УДК 519.81
DOI: 10.15587/1729-4061.2021.238020

Розробка методу ідентифікації моделі багатокритеріального експертного оцінювання альтернатив

К. Е. Петров, І. В. Кобзев, О. В. Орлов, В. В. Косенко, А. В. Косенко, Я. А. Ваніна

Запропоновано підхід до побудови математичної моделі індивідуального багатокритеріального оцінювання, який ґрунтується на інформації про встановлене експертом відношення порядку на множині альтернатив. В рамках аксіоматики теорії багатокритеріальної корисності (MAUT) проведено структурну ідентифікацію моделі оцінювання з використанням адитивної функції корисності альтернатив. Розроблено метод параметричної ідентифікації моделі, що базується на ідеях теорії компараторної ідентифікації. Для визначення параметрів моделі пропонується використовувати метод середньої точки, в результаті застосування якого можна отримати єдиний стійкий розв'язок задачі. Показано, що в цьому випадку, задачу параметричної ідентифікації моделі оцінювання можна привести до стандартної задачі лінійного програмування. Отримані на основі синтезованої математичної моделі скалярні багатокритеріальні оцінки альтернатив дозволяють порівнювати їх між собою за ступенем ефективності і, таким чином, вибрати "найкращу" з них або провести їх ранжування.

Істотною перевагою запропонованого підходу є можливість використання для розв'язання задачі ідентифікації параметрів моделі тільки нечислової інформації про вже прийняті експертами рішення. Це дозволяє частково знизити ступінь суб'єктивного впливу експерта на результат прийняття рішень та зменшити витрати на проведення процедури експертного оцінювання.

Розроблено метод верифікації моделі оцінювання, що базується на принципах крос-валідації. Наведено результати комп'ютерного моделювання, які підтверджують ефективність використання запропонованого методу параметричної ідентифікації моделі для вирішення завдань, що пов'язані з автоматизацією інтелектуального процесу прийняття рішень.

Ключові слова: прийняття рішень, теорія корисності, компараторна ідентифікація, ранжування альтернатив, функція корисності.

1. Вступ

Інтелектуальний процес прийняття рішень [1, 2] полягає в реалізації особою, яка приймає рішення (ОПР), процедури вибору "найкращої" альтернативи (або їх ранжування) з деякої наявної обмеженої множини. У свою чергу, цю задачу можна розбити на дві підзадачі. Перша з них пов'язана з обґрунтуванням і обранням метрики (системи критеріальних оцінок), в якій можна якісно або кількісно оцінити ефективність (корисність) альтернатив. Друга полягає в виборі екстремального допустимого рішення в цій метриці.

У випадках, коли проблема, що стоїть перед ОПР є досить складною для її вирішення, доводиться залучати компетентних фахівців (експертів), які добре орієнтуються в даній предметній галузі. Сукупність отриманих від них суджень, методи формування кількісних і якісних оцінок, а також обробка отриманих результатів за допомогою формальних методів в загалі-то і складають основу методу експертного оцінювання [1, 3].

Сенс роботи експерта полягає в оцінці ефективності кожної альтернативи в цілому на основі аналізу інформації про деяку множину суперечливих критеріїв, які характеризують її певні часткові властивості. Складність аналізу полягає ще і в тому, що ці часткові критерії можуть вимірюватися в різних шкалах, мати різні інтервали можливих значень, розмірність, напрямок домінування і ступінь важливості. Ця задача в теорії прийняття рішень відома як задача багатокритеріального оцінювання.

Наступна задача, яка стоїть перед експертом полягає у виборі екстремального рішення (альтернативи). Це так звана задача багатокритеріальної оптимізації. Основна проблема, що виникає при розв’язанні цієї задачі полягає в тому, що вибір такої альтернативи найчастіше здійснюється на підмножині допустимих рішень відомої як область компромісів або множина Парето, на якій неможливо встановити відношення лінійного порядку (ранжувати альтернативи), а, отже, і визначити екстремальну альтернативу (єдине рішення). Це пов'язано з тим, що альтернативи є непорівнянними через суперечливість часткових критеріїв. Таким чином, в такій постановці, задача багатокритеріальної оптимізації є математично некоректною [4], тому що не має єдиного розв’язку. Для його визначення необхідно провести регуляризацію цієї задачі, доповнивши її зовнішньою інформацією, отриманою від експертів, яка була б формалізована у вигляді деякого правила.

Основою конструктивного підходу до розв’язання загальної задачі прийняття рішень є теорія раціональної поведінки, в рамках якої передбачається, що індивідуум обирає альтернативу, яка дає найкращий результат (найбільш ефективна). У свою чергу, оцінка ефективності альтернативи може бути отримана на основі використання ідей теорії багатокритеріальної корисності (Multi Attribute Utility Theory – MAUT) [5]. У ній передбачається, що існує деяка функція корисності альтернативи, яка залежить від часткових критеріїв. Обчисливши значення функції корисності для кожної з альтернатив можна обрати "найкращу" або ранжувати їх на основі аналізу цих значень.

Таким чином, формально, підхід до прийняття рішень на основі MAUT, полягає в присвоєнні альтернативам деяких кількісних узагальнених оцінок їх корисності. Метою цього процесу є надання можливості експерту обрати потім "найкращу" з них або ранжувати їх за ступенем переважності для експерта.

Тому актуальною на сьогоднішній день проблемою є формалізація підходів до формування цих узагальнених оцінок альтернатив на основі експертних суджень.

Процес побудови математичної моделі індивідуального багатокритеріального оцінювання альтернатив можна представити у вигляді послідовності двох етапів. Перший полягає у висуванні гіпотези про структуру моделі (задача структурної ідентифікації), а другий – в визначенні її параметрів (задача параметричної ідентифікації).

В рамках аксіоматики MAUT доведено існування багатовимірної функції корисності заданої на множині альтернатив, що розглядаються. Тому задачу структурної ідентифікації моделі оцінювання в рамках MAUT фактично вирішено. При розв'язанні практичних задач використовується або адитивна, або мультиплікативна форма запису функції корисності.

Інтерес представляє розв’язання задачі параметричної ідентифікації моделі.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Параметри моделі найчастіше визначаються в ході проведення серії активних або пасивних експериментів, що проводяться з експертами. Результатом цього є те, що їх судження реалізуються зазвичай у вигляді: безпосередніх оцінок, матриць парних або множинних порівнянь, різноманітних ранжувань і класифікацій [3].

Безпосередня оцінка в даному випадку буде полягати в приписуванні частковим критеріям, які характеризують альтернативу деяких числових значень, виміряних в шкалі інтервалів. Ці значення відповідають ступеню впливу того чи іншого критерію на результат – багатокритеріальну оцінку альтернативи.

У процесі виявлення знань експерт повинен поставити у відповідність кожному критерію точне значення на безперервній числовій вісі, наприклад, на відрізку [0, 1]. Природньою вимогою в цьому випадку є те, що б еквівалентним за "важливістю" критеріям приписувалися б однакові значення.

У деяких випадках, для ослаблення цих умов, але, природно, за рахунок зменшення точності вимірювання, замість безперервної числової вісі використовують бальні оцінки, наприклад 5, 10, 100-бальні шкали.

