Revista de la Escuela Colombiana de Ingeniería, N.° 103
ISSN 0121-5132 Enero-marzo de 2016, pp. 19-27

Optimización binivel: nuevas perspectivas de aplicación en la planeación y control de operaciones e inventarios

Bilevel optimization: New perspectives in application to operations and inventory planning and control

CARLOS RODRIGO RUIZ CRUZ - WILLIAM JAVIER GUERRERO RUEDA - SONIA ALEXANDRA JAIMES SUÁREZ - ANGÉLICA SARMIENTO LEPESQUEUR
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

carlosr.ruiz@escuelaing.edu.co - william.guerrero@escuelaing.edu.co - sonia.jaimes@escuelaing.edu.co - angelica.sarmiento@escuelaing.edu.co

Recibido: 25/10/2015 Aceptado: 23/03/2016
Disponible en http://www.escuelaing.edu.co/revista.htm

Resumen

La optimización binivel consiste en cambiar el paradigma de optimización tradicional, donde un solo agente selecciona su objetivo. Su principal aporte es lograr considerar la interacción que existe entre las decisiones que toman dos tipos de agentes: un líder y un seguidor. En este artículo se exploran posibles campos de aplicación de la optimización binivel, en particular como apoyo a la toma de decisiones en la planeación y control de operaciones e inventarios. Se presenta una visión general de las características de esta técnica y diferentes contextos prácticos en los cuales se ha utilizado. Finalmente, se hace énfasis en la importancia de esta técnica para el desarrollo de investigación aplicada en temas de programación de operaciones, gestión de inventarios y gestión de la cadena de abastecimiento, con nuevas perspectivas para desarrollo de trabajos en este campo.

Palabras claves: optimización binivel, gestión de operaciones, gestión de inventarios.

Abstract

Bilevel optimization consists on reevaluating the paradigm imposed by traditional optimization approaches where a single agent decides the goal to be reached. The main contribution of this new approach is to make a more accurate modelling of the interaction between decisions made by two types of agents: the leader and the follower. In this paper, potential fields of application for bilevel optimization models are discussed, especially those associated to decision-making tools for operations and inventory management. A general overview of this modelling technique is presented and different practical applications are analyzed. Finally, special focus is given to the potential benefits this technique can provide to applied research in fields such as operations scheduling, inventory management, and supply chain management problems.

Keywords: bilevel optimization, operations management, inventory management.

INTRODUCCIÓN

Las técnicas de optimización son un componente integral en el análisis, diseño y mejoramiento de todo tipo de sistemas, desde los sistemas productivos hasta los sistemas sociales y económicos. La mayoría de los problemas de programación matemática tradicionales buscan encontrar la solución óptima desde el punto de vista de un solo decisor, contemplando uno o varios objetivos; por ejemplo, el gerente que debe decidir sobre los niveles de producción que tiene que lograr para maximizar las ganancias de su compañía o el conductor que debe decidir la ruta que tiene que tomar para llegar a otra ciudad en forma más rápida. En estas decisiones existe un solo objetivo o meta (función objetivo), enfocado en maximizar utilidades o minimizar el tiempo del recorrido, además de un solo decisor: el gerente o el conductor.

Métodos como la programación multiobjetivo [1] surgen como una forma de enfrentar aquellos problemas en los cuales se persigue más de una meta en el proceso de toma de decisiones.

En el caso de la alta gerencia se podría buscar, por ejemplo, además de maximizar su utilidad, maximizar la eficiencia de su planta de producción o minimizar el impacto ambiental de sus operaciones, entre otros.

Por otra parte, un conductor de un vehículo puede querer minimizar el tiempo de recorrido y a su vez minimizar el consumo de gasolina o minimizar el pago de peajes. Sin embargo, la programación multiobjetivo no considera las dinámicas que se generan entre los decisores.

Supongamos ahora que en la red de carreteras por la cual se puede desplazar un conductor existe un concesionario encargado de su administración, que obtiene sus ingresos a través de los peajes instalados. Por lo tanto, este concesionario, o decisor, debe establecer dónde ubicar los peajes y las tarifas, de tal manera que saque la mayor utilidad. Sin embargo, sus decisiones afectan la decisión de los conductores, ya que si existen muchos peajes, o sus valores son muy altos, éstos podrían decidir tomar otras rutas, de tal modo que los ingresos en los peajes se verían disminuidos y no se lograrían los ingresos que inicialmente había previsto el administrador de la concesión. En este caso, se puede observar que las determinaciones tomadas por cada decisor afectan al otro.

La característica fundamental de este problema es la relación jerárquica, y posiblemente conflictiva, entre dos decisores autónomos. Este problema particular se ha estudiado extensamente [2]. Por la naturaleza particular de este tipo de problemas, y la gran cantidad de problemas similares de la vida diaria, aparece la optimización, o programación binivel, como alternativa para hacer una modelación matemática de éstos.

