flow Solver for Navier-Stokes Equations". *Computers & Fluids*, 27(4), 529–549.
- Wang, Z. J., Chen, R. F., Hariharan, N., Przekwas, A. J. and Grove D. 1999. "A 2^n -Tree Based Automated Viscous Cartesian Grid Methodology for Feature Capturing". In: Proceedings of 14th AIAA CFD Conference, AIAA-99-3300-CP, 1–11.
- Wang, Z. J. 2000. "A Fast Nested Multi-Grid Viscous Flow Solver for Adaptive Cartesian/Quad Grids". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33(5), 657–680.
- Wang, Z. J. and Chen, R. F. 2002a. "Parallel Adaptive Cartesian Grid Method for Viscous Flow with Complex Geometries". *Computational Fluid Dynamics Journal*, 10(4), 575–584.
- Wang, Z. J. and Chen, R. F. 2002b. "Anisotropic Solution-Adaptive Viscous Cartesian Grid Method for Turbulent Flow Simulation. *AIAA Journal*, 40(10), 1969–1978.
- Wang, Z. and Wang, Z. J. 2004. "The Level Set Method on Adaptive Cartesian Grid for Interface Capturing". AIAA Paper, 82, 1–10.
- Wang, Z. J., Chi, X., Shih, T. I. and Bons, J. 2004. "Direct Simulation of Surface Roughness Effects with RANS and DES Approaches on Viscous Adaptive Cartesian Grids. In: Fluid Dynamics Conference, Portland, OR, AIAA Paper, 2004–2420, 1–12.
- Wang, X. Y., Yeo, K. S., Chew, C. S. and Khoo, B. C. 2008. "A SVD-GFD Scheme for Computing 3D Incompressible Viscous Fluid Flows", *Computers & Fluids*, 37(6), 733–746.



Xia, G., Li, D. and Merkle, C. L. 2007. "Consistent Properties Reconstruction on Adaptive Cartesian Meshes for Complex Fluids Computations", *Journal of Computational Physics*, 225(1), 1175–1197.

Xue, Q. 2009. Development of Adaptive Mesh Refinement Scheme and Conjugate Heat Transfer Model for Engine Simulations. Doctoral Dissertation, Iowa State University, USA.

Yang, J., Sakamoto, N., Wang, Z., Carrica, P. and Stern, F. 2007. "Two Phase Level Set/Immersed-Boundary Cartesian Grid Method for Ship Hydrodynamics. In: Proc. 9th Int. Conf. Numer. Ship Hydrodynamics, Ann Arbor, USA, 24, 1–17.