Цей підхід до оцінки "важливості" критеріїв, в тому чи іншому вигляді, використовується в різних широко відомих методах прийняття рішень. Так, у роботі [6] детально розглянуті умови та принципи використання методу ELECTRE, а також проблеми, що виникають при отриманні інформації про "важливість" критеріїв від експерта. Робота [7] присвячена опису методу PROMETHEE, де автори відзначають, що при його реалізації виникають труднощі при завданні експертом "ваг" критеріїв та функції переваг альтернатив. Можливості застосування методу TOPSIS та складності при формалізації суджень експертів щодо вибору "ідеальної" альтернативи та призначення "ваг" критеріїв описані в [8]. В роботі [9] зазначається, що основною проблемою при отриманні скалярної багатокритеріальної оцінки альтернатив методами SMART, SMARTS і SMARTER є вимога визначення експертами кількісних значень "важливості" критеріїв.

Численні публікації свідчать про достатню популярність застосування цих методів. В роботі [10] автор зазначає, що суттєвим обмеженням метода ELECTRE є вимога про незалежність критеріїв, хоча в реальних задачах вони можуть бути взаємопов'язані. Робота [11] присвячена розв'язанню задачі відбору постачальників продукції, в якій "ваги" критеріїв визначаються з застосуванням математичного апарату теорії свідоцтв Дампстера-Шефера. Моделюванню невизначеності при завданні ОПР переваг альтернатив з використанням метода Монте-Карло в рамках підходу PROMETHEE присвячено роботу [12]. В роботі [13] порівнюються результати розв'язання задачі прийняття рішення щодо оплати за навчання студентами за допомогою чотирьох різних методів, де автори також відзначають труднощі, що пов'язані з отримання кількісної інформації про "ваги" критеріїв. В роботі [14] досліджується проблема міжособистісних впливів на прийняття колективного рішення з застосуванням TOPSIS, для розв'язання якої від експертів необхідно отримати оцінки всіх альтернатив по всім критеріям (так звану матрицю рішень).

Для розв'язання практичних задач щодо прийняття рішень досить часто використовуються методи SMART і SMARTER. Так, наприклад, в [15] − розв'язується задача оцінювання рівня дисциплінованості персоналу; в [16] − задача оцінки та ранжування студентів за результатами успішності навчання; в [17] − задача прийняття рішення про використання альтернативних стратегій в боротьбі з лихоманкою Денге. При застосуванні цих методів експерт повинен безпосередньо вказати кількісні оцінки "ваг" критеріїв, що часто викликає у нього труднощі.

Тому можна зробити висновок, що головний недолік такого підходу полягає в тому, що вимірювання переваг в шкалі інтервалів можна виконати з високим ступенем довіри тільки при добрій поінформованості експертів про характеристики альтернатив і самої предметної галузі.

Метод парних порівнянь полягає в реалізації процедури встановлення переваг критеріїв при порівнянні всіх можливих пар. При порівнянні кожної пари критеріїв можливі відношення або порядку, або еквівалентності. Парне порівняння – це вимірювання в шкалі порядку.

Результати порівняння експертом всіх пар критеріїв зазвичай представляють у вигляді матриці парних порівнянь, стовпці і рядки якої складають критерії, а її відповідні елементи – це числові значення їх "важливості". Основним недоліком методу є те, що порівняння критеріїв у всіх можливих парах не дає повного упорядкування всіх критеріїв.

Одним з найбільш часто застосовуваних в теперішній час підходів, що використовують метод парних порівнянь є метод аналізу ієрархій (AHP) та його розвиток – метод аналітичних мереж (ANP) [18].

Про популярність використання на практиці цього підходу свідчать численні публікації. Наприклад, в роботі [19] за допомогою AHP проводиться оцінювання та порівняння якості пряжі; в [20] − розв'язується задача вибору моделі всюдихода для оснащення військових частин. Робота [21] присвячена розробці метода оцінки ефективності роботи співробітника на основі використання ANP з метою їх ранжування. В [22] розглядаються питання оцінки безпечності альтернативних будівельних проектів та визначення пріоритетності потенційних ризиків в будівельному секторі.

Розв'язання всіх цих задач потребує від експерта інформації у вигляді матриць парних порівнянь важливості критеріїв та альтернатив, при одночасному виконанні умов узгодженості отриманих матриць, і це викликає у нього певні труднощі. Ця та інші проблеми, що пов'язані з конфліктуючими пріоритетами та відношеннями, суперечливими рішеннями при використанні методу AHP на практиці, детально проаналізовані в роботі [23].

Ранжування – це процедура упорядкування критеріїв за ступенем їх впливу на результат. На основі своїх знань і досвіду експерт розміщує критерії в порядку їх "важливості", керуючись одним або декількома показниками порівняння. Залежно від виду відношень між об'єктами можливі різні варіанти упорядкування критеріїв.

Ранжування дозволяє обрати з досліджуваної сукупності критеріїв найбільш істотний.

У практиці експертного оцінювання для ранжування найчастіше використовується послідовність натуральних чисел, які називаються рангами. Найбільш "вагомому" критерію присвоюється ранг 1, другому – ранг 2 і т. д.

Найбільш популярними методами, які використовують даний підхід, є методи головного критерію [2], оптимізації за послідовно застосовуваним критеріям та послідовних поступок [24].

Незважаючи на наявність великої кількості методів отримання інформації від експертів, всім їм, в тій чи іншій мірі, властивий суб'єктивізм. Він пов'язаний з необхідністю врахування і формалізації їх суджень про "важливість" критеріїв, що характеризують альтернативи. Тому необхідною є розробка методів, які б знижували міру цього суб'єктивного впливу експертів на результат багатокритеріальної оцінки альтернатив з метою підвищення ефективності рішень, що приймаються.

У цій ситуації виходом може бути розв’язання задачі визначення параметрів моделі оцінювання ("вагових" коефіцієнтів критеріїв) на основі інформації про прийняті ОПР рішення або про ранжування ним альтернатив.

3. Мета і завдання дослідження

Метою роботи є синтез математичної моделі індивідуального багатокритеріального оцінювання альтернатив на основі наявної інформації про переваги експертів, яка дозволяла б заповнювати відсутню інформацію і прогнозувати судження експертів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі основні завдання:

– розробити методи структурної та параметричної ідентифікації математичної моделі індивідуального багатокритеріального оцінювання альтернатив в рамках аксіоматики MAUT, які базуються на ідеях теорії компараторної ідентифікації [25];

– провести верифікацію побудованої математичної моделі оцінювання з точки зору її прогностуючих властивостей в умовах, коли є наявною невелика кількість вихідної інформації, що отримана від експертів.

4. Матеріали та методи дослідження

Нехай експерту пред'являється для оцінки деяка кінцева множина альтернатив (варіантів вирішення проблеми) $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, кожна з яких описується однаковим набором часткових критеріїв $K(x_i)=<k_1(x_i), k_2(x_i), \ldots, k_m(x_i)>$, $i=\overline{1,n}$.

Передбачається, що ці часткові критерії можуть бути виміряні в кількісних шкалах, а множина X складається тільки з недомінованих альтернатив. У ситуації, коли критерії виміряні в якісних шкалах можна здійснити перехід до кількісних показників, застосувавши шкалу Харрінгтона.

Експерт, на основі детального аналізу цих альтернатив, повинен оцінити їх з точки зору ефективності (корисності) для подальшого вибору "найкращої" або реалізації процедури їх ранжування (часткового або повного) на всій множині X або будь-якої її підмножини.

При цьому, формально, ситуацію, коли експерт вибрав єдину найбільш переважну альтернативу $x_s \in X$, $s = \overline{1,n}$, можна представити у вигляді: $x_s \succ (\geq) x_i$; x_s, $x_i \in X$; $i = \overline{1,n}$; $s \neq i$.