A lo largo de este artículo se pretende presentar una visión general de las características de esta técnica y diferentes contextos prácticos en los cuales se ha utilizado. En la sección siguiente se busca describir la estructura de un modelo de optimización basado en programación binivel, y luego se presenta un resumen de aplicaciones de modelos de programación binivel que se encuentran en la bibliografía científica. Finalmente, se abre un debate en torno al potencial de aplicación de la programación binivel en problemas de planeación y control de operaciones e inventarios, haciendo énfasis en la importancia de esta técnica para el desarrollo de investigación aplicada, con nuevas perspectivas para desarrollo de trabajos en este campo.

MODELOS DE PROGRAMACIÓN BINIVEL

Los problemas de programación binivel (*Bilevel programming problem*, BLPP) se caracterizan por considerar dos niveles jerárquicos de decisión, cada uno de ellos con un punto de vista que puede ser diferente. Las decisiones de cada uno afectan al otro, pero no necesariamente controlan sus acciones [3]. La optimización binivel está relacionada con los conceptos desarrollados por Von Stackelberg [4] en la teoría de juegos. Un BLPP se puede considerar como un juego estático, no cooperativo, con información perfecta entre dos jugadores que buscan optimizar sus beneficios. En el modelo básico, el control de las variables de decisión está dividido entre dos jugadores que buscan optimizar su utilidad individual. Se presume un juego estático, ya que cada jugador tiene un solo movimiento. El líder decide primero y trata de obtener el mejor resultado, considerando de manera anticipada todas las posibles respuestas de su oponente o seguidor. El seguidor observa esta decisión y reacciona en tal forma que logre el mejor beneficio, sin considerar los efectos que esto pueda generar en su oponente. Debido a que el conjunto de opciones factibles para cada jugador es interdependiente, la decisión del líder afecta el resultado del seguidor y sus alternativas, y viceversa. La información perfecta se asume, ya que ambos jugadores conocen el objetivo y las opciones factibles disponibles para el otro.

Una característica fundamental de los modelos binivel es que el decisor en uno de los niveles puede influenciar el comportamiento del decisor en otro nivel, pero no controlar por completo sus acciones. Adicionalmente, las funciones objetivo de cada nivel pueden, en parte, ser determinadas por variables controladas por otros niveles. Las características fundamentales de un BLPP son [5]:

- Existen unidades de decisión que interactúan dentro de una estructura predominantemente jerárquica.
- Cada nivel ejecuta sus políticas después, y considerando las decisiones de los otros niveles.
- Cada nivel maximiza su beneficio neto (o minimiza sus costos netos) en forma independiente, es decir, no se permite hacer acuerdos entre las partes.
- El efecto del nivel superior en el problema del nivel inferior se refleja en su función objetivo y el conjunto de sus soluciones factibles.

La estructura matemática general de un BLPP es:

$$
\begin{aligned}
&\min_{x\in X} F(x,y)\\
&s.a.\\
&\qquad G(x,y)\le 0\\
&\qquad \min_{y\in Y} f(x,y)\\
&\qquad s.a.\\
&\qquad\qquad g(x,y)\le 0
\end{aligned}
$$

En esta formulación se evidencia la estructura jerárquica del problema, donde el nivel superior tiene control sobre el conjunto de variables $x \in X \subset R^n$ y el nivel inferior tiene control sobre el conjunto de variables $y \in Y \subseteq R^m$. Con una función objetivo del nivel superior, o líder, *F(x,y)*, y una función objetivo del nivel inferior, o seguidor, *f(x,y)*. En el ejemplo, los dos niveles tienen un objetivo de minimización. Sin embargo, éste puede ser de maximización o combinación de los dos criterios. *G(x,y)* representa el conjunto de restricciones del nivel superior y *g(x,y)* el conjunto de restricciones del nivel inferior. En el ejemplo, los conjuntos de restricciones se establecen como menor o igual, pero pueden tomar forma de igualdad (=) o de mayor o igual (≥). Adicionalmente, dependiendo de las formas funcionales de *F, f, G y g* se tienen diferentes versiones del BLPP.

Se define como *región inducida* al conjunto factible de soluciones del problema. Este conjunto usualmente es no convexo y puede estar desconectado [6]. Jeroslow [7] fue el primero en demostrar que los problemas de BLPP son NP-Hard. Varios enfoques de solución se utilizan para resolver este tipo de problemas, que pueden clasificarse en las siguientes categorías:

- Métodos de enumeración de vértices [8].
- Reformulación utilizando las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker [9].
- Enfoques difusos (*Fuzzy approach*) [10].
- Métodos metaheurísticos [11]-[13].