Yu, P., Yeo, K. S., Shyam Sundar, D. and Ang, S. J. 2011. "A Three-dimensional Hybrid Meshfree-Cartesian Scheme for Fluid–Body Interaction", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 88(4), 385–408.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Prof. Dr. MEHMET HALUK AKSEL
Proje No:	114M590
Proje Başlığı:	Kartezyen Hesaplama Ağları Kullanılarak Üç Boyutlu Sıkıştırılabilir Akışlar İçin Navier-Stokes Çözücüsü Geliştirilmesi
Proje Türü:	1001 - Araştırma
Proje Süresi:	30
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ORTA DOĞU TEKNİK Ü. FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/10/2014 - 01/06/2017
Onaylanan Bütçe:	192777.0
Harcanan Bütçe:	152050.64
Öz:	<p>Bu proje çerçevesinde Kartezyen hesaplama ağları için üç boyutlu bir Navier-Stokes çözücüsü geliştirilmiştir. Bu yöntemle geometrik karmaşıklıklarla ilgili zorluklar ile yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarında karşılaşılan akışa ve geometriye yönelik adaptasyon problemleri ortadan kaldırılmıştır. Hesaplama ağının üretimi ile akış alanının çözümü aşamaları arasında gerekli olan kullanıcı müdahalesini ortadan kaldırmak üzere geliştirilecek yazılımın tam otomatik olarak gerçekleştirilmiştir. Akış alanındaki gövdenin geometrisi yapısal olmayan üçgen elemanlar kullanılarak üç boyutlu bir yüzey hesaplama ağı şeklinde verildiğinde, gövde uyumlu (body-fitted) üçgen prizma elemanlardan oluşan hesaplama ağı gövde geometrisinin şişirilmesiyle otomatik olarak oluşturulmaktadır. Daha sonra, gövde uyumlu hesaplama ağı, çözüm alanının sınırlarını tanımlayan bir kök hücrenin eşit hücrelere bölünmesi ile elde edilen Kartezyen hesaplama ağının içerisine yerleştirilmektedir. Her iki hesaplama ağının arasında kalan bölge dört yüzlü tetrahedral elemanlarla doldurulmaktadır. Kartezyen çözüm ağı için diziler gibi klasik veri yapıları yerine sekizli ağaç (octree) ve bağlanmış liste (linked list) gibi dinamik veri yapıları kullanılmaktadır. Bağlantı bilgileri sekizli ağaç veri yapısı kullanılarak hücreler arası ebebeyin-çocuk ilişkisi ile elde edilmektedir. Bu tip bir veri yapısıyla, yapısal ve yapısal olmayan hesaplama ağlarına göre daha karmaşık geometrilerin ele alınması mümkün olmaktadır.</p> <p>Navier-Stokes denklemlerinin sonlu hacim formülasyonu hücre merkezli yaklaşımla kullanılmaktadır. Hücre yüzlerindeki akılar akı fark ayrıştırması ve akı vektör ayrıştırması yöntemleriyle hesaplanmaktadır. Uzayda ikinci dereceden doğruluk elde edilebilmesi için basit değişkenlerin yeniden oluşturulmasında (reconstruction) yol tümleme (path integration) ve asgari kareler (least squares) yöntemleri kullanılmaktadır. Doğru ve sınırlı değerler elde edilebilmesi için yeniden oluşturma işlemi sırasında limitleyiciler kullanılmaktadır.</p> <p>Türbülans modeli olarak ise literatürde mevcut modellerden bir denklemlilik Spalart-Allmaras türbülans modeli ile iki denklemlilik k-ω ve k-ω türbülans modellerinden yararlanılmaktadır. Yakınsamanın hızlandırılabilmesi için yerel zaman adımlarıyla birlikte çok kademeli (multistage) zaman adımı kullanılmaktadır. Kartezyen hesaplama ağlarının adaptasyona çok uygun olmasından dolayı, yapılan adaptasyon sonucunda hücre boyları arasında önemli farklılıklar oluşmaktadır. Bu nedenle, yerel zaman adımı uygulaması ile yakınsama hızı artırılmaktadır.</p> <p>Çözümüne bağlı hesaplama ağı adaptasyonu çözüm ile ağ arasındaki uyumun oluşmasını sağlayarak, akıştaki kritik bölgelerin daha iyi çözümlenmesine olanak sağlamaktadır. Böylelikle, çözüm zamanında önemli bir artış olmadan yüksek seviyede hassasiyet elde edilmesi mümkün olmaktadır. Çözüm adaptasyonu kayma tabakalarında hız dönümü, normal ve oblik şoklarda ise hız gradyanı kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Bu iki kriterin bir arada kullanılması bir tanesinin kullanılmasına göre daha iyi sonuçlar vermektedir.</p> <p>Geliştirilen yazılım NACA 0012 ve ONERA M6 kanadı etrafındaki üç boyutlu akış için test edilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar literatürde mevcut deneysel sonuçları ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.</p> <p>?</p>

Anahtar Kelimeler:	Kartezyen Çözüm Ağı, Navier-Stokes Çözücüsü, Spalart-Allmaras, k-w ve k-e Türbülans Modelleri
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır

TÜBİTAK