Результатом ранжування альтернатив є встановлення на множині X чи на будь-якій його підмножині або відношення лінійного порядку, наприклад, $x_1 \succ (\geq) x_2 \succ (\geq) \ldots \succ (\geq) x_n$ або часткового лінійного порядку, наприклад, $x_1 \succ (\geq) x_2 \succ (\geq) \{x_3 \sim x_4 \sim x_5\} \succ (\geq) \ldots \succ (\geq) \{x_{n-1} \sim x_n\}$. Тут "$\succ$" " ("$\geq$") та "~" – знаки відношень відповідно строгої (нестрогої) переваги та еквівалентності.

Задача полягає в побудові моделі багатокритеріального оцінювання альтернатив експертом в рамках MAUT у випадку, коли від нього отримано інформацію тільки про обрання "найкращої" або про встановлення відношення порядку на множині альтернатив.

Розв'язання цієї задачі дозволить отримати відносні узагальнені скалярні оцінки альтернатив у вигляді значень функцій їх корисності. Також це дасть можливість отримати оцінки і для тих альтернатив, за якими відсутні (з будь-якої причини) судження експерта або прогнозні оцінки для "нових" альтернативних варіантів, які не були представлені експерту до розгляду. Завдяки цьому можна буде заповнити відсутню інформацію про переваги альтернатив на всій множині X по кожному з експертів. Наслідком цього є можливість застосування стандартних методів для оцінки узгодженості їх суджень, а також отримання консолідованої оцінки альтернатив або проведення їх ранжування в рамках процедури колективного експертного оцінювання [26].

Задача побудови математичної моделі індивідуального багатокритеріального експертного оцінювання може бути представлена у вигляді послідовності двох взаємопов'язаних підзадач. Перша з них полягає в формуванні структури моделі, а друга в ідентифікації її параметрів на основі інформації отриманої від експертів.

Розглянемо детально процес розв’язання задачі структурної ідентифікації моделі оцінювання.

На основі інтроспективного аналізу часткових критеріїв $K(x_i) = \langle k_1(x_i), k_2(x_i), \ldots, k_m(x_i) \rangle$ експерт оцінює кожну з альтернатив x_i, $i = \overline{1,n}$ з точки зору її ефективності (корисності) для подальшого вибору найбільш переважної або ранжування альтернатив в процесі прийняття рішення.

Таке оцінювання можливо здійснити в рамках MAUT, в якій передбачається, що для кожної з альтернатив $x_i \in X$ існує деяка скалярна багатокритеріальна оцінка узагальненої корисності, $P(x_i)$, $i = \overline{1,n}$, що має аксіоматичне обґрунтування [1, 27]. З її допомогою можна оцінити альтернативи з одночасним урахуванням всіх часткових критеріїв. Це означає, що висуваються деякі умови (аксіоми) [1, 27], яким повинна задовольняти функція корисності $P(x_i)$ і, у випадку якщо вони виконуються, дається доказ існування $P(x_i)$ у вигляді полілінійної функції. Всі умови-аксіоми можна розділити на дві групи. До першої – відносять такі аксіоми: архимедова, зв'язності, транзитивності, розчинності. Їх виконання дозволяє зробити висновок, що система переваг ОПР, яка задана на мові бінарних відношень, може бути зведена до задачі однокритеріальної скалярної оптимізації [1]. Друга група – складається з умов незалежності критеріїв, виконання яких дозволяє визначити властивості функції корисності.

Таким чином, доведено, що при виконанні умов першої та другої груп аксіом існує багатовимірна функція корисності, що задається на множині альтернатив X, яку можна представити у вигляді [1, 27]:

$$P(x_i) = \sum_{j=1}^{m} a_j k_j^H(x_i) + w \sum_{j=1}^{m} \sum_{q>j} a_j a_q k_j^H(x_i) k_q^H(x_i) +$$
$$+ w^{m-1} a_1 a_2 \ldots a_m k_1^H(x_i) k_2^H(x_i) \ldots k_m^H(x_i). \tag{1}$$

Тут $0<a_i<1$, $j=\overline{1,m}$ – часткові шкалюючі параметри (коефіцієнти ізоморфізму), що фактично виражають відносну важливість ("вагу") для експерта часткових критеріїв $k_j(x_i)$, $j=\overline{1,m}$, які характеризують альтернативи $x_i \in X$; $k_j^H(x_i)$ – однокритеріальна функція корисності, що характеризує оцінку альтернативи $x_i \in X$ за частковим критерієм $k_j(x_i)$ і, яка задовольняє умові нормування $0 \le k_j^H(x_i) \le 1$, $j=\overline{1,m}$. Загальну шкалюючу константу $w>-1$ можна знайти з рівняння $w+1=\prod_{j=1}^{m}(wa_j+1)$.

При виконанні умови $\sum_{j=1}^{m} a_j = 1$ функція корисності (1) приймає адитивну:

$$P(x_i) = \sum_{j=1}^{m} a_j k_j^H(x_i), \tag{2}$$

а при – $\sum_{j=1}^{m} a_j \ne 1$ мультиплікативну форму:

$$wP(x_i) + 1 = \prod_{j=1}^{m} \left[w a_j k_j^H(x_i) + 1 \right]. \tag{3}$$

При w=0, виходячи з (1), мультиплікативна функція корисності (3) зводиться до адитивної (2).

Відповідно до аксіоматики MAUT для функції корисності $P(x_i)$ виконуються наступні співвідношення при порівнянні альтернатив:

– якщо альтернатива x_i переважніше для експерта ніж x_j, тобто $x_i \succ x_j$, то

$$P(x_i) > P(x_j); \tag{4}$$

– якщо альтернативи x_i та x_j еквівалентні, тобто $x_i \sim x_j$, то

$$P(x_i) = P(x_j), \ \forall x_i, x_j \in X, \ i \neq j. \tag{5}$$

Для цілей даного дослідження більше підходить адитивна форма представлення функції корисності альтернативи (2). По-перше, відпадає необхідність знаходження константи w, а по-друге, умова $\sum_{j=1}^{m} a_j = 1$ дозволяє визначити відносні "вагові" коефіцієнти часткових критеріїв в звичній шкалі від 0 до 1. Це наочно демонструє експерту на скільки (або у скільки разів) один частковий критерій "важливіший" за інший і "внесок" кожного критерію в загальну оцінку альтернативи. При цьому мультиплікативна функція (3) не дає ніяких переваг при її використанні.

Таким чином, в подальшому значення параметрів a_j, $j = \overline{1, m}$ і багатокритеріальних оцінок альтернатив $P(x_i)$, $i = \overline{1, n}$ будемо визначати виходячи з адитивної форми (2) представлення функції корисності.

У загальному випадку, часткові критерії $K(x_i)=\langle k_1(x_i), k_2(x_i), \ldots, k_m(x_i)\rangle$ є різнорідними і в силу цього мають різну фізичну розмірність, не співпадаючі інтервали вимірювання та напрямок домінування.

Для побудови функцій корисності $k_j^H(x_i)$, $j = \overline{1, m}$ по кожному частковому критерію і проведення нормування їх значень скористаємося формулою [25, 26]:

$$k_j^H(x_i) = \left(\frac{k_j(x_i) - k_j^-(x_i)}{k_j^+(x_i) - k_j^-(x_i)} \right)^{\alpha_j}, \ j = \overline{1, m}, \ i = \overline{1, n}, \tag{6}$$

де $k_j(x_i)$ − дійсне (абсолютне) значення j-го часткового критерію; $k_j^-(x_i)$ та $k_j^+(x_i)$ − відповідно його "найгірше" та "найкраще" значення в залежності від напрямку домінування критерію; α_j − коефіцієнт нелінійності (α_j>0), який дозволяє реалізовувати, крім традиційних лінійних (α_z=1), і нелінійні, опуклі вгору (0<α_j<1) або вниз (α_j>1) залежності.