APLICACIONES DE LA PROGRAMACIÓN BINIVEL

La primera definición formal de la programación binivel la hicieron Chandler y Norton [14], como una generalización de la programación matemática. Los autores definieron la estructura matemática general del problema e identificaron las diferencias fundamentales con los métodos de optimización tradicionales con un solo decisor. En igual forma, aplicaron este enfoque a un caso de agricultura en México. En el modelo se consideraba un nivel superior, llamado también nivel de políticas, en el cual los responsables de las políticas económica y agrícola estaban interesados en desarrollar instrumentos que aumentaran el nivel de empleo, los ingresos de los agricultores y los niveles de producción. Para lograr estos objetivos se consideraban restricciones en los subsidios, los precios de compra de los productos agrícolas, el presupuesto disponible y las cargas impositivas. En el nivel inferior, denominado también nivel comportamental, se tomaba en cuenta la decisión de los productores agrícolas para maximizar sus utilidades definiendo los tipos de cultivos que se debían seleccionar, las inversiones en infraestructura y las fuentes de financiamiento, entre otras, considerando restricciones como disponibilidad de tierra, agua, mano de obra, balance de insumos y productos, entre otros factores de la actividad agrícola. Además de los resultados en cuanto a recomendaciones sobre las mejores políticas e instrumentos para estimular la actividad agrícola y la propia operación de estos sectores, los autores destacan el hecho de que se evidenciaba cómo la descentralización de la economía, sin importar la eficiencia que se pudiera lograr, no lograba satisfacer objetivos sociales por sí sola.

A partir del trabajo de estos pioneros se desarrollaron más modelos en el contexto de la planeación económica en ámbitos regionales o nacionales. En este tipo de problemas el gobierno actúa como líder y controla un conjunto de políticas de fomento o regulación con fines como maximizar el empleo, los ingresos por contribuciones o minimizar el uso de algún recurso, mientras que los sectores económicos actúan en consecuencia a estos instrumentos como seguidores, buscando maximizar sus utilidades, haciendo el mejor uso de su tecnología y recursos disponibles.

Debido a que en diversos contextos se encuentran problemas que cumplen con las características de un BLPP, su empleo se ha extendido a otras áreas del conocimiento diferentes de la económica. A continuación se presentan una revisión de algunos de los campos de aplicación donde se ha usado esta técnica, el enfoque del modelo en relación con los niveles que participan, sus objetivos, el tipo de variables de decisión empleadas y el tipo de método de solución utilizado (figura 1). Para una revisión de la bibliografía enfocada en los métodos de solución de modelos basados en optimización binivel, ver Colson et al. [6].

POTENCIAL DE APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN BINIVEL EN PROBLEMAS DE PLANEACIÓN Y CONTROL DE OPERACIONES E INVENTARIOS

La gestión de operaciones tiene como objetivo general satisfacer las necesidades del cliente al menor costo posible, o mayor utilidad, haciendo el mejor uso posible de los recursos disponibles. Esto se traduce en que las empresas deben ser eficientes y competitivas en diferentes aspectos. La estructura de toma de decisiones para lograr estos objetivos consiste por lo general en tres actividades:

- *Planeación de la producción*. Su objetivo es definir un plan a través del cual se logre balancear la oferta de recursos y demanda de productos, mediante el pronóstico, planeación, maestra, planeación de requerimientos y planeación de la capacidad.
- *Implementación y control*. El objetivo es llevar a cabo los planes propuestos en la planeación de producción. Se realizan dos tareas: la programación y control de las órdenes de producción y la gestión de compras.
- *Gestión de inventarios*. Se busca tener los niveles adecuados para soportar las actividades productivas o la demanda a lo largo del tiempo.

A renglón seguido se presenta la estructura relacional entre estas tres actividades (figura 1):

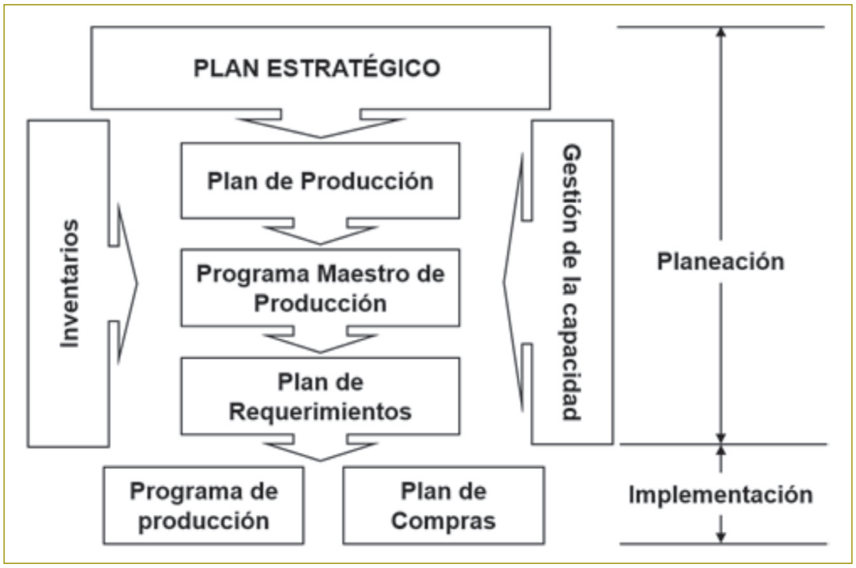

Figura 1. Proceso de toma de decisiones en la planeación y control de operaciones e inventarios. Adaptado de Arnold et al. [34].

Tabla 1
Resumen de algunos campos de aplicación de la optimización binivel

Referencia	Campo de aplicación	Niveles que intervienen en la decisión		Objetivos		Variables de decisión		Método de solución	
		Nivel superior	Nivel inferior	Nivel superior	Nivel inferior	Continuas	Discretas	Exacto	Heurístico
[15]	Diseño de políticas económicas	Gobierno	Industria petroquímica	Minimizar los subsidios	Maximizar utilidades	x			x
[16]	Diseño de políticas económicas	Empresa de generación y transmisión de energía eólica	Mercado de energía	Maximizar utilidad	Maximizar el bienestar	x		x	
[17]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Maximizar utilidad de los peajes	Minimizar costos		x	x	
[18]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Maximizar utilidad de los peajes	Minimizar costos		x		x
[19]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Minimizar las emisiones	Minimizar el tiempo de viaje	x			x
[20]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Minimizar las emisiones	Minimizar el tiempo de viaje	x			x
[21]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Minimizar inversiones	Minimizar costos	x			x
[22]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Minimizar costos	Minimizar costos	x	x		x
[23]	Gestión de tráfico	Autoridad de transporte	Usuarios de las vías	Minimizar costos	Minimizar costos	x			x
[24]	Ingeniería genética	Red metabólica central	Reacciones	Maximizar la producción de compuestos	Maximizar biomasa	x			x
[25]	Ingeniería genética	Red metabólica central	Reacciones	Maximizar la producción de compuestos	Maximizar estabilidad				
[26]	Gestión de ingresos	Distribuidor de fertilizantes	Agricultores	Maximizar utilidad	Minimizar costos	x		x	
[27]	Gestión de ingresos	Aerolínea	Pasajeros	Maximizar ingresos	Minimizar costos	x			x
[28]	Gestión de ingresos	Aerolínea	Pasajeros	Maximizar ingresos	Minimizar costos	x			x
[29]	Ingeniería eléctrica	Pronóstico de carga	Red neuronal	Minimizar el error porcentual medio absoluto (MAPE)	Minimizar la raíz del error cuadrático medio (RMSE)	x			x
[30]	Ingeniería eléctrica	Empresa de generación y transmisión de energía	Mercado de energía	Minimizar inversión	Maximizar el bienestar	x	x	x	
[31]	Ingeniería eléctrica	Empresa de generación y transmisión de energía	Mercado de energía	Maximizar utilidad	Maximizar el bienestar	x		x	
[32]	Seguridad pública y de instalaciones	Grupo terrorista	Operador del sistema eléctrico	Minimizar el nivel de carga del sistema atacado	Minimizar el nivel de carga no atendida	x			x
[33]	Seguridad pública y de instalaciones	Operador del sistema eléctrico	Grupo terrorista	Maximizar el nivel operativo del sistema	Maximizar el daño	x	x		x

Muchos problemas de toma de decisiones en el campo de la gestión de operaciones e inventarios tienen las características propias de un BLPP, algo natural en el contexto de la planeación de las operaciones y la gestión de la cadena de abastecimiento de una compañía. En éstas existen niveles jerárquicos, representados por la gerencia general y las divisiones o áreas funcionales de la compañía, por ejemplo, producción, finanzas, mercadeo, etc.

La gerencia general puede definir un conjunto de políticas en relación con el uso de los recursos, con lo cual se afectan las estrategias que pueden seguir las áreas funcionales. Por ejemplo, la gerencia puede establecer una política de pago de incentivos por antigüedad del personal en la empresa para reducir la rotación de personal; sin embargo, esta política afectaría las estrategias de producción que se podrían llevar a cabo. En particular, no se podrían utilizar estrategias de persecución de la demanda, que implicarían contrataciones y despidos para poder modificar los niveles de producción; en consecuencia, el plan de producción que se escoja, entre las alternativas diferentes de aquella que ya no se podría llevar a cabo, afectaría las utilidades de la compañía, que la gerencia general tendría como objetivo maximizar.

Esta decisión del nivel óptimo de producción también puede verse afectada por decisiones de precios de venta, que estimulan la demanda; sin embargo, debido a las restricciones que pueden tener los sistemas productivos, tales como capacidad, costos fijos, estacionalidad, costos de alistamiento e inventario, se debe considerar también la combinación de niveles de producción e inventarios que minimicen los costos. De este modo, las decisiones de precios pueden tener efecto en las utilidades y la gestión del sistema productivo y, a su vez, la forma en que se opere el sistema puede afectar las utilidades y el precio al cual es adecuado vender los productos.