При цьому $k_j^H\left(x_i\right)\in[0,1]$ і меншому його значенню буде відповідати "гірше" абсолютне значення часткового критерію.

З урахуванням прийнятого способу нормування часткових критеріїв, коефіцієнти $A=<a_1, a_2, ..., a_m>$ стають безрозмірними і виконують дві важливі функції. По-перше, масштабують скалярну багатокритеріальну оцінку альтернативи $P(x_i)$, тобто визначають інтервал її можливих значень та враховують різну "важливість" ("вагу") часткових критеріїв.

Для того щоб значення $P(x_i)$ варіювалися в інтервалі [0, 1], достатньо щоб виконувалися умови:

$$a_j\in[0,1],\;\; j=\overline{1,m};\;\; \sum_{j=1}^{m}a_j=1. \tag{7}$$

На основі цього є підстави перейти до розв'язання задачі параметричної ідентифікації математичної моделі індивідуального багатокритеріального експертного оцінювання, структура якої описується адитивною функцією (2).

Необхідно визначити значення "вагових" коефіцієнтів кортежу A часткових критеріїв $K(x_i)$ на основі інформації тільки про вибір найбільш преважної або про часткове упорядкування альтернатив. Ці дані можна отримати від експерта в процесі аналізу множини представлених йому для розгляду альтернатив.

Нижче на прикладі розглянуто процес параметричної ідентифікації моделі (2).

Нехай експерт сформулював свої переваги на множині з чотирьох альтернатив у наступному вигляді: $x_3 \succ x_2 \succ (\geq)\{x_1 \sim x_4\}$.

Тоді, для цієї ситуації, враховуючи (2), (4) і (5) можна записати систему лінійних обмежень, яка буде мати вигляд:

$$\begin{cases} P(x_3)>P(x_2), \\ P(x_2)>P(x_1), \\ P(x_1)=P(x_4), \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(x_3)-P(x_2)>0, \\ P(x_2)-P(x_1)>0, \\ P(x_1)-P(x_4)=0. \end{cases} \tag{8}$$

Система лінійних обмежень (8) виділяє опуклий багатогранник на гіперплощині (7). Будь-яка точка, що лежить всередині цього багатогранника є допустимим розв'язком. Отже, задача визначення коефіцієнтів відносної "важливості" часткових критеріїв є некоректною за визначенням Тихонова [4], тому що в такому вигляді вона не має єдиного розв'язку. Щоб отримати єдиний розв'язок необхідно доповнити вихідну задачу деякими регуляризуючим співвідношенням [4].

Додаткова інформація, яка дозволила б висунути об'єктивну гіпотезу про вигляд цього регуляризуючого виразу відсутня. Тому будемо виходити з евристичного припущення, що точкова оцінка параметрів моделі багатокритеріального оцінювання повинна знаходитися в центральній області багатогранника допустимих значень коефіцієнтів A, які визначаються системою обмежень (7) та

(8). Аргументом на користь вибору саме такого розв'язку може служити те, що це підвищить стійкість моделі оцінювання з точки зору можливих змін меж багатогранника при надходженні нових даних.

У роботі пропонується використати метод середньої точки для визначення єдиного розв'язку задачі параметричної ідентифікації моделі багатокритеріального оцінювання. Розглянемо його реалізацію на прикладі (8).

Спочатку визначаються точкові граничні значення допустимої множини для кожного з параметрів a_j, $j=\overline{1,m}$. Для цього система обмежень (8) перетворюється в такий спосіб:

$$\begin{cases} P(x_3)-P(x_2)\geq 0, \\ P(x_2)-P(x_1)\geq 0, \\ P(x_1)-P(x_4)\geq 0, \\ -P(x_1)+P(x_4)\geq 0. \end{cases} \tag{9}$$

В отриманій системі (9) знаки ">" змінені на "≥" і рівність $P(x_1)-P(x_4)=0$ представлено у вигляді двох нерівностей $P(x_1)-P(x_4)\geq 0$ та $-P(x_1)+P(x_4)\geq 0$. Заміна знаків обмежень не вплине на розв'язок задачі, оскільки він знаходиться у внутрішній області багатогранника, що описується системою (9), а не на його границях.

Процес формалізації обмежень (8) з урахуванням (2) виглядає таким чином:

$$P(x_r)-P(x_s)\equiv\left(\sum_{j=1}^{m}a_j k_j^H(x_r)\right)-\left(\sum_{j=1}^{m}a_j k_j^H(x_s)\right)\geq 0,$$

$$\forall x_r, x_s \in X,\ r\neq s \tag{10}$$

або

$$\sum_{j=1}^{m}a_j\left[k_j^H(x_r)-k_j^H(x_s)\right]\geq 0, \tag{11}$$

де a_j, $j=\overline{1,m}$ задовольняють умовам (7).

Слід зазначити, що в умовах (7) $a_j\in[0, 1]$, $j=\overline{1,m}$, хоча виходячи з аксіоматики MAUT − $a_j\in(0, 1)$. Пом'якшення умов аксіом в даному випадку допустимо, оскільки значення a_j, будуть знаходиться у центрі багатогранника розв'язків. Вони практично ніколи не будуть дорівнювати крайнім значенням 0 і 1 за винятком декількох окремих випадків, які не зустрічаються при розв'язанні практичних задач.

Далі система обмежень (7), (9) послідовно доповнюється регуляризуючими цільовими функціями виду:

$$a_j \to \min, \quad j = \overline{1, m}, \tag{12}$$

$$a_j \to \max, \quad j = \overline{1, m}. \tag{13}$$

Кожна з сформульованих $2m$ задач є задачею лінійного програмування (ЛП) з цільовою функцією виду (12) або (13) та системою обмежень (7), (9).

Розв'язок цих задач, наприклад симплекс-методом, дозволяє отримати кортеж інтервальних значень параметрів моделі a_j, тобто $A = \left\langle \left[a_j^{\min}, a_j^{\max} \right], \, j = \overline{1, m} \right\rangle$..

Як приклад, наведемо формальний запис відповідної задачі ЛП для отримання значення $a_1^{\min}$ параметра $a_1 \in \left[a_1^{\min}, a_1^{\max} \right]$,, з урахуванням (7), (9) і (11):

$$f\left(a_1, a_2, ..., a_m\right) \equiv a_1 \to \min,$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{m} a_j \left[k_j^H\left(x_3\right) - k_j^H\left(x_2\right) \right] \geq 0, \\ \sum\limits_{j=1}^{m} a_j \left[k_j^H\left(x_2\right) - k_j^H\left(x_1\right) \right] \geq 0, \\ \sum\limits_{j=1}^{m} a_j \left[k_j^H\left(x_1\right) - k_j^H\left(x_4\right) \right] \geq 0, \\ \sum\limits_{j=1}^{m} a_j \left[-k_j^H\left(x_1\right) + k_j^H\left(x_4\right) \right] \geq 0, \\ a_j \geq 0, \; j = \overline{1, m}, \\ \sum\limits_{j=1}^{m} a_j = 1. \end{cases} \tag{14}$$

На основі інтервальних значень параметрів $A = \left\langle [a_j^{\min}, a_j^{\max}], \, j = \overline{1, m} \right\rangle$, для кожного інтервалу $\left[a_j^{\min}, a_j^{\max} \right]$, $j = \overline{1, m}$ знаходиться його середина:

$$a_j^{cp} = \frac{a_j^{\min} + a_j^{\max}}{2}, \quad j = \overline{1, m}. \tag{15}$$

де $a_j^{\min}$, $a_j^{\max}$ – межі інтервалу допустимих значень a_j, які визначені виходячи з (7), (9), (12) або (13). Мінімальне $a_j^{\min}$ та максимальне $a_j^{\max}$ значення відповідають вершинам багатогранника допустимих значень і тому a_j^{cp} центровано відносно його вершин.

Для того, щоб виконувалася умова $\sum_{j=1}^{m} a_m = 1,$ далі проводиться нормування кожного зі значень a_j^{cp}, в результаті якого отримуємо:

$$a_j = \frac{a_j^{cp}}{\sum_{j=1}^{m} a_j^{cp}}, \quad j = \overline{1,m}. \tag{16}$$

Таким чином, в результаті застосування методу середньої точки отримаємо точкові значення кортежу "вагових" коефіцієнтів часткових критеріїв A=<a_1, a_2,…,a_m>. Це дозволить, по-перше, синтезувати математичну модель індивідуального багатокритеріального оцінювання, а по-друге, визначити відносні скалярні багатокритеріальні оцінки альтернатив $P(x_i)$, $i = \overline{1,n}$, що обчислені на основі A, виходячи з (2). На основі значень цих оцінок можна впорядкувати альтернативи, за ступенем їх переважності для експерта, тобто провести ранжування в порядку зростання або зменшення їх значимості для прийняття рішення.

Запропонований метод регуляризації задачі (7), (9) природно не є єдино можливим. Наприклад, в роботі [26] пропонується метод регуляризації, що базується на обчисленні чебишевської точки, а в роботі [28] − для цього використовується генетичний алгоритм.

Для верифікації запропонованих методів структурної та параметричної ідентифікації моделі оцінювання скористаємося методикою, яка називається перехресною перевіркою (cross-validation) [29]. Вона часто застосовується при невеликій кількості вихідних даних в методах машинного навчання. Перехресна перевірка в даному випадку буде використана для перевірки методу на одному і тому ж наборі даних. При перехресній перевірці дані діляться на частини – навчальну і тестову. Для реалізації методу використовуються всі, крім однієї з частин, а його тестування проводиться на частині даних, що залишилася. Ці частини можуть потім змінюватися кілька разів так, що метод реалізується і тестується на всьому наборі даних. Мета перехресної перевірки полягає в перевірці здатності моделі прогнозувати нові дані, які не використовувалися при її ідентифікації.

5. Результати дослідження методів структурної та параметричної ідентифікації математичної моделі багатокритеріального експертного оцінювання

5. 1. Розв’язання задачі структурної та параметричної ідентифікації моделі оцінювання

Для демонстрації працездатності запропонованих методів структурної та параметричної ідентифікації моделі багатокритеріального оцінювання розглянемо наступний абстрактний приклад.

Експерту пропонується для розгляду множина допустимих рішень, що складається з десяти недомінованих альтернатив, кожна з яких характеризується п'ятьма частковими критеріями.

Згенеруємо значення нормованих часткових критеріїв $K^H(x_i) = \langle k_j^H(x_i) \rangle$, $j = \overline{1,5}$ альтернатив $X \in \{x_i\}$, $i = \overline{1,10}$ за допомогою датчика випадкових чисел. Всі ці дані представлені в табл. 1.

Таблиця 1
Значення нормованих часткових критеріїв альтернатив

Альтернативи	$k_1^H(x_i)$	$k_2^H(x_i)$	$k_3^H(x_i)$	$k_4^H(x_i)$	$k_5^H(x_i)$	R^*	$P^*(x_i)$
x_1	0,23	0,45	1,00	0,00	0,12	8	0,3063
x_2	0,44	0,31	0,00	0,25	0,23	9	0,2649
x_3	0,73	0,35	0,70	0,24	0,68	7	0,4335
x_4	1,00	0,49	0,21	0,70	0,64	3	0,6145
x_5	0,22	0,37	0,37	0,87	1,00	4	0,5640
x_6	0,27	0,92	0,36	0,29	0,00	6	0,4735
x_7	0,80	0,00	0,06	1,00	0,78	5	0,5265
x_8	0,52	0,60	0,81	0,77	0,56	1	0,6704
x_9	0,51	1,00	0,27	0,46	0,71	2	0,6300
x_{10}	0,00	0,26	0,70	0,12	0,68	10	0,2550

Також випадковим чином згенеруємо послідовність (ранги) альтернатив за ступенем зменшення їх корисності для експерта (табл. 1, стовпчик R^*).

Таким чином, отримано наступне відношення лінійного порядку на множині альтернатив:

$$x_8 \succ x_9 \succ x_4 \succ x_5 \succ x_7 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_{10}. \quad (17)$$

Багатокритеріальна функція корисності альтернатив $P(x_i)$, $i = \overline{1,10}$, що виражена в адитивній формі (2) буде мати вигляд:

$$P(x_i) = a_1 k_1^H(x_i) + a_2 k_2^H(x_i) + \ldots + a_5 k_5^H(x_i), \; i = \overline{1,10}, \quad (18)$$

де a_j, $j = \overline{1,5}$ задовольняють умовам (6).

Відповідно до (2), (4) та (12) отримаємо наступну систему лінійних обмежень:

$$\begin{cases} P(x_8)-P(x_9)\geq 0, \\ P(x_9)-P(x_4)\geq 0, \\ P(x_4)-P(x_5)\geq 0, \\ P(x_5)-P(x_7)\geq 0, \\ P(x_7)-P(x_6)\geq 0, \\ P(x_6)-P(x_3)\geq 0, \\ P(x_3)-P(x_1)\geq 0, \\ P(x_1)-P(x_2)\geq 0, \\ P(x_2)-P(x_{10})\geq 0. \end{cases} \tag{19}$$

Далі переконаємося, що існує така функція виду (18), яка "описує" ("апроксимує") відношення порядку (17).

Для цього знаходимо середню точку для системи обмежень (19), тобто значення $A^* = \langle a_j^* \rangle,\ j=\overline{1,5}$, за допомогою описаного вище методу (14)−(16). Всі обчислення проводилися з використанням програмного засобу Mathcad v.14.0 (розробник − корпорація PTC, США).

В результаті, відповідно до (13) та (14) отримуємо модель індивідуального багатокритеріального оцінювання альтернатив, що має вигляд:

$$\begin{aligned} P^*(x_i) &= 0{,}149k_1^H(x_i)+0{,}313k_2^H(x_i)+0{,}123k_3^H(x_i)+ \\ &+0{,}348k_4^H(x_i)+0{,}067k_5^H(x_i). \end{aligned} \tag{20}$$

Таким чином, функція $P^*(x_i)$, яка "апроксимує" відношення порядку (17) існує.

На основі (20) можна обчислити відносні скалярні багатокритеріальні оцінки альтернатив (стовпчик $P^*(x_i)$ в табл. 1).

5. 2. Верифікація побудованої математичної моделі багатокритеріального оцінювання

Для верифікації синтезованої моделі оцінювання та методів її структурної та параметричної ідентифікації моделі оцінювання скористаємося методикою перехресної перевірки (cross-validation) [29].