Otro ejemplo se observa en las decisiones estratégicas en un sistema productivo, en el que la localización de instalaciones también se puede modelar con esta técnica. El nivel superior decide sobre el conjunto de plantas que hay que abrir y la capacidad de cada una, mientras que el nivel inferior debe establecer la mejor estrategia de producción con el conjunto de plantas abiertas. Gang et al. [35] proponen un modelo de este tipo, para la localización de parques industriales.

En relación con las decisiones tácticas, aquellas enfocadas en la planeación a mediano plazo, se han propuesto modelos para tomar decisiones jerárquicas. Calvete et al. [36] propusieron un modelo binivel para simultáneamente planear la producción y distribución física, en el cual en el nivel superior se controla la asignación de clientes que hay que atender desde los centros de distribución, las rutas para atenderlos y la cantidad de productos en cada centro de distribución, mientras que en el nivel inferior se decide en qué planta se fabrica cada uno de los productos. Yan et al. [37] y Wang et al. [38] formularon modelos binivel para decidir, en el nivel superior, la configuración óptima de las familias de módulos para entornos de manufactura de ensamble contra pedido, y en el inferior decidir sobre la configuración de la cadena de abastecimiento para su distribución.

En el ámbito de las decisiones operativas, un problema de particular interés en la gestión de operaciones e inventarios es el de programación de producción. Los problemas en este campo consisten en asignar recursos a lo largo del tiempo para desarrollar el conjunto de tareas necesarias para completar una orden de producción [39].

La complejidad de la programación de producción se evidencia en varios aspectos: primero reside en la naturaleza de los recursos que pueden estar involucrados, como máquinas, mano de obra, dinero, energía, herramientas, espacio, etc. Segundo, en las características propias de las órdenes, ya que éstas pueden tener fechas de entrega, tiempos de disponibilidad, diferente importancia, necesidades de alistamiento, etc. Tercero, en las características del sistema productivo, puesto que la naturaleza de los sistemas productivos depende de la característica de sus procesos y los flujos que se dan a través de ellos; por ejemplo, un sistema de producción en línea, en el cual todas las órdenes de producción siguen la misma secuencia de operaciones, representa un problema diferente de un sistema de producción tipo taller, en el cual las órdenes tienen secuencias de producción distintas.

Por último, los indicadores de desempeño pueden ser variados, dependiendo de la estrategia competitiva y de operaciones de la empresa; una compañía que produzca por pedido generalmente está interesada en que se cumpla a cabalidad la fecha pactada de entrega al cliente, pero en una empresa que produzca contra inventario, en masa, este objetivo no es el más relevante, primero porque produce antes de que sus clientes le hayan pedido y segundo porque sus prioridades están en lograr la mayor eficiencia en costos, por lo cual su desempeño se mide fundamentalmente en estos términos.

Dado todo lo anterior, proponer soluciones en esta materia se convierte en una tarea compleja que, dependiendo de las características del problema analizado, requiere técnicas como la programación entera mixta o el uso de reglas de despacho, heurísticas o metaheurísticas. Sin embargo, explorar nuevas técnicas de optimización que puedan soportar las decisiones complejas en programación de producción se convierte en un campo de interés no sólo en el ámbito académico sino también en el industrial.

Por otra parte, en cuanto a los problemas de inventarios, las decisiones básicas que se deben tomar son cuándo y cuánto pedir de los artículos que se utilizan en el sistema productivo o que se suministran a los clientes. A través de las decisiones que se tomen se deben lograr en forma simultánea dos objetivos. El primero es que las cantidades que se mantienen en inventario deben servir para satisfacer las necesidades del sistema productivo o de los clientes, y el segundo es que los costos que generan estas decisiones deben ser lo más bajos posible. La estructura de niveles en este tipo de problemas puede ser de dos tipos:

- *Interacción entre eslabones de una cadena de abastecimiento*. Existen productores y compradores que interactúan en una estructura predominantemente jerárquica y que buscan, de manera independiente, minimizar sus costos.
- *Interacción entre unidades de una compañía*. Para el área de operaciones su objetivo fundamental es maximizar la eficiencia del sistema, generalmente a través de la mayor utilización, y menores costos, del sistema productivo. Esto se puede traducir en mayores niveles de inventarios debido a que se pueden producir, o pedir, lotes más grandes, lo que aumenta los costos asociados al almacenamiento. El área de mercadeo busca satisfacer la mayor cantidad de demanda posible, que como consecuencia puede traer aumentos en los costos de almacenamiento debido a la necesidad de incrementar los niveles de inventario para que los niveles de servicio sean mayores. Por su parte, el área financiera preferiría inventarios más bajos, ya que éstos generan costos a las compañías debido al costo de oportunidad del dinero invertido en ellos, así como que por tratarse de un activo hay que pagar impuestos.

Estos objetivos diversos de las áreas funcionales en relación con los niveles adecuados de inventarios de una misma organización permiten que el uso de nuevas técnicas de optimización sean apropiadas para hacer frente a la toma de decisiones en este tipo de problemas, más aún cuando la mayoría de las técnicas tradicionales empleadas en este tipo de situaciones apuntan al uso de un solo objetivo, partiendo del supuesto de que el cumplimiento de éste lleva al mejor escenario de todos los actores involucrados en el problema.