Розділимо множину альтернатив $X\in\{x_i\},\ i=\overline{1,10}$ на навчальну та тестову. Нехай навчальна підмножина містить вісім альтернатив, а тестова − дві.

Проведемо серію експериментів.

Експеримент 1. Навчальна підмножина − x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8; тестова − x_9, x_{10}.

Відношення порядку, відповідно до (17) без урахування x_9 та x_{10} буде виглядати так:

$E1$: $x_8 \succ x_4 \succ x_5 \succ x_7 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_1 \succ x_2$.

Експеримент 2. Навчальна підмножина – x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_8, x_9, x_{10}; тестова – x_5, x_7.

Відповідне відношення порядку –

$E2$: $x_8 \succ x_9 \succ x_4 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_{10}$.

Експеримент 3. Навчальна підмножина – x_1, x_3, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}; тестова – x_4, x_2.

Відповідне відношення порядку –

$E3$: $x_8 \succ x_9 \succ x_5 \succ x_7 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_1 \succ x_{10}$.

Експеримент 4. Навчальна підмножина – x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_{10}; тестова – x_8, x_9.

Відповідне відношення порядку –

$E4$: $x_4 \succ x_5 \succ x_7 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_{10}$.

Експеримент 5. Навчальна підмножина – x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_9, x_{10}; тестова – x_1, x_8.

Відповідне відношення порядку –

$E5$: $x_9 \succ x_4 \succ x_5 \succ x_7 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_{10}$.

Для оцінки відповідності отриманих в ході експериментів ранжувань альтернатив по відношенню до вихідного R^* скористаємося коефіцієнтом рангової кореляції Спірмена [29]:

$$\rho_q = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(r_i^* - r_{qi} \right)^2}{n \cdot \left(n^2 - 1 \right)}, \; -1 \le \rho_q \le 1, \tag{21}$$

де r_i^* та r_{qi} – ранги (місця) в вихідному відношенні порядку альтернатив R^* та у відповідних, встановлених в ході експериментів $E1$, $E2$, …, Eq відношеннях порядку; n – кількість альтернатив $x_i \in X$.

На основі інформації про відношення порядку $E1$, $E2$, …, $E5$, що встановлені на навчальних підмножинах альтернатив та використовуючи метод середньої точки для визначення параметрів моделі багатокритеріального оцінювання корисності альтернатив (18) отримаємо:

– для $E1$ –

$$P_1(x_i) = 0{,}141k_1^H(x_i) + 0{,}267k_2^H(x_i) + 0{,}154k_3^H(x_i) + \\ +0{,}318k_4^H(x_i) + 0{,}120k_5^H(x_i); \qquad (22)$$

– для $E2$ –

$$P_2(x_i) = 0{,}150k_1^H(x_i) + 0{,}331k_2^H(x_i) + 0{,}136k_3^H(x_i) + \\ +0{,}317k_4^H(x_i) + 0{,}066k_5^H(x_i); \qquad (23)$$

– для $E3$ –

$$P_3(x_i) = 0{,}113k_1^H(x_i) + 0{,}296k_2^H(x_i) + 0{,}138k_3^H(x_i) + \\ +0{,}375k_4^H(x_i) + 0{,}079k_5^H(x_i); \qquad (24)$$

– для $E4$ –

$$P_4(x_i) = 0{,}158k_1^H(x_i) + 0{,}285k_2^H(x_i) + 0{,}125k_3^H(x_i) + \\ +0{,}338k_4^H(x_i) + 0{,}093k_5^H(x_i); \qquad (25)$$

– для $E5$ –

$$P_5(x_i) = 0{,}153k_1^H(x_i) + 0{,}319k_2^H(x_i) + 0{,}086k_3^H(x_i) + \\ +0{,}327k_4^H(x_i) + 0{,}115k_5^H(x_i). \qquad (26)$$

Також для порівняння розглянемо ситуацію коли експерт обрав тільки "найкращу" альтернативу. У нашому випадку з урахуванням (17), це означає, що альтернатива x_8 з точки зору експерта має перевагу над іншими, тобто маємо наступну інформацію – $E6$: $x_8 \succ \{x_9, x_4, x_5, x_7, x_6, x_3, x_1, x_2, x_{10}\}$, на основі якої отримаємо:

$$P_6(x_i) = 0{,}160k_1^H(x_i) + 0{,}176k_2^H(x_i) + 0{,}258k_3^H(x_i) + \\ +0{,}246k_4^H(x_i) + 0{,}159k_5^H(x_i). \qquad (27)$$

Значення відносних багатокритеріальних оцінок (функції корисності) для кожної з альтернатив $x_i \in X$, $i = \overline{1,10}$ (в тому числі і для тестової підмножини), що обчислені виходячи з $P_1(x_i)$, $P_2(x_i)$, …, $P_6(x_i)$ представлені в табл. 2.

Відповідні ранги альтернатив R_1, R_2, …, R_6, що визначені на основі значень їх функцій корисності (табл. 2), представлені в табл. 3.

Таблиця 2
Значення відносних багатокритеріальних оцінок альтернатив

Альтернативи	$P^*(x_i)$	$P_1(x_i)$	$P_2(x_i)$	$P_3(x_i)$	$P_4(x_i)$	$P_5(x_i)$	$P_6(x_i)$
x_1	0,3063	0,3210	0,3275	0,3064	0,3007	0,2786	0,3933
x_2	0,2649	0,2520	0,2631	0,2532	0,2642	0,2744	0,2233
x_3	0,4335	0,4622	0,4415	0,4260	0,4474	0,4402	0,5267
x_4	0,6145	0,6038	0,6050	0,5996	0,6209	0,6297	0,5751
x_5	0,5640	0,5833	0,5472	0,5899	0,5741	0,5830	0,5694
x_6	0,4735	0,4312	0,4861	0,4608	0,4483	0,4608	0,3696
x_7	0,5265	0,5338	0,4965	0,5348	0,5452	0,5439	0,5142
x_8	0,6704	0,6703	0,6678	0,6805	0,6673	0,6567	0,6769
x_9	0,6300	0,6118	0,6369	0,6187	0,6217	0,6526	0,5539
x_{10}	0,2550	0,2968	0,2640	0,2718	0,2655	0,2607	0,3643

Таблиця 3
Ранги альтернатив

Альтернативи	R^*	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
x_1	8	8	8	8	8	8	7
x_2	9	10	10	10	10	9	10
x_3	7	6	7	7	7	7	5
x_4	3	3	3	3	3	3	2
x_5	4	4	4	4	4	4	3
x_6	6	7	6	6	6	6	8
x_7	5	5	5	5	5	5	6
x_8	1	1	1	1	1	1	1
x_9	2	2	2	2	2	2	4
x_{10}	10	9	9	9	9	10	9
ρ_q	-	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	0,89

Також в табл. 3 представлені значення коефіцієнтів ρ_q, $q=\overline{1,6}$, які показують відхилення отриманих ранжувань R_1, R_2 …, R_6 від вихідного відношення порядку альтернатив R^*. При повному співпадінні двох ранжувань ρ_q=1.

На основі цього є підстави перейти до обговорення та аналізу результатів, які були отримані в ході проведеного комп'ютерного експерименту, щодо верифікації запропонованих методів структурної та параметричної ідентифікації моделі оцінювання.

6. Обговорення результатів досліджень методів структурної та параметричної ідентифікації моделі оцінювання

Задача багатокритеріального оцінювання альтернативних варіантів вирішення проблеми є нетривіальною внаслідок суперечливості самих критеріїв, що характеризують альтернативи. Однак вона є ключовою для процесу прийняття рішення, оскільки вибір остаточного рішення проводиться саме на підставі отриманих оцінок альтернатив.