Entre las nuevas técnicas utilizadas en problemas como los descritos en párrafos anteriores se encuentra la optimización binivel. El uso de la optimización binivel ha sido relativamente poco para modelar problemas de gestión de operaciones e inventarios. Los modelos de optimización que tradicionalmente se han empleado son monoobjetivo o multiobjetivo, y enfocados en encontrar una solución óptima para un solo tomador de decisiones. Sin embargo, muchos problemas de programación tienen una estructura jerárquica de decisión, en la cual cada nivel puede tener diferentes objetivos y, en algunos casos, conflictivos. Por ejemplo, querer entregar a tiempo las órdenes generalmente está en conflicto con el uso eficiente de la planta o los equipos.

Los desarrollos en este campo han sido pocos [40]. Karlof y Wang [41] desarrollan un modelo para un sistema *flowshop* en el cual el jefe del taller, nivel superior, decide la asignación de operarios a un conjunto de máquinas, con el objetivo de minimizar el tiempo total de flujo en razón de que la remuneración se hace con base en este indicador, mientras que el nivel inferior, asociado al cliente, desea minimizar el *makespan* debido a que interesa que los trabajos se terminen lo antes posible y su decisión consiste en establecer la mejor secuencia de procesamiento. Lukac et al. [42] aplican BLPP a un sistema compuesto de dos máquinas, con tiempos de alistamiento dependientes de la secuencia. En el nivel superior se pretende minimizar el tiempo total de alistamiento y en el nivel inferior minimizar los costos asociados a la producción, almacenamiento y alistamiento de las máquinas. Kis y Kovacs [40] proponen un conjunto de potenciales aplicaciones del BLPP en la programación de producción para configuraciones de una máquina y máquinas paralelas, para los cuales proponen dos categorías de clasificación de los problemas. La primera para aquellos en los cuales las funciones objetivo de los niveles son del mismo tipo, por ejemplo, minimizar el tiempo total de terminación. La segunda con funciones objetivo diferentes, por ejemplo, minimizar el *makespan* en un nivel y minimizar el número de trabajos tardíos en el otro. Kasemset y Kachitvichyanukul [43] propusieron un modelo de programación de un *jobshop* usando conceptos de la teoría de restricciones (TOC), donde en el nivel superior se busca minimizar el tiempo ocioso del cuello de botella mientras que en el nivel inferior se busca minimizar, en forma ponderada, el *makespan*, la tardanza máxima y el adelanto máximo.

A diferencia de la planeación de operaciones, el empleo de BLPP se encuentra en un estado un poco más desarrollado para el tipo de problemas en los cuales existe una relación jerárquica entre eslabones de una cadena de abastecimiento, donde los problemas analizados tienen implícitos varios actores con objetivos diferentes, pero con acceso a los mismos recursos para el cumplimiento de sus objetivos.

Los modelos que se han desarrollado a la fecha, en BLPP, son de dos eslabones, dejando campo al estudio de modelos multinivel que sean aplicables a cadenas de abastecimiento de múltiples eslabones. Se destacan los trabajos de Chang et al. [44], quienes abordan el problema del vendedor de periódicos [45] en un sistema de dos eslabones, con objetivos relacionados con la maximización del beneficio para el productor y minimizar el valor en riesgo condicional (CVaR [46]) para el detallista. Abdelaziz y Mejri [47] analizan el caso de una compañía con un centro de distribución que soporta dos cadenas, con objetivos relacionados con la minimización de costos de inventario y de operación del centro de distribución. Yao y Xu [48] desarrollan un modelo binivel para simultáneamente minimizar los costos esperados, asociados al inventario de un productor y maximizar la utilidad esperada del comprador en una cadena de suministro con múltiples artículos. Zegordi y Mokhlesian [49] desarrollaron un modelo para definir los niveles de inventario en una cadena de abastecimiento de artículos perecederos, considerando la coordinación entre productor y detallista a través de una estrategia de inversión en publicidad. Sin embargo, no se han explorado aplicaciones de modelos binivel para resolver problemas de toma de decisiones relacionadas con inventarios en los cuales se coordinan unidades de una misma compañía.

Como se ha mostrado, el potencial de aplicación de BLPP en estas áreas es muy amplio. Esto abre un vasto campo para el estudio, no sólo para investigadores en el campo de gestión de operaciones e inventarios, sino también en diversas áreas de la ingeniería industrial y otros campos del conocimiento. Adicionalmente, se ha mostrado la importancia de desarrollar investigación aplicada en esta técnica en procura de desarrollar herramientas de toma de decisiones, específicamente en las áreas de programación de operaciones, gestión de inventarios y gestión de la cadena de abastecimiento.