Розглядається підхід до побудови моделі індивідуального багатокритеріального оцінювання, який базується на інформації про вже прийняті експертом рішення. Таким чином, від ОПР не потрібне явне вказування кількісних значень "вагових" коефіцієнтів критеріїв, як це зазвичай вимагається в більшості методів, що використовуються. Ідентифікація параметрів моделі оцінювання проводиться на основі інформації, яка може бути отримана двома шляхами. По-перше, на основі інформації отриманої в ході спостереження за експертом (пасивний експеримент) − в разі обирання ним "найкращої" альтернативи. По-друге, в ході проведення активного експерименту, коли експерт ранжує всі або частину альтернатив в порядку їх переважності.

Про доцільність застосування такого підходу свідчать численні дослідження, результати яких показали, що людина більш точно виконує операцію порівняння, ніж кількісного виміру (приписування конкретних чисельних оцінок).

Використання запропонованого в роботі підходу до побудови моделі багатокритеріального оцінювання альтернатив дозволяє вирішити низку задач:

1) визначити значення відносних "ваг" критеріїв в інтервальному і точковому виражeнні (20)−(25), тобто ступінь їх впливу на узагальнену оцінку альтернативи;

2) обчислити кількісні оцінки альтернатив, що дозволяє перейти від рангової шкали до шкали відносин для вимірювання корисності тієї чи іншої альтернативи (табл. 2);

3) отримати кількісні оцінки альтернатив або їх ранги для тих з них, які з якихось причин експертом не розглядалися або "нових" альтернатив, тобто провести "апроксимацію" відсутніх даних про переважність альтернатив (табл. 2, 3).

У зв'язку з обмеженою кількістю даних для верифікації моделі була використана методика перехресної перевірки [29].

Виходячи з отриманих значень коефіцієнтів Спірмена ρ_q (табл. 3), можна зробити такі висновки. В ході проведення експерименту $E1$ спостерігається дві інверсії порядку слідування (ранжування) альтернатив R_1 за зменшенням їх "корисності" по відношенню до вихідного ранжування R^* (ρ_1=0,98). В експериментах $E2-E4$ маємо одну інверсію ($\rho_2=\rho_3=\rho_4$=0,99), а в $E5$ − інверсія відсутня (ρ_5=1,00).

Це свідчить про високий ступінь адекватності запропонованої в роботі моделі індивідуального багатокритеріального оцінювання альтернатив.

Достатньо велика кількість інверсій (ρ_6=0,89) в експерименті $E6$ пояснюється повною відсутністю інформації про ранжирування альтернатив (є дані тільки про "найкращу" альтернативу). Однак, навіть в такій ситуації можна зробити висновок про доцільність побудови моделі оцінювання для прогнозування відношення порядку, встановленого на всій множині альтернатив, що пропонуються до розгляду експерту. Цей випадок особливо цінний, тому що не вимагає проведення з експертом серії активних експериментів (опитувань, анкетувань і т. п.) для отримання інформації про його переваги. Тут процес отримання інформації відбувається природним шляхом − в ході спостереження за його поведінкою (так званий пасивний експеримент).

Можливість отримувати "прогнозні" кількісні багатокритеріальні оцінки альтернатив на основі інформації про вже прийняті ОПР рішення і здійснювати їх подальше ранжування базуючись на них, є однією з головних переваг запропонованого підходу. Наприклад, при відсутності повної інформації про ранги альтернатив для кожного експерта неможливо застосувати традиційні методи перевірки узгодженості суджень експертів. Також в цьому випадку проблематичним буде використання методів обробки результатів голосування (методів Борда, Кондорсе, медіан Кемені і рангів) [1, 3], які часто застосовуються при проведенні процедур колективного експертного оцінювання [26].

Також інтервальну інформацію про "вагові" коефіцієнтах часткових критеріїв (параметрах моделі) $A = \left\langle [a_j^{\min}, a_j^{\max}],\ j = \overline{1, m} \right\rangle$, що характеризують альтернативи можна використовувати для аналізу чутливості моделі та обчислення інтервальних багатокритеріальних оцінок альтернатив, як це зроблено, наприклад, в [30].

Метод параметричної ідентифікації моделі оцінювання доцільно застосовувати в ситуації, коли обсяг вихідних даних порівняно невеликий, що найчастіше і характеризує процес експертного оцінювання при прийнятті рішень.

Крім того, класичні методи апроксимації в даному випадку не можуть бути застосовні через те, що на виході моделі маємо тільки нечислову інформацію про відношення порядку встановленого на множині альтернатив.

Можливості використання математичного апарату штучних нейронних мереж для вирішення такого роду задач будуть також обмежені, по-перше, через відсутність необхідної кількості вихідних даних, які можуть бути використані для їх навчання, а по-друге, цей апарат погано пристосований для розв'язання задач ординальної класифікації.

Недоліком і головним обмеженням використання запропонованого в роботі підходу є проблема отримання об'єктивної інформації про переваги експертів. Таку інформацію, як було зазначено вище, можна отримати тільки проводячи з експертом серії активних експериментів. Але будь-яке втручання сторонньої людини у інтелектуальний процес формування експертних суджень, так чи інакше, впливає на результат прийняття рішень та призводить до "суб'єктивізації" думок експертів. Побудова математичної моделі оцінювання тільки на основі інформації про вибір експертом тільки "найкращої" альтернативи (пасивний експеримент) призводить до зниження рівня адекватності моделі. Це відбувається через малу кількість інформації, яка використовується для розв'язання задачі знаходження параметрів моделі.

Перспективи подальших досліджень полягають у всебічній апробації розроблених моделей оцінювання при вирішенні різних практичних задач. Також перспективним є розробка гібридних методів прийняття рішень, що використовують різноманітну числову та нечислову інформацію про переваги експертів. Ці методи повинні поєднувати в собі "найкращі риси" підходів (в тому числі і представленого в даній роботі), що використовуються в наш час. Приклади створення таких гібридних методів описані в роботах [12–14, 19].

7. Висновки

1. Обґрунтовано структуру моделі багатокритеріального оцінювання на основі аксіоматики MAUT, яка може бути представлена як адитивна функція корисності альтернатив. Розроблено метод середньої точки для параметричної ідентифікації моделі, який базується на ідеях теорії компараторної ідентифікації. На відміну від існуючих підходів параметри моделі ("ваги" часткових критеріїв) визначаються на основі інформації про прийняті ОПР рішення. В методах, що застосовуються сьогодні "вагові" коефіцієнти заздалегідь постулюються експертом, на основі знань одержаних від нього за допомогою методів безпосереднього оцінювання, побудови матриць парних порівнянь або ранжування часткових критеріїв за їх "важливістю". Ця відмінність підходів частково знижує суб'єктивний вплив експертів на результат оцінювання. В результаті застосування даного підходу параметри моделі можуть бути отримані як у вигляді інтервальних, так і у вигляді точкових значень, що в свою чергу дає можливість обчислити узагальнені скалярні кількісні багатокритеріальні оцінки альтернатив. Це дозволяє отримати стійке рішення задачі вибору "найкращої" або ранжування альтернатив за ступенем їх переважності для прийняття рішень. Отримана модель індивідуального багатокритеріального оцінювання дозволяє прогнозувати значення функцій корисності альтернатив, які з якихось причин не були пред'явлені до розгляду експертам або "нових" альтернатив. Це істотно знижує витрати на проведення експертизи, оскільки в цьому випадку не потрібно додаткове залучення експертів.

2. Розроблено метод верифікації моделі оцінювання, що заснований на принципах крос-валідації. Для перевірки відповідності вихідного R^* ранжування та ранжувань R_1–R_6, що отримані в процесі комп'ютерного моделювання, було використано коефіцієнт Спірмена. Аналіз його значень (в найгіршому випадку $\rho_6=0{,}89$, а в найкращому − $\rho_5=1{,}00$) дозволяє зробити висновок про адекватність побудованої моделі багатокритеріального оцінювання.

Синтезовану модель оцінювання доцільно використовувати для вирішення широкого кола завдань, які пов'язані з автоматизацією інтелектуального процесу прийняття рішень. Запропонований в роботі підхід може бути з успіхом застосований, наприклад, для розв'язання задач оцінки якості різних проектних рішень, інвестиційного менеджменту, стратегічного планування, розробки проблемно-орієнтованих систем підтримки прийняття рішень.

Література

1. Петровский, А. Б. (2009). Теория принятия решений. М.: Издательский центр «Академия», 400.
2. Ларичев, О. И. (2000). Теория и методы принятия решений, а также хроника событий в волшебной стране. М.: Логос, 294.
3. Крючковский, В. В., Петров, Э. Г., Соколова, Н. А., Ходаков, В. Е. (2011). Интроспективный анализ: методы и средства экспертного оценивания. Херсон: Издательство Гринь Д.С., 169.
4. Тихонов, А. Н., Арсенин В. Я. (1986). Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 288.
5. Dyer, J. S. (2016). Multiattribute Utility Theory (MAUT). International Series in Operations Research & Management Science, 285–314. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4_8
6. Figueira, J. R., Mousseau, V., Roy, B. (2016). ELECTRE Methods. International Series in Operations Research & Management Science, 155–185. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4_5
7. Brans, J.-P., De Smet, Y. (2016). PROMETHEE Methods. International Series in Operations Research & Management Science, 187–219. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4_6
8. Papathanasiou, J., Ploskas, N. (2018). TOPSIS. Springer Optimization and Its Applications, 1–30. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-91648-4_1
9. Edwards, W., Barron, F. H. (1994). SMARTS and SMARTER: Improved Simple Methods for Multiattribute Utility Measurement. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 60 (3), 306–325. doi: https://doi.org/10.1006/obhd.1994.1087
10. Yu, X., Zhang, S., Liao, X., Qi, X. (2018). ELECTRE methods in prioritized MCDM environment. Information Sciences, 424, 301–316. doi: https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.09.061
11. Fei, L., Xia, J., Feng, Y., Liu, L. (2019). An ELECTRE-Based Multiple Criteria Decision Making Method for Supplier Selection Using Dempster-Shafer Theory. IEEE Access, 7, 84701–84716. doi: https://doi.org/10.1109/access.2019.2924945
12. Urli, B., Frini, A., Amor, S. B. (2019). PROMETHEE-MP: a generalisation of PROMETHEE for multi-period evaluations under uncertainty. International Journal of Multicriteria Decision Making, 8 (1), 13. doi: https://doi.org/10.1504/ijmcdm.2019.098042
13. Firgiawan, W., Zulkarnaim, N., Cokrowibowo, S. (2020). A Comparative Study using SAW, TOPSIS, SAW-AHP, and TOPSIS-AHP for Tuition Fee (UKT). IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 875, 012088. doi: https://doi.org/10.1088/1757-899x/875/1/012088

14. Mahmood, A., Abbas, M. (2020). Influence model and doubly extended TOPSIS with TOPSIS based matrix of interpersonal influences. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 39 (5), 7537–7546. doi: https://doi.org/10.3233/jifs-200833

15. Fahlepi, R. (2020). Decision Support Systems Employee Discipline Identification Using The Simple Multi Attribute Rating Technique (SMART) Method. Journal of Applied Engineering and Technological Science (JAETS), 1 (2), 103–112. doi: https://doi.org/10.37385/jaets.v1i2.67

16. Borissova, D., Keremedchiev, D. (2019). Group Decision Making in Evaluation and Ranking of Students by Extended Simple Multi-Attribute Rating Technique. Cybernetics and Information Technologies, 19 (3), 45–56. doi: https://doi.org/10.2478/cait-2019-0025

17. Sari, J. P., Gernowo, R., Suseno, J. E. (2018). Deciding Endemic Area of Dengue Fever using Simple Multi Attribute Rating Technique Exploiting Ranks. 2018 10th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE). doi: https://doi.org/10.1109/iciteed.2018.8534882

18. Saaty, T. L. (2016). The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making. International Series in Operations Research & Management Science, 363–419. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4_10

19. Hassen, M. B., Halim, M. T., Abualsauod, E., Othman, A. (2020). Quality yarn index using AHP and Fuzzy method. Industria Textila, 71 (05), 487–491. doi: https://doi.org/10.35530/it.071.05.1699

20. Starčević, S., Bojović, N., Junevičius, R., Skrickij, V. (2019). Analytical hierarchy process method and data envelopment analysis application in terrain vehicle selection. Transport, 34 (5), 600–616. doi: https://doi.org/10.3846/transport.2019.11710

21. Septifani, R., Deoranto, P., Armanda, T. W. (2020). Employee Performance Assessment Using Analytical Network Process and Rating Scale. Jurnal Teknik Industri, 21 (1), 70–79. doi: https://doi.org/10.22219/jtiumm.vol21.no1.70-79

22. Gunduz, M., Khader, B. K. (2020). Construction Project Safety Performance Management Using Analytic Network Process (ANP) as a Multicriteria Decision-Making (MCDM) Tool. Computational Intelligence and Neuroscience, 2020, 1–11. doi: https://doi.org/10.1155/2020/2610306

23. Bafahm, A., Sun, M. (2019). Some Conflicting Results in the Analytic Hierarchy Process. International Journal of Information Technology & Decision Making, 18 (02), 465–486. doi: https://doi.org/10.1142/s0219622018500517

24. Подиновский, В. В., Гаврилов В. М. (2016). Оптимизация по последовательно применяемым критериям. М.: ЛЕНАНД, 194.

25. Ovezgel’dyev, A. O., Petrov, K. É. (1996). Comparision identification of models of intelligent activity. Cybernetics and Systems Analysis, 32 (5), 647–654. doi: https://doi.org/10.1007/bf02367768

26. Petrov, K. E., Deineko, A. O., Chala, O. V., Panforova, I. Y. (2020). The method of alternative ranking for a collective expert estimation procedure. Radio Electronics, Computer Science, Control, 2, 84–94. doi: https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-2-9

27. Keeney, R. L., Raiffa, H. (1993). Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs. Cambridge University Press, 569. doi: https://doi.org/10.1017/cbo9781139174084

28. Ovezgel'dyev, A. O., Petrov, K. E. (2007). Modeling individual multifactor estimation using GMDH elements and genetic algorithms. Cybernetics and Systems Analysis, 43 (1), 126–133. doi: https://doi.org/10.1007/s10559-007-0031-0

29. Bruce, P., Bruce, A., Gedeck, P. (2020). Practical statistics for data scientists: 50+ Essential concepts using R and Python. O'Reilly Media, 368.

30. Ovezgeldyev, A. O., Petrov, K. E. (2016). Fuzzy-Interval Choice of Alternatives in Collective Expert Evaluation. Cybernetics and Systems Analysis, 52 (2), 269–276. doi: https://doi.org/10.1007/s10559-016-9823-4