- Esta técnica ofrece, en particular, oportunidades de investigación en temas como planeación de producción y programación de órdenes simultánea.
- Planeación maestra de producción (MPS), considerando decisiones de requerimientos de materiales (MRP).
- Decisiones de gestión de inventarios, considerando decisiones financieras y de mercadeo.

REFERENCIAS

[1] T. W. Ruefli, "A Generalized Goal Decomposition Model," *Manage. Sci.*, vol. 17, N.° 8, p. B505–B518, Apr. 1971.
[2] N. I. Kalashnykova, V. V. Kalashnikov, and R. C. H. Maldonado, "Bilevel Toll Optimization Problems: A Heuristic Algorithm Based Upon Sensitivity Analysis," Springer Berlin Heidelberg, 2012, pp. 135-143.
[3] W. F. Bialas and M. H. Karwan, "Two-level linear programming," *Manage. Sci.*, vol. 30, N.° 8, pp. 1004-1020, 1984.
[4] H. Von Stackelberg, *The theory of the market economy*. Oxford University Press, 1952.
[5] J. F. Bard, *Practical bilevel optimization: algorithms and applications*. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.
[6] B. Colson, P. Marcotte, and G. Savard, "An overview of bilevel optimization," *Ann. Oper. Res.*, vol. 153, N.° 1, pp. 235-256, Apr. 2007.
[7] R. G. Jeroslow, "The polynomial hierarchy and a simple model for competitive analysis," *Math. Program.*, vol. 32, N.° 2, pp. 146-164, Jun. 1985.
[8] J. Bard and J. Moore, "A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem," *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 1990.
[9] S. Dempe and A. B. Zemkoho, "On the Karush-Kuhn-Tucker reformulation of the bilevel optimization problem," *Nonlinear Anal. Theory, Methods Appl.*, vol. 75, N.° 3, pp. 1202-1218, Feb. 2012.
[10] M. Sakawa, I. Nishizaki, and Y. Uemura, "Interactive fuzzy programming for multilevel linear programming problems," *Comput. Math. with Appl.*, vol. 36, N.° 2, pp. 71-86, Jul. 1998.
[11] M. Gendreau, P. Marcotte, and G. Savard, "A hybrid Tabu-ascent algorithm for the linear Bilevel Programming Problem," *J. Glob. Optim.*, vol. 8, N.° 3, pp. 217–233, Apr. 1996.
[12] S. Hejazi and A. Memariani, "Linear bilevel programming solution by genetic algorithm," *Comput. Oper. …*, 2002.
[13] K. Sahin and A. Ciric, "A dual temperature simulated annealing approach for solving bilevel programming problems," *Comput. Chem. Eng.*, 1998.

[14] W. Norton, R. Candler, "Multi-level programming and development policy," pp. 1-56, May 1977.
[15] J. F. Bard, J. Plummer, and J. Claude Sourie, "A bilevel programming approach to determining tax credits for biofuel production," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 120, N.° 1, pp. 30-46, Jan. 2000.
[16] L. Baringo and A. J. Conejo, "Wind power investment within a market environment," *Appl. Energy*, vol. 88, N.° 9, pp. 3239-3247, Sep. 2011.
[17] M. Labbé, P. Marcotte, and G. Savard, "A Bilevel Model of Taxation and Its Application to Optimal Highway Pricing," *Manage. Sci.*, Dec. 1998.
[18] V. V. Kalashnikov, N. I. Kalashnykova, and R. C. Herrera-Maldonado, "Solving the toll optimization problem by a heuristic algorithm based upon sensitivity analysis," in *2014 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 2014, pp. 682–686.
[19] Y. Yin and S. Lawphongpanich, "Internalizing emission externality on road networks," *Transp. Res. Part D Transp. Environ.*, vol. 11, N.° 4, pp. 292-301, Jul. 2006.
[20] S. Sharma and T. V Matthew, "Transportation Network Design with Emission Pricing as a Bilevel Optimization Problem," in *Transportation Research Board 86th Annual Meeting*, 2007.
[21] S. Sharma and T. V Mathew, "Multiobjective network design for emission and travel-time trade-off for a sustainable large urban transportation network," *Environ. Plan. B Plan. Des.*, vol. 38, N.° 3, pp. 520-538, Jun. 2011.
[22] H. Zhang and Z. Gao, "Bilevel programming model and solution method for mixed transportation network design problem," *J. Syst. Sci. Complex.*, vol. 22, N.° 3, pp. 446-459, Jul. 2009.
[23] S.-W. Chiou, "Bilevel programming for the continuous transport network design problem," *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 39, N.° 4, pp. 361-383, May 2005.
[24] P. Pharkya, A. P. Burgard, and C. D. Maranas, "Exploring the overproduction of amino acids using the bilevel optimization framework OptKnock," *Biotechnol. Bioeng.*, vol. 84, N.° 7, pp. 887-899, Dec. 2003.
[25] Y. Chang and N. Sahinidis, "Optimization of metabolic pathways under stability considerations," *Comput. Chem. Eng.*, 2005.
[26] J. Fortuny-Amat and B. McCarl, "A Representation and Economic Interpretation of a Two-Level Programming Problem," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 32, N.° 9. pp. 783-792, 1981.
[27] J.-P. Côté, P. Marcotte, and G. Savard, "A bilevel modelling approach to pricing and fare optimisation in the airline industry," *J. Revenue Pricing Manag.*, vol. 2, N.° 1, pp. 23-36, Apr. 2003.
[28] P. Marcotte, G. Savard, and D. Zhu, "Mathematical structure of a bilevel strategic pricing model," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 193, N.° 2, pp. 552-566, Mar. 2009.
[29] J. A. Keane, "Short-Term and Midterm Load Forecasting Using a Bilevel Optimization Model," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, N.° 2, pp. 1080-1090, May 2009.
[30] L. P. Garcés, A. J. Conejo, R. García-Bertrand, and R. Romero, "A Bilevel Approach to Transmission Expansion Planning Within a Market Environment," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, N.° 3, pp. 1513-1522, Aug. 2009.
[31] C. Ruiz and A. J. Conejo, "Pool Strategy of a Producer With Endogenous Formation of Locational Marginal Prices," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, N.° 4, pp. 1855-1866, Nov. 2009.
[32] J. Arroyo and F. Galiana, "On the solution of the bilevel programming formulation of the terrorist threat problem," *Power Syst. IEEE Trans.*, 2005.
[33] N. Romero, N. Xu, L. K. Nozick, I. Dobson, and D. Jones, "Investment Planning for Electric Power Systems Under Terrorist Threat," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, N.° 1, pp. 108-116, Feb. 2012.
[34] J. R. T. Arnold, S. N. Chapman, and L. M. Clive, *Introduction to Materials Management*, 2007.
[35] J. Gang, Y. Tu, B. Lev, J. Xu, W. Shen, and L. Yao, "A multi-objective bi-level location planning problem for stone industrial parks," *Comput. Oper. Res.*, vol. 56, pp. 8-21, Apr. 2015.
[36] H. I. Calvete, C. Galé, and M.-J. Oliveros, "Bilevel model for production–distribution planning solved by using ant colony optimization," *Comput. Oper. Res.*, vol. 38, N.° 1, pp. 320-327, 2011.
[37] D. Yang, J. (Roger) Jiao, Y. Ji, G. Du, P. Helo, and A. Valente, "Joint optimization for coordinated configuration of product families and supply chains by a leader-follower Stackelberg game," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 246, N.° 1, pp. 263-280, 2015.
[38] D. Wang, G. Du, R. J. Jiao, R. Wu, J. Yu, and D. Yang, "A Stackelberg game theoretic model for optimizing product family architecting with supply chain consideration," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 172, pp. 1-18, 2016.
[39] M. L. Pinedo, *Planning and scheduling in manufacturing and services: Second edition*, 2009.
[40] T. Kis and A. Kovács, "On bilevel machine scheduling problems," *OR Spectr.*, vol. 34, N.° 1, pp. 43-68, 2012.
[41] J. K. Karlof and W. Wang, "Bilevel programming applied to the flow shop scheduling problem," *Comput. Oper. Res.*, vol. 23, N.° 5, pp. 443-451, 1996.
[42] Z. Lukač, K. Šorić, and V. V. Rosenzweig, "Production planning problem with sequence dependent setups as a bilevel programming problem," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 187, N.° 3, pp. 1504-1512, 2008.
[43] C. Kasemset and V. Kachitvichyanukul, "A PSO-based procedure for a bi-level multi-objective TOC-based job-shop scheduling problem," *Int. J. Oper. Res.*, 2012.
[44] L. Cheng, Z. Wan, and G. Wang, "Bilevel newsvendor models considering retailer with CVaR objective," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 57, N.° 1, pp. 310-318, Aug. 2009.
[45] T. M. Whitin, "Inventory Control and Price Theory," *Manage. Sci.*, vol. 2, N.° 1, pp. 61-68, Oct. 1955.
[46] L. Arbelaéz and L. Ceballos, "El valor en riesgo condicional CVaR como medida coherente de riesgo," *Rev. Ing.*, 2005.
[47] F. Ben Abdelaziz and S. Mejri, "Decentralised bilevel model for shared inventory management," *Prod. Plan. Control*, vol. 24, N.° 8-9, pp. 684-701, Sep. 2013.
[48] L. Yao and J. Xu, "A class of expected value bilevel programming problems with random coefficients based on rough approximation and its application to a production-inventory system," *Abstr. Appl. Anal.*, 2013.
[49] S. H. Zegordi and M. Mokhlesian, "Coordination of pricing and cooperative advertising for perishable products in a two-echelon supply chain: A bi-level programming approach," *J. Ind. Syst. Eng.*, vol. 8, N.° 4, pp. 39-60, Sep. 2015.